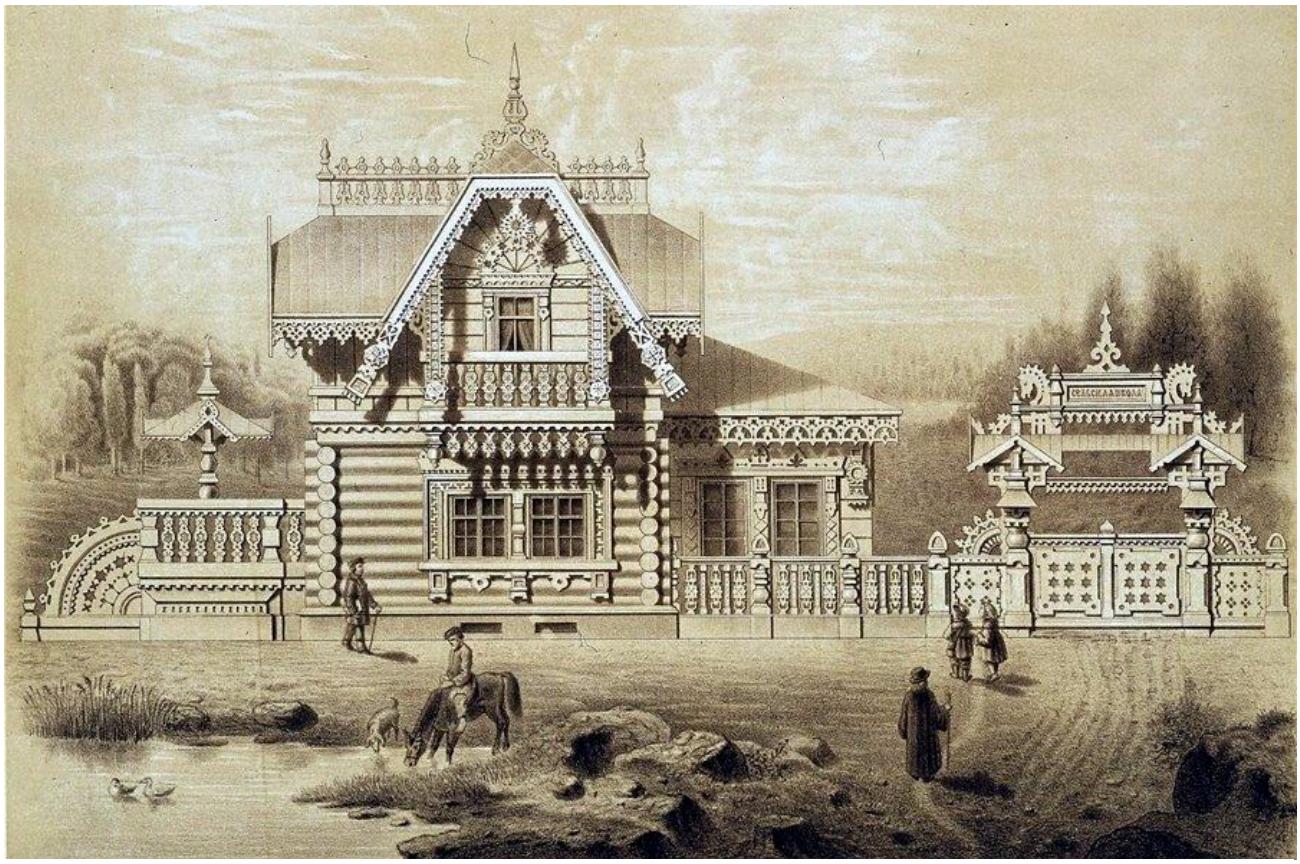
УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК:

ПРОБЛЕМЫ, ПОИСКИ, НАХОДКИ

Выпуск 16



Министерство образования и науки Российской Федерации
Саратовский национальный исследовательский
государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК:
ПРОБЛЕМЫ, ПОИСКИ, НАХОДКИ

Выпуск 16

Саратов
ООО «Издательский Центр «Наука»
2018

УДК 51(072.8)
ББК 22.1 Р
У 92

У 92 Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: сборник научно-методических статей. Выпуск 16 – Саратов: ООО «Издательский центр «Наука», 2018. – 64 с.

ISBN 978-5-9999-2981-5

Составитель: ассистент кафедры основ математики и информатики СГУ им. Н.Г. Чернышевского *А.А. Вдовиченко*

Рецензент: доктор пед. наук, профессор *В.И. Игошин*

В сборнике размещены материалы ежегодной апрельской конференции студентов механико-математического факультета и другие научно-методические и методические статьи студентов и сотрудников университета.

Редакционная коллегия:
Кандидат педагогических наук, доцент кафедры математики и методики ее преподавания ФГБОУ ВО «СГУ им. Н.Г. Чернышевского»
Т.А. Капитонова

Старший преподаватель кафедры математики и методики ее преподавания ФГБОУ ВО «СГУ им. Н.Г. Чернышевского»
С.В. Лебедева

Ассистент кафедры основ математики и информатики ФГБОУ ВО «СГУ им. Н.Г. Чернышевского»
А.А. Вдовиченко

УДК 51(072.8)
ББК 22.1 Р
У 92

ISBN 978-5-9999-2981-5
© Коллектив авторов

ПОНЯТИЕ «ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ УМЕНИЯ»: ОПРЕДЕЛЕНИЕ И СТРУКТУРА

Аюпова Адэль Ринатовна,
магистрант механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского

В научной литературе на сегодняшний день имеется большое количество попыток классифицировать исследовательские умения. Например, существуют классификации умений, выстроенные по функциям деятельности (З.Ф. Есарева, Н.В. Кузьмина, В.А. Николаев и др.) и по логике процесса деятельности, в том числе и исследовательской (И.Г. Бердников, М.В. Владыка, Н.М. Яковлева и др.).

Важнейшей задачей образования в настоящее время становится развитие исследовательских умений, которые ориентированы на исследовательскую деятельность [1].

Проблема развития исследовательской деятельности, исследовательского обучения имеет давнюю историю. Одним из первых ученых, активно внедрявших в практику обучения исследовательские методы, был Сократ. Делал это он еще в V в. до Рождества Христова. В его знаменитых эвристических беседах была выдвинута идея, что учащиеся должны уметь находить противоречия в изучаемом явлении или предмете, формулировать проблему, способы ее решения, спланировать и провести эксперимент, обработать и интерпретировать его результаты, сделать соответствующие выводы и обобщения. Его ученик Платон основал свою знаменитую школу, получившую название Академия.

Идеи исследовательского обучения находили своих сторонников и в среде ярких представителей просветительской педагогики России XVIII в. Среди них: Ф.С. Салтыков (год рождения неизвестен – 1715), И.Т. Посошков (1652–1726), Феофан Прокопович (1681–1736), В.Н. Татищев (1686–1750). Они считали главным обучение учащихся живому познанию действительности через непосредственное соприкосновение с миром.

Наиболее полное воплощение идеи исследовательского обучения получили в теории естественного, или, как чаще говорят, «свободного» воспита-

ния. Утверждение этого подхода в педагогике можно считать началом нового, особого этапа в развитии интереса к исследовательскому обучению. Здесь следует отметить идеи К.Д. Ушинского, максимально близкие основным современным представлениям об исследовательском обучении. Он одним из первых призывал к сочетанию репродуктивных и продуктивных (исследовательских) методов обучения.

Во многом аналогичные подходы к разработке содержания образования предлагали и другие педагоги конца XIX в. Этим идеям в значительной мере созвучны педагогические воззрения представителей «теории свободного воспитания» (Э. Паркхерст (США); К.Н. Вентцель (Россия); О. Декроли, П.Кергомар (Франция); М. Монтессори (Италия) и др.), европейских «новых школ» (Э. Демолен, С. Френе (Франция); А. Ферьер (Швейцария)), «трудовой школы» (Г. Кершенштейнер (Германия)), «педагогики действия» (В.А. Лай (Германия); П.Ф. Каптерев (Россия) и др.), «экспериментальной педагогики» (Э. Мейман (Германия); Э. Торндайк (США) и др.) [1].

И.Ю. Чигрина, М.А. Городилова провели анализ более 20 источников философской, психологической и педагогической словарной литературы о структуре и содержании понятия «исследовательские умения» и пришли к выводу, что четкого определения этого термина нет. Они установили, что большинство педагогов под «умением» понимают готовность к сознательному выполнению определенных действий (А.С. Воронин, Г.М. Коджаспирова, М.Ю. Олешков, В.М. Уваров и др) [2].

Однако есть мнения, что «умение» – это способ выполнения некоторого действия (Л.П. Русинова, С.Ю. Головин и др.). В.С. Безрукова в «Энциклопедическом словаре педагога» под «умением» понимает следующее: «умение – это те практические и теоретические действия, выполняемые быстро, точно и сознательно, сформировавшиеся на основе усвоенных знаний и жизненного опыта» [3].

Теперь стоит определить термин «исследовательское умение». Возьмем за основное определение, данное Н.В. Мамедовой, и под исследовательскими

умениями будем понимать: «способ выполнения действий исследовательского характера (умение видеть проблемы, вырабатывать гипотезы, наблюдать, проводить эксперименты, давать определения понятиям и др.) на основе приобретенных научных знаний и практической деятельности» [4, с. 9-10].

Вопрос структуры исследовательских умений достаточно широко освещен в педагогической литературе. Одним из первых исследователей в этой области является Н.М. Яковлева. Она разделила исследовательские умения на ключевые и частные. К ключевым умениям Н.М. Яковлева отнесла следующие умения: определение предмета, целей и задач исследования, выдвижение гипотезы, разработка и проведение эксперимента, а также обработка результатов исследования. Частные умения, в свою очередь, состоят из умений работы с первоисточниками, навыков обобщения результатов исследования и оформления их в виде отчета или доклада.

Н.А. Семенова предложила разделить исследовательские умения на четыре блока: (1) умения организации своей работы (умение организовать и спланировать свою работу); (2) умения исследовательского характера (умение выбрать тему исследования, поставить цель, выделить задачи исследования); (3) умения работы с информацией (умение определить источник информации, разделить текст на смысловые части, навыки цитирования, формулирования выводов и определений); (4) умения представления информации (знание требований к докладу и руководство ими) [5, с. 46].

А.И. Савенков выделяет следующие исследовательские умения: видеть проблемы; ставить вопросы; выдвигать гипотезы; давать определение понятиям; классифицировать; наблюдать; проводить эксперименты; делать выводы и умозаключения; структурировать материал; объяснять, доказывать и защищать свои идеи [6, с. 28].

Е.Ю. Самохина разделяет исследовательские умения на три группы: умение получать информацию, обрабатывать и представлять ее [7, с. 12].

А.В. Хуторской предлагает следующую структуру и содержание исследовательских умений.

1. Методолого-рефлексивный компонент содержит умения, которые позволяют поставить перед собой цель и достичь ее, т.е. целеполагание и целевыполнение, а также умения, позволяющие оценить полученный результат.

2. Мотивационно-личностный компонент подразумевает наличие поисковой и познавательной активности, а также положительное эмоциональное отношение к исследовательской деятельности.

3. Коммуникативный компонент включает умения, позволяющие устанавливать контакты с другими людьми, а также использовать современные телекоммуникационные технологии [8, с. 58–64].

Н.А. Федотова предлагает добавить в структуру исследовательских умений два компонента: (1) когнитивный компонент, поскольку умения, развиваемые у студентов, не могут развиваться без знаний, необходимых для выполнения учебного исследования, (2) рефлексивный компонент.

Таким образом, Н.А. Федотова выделяет следующие исследовательские умения.

1. Мотивационный компонент: умения, заключающиеся в стремлении личности к самосовершенствованию и саморазвитию для достижения успеха и повышения своего статуса, а также в реализации потребностей в общении (как со сверстниками, так и с преподавателями) и творческих способностей.

2. Когнитивный компонент: знания учащихся об учебном исследовании, его функциях и этапах, способах осуществления, а также об исследуемом объекте и смежных с ним областях.

3. Процессуальный компонент: основные логические умения: поиск необходимой информации, ее обработка, структурирование полученных результатов и формулирование соответствующих выводов, творческий и нестандартный подход к решению проблемы.

4. Рефлексивный компонент: осознание обучаемым себя как субъекта учебно-исследовательской деятельности, целей, задач и предполагаемых результатов учебно-исследовательской деятельности, ответственности за проделанную работу, оценка готовности к выполнению учебного исследования [9].

Литература

1. Кошелева, Д.В. Генезис понятия «исследовательские умения» / Д.В. Кошелева // Знание, понимание, умение. 2011. № 2. С. 218-221.

2. Чигрина, И.Ю. Анализ структуры и содержания понятия «исследовательские умения» / И.Ю. Чигрина, М.А. Городилова.// Высшее образование сегодня. 2016. №7. С. 43-46.

3. Безрукова, В.С. Основы духовной культуры: энциклопедический словарь педагога / В.С. Безрукова. URL: http://didacts. ru/dictionary/1010/word/umenie (дата обращения: 10.04.2018).

4. Мамедова, Н.В. Формирование исследовательских умений курсантов в системе целостного педагогического процесса военного вуза (на примере изучения иностранного языка): автореф. дис. … канд. пед. наук. Рязань, 2010. 21 с.

5. Семенова, Н.А. Исследовательская деятельность учащихся / Н.А, Семенова // Начальная школа. 2006. № 2. С. 45-49.

6. Савенков, А.И. Психологические основы исследовательского подхода к обучению: учебное пособие /А.И. Савенков. М. : Ось-89, 2006. 480 с.

7. Самохина, Е.Ю. Формирование исследовательских умений у студентов профессионально-технического колледжа на занятиях по информатике: автореф. дис. … канд. пед. наук. М., 2012. 26 с.

8. Хуторской, А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно ориентированной парадигмы образования / А.В. Хуторской // Народное образование. 2003. № 2. С. 58-64.

9. Федотова, Н.А. Развитие учебно-исследовательских умений старшеклассников: автореф. дис. … канд. пед. наук. / Н.А. Федотова. Улан-Удэ, 2010. 24 с.

О НЕКОТОРЫХ ПРИЕМАХ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНОГО ИНТЕРЕСА К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ УЧАЩИХСЯ МЛАДШЕГО ПОДРОСТКОВОГО ВОЗРАСТА

Вдовиченко Алена Александровна,
ассистент кафедры основ математики и информатики СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Гапурова Малика,
студентка механико-математического факультета СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Познавательный интерес – это устойчивое стремление личности к целенаправленной активно-познавательной деятельности по отношению к объектам, имеющим для нее важное значение. Под термином «познавательный» будем понимать «относящийся к процессу познания, то есть к процессу приобретения истинных знаний».

В школьные годы, когда учебная деятельность становится главной, проблемы, связанные с познавательными интересами, играют значительную роль в формировании личности ученика.

Анализируя материалы интересных уроков можно выделить ряд наиболее популярных приёмов, способствующих возбуждению у учащихся младшего подросткового возраста познавательного интереса к изучению математики [1]:

1. Использование жизненных явлений, фактов, их анализ с целью теоретического объяснения.

