Профессионально-
методическая подготовка
учителя в условиях
университетского
образования

УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК:
проблемы, поиски, находки

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

САРАТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО

УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК:
проблемы, поиски, находки

Сборник научных трудов

Выпуск 8

САРАТОВ: ИЦ «НАУКА»
2010

УДК 51(072.8)
ББК 22.1 Р
У 92

Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: Сборник научных трудов: Выпуск 8. – Саратов: ИЦ «Наука», 2010. – 72 с.

ISBN 978-5-9999-0366-2

Составители: кандидат пед. наук, доцент *Т.А. Капитонова*,
кандидат физ.-мат. наук, доцент *Л.Н. Ромакина*,
ст. преподаватель кафедры математики и методики ее преподавания СГУ *С.В. Лебедева*

Рецензент: доктор пед. наук, профессор *В.И. Игошин*

Серийное оформление *С.В. Лебедевой*

Сборник результатов научно-методических исследований в области математики, педагогики, психологии и методики обучения посвящен 80-летию профессора Рязанского государственного университета им. С.А.Есенина Киотиной Г.В. и адресован работникам образования, в том числе, преподавателям общеобразовательных и профессиональных учебных заведений, учреждений дополнительного образования, аспирантам и студентам педагогических специальностей.

ISBN 978-5-9999-0366-2

УДК 51(072.8)
ББК 22.1 Р
У 92

© Коллектив авторов

Посвящается 80-летию Учителя и Ученого
Киотиной Галины Васильевны

Спросила Любящая Молодость у Мудрой Старости: «Что я могу дать тебе?» «Вечную жизнь», – ответила та. «Разве это возможно?» – задумалась Молодость. «Для твоих Родителей вечная жизнь – это дети. Для твоих Учителей вечная жизнь – это ученики. Поэтому и Родители, и Учителя – самые счастливые, или самые несчастные люди на свете».

Лебедева С.В.

В январе 2010 года исполнилось 80 лет Киотиной Галине Васильевне, известному ученому-геометру, талантливому учителю, человеку удивительно светлому, профессору Рязанского государственного университета имени С.А. Есенина. Мы от всего сердца поздравляем Галину Васильевну! Желаем крепкого здоровья, неиссякаемой бодрости и многих лет увлекательных путешествий по бескрайним просторам неевклидовых пространств.

*** * * * * * * * * * * ***

С.В. ИЛЬИНСКАЯ

О БАБУШКЕ

Галина Васильевна Киотина родилась 12 января 1930 года, в Костромской области. Но жила она со своей семьей в деревне Жуково Ярославской области. Ее родители считались грамотными людьми, хотя у мамы Галины Васильевны было только 3 класса образования, а у папы – 2. Но они очень любили читать, особенно любили произведения Льва Николаевича Толстого. Характер ее отца был непростым, порой даже суровым. Отец иногда наказывал детей «для профилактики», причем с помощью розги. Поэтому отца в семье боялись. Достаток семьи был средним, но детей кормили в строго определенные часы, и питаться в другое время не разрешалось.

В 1937 году отец Галины Васильевны Василий Александрович был объявлен врагом народа. Причиной такого обвинения послужил тот факт, что он возразил против действий председателя их колхоза, направленных на обман колхозников. Отца посадили в тюрьму. В знак несогласия с таким решением он объявил голодовку и через несколько дней умер от голода. Только через многие годы он был реабилитирован.

Галина Васильевна окончила начальную школу (4 года) в соседней деревне Праслово. Еще 3 года она училась в деревне Ушаково. В деревне Ушаково она училась с перерывом в один год, т.к. мама, Мария Константиновна, сказала, что есть необходимость работать в колхозе. В это время шла Великая Отечественная война, и денег за работу в колхозе не платили. Одиннадцатилетняя Галя с двумя своими подружками должна была пахать колхозное поле. У каждой девочки для этой цели был свой бык. Галин бык Матрос был самым упрямым, он не понимал нормальных человеческих слов и приступал к работе только когда Галины подруги начинали ругаться на него матом (сама же Галя эти слова не могла употреблять даже в адрес быка).

После смерти отца главой семьи стал Галин старший брат Дмитрий. Хотя в семье была еще и средняя сестра Лида, Дмитрий любил пошутить с младшей сестренкой и предлагал ей решать разные занимательные задачи по математике. Любимый Галин брат поступил в институт и уехал в город, однако долго учиться ему не пришлось. Началась война. Дима ушел на фронт и погиб, когда ему было всего 18 лет.

В деревне Ушаково математика слабо преподавалась, и Галя решала задачи по математике лучше своей учительницы. Однако в городе Гаврилов Ям, куда Галя приехала на обучение в среднюю школу, ее первой оценкой по математике была оценка два за контрольную работу по прошлому материалу. Однако дело очень быстро пошло на лад, и почти сразу Галя стала знать математику лучше всех в классе; а вот в изучении русского языка были трудности, и они оставались еще долго из-за неправильного Жуковского диалекта.

В 1948 году Галина Васильевна поступила в Ярославский педагогический институт. Она пользовалась уважением подруг за свои математические способности, многим помогала. А подруги учили ее правильно говорить и танцевать. В 1952 году Галина Васильевна поступила в аспирантуру к Скопецу Захару Александровичу, через три года она закончила ее, а еще через год защитила кандидатскую диссертацию.

Под руководством Галины Васильевны шесть человек написали и защитили кандидатские диссертации, еще трое окончили аспирантуру.

Галина Васильевна проводит исследования в неевклидовых пространствах и, в том числе, в ею открытом бифлаговом пространстве. За научные достижения ей присвоено научное звание профессор.

Г.В. КИОТИНА, С.В. ИЛЬИНСКАЯ

О МЕДИАНЕ ТРЕУГОЛЬНИКА В ПЛОСКОСТИ ЛОБАЧЕВСКОГО

Широкий простор для исследовательской работы по математике дает геометрия Лобачевского. Нас, в частности, заинтересовал вопрос, как делят площадь треугольника в плоскости Лобачевского медианы, биссектрисы и высоты, выходящие из одной вершины. Для решения поставленной задачи мы использовали ключевые теоремы, имеющие место в геометрии Лобачевского, в том числе следующие.

Теорема 1. *Если 2 треугольника имеют равными 2 пары сторон, то против большего угла между ними лежит большая сторона.*

Теорема 2. *Если точки P и Q принадлежат двум различным непересекающимся прямым a и b, то отрезок LR, где L и R принадлежат различным прямым a и b и лежат в разных полуплоскостях по отношению к прямой PQ, пересекает отрезок PQ.*

Теорема 3. *Если 2 прямоугольных треугольника имеют равные углы, а противолежащий катет первого больше противолежащего катета второго,*

то и гипотенуза и прилежащий катет первого треугольника больше гипотенузы и прилежащего катета второго треугольника.

Теорема 4. *Две расходящиеся прямые в плоскости Лобачевского имеют единственный общий перпендикуляр, который является кратчайшим расстоянием между точками этих прямых.*

Теорема 5. *В четырехугольнике Саккери углы при верхнем основании равны, а отрезок, соединяющий середины оснований, является их общим перпендикуляром и делит данный четырехугольник на два равных четырехугольника.*

Теорема 6. *Существует четырехугольник Саккери, равновеликий данному треугольнику.*

Нами доказано, что в плоскости Лобачевского медианы, биссектрисы и высоты, выходящие из одной вершины, имеют то же взаимное расположение, что и в евклидовой плоскости, при этом биссектрисы и высоты образуют с меньшей стороной данного треугольника треугольник меньшей площади. Что касается медианы, то этот вопрос вызывает определенные сложности.

Теорема. *Медиана делит треугольник на два неравновеликих треугольника, при этом большую площадь имеет тот треугольник, который содержит меньшую сторону.*

Доказательство. Рассмотрим треугольник ABC, B – вершина, AC – основание, AB > BC, т.P и Q – середины боковых сторон AB и BC. Точки A_1,B_1,C_1 – основания перпендикуряров, опущенных из вершин треугольника на прямую PQ. Известно, что четырехугольник AA_1C_1C– четырехугольник Саккери равновеликий треугольнику ABC. Пусть M – середина AC, O – середина A_1C_1. Тогда OM – серединный перпендикуляр четырехугольника Саккери. Обозначим $L = MB \cap A_1C_1$.

Так как в треугольнике PBQ $\angle$ BPQ < $\angle$BQP (лежит против меньшей стороны), то он острый. Поэтому точка A_1 лежит вне треугольника. Точка L принадлежит отрезку PQ. В зависимости от $\angle$ BQP и расположения точек на прямой A_1C_1 получим 6 различных случаев.

Рассмотрим первый случай, когда $\angle$ BQP – острый (рис. 1). В этом случае точка C_1 лежит вне отрезка PQ, а B_1 принадлежит отрезку PQ, причем $B_1Q < B_1P$. Так как $B_1C_1 = 2B_1Q$, а $B_1A_1 = 2B_1P$, то $B_1C_1 < B_1A_1$, т.е. имеет место $B_1 – O – A_1$, а из того, что $A_1P < A_1C_1$, следует $B_1 – O – P$.

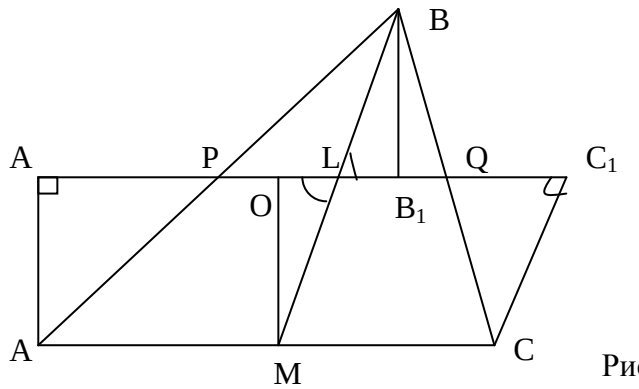


Рис. 1

Так как AB > BC, то $\angle BMC$- острый, значит, MB проходит внутри $\angle OMC$ и пересекает отрезок OB_1 в точке L.

Сравним: $S_{AA_1OM} = \frac{1}{2}S_{ABC}$ и S_{ABM}. Учитывая, что $S_{AA_1P} = S_{PBB_1}$, имеем: $S_{AA_1OM} = S_{APOM} + S_{PBB_1}$, $S_{ABM} = S_{APOM} + S_{OML} + S_{PBL}$. Из того, что $S_{PBB_1} = S_{PBL} + S_{BB_1L}$, получим $S_{AA_1OM} - S_{ABM} = S_{BB_1L} - S_{OML}$. Данные прямоугольные треугольники имеют равные острые углы, а катет BB_1 > OM, так как OM – общий перпендикуляр расходящихся прямых A_1C_1 и AC, то из теоремы 3 следует, что $S_{BB_1L} > S_{OML}$ т.е. $S_{ABM} < \frac{1}{2}S_{ABC}$.

В том случае, когда $\angle BQP$ – прямой, точки C_1 и B_1 совпадают с точкой Q, а точка O совпадает с точкой P. Это дает возможность легко доказать, что $S_{BMC} > S_{MCQP} = \frac{1}{2}S_{ABC}$.

Если $\angle BQP$ – тупой, то точка B_1 лежит вне треугольника, а точка C_1 принадлежит отрезку PQ, совпадает с P или принадлежит отрезку PO.

В том случае, когда точка C_1 принадлежит отрезку PQ точка L может принадлежать или отрезку QC_1 или отрезку C_1P.

Во всех этих случаях нами доказано, что $S_{BMC} > S_{MOC_1C} = \frac{1}{2}S_{ABC}$.

Приведем доказательство случая, когда точка C_1 принадлежит отрезку OP (рис. 2). В этом случае медиана MB пересекает сторону CC_1 в некоторой точке R. $S_{MOC_1C} = S_{MRC} + S_{MOC_1R}$. $S_{MCB} = S_{MRC} + S_{CRB}$ или, учитывая что треугольник CC_1Q равен треугольнику QBB_1, $S_{MCB} = S_{MRC} + S_{LBB_1} - S_{RC_1L}$. Так как $S_{MOC_1R} = S_{MOL} - S_{RC_1L}$, то имеем: $S_{MCB} - S_{MOC_1C} = S_{LBB_1} - S_{MOL} > 0$, т.е. $S_{MCB} > \frac{1}{2}S_{ABC}$.

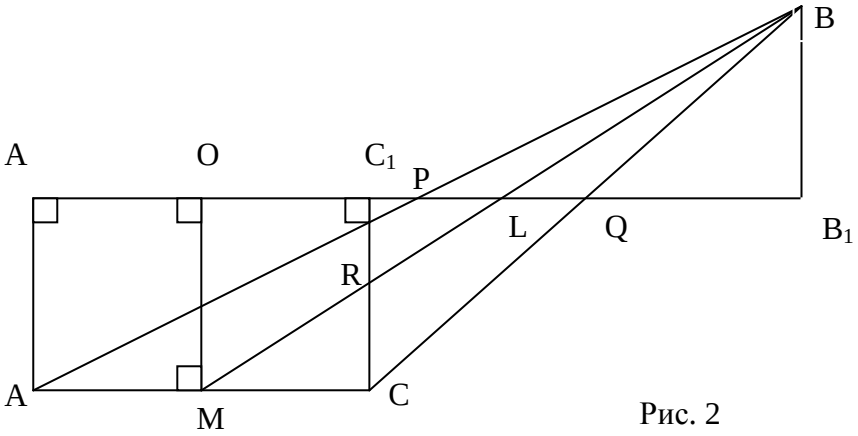


Рис. 2

Доказанная теорема ставит перед нами новые задачи – доказать существование в плоскости Лобачевского отрезка, проходящего через вершину треугольника и делящего его площадь пополам. Такой отрезок логично назвать «равноделящей».

ИНФОРМАЦИОННАЯ КОНЦЕПЦИЯ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ГРУППОВОГО СОТРУДНИЧЕСТВА В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

1. Введение и постановка задач. Наиболее важным моментом организации педагогики сотрудничества в учебном процессе является формирование разбиения обучаемого контингента на коалиции, при котором реализуется оптимальный учебный эффект. В работе [1] разработана теоретико-информационная модель, позволяющая формировать оптимальные коалиции учащихся по измерениям их рейтингов и последующей процедурой минимизации информационной энтропии групповых разбиений. Цель данной работы – экспериментальная проверка эффективности данной теоретико-информационной модели в рамках школьного учебного процесса.

2. Теоретическая модель. Пусть $A=\{a_1; a_2;\ldots;a_m\}$ – конечное множество, представляющее некоторый обучаемый контингент, в рамках которого проводится следующее педагогическое измерение: данной аудитории предлагается выполнить некоторое задание, после чего засекается время его выполнения отдельными учащимися. Пусть результат такого измерения дает цепочку неравенств $0<t_1<t_2<\ldots<t_m<T$, где t_1; t_2; … ; t_m – моменты времени соответствующие выполнению задания 1-м; 2-м; … ; m-м учащимся, T – некоторый временной регламент. Предполагая, что данная цепочка неравенств – это результат статистического осреднения по нескольким таким измерениям, далее вводится параметр $\alpha_i = 1 - t_i / T$, определяющий распределение вероятностей

$$p(a_i)=\frac{\alpha_i}{\alpha} = \frac{\alpha_i}{\alpha_1+\alpha_2+\ldots+\alpha_m},\ i=\overline{1;m}, \tag{1}$$

которые, очевидно, образуют полную систему, характеризующую рейтинги отдельных учащихся при выполнении данного задания.

Пусть теперь для улучшения показателей при обучении контингента A задействована технология группового сотрудничества. Формально, это выражается посредством разбиения множества

$$A=A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n,\ A_j \cap A_k=\varnothing,\ j\neq k,\ j;k=\overline{1,n}, \tag{2}$$

причем, параметры этого разбиения, связанные с формированием классов $A_j \subset A$, в данном случае выступают как параметры оптимизации рассматриваемой технологии обучения и для мощностей $|A_j|$ классов разбиения (2) должно выполняться соотношение:

$$|A_1|+|A_2|+\ldots+|A_n|=|A|=m. \tag{3}$$

Для проведения процедуры оптимизации в рамках излагаемой модели определим групповые вероятности

$$p_j=\sum p(a_i),\quad \forall a_i \in A_j, \tag{4}$$

$$q_j=\frac{|A_j|}{|A|},\quad j=\overline{1;n}, \tag{5}$$

которые, учитывая (1)-(3), представляют полные системы. Иными словами, p_j есть вероятность того, что некоторый элемент из A входит в класс A_j, а q_j есть вероятность того, что выбранный наугад класс из разбиения (2) содержит $|A_j|$ элементов. Тогда с распределением вероятностей (4) связана энтропия информации

$$H(p) = -\sum_{j=1}^{n} p_j \log_2 p_j , \qquad (6)$$

а с распределением вероятностей (5) – энтропия

$$H(q) = -\sum_{j=1}^{n} p_j \log_2 q_j , \qquad (7)$$

Оптимум в рассматриваемой информационной модели достигается, если минимальна энтропия $H(q)$. В работе [2] установлено, что искомый минимум $H(q)$ обеспечивается при условии

$$p_j = q_j, \ j = \overline{1,n} . \qquad (8)$$

Условие (8) показывает, что при оптимизации группового сотрудничества в учебном процессе разбиение (2) должно формироваться с учетом рейтингов (1) таким образом, чтобы при определении групповых вероятностей (рейтингов) (4) обеспечивался минимум энтропии $H(p)$ в (6).

Покажем, что внедрение в учебный процесс технологии сотрудничества повышает его эффективность и теоретически этот факт проявляется в снижении информационной энтропии рассматриваемого учебного процесса, которое в данном случае выражает более глубокое восприятие учебного материала. Для этого рассмотрим разность между информационной энтропией $H(A)$ при обучении данного контингента A как целого и энтропией $H(p)$ при обучении аудитории, разбитой на группы согласно (2). В работе [1] показано, что эта разность положительна

$$\Delta H = H(A) - H(p) = -\sum_{i=1}^{m} p_i \log_2 p_i + \sum_{j=1}^{n} p_j \log_2 q_j > 0 , \qquad (9)$$

т.е реализация технологии сотрудничества в учебном процессе приводит к снижению соответствующей информационной энтропии $H(A)$, до значения $H(p)$, поскольку при разбиении на группы учебная информация прорабатывается не отдельным учащимся, а в процессе обсуждения в рамках группы, что снижает неопределенность этой информации и, как следствие, обеспечивает ее лучшее понимание и усвоение.

3. Проведение и результаты измерений. Общая методика реализации технологии эффективного группового сотрудничества в учебном процессе изложена в работе [1]. Эксперименты на уровне школьного обучения проводились в 2008 г. на базе МОУ «Гимназия №5» Заводского района г.Саратова в 4 «А» классе совместно с учителем высшей квалификации Леонтьевой Н.Г. при организации группового сотрудничества на уроках математики и в 9 «В» классе совместно с учителем высшей квалификации Алайцевой В.В. при организации группового сотрудничества на уроках английского языка.

При реализации технологии группового сотрудничества на уроках математики в 4 «А» классе использовались специально подготовленные тесты из 20 заданий [3]. На 1-м этапе измерений в рамках теста №1 определялись рейтинги учащихся, результаты измерения которых представлены в таблице 1, где T=60 мин.; t_i' – время выполнения теста i-м учащимся; t_i – время с учетом штрафных санкций ($\tau=2$ мин. за каждый неверный ответ) и энтропия $H(A)$=4,1697 бит.

Через несколько дней на 2-м этапе класс произвольным образом разбивался на 3 подгруппы (по 6 чел.) и, изолированно друг от друга, каждая из них коллективно выполняла тест №2, тематически и по уровню сложности равнозначный тесту №1. Результаты этого измерения представлены в таблице 2, по которым с помощью (6) определяется энтропия $H(p)$=1,5849 бит и, таким образом, выполняется неравенство $H(p)<H(A)$, конкретным выражением которого являются меньшее количество ошибок и меньшее время выполнения теста в подгруппах.

