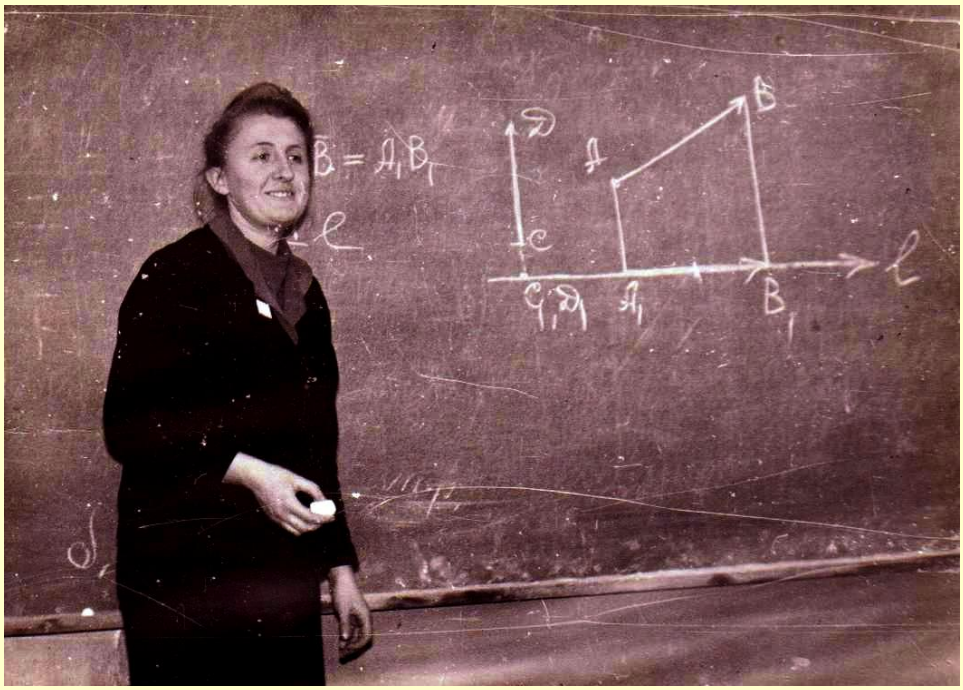
Профессионально-методическая подготовка учителя математики и информатики в условиях классического университетского образования

# УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК: проблемы, поиски, находки



Министерство образования и науки РФ
Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского

# УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК:
# ПРОБЛЕМЫ, ПОИСКИ, НАХОДКИ

**Выпуск 12**

Саратов: ИЦ «Наука»
2012

УДК 51(072.8)
ББК 22.1 Р
У 92

У 92 Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: Выпуск 12: Материалы конференции «Актуальные проблемы углубленного изучения математики», посвященной 75-летию со дня рождения профессора кафедры математики и методики её преподавания Саратовского государственного университета Петровой Елены Степановны. – Саратов: ООО «Издательский центр «Наука», 2012. – 96 с.

ISBN 978-5-9999-1474-3

**Составитель:** доцент кафедры математики и методики её преподавания СГУ им. Н.Г. Чернышевского *Т.А. Капитонова*

**Рецензент:** кафедра педагогики факультета психологии СГУ имени Н.Г. Чернышевского

Серийное оформление *С.В. Лебедевой*

ISBN 978-5-9999-0971-8

УДК 51(072.8)
ББК 22.1 Р
У 92

© Коллектив авторов

# ПРЕДИСЛОВИЕ

15-18 декабря 2012 года на базе механико-математического факультета СГУ имени Н.Г. Чернышевского проходила конференция «Актуальные проблемы углубленного изучения математики», посвященная 75-летию со дня рождения профессора кафедры математики и методики её преподавания Саратовского государственного университета Петровой Елены Степановны.

В первый день состоялась студенческая научная конференция, на которой молодые исследователи представили свои доклады на актуальные темы методики обучения математике.