Например, к восприятию понятия НОД при изучении темы «Наибольший общий делитель» (6 класс) можно подвести решением задачи: «Какое наибольшее число подарков можно сделать из 48 конфет «Ласточка» и 36 конфет «Буревестник», если надо использовать все конфеты?»

2. Использование с той же целью задач межпредметного, прикладного, профессионального характера.

Например, курящие дети сокращают жизнь на 15%. Определите, какова продолжительность жизни (предположительно) нынешних курящих детей, если средняя продолжительность жизни в России 56 лет.

3. Использование исторического или занимательного материала (фактов биографии математиков, математических фокусов и т.п.).

Например, индийский математик Брахмагупта, живший в VII веке, пользовался отрицательными числами. Положительные числа представлял как «имущества», отрицательные числа – как «долги». Правила сложения положительных и отрицательных чисел он выражал так: «Сумма двух имуществ – имущество»: (+X) + (+X) = (+X). Сумма двух долгов – есть долг: (-X) + (-X) = (-X).

4. Организация практической работы исследовательского характера, в ходе которой учащиеся приходят к эмпирическим выводам, требующим теоретического обоснования.

Например, анализируя математическую модель практической задачи, учащиеся приходят к выводу, что нужно найти гипотенузу по двум известным катетам. Возникнет проблема: как это сделать? Для решения этой проблемы можно организовать практическую работу исследовательского характера. После установления зависимости между сторонами прямоугольного треугольника эмпирический вывод требует теоретического обоснования, т.е. доказывается теорема Пифагора.

Чтобы процесс обучения был эффективным и интересным, можно использовать различные приёмы активизации учащихся на уроке: составление математических задач, кроссвордов, сказок, математическая зарядка в начале урока, математические опыты.

Например, в 5 классе учащимся можно предложить один из занимательных опытов – умножение числа на 45. Все участники опыта должны написать числа от одного до девяти, пропустив только восьмерку. Если они это сделают и получившееся число умножат на 45, то получат длинный ряд пятерок [2].

Литература

1 Формирование познавательного интереса учащихся к изучению математики в 5-6 классах [Электронный ресурс] // Методическая копилка – презентации, планы-конспекты уроков, тесты для учителя [Электронный ресурс] : [сайт]. URL: https://www.metod-kopilka.ru/formirovanie-poznavatelnogo-interesa-uchaschihsya-k-izucheniyu-matematiki-v-klassah-59742.html (дата обращения: 10.04.2018). Загл. с экрана. Яз. рус.

2 Глязер, С.В. Познавательные игры / С.В. Глязер. М. : Трудрезервиздат, 1951. 144 с.

ЗАДАЧИ С ПАРАМЕТРАМИ НА КВАДРАТНЫЙ ТРЕХЧЛЕН

Дорофеева Екатерина Павловна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Задачи с параметрами являются одними из наиболее трудных задач современного курса алгебры 8-9 классов. Эти задачи важная часть Всероссийских проверочных работ, ОГЭ и ЕГЭ. Они позволяют оценить уровень математической подготовки учащихся. Задачи с параметрами не имеют алгоритма решения и требуют помимо хороших знаний предмета достаточно высокого уровня развития аналитического мышления.

Значимость задач с параметрами в математическом образовании школьников, различные методы решения таких задач рассматривают учителя в рамках фестиваля «Открытый урок», организованного издательством «Первое сентября»: Ф. М. Мурзабаева [1], Н. Н. Масалытина [2], Н. Н. Киц [3], Т. В. Горшенина [4] и другие.

В.Н. Дятлов и Ю.А. Дмитриева в статье «Задачи с параметрами как раздел школьного курса математики» указывают на основную причину проблем учащихся при решении таких задач – «отсутствие в учебных материалах четких первичных понятий, относящихся к задачам с параметрами, классификации постановок задач, отработки методов решения задач каждой из постановок, механизмов выбора методов анализа задачи» [5, с. 43].

Под задачей с параметрами будем понимать задачу, условие которой содержит или в ходе решения которой появляется хотя бы одна независимая переменная величина (называемая параметром), «управляющая» решением задачи.

Если задача с параметрами имеет независимые переменные величины (параметр) в условии, то будем называть её явной. Решение таких задач отнесено к школьному курсу алгебры (модули: линейная функция и линейные уравнения, квадратичная функция и квадратные уравнения).

Например, при каких значениях c уравнение $5x^2 - 3x + c = 0$ имеет единственных корень [6].

Если в задаче независимая переменная величина (параметр), появляется в процессе решения задачи, то задачу будем называть неявной задачей с параметром. Решение таких задач отнесено к пропедевтическому курсу математики (модули: буквенные выражения, натуральные числа и действия с ними, делимость чисел, дроби и действия с ними, отношения и проценты и пр.), курсу алгебры (модуль: решение тригонометрических уравнений и неравенств), систематическому курсу геометрии (задачи на доказательство и вычисление), курсу математического анализа (задачи, связанные с исследованием функции).

Среди явных задач с параметром важное место занимают задачи на квадратный трехчлен. Рассмотрим следующую задачу.

Задача (№ 225 [6]). При каких значениях *c* уравнение $5x^2 - 3x + c = 0$: (1) имеет единственный корень; (2) не имеет корней; (3) имеет два корня?

Решение. $5x^2 - 3x + c = 0$ – это квадратное уравнение, областью определения которого является вся числовая прямая при любых значениях параметра *c*, применим алгоритм для каждого требования.

(1) Квадратное уравнение имеет единственный корень при $D = 0$. Найдём дискриминант: $D = 9 - 20c$; – и приравняем его к нулю. Решим получившееся линейное уравнение $9 - 20c = 0$, получим $c = \frac{9}{20}$.

(2) Квадратное уравнение не имеет корней при $D < 0$; $9 - 20c < 0$, $c > \frac{9}{20}$.

(3) Квадратное уравнение имеет два корня при $D > 0$; $9 - 20c > 0$, $c < \frac{9}{20}$.

Дополним условие и требование задачи, усилив, таким образом, её развивающий потенциал:

(1*) имеет единственный корень, равный 1;

(2*) не имеет положительных корней;

(3*) имеет два отрицательных корня?

Продемонстрируем учащимся, как изменится решение в каждом из случаев (1,2,3*).

Требование (1*) «опровергается» несколькими способами; в основе каждого свои элементы теоретического базиса темы.

Способ 1 (метод от противного, применяемый совместно с полученными ранее результатами). Пусть корнем уравнения является 1, тогда для некоторого *c* должно выполняться равенство: $5\cdot 1^2 - 3\cdot 1 + c = 0$. Решая, это уравнение получим *c* = *–2*. С другой стороны, нами ранее было установлено, что данное уравнение <u>имеет единственный корень</u> при $c = \frac{9}{20}$, следовательно, оно, ни при каких значениях *c*, не имеет единственного корня, равного 1.

Способ 2 (способ сведения к полному квадрату). Если квадратный трёхчлен имеет единственный корень, то он представим в виде полного квадрата: $a(x - x_1)^2$. То есть, если наше уравнение имеет единственный корень, равный 1, то его должно выполняться равенство: $5x^2 - 3x + c = 5(x - 1)^2$. Проверим это: $5x^2 - \mathbf{3}x + c = 5x^2 - 10x + 5$. Что равносильно: $\mathbf{7}x + c = 5$. Это значит, что независимая переменная величина *c*, «потеряла» свою независимость (то есть стала зависеть от *x*).

Способ 3 (функциональный). Если квадратный трёхчлен имеет единственный корень x_0, то вершина его графика – парабола – касается оси абсцисс в точке (x_0; *0*). В нашем случае, с одной стороны $x_0 = 1$, с другой – $x_0 = 0{,}3$. Налицо противоречие, которое позволяет сделать вывод: ни при каких значениях *c*, уравнение $5x^2 - \mathbf{3}x + c = 0$ не имеет единственного корня, равного 1.

Решение задачи (на уроке) всеми тремя способами позволяет развивать аналитические способности учащихся, делая одновременно с этим, востребованными все единицы знания по темам «Квадратные уравнения», «Квадратный трёхчлен», «Квадратичная функция».

(2*) Необходимо найти, при каких *c* уравнение не имеет положительных корней, то есть его корни отрицательны или равны 0. Для поиска отрицательных корней (задача (3*)) требуется рассмотреть случаи, когда уравнение имеет единственный отрицательный корень или два отрицательных корня.

Случай 1. Уравнение имеет единственный корень (положительный или отрицательный) при $c = \frac{9}{20}$. Решая уравнение $5x^2 - 3x + \frac{9}{20} = 0$, получим: урав-

нение имеет единственный положительный корень $x_0 = 0{,}3$. Следовательно, значение c $\frac{9}{20}$.

Случай 2. Уравнение имеет два отрицательных корня. Уравнение имеет два корня при $c > \frac{9}{20}$. Если уравнение имеет два отрицательных корня, то их отрицательна, а произведение – положительно: $\begin{cases} x_1 + x_2 < 0 \\ x_1 \cdot x_2 > 0 \end{cases}$. По теореме Виета, $x_1 + x_2 = -b$, в нашем случае, $x_1 + x_2 = 3$, то есть условие: «сумма корней отрицательна» – не выполняется.

Иными словами уравнение (1) не имеет отрицательных корней ни при каких значениях параметра c.

Равенство нулю корней уравнения $5x^2 - \mathbf{3}x + c = 0$, приводит нас к условию $c = 0$.

Анализ задачного материала учебника «Алгебра. 9 класс» авторского коллектива: Г. К. Муравин, О. В. Муравина (выбор которого обоснован наличием в содержании ряда разделов задач с параметрами), – показал:

(1) Неравномерное распределение задач с параметром в учебнике требует от учителя при разработке содержательных моделей уроков закрепления материала и уроков повторения и обобщения материала (в том числе при формировании домашний заданий) включать задачи с параметрами в контекст изучаемого материала.

(2) Число задач невелико, однако они присутствуют почти во всех темах, что позволяет постепенно освоить учащимся процедуру решение задач с параметрами.

(3) В учебнике почти половина всех задач с параметром составляют задачи с параметром сводящиеся к квадратным уравнениям и неравенствам, к исследованию квадратичной функции, но при этом не рассматривают вовсе иррациональные, дробно-рациональных уравнения и неравенства с параметрами, а также задач с многочленами, в которых есть параметр, недостаточно сюжетных задач с параметрами (хотя в жизни мы их то и дело решаем).

(4) Понятие параметра авторы учебника не используют, поэтому учителю необходимо самому вводить это понятие.

(5) Система учебных задач по теме «Исследование квадратного трёхчлена» на усвоение процедур, приведённых в образцах решения задач с параметрами, не является полной, и потому должна быть дополнена, по крайней мере, задачами на поиск условия, при котором решение квадратного уравнения/неравенства принадлежит определённому числовому промежутку. Кроме того, целесообразно увеличить число задач на решение квадратных неравенств с параметрами (в учебнике даётся единственная задача).

На обучение решению задач с параметрами в школьном курсе математики уделяется мало времени, а порой такие задачи вовсе не рассматриваются, в результате многие учащиеся не способны справится с подобными задачами, или проводят громоздкие выкладки при их решении.

Литература

1. Мурзабаева, Ф. М. Способы решения уравнений и неравенств с параметрами [Электронный ресурс] / Ф. М. Мурзабаева // ИД «1 сентября». Фестиваль «Открытый урок» [Электронный ресурс] : [сайт]. URL: http://открытыйурок.рф/статьи/538614/ (дата обращения 12.12.2017). Загл. с экрана. Яз. рус.

2. Масалытина, Н. Н. Решение задач с параметрами в курсе алгебры. 7-9 классы» [Электронный ресурс] / Н. Н. Масалытина // ИД «1 сентября». Фестиваль «Открытый урок» [Электронный ресурс] : [сайт]. URL: http://открытыйурок.рф/статьи/595913/ (дата обращения 12.12.2017). Загл. с экрана. Яз. рус.

3. Киц, Н. Н. Задания с параметром [Электронный ресурс] / Н. Н. Киц // ИД «1 сентября». Фестиваль «Открытый урок» [Электронный ресурс] : [сайт]. URL: http://открытыйурок.рф/статьи/597382/ (дата обращения 12.12.2017). Загл. с экрана. Яз. рус.

4. Горшенина, Т. В. Задачи с параметром в школьном курсе математики 8-го класса [Электронный ресурс] / Т. В. Горшенина// ИД «1 сентября». Фестиваль «Открытый урок» [Электронный ресурс] : [сайт]. URL: http://открытыйурок.рф/статьи/211905/ (дата обращения 12.12.2017). Загл. с экрана. Яз. рус.

5. Дятлов, В. Н. Задачи с параметрами как раздел школьного курса математики / В. Н. Дятлов, Ю. А Дмитриева // Математичекое образование в школе и вузе: теория и практика (MATHEDU-2016): материалы VI Международной научно-практической конференции, 25-26 ноября 2016 г. С. 43-46.

6. Муравин, Г. К. Алгебра. 9 кл. : учебник / Г.К. Муравин, К. С. Муравин, О. В. Муравина. М. : Дрофа. 2015. 319 с.

К ОПРЕДЕЛЕНИЮ ПОНЯТИЯ «ЗАНИМАТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА»

Еникеева Карина Радиевна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского

В последнее время всё больше и больше публикаций учителей математики, методистов и других работников системы образования посвящены вопросу занимательности в обучении, который считается наиболее перспективным в деле формирования познавательного интереса и активизации познавательной самостоятельности обучающихся на различных образовательных уровнях (от общего дошкольного до высшего профессионального); вот некоторые из них: «Странички занимательной математики интеллектуальная игра по математике для 5-6-го класса» [1], «Развитие математической грамотности младших школьников во внеурочной деятельности: курс «Занимательная математика»» [2], «Занимательная математика пространство для дерзких и шумных» [3], «Занимательная математика как средство развития логического мышления» [4], «Активизация познавательных способностей учащихся начальных классов с помощью элементов занимательной математики» [5], «О роли занимательной математики в обучении» [6].

Несмотря на то, что содержание занимательной математики является объектом исследования рядя современных учёных, чётного определения понятия «занимательная математика» в научной литературе нет.

В Википедии занимательная математика включена наряду с развлекательной математикой и математическими развлечениями в направления и темы в математике, проявляющиеся в большей степени в рамках досуга, развлечения, самообразования и популяризации математики, нежели в профессиональной математической деятельности. «Основная аудитория» развлекательной математики – обучающиеся математике, любители, хотя разработками и исследованиями в занимательной математике занимаются как любители, так и специалисты. Одна из характерных черт развлекательной математики – использование математических головоломок и игр. Многие области развлекательной матема-

тики не требуют глубокого знания математики. Занимательная математика часто предназначена для детей и неподготовленных взрослых, побуждая их к дальнейшему изучению темы [7].

Приведённое в Википедии определение, которое будем называть классическим определением занимательной математики, обобщает научные разработки педагогов-математиков XX века, в первую очередь Б. А. Кордемского, который в 1957 году защитил кандидатскую диссертацию на тему «Внеучебные задачи на смекалку как одна из форм развития математической инициативы у подростков и взрослых», основные положения которой можно найти в «Очерках о математических задачах на смекалку» [8].

