

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»

Механико-математический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебно-методической работе



Д.Филотин проф. Елена Е.Г.

2016г

**Рабочая программа дисциплины**  
**Аналитическая геометрия и линейная алгебра**

**Модуль**  
**Математика**

Направление подготовки  
03.03.03 - Радиофизика

Профиль  
**Все реализуемые профили**

Квалификация (степень) выпускника  
Бакалавр

Форма обучения  
очная

Саратов

2016

## **1. Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» являются:

- развитие профессиональных компетенций в области изучения, анализа и применения современных математических теорий;
- формирование у обучающихся навыков владения современным математическим аппаратом, что позволяет описывать и анализировать широкий класс физических проблем.
- знакомство студентов с основными понятиями и методами линейной алгебры и аналитической геометрии и их приложениями;
- формирование правильного научного подхода к решению различных задач;
- развитие навыков абстрактного логического мышления;
- расширить научный кругозор и научить студентов свободно оперировать современными математическими терминами.
- приобретение навыков самостоятельного решения практических задач.

Курс «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» позволяет студентам овладеть фундаментальными понятиями и методами современной математики, без знания которых невозможна дальнейшая профессиональная подготовка. При освоении данного курса у студентов формируются навыки грамотной постановки научных задач, решения задач с применением математического аппарата, систематизации полученных знаний.

## **2. Место дисциплины в структуре ООП бакалавриата**

Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» входит в Модуль «Математика», который относится к базовой части блока Б1 «Дисциплины (модули)» (Б1.Б.5.2). Преподавание дисциплины модуля осуществляется во 1 семестре

Для изучения дисциплины необходимы знания школьного курса геометрии и алгебры, а также дисциплины из этого модуля «Математический анализ». Дисциплина тесно связана с такими дисциплинами учебного плана как «Механика», «Молекулярная физика», «Методы математической физики», «Векторный и тензорный анализ» и многими другими.

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

- способность к овладению базовыми знаниями в области математики и естественных наук, их использованию в профессиональной деятельности (ОПК-1);

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

**Знать:**

- основные термины и понятия линейной алгебры и аналитической геометрии,
- наиболее важные приложения линейной алгебры и аналитической геометрии в различных областях физических дисциплин.
- основные свойства математических объектов, используемых при решении физических задач,
- аналитические и численные подходы и методы для решения типовых прикладных математических задач, характерных для различных разделов физики и других естественных наук;

**•Уметь:**

- производить основные операции над матрицами,
- вычислять определители,
- исследовать и решать системы линейных уравнений,
- проводить основные операции над векторами в координатах,
- применять формулы для вычисления расстояний, углов, площадей и объемов различных фигур,
- составлять уравнения фигур 1-го и 2-го порядка на плоскости и в пространстве.
- применять системный подход и методы линейной алгебры в решении задач.
- использовать базовые знания аналитической геометрии и линейной алгебры в профессиональной деятельности.

**•Владеть:**

- методами матричной алгебры,
- методами алгебры свободных векторов,
- методами решения систем линейных уравнений,
- координатным методом изучения фигур на плоскости и в пространстве,
- теорией линейных операторов и их матричных представлений,
- навыками самостоятельной работы при освоении разделов дисциплин.

#### **4. Структура и содержание дисциплины**

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 5 зачётные единицы, 180 часов.

