

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Саратовский национальный исследовательский
государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

механико-математический факультет



Рабочая программа дисциплины

***Мартингалы и их применение в стохастической финансовой
математике***

Направление подготовки магистратуры
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки
***Математическое и информационное обеспечение
экономической деятельности***

Квалификация (степень) выпускника
Магистр

Форма обучения
очная

Саратов
2016

1. Цели освоения дисциплины

Изучение современной стохастической финансовой математики невозможно без хорошего знания теории мартингалов. Именно мартингальный подход оказался наиболее плодотворно используемым в последних достижениях финансовой математики.

Целями изучения дисциплины «Мартингалы и их применение в стохастической финансовой математике» состоит в изучении теории мартингалов, овладении методами теории случайных процессов и теории функций, используемых в теории мартингалов и ознакомлении с одним из приложений дискретных мартингалов в финансах – формулой Кокса-Росса-Рубинштейна, изучение основ теории мартингалов и основных приемов их использования.

2. Место дисциплины в структуре ООП магистратуры

Дисциплина «Мартингалы и их применение в стохастической финансовой математике» является факультативной дисциплиной ООП профиля «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности» направления подготовки магистров 01.04.02 «Прикладная математика и информатика».

Для освоения дисциплины «Мартингалы и их применение в стохастической финансовой математике» необходимы знания, умения и навыки, полученные при изучении таких дисциплин как «Теория оптимизация», «Аппроксимация и оптимизация», «Финансовый анализ».

Освоение курса «Мартингалы и их применение в стохастической финансовой математике» необходимо как предшествующее для практик: «Производственная практика», «Преддипломная практика».

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины «Мартингалы и их применение в стохастической финансовой математике» у обучающегося частично формируются следующие компетенции:

- Способностью использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики (ОПК-4);
- способностью разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач. (ПК-2).

В результате освоения дисциплины «Мартингалы и их применение в стохастической финансовой математике» обучающийся должен:

•знать: основы теории мартингалов, овладении методами теории случайных процессов и теории функций, используемых в теории

мартингалов и ознакомлении с одним из приложений дискретных мартингалов в финансах – формулой Кокса-Росса-Рубинштейна, изучение основ теории мартингалов и основных приемов их использования.

•уметь: действовать в нестандартных ситуациях, анализировать рисковую ситуацию; проводить углубленный анализ проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности.

•владеть: способностью углубленного анализа проблем, постановки и обоснования задач научной и проектно-технологической деятельности.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов, в том числе: аудиторных – 58 часов, самостоятельной работы студента – 50 часов.

Дисциплина преподается в 1-м семестре.

Формы текущего контроля успеваемости: решение задач, устный блиц-опрос, контрольная работа.

Формы промежуточной аттестации: зачет в 1-м семестре.

№ п/п	Раздел дисциплины	С е м е с т р	Неделя семестра	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Формы промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лекции	Практическая работа	Самостоятельная работа	КСР	
1.	«Случайные блуждения»	1	1-2	2	4	10		опрос, проверка домашнего задания
2.	«Дискретные мартингалы»	1	3-4	4	8	10		опрос, проверка домашнего задания
3.	«Броуновское движение»	1	5-8	4	8	10		опрос, проверка домашнего задания, контрольная работа №1
4.	«Непрерывность мартингала»	1	9-12	4	8	10		опрос, проверка домашнего задания; контрольная работа № 1
5.	«Формула Кокса-Росса-Рубинштейна»	1	13-14	4	8	10		опрос, проверка домашнего задания контрольная работа №2.
	Всего	1	18	18	36	50	4	Зачет

Содержание дисциплины

1.Случайные блуждения.

Определение. Метод анализа первого шага. Время останов и его математическое

Вероятность неразорения. Честная и нечестная игра.

2.Дискретные мартингалы.

Определение. Мартингальное преобразование. Использование мартингалов в случайных

Неравенства Дуба. Сходимость мартингалов.

3.Броуновское движение.

Определение. Построение броуновского движения. Время останова. Вероятность неразорения. Троектория броуновского движения, их гладкостные свойства.

4.Непрерывность мартингала.

Определение. Использование в броуновском движении. Равномерная интегрируемость. Неравенства Дуба. Принципы отражения. Случайные блуждания в броуновском движении.

5.Фрмула Кокса-Росса-Рубинштейна.