17 декабря прошло торжественное мероприятие, посвящённое памяти профессора Е.С. Петровой. Вечер открылся демонстрацией видеоролика о профессиональной биографии профессора. Затем был проведён круглый стол «Педагогическое и методическое наследие профессора Е.С. Петровой».

В последний день памятных мероприятий состоялся научный студенческий семинар «Путь в профессию».

В настоящий сборник включены некоторые материалы конференции,.

Сборник состоит из двух частей.

В первой части – **ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ И МЕТОДИЧЕСКОЕ НАСЛЕДИЕ ПРОФЕССОРА Е.С. ПЕТРОВОЙ** – представлены:

– автобиография профессора Е.С. Петровой,

– статьи-воспоминания о Елене Степановне (Т.Ф.Зиновьева, Е.А. Никитина, И.П. Ваганова, В.Н. Рыжов),

– анализ наследия и обобщение педагогического опыта профессор Е.С. Петровой (И.К. Кондаурова, В.И. Игошин, Т.А. Капитонова, С.В. Лебедева).

Во вторую часть – **АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ УГЛУБЛЕННОГО ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ** – включены публикации:

–студентов, продолжающих исследования по направлениям, входящим в сферу профессиональных интересов Елены Степановны Петровой (В.И. Солонарь, З.Т. Насыпкалиева, А.А. Вдовиченко, Н.С. Шамина, А.С. Задорская, В.В. Пилипенко),

– молодых учителей (Н.Г. Калмыкова, Н.С. Шамина), раскрывающих своё видение современных проблем математического образования,

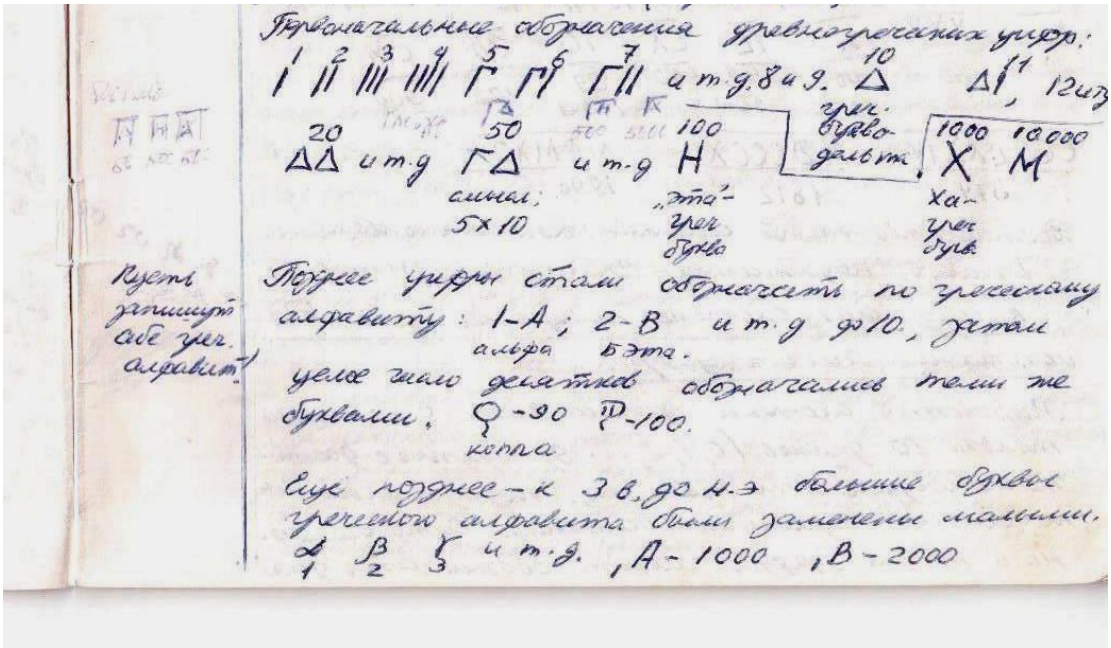
– педагогических работников сферы высшего профессионального образования (Н.Г. Гашаров, Х.М. Махмудов, О.В. Зацепина, Г.В. Киотина, Т.А. Капитонова, А.А. Вдовиченко) предлагающих решение некоторых проблем методики обучения математике на различных уровнях,

– постоянного автора сборника – Г.Т. Кондауровой – представляющей среднее профессионального образование.