| №<br>п/п | Раздел дисциплины   | семестр  | неделя семестра<br>Лекц/пакт. | Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоёмкость в часах |                  |     |           | Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) | Формы промежуточной аттестации (по семестрам) |
|----------|---|----------|-------------------------------|--|------------------|-----|-----------|--|---|
|          |   |          |                               | лекции   | Практик.<br>Зан. | КСР | СРС       |  |   |
| 1        | 2   | 3        | 4                             | 5  | 6                | 7   | 8         | 9  |   |
| 1.       | Раздел 1. Матрицы, определители, системы линейных уравнений | 1        | 1-4                           | 8  | 8                |     | 16        | Опрос, проверка домашнего задания                          |   |
| 2.       | Раздел 2. Векторная алгебра                                 | 1        | 5-7                           | 6  | 6                |     | 12        | Опрос, проверка домашнего задания                          |   |
| 3.       | Раздел 3. Аналитическая геометрия                           | 1        | 8-12                          | 10   | 10               |     | 20        | Опрос, проверка домашнего задания                          |   |
| 4.       | Раздел 4. Линейные пространства и линейные отображения      | 1        | 13-18/<br>13- 17              | 12   | 10               |     | 20        | Опрос, проверка домашнего задания                          |   |
|          | Контрольная работа  |          | -/18                          |  | 2                |     | 4         | Контрольная работа по разделам 1-4                         |   |
|          | Промежуточная аттестация                                    |          |                               |  |                  |     |           | Экзамен  |   |
|          | <b>Итого (180 ч.)</b>                                       | <b>2</b> |                               | <b>36</b>  | <b>36</b>        |     | <b>72</b> | Экзамен (36 ч.)  |   |

### Содержание дисциплины

#### Раздел 1. МАТРИЦЫ, ОПРЕДЕЛИТЕЛИ, СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ

Матрицы и операции над ними: сложение, умножение на скаляр, произведение матриц. Свойства этих операций. Линейная зависимость и независимость матриц.

Определители произвольного порядка и их свойства. Теоремы о разложении определителя по элементам строки (столбца) и следствия из неё. Обратная матрица и её элементы.

Произвольные системы линейных уравнений: совместные и несовместные, определенные и неопределенные. Матричная запись системы. Квадратные системы с невырожденным определителем. Формулы Крамера.

Минор матрицы. Ранг матрицы. Базисный минор. Теорема о базисном миноре. Необходимое и достаточное условие обращения в ноль определителя. Условие нетривиальной совместности однородной квадратной системы линейных уравнений. Теорема Кронекера – Капелли. Пространство решений однородной системы, его размерность и базис. Нормальная фундаментальная система решений. Общее решение.

#### Раздел 2. ВЕКТОРНАЯ АЛГЕБРА

Векторы. Простейшие операции над ними и их свойства. Линейная комбинация и линейная зависимость системы векторов. Признак линейной зависимости. Два признака коллинеарности двух векторов.

Теоремы о разложении векторов. Признак компланарности трёх векторов пространства. Базисы. Координаты векторов. Теорема о координатах линейной комбинации векторов и действия с векторами в координатах. Признак коллинеарности двух и компланарности трех векторов в координатах и линейная зависимость векторов.

Скалярное произведение двух векторов, его свойства и выражение в ортонормированном базисе. Применение скалярного произведения в геометрии и механике.

Направленный угол на плоскости и его мера. Ориентированная плоскость. Формулы для вычисления ортонормированных координат вектора в ориентированной плоскости.

Правые и левые базисы в пространстве. Ориентированное пространство и простейшие свойства его базисов. Векторное произведение двух векторов и смешанное произведение трех векторов в ориентированном пространстве, их свойства, выражение в ортонормированном базисе и применения. Двойное векторное произведение трех векторов.

### Раздел 3. АНАЛИТИЧЕСКАЯ ГЕОМЕТРИЯ

Векторная, аффинная и декартова система координат на плоскости и в пространстве. Формулы преобразования этих координатных систем. Криволинейные системы координат: полярная на плоскости, сферическая и цилиндрическая - в пространстве. Формулы преобразования криволинейных координат в декартовы и обратно.

Основные формулы аналитической геометрии: координаты вектора, определяемого парой точек; расстояние между двумя точками; формулы деления отрезка в заданном отношении; косинус и синус угла между векторами; площадь треугольника; объем параллелепипеда и тетраэдра.

Уравнения и их графики. Параметрические уравнения и их графики. Основные теоремы о графиках. Уравнение фигуры. Общий метод нахождения уравнений фигур. Фигуры в пространстве: цилиндры, фигуры вращения и конусы. Их определение и основные теоремы об уравнениях цилиндров, конусов и фигур вращения. Достаточные признаки цилиндра, фигуры вращения и конуса. Примеры уравнений цилиндров, фигур вращения и конусов. Уравнение окружности и сферы.