Общие принципы применения случайных процессов в теории рынка ценных бумаг. Вывод

формулы Кокса-Росса-Рубинштейна

5. Образовательные технологии, применяемые при освоении дисциплины (модуля)

Лекции, практические занятия, разбор конкретных ситуаций, обсуждение возможностей практического применения получаемых знаний и навыков, мозговой штурм, технология модерирования.

Реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий (компьютерные симуляции, разбор конкретных ситуаций, работа над проектами) в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Эффективность применения интерактивных форм обучения обеспечивается реализацией следующих условий:

- создание диалогического пространства в организации учебного процесса;
- использование принципов социально – психологического обучения в учебной и внеучебной деятельности;
- мониторинг личностных особенностей и профессиональной направленности студентов;

- формирование психологической готовности преподавателей к использованию интерактивных форм обучения, направленных на развитие внутренней активности студентов;

Использование интерактивных форм и методов обучения направлено на достижение ряда важнейших образовательных целей:

- стимулирование мотивации и интереса в области анализа сложных систем и обработки данных и в общеобразовательном, общекультурном и профессиональном плане;

- повышение уровня активности и самостоятельности обучаемых;

- развитие навыков анализа, критичности мышления, взаимодействия, коммуникации;

- саморазвитие и развитие обучаемых благодаря активизации мыслительной деятельности и диалогическому взаимодействию с преподавателем и другими участниками образовательного процесса.

В рамках учебного курса предусмотрены встречи с представителями научных организаций и представителями различных научных школ.

Удельный вес занятий, проводимых в интерактивных формах, определяется главной целью (миссией) программы, особенностью контингента обучающихся и содержанием конкретных дисциплин, и в целом в учебном процессе они должны составлять не менее 30 % аудиторных занятий

Особенности проведения занятий для граждан с ОВЗ

При обучении лиц с ограниченными возможностями используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья предусмотрены следующие формы организации учебного процесса и контроля знаний:

-для слабовидящих:

обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

для выполнения контрольных заданий при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

задания для выполнения, а также инструкция о порядке выполнения

контрольных заданий оформляются увеличенным шрифтом (размер 16-20);

- для глухих и слабослышащих:

обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости студентам предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- для лиц с тяжелыми нарушениями речи, глухих, слабослышащих все контрольные задания по желанию студентов могут проводиться в письменной форме.

Основной формой организации учебного процесса является интегрированное обучение инвалидов, т.е. все студенты обучаются в смешанных группах, имеют возможность постоянно общаться со сверстниками, легче адаптируются в социуме.

При обучении лиц с ограниченными возможностями используются подходы, способствующие созданию безбарьерной образовательной среды: технологии дифференциации и индивидуализации обучения, применение соответствующих методик по работе с инвалидами, использование средств дистанционного общения.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

При изучении дисциплины «Мартингалы и их применение в стохастической финансовой математике» предусмотрены следующие виды самостоятельной работы обучающихся:

- разбор теоретического материала по конспектам лекций и пособиям;
- самостоятельное изучение указанных теоретических вопросов, в частности, самостоятельное доказательство теорем (если уже известны аналогичные доказательства других теорем);
- решение задач по темам практических занятий;
- выполнение и проверка домашних заданий;
- подготовка к контрольным работам;
- подготовка зачету.

К основным учебно-методическим средствам обеспечения самостоятельной работы студентов относятся ресурсы научной библиотеки СГУ, электронные учебно-методические пособия, представленные на сайте СГУ и другие.

Вопросы для самоконтроля знаний при подготовке студентов к занятиям, самостоятельному изучению курса, к промежуточной аттестации)

1. Случайные блуждения.
2. Определение.
3. Метод анализа первого шага.
4. Время останов и его математическое
5. Вероятность неразорения.
6. Честная и нечестная игра.
7. Дискретные мартингалы.
8. Определение.
9. Мартингальное преобразование.
10. Использование мартингалов в случайных
11. Неравенства Дуба.
12. Сходимость мартингалов.
13. Броуновское движение.
14. Определение.
15. Построение броуновского движения.
16. Время останова.
17. Вероятность неразорения.
18. Троектория броуновского движения, их гладкостные свойства.
19. Непрерывность мартингала.
20. Определение.
21. Использование в броуновском движении.
22. Равномерная интегрируемость.
23. Неравенства Дуба.
24. Принципы отражения.
25. Случайные блуждания в броуновском движении.
26. Фрмула Кокса-Росса-Рубинштейна.
27. Общие принципы применения случайных процессов в теории рынка ценных бумаг.
28. Вывод формулы Кокса-Росса-Рубинштейна.