Таблица 1. Измерение рейтингов учащихся и энтропии $H(A)$

i	Ф.И.О.	t_i'	$n\tau$	t_i	Кол.прав.отв.	α_i	p_i	$-p_i \log_2 p_i$
1	Чепрасов А	6	2	8	14	0,946	0,0556	0,2318
2	Тугузова Н.	0	6	6	12	0,931	0,0548	0,2296
3	Гусева А.	0	6	6	17	0,95	0,0559	0,2326
4	Кузьмин В.	2	6	8	17	0,946	0,0556	0,2318
5	Запевалова Д.	2	6	8	17	0,946	0,0556	0,2318
6	Онищенко В.	4	0	4	15	0,935	0,055	0,2301
7	Мясников А.	5	4	9	18	0,945	0,0555	0,2315
8	Талаловская Д.	1	6	7	17	0,929	0,0546	0,2290
9	Сафонов Е.	3	0	3	15	0,956	0,0562	0,2334
10	Петрунин Ж.	4	2	6	19	0,969	0,0572	0,2361
11	Ченчиков И.	4	8	2	16	0,958	0,0564	0,234
12	Басенчиков В.	5	2	7	19	0,967	0,057	0,2356
13	Сафронова А.	5	2	7	14	0,948	0,0558	0,2323
14	Чукарева А.	9	2	1	19	0,96	0,0565	0,2342
15	Платицина Н.	9	6	5	12	0,933	0,0549	0,2299
16	Михайлова С.	1	4	5	13	0,933	0,0549	0,2299
17	Носкова Е.	4	2	6	11	0,912	0,0536	0,2262
18	Данилина Н.	5	0	5	15	0,933	0,0549	0,2299
						Σ	**1,0000**	**4,1697**

Таблица 2. Измерение энтропии $H(p)$ при произвольно разбиении класса по 6 человек

j	Состав подгрупп	t'_j	$n\tau$	t_j	Кол.прав.ответов	p_j	$-p_j \log_2 p_j$
1	{1;2;3;4;5;6}	11	4	15	18	0,3325	0,5282
2	{7;8;9;10;11;12}	12	8	20	16	0,3369	0,5288
3	{13;14;15;16;17;18}	20	2	22	19	0,3306	0,5279
					Σ	**1,0000**	**1,5849**

Затем, на 3-м этапе, проводилась оптимизация первоначального разбиения (табл.2) путем изменения состава подгрупп, так, чтобы для нового разбиения класса на подгруппы его энтропия $H_0(p)$ удовлетворяла неравенству $H_0(p)<H(p)$. Такая оптимизация представлена в таблице 3, где для энтропии нового разбиения получается значение $H_0(p)=1{,}5846<H(p)=1{,}5849$ бит, и, поскольку разность $H(p)$ - $H_0(p)$ достаточно мала, то можно полагать, что значение $H_0(p)$ довольно близко к минимальному, т.е. разбиение в

Таблица 3. Оптимизация разбиения путем изменения состава подгрупп при уменьшении энтропии: $H_0(p)<H(p)$

j	Состав подгрупп	t'_j	$n\tau$	t_j	Кол.прав.ответов	p_j	$-p_j \log_2 p_j$
1	{1;4;5;6;7;13}	10	2	12	19	0,3331	0,5282
2	{2;8;15;16;17;18}	11	6	17	17	0,3277	0,5274
3	{3;9;10;11;12;14}	19	2	21	19	0,3392	0,529
					Σ	**1,0000**	**1,5846**

таблице 3 близко к оптимуму, имея в виду, что цифры в фигурных скобках таблиц 2, 3 означают соответствующие фамилии учащихся из списка таблицы 1. Как видно из табл.3, уменьшение энтропии $H(p)$ до $H_0(p)$, путем изменения состава подгрупп разбиения, при выполнении теста №3 приводит к снижению времени выполнения t_j с лучшим качеством, т.к. при этом также наблюдается уменьшение количества ошибок, по сравнению с данными таблицы 2. Это свидетельствует о том, что при организации группового сотрудничества в учебном процессе информационная энтропия $H(p)$ представляет параметр оптимизации, управляющий эффективностью обучения, причем, как показывают измерения, индивидуальные показатели учащихся в этом случае также улучшаются. Об этом говорят данные измерений таблицы 4, где

приведены результаты выполнения индивидуальных тестовых заданий (по 20 вопросов) той же тематики, но чуть выше по сложности, чем в групповом варианте, которые получены в том же классе через несколько дней после групповых экспериментов. Сравнивая эти результаты с исходными данными таблицы 1, введем нормировку оценки выполнения теста: за 11-14 правильных ответов – 3 балла, за 15-18 верных ответов – 4 балла и за 19-20 таких ответов – 5 баллов. Тогда можно видеть, что на исходном уровне (таблица 1) из 18 учащихся 3 балла получили 6 человек (33%),

Таблица 4. Данные индивидуального тестирования после реализации технологии группового сотрудничества

i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
t_i	25	31	26	29	26	29	30	29	23	21	22	20	28	23	35	35	27	35
Пр.отв.	17	16	19	17	17	17	18	17	16	18	17	18	15	19	15	14	17	16

в то время как в таблице 4 этот показатель сократился до 1 человека (5,5%), т.е. показатель успеваемости улучшился примерно на 27,5%.

Отметим, что аналогичные измерения при реализации данной технологии сотрудничества на уроках английского языка в 9 «В» классе показывают улучшение данного показателя успеваемости примерно на 25%. Имеющиеся альтернативные опытные данные на этот счет показывают [4], что путем эффективной организации педагогики сотрудничества в экспериментальном классе детей, выполнивших задания правильно, оказалось почти на 30% больше, чем в контрольном.

4. Заключение. Проведенные эксперименты, в принципе, подтверждают выводы теоретической модели оптимизации группового сотрудничества [1] в школьном учебном процессе, свидетельствуя о том, что параметром, отвечающим за эффективное разбиение класса на отдельные рабочие группы (коалиции) является групповая информационная энтропия. Данная педагогическая технология дает повышение показателя успеваемости примерно на 25% и может также эффективно использоваться при реализации проблемного или эвристического обучения.

Литература

1. *Фирстов В.Е.* Количественные меры информации и оптимизация группового сотрудничества при обучении // Вестник Саратовского госуд. техн. ун-та. – 2008. – №3 (34), вып. 1. – С. 105-109.
2. *Яглом А.М., Яглом И.М.* Вероятность и информация. – М.: Наука, 1973. – 511 с.
3. *Иванов В.А., Фирстов В.Е.* Тесты по математике для учащихся 4-7 классов. - Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2003. – 40 с.
4. *Карпова Е.В., Шевко О.Н.* Организация работы учащихся в малых группах в системе развивающего обучения Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова // Ярославский педагогический вестник. – 2005. вып. 3 (44). – С. 65-71.

И.Ю. ГЕРАСЬКИНА

ЗАДАЧА ОДНА – ПРОГРАММ НЕСКОЛЬКО

Одно из ведущих направлений в школьном курсе информатики – это решение задач. Как правило, большинство преподавателей предлагают решить ту или иную задачу с помощью определенной компьютерной программы или метода. В этом случае ученику навязывается способ решения задачи и программное средство для его реализации. Это приводит к тому, что у учащихся не формируется навык выбора компьютерной программы для оптимального решения задачи. Часто причиной того, что на одном уроке нельзя разобрать несколько решений одной задачи, является недостаточность знаний и умений учащихся. Например, в курсе информатики задачу можно решить, используя разные компьютерные программы, но изучение программ происходит в разные годы обучения. Поэтому одну и ту же задачу можно решать в разных классах и в разных программах.

Рассмотрим решение **задачи 1**: создать рисунок по заданным координатам.

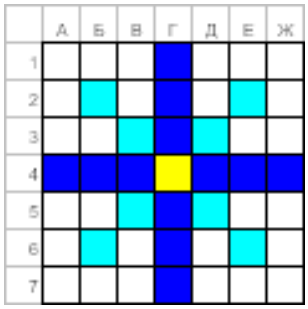


Рис. 1

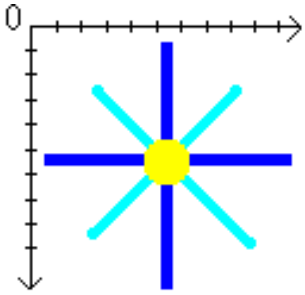


Рис. 2

Решение

I. В первый раз эту задачу учащиеся решают в 5 классе при изучении графического редактора Paint. Для решения этой задачи учащиеся создают клетчатое поле 7×7. При помощи инструмента *Прямоугольник* + клавиша Shift они рисуют квадрат, а потом при помощи операции копирования получают сетку. Инструментом *Надпись* наносят обозначения столбцов (буквы) и строк (цифры). Инструментом *Заливка* ребята закрашиваю указанные клеточки поля заданным цветом. Синий цвет: (1;Г), (2;Г), (3;Г),(4;А), (4;Б), (4;В), (4;Д), (4;Е), (4;Ж),(5;Г), (6;Г), (7;Г). Желтый цвет:(4;Г). Голубой цвет: (2;Б), (2;Е), (3;В), (3;Д), (5;В), (5;Д), (6;Б), (6;Е). В результате ребята получат снежинку (рис. 1).

II. Второй раз задачу можно решить в 6 классе при изучении САПР «Компас». В этой программе есть специальная строка координат, в которой задаются координаты концов отрезка, а для окружности координаты центра и радиус, после чего программа выполняет построение [1].

III. Третий раз задача решается в 7 классе в среде программирования Pascal. Для решения этой задачи, учащиеся на листах в клеточку стоят систему координат, сами выбирают масштаб и рисуют снежинку (рис. 2). Затем на языке программирования Pascal пишут программу, с использованием следующих

функций: Line(x1,y1,x2,y2) – рисует отрезок с координатами(x1,y1) и (x2,y2); Circle(x,y,R) – рисует окружность с координатами центра (x,y) и радиусом R, SetLineStyle(тип,закраска,толщина) – устанавливает тип, вид закраски и толщину линии, SetFillStyle(тип_закраски,цвет_закраски) – устанавливает тип закраски и цвет фигуры, FloodFfill(x,y,S) – закрашивает фигуру, в которую попадает точка с координатами (x,y) до границы указанного цвета S.

В старших классах у учащихся уже достаточно знаний, чтобы одну задачу решить разными «способами» в течение одного урока. Например, **задачу 2:** Создание кроссворда – можно решить тремя методами. (Прежде чем приступить к выполнению этой задачи, учащиеся должны подготовить кроссворды дома на листочках.)

Решение

I. Создание кроссворда в MS Word. Алгоритм выполнения задания:

1. Создается сетка кроссворда. Это можно сделать графическим методом, при этом все элементы необходимо сгруппировать, или табличным методом, при этом границы ненужных клеток делаются невидимыми.
2. Записываются номера в ячейках либо рядом с соответствующей ячейкой.
3. Записываются задания к кроссворду в виде списка или оформлены в виде сносок к соответствующим клеткам.

II. Создание кроссворда в MS Excel. Алгоритм выполнения задания:

1. Создается сетка кроссворда следующим образом: у необходимых ячеек обозначаются границы, а ширина и высота ячеек делается одинаковой.
2. Записываются номера в ячейках либо рядом с соответствующей ячейкой.
3. Записываются задания к кроссворду обычным способом в виде списка или в виде примечаний к ячейкам, в которых находится нумерация.
4. Можно выполнить проверку правильности разгадывания кроссворда. Для этого на другом листе создается копия выполненного кроссворда, в ячейках которого записаны логические функции. Если в ячейку введена правильная буква, то в ячейки будет отображаться единица, в противном случае ноль.

III. Создание кроссворда в Visual Basic. Алгоритм выполнения задания:

1. Создается сетка кроссворда с *TextBox* (текстовое поле), у которых свойство *Text* очищается, а свойства *Font* и *Alignment* настраиваются таким образом, чтобы буквы при вводе были соразмерны клеткам и располагались по центру.
2. Задается нумерация и задания к кроссворду с помощью элементов *Label* (надпись).
3. Можно выполнить проверку правильности при нажатии соответствующей кнопки. Если буква введена верно, то фон клетки становится, например, синим, иначе – красным.
4. При этом способе решения можно предусмотреть возможность очищения клеток кроссворда для последующего его выполнения. Для этого в

процедуре Private Sub Command2_Clic () задается команда Text1.Text = “ ” : Text1.BackColor = vbWhite [2].

В классах математического профиля на уроках можно решать задачи разными методами такого вида.

Задача 3. Четверо друзей – Антон, Женя, Саша и Иван – решили сходить за грибами. Но Иван в последний момент отказался и высказал свои предположения:

1) Антон не пойдет за грибами, но Женя обязательно пойдет.

2) Не верно, что пойдут Антон или Саша.

3) Женя пойдет за грибами или не пойдет Саша.

4) Если пойдет Женя, то пойдет за грибами и Саша.

Если предположить, что все высказывания Ивана оказались истинными, то кто пошел за грибами?

Решение

I. Решение задачи смотрите на рис 3.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	мальчики				предположения				результат
2	Антон	Женя	Саша	Иван	1	2	3	4	
3	0	0	0	0	=И(НЕ(А3);В3)	=И(НЕ(А3);НЕ(С3))	=ИЛИ(В3;НЕ(С3))	=ИЛИ(НЕ(В3);С3)	=И(Е3;F3;G3;H3)
4	0	0	0	1	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА	ЛОЖЬ
5	0	0	1	0	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ЛОЖЬ
6	0	0	1	1	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ЛОЖЬ
7	0	1	0	0	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
8	0	1	0	1	ИСТИНА	ИСТИНА	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
9	0	1	1	0	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ИСТИНА	ЛОЖЬ
10	0	1	1	1	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ИСТИНА	ЛОЖЬ
11	1	0	0	0	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ИСТИНА	ЛОЖЬ
12	1	0	0	1	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ИСТИНА	ЛОЖЬ
13	1	0	1	0	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ЛОЖЬ
14	1	0	1	1	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ЛОЖЬ
15	1	1	0	0	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
16	1	1	0	1	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ
17	1	1	1	0	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ИСТИНА	ЛОЖЬ
18	1	1	1	1	ЛОЖЬ	ЛОЖЬ	ИСТИНА	ИСТИНА	ЛОЖЬ

Рис. 3. Решение задачи 3 в электронных таблицах Excel

Из последнего столбца видно, что никто из ребят не пойдет за грибами.

II. Введем обозначения: А – «Антон пойдет за грибами», Ж – «Женя пойдет за грибами», С – «Саша пойдет за грибами», И – «Иван пойдет за грибами».

Запишем логические формулы, соответствующие высказываниям:

1) $\neg$АЖ=1; 2) $\neg$(А+С); 3) Ж+$\neg$С; 4) Ж$\to$С.

Перемножим эти формулы, упростим выражение и получим: ($\neg$АЖ)$\neg$(А+С)(Ж+$\neg$С)(Ж$\to$С)=$\neg$АЖ$\neg$А$\neg$С(Ж+$\neg$С)($\neg$Ж+С)=$\neg$АЖ$\neg$С$\neg$Ж+$\neg$АЖ$\neg$СС=0

Ответ: никто не пошел за грибами.

Следующая задача очень хорошо усваивается учениками гуманитарного класса. Они осознают то, что информатика – это не только предмет для математиков.

Задача 4. Дан набор записей, каждая из которых включает фамилию, имя и отчество человека. Следует исправить записи так, чтобы в них остались лишь фамилии и инициалы людей [3].

Решение

I. Решение задачи смотрите на рисунке 4.

B2 =СЦЕПИТЬ(ПСТР(A2;1;НАЙТИ(" ";A2;1)-1);" ";ПСТР(A2;НАЙТИ(" ";A2;1)+1;1);".";ПСТР(A2;НАЙТИ(" ";A2;НАЙТИ(" ";A2;1)+1)+1;1);".")

	A	
1	**ФИО**	**Инициалы**
2	Иванов Иван Иванович	Иванов И.И.
3	Гусева Екатерина Андреевна	Гусева Е.А.
4	Сидорова Татьяна Петровна	Сидорова Т.П.
5	Карпов Олег Викотрович	Карпов О.В.
6	Алексеев Сергей Михайлович	Алексеев С.М.
7	Петрова Марина Карповна	Петрова М.К.

Рис. 4. Решение задачи 4 в электронных таблицах Excel

II. Для решения задачи в MS Access необходимо наличие двух объектов: таблицы, где хранятся записи с фамилией, именем и отчеством людей, и запроса, с помощью которого будет происходить преобразование записей.

Таблица создается в режиме *Ввода данных* с одним полем, в которое записываются все данные. Запрос на выборку данных из таблицы базы данных включает в себя единственное поле из таблицы ФИО и три вычисляемых поля: I. Позиция первого пробела: InStr(1;[ФИО];” “). II. Позиция второго пробела: InStr([I]+1;[ФИО];” “). III. «Инициалы» (результат): Mid$([ФИО];1;[I]-1) & “ “ & Mid$([ФИО];[I]+1;1) & “.“ & Mid$([ФИО];1;[II]+1) & “.“

III. В решении задачи на языке программирования Pascal используется два массива: в одном хранятся исходные данные, а во втором – результат. После заполнения первого массива, его записи подвергаются обработке. В записи находится первый и второй пробел, далее происходит вырезка ненужных символов, а затем оставшиеся символы соединяются.

При решении задач разными способами каждая из программ позволяет решить поставленную задачу по-разному в соответствии с теми или иными требованиями и возможностями. Это позволяет провести урок, закрепляя знания и умения учащихся по разным разделам курса информатики.

Уроки, на которых решаются задачи разными способами, позволяют: установить межпредметные связи, повысить мотивацию к изучению информатики, применить дифференцированный подход, поскольку способы решения задачи разноуровневые. Решение задач несколькими способами создает ситуацию успеха, показывает значимость работы, развивает творческие способности, закрепляет необходимые умения и навыки.

Литература

1. *Пышная Е.А.* Создание рисунка с помощью координат // Информатика и образование. – 2008. – № 11. – С. 16 – 25.
2. *Кашинцева Л.Н.* Изучение методов создания кроссворда на уроке информатики // Информатика и образование. – 2008. – № 10. – С. 10 – 18.
3. *Зубрилин А.А.* Методологические основы решения задач обработки информации на компьютере // Информатика и образование. – 2008. – № 11. – С. 25 – 28.

Н.В. ГЕРОВА, Н.В. ЖМУРОВА, И.В. МОСТЯЕВА

ФОРМИРОВАНИЕ СОВРЕМЕННЫХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ О ГЕОМЕТРИИ ПРОСТРАНСТВА СРЕДСТВАМИ ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Открытие Н.И. Лобачевским неевклидовой геометрии явилось революцией в научном представлении о строении пространства. История этого открытия и его сущность – традиционный раздел вузовского геометрического образования. Его знание для формирования мировоззрения будущего учителя математики чрезвычайно велико. Трудность в изложении и понимании этого материала связана, прежде всего, с тем, что в зависимости от возможностей аудитории, от целей и задач, можно изложить этот материал на принципиально различной основе.

Сам Н.И. Лобачевский пришел к открытию исходя из аксиом Евклида, и для того чтобы проследить историю открытия, целесообразно излагать геометрию Лобачевского на этой же основе. К сожалению, такой путь не дает возможности строго доказать непротиворечивость данной теории.

Чтобы доказать непротиворечивость теории, строить изложение целесообразно на модели. Учитывая, что существуют различные модели плоскости Лобачевского, мы встаем перед выбором самой модели. Например, нами рассматриваются различные варианты моделей Кели-Клейна и Пуанкаре, которые строятся как на базе евклидовой геометрии, так и на проективной базе. Возможности изложения расширяются для аудитории, знакомой с основами проективной геометрии.

Подробное построение основ геометрии Лобачевского предполагает использование современной аксиоматики. При этом система аксиом, на основе которой строится изложение, может быть различной. Традиционно используется аксиоматика Гильберта, однако если геометрии Лобачевского излагается школьникам, то необходимо опираться на аксиоматику того школьного учебника, по которому занимаются учащиеся. В данный момент в практике преподавания геометрии в школе используются учебные пособия, основанные на принципиально различных системах аксиом.

Наиболее эффективно n–мерное гиперболическое пространство Лобачевского можно построить, пользуясь аксиоматикой Вейля. Это дает возможность излагать в единой схеме геометрию различных неевклидовых пространств. Трудности при таком подходе связаны с необходимостью изучению основ геометрии псевдоевклидова векторного пространства.

Учитель математики должен не просто знать основы геометрии Лобачевского, но и владеть всеми этими способами ее изложения, видеть преимущества каждого из них и сложности при изложении, чтобы выбрать в зависимости от целей и возможностей аудитории наиболее подходящий.

В настоящее время использование информационных технологий в образовании обеспечивают внедрение в учебный процесс новых форм

обучения. Электронные средства образовательного назначения по математике позволяют разнообразить виды учебной деятельности с использованием интерактивной подачи материала. Анализ существующих электронных учебников по геометрии Лобачевского показывает, что преподавание этого раздела геометрии необходимо дифференцировать для школьников, студентов и других обучаемых. Преподаватель должен получить в конечном итоге электронный учебник, удобный и интересный как обучаемому, так и преподавателю, с возможностью выбора учебного материала в зависимости от уровня обученности аудитории.

Разработанный нами электронный учебник предназначен для изучения геометрии Лобачевского в старших классах средней школы. Этот учебник включает в себя историческую справку, изложение геометрии Лобачевского на основе моделей Кели-Клейна и Пуанкаре, а так же основы построения научной теории с помощью аксиоматического метода. Учебник содержит задачник для учеников, с помощью которого школьники самостоятельно могут открывать для себя различные факты геометрии Лобачевского.

Мы считаем, что геометрию Лобачевского необходимо изучать на элективных курсах в старших классах средней школы с использованием электронных средств образовательного назначения, способствующих формированию представлений у школьников о геометрии реального пространства. Материал, связанный с различными вопросами геометрии Лобачевского, может быть эффективно использован при написании курсовых работ, на спецсеминарах и при работе над выпускными квалификационными работами, а также во время педагогической практики на внеурочной работе со школьниками старших классов.

Н.В. ЖМУРОВА, В.И. ТАБЕЕВА,

ИЗОБРАЗИТЕЛЬНОЕ ИСКУССТВО КАК СРЕДСТВО РЕАЛИЗАЦИИ ГУМАНИТАРНОГО ПОТЕНЦИАЛА ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

Методы изображений пространственных фигур на плоскости – традиционный раздел вузовского геометрического образования. Его значение для формирования общего мировоззрения будущего учителя математики чрезвычайно велико. К сожалению, в рамках общего курса геометрии не представляется возможным подробно изучить различные научные методы изображений. Существующая программа рассчитана на изучение параллельного проектирования, как основного метода, применяемого в школьном курсе стереометрии и краткого знакомства с методом Монжа, лежащим в основе технического черчения. Наш опыт показывает, что в рамках курсовых работ, специальных курсов, а также при написании выпускной квалификационной работы чрезвычайно интересно и полезно изучить другие

методы изображений, а также их использование в изобразительном искусстве различных эпох, стилей и школ.

Казалось бы, творчество и математика – два понятия несовместимые, но это не так. Геометрия, как один из разделов математики, изучающий свойства фигур на плоскости и тел в пространстве, может служить примером. Геометрия сочетает качества науки и искусства, потому что здесь важен не только точный расчёт, но и умение пространственно мыслить, верно умственно иллюстрировать проблему, видеть на плоскости объёмные тела, уметь анализировать задачу по чертежам.

Одной из основных трудностей в изучении геометрии является неумение мыслить пространственно, что непосредственно приводит к затруднениям при решении стереометрических задач. Методически существует много способов развить навык мыслить пространственно, одним из которых является «оживление» геометрии с помощью изобразительного искусства, а именно, на примерах картин. Можно устроить экскурсию в художественный музей, где на картинах художников, использующих разные стили, можно показать всевозможные способы изображения тел, состоящих из геометрических фигур, показать, какой вид проектирования используется в той или иной картине, конкретнее рассмотреть и проанализировать изображение отдельных фрагментов картины, определить угол зрения художника, показать, как бы изменилось изображение при изменении расстояния от картины и угла зрения. Умение читать картину не по смыслу, а математически анализируя, породит умение читать чертежи в геометрии.