Классификация фигур на алгебраические и трансцендентные. Сохранение степени многочлена при невырожденном линейном преобразовании переменных. Порядок алгебраической фигуры. Примеры.

Основная теорема о прямой на плоскости. Различные виды уравнений прямой на плоскости в векторной, аффинной и декартовой системах координат. Основные задачи для прямой.

Основная теорема о плоскости в пространстве. Различные виды уравнений плоскости в векторной, аффинной и декартовой системах координат. Основные задачи для плоскости.

Основная теорема о прямой в пространстве. Различные виды уравнений прямой в пространстве. Основные задачи для прямой в пространстве. Смешанные задачи для прямой и плоскости в пространстве.

Конические сечения: эллипс, гипербола, парабола. Их определение, вывод канонических уравнений и исследование свойств. Эксцентриситет и директрисы эллипса и гиперболы. Сопряженная гипербола, её уравнение. Равносторонняя гипербола и её уравнение относительно асимптот. Директориальное свойство конического сечения. Общее определение конического сечения.

Фигуры второго порядка в пространстве: эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды и конусы второго порядка. Их канонические уравнения и свойства. Понятие о методе

сечений для определения формы фигуры в пространстве и его применение при установлении формы фигур второго порядка.

## Раздел 4. ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И ЛИНЕЙНЫЕ ОТОБРАЖЕНИЯ

Алгебраические группы, кольца и поля.

Линейное пространство, его аксиомы и простейшие следствия из них. Примеры линейных пространств. Арифметическое линейное пространство. Линейная комбинация и линейная зависимость векторов. Базис и координаты. Действия с векторами в координатах. Размерность пространства. Связь понятий «Базис» и «Размерность». Подпространство линейного пространства. Линейная оболочка системы векторов, её свойства и размерность. Новое определение ранга матрицы и его связь с прежним. Преобразование базисов и координат. Пересечение, сумма подпространств и их размерности. Прямая сумма линейных подпространств и прямое произведение пространств.

Линейные отображения (линейные операторы), их определение и простейшие свойства. Образ и ядро линейного оператора. Действия с линейными операторами. Изоморфизм линейных пространств и теорема об изоморфизме. Матрица линейного оператора и его координатная запись. Обратный оператор и его матрица. Теорема о соответствии между линейными операторами и матрицами. Преобразование матрицы линейного оператора при преобразовании базиса линейного пространства. Дефект и ранг линейного оператора и теорема о ранге. Формула связи между рангом, дефектом и размерностью пространства. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

### Темы практических занятий

**Практическое занятие 1.** Операции над матрицами: сложение, умножение матрицы на число, произведение матриц, транспонирование, их свойства.

**Практическое занятие 2.** Определители второго и третьего порядка, их приложения. Методы вычисления определителей высших порядков.

**Практическое занятие 3.** Обратная матрица. Матричные уравнения.

Метод Крамера решения систем линейных уравнений.

**Практическое занятие 4.** Приведение матрицы к упрощенному виду методом элементарных преобразований. Метод Гаусса. Ранг матрицы. Теорема Кронекера – Капелли.

**Практическое занятие 5.** Линейное пространство свободных векторов. Действия с векторами. Базисы. Действия с векторами в координатах.

**Практическое занятие 6.** Скалярное произведение векторов, его свойства и применение.

**Практическое занятие 7.** Векторное произведение. Смешанное произведение.

**Практическое занятие 8.** Основные формулы аналитической геометрии.

**Практическое занятие 9.** Прямая на плоскости. Задачи для прямой.

**Практическое занятие 10.** Плоскость в пространстве. Прямая в пространстве.

**Практическое занятие 11.** Уравнения основных конических сечений в декартовой системе координат на плоскости.

**Практическое занятие 12.** Метод сечений при изучении фигур второго порядка в пространстве. Фигуры вращения, конусы, цилиндры

**Практическое занятие 13.** Примеры линейных пространств. Линейная комбинация и линейная зависимость векторов. Базис и координаты. Действия с векторами в координатах. Размерность пространства. Подпространство линейного пространства. Линейная оболочка системы векторов, ее свойства и размерность

**Практическое занятие 14..**

Линейные отображения. Образ и ядро линейного оператора. Действия с линейными операторами. Изоморфизм линейных пространств.