Поскольку это определение не учитывает современные образовательные тенденции к использованию занимательной математики в учебном процессе, оно нуждается в уточнении.

Обратимся к материалам научных работ.

Е. В. Кузнецова [9] считает занимательные задачи (задачи занимательной математики) как один из классов творческих задач, то есть задач, решение которых удовлетворяет одному или большему числу следующих условий:

«1) продукт мыслительной деятельности обладает новизной и ценностью (либо для индивида, либо для его культуры);

2) мыслительный процесс также отличается новизной в том смысле, что требует преобразования или отказа от ранее принятых идей;

3) мыслительный процесс характеризуется наличием сильной мотивации и устойчивости, протекания в течение значительного периода времени (постоянно или с перерывами) либо с большой интенсивностью;

4) проблема, поставленная первоначально, смутна и плохо определена, так что одной из задач является формулирование самой проблемы».

К специфическим особенностям занимательных задач Е. В. Кузнецова относит неизвестен алгоритм решения задачи и невозможность выбора варианта решения («такие задачи могут быть решены лишь путем поиска; вся трудность их решения состоит не в том, чтобы нечто выбирать и испытывать, а в

том, чтобы определить (догадаться), из чего выбирать; догадаться, в какой области искать решение. Надо заметить, что все знания, необходимые для решения подобных задач, у человека потенциально (в памяти) имеются, и, таким образом, эти задачи могут быть решены на основе применения имеющихся знаний» [9]).

С. Ф. Митенева рассматривает нестандартные задачи в процессе обучения математике, которые характеризуются «чертами, присущими напряженной ситуации (усложнение условий деятельности, внезапность возникновения препятствий, воздействие па психическое состояние учащихся)» [10], то есть чертами классических задач занимательной математики.

Л. В. Селькина [11] к числу характеристических особенностей нестандартных задач относит разнообразие способов их решения.

Целесообразно частью занимательной математики считать дополнительную литературу по математике для школьников, на что помимо Б. А. Кордемского указывают и другие учёные. Разрабатывая проблему методики эффективного применения дополнительной литературы в урочной и домашней работе учащихся, С. Е. Чакликова исходила из гипотезы: «целенаправленная работа с дополнительными источниками в процессе преподавания математики позволяет привить учащимся необходимые умения работы с книгой, является действенным средством повышения уровня математической подготовки, способствует развитию интереса к предмету, оживлению учебного процесса» [12].

Вслед за Б. А. Кордемским в содержание занимательной математики современные учёные включают и старинные задачи. Так С. В. Носырева определяя роль старинных задач в обучении математике, указывает, что они содействуют формированию и дальнейшему развитию математического мышления, их использование на уроках способствует созданию творческой обстановки и проявлению у учащихся максимума активности и самостоятельности, а следовательно, развитию познавательного интереса как устойчивого качества личности. Работа над старинными задачами влияет на развитие у учащихся способно-

сти оценивать полезность или ограниченность знаний, их сходство и различие, критически относится к получаемой информации. И, наконец, старинная задача должна иметь не только естественную, но и интересную интерпретацию, позволяющую возбудить интерес к математике [13].

Обобщая всё вышесказанное, под занимательной математикой будем понимать раздел школьного курса математики, включающий в себя подборку:

– литературных произведений математической тематики, выполняющих вводно-мотивационную, иллюстративную, когнитивную (восприятие, представление, запоминание и т.п.), эстетическую и эмоциональную функции;

– интересных историко-математических фактов, способствующих расширению математического кругозора учащихся и развивающих математическую интуицию;

– задач математических и практических, занимательных по форме, содержанию и способам решения.

Литература

1. Макарова, В. Е. Странички занимательной математики интеллектуальная игра по математике для 5-6-го класса / В. Е. Макарова // Образование в Кировской области. 2014. № 3 (31). С. 40-43.

2. Кочурова, Е. Э. Развитие математической грамотности младших школьников во внеурочной деятельности: курс «Занимательная математика» / Е. Э. Кочурова // Актуальные вопросы профессиональной подготовки современного учителя начальной школы. 2017.№ 4. С. 130-134.

3. Чаусова, А. В. Занимательная математика пространство для дерзких и шумных / А. В. Чаусова // Библиотечное дело. 2018. № 2 (308). С. 22-24.

4. Лексакова, В. С. Занимательная математика как средство развития логического мышления / В. С. Лексакова // Педагогическое мастерство и педагогические технологии. 2015. № 1 (3). С. 182-184.

5. Жунисбекова, Ж. А. Активизация познавательных способностей учащихся начальных классов с помощью элементов занимательной математики / Ж. А. Жунисбекова, М. А. Керимбеков, Д. А. Жунисбекова, Е. А Битабаров., И. С. Жандабаева // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2014. № 9-3. С. 132-136.

6. Мамедяров, Д. М. О роли занимательной математики в обучении / Д. М. Мамедяров // Вестник Социально-педагогического института. 2016. № 4 (20). С. 58-63.

7. Занимательная математика [Электронный ресурс] : Материал из Википедии – свободной энциклопедии : Версия 91930740, сохранённая в 10:57 UTC 6 апреля 2018 / Авторы

Википедии // Википедия, свободная энциклопедия. Электрон. дан. Сан-Франциско : Фонд Викимедиа, 2018. URL https://ru.wikipedia.org/?oldid=91930740 (дата обращения: 21.04.2018). Загл. с экрана. Яз. рус.

8. Кордемский, Б. А. Очерки о математических задачах на смекалку / Б. А. Кордемский. М. : Учпедгиз, 1958. 116 с.

9. Кузнецова, Е. В.. Занимательные задачи как средство формирования творческой деятельности учащихся 5-6 классов в обучении математике : дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02. Москва, 1997. 262 с.

10. Митенева, С. Ф. Нестандартные задачи по математике как средство развития творческих способностей учащихся : дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02. Вологда, 2005. 204 с.

11. Селькина, Л. В. Решение нестандартных задач в начальном курсе математики как средство формирования субъекта учебной деятельности : дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.01. Пермь, 2001. 183 с.

12. Чакликова, С. Е. Дополнительная литература как средство повышения математической подготовки учащихся средней школы : дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02. Москва, 1984. 156 с.

13. Носырева, С. В. Методика использования старинных задач в процессе обучения математике : дисс. ... канд. пед. наук : 13.00.02. Москва, 2005. 207 с.

ОБ ИСТОРИИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ЕГЭ

Косенкова Татьяна Игоревна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Истоки Единого государственного экзамена (ЕГЭ) уходят корнями в эпоху 90-х годов XX века, когда одновременно с социальными и политическими изменениями в России проводятся эксперименты с отечественной системой образования.

С 1987/88 учебного года начинаются эксперименты со структурой, содержанием и организацией выпускных экзаменов по математике за курс средней (полной школы). Ежегодно разрабатываются инструкции и рекомендации о проведении выпускных экзаменов, которые регламентируют их организацию.

Тогда выпускники школ РСФСР сдавали пять экзаменов: три обязательных и два по выбору (один из них – устный экзамен по геометрии). Для проведения экзамена по геометрии подготавливались типовые билеты, составленные в соответствии с действующими программами по математике для обычных общеобразовательных школ и для школ (классов) с углубленным теоретическим и практическим применением. Каждый билет содержал три вопроса. Первые вопросы сформулированы в традиционном виде и указывают на конкретный материал, который нужно изложить при ответе. Учителю предоставляется возможность конкретизировать формулировку вторых вопросов. Такой подход был обусловлен тем, что учителя выбрали различные пути в изучении теории, использовали в работе разные учебные пособия [1, с. 17].

В начале 1990-х годов были проведены образовательные реформы по массовой дифференциации школ на гимназии, лицеи, на школы с углубленным изучением отдельных предметов. Происходило разделение и внутри школ: создавались медицинские, математические и другие классы [2].

Ленинградские педагоги-математики Марк Иванович Башмаков и Александр Поэлевич Карп в газете «Математика в школе» формулируют проблему: «Сегодня, когда разрушается единообразие среднего образования, когда стре-

мительно возрастает число всевозможных гимназий, лицеев, школ при вузах и т.п., приходит время всерьез задуматься над тем, что же объединяет различные типы учебных заведений. Есть нужда в организации итоговых экзаменов, задающих уровень подготовки по основным предметам, достижение которого (самыми различными путями) и означает приобретение среднего образования. Заметим, что в Западной Европе сложилась система таких экзаменов, успешная сдача которых дает и право поступления в вуз» [3, с. 60]; – попытки решения которой, в конечном итоге, привели отечественную систему общего образования к единому государственному экзамену (ЕГЭ).

Ленинградское математическое общество «ЛМО» выступило с инициативой проведения в специализированных школах экспериментального выпускного экзамена, и с разрешением руководства Минпроса РСФСР в 1990-1998 гг. в некоторых школах Москвы, Московской области и Санкт-Петербурга (до 1991 года – Ленинград) было организовано экспериментальное проведение письменного экзамена по алгебре и началам анализа [4], [5]. Первый экспериментальный экзамен состоялся в мае 1990 года примерно в 30 ведущих школ Ленинграда; выпускники в целом сдали его весьма успешно; многие ведущие вузы засчитали его в качестве вступительного. Найденная новая нетрадиционная форма его проведения показалась тогда весьма удачной: «Из предлагаемых 5 задач две первые надо было решить обязательно, а из «сюжетов на выбор» учащийся мог рассмотреть какой-либо один. Таким образом, каждый выпускник составлял «свой» вариант из 12 пунктов (по 4 пункта – а, б, в, г – в каждом из заданий 1, 2, и 3). Так достигался учет особенностей программ в различных школах при сохранении общего базиса. Продолжительность экзамена составила 4 ч. (240 мин.). Для получения оценки «отлично» требовалось верно выполнить любые 10 пунктов из выбранных 12» [3, с. 60].

Обязательные задачи:

1. Дана функция $f(x)=8^x-3\cdot 2^x$. а) Решите уравнение $f(x)=-2$. б) Найдите наименьшее значение функции f. в) Решите неравенство

$f(x) \le 4^{x+0,5}$. г) Выясните, сколько на графики функции f есть пар точек, симметричных друг другу относительно начала координат.

2. Дана функция $y = f(x) = \cos 2x + \cos x - 4\cos^2 \frac{x}{2}$. а) Выразите y как функцию от $\cos x$. б) Решите уравнение $f(x) = -3$. в) Докажите, что при всех значениях x выполняется неравенство $f(x) \le 0$. г) Выясните, сколько корней в зависимости от значения a имеет уравнение $f(x) = a$ на отрезке $[0; \pi]$.

Сюжет на выбор (выбирается один из предложенных сюжетов):

3(1). Пусть C множество точек z комплексной плоскости, удовлетворяющих условию: $|iz + 2 + 2i| = 1$. а) Постройте множество C. б) Найдите все точки множества C, расстояние от которых до мнимой оси равно $\frac{13}{5}$. в) Найдите область значений модуля z для точек множества C. г) Найдите область значения аргумента z для точек множества C (считая, что аргумент вычисляется в интервале $[0; 2\pi)$).

3(2). Дана функция $y = x^2$ и точка B с координатами (3; 5). а) Найдите уравнения касательных к графику функции y проходящих через точку B. Укажите координаты точек касания. б) Пусть A – та из точек, найденных в предыдущем пункте, у которой абсцисса меньше, а C – точка на графике функции y с той же абсциссой, что у B. Найдите площадь треугольника ABC. в) Докажите, что площадь криволинейного треугольника ABC, образованного дугой параболы AC и отрезками AB и BC, составляет $\frac{2}{3}$ от площади, найденной в предыдущем пункте. г) Сформулируйте и докажите аналогичное утверждение для произвольной точки B.

3(3). В прямоугольном параллелепипеде длина диагонали равна единице, а отношения двух его измерений к третьему равны k_1 и k_2. Площадь поверхности параллелепипеда обозначается через S. а) Вычислите S как функцию от k_1 и k_2. б) Пусть $k_1 = k_2$. Докажите, что $S \le 2$. в) Пусть $k_1 = 2$. Выясните, какое наибольшее

значение принимает S. г) Пусть a – положительное число, $k_1 = ak_2$. Выясните, при каком значении k_2 (зависящем от a) S принимает наибольшее значение.

Как указывает А. П. Карп, эксперимент, предполагал следующую методику проведения письменных экзаменов [4, с. 68]: составление разноуровневых вариантов и предоставление каждому учащемуся возможности сдачи экзамена по одному из четырех типов вариантов, соответствующему специфике полученного им математического образования; включение в вариант заданий, посвященных практически всем вопросам школьного курса; составление заданий принципиально новой для выпускных экзаменов в СССР схеме – в форме «задач-сюжетов», а по сути, известных с дореволюционной России – комплексных заданий, которые при едином условии имеют несколько (четыре) различных требований связанных или несвязанных между собой; разработку методики оценивания экзаменационных работ; массовую проверку экзаменационных работ.

В 1993 году в лицеях, гимназиях, колледжах и других общеобразовательных учреждениях с углубленным изучением предмета, кроме экзаменов по обязательным предметам (литературе, алгебре и началам анализа), проводится итоговая аттестация по профильным предметам. В общеобразовательных учреждениях, работающих с ВУЗами в составе различных учебных комплексов, становится возможным совмещение итоговой аттестации по программе среднего (полного) общего образования и вступительных экзаменов в ВУЗ. В классах, где изучение математики велось по сокращенной программе, письменная аттестация по этому предмету проводится по текстам Министерства образования РФ или текстам, составленным учителями математики и согласованным с методическими службами [5].

В 1996 году в общеобразовательных учреждениях, взаимодействующих с высшими учебными заведениями (вузами), допускается совмещение итоговой аттестации выпускников за курс среднего (полного) общего образования и вступительных испытаний в вуз – единые экзамены. Проведение единых экзаменов предусматривается договором между обоими образовательными учреждениями. Единые экзамены проводятся в соответствии с требованиями положения об ито-

говой аттестации выпускников и правилами приема в вуз, на добровольной основе по письменному заявлению выпускника. Для разработки экзаменационных материалов и приема единых экзаменов формируются предметные экзаменационные комиссии из учителей общеобразовательного учреждения и преподавателей вуза, состав которых утверждается в порядке, предусмотренном для обоих образовательных учреждений. Лица, выдержавшие единые экзамены, подают заявления о приеме в вуз и о засчитывании результатов единых экзаменов в качестве вступительных на основании прилагаемого к нему сертификата [6].

В 1997 году итоговая аттестация выпускников может проводиться с использованием средств массовой информации с предварительным согласованием с Министерством общего и профессионального образования. Форма проведения экзаменов по выбору может быть различной: по билетам, собеседование, защита реферата, тестирование. На основании Приказа Минобразования России от 26.12.96 N 537 «О централизованном тестировании выпускников общеобразовательных учреждений Российской Федерации» педагогическим советам общеобразовательных учреждений предоставляется право засчитывать по желанию обучающихся результаты централизованного тестирования, указанные в сертификатах Центра, в качестве результатов итоговой аттестации по общеобразовательным предметам, кроме устанавливаемых Минобразованием России в качестве обязательных по итоговой аттестации [7].