*Сейчас года мои «на склоне»,*
*И, право, трудно передать,*
*Как сложно о своей персоне,*
*Да напоказ еще, писать.*
*Не рекламирую себя я,*
*Свою не унижаю честь.*
*Пусть «нестандартная такая»…*
*Какой была, – такая есть.*

Е.С. Петрова

# ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ И МЕТОДИЧЕСКОЕ НАСЛЕДИЕ ПРОФЕССОРА Е.С. ПЕТРОВОЙ



**АВТОБИОГРАФИЯ**
**Петровой Елены Степановны,**
**доктора педагогических наук,**
**профессора кафедры математики и методики её преподавания**

Я, Петрова Елена Степановна, родилась 17 декабря 1937 года в городе Калинине (ныне, Тверь). Мать – Петрова Евгения Васильевна, учитель биологии. Отец – Петров Степан Петрович, инженер железнодорожного транспорта.

В 1945 году поступила в среднюю женскую школу № 12 г. Калинина, которую окончила в 1955 году с серебряной медалью. В 1960 году окончила с отличием физико-математический факультет Калининского государственного педагогического института имени М. И. Калинина. В 1963 году под руководством профессора Владимира Модестовича Брадиса окончила аспирантуру при названном институте.

Мне повезло. За годы учёбы в аспирантуре я посещала лучшие научные и научно-методические семинары в Москве: семинар в НИИ СИМО при АПН СССР по геометрии под руководством Н.Ф. Четверухина[1] (тогда этот научно-исследовательский институт назывался как-то иначе и располагался в Лобковском переулке, ныне ул. А.С. Макаренко); семинар по истории математики под руководством А.П. Юшкевича[2], К.А. Рыбникова[3], С.А. Яновской[4]; методический семинар в МОПИ под руководством И.К. Андронова[5], учёным секретарём которого была и является до сих пор В.Н.

---

[1] Четверухин Николай Федорович (5.11.1891 – 7.03.1974), математик-методист, действительный член АПН РСФСР (1955), заслуженный деятель науки РСФСР (1962).

[2] Юшке́вич Адольф (Андрей) Павлович (2.07.1906 – 17.07.1993), историк математики, заслуженный деятель науки РСФСР (1966). Один из основателей (в 1948) и ответственный редактор сборников «Историко-математические исследования».

[3] Рыбников Константин Алексеевич (18.08.1913–20.08.2004) – советский математик и историк математики, заслуженный деятель науки РСФСР (1973).

[4] Яновская Софья Александровна (31.01.1896 – 24.10.1966) – советский математик, философ, педагог, создатель советской школы философии математики.

[5] Андронов Иван Козьмич (21.05.1894 – 5.11.1975) , известный методист (математика), заслуженный деятель науки РСФСР, член-корреспондент АПН РСФСР (с 1957).

Шапкина. Ей удалось сохранить этот замечательный семинар и по сей день, несмотря на все катаклизмы в стране.

В 1963 году по окончании аспирантуры была направлена распоряжением Министерства в Архангельский государственный педагогический институт им. М.В. Ломоносова), где работала в должности старшего преподавателя.