**Практическое занятие 15.** Матрица линейного оператора. Обратный оператор и его матрица. Дефект и ранг линейного оператора.

**Практическое занятие 16.** Инвариантные подпространства. **Практическое занятие 17.** Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

**Практическое занятие 18.** Контрольная работа № 1.

## 5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины

При реализации различных видов учебной работы (лекции, практические занятия, самостоятельная работа) используются следующие современные образовательные технологии:

- Лекционно – семинарско – зачетная система обучения;
- Информационно – коммуникационные технологии;
- Проектные методы обучения;
- Исследовательские методы в обучении;
- Проблемное обучение.

Реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций, работа над проектами) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

При проведении лекционных и практических занятий предусматривается использование информационных технологий, включающих пакеты программ Classic Worksheet Maple 10, Mathematica 8 и др. Данные программы, в частности, используются для иллюстрации конических сечений, метода сечений при изучении различных фигур в пространстве.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30 % аудиторных занятий.

### Особенности проведения занятий для инвалидов и граждан с ОВЗ

При обучении лиц с ограниченными возможностями используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

-*для слабовидящих:*

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

-*для глухих и слабослышащих:*

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

-*для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих* все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

## **6. Учебно-методическое обеспечение работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Студентам требуется самостоятельно изучить некоторые разделы математики, необходимые для усвоения основного материала. На первой лекции вводятся основные понятия, после чего обширный теоретический материал выносится на самостоятельную подготовку.

В основном в качестве самостоятельной работы студентам предлагается решение задач по различным темам линейной алгебры и аналитической геометрии. Например, после демонстрации на практическом занятии решения системы линейных уравнений по методу Гаусса, студентам предлагается ряд задач по этой теме для самостоятельного решения.

### **Темы самостоятельных работ.**

1. Операции на множестве однотипных матриц.
2. Группы перестановок. Определение четности перестановок.
3. Вычисление определителей различными методами.
4. Вычисление обратных матриц различными методами. Решение матричных уравнений.
5. Исследование и решение систем линейных уравнений.
6. Вычисление ранга матриц.
7. Отношение эквивалентности. Примеры.
8. Вычисление сумм и разностей векторов построением. Применение векторной алгебры к решению задач элементарной геометрии.
9. Разложение векторов по базису. Переход к новому базису на плоскости и в пространстве.
10. Вычисление и применение скалярного произведения векторов.
11. Векторное и смешанное произведение в геометрических задачах.
12. Подготовка к контрольной работе.
13. Составление уравнений прямой на плоскости. Точка и прямая.
14. Задачи для прямой и плоскости в пространстве.
15. Эллипс. Его каноническое уравнение. Параметрическое уравнение эллипса.
16. Гипербола. Составление канонического уравнения гиперболы по различным параметрам. Парабола.
17. Составление уравнений конусов, цилиндров, фигур вращения.
18. Различные виды криволинейных систем координат в плоскости и пространстве.

### **Примерные варианты задач для контрольной работы**

1. Вычислить

$$3 \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix} + 2 \begin{pmatrix} 1 & 5 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

2. Проверить совместность и решить систему:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 4$$

$$3x_1 + 6x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5$$

$$x_1 + 2x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 11$$

$$2x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6$$

3. Решить матричное уравнение:  $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ .

4. Решить систему методом Крамера:

$$2x - y - 6z + 3t + 1 = 0$$

$$7x - 4y - 2z + 15t + 32 = 0$$

$$x - 2y - 4z + 9t - 5 = 0$$

$$x - y + 2z - 6t + 8 = 0$$

5. Найти методом элементарных преобразований:  $\text{rank} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 1 \\ 3 & 6 & 5 & -4 & 3 \\ 1 & 2 & 7 & -4 & 1 \\ 2 & 4 & 2 & -3 & 3 \end{pmatrix}$

6. Проверить, что векторы  $\bar{a}(4, -1, 1)$ ,  $\bar{b}(1, 8, -5)$ ,  $\bar{c}(-1, 1, 1)$  образуют базис в пространстве.

7. Векторы  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$  образуют угол  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ . Зная, что  $|\bar{a}| = 3$ ,  $|\bar{b}| = 4$ , вычислить:

$$(\bar{a} + \bar{b})^2;$$

8. Даны векторы  $\bar{u}(1, 0, -4)$ ,  $\bar{v}(-1, 2, -3)$ ,  $\bar{w}(-3, 6, 1)$ . Найти: 1)  $\bar{u}\bar{v}\bar{w}$ , 2)  $[\bar{u}[\bar{v}, \bar{w}]]$ .

9. На векторах  $\overrightarrow{AB}(-3, 2, -2)$ ,  $\overrightarrow{AC}(1, 4, 0)$ ,  $\overrightarrow{AD}(3, -5, 4)$  построен тетраэдр найти: площадь грани ABC, объём тетраэдра ABCD.

10. На плоскости относительно декартовой системы координат даны координаты трех точек:  $A(3; 1)$ ,  $B(6; 4)$ ,  $C(3; 7)$ .

11. Найти: координаты вектора  $\overrightarrow{CA}$ ; длину отрезка AB; площадь треугольника ABC; угол B.

12. В пространстве относительно декартовой системы координат даны координаты четырех точек:  $A(0; 3; 3)$ ,  $B(-3; 5; 1)$ ,  $C(6; 7; 3)$ ,  $D(3; -2; -1)$ . Найти объем тетраэдра ABCD.

13. Относительно декартовой системы координат даны координаты вершин треугольника:  $A(5; 7)$ ,  $B(-3; 1)$ ,  $C(0; -3)$ . Составить уравнения: стороны AB;

медианы, проведенной из вершины С; высоты, опущенной из вершины А на сторону ВС.

14. Относительно декартовой системы координат даны координаты четырех точек:  $A(2;3;-2)$ ,  $B(-1;5;1)$ ,  $C(8;7;3)$ ;  $D(5;-2;-1)$ . Составить уравнения плоскостей:  $\pi_1$ , проходящей через точки А,В,Д,  $\pi_2$ , проходящей через точки А,С,Д. Найти: отрезки, отсекаемые плоскостью  $\pi_1$  на осях координат; косинус угла между плоскостями  $\pi_1$  и  $\pi_2$ ; каноническое уравнение прямой  $\ell_1$ , проходящей через точку А параллельно вектору  $\overrightarrow{BC}$ ; каноническое уравнение прямой  $\ell_2$ , проходящей через начало координат О и точку А; косинус угла между прямыми  $\ell_1$  и  $\ell_2$ .

