

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ  
Проректор СГУ по учебно-методической работе  
д.ф.н. профессор Елина Е.Г.



2016 г.

**Рабочая программа дисциплины**

***МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ***

Направление подготовки бакалавриата  
***03.03.03 Радиофизика***

Профили подготовки бакалавриата  
**Все реализуемые профили**

Квалификация (степень) выпускника  
***Бакалавр***

Форма обучения  
***очная***

Саратов,  
2016

## **1. Цели освоения дисциплины «Математический анализ».**

Целями освоения дисциплины «Математический анализ» являются: получение способности использовать в познавательной и профессиональной деятельности базовые знания в области математического анализа; получение способности использовать базовые теоретические для решения профессиональных задач; получение способности применять на практике базовые профессиональные навыки.

## **2. Место дисциплины «Математический анализ» в структуре ООП бакалавриата.**

Дисциплина «Математический анализ» является базовой и относится к базовой части блока Б1.Б.10.1. Является частью модуля «Математика».

Для освоения дисциплины «Математический анализ» необходимы знания математики в объеме среднего непрофессионального образования.

Дисциплина «Математический анализ» необходима как предшествующая для дисциплин: «Векторный и тензорный анализ», «Теория функций комплексного переменного», «Дифференциальные уравнения. Интегральные уравнения и вариационное исчисление», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Численные методы и математическое моделирование» и для модулей «Теоретическая физика» и «Методы математической физики».

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины «Математический анализ».**

В результате освоения дисциплины «Математический анализ» у обучающегося частично формируются следующие компетенции:

- способность самостоятельно приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии (ОПК-2).

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- знать теорию предела, дифференциального и интегрального исчисления, теорию рядов;
- уметь применять на практике пределы, производные, интегралы, ряды для решения профессиональных задач;
- владеть навыками применения методов математического анализа.

## **4. Структура и содержание дисциплины «Математический анализ».**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц, 432 часов.

**Календарно-тематический план изучения дисциплины «Математический анализ»**

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				лекции	практиканятия	семинары	СРС	
<b>1.</b>	<b>Раздел 1. Основные понятия математического анализа</b>	<b>1</b>						
	§ 1. Числовые множества	1	1-2	4	12		12	Опрос
	§ 2. Функции вещественной переменной	1	3-4	4	12		12	Проверка домашнего задания
	§ 3. Предел последовательности	1	5-7	6	12		12	Проверка домашнего задания
	§ 4. Предел и непрерывность функции одного переменного	1	8-10	6	12		12	контрольная работа № 1
	§ 5. Производная и дифференциал	1	11-14	6	12		12	контрольная работа № 2
	§ 6. Неопределенные интегралы	1	15-18	6	12		12	контрольная работа № 3
	<b>Промежуточная аттестация</b>	1						<b>Экзамен 36 часов</b>
	<b>Итого за 1 семестр 212 часов</b>			<b>32</b>	<b>72</b>		<b>72</b>	
<b>2.</b>	<b>Раздел 2. Сходимость интегралов и рядов.</b>	<b>2</b>						
	§ 7. Определенные интегралы	2	1	4	4		6	Проверка домашнего задания
	§ 8. Интегралы, зависящие от параметра	2	2	4	4		4	контрольная работа № 4
	§ 9. Числовые ряды	2	3-4	6	6		4	Проверка домашнего задания
	§ 10. Функциональные ряды	2	5	4	4		4	Проверка домашнего задания
	§ 11. Ортогональные ряды (общая теория)	2	6	4	4		4	Проверка домашнего задания
	§ 12. Тригонометрические ряды	2	7-8	6	6		6	контрольная работа № 5

	§ 13. Ортогональные многочлены	2	9	4	4		6	Проверка домашнего задания
<b>3.</b>	<b>Раздел 3. Функции многих переменных</b>	<b>2</b>						
	§14. Предел и непрерывность функции многих переменных	2	10-11	6	6		6	Проверка домашнего задания
	§15. Дифференциальное исчисление функции многих переменных	2	12-13	12	12		6	контрольная работа № 6
	§16. Интегрирование функций многих переменных	2	14-16	14	14		6	контрольная работа № 7
	<b>Промежуточная аттестация</b>	2						<b>экзамен 36 часов</b>
	<b>Итого 2 семестр 216 часов</b>			<b>64</b>	<b>64</b>		<b>52</b>	<b>72</b>
	<b>ИТОГО</b>			<b>96</b>	<b>136</b>		<b>124</b>	<b>428</b>

**Содержание дисциплины «Математический анализ»  
(развернутая программа курса)**

**Раздел 1. Основные понятия математического анализа**

**§ 1. Числовые множества**

- 1.1. Целые числа и метод математической индукции  
Множества  $\mathbb{N}$ ,  $\mathbb{N}_0$ ,  $\mathbb{Z}$ . Метод математической индукции. Примеры применения. Операция факториал. Биномиальные коэффициенты. Бином Ньютона.
- 1.2. Рациональные и иррациональные числа  
Определение рациональных чисел. Контрпример. Представление рационального числа десятичной дробью. Перевод периодической десятичной дроби в обыкновенную. Определение иррационального числа.
- 1.3. Действительные числа  
Определение действительного числа и обозначение множества действительных чисел. Числовая прямая, теорема о соответствии точек прямой множеству действительных чисел. Расширенная числовая прямая, арифметические действия с числами  $\pm\infty$ .
- 1.4. Счетные и несчетные множества  
Понятие мощности множества. Определение счетного множества. Определение несчетного множества. Теоремы об объединении счетных и несчетных множеств. Счетность рациональных чисел. Несчетность иррациональных чисел.
- 1.5. Ограниченные и неограниченные множества  
Определение ограниченного множества (ограниченность сверху и снизу). Понятие *inf* и *sup*. Определение и характеристическое свойство. Теорема о существовании *inf* и *sup*.

## § 2. Функции вещественной переменной

### 2.1. Основные определения.

Определение функции. График функции. Основные способы задания функции (графически, явно, параметрически, неявно).

### 2.2. Простейшие свойства функций

Ограниченность. Монотонность. Точки максимума и минимума. Выпуклость. Точки перегиба. Аналитическая запись условия выпуклости (две формы). Неравенство Иенсена. Обратные функции. Симметричность графиков.

### 2.3. Элементарные функции.

Определение степени положительного числа. Степенная функция (график, основное свойство). Показательная функция (график, основное свойство). Логарифмическая функция (график, основное свойство). Гиперболические и обратные гиперболические функции. Тригонометрические и обратные тригонометрические функции.

### 2.4. Функциональные уравнения, задающие элементарные функции

Постановка вопроса. Уравнения  $f(x+y)=f(x)+f(y)$ ,  $f(x+y)=f(x)f(y)$ ,  $f(x \cdot y)=f(x)+f(y)$ ,  $f(x \cdot y)=f(x) \cdot f(y)$ . Замечание об уравнении, определяющем тригонометрические и гиперболические функции.

## § 3. Предел последовательности

### 3.1. Определение предела последовательности

Последовательность, как частный случай функции. Понятие окрестности числа и бесконечности. Определение предела числовой последовательности. Математическая форма записи. Определение сходящейся последовательности. Подпоследовательность. Частичный предел. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Понятие верхнего и нижнего предела. Теорема о существовании верхнего (нижнего) предела. Характеристические свойства верхнего (нижнего) предела.