Работая здесь, была свидетелем и участником двух замечательных событий в стране. Первое – рождалось телевидение. Центральное телевидение тогда ещё не принималось в Архангельске, но пустили местное телевидение, в котором мы с Н.С. Антоновым (впоследствии ректором пединститута в Орле) открыли и вели раздел занимательной математики. Второе: в средних школах страны вводилось углублённое изучение математики сначала в специализированных математических классах, а затем – в форме школьных факультативов. Учителям, ведущим занятия в математических классах, было дано право самим составлять программы и разрабатывать курсы занятий, а также предоставлять ежегодно отчёты о проведении занятий и итогах работы. Я была в числе первых в стране ведущих школьный факультатив по математике (работая сначала в специализированном математическом классе средней школы № 18 г. Архангельска).

В 1971 году в Калининском государственном педагогическом институте защитила кандидатскую диссертацию на тему: «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии на факультативных занятиях в средней школе» под руководством профессора В.М. Брадиса. Доцент кафедры математики физико-математического факультета АГПИ им. М.В. Ломоносова с 1974 года.

С 1979 года – доцент кафедры алгебры и геометрии Саратовского государственного педагогического института им. К.А. Федина.

Круг научных интересов: методическая подготовка студентов к дифференцированному обучению математике школьников.

Награждена значком «Победитель социалистического соревнования 1974 года» и в 1985 году – медалью «Ветеран труда».

Докторскую диссертацию на тему: «Система методической подготовки будущих учителей по углубленному изучению математики» защитила в 1999 году (научный консультант, профессор Леонид Григорьевич Вяткин).

Нестандартная ситуация: готовясь к защите диссертации, работала доцентом кафедры алгебры и геометрии физико-математического факультета Саратовского педагогического института им. К.А. Федина, а защитила диссертацию, будучи доцентом кафедры математики и методики её преподавания механико-математического факультета Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского.

В 2000 году получила ученую степень доктора педагогических наук, с 2002 года – профессор СГУ.

Имею порядка 150 публикаций. Являюсь членом диссертационного совета Д. 212. 243. 12. при СГУ им. Н.Г. Чернышевского.

Профессор Е.С. Петрова

И.К. КОНДАУРОВА,
*заведующая кафедрой математики и методики её преподавания*
*СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

# СТРАНИЦЫ БИОГРАФИИ ПРОФЕССОРА МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА САРАТОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА ИМЕНИ Н.Г. ЧЕРНЫШЕВСКОГО ПЕТРОВОЙ ЕЛЕНЫ СТЕПАНОВНЫ

Елена Степановна Петрова родилась 17 декабря 1937 года в городе Калинине в семье учителя биологии (мать – Евгения Васильевна) и инженера железнодорожного транспорта (отец – Степан Петрович). В 1945 году она поступила в среднюю (женскую) школу № 12 города Калинина, которую окончила в 1955 году с серебряной медалью. 1955-1960 – годы учебы Елены Степановны на физико-математическом факультете Калининского педагогического института (специальность «Математика и черчение»).

Свою педагогическую деятельность Елена Степановна начала в восьмилетней школе села Святое Осташковского района Калининской области. Проработав один месяц, она поступила в аспирантуру и начала научную работу под руководством В.М. Брадиса, была участником научных и научно-методических семинаров:

– научный семинар по геометрии под руководством Н.Ф. Четверухина;

– научный семинар по истории математики под руководством А.П. Юшкевича, К.А. Рыбникова, С.А. Яновской;

– научно-методический семинар под руководством И.К. Андронова.

После окончании аспирантуры Елена Степановна была направлена в Архангельский государственный педагогический институт имени М.В. Ломоносова, где с 1963 по 1973 годы работала старшим преподавателем кафедры математики физико-математического факультета. Одновременно Елена Степановна преподавала математику в средней школе № 18 города Архангельска.

В эти годы в средних школах страны вводилось углубленное изучение математики в специализированных математических классах, а затем – в форме школьных факультативов. Учителям, ведущим занятия в математических классах, было дано право самостоятельно составлять программы и разрабатывать курсы занятий, ежегодно предоставляя в Москву отчеты о проведении занятий и итогах работы. Е.С. Петрова была в числе первых учителей в СССР, ведущих школьный факультатив по математике.