Государственное централизованное тестирование выпускников образовательных учреждений поначалу было дополнительной платной услугой. В соответствии с приказом Государственного комитета Российской Федерации по высшему образованию от 17.02.95 № 223 «О создании Центра тестирования выпускников общеобразовательных учреждений Российской Федерации» на базе Московского педагогического государственного университета им. В. И. Ленина создан Центр тестирования, которому поручено проведение начиная с 1996 года централизованного государственного тестирования выпускников общеобразовательных учреждений по всей территории Российской Федерации. Была создана сеть региональных представительств Центра, охватывающая около 35 регионов

Российской Федерации. Школьники получили возможность вместо однократных экзаменов тестироваться по нескольку раз (с марта по май), пока не достигнут желаемого уровня знаний и количества баллов. По результатам централизованного тестирования выдавался сертификат общероссийского государственного образца. Вузам России «Порядком приема в государственные образовательные учреждения высшего профессионального образования (высшие учебные заведения) Российской Федерации» разрешено засчитывать результаты централизованного тестирования в качестве вступительных испытаний [8].

«Педагогическое тестирование как метод контроля учебных достижений отвечает главным обобщённым критериям современных технологий оценки учебных достижений: научность (необходимость эмпирической проверки качества тестов, обязательность проверки получаемых результатов по критериям надёжности и валидности, использование статистических методов); технологичность (оценка знаний опирается на автоматизированные сбор результатов тестирования и их обработку); эффективность (тестирование позволяет проверить знания большого количества учащихся быстрее, точнее и с меньшими затратами). Идею независимой объективной оценки знаний выпускников школ одобряли в то время практически все заинтересованные стороны:

школьники (и их родители), которые хотели знать свой уровень подготовки и конкурентоспособности при поступлении в вуз;

вузы, у которых значительно упрощалась работа приёмных комиссий, и, главное, появилась возможность получения оценки подготовленности абитуриентов независимой от субъективной оценки преподавателей;

органы управления образованием всех уровней и администрация школ, которые могли использовать статистические данные ЦТ для анализа и принятия управленческих решений и т.д.» [9, с. 91].

Итак, все характерные особенности ЕГЭ:

– включает в вариант задания, посвященные практически всем вопросам школьного курса математики;

– задаёт уровень подготовки по предметам;

– предоставляет каждому учащемуся возможность сдачи экзамена, соответствующего специфике полученного им математического образования (возможность выбора заданий из числа имеющихся);

– совмещает итоговую аттестацию выпускников за курс среднего (полного) общего образования и вступительные испытания в вуз;

– использует педагогическое тестирование как метод контроля учебных достижений; – были заложены и апробированы в последнее десятилетние XX века. В 2000 году в стране параллельно сосуществуют несколько форм обязательного выпускного экзамена по математике:

традиционный письменный экзамен по алгебре и началам анализа – решение шести неизвестных заранее задач, составляемых Министерством образования; с 2002 года этот способ проверки знаний используется только для учащихся математических и физико-математических классов;

экспериментальный письменный экзамен по разноуровневым экзаменационным вариантам до 2002 года (обязательная часть и сюжеты на выбор: ученик выбирал три из четырех сюжетов по четыре задания в каждом; пятерка выставлялась за верное решение любых 10 из 12 полученных заданий);

экзамен по открытым текстам – решение набора из 10 заданий, взятых из заранее опубликованного задачника – с 2002 года сдают учащиеся, изучающие математику на базовом и гуманитарным уровнях;

единый государственный экзамен (ЕГЭ) – с 2001 года сдают учащиеся регионов-участников эксперимента по введению ЕГЭ вне зависимости от уровня, на котором преподается математика, кроме школьников, изучающих математику на гуманитарном уровне.

Кроме этого выпускники по желанию могли сдать устный экзамен по геометрии и/или пройти централизованное тестирование. По математике проводилось четыре вида тестирования: по алгебре и началам анализа, по геометрии и абитуриентское тестирование 1 и 2 уровней сложности. Обычно педагогические Советы школ засчитывали результаты тестирования в качестве устных выпускных экзаменов [10].

Несмотря на многообразие форм выпускных экзаменов по математике, неизбежность ЕГЭ в его нынешней форме была предопределена. В новом XXI веке в поисках новых форм выпускных экзаменов по математике чиновники обращаются к опыту западных стран: рассматривается возможность полной замены письменного и устного экзамена тестами по математике, а также совместить выпускной и вступительный экзамены. Наступает эра ЕГЭ…

Литература

1. Гольдман, А. М. Об устном экзамене по геометрии в одиннадцатых классах школ РСФСР в1989/90 учебном году / А. М. Гольдман, Л. И. Звавич, В. К. Смирнова // Математика в школе, 1990, № 2, с. 17-24.
2. Как в СССР сдавали школьные и вступительные экзамены [Электронный ресурс] // Газета.ru : [сайт] URL: https://www.gazeta.ru/science/2016/06/11_a_8298359.shtml (дата обращения 17.03.2018). Загл. с экрана. Яз. рус.
3. Башмаков, М. И., Карп, А. П. Об экспериментальном выпускном экзамене в школах Ленинграда / М. И. Башмаков, А. П. Карп // Математика в школе. 1991. № 4. С. 60-61.
4. Карп, А.П. Письменные выпускные экзамены по алгебре в России за 100 лет / А. П. Карп. СПб. : Санкт-Петербургский государственный университет педагогического мастерства, 1998, 86 с.
5. Положение об итоговой аттестации выпускников государственных, муниципальных и негосударственных общеобразовательных учреждений Российской Федерации в 1992/1993 учебном году (утв. Минобразования РФ 16.02.1993 n 27-М) (с изм. от 14.05.1993) (Зарегистрировано в Минюсте РФ 02.03.1993 n 167).
6. О рекомендациях по организации и проведению единых экзаменов для выпускников общеобразовательных учреждений, взаимодействующих с образовательными учреждениями высшего профессионального образования (высшими учебными заведениями) : Письмо Госкомвуза РФ от 15.03.1996 n 10-34-055ин/018.
7. Рекомендации по проведению выпускных экзаменов в IX, XI (XII) классах общеобразовательных учреждений Российской Федерации (Письмо Минобразования РФ от 18.03.1997 n 267/14-12).
8. О проведении государственного централизованного тестирования выпускников общеобразовательных учреждений Российской Федерации : Письмо Министерства образования РФ № 152/11 от 2 февраля 1996 г. / Учительская газета, сентябрь 1996, № 5 от 27 февраля.
9. Михалёва, Т. Двадцать лет централизованному тестированию в России. Что дальше? / Т. Михалёва // Педагогические измерения. 2011. № 1. С. 88-105.
10. Сайт элементарной математики Дмитрия Гущина [Электронный ресурс] : [сайт] URL : http://www.mathnet.spb.ru/schoolexams.htm. (дата обращения 17.03.2018). Загл. с экрана. Яз. рус.

О ПОНЯТИИ «САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА СТУДЕНТА» В ВУЗЕ

Латыпова Диана Фаритовна,
магистрант механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Самостоятельная работа студентов, являясь составной частью образовательной программы, остается одной из наиболее сложных форм организации учебного процесса. Несмотря на то, что самостоятельная работа рассматривалась на разных этапах истории педагогической мысли, в частности в трудах Т. Мора, Т. Кампанеллы, Я.А. Коменского, Ж.Ж. Руссо, И.Г. Песталоцци, К.Д. Ушинского и многих других авторов, единого определения термина в научной литературе нет. Авторы различных научных исследований предлагают свои определения.

П.И. Пидкасистый в своем учебном пособии [1] дает следующее определение: «самостоятельная работа – это не форма организации учебных занятий и не метод обучения. Её правомерно рассматривать скорее как средство вовлечения учащихся в самостоятельную познавательную деятельность, средство ее логической и психологической организации».

В пособии Б.П. Есипова [2] самостоятельная работа определена как «работа, которая выполняется без непосредственного участия учителя, но по его заданию в специально предоставленное для этого время; при этом учащиеся сознательно стремятся достигнуть поставленной в задании цели, проявляя свои усилия и выражая в той или иной форме результаты своих умственных или физических (или тех и других вместе) действий». Он подчеркивает, что лишь практика самостоятельной работы позволит привить учащимся культуру умственного и физического труда, развить у них интерес к лучшему достижению любой цели, самостоятельно трудиться с высокой продуктивностью, возможной на данной возрастной ступени.

А.С. Лында дает такое определение: «Самостоятельная работа является одной из форм организации учебной деятельности учащихся, которая способствует развитию их самостоятельности и активности в обучении. Она может выполнять-

ся на уроке и во внеурочное время (в том числе при выполнении учебных заданий) по заданию учителя и на основе его инструктажа и консультаций» [3].

Самостоятельная работа является важнейшей составляющей образовательного процесса в высшем учебном заведении и обязательной для каждого студента. Усиление роли самостоятельной работы в вузе обусловлено следующими требованиями: самостоятельная работа позволяет обеспечить личностно-ориентированную направленность профессионального обучения, развивает у студентов способность к самообучению, самообразованию, придает учебному процессу практико-ориентированный характер [4].

М.Г. Гарунов трактует понятие как «выполнение различных заданий учебного, производственного, исследовательского и самообразовательного характера, выступающих как средство усвоения системы профессиональных знаний, способов познавательной и профессиональной деятельности, формирования навыков и умений творческой деятельности и профессионального мастерства» [5].

В учебном пособии М.А. Дорофеевой и Т.М. Самусенко [6] самостоятельная работа охарактеризована как активная и целенаправленная деятельность студента, обеспечивающая выработку умения и навыков и позволяет рационально, с наименьшей затратой сил и времени приобрести необходимую научно-познавательную информацию. Это подразумевает активную деятельность студентов, связанную с выработкой навыков рациональной организации труда для получения определенных знаний.

Р.А. Низамов характеризует самостоятельную работу студента как разнообразные виды индивидуальной, групповой познавательной деятельности студентов на занятиях или во внеаудиторное время без непосредственного руководства, но под наблюдением преподавателя [7].

В исследовании Е.В. Захаровой самостоятельная работа понимается как система, направленная на решение познавательных задач, которая формирует разностороннее развитие личности с использованием информационно-коммуникационных технологий [8].

Также самостоятельная работа рассматривается некоторыми авторами как система организации педагогических условий, обеспечивающих контроль учебной деятельности, которая протекает в отсутствие преподавателя (В.Граф, И.И. Ильясов, В.Я. Ляудис).

Таким образом, самостоятельная работа, в сущности, является средством организации и контроля познавательной деятельности обучаемых. Самостоятельная работа студента представляет собой высшую форму его учебной деятельности по критерию саморегуляции и целеполагания, способствует его формированию как высококвалифицированного специалиста.

Литература

1. Пидкасистый, П.И. Самостоятельная деятельность учащихся в обучении: Единство и особенности овладения учащимися знаниями и методами самостоятельной познавательной деятельности: Учеб. пособие / П.И. Пидкасистый, В.И. Коротяев. М. : Изд-во МГПИ, 1978. 240 с.

2. Есипов, Б. П. Самостоятельная работа учащихся в процессе обучения / Б.П. Есипов // Материалы педагогических исследований. М., 1961. Вып. 115.

3. Лында, А. С, Самостоятельная работа и самоконтроль в учебной деятельности старших школьников / А.С. Лында, М. : Просвещение, 1971. 160 с.

4. Петров, В.Н. Организация самостоятельной работы студентов заочной формы обучения в логике компетентностного подхода / В.Н. Петров // Мир науки, культуры, образования. 2012. № 3. С. 122-124.

5. Гарунов, М.Г. Проблемы активизации самостоятельной работы студентов. Материалы всесоюзного совещания-семинара / М.Г. Петров. Пермь : Изд-во ПГУ, 1979. 40 с.

6. Дорофеева, М.А. Самостоятельная работа студентов в высшем учебном заведении: Учебное пособие / М.А.Дорофеева, Т.М. Самусенко. Владивосток : Изд-во Дальневост. Ун-та, 2006. 131 с.

7. Низамов, Р.А. Дидактические основы активизации учебной деятельности студентов / Р.А. Низамов ; Ред. Н.К. Гончаров. Казань : Издательство Казанского университета, 1975. 304 с.

8. Захарова, Е.В. Организация самостоятельной работы студентов с использованием информационно-коммуникационных технологий (на примере иностранного языка) : автореф. дис. …канд. пед. наук : 13.00.01 / Захарова Елена Васильевна. Якутск, 2008. 22 с.

САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА УЧАЩИХСЯ НА ЭТАПЕ ЗАКРЕПЛЕНИЯ ИЗУЧЕННОГО МАТЕРИАЛА

Вдовиченко Алена Александровна,
ассистент кафедры основ математики и информатики
СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Махемов Сапа,
студент механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Самостоятельная работа учащихся – это форма организации их учебной деятельности, осуществляемая под прямым или косвенным руководством преподавателя, в ходе которой учащиеся преимущественно или полностью самостоятельно выполняют различного вида задания с целью развития знаний, умений, навыков и личностных качеств [1].

Организация самостоятельной работы учащихся на этапе закрепления изученного материала – самый разработанный на сегодняшний день и методически обеспеченный вид педагогической деятельности, направленный на прочность усвоения и как можно более полное и точное запоминание материала.

В зависимости от целей и планируемых результатов обучения математике, уровня самостоятельности учащихся на этапе закрепления изученного материала чаще всего используются следующие виды самостоятельных работ: упражнения, тренажёры, тренировочные самостоятельные работы, развивающие самостоятельные работы.

В качестве примера рассмотрим организацию устных упражнений на этапе закрепления изученного материала.

Устные упражнения (соответствуют низкому уровню самостоятельности) на уроках математики позволяют ускорять темп работы, усиливать интерес учащихся, способствуют развитию сообразительности, смекалки. Но далеко не всегда устные упражнения приводят к ожидаемым результатам. Причина этого в том, что методика проведения устных упражнений сложнее, чем письменных. Когда класс записывает решение задачи, учитель видит, кто работает и как работает, видит в тетрадях также и результаты работы [2].

Чтобы гарантировать участие в работе всех учащихся, нужно, соблюдать ряд условий эффективности устных упражнений.

Приведем эти условия.

1. Желательно, чтобы задачи для устных упражнений в 5-11 классах были заранее выписаны на отдельных листах или на доске, чтобы каждый ученик на протяжении всего процесса устного решения видел данные задачи. Желательность и, можно сказать, даже необходимость соблюдения этого условия следуют из закономерности об усилении внимания при зрительных формах восприятия (внимание облегчается, если мыслительная деятельность сопровождается соответствующей моторной деятельностью, если объекты, которыми мы оперируем, воспринимаются зрительно).

К сожалению, это требование часто нарушается. Вопросы учителя и ответы учащихся не всегда сопровождаются демонстрацией по соответствующим чертежам или моделям. В таких случаях осознавать услышанное могут только те учащиеся, которые мысленно представляют соответствующие фигуры. Но именно это не могут и не успевают сделать многие учащиеся.