Нами, в рамках выполнения выпускной квалификационной работы, совместно с работниками «Рязанского краеведческого музея» проведены исследования работ известных художников. Анализ работ опирается на труды Б.В. Раушенбаха. Книги Б.В. Раушенбаха [1, 2] представляют собой или научные монографии, изложение в которых ведётся сложно для понимания неподготовленного читателя, или популярные брошюры и статьи, в которых теоретические основы метода не излагаются. Нами была поставлена задача изложить основы теории Раушенбаха на доступном уровне и сопроводить изложение большим числом новых практических примеров применения этой теории к исследованию геометрии картин.

А.Н. Бабий, директор музея, который был непосредственно знаком с Б.В.Раушенбахом, провёл исследования анализа картин рязанских художников, используя его теорию. Мы продолжили работу в данном направлении. Суть исследования заключена в том, что проблема изображения трехмерного пространства на двумерной плоскости картины постоянно занимала художников. Нередко изображение, полученное путем строгого следования умозрительной системе перспективы, не соответствовало зрительному восприятию. Это породило две тенденции. С одной стороны, стали разрабатываться приемы, позволявшие как-то замаскировать это досадное обстоятельство, а с другой – начались поиски причин, по которым система перспективы, казалось бы столь строго обоснованная, явно не оправдывает возлагавшихся на нее надежд.

В начале XX в. постепенно стало ясно, что нельзя игнорировать преобразующую деятельность мозга при зрительном восприятии пространства, которое характерно для ренессансной системы перспективы. Многочисленные работы психологов позволили указать на основные закономерности, которые свойственны естественному зрительному восприятию, и эти закономерности давали возможность качественного объяснения некоторых особенностей бросавшихся в глаза недостатков ренессансного способа передачи пространственности.

Наряду с системой прямой перспективы существуют аксонометрические и построенные по правилам обратной перспективы изображения, существуют чертежные методы передачи геометрии объективного пространства (характерные для Древнего Египта), наконец, существуют методы, в которых как бы сознательно искажается конструкция изображаемого предмета (Б.В.Раушенбах назвал в свое время такие изображения *геометрически противоречивыми*).

Следует отметить, что ни на одной картине изображение не является правильным, т.к. при абсолютном соблюдении размеров изображаемых фигур ничего хорошего не получится: где-то будут разрывы в изображении, а где-то фрагменты наложатся друг на друга. Зная эту особенность, художник умышленно искажает какую-нибудь часть, помещая её на менее значимую часть картины и делая более яркий акцент на элементе, изображённом правильно. Все эти геометрические методы передачи пространственности имеют как сильные, так и слабые стороны, они имеют разные области применения, могут комбинироваться друг с другом, и в целом все они разумны.

Реализация данного направления исследований способствует развитию пространственных представлений студентов, расширяет их кругозор, прививает интерес к геометрии. Внимание к чертежу позволяет избежать ошибок в изображениях, которые, к сожалению, встречаются даже в школьных учебниках. Обращение к искусству и творчеству современных учёных способствует развитию мышления, творческого подхода к изучению геометрии и, в конечном итоге, формирует качества, необходимые будущему учителю математики.

Литература

1. *Раушенбах Б.В.* Системы перспективы в изобразительном искусстве (общая теория перспективы). – М.: «Наука», 1986.
2. *Раушенбах Б.В.* Геометрия картины и зрительное восприятие. – М.: «Интерпракс», 1994.

Г.В. ДЮДЯЕВА, Н.В. ДОЛБИЛОВА

О ВОЗДЕЙСТВИИ СИСТЕМЫ УСТНЫХ УПРАЖНЕНИЙ НА УСПЕВАЕМОСТЬ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ

На уроках математики в начальной школе устная работа занимает большое место. Это и беседы учителя с классом или отдельными учениками, и рассуждение учащихся при выполнении тех или иных заданий, и так далее. Среди этих видов устной работы можно выделить так называемые устные упражнения.

Устные упражнения важны тем, что они активизируют мыслительную деятельность учащихся, при их выполнении у детей развиваются память, речь, внимание, способность воспринимать сказанное на слух, быстрота реакции.

Как пишет В.С. Кравченко [1979], для формирования навыков устных вычислений устные упражнения по-прежнему являются одной из основных форм работы. При изучении других вопросов курса (нумерация чисел, свойства действий, величины и действия над ними и др.) устные упражнения также имеют немаловажное значение, но здесь они выступают как одна из форм работы наряду с другими.

В начальных классах особое место занимает работа по формированию навыков устных вычислений, поскольку в течение четырех лет обучения в начальных классах учащиеся должны не только сознательно усвоить приемы устных вычислений, но и приобрести твердые вычислительные навыки.

Формирование у школьников начальных классов вычислительных навыков остается одной из главных задач начального обучения математике, поскольку вычислительные навыки необходимы как в практической жизни каждого человека, так и в учении. Программа по математике предусматривает формирование вычислительных навыков на основе сознательного использования приемов вычислений. Последнее становятся возможным благодаря тому, что в программу включено знакомство с некоторыми важнейшими свойствами арифметических действий и вытекающими из них следствиями. Такой подход к формированию вычислительных навыков оправдал себя в практике работы школы. Формирование вычислительных навыков, обладающих требуемыми качествами (правильность, осознанность, рациональность, обобщенность, автоматизм и прочность), обеспечивает построение начального курса математики и использование соответствующих методических приемов. В целях формирования осознанных, обобщенных и рациональных навыков начальный курс математики строится так, что изучение вычислительного приема происходит после того, как учащиеся усвоят материал, являющийся теоретической основой этого вычислительного приема.

Многие учителя с целью учета навыков вычислений успешно используют математические диктанты. Для этого подбирают 8-10 заданий различных видов упражнений по изученному материалу. На уроке учитель называет каждое задание 1-2 раза, а все учащиеся в обычных или специальных тетрадях для устного счета записывают ответы. Проверка проводится или на уроке, или

после уроков, выявляются ошибки. Математический диктант часто используется с целью обучения и тренировки в вычислениях, но иногда он может быть контрольным, и тогда работа каждого ученика оценивается.

Опытно-экспериментальная работа была проведена в МОУ «СОШ села Липовка» Энгельсского района Саратовской области в 3 классе. Класс работает по УМК «Школа России», учебник М.И. Моро «Математика 3 класс» в двух частях. Эта работа была направлена на выявление уровня сформированности навыков устного счёта у учащихся, использование устных упражнений для ликвидации пробелов в знаниях, а также с целью проверки воздействия этой работы на успеваемость по предмету.

При построении устных упражнений в ходе экспериментальной работы мы обращали внимание на задания с логической составляющей, задания, способствующие развитию математической речи, а также на учебный материал, соответствующий программе. Большое внимание уделялось регулярности проведения устных упражнений.

На протяжении 1-го полугодия в третьем классе МОУ СОШ села Липовка была организована целенаправленная работа по проведению устных упражнений на уроках математики. Эта работа проводилась в нескольких направлениях:

совершенствование вычислительных навыков и усвоение определенных вычислительных приемов;

развитие математической речи (умение читать выражения, объяснять и аргументировать ход решения и др.);

закрепление текущего материала;

совершенствование умения решать задачи;

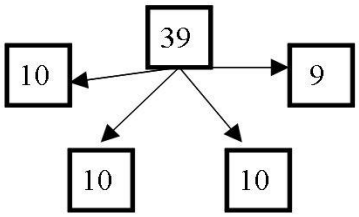
углубление представлений о геометрических фигурах;

знакомство с нестандартными задачами и тренировка в их решении.

В ходе работы использовались различные способы предъявления заданий: математические диктанты, счет цепочкой, решение примеров, представленных на доске или карточках, заполнение таблиц и др. Наряду с вычислительными заданиями вводились элементы занимательности: задачи на смекалку, аналитико-синтетические задания на продолжение числовых рядов, на сравнение выражений без проведения вычислений, на подбор недостающих цифр для получения верного равенства (неравенства), на сравнение выражений со скобками и без них или с различным расположением скобок. По способу организации использовались игры-расшифровки, соревнования групп, некоторые виды дидактических игр.

Задания для устного счета предлагались детям так, чтобы они воспринимали их либо зрительно, либо на слух, либо зрительно и на слух. В первом случае упражнения записывались на доске. Учащиеся зрительно воспринимали задание. Запись задания на доске облегчает вычисление (не надо запоминать числа). Иногда без записи трудно и даже невозможно выполнять задание. Например, если надо выполнить действия с величинами, выраженными в единицах двух наименований или выполнить действия при сравнении выражений и т. п.

Наряду с этими традиционными формами Н.В. Долбилова использовала прием формирования вычислительной деятельности ученика в пределах 100, предлагаемый А.В. Белошистой, который помогал учащимся зрительно представить ход вычислений. Для детей с преобладанием синтетического типа мыслительной деятельности А.В. Белошистая использует специальные схематические модели двузначных чисел, отражающие их десятичную структуру. При этом наглядная модель двузначного числа позволяет ребенку в конкретной «ручной» деятельности моделировать сам прием вычисления, в то же время, являясь основой для самопроверки (то есть дает возможность убедиться в правильности ответа). Десятичная модель числа выглядит следующим образом («солнышко»):



С этой моделью связаны несколько случаев вычитания и сложения:

39-9	39-10	39-20	30+9
39-19	39-29	39-30	9+30

Используя эту модель, ребенок не только осваивает вышеозначенные случаи вычисления, представляя себе суть приема на наглядном уровне, но и действуя руками (просто закрывая пальцем или ладонью вычитаемое), сразу же проверяет правильность полученного ответа: 39-19=20.

Приведем примеры некоторых занятий.

А. Устный счет

1.Счет цепочкой:

36 – 6 + 8 – 30 + 7 – 9 + 60 = (66); 90 + 8 – 50 + 30 – 70 + 6 – 90 = (5).

2. Заполнить таблицу (таблица записана на доске).

a	2		4	20	6			9
c		5				25	12	
a + c	9	32	10	58	30	65	46	16

3.Продолжите ряды чисел:

2, 6, 10, …, …, …, …, ….; 24, 21, 18, …, …, …, ….

4. Сравните выражения, не вычисляя их значения:

48 – 29 … 48 – 25 37 + 24 … 37 + 22

5. Какие цифры нужно записать в пустой ячейке, чтобы получилась верной запись:

56 < 5□ 46 > □8

В. Устный счет

1. Прочитай выражение и вычисли:

Запись на доске:

9 + 3 =	15 + 8 =	60 – 23 =	27 + 7 =
11 – 7 =	62 – 9 =	34 + 6 =	65 + 6 =

2. Подберите такие числа, чтобы записи были верными

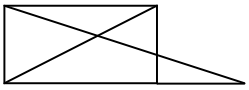
65 – 20 < 65 – [ ] ; 86 – 4 > 86 –[ ]; 32 + 5 < 32 + [ ]; 18+30 > 18 + [ ].

4. Что тяжелее: 6 пакетов крупы по 2 кг или 2 листа железа по 6 кг?

5. Решите задачу:

Вера тяжелее, чем Катя, но легче, чем Оля. Кто легче всех? (Катя)

6. Сосчитайте, сколько треугольников? (Ответ: 9 треугольников)



С. Устный счет

1. Закрепление знаний таблиц умножения и деления.

2. Расшифруйте запись, расположив ответы в порядке убывания, и узнаете, как зовут знакомого вам героя мультфильма:

(57 – 36) : 3	- о	(42 – 34) · 3	- а
(31 – 28) · 9	- к	(19 – 14) · 2	- р
(78 – 60) : 2	- л	(45 – 5) : 10	- н
(75 – 51) : 3	- с		

Ответ:

27	24	10	9	8	7	4
к	а	р	Л	с	о	н

3. Выполните вычисления::

30 : 3 – 2 = ; (1 + 2) · 7 = ;

30 : (3 – 2) = ; 1 + 2 · 7 = .

Сравните выражения в каждом столбике. Чем они похожи и чем отличаются?

4. Решите задачу: На блюдца разложили 18 вафель так: на первое – 4, на второе – 5, далее – 2 и на последнее – 7 вафель. Как можно не трогая вафель на блюдцах, расставить эти блюдца на двух столах так, чтобы на одном столе было в два раза больше вафель, чем на другом? (4 и 2; 5 и 7).

Для оценки эффективности занятий были проведены предварительный и заключительный математические диктанты. В начале учебного года (9.09) была проведена входная контрольная работа в форме математического диктанта. В заключение экспериментальной работы, в декабре также был проведен контрольный математический диктант. Итоги этих двух диктантов приводятся в сводной таблице.

Сводная таблица.

	Предварительный срез		Заключительный срез	
Фамилия, имя	Количество ошибок	оценка	Количество ошибок	оценка
1. Андрусенко Света	1	4	0	5
2. Бычкова Наташа	1	4	0	5
3. Голошумова Настя	8	2	4	3
4. Иванова Ирина	3	3	3	4
5. Карпухин Саша	5	3	2	4
6. Ковтунов Сергей	0	5	0	5
7. Курноскина Лена	3	3	2	4

8. Манина Таня	5	3	2	4
9. Милащенко Ната	0	5	0	5
10. Постельникова Галя	2	4	2	4
11. Фетисова Люда	4	3	2	4
12. Хламов Павел	0	5	0	5
Средние	2,67	3,67	1,42	4,33

Результаты предварительного диктанта:
«5» - 3 человека, «4» - 3 человека,
«3» - 5 человек, «2» - 1 человек.
Процент успеваемости – 92%, процент качества – 50%, средний балл равен 3,67.

Результаты заключительного диктанта:
«5» - 5 человек, «4» - 6 человек,
«3» - 1 человек, «2» - 0 человек.
Процент успеваемости - 100%, процент качества – 92%, средний балл равен 4,3.

Как видим, успеваемость повысилась на 8%, качество на 42%, увеличился и средний балл. В качестве контрольной группы использовались результаты двух математических диктантов учеников 4 класса той же школы.

Можно провести сравнение оценок этих диктантов для выборок учащихся экспериментального и контрольного классов по методу Манна-Уитни [Е.В. Сидоренко].

Сравнение **предварительных** оценок по математическому диктанту в экспериментальном и контрольном классах		Сравнение **заключительных** оценок по математическому диктанту в экспериментальном и контрольном классах	
оценки	ранги	оценки	ранги
2	2	3	4
2	2	3	4
*2	2	3	4
3	8	3	4
3	8	3	4
3	8	3	4
3	8	3	4
*3	8	4	12,5
*3	8	4	12,5
*3	8	4	12,5
*3	8	*4	12,5
*3	8	*4	12,5
4	16	*4	12,5
4	16	*4	12,5
4	16	*4	12,5
4	16	*4	12,5
*4	16	*4	12,5
*4	16	5	21
*4	16	5	21
5	22	*5	21
5	22	*5	21
*5	22	*5	21
*5	22	*5	21
*5	22	*5	21
Сумма рангов	156+144=300	Сумма рангов	192,5+107,5=300
Символом * выделены результаты экспериментального класса			

Сумма рангов предварительного математического диктанта для учащихся экспериментального класса равна $T_э$=2+40+48+66=156, для контрольного класса $T_к$=4+32+64+44=144. Значение критерия Манна-Уитни равно

$$U_{эмп} = 12 \times 12 + \frac{12 \times 13}{2} - 156 = 144 + 78 - 156 = 66.$$

Критические значения при n_1=n_2=12 равны 31 и 42, таким образом, первоначальные выборки статистически не различаются.

Сумма рангов заключительного математического диктанта для учащихся экспериментального класса равна $T_э$=87,5+105=192,5, для контрольного класса $T_к$=28+37,5+42=107,5. Значение критерия Манна-Уитни для оценок заключительных срезов равно

$$U_{эмп} = 12 \times 12 + \frac{12 \times 13}{2} - 192{,}5 = 29{,}5 < 31 = U_{0{,}01}.$$

Критические значения при n_1=n_2 =12 также равны 31и 42. Таким образом, выборки заключительных оценок экспериментального и контрольного классов статистически различаются с достоверностью 99%. Мы видим, что в экспериментальном классе достоверно улучшилась успеваемость.

Для проверки эффективности предложенной системы занятий велся мониторинг текущих математических диктантов и контрольных работ.

Мониторинг контрольных работ в 3 классе

Дата	15.09	11.10	26.10	24.11	1.12	27.12
Успеваемость	75	83	83	83	100	100
Качество	50	58	58	75	58	75
Средний балл	3,4	4	3,8	3,8	3,8	4

Мониторинг математических диктантов в 3 классе

Дата	9.09	21.09	6.10	17.10	24.10	14.11	21.11	28.11	8.12	16.12
Успеваемость	91	100	100	100	100	100	100	100	100	100
Качество	50	66	75	75	75	83	91	91	83	100
Средний балл	3,6	3,9	4	4,1	4	4,3	4,3	4,3	4,2	4,4

Таблицы показывают в экспериментальном классе возрастание успеваемости с 75% до 100%, качества с 50% до 75%, а также существенное возрастание среднего по классу балла. Проанализировав результаты контрольных работ и математических диктантов, можно сказать, что в данном классе значительно улучшилось качество знаний, и повысился средний балл. Кроме того, учащиеся более уверенно и быстро стали выполнять контрольные работы.

Для сравнения были взяты аналогичные данные по учащимся 4 класса той же школы.

Мониторинг контрольных работ в 4 классе

Дата	29.09	18.10	26.10	6.12	21.12
Успеваемость	91	100	91	100	100
Качество	58	66	58	33	41
Средний балл	3,5	3,6	3,5	3,4	3,5

Мониторинг математических диктантов в 4 классе

Дата	13.09	26.09	13.10	23.10	13.11	24.11	15.12	26.12
Успеваемость	83	91	100	100	91	100	100	100
Качество	50	41	50	41	50	50	50	41
Средний балл	3,5	3,5	3,7	3,5	3,5	3,5	3,6	3,5

Данные контрольного класса показывают, что при высокой успеваемости качество знаний и средний балл остаются приблизительно постоянными, испытывая некоторые колебания.

В целом экспериментальная работа показала, что систематически и целенаправленно проводимые устные упражнения сыграли большую роль в совершенствовании приобретенных навыков вычислительного характера и росте успеваемости по предмету и поэтому являются важным фактором для успешного обучения младших школьников математике.

Литература

1. *Бантова М.А. и др.* Методика преподавания математики в начальных классах. - М. Просвещение, 1973. – с. 159-167.
2. *Белошистая А.В.* Прием формирования устных вычислительных умений в пределах 100 // Начальная школа. - 2001.- №7.
3. *Демидова Т. Е., Тонких А.П.* Приемы рациональных вычислений в начальном курсе математики // Начальная школа. – 2002. - № 2. - С. 94-103.
4. *Клецкина Л.А.* Формирование навыков табличного умножения.// Начальная школа.- 2001.- № 9.
5. *Кравченко В.С.* Устные упражнения по математике в 1-3 классах. – М.: Просвещение, 1979. – С. 4-10.
6. *Кураченко З.В.* Личностно-ориентированный подход в системе обучения математике // Начальная школа. - 2004. - № 4.
7. *Липатникова И. Г.* Роль устных упражнений на уроках математики //Начальная школа. - 1998. - №2.
8. *Мартынов И.И.* Устный счет для школьника, что гаммы для музыканта. // Начальная школа. – 2003. - № 10. – С. 59-61.
9. *Сидоренко Е.В.* Методы математической обработки в психологии. - СПб.: ООО «Речь», 2002.
10. *Узорова О.В., Нефедова Е.А.* Четвертные контрольные работы по математике: 1-4-й кл. - М.: Астрель, 2003.
11. *Фаддейчева Т.И.* Обучение устным вычислениям // Начальная школа. – 2003. - № 10.
12. *Шадрина И.В.* Учим правильно рассуждать // Начальная школа. - 2002. - № 2.

П. М. ЗИНОВЬЕВ

ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ И ОЦЕНОЧНАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ УЧАЩИХСЯ

Текстовые задачи имеют огромное значение при обучении математике. Именно они ближе всего стоят к практике, так как в своей повседневной деятельности человеку приходится решать самые разнообразные задачи с математическим содержанием. Поэтому все школьные учебники математики, начиная с «Арифметики» Л. Ф. Магницкого, содержат большое количество текстовых или сюжетных задач.

Роль задач в начальном курсе математики велика. Они выступают и как цель обучения (необходимо научить решать разнообразные текстовые задачи), и как способ математического (в частности) и интеллектуального (в целом) развития ребенка [1]. В начальной школе ведется большая работа по обучению школьников решению текстовых задач. Этому вопросу посвящены многочисленные исследования ученых, методистов, учителей-практиков. Четко прослеживаются два подхода к обучению решению задач. Один связан с решением задач разных видов, начиная с простых задач в одно действие и продвигаясь к более сложным – в несколько действий. При этом выделяются различные типы задач с целью прочного усвоения способов решения этих типов. Второй подход связан с формированием общих умений решать задачи. Важно научить школьников выполнять семантический анализ текста, выявлять структуру задачи, устанавливать связь между условием и требованием, данными и искомыми. При этом подходе обучение решению задач является средством интеллектуального развития школьников. Заметим, что при решении задач разных типов также осуществляется анализ задачи, выделяются ее структурные компоненты, устанавливаются связи между группами задач, что также способствует умственному развитию учащихся.

Какой бы подход к обучению решению задач не использовался, цель одна – научить школьников решению текстовых задач, чтобы в дальнейшем они могли применять свои знания в практических ситуациях.

Обычно в текстовых задачах легко выделить *условие* – ту часть текста, в которой задана сюжетная ситуация, численные компоненты этой ситуации и связи между ними, и *требование* – ту часть текста, в которой указана искомая величина. В стандартной формулировке задач требование обычно выражено вопросом, начинающимся словом «Сколько …?». Дети привыкают ориентироваться на внешние частные признаки условия и требования задачи, что приводит к стереотипному мышлению. Любое незначительное видоизменение структуры текста задачи может представлять для ребенка значительные трудности [1].

Для преодоления формального подхода при решении текстовых задач рекомендуется использовать разнообразные формулировки, а именно такие, когда часть данных находится в вопросительном предложении или вопрос «замаскирован» в условии. Приведем примеры таких задач.

Задача 1. На тарелке было 8 груш. Сколько груш осталось на тарелке после того, как 3 груши съели за обедом? (Одно данное находится в вопросе).