### 3.2. Бесконечно малые последовательности

Определение бесконечно малой. Основная лемма о бесконечно малой. Теорема о сумме бесконечно малых. Теорема о умножении на бесконечно малую. Теорема об ограниченности бесконечно малой. Следствие

### 3.3. Бесконечно большие последовательности

Определение бесконечно большой. Связь бесконечно большой последовательности с бесконечно малой. Связь с ограниченностью. Теорема о сумме с бесконечно большой. Теорема о умножении на бесконечно большую.

### 3.4. Теоремы о пределе последовательности.

Единственность предела. Переход к пределу в неравенствах. Теорема о двух милиционерах. Теорема о пределе суммы (разности). Теорема о пределе произведения. Теорема о пределе частного.

### 3.5. Свойства сходящихся последовательностей

Теорема об ограниченности сходящейся последовательности. Критерий Коши сходимости последовательности. Предел подпоследовательности сходящейся последовательности. Существование предела монотонной последовательности. Число  $\epsilon$  (определение и доказательство корректности определения). Постоянная Эйлера (определение и доказательство корректности определения). Итерационная формула Герона.

## § 4. Предел и непрерывность функции одного переменного

### 4.1. Определение предела функции

Первое определение предела функции. Второе определение предела функции. Равносильность определений. Односторонние пределы. Теорема об односторонних пределах монотонной функции. Математическая запись определения предела функции.

### 4.2. Непрерывность и разрывы функции

Определение непрерывной функции. Односторонняя непрерывность. Непрерывность функций  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $a^x$ ,  $\ln x$ . Определение равномерно-непрерывной функции. Точки разрыва и их классификация. Теорема о точках разрыва монотонной функции.

#### 4.3. Теоремы о пределе функции.

Перенос теорем о пределе последовательности на функции. Первый замечательный предел. Следствие. Второй замечательный предел. Третий замечательный предел. Четвертый замечательный предел.

#### 4.4. Методы вычисления пределов

Предел непрерывной функции. Нахождение предела дробно-рациональной функции при  $x \rightarrow \infty$ . Нахождение предела дробно-рациональной функции при  $x \rightarrow a$ . Нахождение пределов выражений с радикалами. Применение первого замечательного предела. Применение второго замечательного предела.

#### 4.5. О-символика

Определения. Некоторые свойства. Применение к вычислению пределов

#### 4.6. Теоремы о непрерывной функции

Непрерывность арифметических операций. Непрерывность композиции функций. Ограниченность непрерывной функции (первая теорема Вейерштрасса). Теорема Кантора. Теорема о промежуточном значении. Теорема о наибольшем и наименьшем значении (вторая теорема Вейерштрасса). Существование и непрерывность обратной функции.

### § 5. Производная и дифференциал

#### 5.1. Понятие производной.

Определение производной. Примеры (производные функций  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $a^x$ ,  $\log_a x$ ,  $const$  и степенной функции). Геометрический смысл производной. Уравнения касательной и нормали. Физический смысл производной.

#### 5.2. Понятие дифференциала

Определение дифференциала и дифференцируемости функции. Критерий дифференцируемости. Выражение дифференциала через производную. Геометрический смысл дифференциала. Физический смысл дифференциала. Применение дифференциала для приближенных вычислений.

#### 5.3. Правила вычисления производных и дифференциалов.

Производная суммы и разности. Производная произведения. Производная от  $n$  множителей. Производная дроби. Следствие. Производные функций  $\operatorname{tg} x$ ,  $\operatorname{ctg} x$ . Производная обратной функции. Вычисление производных от функций  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\operatorname{arctg} x$ . Производная и дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала. Производные функций  $\operatorname{sh} x$ ,  $\operatorname{ch} x$ ,  $\operatorname{th} x$ ,  $\operatorname{cth} x$ . Нахождение производных степенно-показательных выражений. Производная функции, заданной параметрически. Производная функции, заданной в неявном виде. Сводная таблица производных и правил. Дифференциал суммы, произведения и частного функций.

#### 5.4. Производные и дифференциалы высших порядков.

Определение производной  $n$ -го порядка. Производные  $n$ -го порядка от функций  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $a^x$  и степенной функции. Формула Лейбница (производная  $n$ -го порядка от произведения функций). Дифференциалы высших порядков определение и обозначения. Выражение дифференциала  $n$ -го порядка через производную. Нарушение инвариантности. Параметрическое дифференцирование.

#### 5.5. Дифференциальные теоремы о среднем.

Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа. Теорема Коши.

#### 5.6. Формула Тейлора.

Формула Тейлора для многочлена. Разложение произвольной функции. Остаточный член в форме Пеано. Остаточный член в форме Лагранжа. Теорема о единственности. Формула Тейлора для функций  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $e^x$ ,  $\ln(1-x)$ .

### 5.7. Раскрытие неопределенностей

Первое правило Лопиталья (раскрытие неопределенностей вида  $0/0$ ). Теорема о многократном применении правила Лопиталья. Второе правило Лопиталья (раскрытие неопределенностей вида  $\infty/\infty$ ). Раскрытие неопределенностей вида  $0 \cdot \infty$ . Раскрытие неопределенностей вида  $\infty - \infty$ . Раскрытие степенно-показательных неопределенностей.

### 5.8. Применение производных к исследованию функций

Связь первой производной с монотонностью функции. Связь второй производной с выпуклостью функции. Определение критических точек по производным первого, второго и  $n$ -го порядка. Схема построения графика.

### 5.9. Некоторые неравенства

Неравенства Юнга. Неравенство Гельдера. Неравенство Минковского. Неравенство Коши-Буняковского.

### 5.10. Приближенное решение уравнений

Постановка задачи. Метод хорд. Метод касательных. Комбинированный метод.

## § 6. Неопределенные интегралы

### 6.1. Основные понятия

Интегрирование, как операция, обратная дифференцированию. Таблица неопределенных интегралов. Основные свойства первообразной

### 6.2. Методы нахождения первообразной

Использование свойств дифференциала для сведения к табличным интегралам. Замена переменной. Формула интегрирования по частям. Примеры применения.

### 6.3. Интегрирование рациональных функций

Представление рациональной функции в виде суммы многочлена и правильной дроби. Разложение правильной дроби на элементарные методом неопределенных коэффициентов. Интегрирование элементарных дробей

### 6.4. Интегрирование тригонометрических, показательных и гиперболических функций.

Интегрирование синусов и косинусов кратных дуг. Формулы понижения. Интегрирование рациональных функций от  $\sin x$  и  $\cos x$ . Интегрирование рациональных функций от  $e^x$ . Интегрирование гиперболических функций.

### 6.5. Интегрирование иррациональных функций

Интегрирование выражений вида  $R\left(x, \sqrt[n]{\frac{ax+b}{cx+d}}\right)$ . Интегрирование выражений вида  $R\left(x, \sqrt{x^2+a^2}\right)$ ,  $R\left(x, \sqrt{x^2-a^2}\right)$ ,  $R\left(x, \sqrt{a^2-x^2}\right)$ . Интегрирование выражений вида  $R\left(x, \sqrt{ax^2+bx+c}\right)$  (подстановки Эйлера). Интегрирование выражений вида  $x^m(a+bx^n)^p$  (теорема Чебышева).