Примеры контрольных заданий для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

Контрольная работа № 1

1. Ссуда выдана на 4 года с обязательством выплатить на 30% больше (т.е. под 7,5 простых ежегодных процентов). Найти эквивалентную ставку сложных годовых процентов.
2. На какую годовую ставку процентов нужно заменить минимальную ставку годовых сложных процентов $i=12\%$, если начислять сложные годовые проценты ежеквартально по 3%?
3. Найти доходность «циклического» инвестиционного проекта. Длина цикла – 9, сумма ежегодной прибыли – 10000 д.е., суммарная прибыль за цикл – 29000.
4. Иногда операции с иностранной валютой могут быть очень доходными. Пусть за ноябрь 1998 г. Курс доллара возрос с 15 р. До 17 р. Банк вначале месяца купил доллары за рубли, а в конце месяца продал доллары, получив рубли. Найдите доходность этой операции в процентах годовых. Если инфляция за этот месяц была 85%, то какова реальная доходность операции?

Контрольная работа № 2

1. Найдите курс бескупонной облигации с выплатой процентов при погашении за 5 лет до погашения при $I = 6\%$, если облигация выпущена на 10 лет и $q=8\%$. Вычислите доходность такой облигации, если ее курс равен 100.
2. Найдите цену вечной облигации с квартальными дивидендами 100, при годовой ставке $i=8\%$.
3. Вычислите доходность операции учета векселя по ставке $i=30\%$ за 2 месяца до его выплаты (временная годовая база равна 360 дней – месяц равен 30 дням). При выполнении операции учета с владельца векселя удержаны комиссионные в размере 0,5 % от достоинства векселя.
4. Какова доходность ГКО (номинал 100000, вексель на три месяца) в процентах годовых и к погашению, если в данный тираж был размещен по цене 78% от номинала (цены погашения)?

Текущий контроль осуществляется в ходе учебного процесса и консультирования студентов, его основными формами являются:

- обсуждение вынесенных в план самостоятельной работы вопросов и задач;
- решение на практических занятиях задач и их обсуждение;
- выполнение контрольных работ и обсуждение результатов;
- участие в дискуссии по проблемным темам дисциплины и оценка качества анализа проведённой аналитической и исследовательской работы.

Формой промежуточной аттестации в каждом семестре является зачет. Зачет проводится в устной форме в виде ответов на вопросы билета и два дополнительных вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации.

Вопросы к зачету

1. Случайные блуждения.
 2. Определение.
 3. Метод анализа первого шага.
 4. Время останов и его математическое
 5. Вероятность неразорения.
 6. Честная и нечестная игра.
 7. Дискретные мартингалы.
 8. Определение.
 9. Мартингальное преобразование.
 10. Использование мартингалов в случайных
 11. Неравенства Дуба.
 12. Сходимость мартингалов.
 13. Броуновское движение.
 14. Определение.
 15. Построение броуновского движения.
 16. Время останова.
 17. Вероятность неразорения.
 - 18.Троектория броуновского движения, их гладкостные свойства.
 19. Непрерывность мартингала.
 20. Определение.
 21. Использование в броуновском движении.
 22. Равномерная интегрируемость.
 - 23Неравенства Дуба.
- Принципы отражения.
Случайные блуждания в броуновском движении.
Фрмула Кокса-Росса-Рубинштейна.
Общие принципы применения случайных процессов в теории рынка ценных бумаг.
Вывод формулы Кокса-Росса-Рубинштейна

7. Данные для учета успеваемости студентов в БАРС.

Баллы по соответствующим видам учебной деятельности заносятся в столбцы 2–7, для результатов промежуточной аттестации предусмотрен столбец 8.

Таблица 2. Таблица максимальных баллов по видам учебной деятельности.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
---	---	---	---	---	---	---	---	---

Семестр	Лекции	Лабораторные занятия	Практические занятия	Самостоятельная работа	Автоматизированное тестирование	Другие виды учебной деятельности	Промежуточная аттестация	Итого
1	5	0	15	10	0	30	40	100

Программа оценивания учебной деятельности студента

1 семестр

Лекции

Посещаемость, активность; количество баллов – от 0 до 5.

Критерии оценки:

- не более 50% от числа занятий в семестре – 0 баллов,
- от 51% до 80% – 3 балла;
- не менее 81% занятий – 5 баллов.

Лабораторные занятия

Не предусмотрены.

Практические занятия

Посещаемость, активность; количество баллов – от 0 до 15.

Критерий оценки:

при освоении студентом практической части дисциплины на «отлично» – 15 баллов, «хорошо» – 10 баллов, «удовлетворительно» – 5 баллов; «неудовлетворительно» – 0 баллов.