Задача 2. Найти скорость моторной лодки, которая за 3 часа удалилась от пристани по течению реки на 45 км. Скорость течения реки 3 км/ч. (В формулировке задачи отсутствует слово «сколько». Оба предложения повествовательные. Вопрос ученик должен сформулировать сам).

При решении задач ученику приходится производить разнообразные вычисления и отвечать на вопрос задачи, приводя результат таких вычислений. Однако на практике часто возникают ситуации, когда нужно не только найти результат какого-нибудь арифметического действия, но и оценить этот результат. Существует довольно много задач, где спрашивается не «сколько?», а «хватит ли?», «найти наименьшее целое число», «какой из двух или трех результатов лучше?» и т. д. Например, одно из заданий единого государственного экзамена представлено в виде следующей задачи.

Задача 3. В туристический поход на 7 дней отправляется группа из 8 человек. В походе на одного человека приходится 90 граммов сахара в день. Сколько трехкилограммовых мешков сахара нужно купить, чтобы сахара хватило на весь поход.

Элементарные вычисления показывают, что на весь поход требуется 5 кг 40 г сахара. Но ответ надо дать, выяснив, сколько трехкилограммовых мешков нужно иметь в походе, чтобы сахара хватило. Очевидный ответ – 2 мешка. Несмотря на простоту этой и подобных ей задач примерно 6% учащихся дают неправильный ответ. Ошибки учащихся связаны с непривычной формулировкой вопроса.

Умение сделать правильную оценку, прикидку результата часто помогает при решении задач, связанных с жизненными ситуациями.

Задача 4. Ручка стоит 4 руб. 30 коп. Какое наибольшее число ручек можно купить на 50 руб.

Задачу можно решать по-разному. Например, поделить 50 на 4,3 и получить в качестве целой части 11. Можно сделать прикидку, сообразив, что 10 ручек стоят 43 рубля, и чтобы при покупке не выйти за пределы 50 рублей, добавить к этим 10 ручкам можно еще только одну.

Задания единого государственного экзамена проверяют умение ученика оценивать результат.

Задача 5. Стены и потолок ванной комнаты, у которой длина равна 3,2 м, ширина и высота – 2,5 м, нужно обложить плиткой. Сколько ящиков плитки потребуется, если в одном ящике содержится 1,5 кв. м плитки, а площадь двери составляет 1,8 кв. м?

Найдем площадь стен и потолка ванной комнаты, вычтем из нее площадь двери, получим 34,7 кв. м. Теперь нужно выяснить, сколько ящиков плитки потребуется. При делении 34,7 на 1,5 получается дробное число, целая часть которого равна 23. Обычный житейский расчет показывает, что нужно купить 24 ящика плитки.

В некоторых задачах прикидка и оценка результата позволяют найти ответ без решения уравнения.

Задача 6. Два велосипедиста одновременно отправились в 96-километровый пробег. Первый ехал со скоростью, на 4 км/ч большей, чем скорость второго, и прибыл к финишу на 4 часа раньше второго. Найти скорость велосипедиста, пришедшего к финишу первым.

Считая, что скорость велосипедиста выражена натуральным числом и зная, что она не превосходит 30 км/ч, подберем число, на которое 96 делится без остатка. Это может быть 24, 16, 12. Быстрой проверкой убеждаемся, что условию задачи удовлетворяет только число 12. Аналогично можно найти ответ без составления уравнения в такой задаче.

Задача 7. Моторная лодка прошла против течения реки 48 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 8 часов меньше. Найдите скорость течения реки, если скорость лодки в неподвижной воде равна 8 км/ч.

Перебирая числа 1, 2, 3 и 4 (а другой скорость течения реки из практических соображений быть вряд ли может), убедимся, что подходит только число 4. Ради справедливости заметим, что мы ограничиваем поиск решения только натуральными числами, что, конечно, не всегда верно. Тем не менее, оценочная деятельность (в данном случае оценка скорости течения реки) может давать хороший результат.

Задача 8. Велосипедист отправился на прогулку и должен вернуться не позднее чем через 7 часов после выезда. На какое наибольшее расстояние от места старта он может удалиться, если его скорость 15 км/ч, а обратно его подвезут на машине, скорость которой 90 км/ч?

Это несложная задача, алгебраическое решение которой сводится к решению линейного неравенства. Однако с помощью простых оценочных суждений можно легко получить решение. Если предположить, что велосипедист будет ехать на велосипеде все 7 часов, то он проедет 105 км, но тогда он не успеет вернуться назад в указанное время. Уменьшим время езды на велосипеде на 1 час, тогда за 6 часов он проедет 90 км и за час вернется обратно, выполнив поставленное условие.

Встречаются задачи, в которых кроме вычислений нужно сделать оптимальный выбор из нескольких вариантов. Снова обратимся к примерам заданий из единого государственного экзамена (См., например, [2]).

Задача 9. Мотоциклист собирается проехать из пункта А в пункт В, в который ведут три маршрута: I, II и III. Маршрут I, который состоит из двух отрезков в 39 и 41 км, мотоциклист может преодолеть со скоростью 40 км/ч; на маршруте II, длина которого 81 км, мотоциклист может ехать со скоростью 50 км/ч; наконец, на третьем маршруте длиной 75 км мотоциклист может держать скорость 45 км/ч. Мотоциклист выбрал маршрут так, чтобы доехать до В за наименьшее время. Сколько часов он планирует пробыть в пути?

Если бы в результате деления не получались рациональные числа, то задача была бы по силам третьекласснику. А здесь приходится сравнивать три числа: 2, 1,62 и $1\frac{2}{3}$, из которых меньшим является 1,62. Число 2 можно было сразу не рассматривать в качестве ответа, так как простая прикидка показывает,

что время прохождения мотоциклистом II или III маршрутов меньше двух часов.

В некоторых задачах могут задаваться различные дополнительные условия, которые также следует учитывать при выборе оптимального решения.

Задача 10. У продуктового магазина есть три поставщика макаронных изделий. Какова наименьшая стоимость (в рублях) покупки с доставкой 41 коробки макаронных изделий? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена макаронных изделий (за 1коробку)	Стоимость доставки	Дополнительные условия
А	1470 руб.	3000 руб.	
Б	1510 руб.	2700 руб.	При заказе на сумму больше 50000 руб. доставка бесплатно
В	1500 руб.	2900 руб.	При заказе на сумму больше 70000 руб. доставка бесплатно

Стоимость покупки у поставщика А складывается из стоимости самих макаронных изделий, равной 1430·41 = 58630 (руб.), и стоимости доставки, равной 3000 руб., т. е. составляет 61630 руб. Стоимость покупки у поставщика Б совпадает со стоимостью макаронных изделий, равной 1510·41 = 61910 (руб.). (Оценивая стоимость макаронных изделий и учитывая, что дополнительное условие выполнено, приходим к выводу о том, что доставка бесплатная). Стоимость покупки у поставщика В складывается из стоимости самих макаронных изделий, равной 1500·41 = 61500 (руб.), и стоимости доставки, равной 2900 руб., т. е. составляет 64000 руб. (Поскольку стоимость макаронных изделий в этом случае меньше 70000 руб., то дополнительное условие не применяется, и за доставку нужно платить). Таким образом, наиболее выгодна для продуктового магазина покупка у поставщика А. Стоимость покупки с доставкой составит 61630 руб.

Итак, при обучении решению текстовых задач важно учитывать возможность оценочных действий учащихся, развивать эти способности и умело применять их.

Литература

1. *Белошистая А.В.* Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по специальности «Педагогика и методика начального образования» – М.: ВЛАДОС, 2007. – 455 с.
2. ЕГЭ 2010. Математика. Типовые тестовые задания / И. Р. Высоцкий и др.; под ред. А. Л. Семенова, И. В. Ященко. – М.: Изд-во «Экзамен», 2010. – 55 с.

О.Ю. ИОНКИНА

ГУМАНИСТИЧЕСКАЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ ТЕХНОЛОГИЯ КАК ОБЪЕКТ ПЕДАГОГИЧЕСКОГО ВЫБОРА

Последние десятилетия теория и практика обучения мало обращались к **гуманистическому, духовному** развитию личности. Особенно это относится к учреждениям начального и среднего профессионального образования, куда в последнее время поступают учиться ребята, слабо усвоившие школьный учебный материал. Если ещё 10 лет назад учащиеся такого низкого уровня подготовки традиционно поступали только в профтехучилища, то теперь (в связи с разными причинами, в том числе и дефицитом самих учащихся) их в достаточном количестве и в средних профессиональных учебных заведениях.

Существующее положение и в начальном, и в среднем профессиональном образовании не способствует главному – возвышению **Человека** – и требует переосмысления многих позиций во всём образовательном процессе. В своей монографии «Профессиональное образование в России» доктор педагогических наук, А.М. Новиков, подчёркивает, что переосмысление должно быть «в содержании, формах, средствах профессионального обучения и воспитания студентов, в переосмыслении личности педагога профессиональной школы, требований к уровню его общего и профессионального развития и т.д.».

Актуальной в этой связи становится задача систематизации, анализа и обобщения существующих образовательных действий, осуществляемых совместно педагогом и учащимися, отвечающими признаками «технологий» и имеющих гуманистическую направленность.

Обобщая имеющиеся определения понятия **«технология»**, можно охарактеризовать его, как процесс достижения определённых результатов по изменению исходного состояния объекта посредством использования свойственной конкретной области совокупности методов, средств, способов. Специфика образования как социально-экономической отрасли предъявляет особые требования к использованию разнообразных технологий, так как их продуктом являются *живые люди*, а сама степень формализации и алгоритмизации технологических образовательных операций не может быть сопоставима с промышленным производством. Именно поэтому, наряду с технологизацией образовательной деятельности неизбежен процесс её гуманизации. Такая позиция находит сейчас всё большее распространение в рамках *личностно-деятельностного* подхода. В аспекте гуманизации образования и в связи со сказанным, определим понятие гуманистической образовательной технологии.

Под **гуманистической образовательной технологией** мы понимаем такую образовательную технологию, которая позволяет насытить учебные занятия *эстетическими, этическими, экономическими, экологическими, правовыми компонентами* и придать им, с одной стороны, *фундаментальную*, а с другой, – *деятельностную* направленность. Гуманистической образовательной технологии присуща гуманистическая ориентация обучения и

воспитания, формирование общечеловеческих ценностей, гуманное отношение к обучаемому, признание его самоценности.

Гуманное отношение к обучаемому предполагает уважительное отношение к ученику, как к высшей самостоятельной ценности, и требует внедрения в образовательный процесс таких методов обучения, которые позволят, учитывая *врождённые способности* учащегося, максимально развивать его *личностные качества.* При этом развитие личности обучаемого не должно носить насильственный характер. Гуманное отношение к учащемуся проявляется не только в признании его индивидуальной ценности и развитии его личностных качеств, но и *создании педагогом таких условий*, при которых ребёнок захочет учиться.

Гуманистическая образовательная технология не случайно предполагает учёт врождённых способностей обучаемых. Ещё А.В. Луначарским была высказана очевидная истина о том, что каждый человек должен усвоить *немного обо всём и всё о немногом*, так как это напрямую связано с его врождёнными (доминантными) способностями. Каждый человек имеет свой личностный «потолок» возможного развития, поэтому *следует выявлять* именно такие специфические особенности, *которые позволят ему развиваться дальше.* Если опираться на хорошо развитые доминантные способности индивида, то он может достичь такого уровня соответствующей деятельности, которого не сможет достичь тот, у кого к этой деятельности мало или совсем нет способностей. В этом случае учащийся усваивает *всё* (до своего «потолка») связанное с той деятельностью, на которую направлены его доминантные способности, и необходимое «немногое» из всего остального. При этом кажется резонным предположение *о тесной связи* способностей и мотивов деятельности.

Одной из наиболее признанных теорий мотивации является теория, предложенная А. Маслоу. Маслоу детально описывает систему потребностей каждого человека, которая *заставляет* его идти вверх к более высоким достижениям. Иерархию потребностей по А. Маслоу лучше рассматривать как их пирамиду, от удовлетворения чисто физических потребностей через безопасность и потребности в социальных связях – к потребностям уважения и, в конце концов, к *самоактуализации* – состоянию достижения полного потенциала (высшей точки возможностей).

Под *мотивацией* следует понимать генетическое стремление человека к самореализации в соответствии его врождённым способностям к определённым видам деятельности и настойчивость в овладении ими на творческом уровне. У А. Маслоу «это человеческое стремление проявить себя в том, к чему он чувствует себя потенциально способным». Очевидно, что такое активное и устойчивое стремление можно реализовывать только в том случае, когда *для этого созданы необходимые условия.* В противном случае самореализация будет подавляться немотивированными видами деятельности, достижения в которых не могут превышать исполнительского уровня.

Гуманистическая образовательная технология по своей сути является содержательным обобщением некоторых образовательных технологий,

имеющих гуманистическую направленность. В основе *гуманистической образовательной технологии* находится личностно-деятельностный подход к обучению. Под *личностно-деятельностным подходом* мы понимаем гуманное отношение к человеку и помощь со стороны педагога в реализации его врождённого потенциала и конструктивного роста, в создании условий для личностного развития, самоактуализации и самореализации обучаемых.

В учреждениях НПО и СПО преобладает *традиционное обучение.* Под этим термином понимается, прежде всего, классно-урочная организация обучения, сложившаяся ещё в XVII веке. При всех своих достоинствах традиционное обучение представляет собой авторитарную педагогику требований. Традиционное обучение предполагает ориентацию работы педагога, прежде всего, на сообщение знаний и способов действий, передаваемых учащимся *в готовом виде* и предназначенных для *воспроизведения усвоенного.* При этом педагог является *единственно инициативно действующим лицом* учебного процесса.

Традиционное обучение носит преимущественно репродуктивный характер, его целью является воспитание личности *с заданными свойствами*. Поэтому по своему содержанию такое обучение ориентировано не на развитие личности, а на усвоение определённых знаний, умений и навыков. Кроме того, процесс обучения, как деятельность, в традиционном обучении характеризуется *слабой мотивацией* учебного труда учащихся, отсутствием самостоятельности, и, иногда, появлением отрицательной мотивации. Так, например, в традиционном обучении часто используют коррекционный метод. Суть его заключается в том, чтобы сначала выявить пробелы в знаниях и умениях учащихся, а затем при помощи специальных упражнений их устранить. При использовании такого метода учащегося *заставляют* заниматься тем, что у него не получается, его «ломают», «переделывают», и к негативному мотиву добавляют появление отрицательных эмоций. То есть, коррекционный метод является общим для всех, не учитывающим индивидуальных особенностей каждого. Для традиционной технологии обучения характерно то, что обучение идёт от *объективного содержания* учебной информации и действий, подлежащих усвоению.

Гуманистическая образовательная технология опирается на изучение *субъектных* психологических свойств ученика, предполагает акцентирование процесса обучения на *самоактуализации* личности, максимальном развитии её потенциальных возможностей и реализации потребностей и интересов этой личности. Определяющей позицией гуманистической образовательной технологии является принцип сотрудничества.

При организации обучения в сотрудничестве необходимо приучать ребят к следующему:

- работать в группе с любым партнёром или партнёрами;
- работать активно, серьёзно относясь к порученному заданию;
- вежливо и доброжелательно общаться с партнёрами;
- испытывать чувство ответственности не только за собственные успехи, но и за успехи своих партнёров.

При новой парадигме образования учитель выступает больше в роли организатора *самостоятельной активной познавательной деятельности* учащегося, компетентным консультантом и помощником. Эта роль значительно сложнее, чем при традиционном обучении и требует от учителя более высокого уровня мастерства. Следует отметить достоинства и трудности применения обучения с гуманистической образовательной технологией.

К достоинствам можно отнести следующие факторы.

1. Активизация познавательной учебной деятельности.
2. Повышение интереса к изучаемому предмету.
3. Появление желания учиться.
4. Самоактуализация.
5. Улучшение качества образования.

К трудностям (учителя) можно отнести следующие позиции.

1. Необходимость создания новых структурных форм занятий.
2. Необходимость создания эмоционального настроя на уроках.
3. Отказ от авторитарных приёмов педагогического руководства.
4. Подготовка разноуровнего дидактического материала для занятий.
5. Необходимость повышения профессионального мастерства.

Для занятий с использованием гуманистической образовательной технологии характерна творческая новизна в отборе форм, методов и средств обучения. В основном это уроки с нестандартной формой обучения: в форме путешествия, экскурсии, игры, аукциона, соревнования, турнира и т.п. На уроках используется и нестандартная подача учебного материала, музыкальные интервалы, рейтинговые задания, система поощрения активности учащихся (например, использование поощрительно-накопительных оценочных знаков) и другое.

Однако, возникает и другой вопрос, как быть с *переводом методического замысла* учителя в модель учебного процесса? Ведь совершенно очевидно то, что такой замысел может появиться лишь *у хорошо подготовленного* в профессиональном отношении учителя, не только овладевшего программными знаниями, умениями, навыками исследовательской работы, но и *желающего творчески работать*. Перевод замысла учителя в плоскость практики основывается на его высокой методической культуре, а это приобретается лишь в том случае, если сам преподаватель постоянно работает над совершенствованием своего профессионального уровня, занимается *инновационной деятельностью*. Учебный план и программы вместе с учебными пособиями составляют лишь проект содержания обучения. Этот проект, в процессе его реализации, неизбежно трансформируется под влиянием местных условий и *опосредуется личностью преподавателя*. Учителю, использующему гуманистическую образовательную технологию, присуща «ориентация» на ученика, а это требует большого профессионализма и творчества.

Педагогическая практика – процесс творческий. Любые образовательные технологии – ещё не гарантия успеха, ведь главным является органичное сочетание эффективных образовательных технологий и личности педагога.

В качестве *примера гуманизации* учебного занятия предлагаем *план-график* урока в форме соревнования по теме:

ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ

I. Организационный момент

Выбор старших в подгруппах, формирование команд. Старшие заполняют опросный лист своей команды, где будут учитываться знаки, набранные членами команды, а также промежуточные места по этапам соревнования. Используются поощрительно-накопительные знаки («+» – уровень «5»; «+.» – уровень «4»; «+/– » – уровень «3»; «+/-» – уровень «3,5»; «–/+» – уровень «2,5» и «–» – «2»).

II. Консультация преподавателя

Объяснение некоторых типовых заданий, с опорой на учащихся.

$П_1$. НАЙТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ДАННЫХ ФУНКЦИЙ:

a) $y = sin(17x + \frac{\pi}{8})\ ln(6x^4 - 23x + 78)$;

b) $y = arcctg\sqrt{19 - 6^x} + ln\sqrt{\cos 4x - 35}$;

c) $y = 24e^{7x}\sqrt{4x^{11} - 26}$.

III. Соревнование «К барьеру!»

У доски соревнуются представители подгрупп, выполняя разные примеры по одной тематике.

ВЫЧИСЛИТЬ ПРОИЗВОДНУЮ ФУНКЦИИ:

a) $y = 6e^{5x}sin22x$;

b) $y = arcsin9xcos8x$;

c) $y = 8^{4x}arccos3x$.

IV. Соревнование «Лидер»

НАЙТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛ ДАННЫХ ФУНКЦИЙ:

ВАРИАНТ 1А: $y = 3cos6x\sqrt{x^2 + 15}$

ВАРИАНТ 2А: $y = 2sin5x\sqrt{6x - 19}$

ВАРИАНТ 1Б: $y = ln\sqrt{6x^2 + 7x - 41} + arctg\sqrt{17x - 46}$

ВАРИАНТ 2Б: $y = ln\sqrt{23-26x-x^5} - arcctg\sqrt{35-24x}$

V. Соревнование «Гонка за лидером»

Всем предлагается одно задание на вычисление дифференциала функции. На выполнение задания отводится 10 минут. Этап завершается подведением итогов. Учащиеся работают под классическую, либо инструментальную музыку. Она является не только эмоциональным компонентом, но и определяет регламент времени.

$$y = \frac{5arccos\left(13x-\frac{\pi}{4}\right)}{e^{18x}+7^{8x}}, \qquad dy = \mathbf{?}$$

VI. Подведение предварительных итогов

Определяются места команд в результате проведённого соревнования, лидеры соревнования, добавочные поощрительные знаки за первое и второе командные места.

Старшие по группе сдают тетради учащихся своей команды для проверки преподавателю, окончательные итоги урока будут озвучены на следующем занятии, после проверки тетрадей.

Д/З: 1) $y = arcsin5x27^{7x}$ 2) $y = \sqrt{arcctg(13x-5)}$ $dy = \mathbf{?}$

УРОК-ТУРНИР

ПРОИЗВОДНАЯ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ СЛОЖНЫХ ФУНКЦИЙ

I. Организационный момент

Формирование малых учебных групп, выбор ассистентов преподавателя (старших в подгруппах), выдача тонких тетрадей для письменных работ, присвоение порядкового номера малой группе и ребятам внутри подгруппы.

II. Устный опрос-«лото»

Учащиеся выбирают карточку с номером отвечающей подгруппы, примерно так: «третья сверху» или «последняя», а учитель достаёт кружок с номером и выясняет, кто и из какой малой группы пойдёт отвечать на теоретические вопросы.

ВОПРОСЫ:

а) Что называется дифференциалом независимой переменной x?

б) По какой формуле вычисляется производная сложной функции?

в) Чему равна производная функции $y = lnx$? $y = log_a x$?

г) - ж) Формулы производной обратных тригонометрических функций?

III. Консультант

Представители малых групп у доски объясняют решение примеров на вычисление производной и дифференциала.

$П_1$ $y = e^{9x} sin24x$ $dy = ?$; $П_2$ $y = e^{x+12} ln7x$ $dy = ?$;

$П_3$ $y = sin(16x + \frac{\pi}{5})\, arccos(3x - \frac{\pi}{7})$ $dy = ?$;

$П_4$ $y = \sqrt{4arcsin8x - e^{4x}}$ $dy = ?$;

$П_5$ $y = log_7(4 + x^6) - lg\sqrt{13x+6}$ $dy = ?$.