## Раздел 2. Сходимость интегралов и рядов.

### § 7. Определенные интегралы

#### 7.1. Понятие интеграла по отрезку и интегрируемой функции

Определение интеграла по отрезку. Интегрируемость. Пример неинтегрируемой функции. Геометрический смысл определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости.

#### 7.2. Суммы и интегралы Дарбу

Определение сумм Дарбу. Первое свойство сумм Дарбу. Второе свойство сумм Дарбу. Интегралы Дарбу.

#### 7.3. Интегрируемые функции

Критерий интегрируемости. Интегрируемость непрерывной функции. Интегрируемость монотонной функции. Интегрируемость функции, имеющей конечное число точек разрыва. Свойства интегрируемых функций.

#### 7.4. Теоремы об определенном интеграле

Простейшие свойства определенного интеграла. Первая интегральная теорема о среднем. Формулы Бонне. Вторая интегральная теорема о среднем. Интеграл, как функция верхнего предела (непрерывность). Интеграл, как функция верхнего предела (дифференцируемость). Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной в интеграле по отрезку. Формула интегрирования по частям для определенного интеграла.

#### 7.5. Приближенное вычисление интегралов по отрезку

Формула прямоугольников, погрешность формулы. Формула трапеций, погрешность формулы. Формула Симпсона. Понятие интерполяционного полинома Лагранжа. Погрешность интерполяционного многочлена Лагранжа.

#### 7.6. Несобственные интегралы

Определение несобственных интегралов. Простейшие свойства несобственных интегралов. Сходимость интегралов от степенной функции. Признак сравнения. Следствие. Признак Дирихле. Признак Абеля. Абсолютная сходимость несобственных интегралов. Главное значение несобственного интеграла (интеграл в смысле Коши).

### § 8. Интегралы, зависящие от параметра

#### 8.1. Общая теория

Постановка вопроса. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Сходимость, равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости. Признак Дирихле равномерной сходимости интеграла. Признак Абеля равномерной сходимости интеграла. Переход к пределу под знаком интеграла. Дифференцирование интеграла по параметру. Вычисление определенных интегралов дифференцированием по параметру. Вычисление интеграла Дирихле. Интегрирование интеграла по параметру. Вычисление интеграла Эйлера-Пуассона.

#### 8.2. Бета-функция (интеграл Эйлера первого рода)

Определение. Корректность определения. Симметричность. Представление в виде интеграла по полуоси. Представление в виде интеграла от тригонометрических функций. Формулы понижения. Формула дополнения. Применение для вычисления определенных интегралов.

#### 8.3. Гамма-функция (интеграл Эйлера второго рода)

Определение. Корректность определения. Существование производных. Формула понижения. Связь с факториалом. График. Связь с бета-функцией. Формула дополнения. Формула Стирлинга. Следствие. Применение для вычисления определенных интегралов

### § 9. Числовые ряды

#### 9.1. Основные понятия

Задачи, приводящие к понятию ряда. Определение ряда, общего члена ряда, частной суммы ряда. Понятие сходящегося ряда.

#### 9.2. Простейшие свойства сходящихся рядов

Линейность. Сочетательность. Остаток ряда. Добавление слагаемых.

#### 9.3. Основные теоремы о сходимости

Критерий Коши сходимости ряда. Критерий сходимости рядов с неотрицательными членами. Необходимое условие сходимости.

#### 9.4. Признаки сходимости рядов

Признак сравнения (1-ая форма). Признак сравнения (2-ая форма). Признак сравнения (предельная форма). Интегральный признак. Признак Даламбера. Признак



Коши. Сравнение признаков Даламбера и Коши. Признак Лейбница. Признак Дирихле. Признак Абеля.

#### 9.5. Абсолютная и условная сходимость

Определение. Примеры. Теорема о связи абсолютной сходимости ряда и сходимости. Теорема о представлении суммы абсолютно сходящегося ряда.

#### 9.6. Перестановка слагаемых сходящегося ряда

Переместительное свойство абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана.

#### 9.7. Умножение рядов

Постановка вопроса. Теорема Мертенса. Контрпример. Теорема Коши.

#### 9.8. Бесконечные произведения

Определение сходящегося бесконечного произведения. Связь с рядами. Простейшие свойства бесконечного произведения. Теорема (первый признак сходимости произведения). Теорема (второй признак сходимости произведения). Примеры бесконечных произведений. Разложение тригонометрических и гиперболических функций в бесконечное произведение.

### § 10. Функциональные ряды

#### 10.1. Равномерная и неравномерная сходимость

Определение равномерно сходящейся последовательности. Определение равномерно сходящегося ряда. Примеры.

#### 10.2. Условия равномерной сходимости

Критерий Коши. Признак Дирихле. Признак Абеля. Признак Вейерштрасса.

#### 10.3. Функциональные свойства сходящихся рядов

Непрерывность суммы ряда. Почленный переход к пределу. Интегрирование рядов. Дифференцирование рядов

#### 10.4. Степенные ряды

Определение степенного ряда. Теорема о виде области сходимости (первая теорема Абеля). Теорема о характере сходимости (вторая теорема Абеля). Понятие радиуса и промежутка сходимости. Первая формула для радиуса сходимости (теорема Коши-Адамара). Вторая формула для радиуса сходимости. Вычисление коэффициентов степенного ряда. Разложение функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^\alpha$ ,  $1/(1-x)$ . Основные приемы разложения функций в степенные ряды. Применение рядов для приближенных вычислений.

### § 11. Ортогональные ряды (общая теория)

#### 11.1. Скалярное произведение и норма

Понятие скалярного произведения, весовая функция и скалярное произведение с весом. Понятие и основные свойства нормы. Сходимость по норме и поточечная сходимость.

#### 11.2. Ряды по ортогональным системам

Ортогональные и ортонормированные системы функций. Элемент наилучшего приближения по конечной ортогональной системе функций. Формальное определение коэффициентов Фурье и ряда Фурье по ортогональной системе функций. Основное равенство для нормы разности функции и частной суммы ряда Фурье. Следствие 1 (неравенство Бесселя). Следствие 2 (равенство Парсеваля). Следствие 3 (стремление коэффициентов Фурье к нулю).

### § 12. Тригонометрические ряды

#### 12.1. Тригонометрические коэффициенты Фурье (ТКФ) и тригонометрический ряд Фурье (ТРФ)

Лемма об ортогональности тригонометрической системы. Лемма о нормах функций тригонометрической системы. Коэффициенты Фурье по тригонометрической систе-

ме, простейшие свойства. Равенство Парсеваля в случае тригонометрической системы. Ряд Фурье от тригонометрического полинома. Основная лемма. Теорема о стремлении ТКФ к нулю. Связь между ТКФ функции и ее производных. Теорема о скорости убывания ТКФ.