### Вопросы для текущего контроля знаний

1. Назовите операции над матрицами и их свойства
2. Сформулируйте признак линейной зависимости.
3. Определители и их свойства.
4. Обратная матрица.
5. Ранг матрицы, его свойства и его вычисление.
6. Сформулируйте теорему Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.
7. Сформулируйте теорему Крамера о решении системы линейных уравнений.
8. Какие векторы называются связанными, какие свободными.
9. Координаты вектора относительно базиса.
10. Какие признаки коллинеарности и компланарности векторов вы знаете?
11. Скалярное произведение векторов, его свойства и приложения.
12. Выражение скалярного произведения в произвольных координатах.
13. Векторное и смешанное произведения векторов. Их свойства и выражения в координатах.
14. Аффинные, декартовы, полярные системы координат на плоскости.
15. Алгебраические фигуры и их порядок.
16. Основная теорема о прямой на плоскости.
17. Специальные виды уравнений прямой на плоскости.
18. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
19. Расстояние от точки до прямой.
20. Основная теорема о плоскости в пространстве.
21. Специальные уравнения плоскости.
22. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.
23. Расстояние от точки до плоскости.
24. Общие и канонические уравнения прямой в пространстве.
25. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
26. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
27. Эллипс, гипербола, парабола.
28. Сформулируйте теоремы об уравнениях цилиндра и фигуры вращения.
29. Сформулируйте достаточные признаки цилиндра, конуса и фигуры вращения.
30. Какие фигуры 2-го порядка в пространстве вы знаете?.
31. Алгебраические группы, кольца и поля.
32. Линейное пространство, Примеры линейных пространств.
33. Арифметическое линейное пространство.
34. Дайте определение линейной комбинации и линейной зависимость векторов.
35. Базис и координаты. Действия с векторами в координатах.
36. Размерность пространства. Связь понятий «Базис» и «Размерность».
37. Подпространство линейного пространства.

38. Линейная оболочка системы векторов, её свойства и размерность.
39. Новое определение ранга матрицы и его связь с прежним.
40. Пересечение, сумма подпространств и их размерности.
41. Прямая сумма линейных подпространств и прямое произведение пространств.
42. Линейные отображения (линейные операторы), их определение и простейшие свойства.
43. Образ и ядро линейного оператора.
44. Действия с линейными операторами.
45. Изоморфизм линейных пространств и теорема об изоморфизме.
46. Матрица линейного оператора.
47. Обратный оператор и его матрица.
48. Сформулируйте теорему о соответствии между линейными операторами и матрицами.
49. Дефект и ранг линейного оператора и теорема о ранге.
50. Инвариантные подпространства.
51. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

### **Вопросы для промежуточной аттестации**

1. Операции сложения и умножения матриц, их свойства.
2. Линейная комбинация матриц. Линейная зависимость. Признак линейной зависимости.
3. Определители и их свойства.
4. Разложение определителей по строке (столбцу). Вычисление определителей.
5. Обратная матрица, её вычисление.
6. Ранг матрицы, его свойства и его вычисление.
7. Теорема Кронекера-Капелли о совместности системы линейных уравнений.
8. Теорема Крамера о решении системы линейных уравнений.
9. Связные и свободные векторы.
10. Координаты вектора относительно базиса.
11. Признаки коллинеарности и компланарности векторов.
12. Скалярное произведение векторов, его свойства и приложения.
13. Выражение скалярного произведения в произвольных координатах.
14. Ориентированное пространство. Векторное и смешанное произведения векторов. Их свойства и выражения в координатах. Приложения.
15. Аффинные, декартовы, полярные системы координат на плоскости. Их преобразования.
16. Аналитические задания фигур. Основные теоремы об уравнениях фигур. Параметрические уравнения.
17. Алгебраические фигуры и их порядок.
18. Основная теорема о прямой на плоскости.
19. Специальные виды уравнений прямой на плоскости.
20. Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
21. Расстояние от точки до прямой.
22. Основная теорема о плоскости в пространстве.
23. Специальные уравнения плоскости.
24. Взаимное расположение двух плоскостей в пространстве.
25. Расстояние от точки до плоскости.
26. Общие и канонические уравнения прямой в пространстве.
27. Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
28. Расстояние от точки до прямой в пространстве.
29. Эллипс, гипербола, парабола. Их канонические уравнения. Директориальные свойства этих фигур.