<u>IV «ПОГРУЖЕНИЕ»</u>

Учащиеся работают по одному из 4 вариантов
(А – более простые задания, Б – более сложные)

ВЫЧИСЛИТЕ ПРОИЗВОДНУЮ И ДИФФЕРЕНЦИАЛ ДАННЫХ ФУНКЦИЙ:

IA 1) $y = e^{14x} cos27x$; 2) $y = \sqrt{x^7 + 3x - 6^x}$; 3) $y = \dfrac{4x - sin5x}{ln\, x}$.

IIA 1) $y = tg7xe^{2x}$; 2) $y = \sqrt{4^x - 9x + 6x^2}$; 3) $y = \dfrac{ln\, x}{8x^2 + cos3x}$.

IБ 1) $y = 5arcctg(45x + \frac{\pi}{13})\sqrt{x^5 - 6^x + 9}$;

2) $y = ln\dfrac{3x^2 + 4}{29 - x^{10}} + e^{34x+11}$; 3) $y = \sqrt{arcsin5x + 6^{4x}}$.

IIБ 1) $y = 15arctg(17x - \frac{\pi}{12})\sqrt{7 - e^{5x-2}}$;

2) $y = log_8\dfrac{x^6 - 7x + 3}{4x - 46} - 7^{9x-4}$; 3) $y = \sqrt{arccos7x - 17^{11x}}$.

Учащиеся работают под классическую музыку, при затруднениях обращаются к старшему, или к преподавателю. После завершения работы учащиеся получают дополнительное задание, либо становятся ассистентами преподавателя, работая со слабоуспевающими учениками.

В конце занятия старшие сдают работы своих товарищей на проверку. По опросным листам преподаватель в конце занятия подводит предварительные итоги. Группы, занявшие первое и второе места в уроке-соревновании, поощряются дополнительными знаками (+ или +.), что влияет на общую оценку членов групп. Окончательные итоги подводятся преподавателем в начале следующего занятия.

Литература

1. *А.М. Новиков.* Российское образование в новой эпохе.- М.: Эгейс, 2000.
2. *А.М. Новиков.* Методология образования.- М.: Эгейс, 2002.
3. *И.И. Валуцэ., Г.Д. Дилигул.* Математика для техникумов. – М: Наука, 1980.
4. *С.М. Вишнякова.* Профессиональное образование. Словарь. – М: Новь, 1999.

Г.Т. КОНДАУРОВА

КУРС «ОХРАНА ТРУДА» В ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ПОДГОТОВКЕ БУДУЩИХ ОПЕРАТОРОВ ПО ОБРАБОТКЕ ПЕРЕВОЗОЧНЫХ ДОКУМЕНТОВ

Одним из основных элементов профессиональной подготовки будущих железнодорожников является изучение опасностей трудовой деятельности, причин их возникновения, а также методов и средств защиты. Охрана труда является необходимой и важнейшей составляющей безопасности жизнедеятельности. Курс имеет общеобразовательный характер, формирующий у учащихся риск-мышление и общее представление об опасностях получаемой профессии, характере воздействия негативных факторов на человека, принципах установления предельно допустимых уровней воздействия, методах и средствах защиты человека.

Приведем примерное содержание курса «Охрана труда».

Тема 1. Основные понятия и терминология безопасности труда.

Тема 2. Классификация негативных факторов.

Тема 3. Источники и характеристики негативных факторов, их действие на человека.

Тема 4. Защита человека от физических негативных факторов.

Тема 5. Защита человека от химических и биологических негативных факторов.

Тема 6. Защита человека от опасности механического травмирования.

Тема 7. Защита человека от опасных факторов комплексного характера.

Тема 8. Микроклимат помещений.

Тема 9. Освещение.

Тема 10. Психофизиологические основы безопасности труда.

Тема 11. Эргономические основы безопасности труда.

Тема 12. Правовые, нормативные и организационные основы безопасности труда.

Тема 13. Экономические механизмы управления безопасностью труда.

Тема 14. Общие принципы оказания первой помощи пострадавшим.

Тема 15. Приемы оказания первой помощи.

Как показывает практика, аудиторных занятий не хватает для изучения даже основных понятий курса «Охрана труда». Поэтому в процессе усвоения знаний, формирования умений и навыков именно самостоятельная работа позволяет активизировать и развивать познавательные способности будущих специалистов.

Одной из наиболее удачных, на наш взгляд, форм для организации самостоятельной работы учащихся являются семестровые задания.

Семестровое задание состоит из двух частей.

Первая часть содержит несколько задач с профессионально-ориентированным содержанием, решив которые учащиеся должны будут отчитаться на индивидуальных консультативных занятиях.

В качестве примера приведем следующие задачи.

1. Укажите основные источники шума на производстве, связанном с вашей специальностью.

2. Укажите источники ионизирующего излучения на производстве в соответствии с вашей будущей профессией. Как и по каким параметрам осуществляется гигиеническое нормирование ионизирующего излучения.

3. Укажите источники наибольшей электрической опасности на производстве, связанном с вашей будущей профессией. Как можно уменьшить опасность поражения электрическим током?

4. Какие виды предохранительных (блокирующих) устройств используются на производстве и как они устроены?

5. Как должно быть организовано ваше рабочее место, и как должны быть расположены светильники для обеспечения комфортных зрительных условий?

6. Что такое эргономика, и какие характеристики человека необходимо учитывать при организации рабочего места оператора по обработке перевозочных документов?

7. Каковы основные методы и последовательность оказания первой помощи пострадавшему?

Вторая часть семестрового задания – творческая. Здесь учащийся должен будет сам поставить задачу по той теме изучаемого раздела, которая ему наиболее интересна, и решить ее. По этой части семестрового задания учащиеся готовят сообщения с использованием средств мультимедиа и выступают с ними перед своими однокурсниками, отвечают на поставленные вопросы. При подготовке этой части семестрового задания будущие железнодорожники имеют возможность обращаться за помощью к преподавателям специальных дисциплин.

В заключение приведем список литературы, который может быть использован будущими операторами по обработке перевозочных документов для изучения курса «Охрана труда»:

1. Безопасность жизнедеятельности / *С.В. Белов, В.А. Девисилов, А.Ф. Козьяков* и др.; Под общ. ред. *С.В. Белова*. – М.: Высш. шк., 2003.

2. Безопасность и охрана труда / *Н.Е. Гарнагина, Н.Г. Занько, Н.Ю. Золотарева* и др.; Под ред. *О.Н. Русака*.– СПб.: Изд-во МАНЭБ, 2001.

3. *Девисилов В.А.* Охрана труда. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2005.

Опыт показывает, что подобное изучение курса «Охрана труда» эффективно способствует профессиональному становлению будущих специалистов.

Т.В. КУЧМИЙ

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ НОВОГО ПОКОЛЕНИЯ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Интернет все больше входит в нашу жизнь. В эпоху общества информационных технологий государство заинтересовано в том, чтобы его граждане были способны грамотно работать с информацией, самостоятельно активно действовать, принимать решения, гибко адаптироваться к изменяющимся условиям жизни. Подключение всех школ России к сети Интернет в рамках Приоритетного национального проекта «Образование» сделало образовательные интернет-ресурсы доступными для всех образовательных учреждений. В связи с этим учителя математики должны не только знать о таких ресурсах, но и уметь грамотно пользоваться ими на уроке.

В наше время учитель должен научить школьника учиться, воспитать личность, ориентированную на саморазвитие. Успешно учиться и учить в современной школе помогают электронные образовательные ресурсы (ЭОР) нового поколения.

ЭОР нового поколения представляют собой открытые образовательные модульные мультимедиа системы (ОМС). По каждому учебному предмету организуется соответствующий ресурс: ОМС по математике, ОМС по информатике и т.д. Минимальной структурной единицей ОМС является тематический элемент (ТЭ). Для каждого ТЭ имеется три типа электронных учебных модуля (ЭУМ):

1) модуль получения информации (И-тип);
2) модуль практических занятий (П-тип);
3) модуль контроля (в общем случае – аттестации) (К-тип).

При этом каждый ЭУМ автономен, представляет собой законченный интерактивный мультимедиа продукт, нацеленный на решение определенной учебной задачи. Иными словами, каждый ЭУМ – это самостоятельный учебный продукт объёмом несколько Мбайт, так что получение его по сетевому запросу не представляет принципиальных трудностей даже для узкополосных (низкоскоростных) компьютерных сетей.

Для каждого ЭУМ постоянно разрабатываются аналоги – вариативы. Вариативами называются электронные учебные модули одинакового типа (И, или П, или К), посвященные одному и тому же тематическому элементу данной предметной области.

Основное преимущество ЭОР НП в сравнении с обычными учебниками заключается в том, что они дают возможность школьникам получать новую информацию по разным каналам восприятия : с помощью графики, фото, видео, анимации и звука. В сети Интернет размещаются инновационные учебно-методические комплексы, которые будут ориентировать учителя на использование современных методов обучения и образовательных технологий, принципиально изменяющих образовательную среду, на активное использование информационно-коммуникационных технологий в учебном

процессе. Пользуясь открытой модульной мультимедийной системой, учителя могут разрабатывать собственные авторские учебные курсы и индивидуальные образовательные программы для школьников.

В практике работы современного учителя математики электронные образовательные ресурсы нового поколения (ЭОР НП) могут использоваться как в традиционном обучении, так и инициировать применение инновационных образовательных технологий.

В настоящее время на сайте Федерального Центра информационно-образовательных ресурсов (http://fcior.edu.ru/) около 1300 различных модулей по математике.

Итак, учитель математики имеет возможность:

- использовать модули в обычных и профильных классах, в дополнительном образовании (элективных курсах и факультативных курсах, кружках, подготовке к экзаменам, исследовательской и проектной деятельности учащихся);
- комбинировать различные формы организации учебной деятельности учащихся (изложение материала, практику, проведение опросов и тестов) для настраивания учебного процесса под решение заданных педагогических задач;
- проводить своевременный многоуровневый контроль знаний и получать полную информацию о работе обучаемого и уровне усвоения им учебного материала;

при этом ему необходимо:

- учитывать потребности контингента обучаемых, предлагать им не только вопросы, но и нетривиальные творческие задачи;
- учитывать техническую оснащённость учебного процесса средствами ИКТ.

Таким образом, использование электронных образовательных ресурсов нового поколения позволяет расширить набор педагогических приёмов и методов учителя, нацелить учащихся на приобретение опыта поиска информации по предлагаемым вопросам, совершенствование своих умений в переработке и представлении информации (подготовка рефератов, презентаций, сообщений, докладов, опорных конспектов и т.д.).

Литература

1. Использование электронных образовательных ресурсов нового поколения в учебном процессе: Научно-методические материалы / *Бордовский Г. А., Готская И. Б., Ильина С.П., Снегурова В.И.* – СПб.: Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена, 2007. – 31 с..
2. *Осин А.В.* Мультимедиа в образовании: контекст информатизации. – М.: Агентство «Издательский сервис», 2004; издание второе – М.: Ритм, 2005.
3. *Осин А.В.* Создание учебных материалов нового поколения // Информатизация общего образования: Тематическое приложение к журналу «Вестник образования» - М.: Просвещение. – 2003. – №2.

С.В.ЛЕБЕДЕВА, М.А.ГУСЕВА

РАБОТА С ТЕОРЕТИЧЕСКИМ МАТЕРИАЛОМ ЭУМК «ТЕХНОЛОГИЯ ПРОФИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ»

Модернизация российского образования обусловила необходимость совершенствования подготовки учителей математики, в связи с чем в учебном плане специальности «Математика с дополнительной специальностью информатика» появилась новая учебная дисциплина – «Методика и технология профильного обучения математике».

Завершая профессионально-методическую подготовку учителя, курс «Методика и технология профильного обучения математике» изучается в VIII-IX семестрах и опирается на теоретические знания предметов: «Основные линии школьного курса математики и их реализация в действующих учебниках», «Психолого-педагогические основы обучения математике», «Инновационные образовательные технологии обучения математике», «Теория и методика обучения математике и информатике», «Современные средства оценивания результатов учащихся», и на результаты педагогической практики студентов (педагогическая практика по основной специальности – VIII семестр).

Курс «Методика и технология профильного обучения математике» представлен двумя самостоятельными модулями: «Методика профильного обучения математике» (изучается в VIII семестре) и «Технология профильного обучения математике» (изучается в IX семестре).

Гиперобъём теоретического материала курса обусловливает следующую структуру аудиторных занятий (см. таблицу).

№ блока	Деятельность студентов на аудиторном занятии	Время
I	Предваряющая работа с теоретическим материалом ЭУМК (внеаудиторная)	
II	Лекция по современным аспектам изучаемой темы	45 мин
III	Работа с хрестоматийным материалом	45 мин
IV	Лабораторный практикум	45 мин
V	Семинар	45 мин

Самостоятельная работа студентов (обязательного уровня подготовки) определяется следующими основными видами деятельности: (1) предваряющая работа с теоретическим материалом ЭУМК: самостоятельное изучение темы с последующей самопроверкой уровня усвоения материала по контрольным вопросам и заданиям – основа для восприятия лекционного материала, подготовленного преподавателем на основе новейших достижений в области профильного обучения математике – всего 9 часов; (2) домашняя контрольная работа – 4 часа; (3) подготовка к экзамену – 4 часа.

Самостоятельная (творческая) работа (уровня повышенной подготовки) студентов представлена возможностью: (1) стать участником образовательного веб-квеста «Элективный курс»; (2) включиться в проектную деятельность с последующей публикацией результатов в сборнике «Учитель – ученик:

проблемы, поиски, находки», издаваемым кафедрой математики и методики её преподавания СГУ им. Н.Г.Чернышевского; (3) исследовать частную проблему, связанную с профильным обучением математике и предложить её решение (результаты работы обсуждаются на заседаниях научно-методического семинара кафедры математики и методики её преподавания «Профессионально-методическая подготовка учителя математики и информатики в условиях классического университетского образования»). В этом случае студенты выполняют работу реферативного характера. Темы рефератов предложены в учебно-методическом пособии:

Кондаурова, И.К., Лебедева, С.В. Научно-исследовательская деятельность будущих учителей математики: творческие задания по элементарной математике и методике её преподавания: учебно-методическое пособие / И.К. Кондаурова С.В.Лебедева – Саратов, 2009. – 160 с.

Форма итогового контроля по модулю «Технология профильного обучения математике» – трёхступенчатый экзамен, который включает: (1) компьютерное тестирование на знание терминологического аппарата и базового теоретического материала курса (результат работы с разделом ЭУМК: «Теоретические сведения»); (2) письменный ответ на вопрос – развёрнутый ответ, позволяющий выявить глубину базовых теоретических знаний (результат работы с разделами ЭУМК: «Теоретические сведения», «Лабораторный практикум» и «Семинары»), и (3) творческий отчёт о проведённом учебном/научном исследовании (результат работы с разделами ЭУМК: «Творческие задания», «Исследовательская деятельность»).

1 ступень. Допуском является своевременное выполнение текущей контрольной работы. Успешное прохождение первой ступени (не менее 70% верных ответов) гарантирует оценку «удовлетворительно». В основе этой части экзамена – компьютерный тест (раздел ЭУМК: «Итоговое тестирование»), который состоит из 60 вопросов. При отсутствии возможности проведения компьютерного тестирования предусмотрен альтернативный вариант – бланковое тестирование.

2 ступень. Допуск – выполнение теста не менее чем на 85%. Успешное прохождение второй ступени оценивается на «хорошо».

3 ступень. Допуск – (1) ответ на письменный вопрос экзамена не менее чем на «хорошо» или (2) активное участие в научной исследовательской работе при условии выполнения итогового теста не менее чем на 95%.

На схеме 1 представлена структура ЭУМК «Технология профильного обучения математике» в контексте изучения теоретического материала. Нелинейность структуры ЭУМК позволяет студентам выбирать индивидуальные образовательные траектории. Напомним, что под *индивидуальной общеобразовательной траекторией* (ИОТ) понимают содержание образования и уровни его освоения, включающие определенный государством обязательный минимум и определенные учащимся для достижения личностно значимых образовательных результатов в рамках учебного плана образовательного учреждения или образовательной сети.

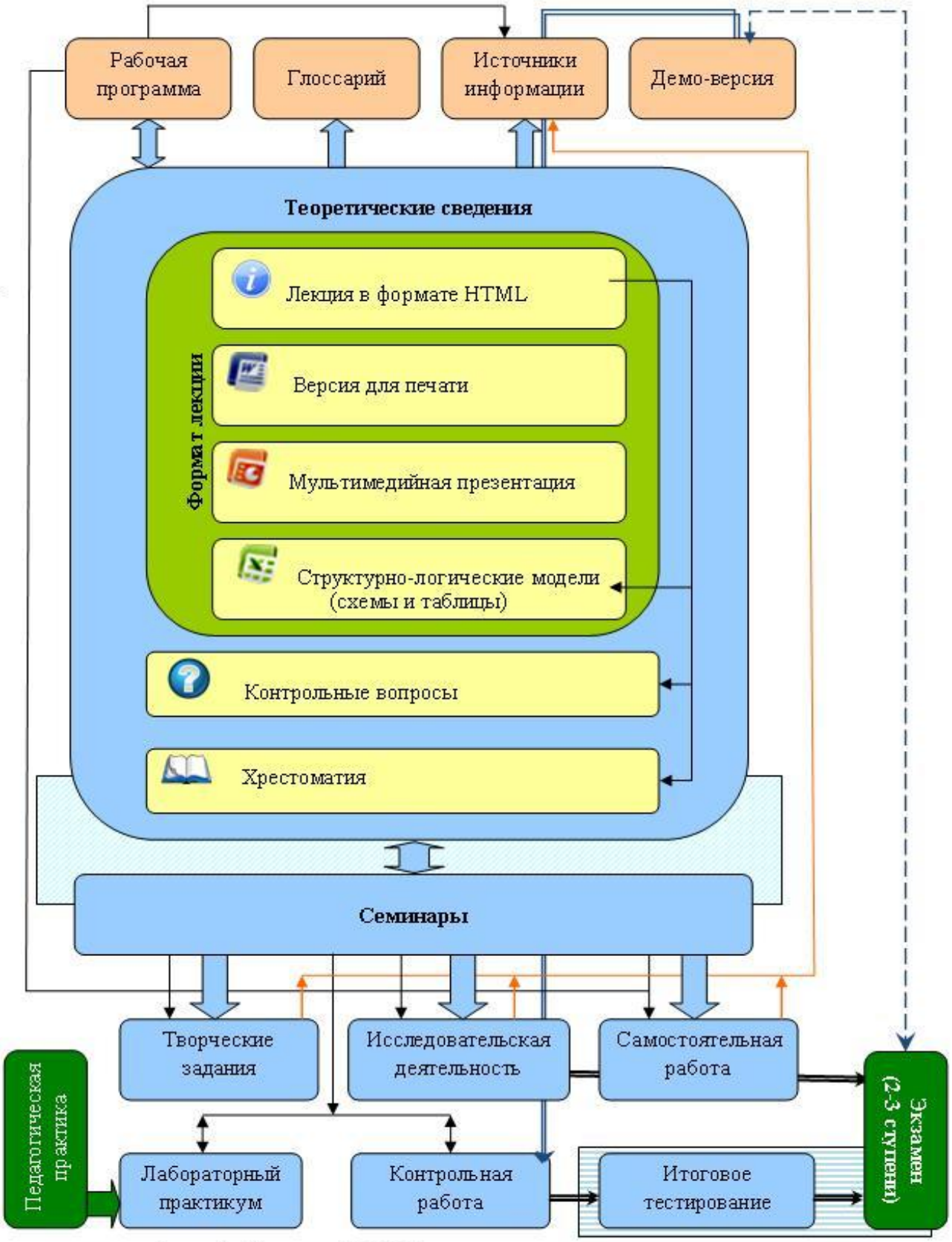


Схема 1. Структура ЭУМК в контексте изучения теоретического материала

Различные варианты индивидуальных образовательных траекторий представлены на схеме 2.

Схема 2. Индивидуальные образовательные траектории изучения модуля

Траектория «уровня обязательной подготовки» предлагает студенту начать работу с оценки своих знаний по материалу курса – пройти итоговый тест (раздел ЭУМК: «Демо-версия»). В зависимости от результатов демо-тестирования обучающийся выстраивает план дальнейшей работы с ЭУМК и, либо сначала изучает теоретический материал курса (разделы ЭУМК: «Теоретические сведения» и/или «Глоссарий»), либо сразу выполняет контрольную работу, а затем готовится к экзамену (1 ступень). Необходимо, чтобы студенты, выбравшие этот уровень, понимали, что в случае изменения своего решения им предстоит серьёзная работа, часть которой – посещение лекций преподавателя – компенсировать практически невозможно (лекционный материал подготовлен преподавателем на основе новейших достижений в области профильного обучения математике).

Траектория «уровня повышенной подготовки» предписывает посещать лекции преподавателя, принимать активное участие в семинарах и лабораторных практикумах, проводить исследовательскую работу. Необходимо довести до сведения студентов, что простое посещение аудиторных занятий не гарантирует высокой оценки на экзамене. При дистанционной форме изучения

курса траектория «уровня повышенной подготовки» подходит для студентов, освоивших предмет на обязательном уровне. Здесь вместо лекции возможны интернет-диалог студента с преподавателем (компонент ЭУМК: «Контактная информация») и обязательное участие в образовательном веб-квесте (компонент ЭУМК: «Исследовательская деятельность: веб-квест»).

Траектория «творческого уровня» подходит для тех студентов, которые планируют специализироваться в области профильного обучения математике, будущих магистров и аспирантов, а также для учителей, повышающих квалификацию в области профильного обучения математике. Здесь акцент делается на расширение и углубление знания, его практическую ориентированность.

Вне зависимости от выбранной ИОТ, студент столкнется с необходимостью изучить теоретические сведения, представленные в ЭУМК в форме лекций и хрестоматийного материала (раздел ЭУМК: «Теоретические сведения»), и систематизировать на аудиторных занятиях полученные самостоятельно знания. Изучение теоретических сведений может проходить по различным сценариям, которые увеличивают количество ИОТ.

Сценарий 1 – самостоятельное внеаудиторное изучение курса на обязательном уровне.

(1) Самостоятельное изучение терминологического аппарата курса – интерактивные упражнения «Глоссарий».