#### 12.2. Поточечная сходимость ТРФ

Интегральное представление частной суммы ТРФ (интеграл Дирихле). Принцип локализации. Признак Дини поточечной и равномерной сходимости ТРФ. Замечание о непрерывной функции (теоремы Дю Буа-Реймонда и Лапласа, без док-ва). Условие Липшица. Функции ограниченной вариации (определение, простейшие классы, критерий). Вторая основная лемма. Признак Дирихле сходимости и равномерной сходимости ТРФ. Соотношение между признаками Дини и Дирихле. Оценка остатка ТРФ. Применение рядов Фурье к решению задачи колебания струны.

#### 12.3. Обобщенные тригонометрические ряды

Ряды только по косинусам и по синусам. Ряд Фурье для произвольного промежутка. Суммы Фейера (определение, вид полинома, интегральное представление, сходимость). Суммы Валле-Пуссена (определение, вид полинома, интегральное представление, сходимость). Сравнение свойств сумм Фурье, Фейера и Валле-Пуссена

#### 12.4. Интеграл и преобразование Фурье

Интеграл Фурье как предельный случай ТРФ. Признак сходимости интеграла Фурье. Комплексная форма интеграла Фурье. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье (определение и основные свойства). Пример применения преобразования Фурье к вычислению интегралов.

### § 13. Ортогональные многочлены

#### 13.1. Ортогональные многочлены и ряды Фурье

Теорема о существовании и единственности ортонормированной системы многочленов. Связь ортогональных многочленов с произвольными многочленами. Рекуррентная формула для ортонормированной системы многочленов. Интегральное представление частной суммы ряда Фурье (интеграл Кристоффеля). Достаточные условия поточечной сходимости ряда Фурье по ортонормированным и ортогональным многочленам. Замечание об уравнении Пирсона.

#### 13.2. Многочлены Якоби

Определение многочленов Якоби, корректность. Старший коэффициент многочленов Якоби. Ортогональность многочленов Якоби и нормирующий множитель. Дифференциальное уравнение для многочленов Якоби

#### 13.3. Многочлены Лежандра

Многочлены Лежандра, как частный случай многочленов Якоби. Рекуррентная формула для многочленов Лежандра. Интегральное представление многочлена Лежандра. Оценка для модуля многочлена Лежандра. Теорема о поточечной сходимости ряда Фурье по многочленам Лежандра. Производящая функция для многочленов Лежандра

#### 13.4. Многочлены Чебышева

Определение многочленов Чебышева. Рекуррентная формула для многочленов Чебышева и корректность определения. Ортогональность многочленов Чебышева и нормирующий множитель. Многочлены Чебышева, как частный случай многочленов Якоби. Старший коэффициент многочленов Чебышева. Экстремальное свойство приведенных многочленов Чебышева. Ряд Фурье по многочленам Чебышева (форма записи, сходимость). Связь рядов Фурье по многочленам Чебышева с тригонометрическими рядами. Следствие. Производящая функция для многочленов Чебышева.

#### 13.5. Многочлены Эрмита

Определение многочленов Эрмита, старший коэффициент. Ортогональность многочленов Эрмита и нормирующий множитель. Производящая функция для многочле-

нов Эрмита. Рекуррентная формула для многочленов Эрмита. Дифференциальное уравнение для многочленов Эрмита. Ряд Фурье по многочленам Эрмита, теорема о поточечной сходимости.

### 13.6. Многочлены Лагерра

Определение многочленов Лагерра, старший коэффициент. Ортогональность многочленов Лагерра и нормирующий множитель. Производящая функция для многочленов Лагерра. Рекуррентная формула для многочленов Лагерра. Дифференциальное уравнение для многочленов Лагерра. Ряд Фурье по многочленам Лагерра, теорема о поточечной сходимости.

## Раздел 3. Функции многих переменных

### §14. Предел и непрерывность функции многих переменных

#### 14.1. Точки и множества пространства $R^n$

Определение пространства  $R^n$ . Понятие модуля точки пространства  $R^n$  и его свойства. Понятие расстояния для точек пространства  $R^n$  и его свойства, окрестность в пространстве  $R^n$ . Определение предела последовательности. Связь сходимости с координатной сходимостью. Свойства сходящихся последовательностей. Внутренние, внешние, граничные, предельные точки множества. Открытые и замкнутые множества, ограниченные множества, компакты.

#### 14.2. Предел функции многих переменных

Понятие функции многих переменных. Примеры. Определение предела функции по Коши и по Гейне. Эквивалентность определений. Понятие предела по направлению. Понятие повторного предела. Теорема о равенстве повторных пределов.

#### 14.3. Непрерывность функции многих переменных

Определение непрерывности. Непрерывность на множестве и непрерывность по переменной. Связь непрерывности с непрерывностью по переменным. Непрерывность суммы, произведения, частного функций. Непрерывность сложной функции. Устойчивость знака. Теорема о промежуточном значении. Достижение наибольшего и наименьшего значений. Понятие равномерной непрерывности. Теорема Кантора.

### §15. Дифференциальное исчисление функции многих переменных

#### 15.1. Частные производные и дифференциал

Определение и обозначение частных производных. Определение дифференцируемости и дифференциала. Связь непрерывности с существованием частных производных. Связь дифференцируемости и непрерывности. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Выражение дифференциала через частные производные. Геометрический смысл дифференцируемости в случае  $R^2$ . Производная сложной функции. Инвариантность формы первого дифференциала.

#### 15.2 Производная по направлению и градиент

Определение градиента. Определение производной по направлению. Физический смысл производной по направлению. Физический смысл градиента.

#### 15.3. Производные и дифференциалы высших порядков

Производные высших порядков. Условия независимости смешанных производных от порядка дифференцирования. Вычисление дифференциала второго порядка. Формула для дифференциала  $k$ -го порядка. Дифференциалы высших порядков от сложной функции (нарушение инвариантности, условие сохранения инвариантности). Формула Тейлора для функции многих переменных.

#### 15.4. Экстремум функции многих переменных

Определение локального экстремума. Необходимое условие экстремума. Понятие квадратичной формы и ее определенности. Достаточное условие экстремума. Заме-

чение о полуопределенной форме. Критерий Сильвестра. Алгоритм нахождения экстремума функции многих переменных.

#### 15.5. Неявные функции

Понятие неявной функции. Теорема о существовании неявной функции. Теорема о дифференцируемости неявной функции.

#### 15.6. Отображения

Понятие отображения, функциональной матрицы и якобиана. Теорема о неявном отображении (система неявных функций). Функциональная матрица композиции отображений. Якобиан композиции отображений. Формула для якобианов взаимно обратных отображений. Теорема об обратном отображении.

#### 15.7. Условный экстремум

Понятие условного экстремума. Прямой метод отыскания точек условного экстремума. Необходимое условие условного экстремума. Метод множителей Лагранжа.

### §16. Интегрирование функций многих переменных

#### 16.1. Кратные интегралы

Определение  $n$ -мерного куба и его объема, куб ранга  $k$ . Определение нижней и верхней меры Жордана множества пространства  $R^n$  и измеримого множества. Понятие разбиения множества. Определение кратного интеграла и функции  $n$  переменных, интегрируемой на множестве пространства  $R^n$ . Геометрический и физический смысл кратных интегралов. Нижняя и верхняя суммы Дарбу и критерий интегрируемости. Теорема о существовании кратного интеграла от непрерывной функции. Теорема о существовании повторного интеграла от непрерывной функции. Теорема о сведении кратного интеграла к повторному. Вычисление кратных интегралов.