Е.С. Петрова в числе лекторов Архангельской областной организации общества «Знание» в 70-е годы XX века ездила в Болгарию, где читала учителям средних школ города Габрова лекции о «Колмогоровской реформе обучения математике».

В 1971 году в Калининском государственном университете Петрова Елена Степановна защитила под руководством профессора В.М. Брадиса

кандидатскую диссертацию на тему: «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии на факультативных занятиях в средней школе». С 1974 года она – доцент кафедры математики физико-математического факультета Архангельского государственного педагогического института имени М.В. Ломоносова.

В 1979 году Е.С. Петрова переезжает в Саратов, избирается доцентом кафедры алгебры и геометрии (физико-математический факультет) Саратовского государственного педагогического института имени К.А. Федина и ведёт преподавание курса методики преподавания математики. К этому времени четко определился круг ее научных интересов: методическая подготовка студентов к дифференцированному обучению математике школьников. Проводя исследования в этой области Е.С. Петрова проявляет научный интерес к психолого-педагогической проблематике и, прежде всего, в её привязке к основной сфере изучения – к методике преподавания математики.

Имея научный контакт с кафедрой психологии СГПИ и профессором этой кафедры В.И. Страховым, Елена Степановна в конце 90-х годов XX века публикует в сборниках этой кафедры десять статей, а затем по материалам этих статей – монографии, в которых выявляется роль психических функций (внимания, мышления, психологического времени и др.) в процессе углубленного изучения математики. Ключевым понятием всего комплекса психолого-педагогических и методических работ является понятие «углубленное изучение».

Докторскую диссертацию на тему: «Система методической подготовки будущих учителей по углубленному изучению математики» Петрова Е.С. подготовила, работая на кафедре алгебры и геометрии Саратовского государственного педагогического института имени К.А. Федина. Научным консультантом соискателя был член-корреспондент РАО, доктор педагогических наук, профессор Л.Г. Вяткин.

Научная новизна проведенного Е.С. Петровой исследования состояла в том, что были определены методологические и педагогические основы системы подготовки студентов педвуза к преподаванию конкретной дисциплины, в частности, математики в условиях ее углубленного изучения в средней школе; разработаны содержание и структура исследуемой системы; построена модель системы, интегрирующая ее структуру, содержание и технологическое обеспечение, обеспечивающая высокий уровень подготовки студентов к преподаванию углубленного курса школьной математики. Выявлены современные интеграционные связи теории и методики обучения математике с педагогикой и психологией.

Елена Степановна защитила диссертацию, будучи доцентом кафедры математики и методики ее преподавания механико-математического факультета Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского. Защита состоялась в 1999 году в Московском педагогическом государственном университете.

В 2000 году Е.С. Петровой присуждена ученая степень доктора педагогических наук, а с 2002 года она – профессор Саратовского

государственного университета имени Н.Г. Чернышевского. В это же время (2002 год) на кафедре открылась аспирантура по специальностям 13.00.02 – Методика обучения и воспитания (математика), 13.00.08 – Теория и методика профессионального образования. Руководителем аспирантов, обучающихся по специальности 13.00.02 становится профессор Петрова Е.С.

В 2003 году на кафедре математики и методики её преподавания возникла идея издать межвузовский сборник научных трудов «Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки». Одним из составителей сборника и автором предисловия стала Елена Степановна. Сборник открывается статьёй Петровой Е.С. «Методическая подготовка студентов», ставящей и освещающей актуальные вопросы современной методической подготовки студентов – будущих учителей математики. Статьи сборника по своему содержанию разделены на две большие группы «Теория и методика обучения математике» и «Психолого-педагогические вопросы теории обучения» и адресованы преподавателям математики и методики обучения математике, аспирантам и студентам педвузов, учителям математики средних школ разных типов.