(2) Контрольные вопросы по теоретическому материалу (контрольные вопросы к каждой теме включены в раздел «Теоретические сведения»).

(3) Пробное тестирование.

[(4) При необходимости – обращение к нужным разделам теоретического материала.

(5) Вторичный контроль знаний – контрольные вопросы + пробное тестирование.

(6) Этапы 4-5 могут быть исключены из сценария, а могут повторяться до полного усвоения теоретического материала на обязательном уровне.]

(7) Выполнение контрольной работы.

(8) Экзамен – 1 ступень – итоговое тестирование.

Этот сценарий подходит тем студентам, которые уже имеют представление о технологии профильного обучения математике, уверены в своих знаниях и не собираются их расширять и углублять.

Сценарий 2 – самостоятельное внеаудиторное изучение курса на повышенном уровне.

(1) Самостоятельное изучение терминологического аппарата курса – интерактивные упражнения «Глоссарий».

(2) Самостоятельное изучение в полном объёме обязательного теоретического материала курса.

(3) Лабораторный практикум.

(4) Пробное тестирование.

[(5) При необходимости – обращение к нужным разделам теоретического материала.

(6) Вторичный контроль знаний – пробное тестирование.

(7) Этапы 5-6 могут быть исключены из сценария, а могут повторяться до полного усвоения теоретического материала на обязательном уровне.]

(8) Выполнение контрольной работы.

(8) Исследовательская деятельность.

(8) Экзамен – 1-3 ступени.

Если студент решил ограничиться внеаудиторной работой, он должен обсудить свою образовательную траекторию с преподавателем: определиться со сроками и формой представления результатов.

Сценарий 3 – традиционный – выполнение всех предписанных рабочей программой видов деятельности в ходе аудиторных занятий и во внеурочной работе. Сценарий подойдет для тех студентов, которые планируют «полноценное» изучение курса с самого начала.

Первым шагом для них станет выбор формата внеаудиторного изучения теоретического материала. В ЭУМК предусмотрены следующие форматы представления лекционного материала: HTML (изучение обязательного теоретического материала на страницах ЭУМК); текстовый формат *.doc (в разделе ЭУМК: «Теоретические сведения: версия для печати)); мультимедийная презентация в формате *.ppt; структурно-логические модели *.jpg (схемы и таблицы)

Все эти варианты равноценны с точки зрения содержания. Их многообразие призвано обеспечить возможность выбора наиболее приемлемого способа изучения теоретических сведений, соответствующего типу восприятия обучающихся.

С точки зрения психолого-методических основ обучения для большинства студентов рекомендована работа с гипертекстом (формат HTML), в котором есть ссылки, как на материал глоссария, так и на структурно-логические модели.

Параллельно с самостоятельным внеаудиторным изучением теоретических сведений студент посещает аудиторные занятия, где выполняет предписанные рабочей программой курса виды деятельности: лекции по современным аспектам технологии профильного обучения математике, работа с хрестоматийным материалом, лабораторный практикум и семинары.

Учебным планом по данному модулю предусмотрены три семинара, каждый из которых призван обобщить и систематизировать знания студентов по соответствующему разделу модуля.

На каждом семинаре рассматривается 2-3 проблемных вопроса, которые формулируются на лекции. По каждому вопросу группа студентов (3-5 человек) готовят ответ в форме доклада с презентацией. Для эффективной подготовки к семинарам предусмотрены консультации.

Преподавателю необходимо учитывать, что студенты получают задание на семинары не единовременно, и, следовательно, имеют различное время на подготовку.

Сценарий 4 – научно-исследовательская работа студентов с регулярным отчётом о выполнении – рассчитан на тех, кто считает, что уже овладел материалом на повышенном уровне, но ещё не до конца определился с темой исследования, учится публичным выступлениям и т.п.

(1) Ознакомление с тематикой семинарских занятий, содержанием и формами исследовательской деятельности, перечнем творческих заданий.

(2) Выполнение контрольной работы.

(3) Участие в лекционных и семинарских занятиях.

(4) Определение темы исследования.

(5) Исследовательская работа по выбранной теме.

(6) Участие в заседаниях научного семинара кафедры математики и методики её преподавания СГУ «Профессионально-методическая подготовка учителя математики и информатики в условиях классического университетского образования». Публикация в сборнике «Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки». Участие в других научных мероприятиях. Работа над дипломным проектом.

(7) Экзамен – 1 и 3 ступени.

Сценарий 5 – научно-исследовательская работа студентов с отчётом о выполнении по окончании курса – годится для тех, кто рассчитывает работать полностью самостоятельно над интересующей темой исследования.

(1) Выполнение контрольной работы.

(2) Утверждение темы исследования у преподавателя.

(3) Исследовательская работа по выбранной теме. Возможны интернет-консультации.

[(4) Участие в заседаниях научного семинара кафедры математики и методики её преподавания СГУ «Профессионально-методическая подготовка учителя математики и информатики в условиях классического университетского образования». Публикация в сборнике «Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки». Участие в других научных мероприятиях. Работа над дипломным проектом].

(7) Экзамен – 1 и 3 ступени.

Если результаты контрольной работы окажутся низкими, преподаватель вправе предупредить студента о недостаточном уровне готовности к самостоятельному научному исследованию и рекомендовать продолжить обучение по четвёртому сценарию.

Мы привели только пять возможных сценариев работы с теоретическим материалом ЭУМК, хотя их, конечно же, больше. В одних – работа с блоком «Теоретические сведения» обязательна, в других – желательна, в остальных – обходятся без неё. В любом случае, у студента всегда есть возможность обратиться к содержанию блока «Теоретические сведения».

К.Е. МЕДВЕДЕВ, Л.В. БЕССОНОВ

ГРАФИЧЕСКИЙ РЕДАКТОР ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПОСТРОЕНИЙ «ЭВРИКА»

Одним из важнейших направлений развития сферы образования является компьютеризация школы. Реализация этой задачи состоит не только в оснащении компьютерных классов, но и в разработке специального программного обеспечения (ПО). И если первая проблема в большинстве российских школ, так или иначе, решена, то сфера разработки учебного ПО до сих пор развита слабо. Причем, не стоит забывать, что к этой группе относится не только ПО, организующее компьютеризированный учебный процесс (операционная система, программные оболочки и т.п.), но и специализированные образовательные программы, предназначенные для проведения занятий или подготовки пособий. [1]

Векторный графический редактор «Эврика» (ВГР «Эврика»), спроектированный и реализованный первым автором, предназначен для подготовки чертежей и может быть использован при объяснении новой темы по школьному курсу планиметрии, для проведения лабораторных и самостоятельных работ и т.д.

Фактически, программа упрощает и автоматизирует процесс построения чертежей. При её разработке учитывались такие критерии, как:

1. Простота и удобство использования программы для учителя. Графический редактор «Эврика» разрабатывался в соответствии с профилем задач школьного учителя и учебного процесса в целом, что позволяет пользователю экономить время в задачах разработки дидактических материалов и реализации визуального ряда урока. [2]

2. «Прозрачная» визуализация для ученика. ВГР «Эврика» предоставляет знакомые для ученика средства визуализации. Символика и обозначения, используемые в интерфейсе, приближены к применяемым в школьном курсе геометрии.

Приведённые критерии справедливы не только при разработке графического редактора, но и, вообще, для любого ПО, используемого в учебном процессе. К сожалению, сейчас не так много программ, удовлетворяющих этим требованиям. Обычно в школе используются либо дорогие программные комплексы (AutoCAD, MatLab), которые помимо большой цены еще и сложны в использовании, либо ПО широкого назначения (Paint и т.п.), которое не очень удобно для геометрических построений. [2, 3] В отличие от этих программных средств ВГР «Эврика» имеет ряд преимуществ:

1. Автоматическая обработка отношений между геометрическими объектами. Редактор позволяет пользователю задать определенные отношения между объектами на рисунке и автоматически поддерживает их в реальном времени.

2. Бесплатность. Программа бесплатна, в её создании были использованы только свободно-распространяемые библиотеки и технологии.

3. Кроссплатформенность. ВГР «Эврика» реализован при помощи кроссплатформенных библиотек, т.е. работает в разных операционных системах.

4. Низкие системные требования. Программа обладает минимальными системными требованиями, что позволяет использовать её на старых компьютерных системах. Это особенно актуально в условиях устаревшего парка вычислительной техники во многих российских школах.

Для примера работы с ВГР «Эврика» рассмотрим задачу проведения лабораторной работы курса планиметрии по теме «Треугольник: медиана, биссектриса, высота». Программу можно эффективно использовать как в подготовке материалов к занятию, так и непосредственно на уроке.

При подготовке к этому занятию перед учителем встает задача построения различных треугольников с медианами, вершинами и высотами. Использование стандартных средств ОС Windows и пакета MS Office (либо его аналогов) для таких задач не очень удобно: построения медиан, биссектрис и высот приходится делать «на глаз», а при любом изменении треугольника их приходится перерисовывать заново. Это приводит к неоправданным затратам времени учителя на выполнение рутинной работы. [4]

Графический редактор «Эврика» автоматически обрабатывает зависимости между различными объектами в реальном времени. В процессе проведения лабораторной работы учитель строит треугольник *ABC*. Чтобы построить медиану *AM*, достаточно просто указать точку *A* — вершину треугольника, а для точки *M* указать ограничение «лежит на середине» для соответствующего основания. Причем при изменении самого треугольника, *AM* будет соответствующим образом изменена, чтобы сохранить установленные взаимосвязи.

Механизм обработки взаимосвязей объектов ВГР «Эврика» дает преподавателю возможность показать различные свойства геометрических объектов в движении, а не просто на статическом чертеже. Например, после объяснения ученикам теоремы о свойстве медиан треугольника, можно открыть заранее сохраненный проект ВГР «Эврика» и подвигать вершины треугольника, наглядно демонстрируя справедливость теоремы. По аналогии можно показать учащимся свойства средней линии треугольника.

Область применения этой программы не ограничивается школьным занятием. Её также можно использовать при разработке учебников, электронных дидактических материалов, подготовке олимпиадных материалов и т.п. Конечно же, применение любого программного продукта в учебном процессе должно быть продумано с точки зрения воздействия на учащихся.

Литература

1. *Бордовская Н.В.* Современные образовательные технологии, М.: КноРус, 2009.
2. *Светлова Е.В.* Эффективные образовательные технологии, М.: Феникс, 2007.
3. *Брауде-Золотарев М.Ю.* Школьный софт: учить, а не приучать // Ведомости, вып. 83(1857), 10.05.2007.
4. *Светлова Е.В.* Предпрофильная подготовка в школе, М.: Феникс, 2008.

Л.Н. РОМАКИНА

К ВОПРОСУ ИЗЛОЖЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ В РАМКАХ ДИСЦИПЛИНЫ СПЕЦИАЛИЗАЦИИ

Государственным образовательным стандартом высшего профессионального образования от 31.01.2005г. (номер государственной регистрации № 692 пед/сп) для студентов, обучающихся по специальности 050201 – «математика с дополнительной специальностью информатика», предусмотрено изучение неевклидовых геометрий, в том числе, геометрии Лобачевского. В общем курсе геометрии, как правило, в четвертом семестре студенты знакомятся с историей зарождения и развития гиперболической геометрии, с ее основными фактами и различными моделями плоскости Лобачевского. В соответствии с базовым учебным пособием [2] изложение основ геометрии Лобачевского построено синтетическим методом на аксиоматике Д.Гильберта и содержит следующие темы.

1. Аксиома Лобачевского. Параллельные прямые по Лобачевскому.
2. Треугольники и четырехугольники на плоскости Лобачевского.
3. Взаимное расположение двух прямых на плоскости Лобачевского.
4. Окружность, эквидистанта и орицикл.
5. Доказательство логической непротиворечивости геометрии Лобачевского.

Более глубокое изучение гиперболической геометрии предполагается при подготовке курсовых, выпускных аттестационных работ и (или) в рамках дисциплин специализации: «Избранные вопросы геометрии. Часть I», «Избранные вопросы геометрии. Часть II».

В данной работе предложен лекционный материал по теме «Фундаментальная группа преобразований гиперболической плоскости» как одной из возможных тем дисциплины специализации «Избранные вопросы геометрии. Часть I».

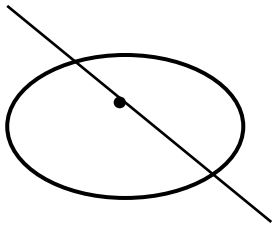
Преддверием основной части работы является анализ научной и учебно-методической литературы по теме исследования, а также обоснование применения группового подхода к изложению темы с выделением положительных методических особенностей данного подхода.

Лекционный материал изложен с точки зрения проективной геометрии. Группа преобразований гиперболической плоскости рассматривается согласно идее Ф.Клейна как подгруппа группы проективных преобразований проективной плоскости. По представлениям Кэли и Клейна существует девять различных геометрий [10], [12], [13, стр. 106], [4], определенных образом второго порядка на проективной плоскости. Среди них – три гиперболические геометрии, абсолютами которых служат овальные линии.

Гиперболическая геометрия, более известная как геометрия Лобачевского, построена на множестве точек, внутренних относительно абсолюта, и на множестве прямых, пересекающих абсолют (рис. 1).

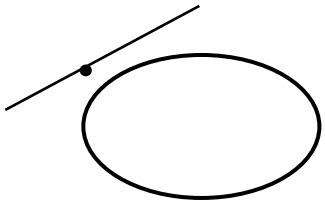
Когиперболическая геометрия, соответствующая геометрии гиперболической по принципу двойственности проективной плоскости, построена на множестве точек, внешних относительно абсолюта, и множестве прямых, его не пересекающих (рис. 2).

Бигиперболическая геометрия строится на множестве внешних точек относительно абсолюта и множестве пересекающих абсолют прямых (рис. 3).



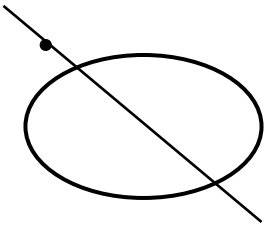
Гиперболическая

Рис. 1



Когиперболическая

Рис. 2



Бигиперболическая

Рис. 3

В учебно-методической литературе по неевклидовым геометриям [1], [2], [6], [8], [14], [17], [22], [23], [24], [25], [26] доминирующим является аксиоматический метод построения теории. В проективном изложении [3], [5], [12], [13] даны лишь начальные факты аффинной, евклидовой и некоторых неевклидовых геометрий. Систематическое описание коевклидовой и копсевдоевклидовой двумерных геометрий, соответствующих по принципу двойственности проективной плоскости евклидовой и псевдоевклидовой планиметриям, в проективном изложении представлено в работе [18].

Устоявшееся доминирование одного из подходов к изложению неевклидовых геометрий лишает систему подготовки будущего учителя математики ряда преимуществ, которые можно рассматривать как в психолого-педагогическом, так и в методическом аспектах. В работах [4], [19], [20], [21] отмечены положительные психолого-педагогические черты изложения неевклидовых геометрий на основе геометрии проективной. Отметим методические преимущества проективного изложения.

Во-первых, именно групповой подход соответствует современному взгляду на классические неевклидовы геометрии. В фундаментальной работе [16] Розенфельд Б.А. определяет классические неевклидовы пространства как области в проективном пространстве P^n. Например, *вещественное n-мерное гиперболическое пространство* H^n определено как внутренняя область вещественной овальной гиперквадрики проективного пространства P^n, в которой расстояние δ между точками A и B задано формулой

$$ch^2 \frac{\delta}{q} = (AB\alpha\beta),$$

где $(AB\ \alpha\beta)$ – двойное отношение этих точек и их полярных гиперплоскостей относительно овальной гиперквадрики [16, стр. 287].

Во-вторых, изложение отдельных тем неевклидовых геометрий аксиоматическим методом оказывается слишком сложным для понимания и требует проведения достаточно громоздких дополнительных рассуждений.

Например, в пособии [1] проведена синтетическим методом классификация преобразований гиперболической плоскости. Для чего доказаны позиционные и метрические теоремы, восстановить логику доказательств которых для среднего студента – непосильная задача. И если в отдельных случаях логика рассуждений автора понятна обучающимся, выйти самостоятельно на предложенный путь доказательства студенты не могут. В результате этого построенная теория представляется как некий фокус, трюк, повторить который дано не каждому. Вследствие чего снижается познавательный интерес и учебная активность студентов.

И, в-третьих, проективный характер изложения некоторых вопросов неевклидовых геометрий позволяет применить метод укрупнения дидактических единиц. К примеру, исследуя проективные преобразования проективной плоскости, относительно которых инвариантна овальная линия, мы получим теории преобразований сразу трех плоскостей: гиперболической, когиперболической и бигиперболической. Этот факт представляется особенно ценным, так как в учебно-методической литературе систематического изложения двух последних геометрий нет, и, следовательно, построить теорию преобразований данных геометрий синтетическим методом в рамках учебного курса невозможно.

Лекционный материал по теме «Фундаментальная группа преобразований гиперболической плоскости»

1. Из группы P всех проективных преобразований проективной плоскости P_2 выделим множество G всех преобразований, относительно которых инвариантна овальная линия γ.

Пусть H_1 и H_2 – произвольные преобразования из G. Так как линия γ инвариантна относительно каждого из этих преобразований, то она инвариантна и относительно их композиции, то есть композиция преобразований H_1 и H_2 принадлежит множеству G.

Если H^{-1} – преобразование, обратное к некоторому преобразованию H множества G, то линия γ инвариантна относительно H^{-1}, так как в противном случае справедливо противоречащее условию утверждение: линия γ не является инвариантной относительно преобразования H. Следовательно, H^{-1} принадлежит множеству G.

Таким образом, все преобразования множества G образуют группу.

Проективную плоскость P_2 с фиксированной овальной линией γ назовем *расширенной гиперболической плоскостью* H^2.

Каждое преобразование группы G является линейным, так как линейным является каждое проективное преобразование плоскости P_2 [2, стр. 40; 17, стр. 119]. И так как каждое линейное преобразование плоскости P_2 является проективным [2, стр. 40; 17, стр. 119], группа G содержит все линейные преобразования плоскости H^2.

Группу G назовем *фундаментальной группой преобразований расширенной гиперболической плоскости*.

2. Найдем аналитическую запись преобразований фундаментальной группы плоскости H^2. Матрица, определяющая преобразования группы G, зависит от выбора канонического репера плоскости H^2 и с точностью до числового множителя определена уравнением абсолюта в заданном каноническом репере. Докажем следующую основную теорему.

Теорема 1. Фундаментальную группу G преобразований расширенной гиперболической плоскости H^2 можно задать матрицей вида

$$\begin{pmatrix} a & b & 2\varepsilon\sqrt{ab} \\ c & d & 2\varepsilon\varepsilon_1\varepsilon_2\sqrt{cd} \\ \varepsilon_1\sqrt{ac} & \varepsilon_2\sqrt{bd} & \varepsilon\varepsilon_1\sqrt{bc}+\varepsilon\varepsilon_2\sqrt{ad} \end{pmatrix}, \tag{1}$$

где $\varepsilon = \pm 1$, $\varepsilon_1 = \pm 1$, $\varepsilon_2 = \pm 1$, с неотрицательными коэффициентами a, b, c, d при условии

$$\varepsilon_2\sqrt{ad} - \varepsilon_1\sqrt{bc} \neq 0. \tag{2}$$

Доказательство. Пусть невырожденная матрица

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \tag{3}$$

$det \parallel a_{ij} \parallel \neq 0$, $i, j = 1, 2, 3$, коэффициенты которой определены с точностью до ненулевого числового множителя, определяет группу P проективных преобразований плоскости P_2. Мы используем только те проективные реперы, в которых все вершины и единичная точка являются вещественными, поэтому согласно основной теореме о проективных преобразованиях [2, стр. 35] коэффициенты матрицы (3) – действительные числа.

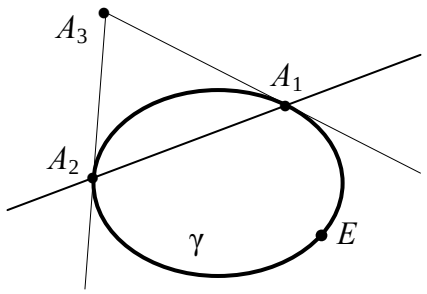


Рис. 4

На плоскости H^2 выберем канонический репер R^* так, чтобы первые две вершины A_1, A_2 и единичная точка E принадлежали абсолютной линии, а третья вершина A_3 являлась полюсом координатной прямой A_1A_2 (рис. 4) относительно абсолютной квадрики. Тогда уравнение абсолютной линии γ в репере R^* в проективных координатах (x_1: x_2: x_3) текущей точки будет иметь вид:

$$x_1x_2 - x_3^2 = 0. \tag{4}$$

В каждом преобразовании группы G линия γ, заданная уравнением (4), является образом линии γ′, заданной уравнением

$$
\begin{gathered}
x_1^2\left(a_{11}a_{21}-a_{31}^2\right)+x_2^2\left(a_{12}a_{22}-a_{32}^2\right)+x_3^2\left(a_{13}a_{23}-a_{33}^2\right)+\\
+x_1x_2\left(a_{11}a_{22}+a_{12}a_{21}-2a_{31}a_{32}\right)+\\
x_1x_3\left(a_{13}a_{21}+a_{23}a_{11}-2a_{31}a_{33}\right)+x_2x_3\left(a_{13}a_{22}+a_{23}a_{12}-2a_{32}a_{33}\right)=0.
\end{gathered}
\tag{5}
$$

В преобразованиях группы G линия γ инвариантна. Поэтому коэффициенты a_{ij} матрицы (3) преобразований группы G обращают уравнение (5) в уравнение, равносильное уравнению (4). Условие пропорциональности коэффициентов уравнений (4) и (5) накладывает на коэффициенты a_{ij} матрицы (3) преобразований группы G следующие связи:

$$
\begin{cases}
a_{11}a_{21}=a_{31}^2,\\
a_{12}a_{22}=a_{32}^2,\\
a_{13}a_{21}+a_{23}a_{11}=2a_{31}a_{33},\\
a_{13}a_{22}+a_{23}a_{12}=2a_{32}a_{33},\\
a_{33}^2=a_{11}a_{22}+a_{12}a_{21}+a_{13}a_{23}-2a_{31}a_{32}.
\end{cases}
\tag{6}
$$

Из первых двух равенств системы (6) получаем:

$$
a_{31}=\delta_1\sqrt{a_{11}a_{21}},\quad a_{32}=\delta_2\sqrt{a_{12}a_{22}},\quad \delta_1=\pm1,\quad \delta_2=\pm1.
\tag{7}
$$

Коэффициенты матрицы (3) – числа действительные, поэтому согласно равенствам (7) в группу G входят только те преобразования группы P, для коэффициентов матрицы (3) которых справедливы неравенства:

$$
a_{11}a_{21}\geq 0,\quad a_{12}a_{22}\geq 0.
\tag{8}
$$

Введем обозначения:

$$
\begin{gathered}
a=|a_{11}|,\ b=|a_{12}|,\ c=|a_{21}|,\ d=|a_{22}|,\\
\alpha=\frac{a_{11}}{a}=\frac{a_{21}}{c},\ \beta=\frac{a_{12}}{b}=\frac{a_{22}}{d},\\
\Delta=a_{12}a_{21}-a_{11}a_{22}=\alpha\beta\left(bc-ad\right).
\end{gathered}
\tag{9}
$$

Система условий (6) в принятых обозначениях имеет вид:

$$
\begin{cases}
a_{31}=\delta_1\sqrt{ac},\\
a_{32}=\delta_2\sqrt{bd},\\
ca_{13}+aa_{23}=2\alpha\delta_1a_{33}\sqrt{ac},\\
da_{13}+ba_{23}=2\beta\delta_2a_{33}\sqrt{bd},\\
a_{33}^2=a_{13}a_{23}+\left(\delta_1\sqrt{bc}-\delta_2\sqrt{ad}\right)^2.
\end{cases}
\tag{10}
$$

Систему (10) решим как систему уравнений относительно переменных a_{13}, a_{23}, a_{31}, a_{32}, a_{33}. Возможны два случая: $\Delta \neq 0$, $\Delta = 0$.