#### 16.2. Криволинейные интегралы

Понятие кривой в пространстве  $R^n$ . Непрерывная, дифференцируемая, простая, плоская кривая, особые точки кривой, гладкие кривые. Понятие длины кривой, спрямляемые кривые, спрямляемость непрерывно дифференцируемой кривой. Определение криволинейного интеграла первого типа, свойства, геометрический и физический смысл. Вычисление криволинейного интеграла первого типа. Определение криволинейного интеграла второго типа, зависимость от ориентации кривой. Свойства криволинейного интеграла второго типа, физический смысл. Вычисление криволинейного интеграла второго типа. Представление криволинейного интеграла второго типа через криволинейный интеграл первого типа. Положительная ориентация замкнутого контура. Формула Грина. Вычисление площади при помощи криволинейных интегралов.

#### 16.3. Поверхностные интегралы

Понятие поверхности в пространстве  $R^3$ , непрерывные и дифференцируемые поверхности. Особые точки поверхности, гладкие поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Понятие двусторонней поверхности. Положительная и отрицательная стороны поверхности. Векторное представление нормали. Площадь поверхности, измеримые поверхности. Вычисление площади элемента поверхности. Определение поверхностного интеграла первого типа, свойства. Сведение поверхностного интеграла первого типа к двойному интегралу. Определение поверхностного интеграла второго типа, зависимость от стороны поверхности. Представление поверхностного интеграла второго типа поверхностным интегралом первого типа. Представление поверхностного интеграла второго типа двойным интегралом.

#### 16.4. Замена переменных в кратном интеграле

Замена переменных в двойном интеграле. Геометрический смысл модуля якобиана замены. Геометрический смысл знака якобиана замены. Замена переменных в инте-

грале произвольной кратности. Полярная замена и ее якобиан. Сферическая замена и ее якобиан. Цилиндрическая замена и ее якобиан

### 16.3. (продолжение)

Формула Стокса. Формула Остроградского

### 16.4. Элементы векторного анализа.

Понятие скалярного и векторного поля. Оператор Гамильтона. Определение градиента (через оператор Гамильтона), дивергенции, ротора. Понятие циркуляции и потока вектора. Векторная запись формул Стокса и Остроградского. Геометрическое определение ротора и дивергенции. Определение потенциального поля и скалярного потенциала векторной функции. Признак потенциального поля. Нахождение скалярного потенциала. Криволинейный интеграл в потенциальном поле. Циркуляция вектора в потенциальном поле. Определение соленоидального поля и векторного потенциала векторной функции. Признак соленоидального поля. Нахождение векторного потенциала. Поток вектора в соленоидальном поле. Разложение произвольного поля. Нахождение векторного поля по ротору и дивергенции

## 5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

Реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций, работа над проектами) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Использование интерактивных форм и методов обучения направлено на достижение ряда важнейших образовательных целей

- повышение уровня активности и самостоятельности обучаемых
- развитие навыков анализа, критичности и мышления, взаимодействия, коммуникации
- саморазвитие и развитие обучаемых благодаря активизации мыслительной деятельности и диалогическому взаимодействию с преподавателем и другими участниками образовательного процесса.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся, и в целом в учебном процессе они составляют не менее 30 % аудиторных занятий.

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ

### **Особенности проведения занятий для инвалидов и граждан с ОВЗ**

При обучении лиц с ограниченными возможностями и инвалидов используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, сопровождение тьюторами в образовательном пространстве, средства дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

*-для слабовидящих:*

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс; для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

*- для глухих и слабослышащих:*

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

#### **6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов.**

При изучении дисциплины «Математический анализ» предусмотрены следующие виды самостоятельной работы:

- вывод формул и доказательство фактов, аналогичных доказанным на лекции;
- решение задач, аналогичных разобранным на практических занятиях;
- решение задач повышенной сложности.

#### **Вопросы для самоконтроля знаний при подготовке студентов к занятиям, самостоятельному изучению курса, к промежуточной аттестации (экзамену) в 1-м семестре**

1. Метод математической индукции. Примеры применения.
2. Бином Ньютона.
3. Представление рационального числа десятичной дробью.
4. Перевод периодической десятичной дроби в обыкновенную.
5. Числовая прямая, теорема о соответствии точек прямой множеству действительных чисел.
6. Понятие мощности множества. Определение счетного множества. Определение несчетного множества.
7. Теоремы об объединении счетных и несчетных множеств.
8. Счетность рациональных чисел.
9. Несчетность иррациональных чисел.
10. Понятие *inf* и *sup*. Определение и характеристическое свойство. Теорема о существовании *inf* и *sup*.
11. Аналитическая запись условия выпуклости (две формы).
12. Неравенство Иенсена.
13. Функциональные уравнения  $f(x+y)=f(x)+f(y)$ ,  $f(x+y)=f(x)f(y)$ ,  $f(x \cdot y)=f(x)+f(y)$ ,  $f(x \cdot y)=f(x) \cdot f(y)$ .
14. Определение предела числовой последовательности. Математическая форма записи.
15. Теорема Больцано-Вейерштрасса.
16. Понятие верхнего и нижнего предела. Теорема о существовании верхнего (нижнего) предела. Характеристические свойства верхнего (нижнего) предела.
17. Бесконечно малые последовательности.
18. Бесконечно большие последовательности.
19. Единственность предела.
20. Переход к пределу в неравенствах.
21. Теорема о двух милиционерах.
22. Теорема о пределе суммы (разности).
23. Теорема о пределе произведения.
24. Теорема о пределе частного.
25. Теорема об ограниченности сходящейся последовательности.
26. Критерий Коши сходимости последовательности.
27. Предел подпоследовательности сходящейся последовательности.
28. Существование предела монотонной последовательности.
29. Число  $\epsilon$  (определение и доказательство корректности определения).