30. Теоремы об уравнениях цилиндра и фигуры вращения.  
 31. Достаточные признаки цилиндра, конуса и фигуры вращения.  
 32. Фигуры 2-го порядка в пространстве. Их канонические уравнения.  
 33. Прямолинейные образующие однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида.  
 34. Алгебраические группы, кольца и поля.  
 35. Линейное пространство, его аксиомы и простейшие следствия из них.  
 36. Примеры линейных пространств.  
 37. Арифметическое линейное пространство.  
 38. Линейная комбинация и линейная зависимость векторов.  
 39. Базис и координаты. Действия с векторами в координатах.  
 40. Размерность пространства. Связь понятий «Базис» и «Размерность».  
 41. Подпространство линейного пространства.  
 42. Линейная оболочка системы векторов, её свойства и размерность.  
 43. Новое определение ранга матрицы и его связь с прежним.  
 44. Преобразование базисов и координат.  
 45. Пересечение, сумма подпространств и их размерности.  
 46. Прямая сумма линейных подпространств и прямое произведение пространств.  
 47. Линейные отображения (линейные операторы), их определение и простейшие свойства.  
 48. Образ и ядро линейного оператора.  
 49. Действия с линейными операторами.  
 50. Изоморфизм линейных пространств и теорема об изоморфизме.  
 51. Матрица линейного оператора и его координатная запись.  
 52. Обратный оператор и его матрица.  
 53. Теорема о соответствии между линейными операторами и матрицами.  
 54. Преобразование матрицы линейного оператора при преобразовании базиса линейного пространства.  
 55. Дефект и ранг линейного оператора и теорема о ранге.  
 56. Формула связи между рангом, дефектом и размерностью пространства.  
 57. Инвариантные подпространства.  
 58. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.

## **7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС**

Таблица 1. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

| 1       | 2      | 3                    | 4                    | 5                      | 6                               | 7                                | 8                        | 9     |
|---------|--------|----------------------|----------------------|------------------------|---------------------------------|----------------------------------|--------------------------|-------|
| Семестр | Лекции | Лабораторные занятия | Практические занятия | Самостоятельная работа | Автоматизированное тестирование | Другие виды учебной деятельности | Промежуточная аттестация | Итого |
| 1       | 10     | 0                    | 25                   | 25                     | 0                               | 0                                | 40                       | 100   |

### **Программа оценивания учебной деятельности студента**

**1 семестр**

**Лекции**

*Посещаемость, активность, умение выделить главную мысль и др. (от 0 до 10 баллов)*

**Критерии оценки:**

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 3 баллов;
- от 51% до 75% – 6 баллов;
- от 76% до 100% – 10 баллов.

Лабораторные занятия

*Не предусмотрены*

Практические занятия

*Самостоятельность при выполнении работы, активность работы в аудитории, правильность выполнения заданий, уровень подготовки к занятиям и т.д. (от 0 до 25 баллов)*

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 10 баллов;
- от 51% до 75% – 17 баллов;
- от 76% до 100% – 25 баллов.

Самостоятельная работа

*Качество и количество выполненных домашних работ, правильность выполнения и т.д. (от 0 до 25 баллов)*

Критерии оценки:

- менее 25% – 0 баллов;
- от 25% до 50% – 10 баллов;
- от 51% до 75% – 17 баллов;
- от 76% до 100% – 25 баллов.

Автоматизированное тестирование

*Не предусмотрено.*

Другие виды учебной деятельности

*Не предусмотрено*

Промежуточная аттестация

Формой промежуточной аттестации в 1 семестре является экзамен, который проводится в виде ответа на экзаменационный билет, состоящий из двух вопросов. Задаются еще два – три дополнительных вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации. На прохождение аттестации студенту отводится 30 минут

.При проведении промежуточной аттестации

*ответ на «отлично» оценивается от 31 до 40 баллов;*

*ответ на «хорошо» оценивается от 21 до 30 баллов;*

*ответ на «удовлетворительно» оценивается от 11 до 20 баллов;*

*ответ на «неудовлетворительно» оценивается от 0 до 10 баллов.*

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за 1 семестр по дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» составляет 100 баллов.