1. Если $\Delta \neq 0$, то из третьего и четвертого уравнений системы (10) по формулам Крамера получаем:

$$a_{13} = \frac{2a_{33}\sqrt{ab}}{\Delta}\left(\alpha\delta_1\sqrt{bc} - \beta\delta_2\sqrt{ad}\right),$$
$$a_{23} = \frac{2\alpha\beta\delta_1\delta_2 a_{33}\sqrt{cd}}{\Delta}\left(\alpha\delta_1\sqrt{bc} - \beta\delta_2\sqrt{ad}\right). \tag{11}$$

Подставим значения a_{13}, a_{23} из (11) в последнее уравнение системы (10):

$$a_{33}^2 = \frac{4\alpha\beta\delta_1\delta_2 a_{33}^2\sqrt{abcd}}{\Delta^2}\left(\alpha\delta_1\sqrt{bc} - \beta\delta_2\sqrt{ad}\right)^2 +$$
$$+ \alpha\beta ad + \alpha\beta bc - 2\delta_1\delta_2\sqrt{abcd}\,. \tag{12}$$

Из условия (12) получаем квадрат коэффициента a_{33}:

$$a_{33}^2 = \frac{\alpha\beta\Delta^2\left(\alpha\delta_1\sqrt{bc} - \beta\delta_2\sqrt{ad}\right)^2}{\Delta^2 - 4\alpha\beta\delta_1\delta_2\sqrt{abcd}\left(\alpha\delta_1\sqrt{bc} - \beta\delta_2\sqrt{ad}\right)^2} = \frac{\alpha\beta\Delta^2}{\left(\alpha\delta_1\sqrt{bc} - \beta\delta_2\sqrt{ad}\right)^2}. \tag{13}$$

Для вещественных коэффициентов матрицы (3) из последнего равенства следует, в частности, что $\alpha = \beta$. Это согласно обозначениям (9) означает, что в матрице (3) каждого преобразования группы G коэффициенты a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22} одновременно неотрицательные, или неположительные действительные числа.

При $\varepsilon = \pm 1$ и $\alpha = \beta$ из равенства (13) находим

$$a_{33} = \frac{\varepsilon\left(bc - ad\right)}{\left(\delta_1\sqrt{bc} - \delta_2\sqrt{ad}\right)} = \frac{\varepsilon\left(\delta_1\sqrt{bc} - \delta_2\sqrt{ad}\right)\left(\delta_1\sqrt{bc} + \delta_2\sqrt{ad}\right)}{\delta_1\sqrt{bc} - \delta_2\sqrt{ad}} = \varepsilon\left(\delta_1\sqrt{bc} + \delta_2\sqrt{ad}\right). \tag{14}$$

Равенства (11), (14) дают

$$a_{13} = 2\alpha\varepsilon\sqrt{ab}, \quad a_{23} = 2\alpha\varepsilon\delta_1\delta_2\sqrt{cd}. \tag{15}$$

Таким образом, при выполнении условий (6) при $\Delta = a_{12}a_{21} - a_{11}a_{22} \neq 0$ матрицу (3) можно записать в виде:

$$\begin{pmatrix} \alpha a & \alpha b & 2\alpha\varepsilon\sqrt{ab} \\ \alpha c & \alpha d & 2\alpha\varepsilon\delta_1\delta_2\sqrt{cd} \\ \delta_1\sqrt{ac} & \delta_2\sqrt{bd} & \varepsilon\left(\delta_1\sqrt{bc} + \delta_2\sqrt{ad}\right) \end{pmatrix}. \tag{16}$$

Коэффициенты матрицы (16) определены с точностью до ненулевого числового множителя. Поэтому, умножая все коэффициенты матрицы на α, запишем ее в виде

$$\begin{pmatrix} a & b & 2\varepsilon\sqrt{ab} \\ c & d & 2\varepsilon(\alpha\delta_1)(\alpha\delta_2)\sqrt{cd} \\ \alpha\delta_1\sqrt{ac} & \alpha\delta_2\sqrt{bd} & \varepsilon(\alpha\delta_1\sqrt{bc}+\alpha\delta_2\sqrt{ad}) \end{pmatrix}. \tag{17}$$

Так как $\alpha\delta_1 = \pm 1,\ \alpha\delta_2 = \pm 1,$ обозначим $\alpha\delta_1 = \varepsilon_1,\ \alpha\delta_2 = \varepsilon_2$.

Матрица (17) имеет вид матрицы (1) с неотрицательными коэффициентами a, b, c, d.

2. Если $\Delta = 0$, то система третьего и четвертого уравнений из (10) имеет решение (точнее, бесконечное множество решений) тогда и только тогда, когда справедливы равенства:

$$\Delta_{13} = \begin{vmatrix} 2\alpha\delta_1 a_{33}\sqrt{ac} & a \\ 2\alpha\delta_2 a_{33}\sqrt{bd} & b \end{vmatrix} = 2\alpha a_{33}\sqrt{ab}(\delta_1\sqrt{bc} - \delta_2\sqrt{ad}) = 0,$$

$$\Delta_{23} = \begin{vmatrix} c & 2\alpha\delta_1 a_{33}\sqrt{ac} \\ d & 2\alpha\delta_2 a_{33}\sqrt{bd} \end{vmatrix} = 2\alpha a_{33}\sqrt{cd}(\delta_2\sqrt{bc} - \delta_1\sqrt{ad}) = 0. \tag{18}$$

Если $\delta_1 = \delta_2$, то, так как $\Delta = bc - ad = 0$, имеет место каждое из равенств (18). В этом случае система уравнений (10) определяет с точностью до ненулевого числового множителя следующую матрицу коэффициентов:

$$\begin{pmatrix} a & b & ak \\ c & d & ck \\ \delta_1\sqrt{ac} & \delta_1\sqrt{bd} & \varepsilon k\sqrt{ac} \end{pmatrix}, \tag{19}$$

где k – ненулевое действительное число.

Определитель матрицы (19) равен нулю при любом значении k, поэтому проективное преобразование не может быть задано указанной матрицей. Таким образом, случай $\Delta = 0$, $\delta_1 = \delta_2$ не определяет преобразований расширенной гиперболической плоскости H^2.

Если $\delta_1 = -\delta_2$, то систему условий (18) можно записать в виде:

$$\begin{cases} a_{33}a\sqrt{bd} = 0, \\ a_{33}c\sqrt{bd} = 0. \end{cases} \tag{20}$$

Система условий (20) равносильна совокупности следующих условий:

1) $a = c = 0$; 2) $b = 0$; 3) $d = 0$; 4) $a_{33} = 0$.

В первых трех случаях матрица (3) является вырожденной. Действительно, в первом случае согласно первому условию системы (10) $a_{31} = 0$, следовательно, все коэффициенты в первом столбце матрицы (3) равны нулю.

Так как $\Delta = bc - ad = 0$, то равенство $b = 0$ ($d = 0$) влечет, по крайней мере, одно из равенств: $a = 0$, $d = 0$ ($b = 0$, $c = 0$).

Если в матрице (3) $b = d = 0$, то по второму условию из (10) $a_{32} = 0$, и все коэффициенты второго столбца в матрице – нулевые.

Если $b = a = 0$ ($d = c = 0$), то из третьего (четвертого) уравнения системы (10) получаем либо $a_{13} = 0$ ($a_{23} = 0$), то есть все коэффициенты первой (второй) строки матрицы (3) равны нулю, либо $c = d = 0$ ($a = b = 0$), что также приводит к нулевому определителю матрицы (3).

Таким образом, первые три случая не определяют преобразований плоскости H^2.

Пусть $a_{33} = 0$. Тогда третье и четвертое уравнения системы (10) при $\Delta = 0$ определяют бесконечное множество значений коэффициентов a_{13}, a_{23}: $a_{13} = -ak$, $a_{23} = ck$, где k – действительное число. Подставляя эти значения в последнее уравнение системы (10), находим возможные значения k:

$$k = 2\varepsilon\sqrt{\frac{b}{a}}, \quad \varepsilon = \pm 1, \tag{21}$$

и соответствующую матрицу коэффициентов:

$$\begin{pmatrix} a & b & 2\varepsilon\sqrt{ab} \\ c & d & -2\varepsilon\sqrt{cd} \\ \delta_1\sqrt{ac} & -\delta_1\sqrt{bd} & 0 \end{pmatrix}. \tag{22}$$

Матрица (22) является невырожденной и имеет вид матрицы (1) при положительных значениях a, b, c, d, и условиях $\Delta = 0$, $\varepsilon_1 = -\varepsilon_2$.

Итак, показали, что каждое линейное преобразование расширенной гиперболической плоскости H^2 может быть задано невырожденной матрицей вида (1) с неотрицательными коэффициентами a, b, c, d.

Определитель D матрицы (1) с неотрицательными коэффициентами a, b, c, d равен

$$D = \varepsilon\left(\varepsilon_2\sqrt{ad} - \varepsilon_1\sqrt{bc}\right)^3. \tag{23}$$

Следовательно, матрица (1) с неотрицательными коэффициентами a, b, c, d определяет фундаментальную группу преобразований расширенной гиперболической плоскости в каноническом репере второго вида тогда и только тогда, когда выполняется условие (2).

Теорема доказана.

Замечание. Информация о знаках чисел a, b, c, d в матрице (1) дает возможность однозначно определять значения квадратных корней из квадратов чисел a, b, c, d, а, следовательно, однозначно определять результаты различных операций над матрицами вида (1).

Литература

1. *Атанасян Л. С.* Геометрия Лобачевского. – М.: Просвещение, 2004. – 322 с.
2. *Атанасян Л. С., Базылев В.Т.* Геометрия. В 2-х ч. Ч. 2. Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов.– М.: Просвещение, 1987. – 352 с., ил.

3. *Буземан Г., Келли П.Д.* Проективная геометрия и проективные метрики. М., 1957. – 410 с.
4. *Букушева А.В.* Изучение линий второго порядка проективной плоскости как подготовительный этап к изучению неевклидовых геометрий. // Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: Сб. научно-метод. трудов: выпуск 7. – Саратов: ИЦ «Наука», 2009. С. 71 – 74.
5. *Дарбу Ж.Г.* Принципы аналитической геометрии: Пер. с фр. / Под ред. В.И. Милинского. Изд. 2-е, испр. – М.: КомКнига, 2006. – 376 с.
6. *Заславский А.А.* Геометрические преобразования.– М.: МЦНМО, 2004. – 86с.
7. *Игошин В.И.* Логико-дидактическая подготовка учителя математики и ее профессионально-педагогическая направленность // Современные тенденции в обучении математике. Межвуз. сб. научн. трудов – Саратов: Издательство ЗАО «Сигма-плюс», 2001. – 76 с.
8. *Кадомцев С.Б.* Геометрия Лобачевского и физика. Изд. 3-е. – М.: Книжный дом «Либроком», 2009. – 72 с.
9. *Клейн Ф.* Сравнительное обозрение новейших геометрических исследований («Эрлангенская программа») / Пер. Д.М. Синцова // В кн.: Об основаниях геометрии. М. 1956. С. 399 – 434.
10. *Клейн Ф.* Неевклидова геометрия. – М. – Л.: ОНТИ НКТП СССР, 1936.
11. *Кэли А.* Шестой мемуар о формах / Пер. Б.Л. Лаптева // В кн.: Об основаниях геометрии. М. 1956. С. 222 – 252.
12. *Певзнер С.Л.* Проективная геометрия. МГЗПИ. М.: Просвещение, 1980. – 128 с.
13. *Понарин Я.П.* Неевклидовы геометрии с аффинной базой. Кировский государственный педагогический институт. – Киров, 1991. – 121 с.
14. *Пуанкаре А.* О науке. – М.: Наука, 1983. – 560 с.
15. *Розенфельд Б.А.* Неевклидовы геометрии. М.: ГИТТЛ, 1955. – 744 с., ил.
16. *Розенфельд Б.А., Замаховский М.П.* Геометрия групп Ли. Симметрические, параболические и периодические пространства. – М.: МЦНМО, 2003. – 560 с.
17. *Розенфельд Б.А., Яглом И.М.* Неевклидовы геометрии. – В кн.: Энциклопедия элементарной математики. М., 1966, т. V. с. 83.
18. *Ромакина Л.Н.* Геометрии коевклидовой и копсевдоевклидовой плоскостей. – Саратов: ООО Издательство «Научная книга», 2008. – 279 с.
19. *Ромакина Л.Н.* Измерение отрезков неизотропных прямых коевклидовой плоскости // Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: Сб. научно-метод. трудов: выпуск 7. – Саратов: ИЦ «Наука», 2009. С. 75 – 82.
20. *Ромакина Л.Н.* Изучение неевклидовых геометрий в системе подготовки учителей математики // Актуальные вопросы преподавания математики в школе и педагогическом вузе: сб. материалов Московской областной научно-практической конференции. – Коломна, 2008. С. 30 – 32.
21. *Ромакина Л.Н.* Определение лучей, отрезков и квазиотрезков различного типа прямых при построении классических неевклидовых геометрий на моделях Кэли-Клейна // Проблемы теории и практики обучения математике. Санкт-Петербург, 2009. С. 103 – 109.
22. *Хачатурян А.В.* Геометрия Галилея. – Библиотека «Математическое просвещение». Выпуск 32. Издательство МЦНМО. М., 2005. – 32 с.
23. *Яглом И.М.* Принцип относительности Галилея и неевклидова геометрия. Изд. 2-е, стереотипное. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 304 с.
24. http://ru.wikipedia.org/wiki/Геометрия_Лобачевского
25. http://www.college.ru/mathematics/courses/planimetry/content/chapter15/section/paragraph2/theory.html
26. http://bse.sci-lib.com/article070973.html

Л.Н. РОМАКИНА, Н.В. КОТОВА

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫХ ЛИНИЙ ПСЕВДОЕВКЛИДОВОЙ ПЛОСКОСТИ В СИСТЕМЕ ПОДГОТОВКИ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

" Прямая линия ведет человечество к упадку.
Это нечто трусливое, прочерченное по линейке, без эмоций и размышлений;
это линия, не существующая в природе...
Любой дизайн, основанный на прямой линии, будет мертворожденным.
С помощью прямой уже нельзя творить - потенциал иссяк..."
Австрийский художник Фриденсрайх Хундертвассер
(наст. имя и фамилия Фридрих Стовассер)

Предложен материал для организации исследовательской работы студентов, обучающихся по специальности 050201 – «математика с дополнительной специальностью информатика», по курсу «Неевклидовы геометрии» в рамках дисциплины специализации «Избранные вопросы геометрии».

Глядя на мир, нельзя не удивляться! Сколько в нём интересного, красивого и необычного! Познавая мир, мы развиваемся. В случае, когда познание является не только интуитивным, но опирается на научное знание, достигается гармоничное и целостное развитие личности. Колоссальные возможности для творчества, исследований и размышлений даёт нам геометрия. Формирование геометрических представлений, развитие геометрической интуиции и навыков строгих геометрических доказательств являются ведущими компонентами умственного воспитания, имеют ключевое значение во всей познавательной деятельности человека. Благодатной почвой для реализации данных компонентов является исследование замечательных линий.

Студенты-математики педагогических специальностей вузов знакомятся с замечательными линиями в основном курсе «Геометрия» при изучении темы «Метод координат». Обращение к замечательным линиям в рамках дисциплины специализации «Избранные вопросы геометрии» при изучении одной из классических неевклидовых геометрий, геометрии Минковского [1, 2], позволяет закрепить навыки решения геометрических задач методом координат в различных координатных системах; дает более конкретное представление о свойствах фигур и их взаимном расположении на неевклидовой плоскости, т. е. позволяет учащемуся заглянуть в пока еще неведомый ему мир, повышая тем самым интерес к геометрии в целом; а в силу доступности и разнообразия материала дает каждому студенту возможность стать первооткрывателем. Богатое историческое наследие, сопровождающее каждую замечательную линию, знакомит студента с возникновением и развитием основных математических идей и методов, становлением геометрических понятий, а также позволяет оценить вклад, внесенный в математику великими учеными прошлого.

Исследование различных замечательных линий на псевдоевклидовой плоскости предлагаем проводить по следующему плану.

1. Краткий исторический обзор исследований замечательной линии на плоскости евклидовой.
2. Конструктивное или метрическое определение линии.
3. Вывод уравнения линии в декартовых координатах на евклидовой плоскости.
4. Вывод уравнения линии в полярных координатах на евклидовой плоскости.
5. Исследование свойств линии. Построение линии.
6. Вывод уравнения линии в ортонормированной системе координат на псевдоевклидовой плоскости.
7. Исследование свойств линии на псевдоевклидовой плоскости. Построение изображения линии псевдоевклидовой плоскости на плоскости евклидовой.

Данная схема изучения замечательных линий может быть успешно применена и в рамках элективных курсов для школьников, посвященных вопросам неевклидовых геометрий.

В качестве примера приведем план исследования одной из замечательных линий – строфоиды.

1. Историческая справка. Первым исследователем строфоиды был французский математик Жиль Персонье (*Personier Gilles*, 08.08.1602 – 27.10.1675), родившийся во Франции, в деревне Роберваль недалеко от Бове, и известный под псевдонимом Роберваль (*Roberval Gilles*).

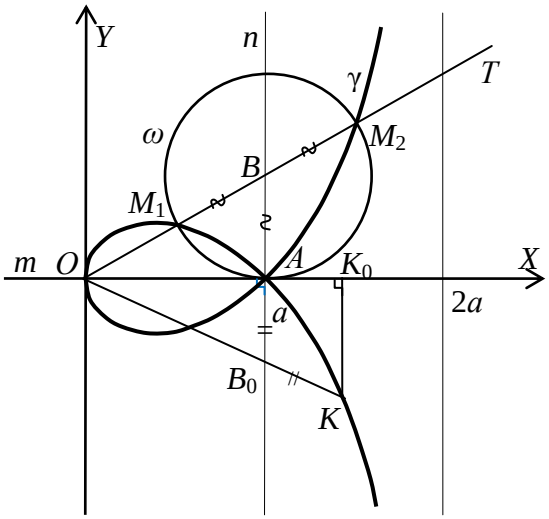


Рис. 1

Роберваль рассмотрел строфоиду в 1645 году, заметив сходство линии с очертанием крыла птицы, он назвал ее птероидой (от греческого *πτερόν* «птерон» – крыло). Современное название линия обрела только через два века, в 1849 году, его ввел математик Миди, используя греческие слова: *στρόφή* «строфе» – поворот, *στρόφος* «строфос» – крученая лента, *εἶδος* «эйдос» – вид. Дословно: строфоида – имеющая вид крученой ленты.

2. Конструктивное определение (способ построения). Пусть A – точка пересечения взаимно перпендикулярных прямых m и n (рис. 1). Через точку O прямой m проведем произвольный луч OT. Точку его пересечения с прямой n обозначим B. На луче OT по обе стороны от точки B отложим отрезки BM_1 и BM_2, равные отрезку AB. Фигура, состоящая из всех точек M_1 и M_2, называется ***строфоидой.***

Согласно построению (рис. 1) точка M строфоиды лежит на окружности ω с центром в точке B радиусом AB.

3. Вывод уравнения строфоиды на евклидовой плоскости. Докажите, что в соответствующей прямоугольной декартовой системе координат строфоиду можно задать уравнением:

$$y^2 = \frac{x(x-a)^2}{2a-x}, \tag{1}$$

4. Вывод уравнения строфоиды евклидовой плоскости в полярных координатах. Докажите, что выбирая соответствующим образом полярную систему координат, уравнение строфоиды можно записать в виде:

$$\rho = \frac{-a\ \cos 2\varphi}{\cos\varphi}.$$

5. Свойства строфоиды евклидовой плоскости.

1^0. Докажите, что на евклидовой плоскости при $OA = a$ площадь петли строфоиды и площадь бесконечной полосы, ограниченной ветвями и асимптотой строфоиды соответственно равны:

$$S_{петли} = 2a^2 - \frac{\pi a^2}{2}, \quad S_{полосы} = 2a^2 + \frac{\pi a^2}{2}.$$

2^0. Множество оснований перпендикуляров, опущенных из фиксированной точки A на всевозможные касательные к данной линии γ, называют ***подэрой линии γ относительно точки A.*** Докажите, что подэрой параболы относительно точки пересечения ее оси с директрисой является строфоида.