2. Условия геометрических задач, решаемых устно, желательно задавать хотя бы частично на чертеже. Это намного облегчает восприятие и решение задачи.

3. Устные упражнения желательно чередовать с письменным выполнением упражнений аналогичного типа на самостоятельных и контрольных работах. Если это условие нарушается, то оказывается, что через какое-то время многие учащиеся не могут справиться на контрольной работе с такими же задачами, которые они решали устно.

4. На уроках алгебры задачи нового типа сначала лучше решать письменно и лишь затем для закрепления навыков – устно. В таком случае учащиеся через некоторое время свободно решают устно довольно сложные для них задачи, например, на разложение многочленов на множители с применением нескольких способов (группировки, вынесения общего множителя и т. д.). Тогда как до письменного решения задач по новой теме многие учащиеся затрудняются решать устно даже простейшие из этих задач. После письменного решения алгебраических задач нового типа уже не отдельные учащиеся, а все приобретают умения представлять и выполнять устно соответствующие операции.

5. Во время устных упражнений следует тщательно соблюдать паузы, чтобы учащиеся успевали обдумать решение задач.

6. При устном решении задач особенно важно соблюдать принципы построения системы упражнений (однотипности, непрерывного повторения, использования контрпримеров и т.д.).

7. Условия задач для устного решения можно задавать на таблицах, с помощью кодоскопа, вращающихся магнитных досок. Условия задач могут быть записаны также и на классной доске.

Остановимся на методике составления устных упражнений путем выделения «элементов» из более «сложных» задач. Устные упражнения подготавливаются для конкретного класса. Поэтому выделяются те «элементы», которые могут затруднить учащихся.

Пример. Пусть учащимся предстоит упростить выражение:

$$\left(\frac{\sqrt[4]{ab^3}+\sqrt[4]{a^3b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}+\frac{1-\sqrt{ab}}{\sqrt[4]{ab}}\right):\left(\frac{a-\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a}-1}-\frac{a+\sqrt[3]{a^2}}{\sqrt[3]{a}+1}\right)$$

При выполнении подобных упражнений учащиеся пользуются часто нерациональным способом: приводят сначала дроби к общему знаменателю. Тогда как их лучше иногда предварительно сокращать. Чтобы сформировать соответствующие навыки, выделим из упражнения отдельные элементы и, варьируя данные, составим соответствующие устные упражнения:

Сократить дроби:

1) $\dfrac{\sqrt[4]{mn^3}+\sqrt[4]{m^3n}}{\sqrt{m}+\sqrt{n}}$; 2) $\dfrac{x-\sqrt[3]{x}}{\sqrt[3]{x}-1}$.

Если некоторые учащиеся «забыли» формулы суммы или разности кубов чисел, то можно отдельные из упражнений 1), 2) выполнить письменно или еще более их упростить, например, разложить на множители выражения.

Литература

1. Андреев, В. И. Педагогика : Учебный курс для творческого саморазвития / В. И. Андреев. К. : Центр инновационных технологий, 2000. 320 с.

2. Груденов, Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики : Кн. для учителя / Я. И. Груденов. М. : Просвещение, 1990. 224 с.

ЗАДАЧА КАК УСЛОВИЕ ПОВЫШЕНИЯ МОТИВАЦИИ К ИЗУЧЕНИЮ МАТЕМАТИКИ

Вдовиченко Алена Александровна,
ассистент кафедры основ математики и информатики СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Монакова Анастасия Владимировна,
студентка механико-математического факультета СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Одной из центральных проблем современной школы является формирование учебной мотивации. Важность проблемы обусловлена самой учебной деятельностью, изменением содержания обучения, формированием приёмов, позволяющих самостоятельно приобретать знания, развитием активности. Для формирования положительной мотивации к обучению необходимо наличие: условий развития мотива, которые можно создать в процессе обучения; индивидуальной программы обучения с усложняющимся спектром задач на каждом этапе обучения; серии тестов, позволяющих фиксировать результат, достигнутый на каждом этапе; задач, сложность которых соответствует возможностям ученика или чуть превышает эти возможности, поэтому успех достигается с усилием, а иногда возможна и неудача; возможности у ученика самостоятельного выбора заданий [1].

На примере задачи 581 параграфа §25 «Многочлены» [2] проиллюстрируем, как можно целенаправленно повышать мотивацию на уроке математики: «Докажите, что всякая разность вида $\overline{abbb} - a$ делится на 37.

1) Проверьте верность этого утверждения для разности: (а) 2555 – 2; (б) 7111 – 7; (в) 8999 – 8; (г) 9666 – 9.

2) Проведите доказательство высказанного утверждения».

Авторами учебника задача мыслится как учебная с элементами исследования, определённого самой структурой задачи. Но осмыслить это учащиеся не способны, они будут выполнять требования задачи; причём, первое требование будет выполнено всеми учениками (так как адекватно теоретическим и операциональным знаниям начального курса арифметики). Но выполнение этого тре-

бования не гарантирует выполнения второго – доказательства истинности утверждения теории чисел (теории делимости):

во-первых, потому, что учащимся явно не видна связь между этим заданием и изучаемым материалом (Многочлены);

во-вторых, обращение к теории делимости, которая изучалась в курсе 5-6 классов, требует целенаправленного повторения;

в-третьих, обучение доказательству – образовательная задача систематического курса алгебры, которая находится на начальном этапе реализации.

Всё вышеперечисленное не позволит большинству учащихся выполнить второе требование задачи. Используя приёмы повышения мотивации – усиление развивающей функции учебной задачи, коллективную работу (в форме эвристической беседы) – организуем включение всех учащихся в процесс решения. «Уберём» исследовательскую часть текста задачи и сведём основную часть задачи к серии вопросов.

1) Что означает «Доказать»? // Это означает, что для любых значений цифр, причем a = 1, 2, …, 9, b = 0, 1, 2, …, 9, разность $\overline{abbb} - a$ должна делится (нацело) на 37.

2) Как можно в этом убедиться? // Можно воспользоваться методом исчерпывающих проб, то есть подставлять последовательно вместо a и b соответствующие значения и проверять делимость разности на 37 (таблица 1).

Таблица 1. Решение задачи № 581 методом исчерпывающих проб

Разность (условие)	Частное (заключение)
1000 – 1 = 999 ***+ 111***	999 : 37 = 27***+ 3***
1111 – 1 = 1110	1110 : 37 = 30
1222 – 1 = 1221	1221 : 37 = 33
1333 – 1 = 1332	1332 : 37 = 36
…	…
2000 – 2 = 1998	1998 : 37 = 54
2111 – 2 = 2109	2109 : 37 = 57
…	…
9888 – 9 = 9879	9879 : 37 = 267
9999 – 9 = 9990	9990 : 37 = 270

Результаты при использовании этого метода ведут не как попало, а тщательно систематизируют для того, чтобы выявить возможную закономерность, которая позволила бы доказать утверждение в общем виде. Мы для систематизации будем использовать таблицу. Заполним таблицу для первых 4 чисел, замечаем закономерность: разности отличаются одна от другой на 111, а частные на 3. Попробуем предугадать результат для 2000: устно прибавляем к

разности 1332 шесть значений 111, получаем 1332 + 666 = 1998 = 2000 – 2; а к частному 36 шесть 3, то есть 36 + 18 = 54 = 1998 : 37. Наша закономерность «работает»; теперь мы можем вычитание и деление заменить на прибавление к предыдущим результатам разности и частного соответственно 111 и 3. Кстати, выявленные закономерности косвенным образом доказывают наше утверждение. Но откуда они взялись и почему «работают»? И случайно ли, что 111 = 37 · 3?

3) Прежде чем продолжить, ответим на вопрос: насколько эффективен этот метод? // Этот метод сразу же даёт выполнимость требования задачи. Но время, потраченное на доказательство – значительно.

Дома, используя секундомер, выясните, сколько требуется времени на заполнение таблицы, если (а) считать самостоятельно одному без калькулятора; (б) считать самостоятельно одному, используя калькулятор; (в) заполнять таблицу вдвоём: один записывает и устно вычисляет разность, другой – на калькуляторе выполняет деление); (г) заполнить таблицу одному, используя выявленную закономерность; (д) составить и запустить компьютерную программу.

4) В математике принято использовать дедуктивный метод доказательства математических утверждений. Что нам мешает его применить? // Мы не знаем, как работать с записью $\overline{abbb} - a$.

5) Зато мы знаем и умеем работать с многочленами. Нельзя ли преобразовать число $\overline{abbb}$ в многочлен? // Можно, если представить число $\overline{abbb}$ суммой разрядных слагаемых.

$$\overline{abbb} = a \cdot 1000 + b \cdot 100 + b \cdot 10 + b$$

6) Запишем данную разность //

$$\overline{abbb} - a = a \cdot 1000 + b \cdot 100 + b \cdot 10 + b - a$$

7) Приведём подобные слагаемые //

$$\overline{abbb} - a = a \cdot (1000 - 1) + b \cdot (100 + 10 + 1) = 999a + 111b$$

Заметили, что для a = 1, b = 0 и a = 1, b = 1, мы получили способ получения из числа 999 числа 1111 прибавлением к первому ***111***; – нашу первую закономерность?

8) Преобразуем дальше наш многочлен. Как это сделать? // Вынести общий множитель 111.

$$\overline{abbb} - a = a \cdot (1000 - 1) + b \cdot (100 + 10 + 1) = 999a + 111b = 111(9a + b)$$

9) Дальше? // 111 = 37 · 3, поэтому

$$\overline{abbb} - a = a \cdot (1000 - 1) + b \cdot (100 + 10 + 1) = 999a + 111b = 111(9a + b) =$$

$$= 37 \cdot 3(9a + b)$$

10) Для формулировки выводов запишем «начало» нашей цепочки равенств и её «конец» //

$$\overline{abbb} - a = 37 \cdot 3(9a + b)$$

11) Что означает это равенство? // По определению делимости, разность $\overline{abbb} - a$ делится на $3, 37$ и $9a + b$, так как эти числа и буквенное выражение являются делителями числа $\overline{abbb} - a$.

Кроме того, $\overline{abbb} - a$ делится и на любую комбинацию своих множителей, например, на $27a + 3b$.

12) Доказали ли мы наше утверждение? // Да. Кроме того, мы доказали ещё несколько утверждений.

13) Проверьте самостоятельно, выполняется ли доказанное нами утверждение: $\overline{abbb} - a$ делится на 27a + 3b; – для некоторых конкретных значений цифр.

Последний этап решения задачи – самостоятельную работу – можно организовать по-разному, учитывая индивидуальные особенности учащихся.

Например, для учащихся с высоким уровнем мотивации и высокими достижениями можно предложить проверить самостоятельно, выполняется ли доказанное нами утверждение: $\overline{abbb} - a$ делится на $27a + 3b$, при $a = 5$, $b = 7$; $a = 9$, $b = 8$.

Учащимся с невысоким уровнем мотивации, но высокими достижениями (изучающим математику без инициативы, но стабильно хорошо) можно предложить проверить самостоятельно, выполняется ли утверждение: $\overline{abbb} - a$ делится на $9a + b$, при $a = 4$, $b = 6$; $a = 8$, $b = 2$.

И, наконец, для учащихся с высоким уровнем мотивации и незначительными достижениями, то есть для отстающих по математике, но с интересом работающих на уроке по мере своих сил и возможностей, можно предложить проверить верность утверждения: $\overline{abbb} - a$ делится на 37, для разности: (а) 2555 – 2; (б) 7111 – 7.

Таким образом, правильная мотивация обучающихся на учение позволит повысить качество их самостоятельной работы, изменив отношение к данному виду учебной деятельности, и сформировать установку на самообразование в течение всей жизни [3].

Литература

1. Ильин, Е. П. Мотивация и мотивы / Е.П. Ильин. СПб. : Питер, 2000. 508 с.

2. Макарычев, Ю. Н. Алгебра. 7 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С.Б. Суворова; под редакцией С. А. Теляковского. М. : Просвещение, 2013. 256 с.

3. Блинова, М. Л. Самостоятельная работа как важный этап самообразования обучающихся / М.Л. Блинова, И.А. Загайнов // Дискуссия. № 11(74). 2016. С. 103-107.

ОБ ИЗУЧЕНИИ КВАДРАТНОГО ТРЁХЧЛЕНА В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ АЛГЕБРЫ

Вдовиченко Алена Александровна,
ассистент кафедры основ математики и информатики
СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Перова Дарья Ивановна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского

«Немаловажную роль в курсе алгебры средней школы играют квадратные уравнения. Материал, так или иначе связанный с квадратными уравнениями, составляет значительную часть школьного курса математики.

Действительно, квадратные уравнения не только имеют важное теоретическое значение, но и служат чисто практическим целям. Подавляющее большинство задач о пространственных формах и количественных отношениях реального мира сводится к решению различных видов квадратных уравнений» [1].

На примере учебника алгебры С.М. Никольского [2] рассмотрим квадратный трехчлен как структурный компонент алгебраических уравнений и неравенств.

Главный методический принцип, положенный в основу изложения теоретического материала, заключается в том, что ученик за один раз должен преодолевать не более одной трудности. Поэтому каждое новое понятие формируется, каждое новое умение отрабатывается сначала в чистом виде, затем трудности совмещаются, что позволяет учащимся контролировать процесс и результат учебной деятельности [3].

Первый параграф главы 2 посвящен решению квадратных уравнений. По примерному тематическому планированию на него отводится 29 часов для классов работающих по обычной программе. На изучение § 4 «Квадратные уравнения» предусмотрено 16 часов.

Основная цель изучения § 4 – научиться решать квадратные уравнения и применять их к решению текстовых задач.

Начинается § 4 с пункта 1. «Квадратный трехчлен». На изучение этого материала отводится 2 часа. В данном пункте вводится понятие квадратного трехчлена и дискриминанта квадратного трехчлена. При объяснении материала следует обратить внимание на то, что позднее число *D* будем называть еще и дискриминантом квадратного уравнения и дискриминантом квадратного неравенства. Важную роль в построении теории квадратных уравнений имеют теоремы 1-4.

В данном пункте закладываются основы для изучения материала всего параграфа, поэтому, чем тверже будут основы, тем успешнее учащиеся будут усваивать следующий материал.

Покажем, как можно организовать урок математики, цель которого – сформировать понятия «квадратный трехчлен» и «дискриминант квадратного трехчлена».

Задачи урока «Квадратный трехчлен»: ввести понятия «квадратный трехчлен» и «корни квадратного трёхчлена», сформировать умение применять теоремы о дискриминанте квадратного трехчлена, разложении квадратного трехчлена на множители.