**Таблица 2.2.** Таблица пересчета полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» в оценку (экзамен):

|                 |                       |
|-----------------|-----------------------|
| менее 55 баллов | «неудовлетворительно» |
| 56 – 70 баллов  | «удовлетворительно»   |
| 71 – 84 баллов  | «хорошо»              |
| 85 – 100 баллов | «отлично»             |

## 8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### a) основная литература:

1. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. 12-е изд. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008, – 307 с. 846272–846295 (24 экз.) Учеб. отд. ЗНБ СГУ. ✓
2. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Текст] : учеб. пособие / Л. А. Беклемишиева [и др.] ; под ред. Д. В. Беклемишиева. - 3-е изд., испр. - Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2008. - 494, [2] с. - (Учебники для вузов. Специальная литература) ✓
3. Александров, П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Текст] : учебник / П. С. Александров. - Москва : Лань, 2009. - 512 с. - (Классическая учебная литература по математике). - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=493](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=493) ✓

### b) дополнительная литература:

1. В. А. Ильин, Г. Д. Ким. Линейная алгебра и аналитическая геометрия.- 3-е изд., перераб. и доп. - М. : Проспект, 2007. – 392с. ✓
2. О. Н. Цубербильлер. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. - 31-е изд., стер. - СПб. ; М. ; Краснодар : Лань, 2003. - 336 с. ✓
3. В. Б. Поплавский. Линейная алгебра и геометрия: лекции, Ч. 1. - Саратов : Сигма-плюс, 2001. – 109с. ✓
4. В. Б. Поплавский. Линейная алгебра и геометрия: лекции, Ч. 2. - Саратов : Сигма-плюс, 2002. – 104с. ✓
5. И.В. Прокуряков. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособ. для студентов физ.-мат. спец. вузов /. - 8-е изд. - М. ; СПб. : Физматлит, 2001. – 382 с. ✓
6. П. С. Александров. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука, 1979. ✓
7. Н.В. Ефимов, Э.Р. Розендорн. Линейная алгебра и многомерная геометрия. М.: Наука, 1970. ✓
8. Н.И. Кабанов. Основы линейной алгебры. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1995. ✓
9. А.И. Кострикин, Ю.И. Манин. Линейная алгебра и геометрия. М.: Наука, 1986. ✓
10. П. С. Моденов. Аналитическая геометрия. Изд-во МГУ, 1969. ✓
11. Ю. Е. Пензов. Аналитическая геометрия. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1972. ✓
12. М.М. Постников. Линейная алгебра. М.: Наука, 1986.✓
13. М.М. Постников. Аналитическая геометрия М.: Наука, 1973.✓
14. П. С. Моденов, А. С. Пархоменко. Сборник задач по аналитической геометрии. М.: Наука, 1976. ✓
15. Сборник задач по векторной алгебре. Под ред. Ю.Е. Пензова и Н.Ф. Ржехиной. Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 1974. ✓



*в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы*

1. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Л. А. Беклемишева [и др.]. - Москва: Лань, 2008. - 496 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=76](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=76)
2. Шершнев, Владимир Григорьевич. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии [Текст] : Учебно-методическое пособие / Владимир Григорьевич Шершнев. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2012. - 168 с. <http://znanium.com/go.php?id=318084>
3. Рудык, Борис Михайлович. Линейная алгебра [Текст] : Учебное пособие / Борис Михайлович Рудык. - Москва: ООО "Научно-издательский центр ИНФРА-М", 2013. - 318с. <http://znanium.com/go.php?id=363158>

## **9. Материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)**

Лекционные и практические занятия проводятся в аудиториях на 25-50 посадочных мест. В отведенных для занятий аудиториях имеются учебные доски (большого размера) для визуализации информации.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению 03.03.03 «Радиофизика».

Автор  
профессор кафедры геометрии

ПОПЛАВСКИЙ В.Б.

Программа разработана в 2014 г. (одобрена на заседании кафедры геометрии, протокол № 4 от 15 октября 2014 г.),

Программа актуализирована в 2016 г. (одобрена на заседании кафедры геометрии, протокол № 1 от 31 августа 2016 г.)

Подписи:

Зав. кафедрой геометрии  
профессор

В.В.Розен

Декан механико-математического  
факультета

А.М.Захаров

Декан физического факультета

В.М.Аникин