6. Вывод уравнения строфоиды на псевдоевклидовой плоскости. Сохраняя на псевдоевклидовой плоскости предложенный способ построения (пункт 1) строфоиды, введем ортонормированные координаты: O (0; 0), A (a; 0), B (a; y_B), M (x; y). Найдем длину отрезка AB [1]:

$$AB = \sqrt{(x-a)^2 - (y_B - 0)^2} = \sqrt{-y_B^2} = i\ |y_B|.$$

Коллинеарность векторов ***OM*** (x; y) и ***OB*** (a; y_B) приводит к равенству:

$$y_B = \frac{ay}{x}. \tag{2}$$

Вектор ***BM*** имеет координаты: ($x - a$; $y - y_B$). По определению строфоиды длины отрезков BM и AB равны, следовательно, справедливо равенство:

$$\sqrt{(x-a)^2 - (y-y_B)^2} = i\ |y_B|. \tag{3}$$

Подставляя значение y_B из условия (2) в равенство (3) и проводя необходимые преобразования, получаем уравнение строфоиды псевдоевклидовой плоскости:

$$y^2 = \frac{x(x-a)^2}{x-2a}. \tag{4}$$

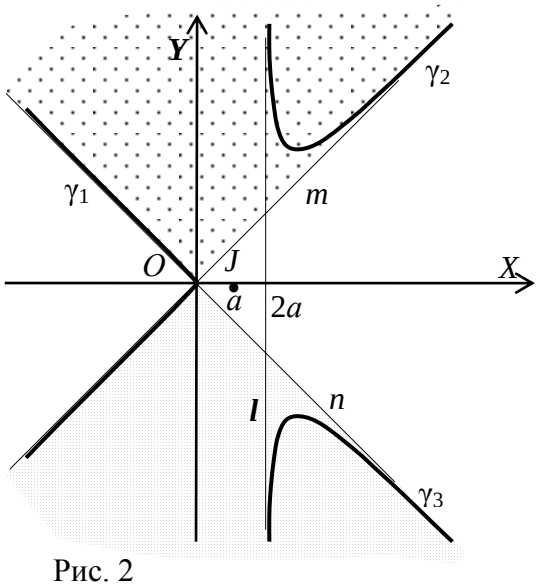


Рис. 2

7. Изображение строфоиды псевдоевклидовой плоскости на плоскости евклидовой. На евклидовой плоскости уравнение (4) определяет линию, изображенную на рисунке 2, состоящую из трех связных ветвей γ_1, γ_2, γ_3 и изолированной точки J (a; 0).

Биссектрисы m, n координатных углов и прямая l, заданная уравнением $x = 2a$, являются асимптотами линий γ_2, γ_3. Линия γ_1, симметричная относительно оси абсцисс, имеет с прямыми m и n одну общую точку O.

Отметим, что при указанном построении строфоиды на псевдоевклидовой плоскости, когда в качестве базисной принята псевдоевклидова прямая плоскости ($x = a$), отрезок AB имеет мнимую длину. Поэтому мнимую длину имеет и отрезок BM, и отрезок OM. Следовательно, все точки строфоиды (за исключением ее изолированной точки J (a; 0)) принадлежат вертикальным углам между прямыми m и n, содержащим ось ординат (на рисунке 2 область выделена штриховкой).

Дополнительные задания для самостоятельной работы

1. Постройте изображение строфоиды псевдоевклидовой плоскости на плоскости евклидовой по точкам, используя предложенный способ построения и учитывая, что изображения на евклидовой плоскости всех точек псевдоевклидовой плоскости, удаленных от данной точки B на данное расстояние r, принадлежат равнобочным гиперболам с центрами в точке B и действительной осью, параллельной оси Ox (Oy), если r – число действительное (мнимое).
2. Найдите уравнение строфоиды псевдоевклидовой плоскости с базисной изотропной прямой. Изобразите линию на евклидовой плоскости.
3. Проверьте, является ли строфоида псевдоевклидовой плоскости подэрой параболы этой плоскости относительно некоторой точки. Решите задачу для двух типов парабол псевдоевклидовой плоскости.
4. Исследуйте функцию, заданную уравнением (4).
5. Постройте изображение строфоиды на расширенной псевдоевклидовой плоскости.

Литература

1. *Понарин Я.П.* Неевклидовы геометрии с аффинной базой. Кировский государственный педагогический институт. – Киров, 1991. – 121 с.
2. *Яглом И.М.* Принцип относительности Галилея и неевклидова геометрия. Изд. 2-е, стереотипное. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 304 с.

Л.Н. РОМАКИНА, А. А. СЕИН

АНАЛИТИЧЕСКАЯ ЗАПИСЬ СДВИГА ВДОЛЬ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОЙ ПРЯМОЙ РАСШИРЕННОЙ ПЛОСКОСТИ ЛОБАЧЕВСКОГО

В статье получена аналитическая запись преобразования расширенной плоскости Лобачевского, имеющего одну неподвижную действительную точку, внешнюю относительно абсолюта. Дано выражение инварианта преобразования через коэффициенты матрицы преобразования.

Данная тема может быть рассмотрена в рамках курса «Избранные вопросы геометрии», адресованного студентам специальности «математика с дополнительной специальностью информатика».

1. На расширенной гиперболической плоскости H^2 выберем проективный репер $R = \{A_1, A_2, A_3, E\}$ таким образом, чтобы первые две вершины A_1, A_2 и единичная точка E принадлежали абсолютной линии γ, а третья вершина A_3 являлась полюсом координатной прямой A_1A_2 относительно γ. Тогда в репере R абсолютная линия γ будет задана уравнением: $x_1x_2 - x_3^2 = 0$. Квадратичная форма $x_1x_2 - x_3^2$ определяет в репере R метрику плоскости H^2.

Преобразования фундаментальной группы G плоскости H^2 в репере R можно задать [1] формулами:

$$\begin{cases} \rho x_1' = ax_1 + bx_2 + 2\varepsilon\sqrt{ab}x_3, \\ \rho x_2' = cx_1 + dx_2 + 2\varepsilon\varepsilon_1\varepsilon_2\sqrt{cd}x_3, \\ \rho x_3' = \varepsilon_1\sqrt{ac}x_1 + \varepsilon_2\sqrt{bd}x_2 + (\varepsilon\varepsilon_1\sqrt{bc} + \varepsilon\varepsilon_2\sqrt{ad})x_3. \end{cases} \tag{1}$$

где $\varepsilon = \pm 1$, $\varepsilon_1 = \pm 1$, $\varepsilon_2 = \pm 1$, с неотрицательными коэффициентами a, b, c, d при условии

$$\varepsilon_2\sqrt{ad} \neq \varepsilon_1\sqrt{bc}. \tag{2}$$

Обозначим $Э$ множество всех преобразований плоскости H^2, имеющих одну неподвижную внешнюю относительно абсолюта точку.

Пусть в преобразовании H из G неподвижна точка $A_3(0:0:1)$. Тогда коэффициенты формул (1) преобразования H удовлетворяют условиям:

$$\begin{cases} ab = 0, \\ cd = 0. \end{cases} \tag{3}$$

Равенства $ad=bc=0$ противоречат условию (2). Поэтому из системы (3) получаем: $a=d=0$ или $c=b=0$.

Формулы (1) при условиях $a=d=0$ имеют вид:

$$x_1' = bx_2, \quad x_2' = cx_1, \quad x_3' = \varepsilon_1\sqrt{bc}x_3. \tag{4}$$

Найдем все неподвижные точки преобразований, заданных формулами (4). Если некоторая точка M инвариантна в преобразовании (4), то ее координаты (x_1: x_2: x_3) удовлетворяют системе уравнений:

$$\begin{cases} -\rho x_1 + b x_2 = 0, \\ c x_1 - \rho x_2 = 0, \\ (\varepsilon_1 \sqrt[3]{bc} - \rho) x_3 = 0. \end{cases} \tag{5}$$

Уравнение

$$\begin{vmatrix} -\rho & b & 0 \\ c & -\rho & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_1 \sqrt[3]{bc} - \rho \end{vmatrix} = 0 \tag{6}$$

определяет значения ρ, при которых определитель системы (5) равен нулю. Каждому корню уравнения (6) соответствует определенный набор двойных точек преобразования (4). Из уравнения (6) получаем: $\rho_1 = \varepsilon\varepsilon_1 \sqrt{bc}$, $\rho_{2,3} = \pm\sqrt{bc}$.

Пусть $\rho = \rho_1$, тогда система уравнений (5) имеет вид:

$$\begin{cases} -\varepsilon_1 \sqrt[3]{bc} x_1 + b x_2 = 0, \\ c x_1 - \varepsilon_1 \sqrt[3]{bc} x_3 = 0. \end{cases} \tag{7}$$

Система уравнений (7) имеет бесконечное множество решений, так как уравнения системы определяют одну прямую на проективной плоскости. Таким образом, в преобразованиях (4) поточечно инвариантна прямая. Следовательно, преобразования (4) не входят во множество Ə.

Пусть

$$c = b = 0, \ ad \neq 0. \tag{8}$$

Если $a=d$, то формулы (1) задают либо тождественное преобразование при $\varepsilon\varepsilon_2 = 1$, либо инволюционное преобразование при $\varepsilon\varepsilon_2 = -1$, имеющее бесконечное множество неподвижных точек, лежащих на одной прямой. По условию такие преобразования также не входят во множество Ə.

Непосредственная проверка показывает, что преобразования, заданные формулами (1) при условиях (8) и $a \neq d$, имеют одну двойную внешнюю относительно абсолюта точку. Итак, каждое преобразование множества Ə в репере R можно задать матрицей вида:

$$\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & \delta\sqrt{ad} \end{pmatrix}, a \neq d, \ \delta = \pm 1, \tag{9}$$

При $\delta = -1$ преобразование (9) можно представить в виде композиции преобразований, заданных матрицами:

$$A=\begin{pmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{ad} \end{pmatrix}, \qquad B=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Матрица B определяет отражение от прямой A_1A_2. Исследуем преобразование, заданное матрицей A.

2. Пусть произвольная внутренняя относительно абсолюта точка M плоскости H^2 в репере R задана координатами: (m_1: m_2: m_3). Прямая A_1A_2 является полярой точки A_3, т.е. прямая MA_3 ортогональна прямой A_1A_2 в смысле метрики плоскости Лобачевского. Точка $M_0 = MA_3 \cap A_1A_2$ – проекция точки M на прямую A_1A_2. Поэтому M_0 в репере R имеет координаты (m_1: m_2: 0) [2, стр. 15]. Найдем $|MM_0|$:

$$ch\frac{|MM_0|}{q}=\frac{\sqrt{m_1m_2}}{\sqrt{m_1m_2-m_3^2}}, \tag{10}$$

где q – радиус кривизны плоскости H^2.

Координаты точки M', образа точки M в преобразовании, заданном матрицей A, имеют вид: $M'(am_1 : dm_2 : \sqrt{ad}m_3)$. Точка M'_0 (am_1: dm_2: 0) = $M'A_3 \cap A_1A_2$ – проекция точки M' на прямую A_1A_2. Найдем $|M'M'_0|$:

$$ch\frac{|M'M'_0|}{q}=\frac{\sqrt{m_1m_2}}{\sqrt{m_1m_2-m_3^2}}. \tag{11}$$

Из равенств (10), (11) получаем: $|M'M'_0|=|MM_0|$. Таким образом, каждая точка находится на одинаковом расстоянии от прямой A_1A_2 со своим образом в преобразовании, заданном матрицей A.

Кроме того, инвариантом данного преобразования является расстояние $|M_0M'_0|$:

$$ch\frac{|M_0M'_0|}{q}=\pm\frac{a+d}{2\sqrt{ad}}.$$

Таким образом, матрица A определяет сдвиг вдоль прямой A_1A_2. Поэтому матрица (9) при $\delta = 1$ задает сдвиг вдоль прямой A_1A_2 (поворот вокруг точки A_3), а при $\delta = -1$ – скользящее отражение (композицию сдвига и отражения относительно оси сдвига).

Литература

1. *Ромакина Л.Н.* Преобразования гиперболической плоскости. – Саратов, 2010. – 54 с. http://window.edu.ru/window/library?p_mode=1&p_qstr=преобразования%20гиперболической%20плоскости&p_rid=66346
2. *Атанасян Л. С., Базылев В.Т.* Геометрия. Ч. 2. – М.: Просвещение, 1986.

В.Н. РЫЖОВ

О ТИПАХ ЗАДАЧ ПО ИНФОРМАТИКЕ

Вопрос о классификации задач по информатике является недостаточно разработанным в дидактике. Это связано как со сложностью вопроса, так и с быстрым изменением содержания школьного курса информатики, включением в него новых разделов, расширением перечня аппаратных и программных средств, подлежащих изучению. Между тем знание классификации задач существенно помогает молодому учителю ориентироваться в учебном материале, организовывать учебную деятельность школьников.

Классифицировать задачи по информатике можно по разным признакам:

- по содержанию;
- по дидактическим целям;
- по способу решения;
- по способам задания условия;
- по степени трудности;
- по используемым для решения программным средствам;
- по используемым для решения аппаратным средствам.

Можно различать также задачи конкретные и абстрактные, комбинированные, задачи исторического содержания, занимательные задачи, экспериментальные и др. Конечно, четкой грани между задачами разного типа нет – нередко при решении задача плавно перетекает от одного типа к другому.

По содержанию задачи разделяют в зависимости от учебного материала, например, задачи на виды информации, на измерение информации, на архитектуру ЭВМ, по алгоритмизации и т.д.

По дидактическим целям выделяют задачи: вводные или предварительные; тренировочные; творческие или эвристические. Мы избегаем термина «проблемные задачи» из-за искажения многими учителями и методистами сущности проблемного обучения. Для обозначения таких задач лучше использовать термин: «задачи с проблемными ситуациями».

По способу решения выделяют задачи: устные, вычислительные, графические, экспериментальные. Под экспериментальной понимается такая задача, в которой эксперимент служит для проверки выдвинутых предположений, расчётов, или для получения ответа на поставленный в условии вопрос. Примеры экспериментальных задач:

1) На основе компьютерного подхода подсчитайте количество информации в текстовом документе, набранном в текстовом редакторе Word. Затем выполните команду: ***Файл → Свойства → Общие*** *и сравните размер документа, подсчитанный компьютером, со своими расчётами. Выясните причину несовпадения результатов обоих подсчётов.*

2) Определите скорость передачи данных между компьютерами в локальной сети вашего компьютерного класса.

По способам задания выделяют текстовые, графические, задачи-рисунки.

По степени трудности задачи делят на: простые, более сложные, повышенной сложности, творческие. С простых задач начинают закрепление нового материала, поэтому их иногда называют тренировочными. Сложные задачи требуют для решения использования нескольких формул, привлечения сведений из других разделов курса информатики, формулировки нескольких выводов. Творческие задачи отличаются разнообразием, но среди них можно выделить исследовательские, которые требуют ответа на вопрос «почему?», и конструкторские, требующие ответа на вопрос «как сделать?».

По используемым для решения программным средствам можно выделить задачи, требующие применения: средств работы с файловой системой, текстового или графического редактора, электронной таблицы, системы управления базами данных, других прикладных программ.

По используемым для решения аппаратным средствам можно выделить задачи, требующие применения различных средств вычислительной техники и внешних устройств, например, принтера, графопостроителя, сканера, цифрового фотоаппарата, локальной сети и др.

Качественные задачи имеют акцент на качественную сторону процесса или явления. Их ещё называют задачи-вопросы. Решаются они путём логических умозаключений, с помощью графиков, рисунков или экспериментально, обычно без применения вычислений. Эти задачи служат средством проверки знаний и умений, способствуют их закреплению и углублению. Умело поставленные задачи-вопросы поддерживают активность учащихся на уроке, повышают интерес к информатике. Экспериментальный приём решения заключается в получении ответа на основании проведённого опыта. Например:

- *Что произойдет с выравниванием содержимого ячейки электронной таблицы, если вы введёте в неё: последовательность чисел и букв; последовательность букв и чисел?*
- *В какой из поисковых систем Google, Rambler или Яndex, на запрос по ключевым словам «Информатика. Базовый курс» будет выдан наибольший список адресов документов?*

Количественные задачи обычно решаются по следующим темам:

- количество и единицы измерения информации;
- системы счисления;
- передача информации по линиям связи;
- кодирование информации;
- хранение информации в памяти компьютера;
- форматы машинных команд;
- представление символьной, числовой, графической и звуковой информации.

Задачи на моделирование явлений и процессов направлены на формирование умений и навыков владения информационно-коммуникационными технологиями. Их ещё называют практическими заданиями из-за большого объёма и длительности решения. Обычно моделируются физические, химические и биологические явления и процессы, математические и экономические расчёты, но есть и примеры моделирования литературных

произведений. Решение таких задач желательно согласовать с учителями-предметниками, что позволит эффективно использовать межпредметные связи и формировать представление учащихся о естественно-научной картине мира.

Занимательные задачи в своём содержании используют необычные, занимательные, часто парадоксальные явления или факты, результаты. Они оживляют урок, повышают интерес к изучению информатики, стимулируют неординарность мышления. Занимательные задачи можно использовать во внеклассной работе, в школьной стенной печати, проведении олимпиад. Например, можно организовать коллективное соревнование в скорости решения известных задач: на перекладывание колец «Ханойская башня»; на разъезды двух поездов; на переезды и др. Для младших школьников, повышая наглядность решения известной задачи «Перевозчик», можно изобразить берега реки на листе бумаги, а персонажей представить вырезками из бумаги, которые можно «перевозить» с берега на берег. Для старших школьников при изучении темы «Алгоритмизация» эту задачу можно усложнить дополнительным заданием: составить систему команд для исполнителя Перевозчик и записать алгоритм решения. Экспериментальным путем можно решать задачи о разъездах, когда требуется разминуться двум поездам, идущим по одноколейной железной дороге. Для этого изображают на листе бумаги дорогу и тупик или объезд, а поезда вырезают из бумаги. Ручное манипулирование такими «поездами» очень наглядно и позволяет даже младшим школьникам найти алгоритм решения. Такой способ решения вызывает большой интерес даже у взрослых и желание попробовать свои силы на более сложных задачах.

Решение задач является обязательным элементом содержания обучения по информатике. С точки зрения деятельностного подхода к обучению, ядром и существом учебной деятельности является решение учебных задач. Их решение является тем механизмом, через который осуществляется деятельность, происходит формирование умений и навыков выполнять практические действия. В обучении решение задач не является целью, а служит лишь средством достижения цели, которой является формирование способов действий. Именно в процессе решения учебной задачи формируются различные способы действий. Таким образом, важен сам процесс решения, а не получаемый ответ. Правильный ответ как раз и свидетельствует о том, что процесс формирования данного способа действий развивается правильно. Даже более, именно умение решать задачи, т.е. выполнять определённые действия с информацией из условия задачи, и означает овладение знаниями и навыками применения их на практике.

Надеюсь, что предлагаемая классификация задач по информатике поможет молодым учителям ориентироваться в своей педагогической работе.

Литература

1. *Рыжов В.Н.* Методика преподавания информатики: Учебное пособие для студентов вузов, педагогических колледжей и училищ. 3-е изд., перераб. и доп. – Саратов, 2008. – 375 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Ильинская С.В. О бабушке……4

Киотина Г.В., Ильинская С.В. О медиане треугольника в плоскости Лобачевского……....5

Алайцева В.В., Леонтьева Н.Г., Фирстов В.Е. Информационная концепция при оптимизации группового сотрудничества в учебном процессе……..……...8

Гераськина И.Ю. Задача одна – программ несколько……...…13

Герова Н.В., Жмурова Н.В., Мостяева И.В. Формирование современных представлений о геометрии пространства средствами информационных технологий….…….....17

Жмурова Н.В., Табеева В.И. Изобразительное искусство как средство реализации гуманитарного потенциала геометрического образования……..…18

Дюдяева Г.В., Долбилова Н.В. О воздействии системы устных упражнений на успеваемость младших школьников по математике…….21

Зиновьев П.М. Текстовые задачи и оценочная деятельность учащихся……..…28

Ионкина О.Ю. Гуманистическая образовательная технология как объект педагогического выбора……32

Кондаурова Г.Т. Курс «Охрана труда» в профессиональной подготовке будущих операторов по обработке перевозочных документов…….……...39

Кучмий Т.В. Использование электронных образовательных ресурсов нового поколения в обучении математике…….……41

Лебедева С.В., Гусева М.А. Работа с теоретическим материалом ЭУМК «Технология профильного обучения математике»……...…43

Медведев К.Е., Бессонов Л.В. Графический редактор геометрических построений «Эврика»…….…….…50

Ромакина Л.Н. К вопросу изложения гиперболической геометрии в рамках дисциплины специализации…….52

Ромакина Л.Н., Котова Н.В. Исследование замечательных линий псевдоевклидовой плоскости в системе подготовки учителей математики…....61

Ромакина Л.Н., Сеин А.А. Аналитическая запись сдвига вдоль гиперболической прямой расширенной плоскости Лобачевского……..……65

Рыжов В.Н. О типах задач по информатике…….…….....68

Научное издание

Коллектив авторов

УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК:
проблемы, поиски, находки

Сборник научных трудов

Выпуск 8

Работа издана в авторской редакции

На обложке – работа Л. Киселёвой «Ты растешь, и я расту» (1981 г.)

Спросила Любящая Молодость у Мудрой Старости: «Что я могу дать тебе?»
«Вечную жизнь», – ответила та.
«Разве это возможно?» – задумалась Молодость.
«Для твоих Родителей вечная жизнь – это дети. Для твоих Учителей вечная жизнь – это ученики. Поэтому и Родители, и Учителя – самые счастливые, или самые несчастные люди на свете».

Лебедева С.В.

Подписано в печать 30.03.2010. Формат 60 × 84 $^{1}/_{16}$

Бумага офсетная Ризопечать Гарнитура Times

Усл. печ. л. 4.5 Тираж 70 экз. Заказ №

ООО «Издательский центр «Наука»
410600, г.Саратов, ул.Пугачёвская, 117, к.50

Отпечатано в типографии ООО «Мелон»
410005, г. Саратов, ул. Пугачёвская,161