Урок начинается с проверки выполненных домашних заданий, после чего проводится фронтальный опрос:

1) *Разложите на множители выражение:*

а) $x^2 + 9x$ *// сумма квадрата x и произведения 9 на x равна произведению x на сумму x и 9;*

б) $x^2 - 16$ *// разность квадратов x и 16 равна произведению разности x и 4 на сумму x и 4;*

в) $x^2 + 8x + 16$ *// сумма квадрата x и произведения 8 на x и 16 равна квадрату суммы x и 4;*

2) *Вычислите:*

а) $25^2 - 15^2$ *// разность квадратов 25 и 15 равна произведению разности 25 и 15 на сумму 25 и 15;*

б) $71 \cdot 69$ *// произведение 71 и 69 равно произведению суммы 70 и 1 на разность 70 и 1;*

3) Прибавьте к двучлену такой одночлен, чтобы полученный трехчлен являлся полным квадратом:

а) $x^2 + 2x + \cdots$ *// прибавим 1, получим сумму квадрата x и произведения 2 на x и 1 равную квадрату суммы x и 1;*

б) $9 - 6p + \cdots$ *// прибавим квадрат p, получим квадрат числа 3 минус произведение 6 и p плюс квадрат p равное квадрату разности 3 и p;*

в) $a^2 - 4ab + \cdots$ *// прибавим произведение 4 и квадрата b, получим квадрат a минус минус произведение 4, a и b плюс произведение 4 и квадрата b равное квадрату разности a и 2b;*

г) $10y + 25 + \cdots$ *// прибавим квадрат y, получим сумму квадрата y, 25 и произведения 10 на y равную квадрату суммы 5 и y;*

В результате этой работы на доске должны быть записаны формулы сокращенного умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

На этапе изучения нового материала учащимся предлагается сформулировать определение квадратного трехчлена // *Многочлен относительно x* $ax^2 + bx + c$, *где a,b,c – данные числа и a ≠ 0, называют квадратным трехчленом.*

Почему a ≠ 0? // *Многочлен не будет квадратным, если a = 0, это будет двучлен.*

Запомним, что *a* – коэффициент при x^2, число *b* – коэффициент при *x*, число *c* – свободный член квадратного трехчлена.

Этап усвоения – работа с учебником (№ 200, 201).

№ 200 – (устно, работает весь класс):

Назовите коэффициенты a, b, свободный член с квадратного трехчлена:

а) $3x^2 + 4x + 5$*; б)* $2x^2 - 5x - 7$*; в)* $-5x^2 + 3x - 1$*;*

г) $6x^2 + x - 2$*; д)* $x^2 - x + 7$*; е)* $-x^2 + x + 1$.

№ 201 (а, в) – (письменно, с последующей проверкой, фронтально)

Составьте квадратный трехчлен $ax^2 + bx + c$*, если даны его коэффициенты и свободный член:*

а) a = 3, b = 4, c = 5; в) a = 1, b = -1, c = 2.

Затем учащимся предлагается выполнить то же задание, но для трёхчленов: $bx^2 + cx + a$, $cx^2 + ax + b$. В тетради учащиеся выполняют это задание для трёхчленов: $ax^2 + cx + b$, $cx^2 + bx + a$, $bx^2 + ax + c$.

Запись решения должна включать обязательно все данные условия (т.е. трёхчлен в общем виде и значения его коэффициентов) и ответ.

Затем учитель формулирует определение дискриминанта квадратного трехчлена и приводит пример его нахождения: «Число $D = b^2 - 4ac$ называют дискриминантом квадратного трехчлена».

Этап усвоения – № 202 (по вариантам, работа в парах с взаимопроверкой (1 ряд – а, г, ж; 2 ряд – б, д, з; 3 ряд – в, е, и))

Вычислите дискриминант квадратного трехчлена:

а) $2x^2 + 5x + 3$; б) $2x^2 - 5x + 3$; в) $2x^2 + 5x - 3$;

г) $2x^2 - 5x - 3$; д) $x^2 - 4x + 5$; е) $x^2 + 6x + 9$;

ж) $x^2 + 2x + 1$; з) $-3x^2 + 5x - 2$; и) $x^2 + 2x + 2$.

Учитель доказывает теорему 1: $ax^2 + bx + c = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{D}{4a^2}\right)$. // Выносим за скобки число а и выделяем в скобках полный квадрат:

$$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{b}{2a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a}\right) = a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right) =$$

$$a\left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{D}{4a^2}\right)$$

И формулирует теорему 2: если дискриминант *D* квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$ положителен, то этот квадратный трехчлен можно разложить на множители: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$.

Рассматривается пример: разложим на линейные множители квадратный трехчлен $2x^2 - 3x + 1$.

Т.к. $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1 > 0$, то согласно теореме 2 квадратный трехчлен $2x^2 - 3x + 1$ можно разложить на линейные множители.

Вычислим числа x_1 и x_2:

$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = 1$; $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{1}{2}$.

Следовательно, $2x^2 - 3x + 1 = 2(x - 1)(x - \frac{1}{2})$.

На этапе закрепления выполняется задание № 207 (а, б, в) – (3 учащихся работают у доски, остальные в тетрадях, с взаимопроверкой):

Разложите на линейные множители квадратный трехчлен:

а) $2x^2 - 5x + 3$;

б) $3x^2 + 5x - 2$;

в) $5x^2 - 2x - 3$;

Указание. Воспользуйтесь равенством $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

В ходе подведения итогов урока:

дается домашнее задание (№ 201 (б, г), № 203 (а, б, в), № 207 (г, д));

проводится рефлексия:

– Что нового узнали на уроке? // *Понятие квадратного трехчлена и дискриминанта квадратного трехчлена.*

– Что называют квадратным трехчленом? // *Многочлен относительно x* $ax^2 + bx + c$*, где a,b,c – данные числа и a ≠ 0, называют квадратным трехчленом.*

– Чему равен дискриминант квадратного трехчлена? // $D = b^2 - 4ac$.

выставляются оценки (поурочный балл): учитываются активность в устной работе, степень самостоятельности при выполнении письменных заданий и письменные ответы у доски.

Литература

1. Крутихина, М. В. Изучение квадратных уравнений в 8-м классе по модульной технологии / М. В. Крутихина, Е. Н. Жаркова // Концепт. 2011. № 2. С.16–21.
2. Никольский, С. М. Алгебра. 8 класс / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. М. : Просвещение. 2015. 305 с.
3. Потапов, М.К. Алгебра. 8 класс. Методические рекомендации / М.К. Потапов, А.В. Шевкин. М. : Просвещение. 2017. 160 с.

ИНФОРМАЦИОННЫЙ ПОДХОД К РЕШЕНИЮ УЧЕБНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Пилипенко Василина Васильевна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Информационная модель решения задачи строится на основе закона сохранения информации, согласно которому: «В информационном взаимодействии имеет место закон сохранения информации, согласно которому сумма количеств внешней (явленной) информации и дефицита информации (неявленной части внутренней информации) постоянна и равна количественной мере совместной внутренней информации субъекта и объекта (системы и среды). При этом внешняя информация передается от среды открытой системе в количестве не более потенциальных возможностей системы по усваиванию информации. Разные системы получают количественно разную внешнюю информацию от среды даже в общем информационном процессе. Любая внешняя информация конечна, что в гносеологическом отношении обусловливает относительность любой предметной истины как продукта конечного во времени и пространстве акта познания. Субъект, воздействуя на объект с целью его познания, информационно взаимодействует с объектом, не только принимая от него (о нем) информацию, но и передавая объекту (даже вопреки своей «воле») информацию о себе в том же количестве. Поэтому все объекты вселенной информационно взаимозависимы, открыты, деление их на объекты и субъекты любого информационного процесса условно» [1, с. 7].

Информационная модель решения задачи включает следующие компоненты (рисунок 1):

Подсистема L – характеризует решающего (в нашем случае школьника):

– «вложенные» эллипсы иллюстрируют процесс обогащения ментального опыта в процессе решения задачи;

– окружность T – тезаурус – характеристика знания – «сложная многоуровневая система понятий и связей между ними, отражающая определённый

уровень междисциплинарных ассоциаций и их связей; характеризующая открытой, иерархичной и динамичной структуризацией и служащая как для хранения имеющихся знаний и опыта учащегося, так и для добывания новых» [2]. Как отмечает Т. П. Пушкарёва, с точки зрения информационного подхода к процессу обучения, преподаватель должен представить читаемый курс в виде соответствующего тезауруса, а ученик – «присвоить» этот тезаурус, то есть превратить в личностный тезаурус. В отличие от Т. П. Пушкарёвой, которая весь ментальный опыт человека включает в тезаурус («вершинами тезаурусного дерева являются чувственные и модельные образы» [2]), мы выделим тезаурус из системы имеющихся знаний, то есть будем различать систематизированные знания (тезаурус) и те элементы знания, которые ещё не включены в тезаурус (разрозненные представления о некоторых понятиях, неосмысленное знание, хранящееся в памяти в виде отдельных фактов, интуитивные догадки и т.п.). В идеале, весь ментальный опыт ученика должен развиться в личностный тезаурус, но как показывает практика, это происходит в редких для общеобразовательной школы случаях. Более того, не всегда в процессе обучения математике формируется предметный тезаурус (то есть не всегда устанавливаются и закрепляются внутрипредметные связи);

– синяя точка характеризует мотивацию решения задачи; мы намеренно поместили её вне тезауруса, подчеркнув таким образом, что школьники редко самостоятельно ставят и решают математические задачи; мы не рассматриваем случай, когда мотивация не входит в подсистему L (является внешней, что определяет педагогическую ситуацию формального решения или отказа от решения);

– стрелки определяют информационное взаимодействие подсистем L – Z – ИОС: синие – символизируют процесс анализа информации, красные – синтеза знаний и формирование тезауруса, зелёные – процесс решения задачи.

Подсистема L подвержена внутренним изменениям: тезаурус (ядро системы) может со временем расширяться и/или сжиматься, вбирая в себя элементы ментального опыта или теряя их вследствие плохого усвоения учебного материала. Это происходит вследствие закона изменения разнообразия системы,

согласно которому «Изменения разнообразия системы сопровождается изменением (генерацией или рассеянием) её внутренней информации, при этом генерация осуществляется по специальной заложенной в систему программе в процессе освоения системой приобретенного разнообразия в форме его перекодирования во внутренние более ценные информационные коды» [1, с. 8].

Подсистема Z описывает задачу в процессе информационного взаимодействия L – Z – ИОС:

– изначально задача предстаёт решающему в виде A→B, где A – условие, B – требование, а стрелка означает потенциальную возможность её решения.;

– сектора C_1, C_2, … C_n – теоретические базисы – отображения ментального опыта решающего – становятся компонентами задачи в процессе информационного взаимодействия с решающим. Базис устойчив (для определённости будем отмечать это заливкой сектора цветом), если «симметричен» тезаурусу; в этом случае у решающего есть возможность найти D – способ решения задачи. Базис неустойчив, если «несимметричен» тезаурусу (то есть находится в зоне необобщённого ментального опыта); в этом случае *самостоятельно* будет найдено решение:

учебной задачи, если алгоритм решения доведён до состояния навыка,

любой другой задачи методом проб и ошибок при высокой мотивации решения;

– число методов и способов решения задачи D (множество стрелок зелёного цвета, соединяющих A и B) напрямую зависит от её чёткости и корректности, числа теоретических базисов, а также от состояния подсистемы L (мотивации и богатства необобщённого ментального опыта).

Подсистема ИОС – информационная образовательная среда – «систематизированный набор педагогических (учебно-методических), организационных, информационных, технических условий, направленных на учебный процесс и его участников» [3]. С точки зрения решения задачи, ИОС – источник устранения дефицита информации в подсистеме L.

С одной стороны, ИОС – педагогическая система, определяющая форму и содержание образования, с другой – система информационно-образовательных, электронно-образовательных, методических и иных ресурсов, имеющих образовательное значение и непосредственно связанных, функционирующих, развивающихся и управляемых педагогической системой.

Целесообразно ИОС рассматривать как часть информационного образовательного пространства – образовательную медиа-среду (опосредованно управляемую педагогической системой), содержащую познавательные и социокультурные ресурсы, связанные с образованием, самообразованием, саморазвитием учащихся, самостоятельным добыванием ими знаний. На рисунке 5 информационное образовательное пространство изображено внешним прямоугольником.

Информационная модель учебных задач (рисунок 1) позволяет выявить их специфику и связанные с ней учебные и методические проблемы.

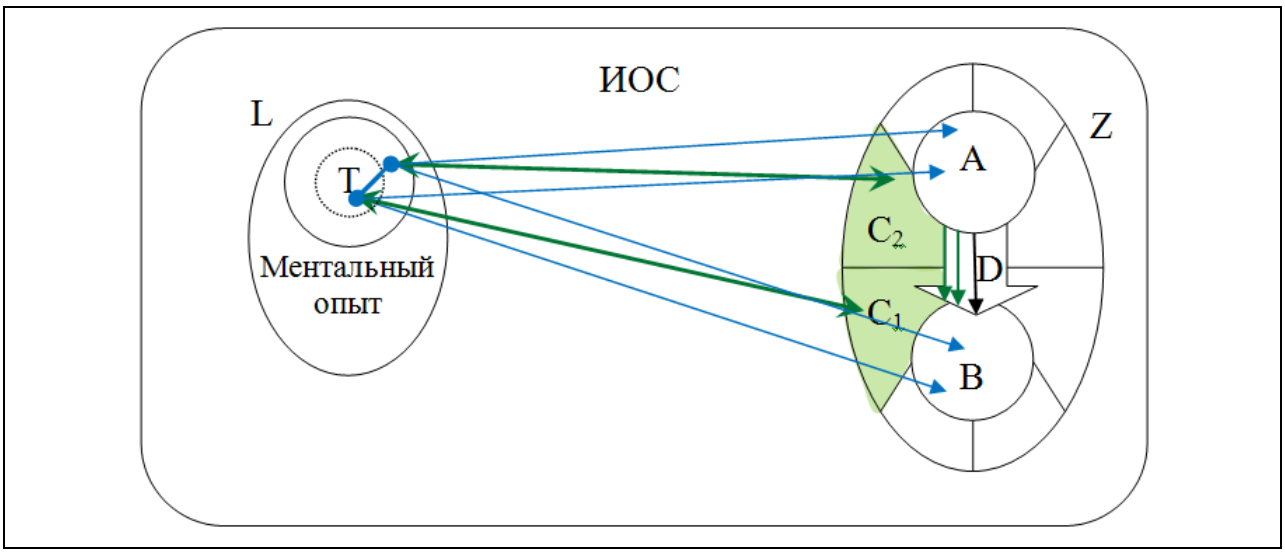


Рисунок 1 – Информационная модель «Решение учебной задачи».

Специфической особенностью учебных задач являются три точки вхождения в учебный процесс: на этапе изучения материала, в ходе повторения и в процессе контроля (тематического, промежуточного, итогового).

На этапе изучения, как правило, учащиеся успешно решают учебные задачи, осваивая и закрепляя данный алгоритм. Однако, если при этом они не анализируют саму задачу (иллюстрацией этого может служить модель, построенная на основе рисунка 1, исключением из него синих стрелок), то со време-

нем происходит рассеивание тезауруса (в терминах педагогики – забывание метода, способа, алгоритма или его части) и невозможность решения задачи в ходе отсроченного повторения и/или контроля. Методическая проблема связана с побуждением учащихся к анализу задачи и способов решения; сложность её обусловлена отсутствием мотивации к этому анализу (ученики не видят необходимости анализировать типовые задачи). Следовательно, учителю необходимо разработать такую систему задач к уроку, которая бы естественным образом побуждала учащихся к аналитической деятельности. Основными требованиями к системе задач являются: ориентация на типовые ошибки, вариативность, стратегию неоправданной помощи, формирование обобщённого способа деятельности и установления внутрипредметных связей (генерация тезауруса).