30. Постоянная Эйлера (определение и доказательство корректности определения).
31. Итерационная формула Герона.
32. Первое определение предела функции. Второе определение предела функции. Равносильность определений.
33. Теорема об односторонних пределах монотонной функции.
34. Определение непрерывной функции. Односторонняя непрерывность. Непрерывность функций  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $a^x$ ,  $\ln x$ . Определение равномерно-непрерывной функции.
35. Точки разрыва и их классификация. Теорема о точках разрыва монотонной функции.
36. Первый замечательный предел. Следствие.
37. Второй замечательный предел.
38. Третий замечательный предел.
39. Четвертый замечательный предел.
40. Методы вычисления пределов.
41. О-символика.
42. Непрерывность арифметических операций.
43. Непрерывность композиции функций.
44. Ограниченность непрерывной функции (первая теорема Вейерштрасса).
45. Теорема Кантора.
46. Теорема о промежуточном значении.
47. Теорема о наибольшем и наименьшем значении (вторая теорема Вейерштрасса).
48. Существование и непрерывность обратной функции.
49. Определение производной. Примеры (производные функций  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $a^x$ ,  $\log_a x$ ,  $const$  и степенной функции).
50. Геометрический смысл производной.
51. Уравнения касательной и нормали.
52. Физический смысл производной.
53. Определение дифференциала и дифференцируемости функции.
54. Критерий дифференцируемости.
55. Выражение дифференциала через производную.
56. Производная суммы и разности.
57. Производная произведения. Производная от  $n$  множителей.
58. Производная дроби.
59. Производная обратной функции.
60. Производная и дифференциал сложной функции. Инвариантность формы дифференциала.
61. Дифференциал суммы, произведения и частного функций.
62. Формула Лейбница (производная  $n$ -го порядка от произведения функций).
63. Выражение дифференциала  $n$ -го порядка через производную. Нарушение инвариантности..
64. Теорема Ферма.
65. Теорема Ролля.
66. Теорема Лагранжа.
67. Теорема Коши.
68. Формула Тейлора.
69. Остаточный член формулы Тейлора в форме Пеано.
70. Остаточный член формулы Тейлора в форме Лагранжа.
71. Теорема о единственности.
72. Формула Тейлора для функций  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $e^x$ ,  $\ln(1-x)$ .
73. Первое правило Лопиталья (раскрытие неопределенностей вида  $0/0$ ).
74. Теорема о многократном применении правила Лопиталья.

75. Второе правило Лопиталья (раскрытие неопределенностей вида  $\infty/\infty$ ).
76. Связь первой производной с монотонностью функции.
77. Связь второй производной с выпуклостью функции.
78. Определение критических точек по производным первого, второго и  $n$ -го порядка.
79. Неравенства Юнга.
80. Неравенство Гельдера.
81. Неравенство Минковского.
82. Неравенство Коши-Буняковского.
83. Приближенное решение уравнений. Метод хорд.
84. Приближенное решение уравнений. Метод касательных.
85. Приближенное решение уравнений. Комбинированный метод.
86. Интегрирование, как операция, обратная дифференцированию. Таблица неопределенных интегралов. Основные свойства первообразной.
87. Формула интегрирования по частям. Примеры применения.
88. Интегрирование рациональных функций.
89. Интегрирование тригонометрических, показательных и гиперболических функций.
90. Интегрирование иррациональных функций

**Вопросы для самоконтроля знаний при подготовке студентов  
к занятиям, самостоятельному изучению курса, к промежуточной аттестации  
(экзамену) во 2-м семестре**

1. Определение интеграла по отрезку. Интегрируемость. Пример неинтегрируемой функции. Геометрический смысл определенного интеграла. Необходимое условие интегрируемости.
2. Суммы и интегралы Дарбу.
3. Критерий интегрируемости.
4. Интегрируемость непрерывной и монотонной функций.
5. Свойства интегрируемых функций.
6. Первая интегральная теорема о среднем.
7. Формулы Боне.
8. Вторая интегральная теорема о среднем.
9. Интеграл, как функция верхнего предела (непрерывность и дифференцируемость).
10. Формула Ньютона-Лейбница.
11. Формула прямоугольников, погрешность формулы.
12. Формула трапеций, погрешность формулы.
13. Формула Симпсона.
14. Понятие интерполяционного полинома Лагранжа. Погрешность интерполяционного многочлена Лагранжа.
15. Определение несобственных интегралов. Простейшие свойства несобственных интегралов.
16. Сходимость интегралов от степенной функции.
17. Признак сравнения сходимости интегралов. Следствие.
18. Признак Дирихле сходимости интегралов.
19. Признак Абеля сходимости интегралов.
20. Абсолютная сходимость несобственных интегралов.
21. Главное значение несобственного интеграла (интеграл в смысле Коши).
22. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Сходимость, равномерная сходимость.
23. Признаки равномерной сходимости интегралов.



24. Переход к пределу под знаком интеграла.
25. Дифференцирование интеграла по параметру.
26. Вычисление определенных интегралов дифференцированием по параметру. Вычисление интеграла Дирихле.
27. Интегрирование интеграла по параметру. Вычисление интеграла Эйлера-Пуассона.
28. Бета-функция (интеграл Эйлера первого рода)
29. Гамма-функция (интеграл Эйлера второго рода)
30. Критерий Коши сходимости ряда.
31. Критерий сходимости рядов с неотрицательными членами.
32. Признаки сравнения сходимости рядов
33. Интегральный признак сходимости рядов. Признак Даламбера сходимости рядов.
34. Признак Коши сходимости рядов.
35. Сравнение признаков Даламбера и Коши сходимости рядов.
36. Признак Лейбница сходимости рядов.
37. Признак Дирихле сходимости рядов.
38. Признак Абеля сходимости рядов.
39. Теорема о связи абсолютной сходимости ряда и сходимости.
40. Теорема о представлении суммы абсолютно сходящегося ряда.
41. Переместительное свойство абсолютно сходящегося ряда.
42. Теорема Римана.
43. Умножение рядов. Теорема Мертенса. Теорема Коши.
44. Бесконечные произведения, связь с рядами.
45. Теорема (первый признак сходимости произведения).
46. Теорема (второй признак сходимости произведения).
47. Признаки равномерной сходимости ряда.
48. Непрерывность суммы ряда.
49. Почленный переход к пределу в рядах.
50. Интегрирование рядов.
51. Дифференцирование рядов
52. Теорема о виде области сходимости степенного ряда (первая теорема Абеля).
53. Теорема о характере сходимости (вторая теорема Абеля).
54. Понятие радиуса и промежутка сходимости. Первая формула для радиуса сходимости (теорема Коши-Адамара). Вторая формула для радиуса сходимости.
55. Вычисление коэффициентов степенного ряда.
56. Разложение функций  $e^x$ ,  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^\alpha$ ,  $1/(1-x)$ .
57. Скалярное произведение и норма.
58. Ортогональные и ортонормированные системы функций.
59. Элемент наилучшего приближения по конечной ортогональной системе функций.
60. Основное равенство для нормы разности функции и частной суммы ряда Фурье. Следствия.
61. Лемма об ортогональности тригонометрической системы.
62. Лемма о нормах функций тригонометрической системы.
63. Коэффициенты Фурье по тригонометрической системе, простейшие свойства. Равенство Парсеваля в случае тригонометрической системы.
64. Ряд Фурье от тригонометрического полинома. Основная лемма.
65. Теорема о стремлении ТКФ к нулю.
66. Связь между ТКФ функции и ее производных.
67. Теорема о скорости убывания ТКФ.
68. Интегральное представление частной суммы ТРФ (интеграл Дирихле).
69. Принцип локализации.
70. Признак Дини поточечной и равномерной сходимости ТРФ. Замечание о непрерывной функции (теоремы Дю Буа-Реймонда и Лапласа, без док-ва).