В дальнейшем Сборник стал выходить регулярно, в среднем 1-2 раза в год в новом статусе как сборник научно-методических трудов молодых учёных. Теперь в сборнике публикуются статьи молодых учёных, не имеющих степени кандидата наук, аспирантов, а также результаты дипломных исследований лучших студентов. Редактируют сборник старший преподаватель Лебедева С.В. и доцент Капитонова Т.А.

В 2008 году Елена Степановна вновь является составителем, автором предисловия (и редактором студенческих работ) шестого выпуска сборника «Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки». Обзор статей предыдущих пяти выпусков с указанием перспектив решения насущных задач теории и методики обучения математике представлен в публикации Петровой Е.С. «Научные исследования по методике обучения математике», открывающей Сборник. В этой статье Елена Степановна определяет одну из целей Сборника «приобщение студента к научной работе сначала в пределах своего вуза, чтобы затем выйти на большую арену конференций межвузовского, всероссийского и международного масштаба».

В 2008 году было принято решение об организации научно-методического семинара кафедры «Профессионально-методическая подготовка будущих учителей математики в условиях университетского образования», который возглавила Е.С. Петрова.

Петровой Е.С. было опубликовано свыше 200 научных работ, в том числе более 150 статей в ведущих журналах и изданиях, 2 монографии и 30 учебных пособий. Основными считала следующие публикации:

– Петрова, Е.С. Организация познавательной деятельности учащихся старших классов средней школы в условиях углубленного изучения математики / Е.С. Петрова. – Саратов: СГПИ, 1991.

– Петрова, Е.С. Система методической подготовки будущих учителей по углубленному изучению математики: учебное пособие / Е.С. Петрова. – Саратов: Изд-во Саратовского педагогического института, 1996.

– Петрова, Е.С. Психология и методика обучения математике. Внимание в учебной деятельности / Е.С. Петрова, В.И. Страхов. – Саратов: СГПИ, 1997. – 120 с. – С. 5-59.

– Петрова, Е.С. Школа – педвуз, психолого-педагогические вопросы. – Ч. 2 / Т.Г. Якушева, Е.С. Петрова, В.И. Страхов. – Саратов: СГПИ, 1998. – С. 65-117.

– Петрова, Е.С. Теория и методика обучения математике: учеб.-метод. пособие для студентов мат. спец.: В 3 ч.: Ч. 1 Общая методика. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2004. – 84 с.: ил. (Б-ка «Педагогические измерения»; Вып. 3).

– Петрова, Е.С. Теория и методика обучения математике: учеб-метод. пособие для студентов мат. спец.: В 3 ч.: Ч.2. Частная методика: Алгебра и математический анализ. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2005. – 104 с.: ил. (Б-ка «Педагогические измерения»; Вып. 4).

– Петрова, Е.С. Теория и методика обучения математике: учеб-метод. пособие для студентов мат. спец.: В 3 ч.: Ч.3. Частная методика: Геометрия. – Саратов: Изд-во Сарат. ун-та, 2008. – 88 с.: ил. (Б-ка «Педагогические измерения»; Вып. 6).

Наибольшее влияние на научную деятельность Е.С. Петровой оказывало участие в многочисленных научно-методических конференциях и семинарах, творческое общение в среде коллег-методистов. Практически ежегодно Е.С. Петрова принимала участие в:

– «Герценовских чтениях» (г. Санкт-Петербург, Российский государственный педагогический университет имени А.И. Герцена);

– Всероссийском семинаре преподавателей математики университетов и педвузов (научный руководитель семинара – кандидат физико-математических наук, доктор педагогических наук, профессор А.Г. Мордкович);

– «Колмогоровских чтениях» (г. Ярославль, Ярославский педагогический университет имени К.Д. Ушинского).

Елене Степановне были близки методические идеи А.Г. Мордковича, В.М. Монахова, Г.И. Саранцева; интересны основные концепции учебников и учебных пособий по математике для средней школы Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина, И.М. Смирновой; курс отечественной истории математического образования, разработанный Т.С. Поляковой.