Покажем, как применить информационный подход к формированию понятий чётная/нечётная функция.

Традиционно теоретический базис учебных задач по данной теме представлен следующими положениями.

1. Функция f(x) называется четной функцией, если для любого x из области определения выполняется равенство $f(-x) = f(x)$.

2. Функция f(x) называется нечетной функцией, если для любого x из области определения выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$.

3. Если ни одно из условий $f(-x) = f(x)$ или $f(-x) = -f(x)$ не выполняется, то говорят, что функция f(x) не является ни четной, ни нечетной (или функцией общего вида).

4. График чётной функции симметричен относительно оси ординат, график нечётной функции симметричен относительно начала координат.

5. При исследовании функции на чётность/нечётность можно использовать следующие свойства:

а) сумма двух чётных функций четна, а сумма двух нечётных функций нечётна;

б) произведение двух чётных функций является чётной функцией, равно как и произведение двух нечётных функций. Произведение чётной и нечётной функции – нечётная функция;

в) если функция f(x) чётная/нечётная, то и функция 1/ f(x) – чётная/нечётная.

Система учебных задач представлена следующими типами (указаны требования, условия – функции, изучаемые в школьном курсе):

– используя определение исследовать функции на чётность/нечётность;

– исследовать данную функцию на чётность, используя свойства чётных и нечётных функций;

– по графику определить чётность/нечётность функции.

Основные затруднения учащихся при решении указанных типов задач:

в воспроизведении определения чётной/нечётной функции;

в применении определения к исследованию функции на чётность/ нечётность;

в неправильной интерпретации графиков (подмена понятий «симметрична относительно…» и «симметричная фигура»);

– приводят к тому, что школьники при решении указанных задач обращаются к онлайн калькуляторам. Примером такого калькулятора может служить программа https://math24.biz/parity, устанавливающая чётность/нечётность функции по определению.

Дополним систему следующими типами учебных и исследовательских задач (указаны требования, условия – функции, изучаемые в школьном курсе):

– дан график, обладающий симметрией (относительно вертикальной оси или центральной симметрии), определить чётность/нечётность соответствующей ему функции или указать условие (геометрическое преобразование), при котором график будет являться моделью чётной/нечётной функции;

– аналитическими методами исследуйте функцию на чётность/ нечётность, а затем проверьте результат, построив графическую модель в программе http://easyto.me/services/graphic/;

– функция задана своим графиком в одной из четвертей (полуплоскостей) системы координат, достроить график таким образом, чтобы он задавал чётную/ нечётную функцию или функцию общего вида (решение этой задачи с помощью онлайн калькулятора невозможно);

– функция задана суммой/произведением n-функций или их комбинацией, «дополнить» алгебраическое выражение (n+1)-ой функцией так, чтобы в результате получилась чётная/нечётная функция (при использовании онлайн калькулятора в этом случае, учащиеся вынуждены проводить элементарные исследования, основанные на переборе всевозможных вариантов с последующим обобщающим выводом).

Две последние задачи относятся к типу исследовательских (нечёткие корректные математические), доступных для решения каждому школьнику в интерактивных средах, поэтому использование онлайн калькулятора в этом случае является желательным (обязательным условием создания ситуации успеха).

Построенная подобным образом система задач позволяет не только обогатить тезаурус решающих, но и расширить их ментальный опыт за счёт демонстрации возможностей целесообразного использования компьютерных инструментов.

Литература

4. Гухман, В. Б. Философская сущность информационного подхода : автореф. дис. докт. философ. наук / В. Б. Гухман, Тверь – Москва, 2001. 38 с.

5. Пушкарева, Т. П. Основные компоненты математической подготовки с позиций информационного подхода / Т. П. Пушкарева // Вестник Красноярского государственного педагогического университета им. В.П. Астафьева. 2012. № 3. С. 120-125.

6. Наливалкин, А. Ю. Анализ понятия информационно-образовательной среды / А. Ю. Наливалкин // Вестник РМАТ. 2012. №1 (4). С.101-103.

О МЕТОДИКЕ ИЗУЧЕНИЯ ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Ровшенова Арзув,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Тема «Числовые последовательности» включена в программу основной школы и на базовом уровне основное внимание уделяется изучению простейших числовых последовательностей – арифметической и геометрической прогрессии. Различные аспекты изучения числовых последовательностей регулярно рассматривались в периодическом журнале для учителей «Математика в школе»: в период с 1937 по 1966 год вышло 19 статей (объединены в раздел «Числовые последовательности. Прогрессии» [1, с. 152-153]), в период с 1967 по 1975 годы – 7 статей, в том числе таких известных педагогов-математиков и методистов как А. Н. Колмогоров, О.С. Иващев-Мусатов, Ю. Н. Макарычев, К. С. Муравин [2, с. 138]. С 1990 по 2004 годы к разделу «Прогресс» отнесены 2 статьи [3, с. 29], к разделу «Последовательности и пределы» отнесено 3 статьи [3, с. 32]. В серии «Популярные лекции по математике», которая выходила с 1949 по 1990 годы, три из 62 брошюр известных авторов посвящены последовательностям: И. П. Натансон (1956 г. [4]), А. И. Маркушевич (1983 г. [5]), Н. Н. Воробьев (1984 г. [6]).

Динамика обращения к теме числовых последовательностей позволяет сделать вывод об уже сложившейся методике изучения этого вопроса в школьном курсе математики. «Числовые последовательности» выделены в модуль, который отнесён сразу к нескольким содержательно-методическим линиям школьного курса математики: числовой, линии уравнений и неравенств, функционально-графической (элементы дифференциального и интегрального исчисления).

С понятием последовательности учащиеся встречаются уже в начальной школе. Младшие школьники знакомятся с различными последовательностями натуральных чисел (четных, нечетных, кратных 3, делящихся на 3 с остатком 1 и т.п.), учатся выявлять закономерности в их построении и находить следующий за известным член последовательности. В 5-6 классах, изучая понятия

квадрата и куба числа, учащиеся получают представление о последовательности квадратов и кубов натуральных чисел. При построении координатной прямой знакомятся с последовательностями положительных и отрицательных чисел. В 7-9 классах при использовании табличного способа задания функции задают последовательность значений аргументов и вычисляют соответствующую последовательность значений функции и т.д.

Систематическое изучение темы «Числовые последовательности» в общеобразовательной школе начинается в 9 классе. Учащиеся знакомятся с частными случаями числовых последовательностей – арифметической и геометрической прогрессиями. Все программы для общеобразовательных школ, гимназий, лицеев по математике для 9 класса предусматривают изучение темы «Числовые последовательности» в объеме не менее 16 часов.

В классах с углубленным изучением математики и предпрофильных классах рассматриваются, кроме прочего, свойства монотонности, ограниченности и сходимости последовательностей. В старших, профильных, классах вводится понятие предела последовательности и рассматриваются его свойства.

Центральным в модуле являются: понятие числовой последовательности, способы её задания, классификация числовых последовательностей, выделение арифметической и геометрической прогрессий в качестве объектов для детального изучения, признаки и свойства прогрессий, суммирование членов последовательностей.

Более глубокому знакомству учащихся с числовыми последовательностями на уроках математики способствуют:

1. Введение определение понятий, связанных с монотонностью и другими свойствами последовательностей.

2. Расширение имеющегося в учебнике задачного материала:

а) тестовыми заданиями, проверяющими степень освоения теоретического материала;

б) задачами, в которых идет речь о различных последовательностях (не являющихся арифметической и геометрической прогрессиями), для формирования обобщённого понятия числовой последовательности;

в) задачами на поиск закономерности, для развития гибкости, нестандартности и оригинальности мышления, формирования аналитических способностей;

г) олимпиадными задачами для развития математических способностей учащихся, выявления одарённых учащихся.

3. Сбалансированность материала темы в контексте принципа наглядности.

Современные методические разработки, публикуемые учителями математики в газете «Математика» ИД «Первое сентября» посвящены частным вопросам изучения указанной темы:

Возможности организмов и геометрическая прогрессия (Т. Журило, Е. Кеверик, №13/2010),

Тема урока: «Формула суммы n первых членов арифметической прогрессии» (Т. Ульянова, №17/2009),

Тема урока: «Арифметическая прогрессия» (Т. Лабзина, № 18/2010),

Последовательности чисел в задачах С6 ЕГЭ (А. Прокофьев, А. Корянов, № 1/2015),

Арифметическая прогрессия Пушкина (С. Луконина, № 9/2015 с.17).

Литература

1. Айзенберг, А. К. Тематический указатель статей журнала» Математика в школе». (1937-1966 гг.) / М-во нар. образования Тадж. ССР. Душанбин. гос. пед. ин-т им. Т. Г. Шевченко. Душанбе : [б. и.], 1970. 194 с.

2. Асимов, К. У., Котельникова, Р. Н. Тематический указатель статей журнала «Математика в школе» (1967-75 гг) / М-во нар. образования Тадж. ССР. Душанбин. гос. пед. ин-т им. Т. Г. Шевченко. Душанбе : [б. и.], Душанбе, 1978. 148 с.

3. Бусев, В. М. «Математика в школе» за 15 лет : темат. указ. ст. журн. за 1990-2004 гг. / В. М. Бусев. Ярославль : Александр Рутмана (AR), 2005. 76 с.

4. Натансон, И. П. Суммирование бесконечно малых величин. 2-е изд., испр. М. : Гостехиздат, 1956. 56 с. (Популярные лекции по математике; Вып. 12).

5. Маркушевич, А. И. Возвратные последовательности / А. И. Маркушевич; Пер. с рус. В. Житомирский. 2-е изд. М. : Мир, 1983. 48 с. (Попул. лекций по математике).

6. Воробьев, Н. Н. Числа Фибоначчи / Н. Н. Воробьев. 5-е изд. М. : Наука, 1984. 144 с. (Попул. лекции по математике. Вып. 6).

ОБ ОДНОЙ КЛАССИФИКАЦИИ ЗАДАЧ НА ДВИЖЕНИЕ ШКОЛЬНОГО КУРСА МАТЕМАТИКИ

Фёдорова Олеся Вячеславовна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Во все времена особое значение придавали задачам на движение [1], [2], [3], [4], [5] поскольку они имеют важное практическое значение: это единственный вид учебных задач, в процессе решения которых учащимся необходимо использовать сразу несколько различных информационных моделей: графические (чертеж, схема, граф), табличные и математические – арифметические и алгебраические (алгебраические выражения, уравнения, неравенства, системы уравнений и неравенств).

Под задачами «на движение» будем понимать практические (задачи реальной математики) и прикладные (физические) задачи, фабулы которых содержат следующие категории: расстояние (пройденный путь), скорость, ускорение, время.

Выделим следующие виды задач на движение:

I) физические задачи на движение:

1) равномерное прямолинейное (алгебраическая модель $s = v \cdot t$):

а) «используются» все компоненты движения s, v, t; – будем называть такие задачи «классическими задачами на движение»:

– движение одного объекта (в том числе, движение протяжённого объекта относительно другого объекта;

– движение двух объектов (движение по суше в одном направлении и в разных направлениях; движение по воде / воздуху / другому движущемуся объекту);

– движение более чем двух объектов (движение по суше, движение по воде / воздуху / другому движущемуся объекту);

б) «используются» два компонента движения s, v; s, t или v, t; – будем называть такие задачи задачами на движение «в пропорции»;

в) «используется» один компонент движения s, v или t; – будем называть такие задачи арифметическими задачами на движение;

2) неравномерное прямолинейное,

3) равномерное непрямолинейное,

4) неравномерное непрямолинейное.

II) логические задачи на движение, связанные с анализом суждений относительно объектов движения и основных характеристик движения.

Все задачи на движение можно разделить на классы по числу ситуаций: описана одна ситуация, описаны две ситуации, описаны более двух ситуаций.

Схематически наша классификация представлена на рисунке 1.

Задачи «на движение» традиционны для школьного курса математики. Впервые к ним учащиеся обращаются в начальной школе при изучении умножения и деления чисел, поэтому первые задачи на движение, решаемые школьниками – классические задачи, в которых описана одна ситуация и участвует один объект. Метод решения – арифметический (по действиям) с использование правил: «для того, чтобы найти скорость / время / расстояние нужно расстояние разделить на время / расстояние разделить на скорость / скорость умножить на время». Кода число ситуаций и/или участников движения увеличивается, учащиеся начальной школы, в процессе решения исходных задач обращаются в арифметическим задачам на движение.

В 5-6 классах число фабул задач на движение увеличивается, а значит, увеличивается количество типов задач и их сложность. При изучении пропорций (прямая и обратная пропорциональность) учащиеся обращаются к задачам на движение «в пропорции». Этот этап обучения охватывает все классы физических задач на равномерное прямолинейное движение (алгебраическая модель $s = v \cdot t$).

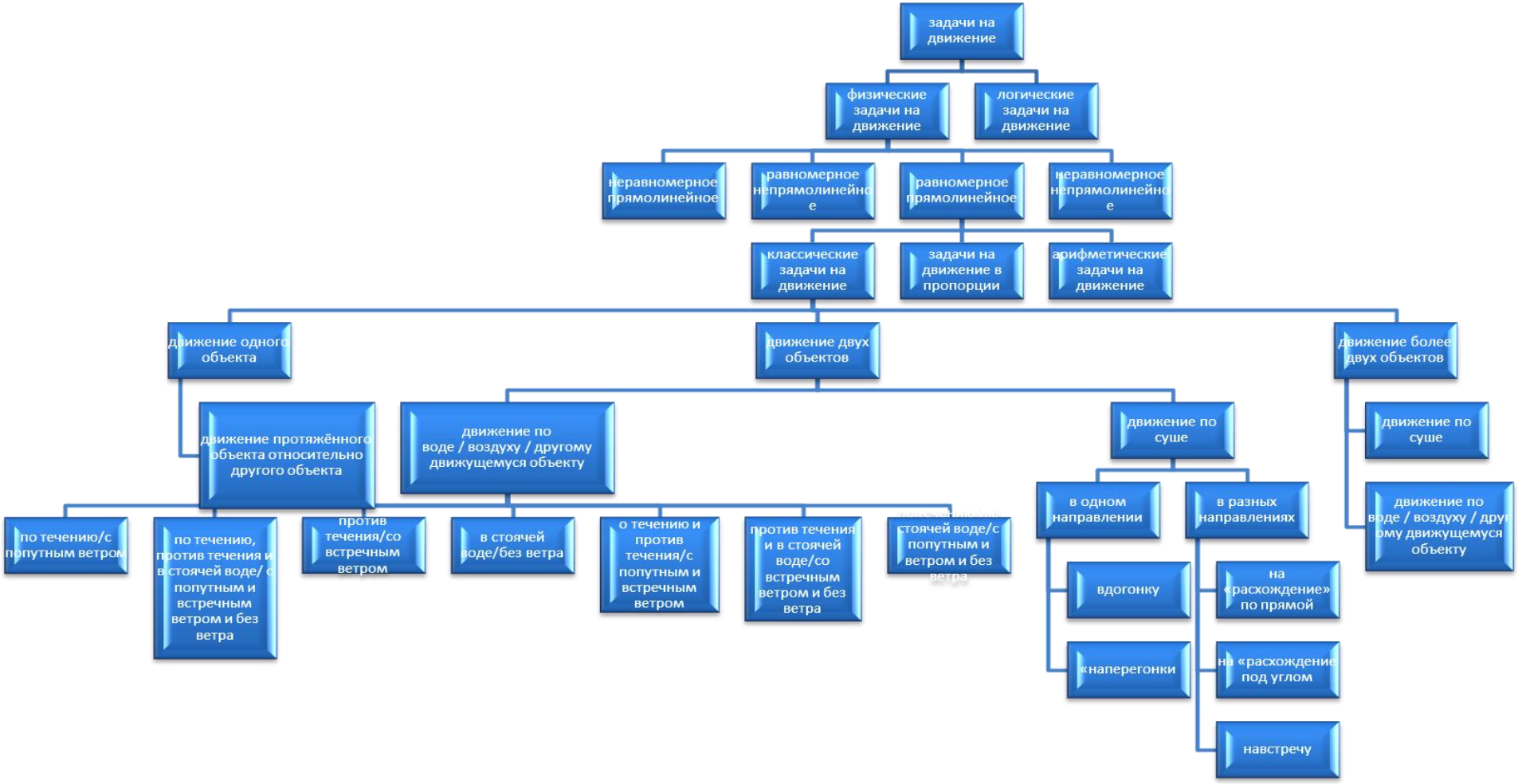


Рисунок 1 – Классификация задач «на движение».