Самостоятельная работа

Выполнение домашних заданий ; количество баллов – от 0 до 10.

Критерий оценки:

- при полностью правильном и своевременном выполнении студентом домашних заданий – 10 баллов;
- при частично правильном выполнении (правильно выполненных заданий – не менее 70%) – 5 баллов;
- в остальных случаях – 0 баллов.

Автоматизированное тестирование

Не предусмотрены.

Другие виды учебной деятельности

Контрольная работа; количество баллов – от 0 до 30.

В 1-м семестре: контрольная работа № 1 – от 0 до 15 баллов; контрольная работа № 2 – от 0 до 15 баллов.

Критерий оценки:

- при полностью правильном и своевременном выполнении студентом заданий контрольной работы – 15 баллов;
- при частично правильном выполнении (правильно выполненных заданий – не менее 70%) – 10 баллов;

- в остальных случаях – 0 баллов.

Промежуточная аттестация

Форма промежуточной аттестации – зачет; количество баллов – от 0 до 40 баллов.

Зачет проводится в устной форме в виде ответов на вопросы билета и два дополнительных вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации. Билет содержит три вопроса из перечня вопросов к промежуточной аттестации.

Критерий оценки ответа на каждый вопрос при проведении промежуточной аттестации:

- на вопрос дан правильный, полный, развернутый ответ (допускаются незначительные погрешности) – 8 баллов;
- на вопрос дан правильный, но неполный ответ (например, при доказательстве теоремы, изложении метода отсутствуют отдельные логические шаги; допущена ошибка при вычислении; имеются другие неточности) – 6-7 баллов;
- на вопрос дан краткий ответ, содержащий только верно сформулированные факты (допускаются незначительные погрешности) – 5 баллов;
- в остальных случаях – 0 баллов.

Максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за первый семестр по дисциплине «Мартингалы и их применение в стохастической математике» составляет 100 баллов.

Таблица 3. Таблица пересчета полученной студентом итоговой суммы баллов по дисциплине «Мартингалы и их применение в стохастической математике» в зачет.

Итоговая сумма баллов	Оценка по дисциплине
0 – 49	незачтено
50 – 100	зачтено

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература:

- 1) Люу Ю.-Д. Методы и алгоритмы финансовой математики / Ю.-Д. Люу; пер. с англ. Жуленёва. – М.: Бином, 2007.

- 2) Афанасьев В.Н. Эконометрика / В.Н. Афанасьев, М.М.Юзбашев, Т.И. Гуляева. – М.: Финансы и статистика, 2006.
- 3) Новиков, А. И. Эконометрика [Электронный ресурс] : учебное пособие / Новиков А. И. - Москва : Дашков и К, 2013. - 224 с. - ISBN 978-5-394-01683-7 Книга находится в базовой версии ЭБС IPRbooks
- 4) Леванова, Лидия Николаевна. Эконометрика [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / Л. Н. Леванова ; сост. Л. Н. Леванова ; Сарат. гос. ун-т им. Н. Г. Чернышевского, Каф. менеджмента и маркетинга. - Саратов : ИЦ «Наука», 2007. - 68 с. : рис., табл. - [Учебно-методическое пособие по курсу "Эконометрика"] . - Библиогр.: с. 68 (17 назв.). - ISBN [Б. и.] : Б. ц.

б) дополнительная литература:

- 1) Бочаров П.П. Финансовая математика / П.П. Бочаров, Ю.Ф. Касимов. –М.: Физматлит, 2005.
- 2) Данилов Н.Н. Курс математической экономики / Н.Н. Данилов. – М.:Высш.шк., 2006.
- 3) Фалин Г.И. Актуарная математика в задачах / Г.И. Фалин, А.И. Фалин. – М.: Физматлит, 2003.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. <http://lib.mexmat.ru>

9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.

Освоение данной дисциплины не требует специальных средств.

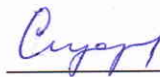
Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки магистратуры 01.04.02 «Прикладная математика и информатика» и профилю «Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности».

Автор: профессор кафедры ТФиСА П.А. Терехин.

Программа разработана в 2014 году (одобрена на заседании кафедры теории функций и приближений от 29 августа 2014 года, протокол № 1).

Программа актуализирована в 2016 году на заседании кафедры теории функций и стохастического анализа, протокол № 2 от 6 сентября 2016 г.

Зав. кафедрой ТФиСА



С. П. Сидоров

Декан механико-математического ф-та



А. М. Захаров