71. Условие Липшица. Функции ограниченной вариации (определение, простейшие классы, критерий).
72. Вторая основная лемма.
73. Признак Дирихле сходимости и равномерной сходимости ТРФ.
74. Соотношение между признаками Дини и Дирихле.
75. Оценка остатка ТРФ.
76. Применение рядов Фурье к решению задачи колебания струны.
77. Ряд Фурье для произвольного промежутка.
78. Суммы Фейера (определение, вид полинома, интегральное представление, сходимость).
79. Суммы Валле-Пуссена (определение, вид полинома, интегральное представление, сходимость).
80. Интеграл Фурье как предельный случай ТРФ. Признак сходимости интеграла Фурье. Комплексная форма интеграла Фурье.
81. Преобразование Фурье и обратное преобразование Фурье (определение и основные свойства).
82. Теорема о существовании и единственности ортонормированной системы многочленов.
83. Рекуррентная формула для ортонормированной системы многочленов.
84. Интегральное представление частной суммы ряда Фурье (интеграл Кристоффеля).
85. Достаточные условия поточечной сходимости ряда Фурье по ортонормированным и ортогональным многочленам.
86. Многочлены Якоби.
87. Многочлены Лежандра.
88. Многочлены Чебышева.
89. Многочлены Эрмита.
90. Многочлены Лагерра
91. Точки и множества пространства  $R^n$
92. Предел функции многих переменных.
93. Непрерывность функции многих переменных
94. Частные производные и дифференциал.
95. Производная по направлению и градиент.
96. Условия независимости смешанных производных от порядка дифференцирования.
97. Формула для дифференциала  $k$ -го порядка.
98. Дифференциалы высших порядков от сложной функции (нарушение инвариантности, условие сохранения инвариантности).
99. Формула Тейлора для функции многих переменных.
100. Экстремум функции многих переменных.
101. Теорема о существовании неявной функции.
102. Теорема о дифференцируемости неявной функции.
103. Теорема о неявном отображении (система неявных функций).
104. Условный экстремум.
105. Метод множителей Лагранжа.
106. Определение кратного интеграла и функции  $n$  переменных, интегрируемой на множестве пространства  $R^n$ .
107. Геометрический и физический смысл кратных интегралов.
108. Нижняя и верхняя суммы Дарбу и критерий интегрируемости.
109. Теорема о существовании кратного интеграла от непрерывной функции.
110. Теорема о существовании повторного интеграла от непрерывной функции.
111. Теорема о сведении кратного интеграла к повторному.
112. Криволинейные интегралы первого типа.
113. Криволинейные интегралы второго типа.

114. Формула Грина. Вычисление площади при помощи криволинейных интегралов.
115. Поверхностные интегралы первого типа.
116. Поверхностные интегралы второго типа.
117. Замена переменных в кратном интеграле. Геометрический смысл якобиана замены.
118. Формула Стокса.
119. Формула Остроградского
120. Определение градиента (через оператор Гамильтона), дивергенции, ротора.
121. Векторная запись формул Стокса и Остроградского.
122. Геометрическое определение ротора и дивергенции.
123. Определение потенциального поля и скалярного потенциала векторной функции.
124. Признак потенциального поля.
125. Нахождение скалярного потенциала.
126. Определение соленоидального поля и векторного потенциала векторной функции.
127. Признак соленоидального поля.
128. Нахождение векторного потенциала.
129. Разложение произвольного поля.
130. Нахождение векторного поля по ротору и дивергенции

### **Типы практических заданий для проведения текущего контроля**

#### **Контрольная работа №1.**

1. Найти предел последовательности.
2. Найти предел функции (без использования правила Лопиталья).
3. Исследовать функцию на непрерывность.
4. Найти точки разрыва функции и определить характер точек разрыва.
5. Записать формулу Тейлора для данной функции.

#### **Контрольная работа №2.**

1. Найти производную функции.
2. Написать уравнение касательной и нормали.
3. Построить график данной функции.
4. Найти предел функции, используя правило Лопиталья.
5. Применяя методы дифференциального исчисления, найти приближенной значе- ний функции

#### **Контрольная работа №3**

1. Найти первообразную, используя свойство линейности интеграла.
2. Найти первообразную, используя свойства дифференциала.
3. Найти первообразную, применяя формулу интегрирования по частям.
4. Найти первообразную от рациональной функции.
5. Найти первообразную от иррациональной функции.

#### **Контрольная работа №4**

1. Вычислить определенный интеграл, применяя формулу Ньютона-Лейбница.
2. Исследовать интеграл на сходимость.
3. Вычислить несобственный интеграл, используя определение.
4. Вычислить интеграл, применяя Эйлеровы интегралы.
5. Вычислить интеграл, применяя дифференцирование по параметру.

### Контрольная работа №5

1. Исследовать на сходимость ряд с положительными членами.
2. Исследовать на сходимость знакопеременный ряд.
3. Исследовать на сходимость ряд с произвольными членами.
4. Найти область сходимости степенного ряда.
5. Написать разложение в степенной ряд для данной функции.

### Контрольная работа №6

1. Найти частные производные функции.
2. Найти дифференциал указанного порядка.
3. Исследовать на экстремум функцию многих переменных.
4. Найти условный экстремум.
5. Выполнить замену переменных в дифференциальном уравнении.

### Контрольная работа №7

1. Найти кратный интеграл или величину, выражаемую через интеграл.
2. Найти криволинейный интеграл первого типа или величину, выражаемую через интеграл.
3. Найти криволинейный интеграл второго типа или величину, выражаемую через интеграл.
4. Найти поверхностный интеграл первого типа или величину, выражаемую через интеграл или величину, выражаемую через интеграл.
5. Найти поверхностный интеграл первого типа или величину, выражаемую через интеграл или величину, выражаемую через интеграл.

Текущий контроль осуществляется в ходе учебного процесса и консультирования студентов по результатам выполнения самостоятельных работ. Основными формами текущего контроля являются:

- обсуждение вынесенных в план самостоятельной работы вопросов и задач;
- решение на практических занятиях задач и их обсуждение;
- устный опрос;
- письменные контрольные работы.

Формой промежуточной аттестации в каждом семестре является экзамен. Экзамен проводится в устной форме в виде ответов на вопросы билета и два дополнительных вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации. Билет содержит три вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации.

## 7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС

Таблица 1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	5	0	20	20	0	15	40	100
2	5	0	20	20	0	15	40	100

### Программа оценивания учебной деятельности студента

1, 2 семестры  
Лекции.

Посещаемость, активность; количество баллов – от 0 до 5.

#### **Лабораторные занятия.**

Не предусмотрены

#### **Практические занятия.**

Посещаемость, активность; количество баллов – от 0 до 20.

Критерий оценки:

- при освоении студентом практической части дисциплины на «отлично» – 20 баллов, «хорошо» – 10 баллов, «удовлетворительно» – 5 баллов; «неудовлетворительно» – 0 баллов.

#### **Самостоятельная работа**

Выполнение домашних заданий ; количество баллов – от 0 до 20.

Критерий оценки:

- при полностью правильном и своевременном выполнении студентом домашних заданий – 20 баллов;
- при частично правильном выполнении (правильно выполненных заданий – не менее 70%) – 10 баллов;
- в остальных случаях – 0 баллов.

#### **Автоматизированное тестирование**

Не предусмотрены.

#### **Другие виды учебной деятельности.**

Контрольная работа №1- (1 семестр) -15 баллов

Контрольная работа №2 - (2 семестр) -15 баллов

#### **Промежуточная аттестация.**

Форма промежуточной аттестации – экзамен; количество баллов – от 0 до 40 баллов.