Сравнительный анализ структуры и содержания учебников математики позволил выделить один, в котором задачам «на движение» уделяется особое внимание – *С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин Математика: Учеб. Для 5 кл. общеобразоват. учреждений.* В главе 2 учебника «Измерение величин» имеется отдельная тема 2.14. «Задачи на движение», содержащая три пункта.

В учебнике (рисунок 2) основную массу задач представляют задачи на движение по воде одного объекта имеющего собственную скорость (54 %). Так же в системе задач параграфа, особое место отводится задачам на движение двух объектов на суше из двух точек на встречу друг другу. Примерно одинаковое количество задач отводится на двух объектов на суше в одном направление из разных точек, движение по суше одного объекта и движение двух объектов по воде в двух направлениях. Меньше задач отводится логическим и арифметическим задачам, движение по воздуху и др. в параграфе больше всего задач на нахождение времени (41%), на нахождение скорости (32%) и на нахождение расстояния (16%) задач на нахождение прочих величин (11%).

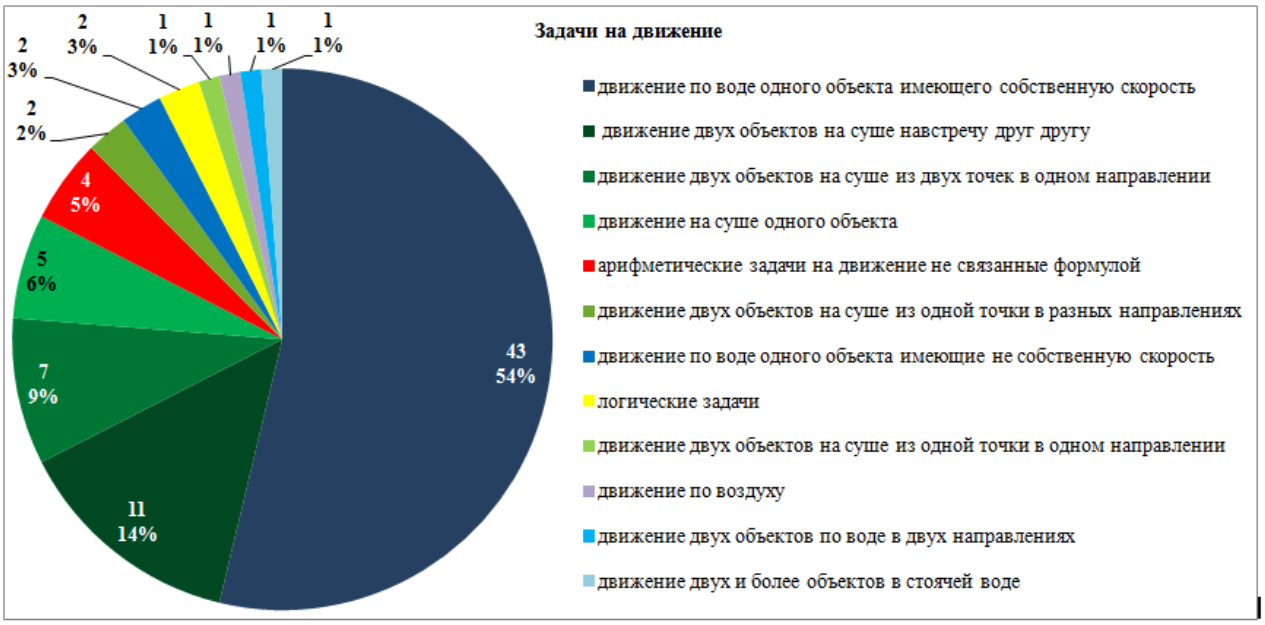


Рисунок 2 – Классификация задач «на движение» в учебнике Математика-5 С. М. Никольского и др.

Разработанная классификация позволяет выделять и эффективно решать методические проблемы обучения решению задач, как то: диалогизация обуче-

ния школьников поиску решения задач [6], поиск оптимальных приёмов обучения школьников решению задач [7], [8], [9], [10] обучение школьников решению олимпиадных задач [11] и др.

Литература

1. Лыскова, В. Ю. О неправильной модели задачи «движение по реке» и методе решения с опорой на инвариант / В. Ю. Лыскова // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. 2005. Т. 10. № 1. С. 120-121.
2. Лебедева, С. В. Задачи на движение в школьном курсе математики / С. В. Лебедева, С. С. Харькова // Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки : Сборник научно-методических трудов: Выпуск 5. Саратов: Наука, 2007. С.48-57.
3. Пчелин, А. В. Визуализация процессов, зависимостей и отношений величин в сюжетных задачах на движение по математике / А. В. Пчелин // Известия Российского государственного педагогического университета им. А.И. Герцена. 2008.№ 65. С. 442-445.
4. Пилипенко, В.В. Моделирование задач на движение в условиях интеграции физики, математики, информатики / С.В. Лебедева, В.В. Пилипенко // Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: Сборник научно-методических трудов: Выпуск 7. Саратов: Наука, 2009. С.47-52.
5. Рабаданов, Р. Р. Использование схематического чертежа при решении задач на движение в одном направлении / Р. Р. Рабаданов // Преподаватель XXI век. 2012. Т. 2. № 1. С. 247-251.
6. Викулов, И. Г. Об одном подходе к диалогизации обучения школьников поиску решения задач на движение / И. Г. Викулов, М. И. Зайкин // Мир науки, культуры, образования. 2011. № 6-2. С. 143-145.
7. Бажан, З. И. Методы и приемы, используемые при обучении младших школьников решению задач на движение / З. И. Бажан, Э. И. Юсупова // Проблемы современного педагогического образования. 2017. № 55-2. С. 46-54.
8. Васильева, М. В. Геометрические модели при изучении задач на движение с использованием возможностей компьютерного моделирования / М. В. Васильева, Е. Л. Мардахаева // ЦИТИСЭ. 2017. № 2 (11). С. 16.
9. Боброва, М. С. О некоторых особенностях преподавания задач на относительное движение в школьном курсе математики / М. С. Боброва, А. Н. Овсянникова // Некоторые вопросы анализа, алгебры, геометрии и математического образования. 2017. № 7-2. С. 17-19.
10. Бараненко, Ф. Ф. Геометрический подход к решению текстовых задач Ф. Ф. Бараненко, Х. С. Кобелева, А. С. Зайцев // Aspectus. 2017. № 4 (17). С. 48-52.
11. Ульянова И. В. Решение олимпиадных текстовых задач на движение / И. В. Ульянова, Т. В. Катаева // Учебный эксперимент в образовании. 2018. № 1 (85). С. 24-29.

ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Хасаханова Зизаг Руслановна,
студентка механико-математического факультета
СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Применение занимательных задач на уроках разнообразит формы и методы работы, что способствует развитию у учащихся познавательного интереса и формированию различных компонентов творческой деятельности.

Многообразие классификаций занимательных задач позволяет учителю эффективно использовать их в учебном процессе, ориентируясь на основание классификации: по дидактическим целям, развивающему потенциалу, структуре и содержанию и т.п. Приведём классификацию занимательных задач по их отношению к математической подготовке учащихся [1]:

1. Задачи, не требующие или почти не требующие математических знаний и основанные на сообразительности и догадке.

2. Задачи, требующие, кроме смекалки, еще и элементарных математических знаний или заставляющие вспомнить эти знания.

3. Вопросы и задачи, имеющие целью проверку и уточнение математических знаний школьника.

4. Серия для любителей трудных и остроумных математических задач, которые требуют достаточной математической подготовки.

Рассмотрим некоторые занимательные задачи.

Задача 1 (задача первого типа). У Маши есть 3 ящика, каждая из которых вмещает целое числа килограммов. Если высыпать целый первый ящик яблок во второй ящик, то он займет 2/3 его части, а если высыпать в третий ящик, то он займет 3/4 его части. Маша решила заполнить бочку, в которую вмещается 30 кг яблок, сначала высыпала первый ящик, потом второй, затем третий ящик, но бочка не заполнилась. Сколько еще нужно кг яблок, чтобы заполнить бочку?

Математическая модель задачи представляет систему из трёх уравнений с четырьмя неизвестными: $\begin{cases} x = \frac{2}{3}y \\ x = \frac{3}{4}c \\ x + y + c + a = 30 \end{cases}$, где x, y, c (кг) в первом, втором и третьем ящиках соответственно, а a(кг) – недостающее количество яблок в бочке, причём все значения – натуральные числа. Из последнего замечания следует, что число яблок в первом ящике (в математической модели – x) делится и на 3 и на 4, а значит и на 12, и на 6. Кроме этого, число яблок в первом ящике меньше, чем во втором и третьем, а значит, не может быть больше 10. Итак, для первого ящика следует проверять числа, меньшие 10, делящиеся на 6 . Такое число одно – 6.

Если в первом ящике 6 кг яблок, то во втором – 9, а в третьем – 8., в сумме это составит 23 кг, и тогда в бочку нужно добавить 7 кг яблок.

Ответ. В бочку нужно добавить 7 кг яблок.

Задача 2 (задача второго типа). В автобусе едет бабушка с тремя внуками. У ее внуков спросили рядом сидящие бабушки, сколько им лет. Миша ответил: «я младше Коли, и мне больше 3 лет». А Коля сказал: «А я же младше Лёши на 4 года». Лёша же сказал: «Вместе же нам в 4 раза меньше лет, чем бабушке, а с бабушкой нам 100 лет». Сколько лет внукам?

Итак, из слов Лёши следует, что бабушке 80 лет, тогда сумма лет внуков 20 лет.

Из слов Миши ясно, что он самый маленький; пусть ему 4 года, тогда в сумме возраст Коли и Лёши – 16 лет, а разница в их возрасте – 4 года. Если бы не эта разница, то мальчикам было бы по 6 лет ((16 – 4) : 2= 6), а с её учётом Коле 6 лет, а Лёша – 10 лет.

Ответ. Возраст Миши – 4 года, Коли – 6 лет, Лёши – 10 лет.

Задача 3 (задача третьего типа, одно из решений основано на использовании элементарной теории делимости). Друзья решили поехать на машине в другой город. За первый день они проехали 72 км, а за второй день 81 км. Ско-

рость их одинакова и принадлежит целым числам, так и время, за которое они были в пути – целое число часов. Найдите наибольшую скорость, с которой ехали друзья, из удовлетворяющей условию задачи.

Наибольшая скорость соответствует наибольшему общему делителю чисел, описывающих пройденное расстояние в первый и второй день: математическая модель задачи: $\begin{cases} vt_1 = 72 \\ vt_2 = 81 \end{cases}$. Находим НОД (72; 81) = 9.

Ответ. Скорость равна 9 км/ч.

Задача 4 (задача 4 типа). В классе часть детей изучают английский язык, другая часть – немецкий, и есть в классе часть детей, изучающие два языка. Английский язык изучают 85%, немецкий же 75%. Сколько детей изучают два языка?

Круг А – дети изучающие английский язык, а круг Н – изучающие немецкий. Пересечение кругов – дети, изучающие два языка.

Итак, всего детей в классе 100%, «отнимем от всех детей» тех, кто изучает английский: 100% – 85% = 15%, получаем 15% детей, изучающих только английский язык. А теперь «от детей, изучающих немецкий язык» отнимем «изучающих только английский язык»: 75% – 15% = 60%. Отсюда следует, 60% детей изучают оба языка.

Литература

1. Анисимова, И.И. Роль занимательных задач в развитии мотивации к изучению математики в школе [Электронный ресурс]. URL: file:///C:/Users/admin-2/Desktop/elibrary_25465111_60296456.pdf

ОГЛАВЛЕНИЕ

Аюпова А.Р. Понятие «исследовательские умения»: определения и структура ……. ……..….. 3

Вдовиченко А.А., Гапурова М. О некоторых приемах формирования познавательного интереса к изучению математики учащихся младшего подросткового возраста ……. ……...…. 8

Дорофеева Е.П. Задачи с параметрами на квадратный трехчлен …….. ……...… 10

Еникеева К.Р. К определению понятия «занимательная математика» …. …….….. 15

Косенкова Т.И. Об истории возникновения ЕГЭ …… ……... 20

Латыпова Д.Ф. О понятии «самостоятельная работа студента» в вузе ... ……... 28

Вдовиченко А.А., Махемов С. Самостоятельная работа учащихся на этапе закрепления изученного материала ……. ……... 31

Вдовиченко А.А., Монакова А.В. Задача как условие повышения мотивации к изучению математики ……. ……... 34

Вдовиченко А.А., Перова Д.И. Об изучении квадратного трёхчлена в школьном курсе алгебры …….. ……... 39

Пилипенко В.В. Информационный подход к решению учебных математических задач школьного курса математики ……..... ……... 45

Ровшенова А. О методике изучения числовых последовательностей в школьном курсе математики ……..... ……... 52

Фёдорова О.В. Об одной классификации задач на движение школьного курса математики ……... ……... 55

Хасаханова З.Р. Занимательные задачи на уроках математики …… ……... 60

Научно-методическое издание

Коллектив авторов

УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК:
проблемы, поиски, находки

Выпуск 16

Работа издана в авторской редакции

На обложке – Сельская школа архитектора Ф.О. Шехтеля

Подписано в печать 20.04.2018		Формат 60 × 84 $^{1}/_{16}$
Бумага типографская офсет.		Гарнитура Times
Усл. печ. л. 4	Тираж 30 экз.	

Распространяется бесплатно