При проведении промежуточной аттестации

ответ на «отлично» оценивается от 31 до 40 баллов;

ответ на «хорошо» оценивается от 21 до 30 баллов;

ответ на «удовлетворительно» оценивается от 11 до 20 баллов;

ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 10 баллов

Экзамен проводится в устной форме в виде ответов на вопросы билета и два дополнительных вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации. Билет содержит три вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации.

Критерий оценки ответа на каждый вопрос при проведении промежуточной аттестации:

- на вопрос дан правильный, полный, развернутый ответ (допускаются незначительные погрешности) – 8 баллов;
- на вопрос дан правильный, но неполный ответ (например, при доказательстве теоремы, изложении метода отсутствуют отдельные логические шаги; допущена ошибка при вычислении; имеются другие неточности) – 5-7 баллов;
- на вопрос дан краткий ответ, содержащий только верно сформулированные факты (допускаются незначительные погрешности) – 3 балла;
- в остальных случаях – 0 баллов.

Максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1,2,3 семестры по дисциплине «Математический анализ» составляет 100 баллов.

#### **Таблица 2. Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Математический анализ» в оценку**

86-100 баллов	«отлично»
70-85 баллов	«хорошо»
50-69 баллов	«удовлетворительно»
0-49 баллов	«не удовлетворительно»

#### **8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Математический анализ».**

***а) Основная литература:***

1. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник : в 2 ч. / Г. М. Фихтенгольц. - 9-е изд., стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2008. **Ч. 1.** - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2008. – 440.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=410](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=410) (электронный ресурс)

2..Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа: учебник : в 2 ч. / Г. М. Фихтенгольц. - 9-е изд., стер. - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2008. **Ч. 2.** - Санкт-Петербург; Москва; Краснодар: Лань, 2008. – 463.

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=411](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=411) (электронный ресурс)

***б) дополнительная литература:***

1. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М., АСТ Астрель, 2007; 2009; 2010 .

2. Рудин У. Основы математического анализа. - СПб., М., Краснодар: Лань, 2004.

3. Гудошникова Е.В. Практические занятия по математическому анализу. Часть 2: Производные и их применение. Учеб. пособие. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2011. – 20 с.

4. Гудошникова Е.В. Практические занятия по математическому анализу. Часть 3: Неопределенные интегралы. Учеб. пособие. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2011. – 21 с.

5. Гудошникова Е.В. Практические занятия по математическому анализу. Часть 4: Определенный интеграл. Учеб. пособие. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2012. – 16 с.

6. Гудошникова Е.В. Кулемина Ю.В. Практические занятия по математическому анализу. Часть 5: Ряды. Учеб. пособие. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2012. – 24с.

7. Гудошникова Е.В. Практические занятия по математическому анализу. Часть 6: Частные производные. Учеб. пособие. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2011. – 24с.

8. Гудошникова Е.В., Браташова М.В. Практические занятия по математическому анализу. Часть 7: Интегрирование функций многих переменных. Учеб. пособие. – Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2011. – 48 с.

**Программное обеспечение и Интернет-ресурсы**

1. <http://lib.mexmat.ru>

2. <http://library.sgu.ru>

### 9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.

Доска, мел. Самостоятельная работа студентов также включает применение ИКТ.

Программа разработана в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.03 «Радиофизика» для всех реализуемых профилей.

Автор доцент кафедры ТФиСА Гудошникова Е.В.



Программа разработана в 2015 году (одобрена на заседании кафедры теории функций и приближений от «16» февраля 2015 года, протокол № 6.

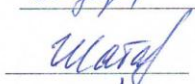
Программа актуализирована в 2016 году (одобрена на заседании кафедры теории функций и стохастического анализа, протокол № 2 от 6 сентября 2016 г.)

Зав. кафедрой ТФиСА



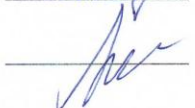
С. П. Сидоров

Декан механико-математического ф-та



А. М. Захаров

Декан физического факультета



В. М. Аникин

*Приложение к рабочей программе*

Перечень программного обеспечения, используемого при обучении студентов  
физического факультета по направлению  
03.03.03 «Радиофизика»  
профиль «Физика и техника электронных средств»

<b>Название программного обеспечения</b>	<b>Версия</b>	<b>Лицензия</b>
ОС Debian	8	<a href="https://www.debian.org/legal/licenses/">https://www.debian.org/legal/licenses/</a>
ОС Debian	9	<a href="https://www.debian.org/legal/licenses/">https://www.debian.org/legal/licenses/</a>
Ubuntu	16.04 Xenial	<a href="http://releases.ubuntu.com/16.04/">http://releases.ubuntu.com/16.04/</a>
Brasero	3.11.4	GNU GPL
GROMACS	4.6.3	GNU LGPL
GNU Image Manipulation Program (GIMP)	2.8.14	GNU GPL
GParted	0.19.0	GNU FDL
Google Chrome	53.0.2785.116	Условия предоставления услуг Google Chrome ( <a href="https://www.google.com/chrome/browser/privacy/eula_text.html">https://www.google.com/chrome/browser/privacy/eula_text.html</a> )
HandBrake	0.10.1	GNU GPL
Inkscape	0.48.5	GNU GPL
LibreOffice	5.2.1.2	Mozilla Public License
Transmission	2.92	GNU GPL
Sublime Text 3	Build 3126	Пользовательское соглашение ( <a href="https://www.sublimetext.com/eula">https://www.sublimetext.com/eula</a> )
Vim	7.4.1829	GNU GPL-совместимая
Xarchiver	0.5.4	GNU



Qt Creator	4.1.0	GNU LGPL
Visual Molecular Dynamics	1.9.2	Пользовательское соглашение <a href="http://www.ks.uiuc.edu/Research/vmd/current/LICENSE.html">http://www.ks.uiuc.edu/Research/vmd/current/LICENSE.html</a>
LAMMPS		GPL
Salome_Meca	2015.2	LGPL
CalculiX	0.2	GNU GPL
Htop	2.0.2	GNU GPL
GParted	3.2	GNU GPL2
PsychoPY	1.83.04	GNU GPL
FreeCAD	0.15	LGPL2+, GNU GPL2+
LibreCAD	1.0.0	GNU GPL2
InkScape	0.91	GNU GPL2
Texmaker	4.4.1	GNU GPL2
DFTB+	1.2	Пользовательское соглашение ( <a href="http://www.dftb-plus.info/download/registration/">http://www.dftb-plus.info/download/registration/</a> )
SMPlayer	16.4.0	GNU GPL2
Midnight Commander	4.8.17	GNU GPL3
CUPS	2.1.0	GNU GPL, GNU LGPL
Meep	1.3	GNU GPL 2+
Cisco Packet Tracer	7.0	Proprietary (бесплатная регистрация)
Maxima	5.37.0	GNU GPL
PartSim		<a href="http://www.partsim.com/">http://www.partsim.com/</a>
Circuit Simulator	version 2.1.4js (pfalstad)	<a href="http://www.falstad.com/">http://www.falstad.com/</a>
Gaussian	G09	Proprietary (лицензия СГУ)