В Саратовском государственном университете имени Н.Г. Чернышевского Е.С. Петрова читала курсы: «Методика преподавания математики», «Теория и методика обучения математике», «Дифференцированный подход в обучении математике», «История математики», «Углубленное изучение школьного курса математики». Руководила педагогической практикой студентов, написанием курсовых и дипломных работ.

Е.С. Петрова принимала активное участие в общественной деятельности:

– являлась членом двух диссертационных советов: Д 212.243.12 (при Саратовском государственном университете имени Н.Г. Чернышевского) по защите докторских и кандидатских диссертаций по специальностям: 13.00.01 – общая педагогика, история педагогики и образования; 13.00.08 – теория и методика профессионального образования; ДМ 212.027.04 (при Саратовском

государственном университете имени Н.Г. Чернышевского, Волгоградском государственном педагогическом университете, Южном федеральном университете) по защите докторских и кандидатских диссертаций по специальности 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математике);

– давала многочисленные отзывы о диссертациях и авторефератах диссертаций на соискание ученой степени кандидата и доктора педагогических наук по специальности 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математике)), рецензировала монографии, учебные и учебно-методические пособия.

Е.С. Петрова подготовила восемь кандидатов педагогических наук:

– Малышева Л.В. Технология личностно-ориентированного обучения в вузе (на материале математических дисциплин) (2001 г.);

– Сорокин Д.Ю. Технологическое обеспечение формирования физической культуры студентов (2002 г.);

– Сенина Е.В. Рациональное использование вариативных форм проверки знаний учащихся (на материале обучения математике) (2003 г.);

– Ересько П.В. Формирование самооценки школьников в процессе контроля знаний, умений, навыков (2004 г.);

– Плотник А.С. Развитие познавательной активности будущих офицеров (2005 г.);

– Вишневский В.В. Межпредметные связи как средство формирования культуры экономического мышления будущих офицеров (2005 г.);

– Плотник В.С. Технологическое обеспечение формирования управленческой компетентности будущих офицеров тыла (2006 г.);

– Горбачев С.В. Подготовка будущих офицеров к применению инноваций в служебной деятельности (2008 г.).

В 2009 году кафедрой пересматриваются учебные планы подготовки учителей математики (специальность 050201 – математика с дополнительной специальностью информатика): добавляется целый ряд факультативных курсов (Основные линии школьного курса математики и их реализация в действующих учебниках, Психолого-педагогические основы обучения математике, Инновационные технологии в обучении математике и др.), которые тесно связаны с общепрофессиональными дисциплинам и специальными дисциплинами. Елена Степановна разрабатывает содержание факультативного курса «Основные линии школьного курса математики и их реализация в действующих учебниках» (3-4 семестры). Это её последняя методическая разработка, подготовленная для кафедры, факультета, университета.

Елена Степановна Петрова скоропостижно скончалась 24 мая 2009 года на 72 году жизни, похоронена на Елшанском кладбище города Саратова.

В.И. ИГОШИН,
*д.п.н., профессор кафедры геометрии СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

# ЕЛЕНА СТЕПАНОВНА ПЕТРОВА – УЧЁНЫЙ И ПЕДАГОГ НА ФОНЕ СОБЫТИЙ ГЛОБАЛЬНОЙ И ПРОВИНЦИАЛЬНОЙ ИСТОРИИ

Елена Степановна Петрова родилась 17 декабря 1937 года в городе Калинине областном (ныне Тверь). Мать: Петрова Евгения Васильевна, учитель биологии. Отец: Петров Степан Петрович, инженер железнодорожного транспорта.

В 1945 году она поступила в среднюю (женскую) школу № 12 города Калинина, которую окончила в 1955 году с серебряной медалью. В 1960 году окончила с отличием физико-математический факультет Калининского государственного педагогического института им. М.И. Калинина и поступила в аспирантуру при названном институте. Её научным руководителем стал выдающийся отечественный специалист в области методики преподавания математики заслуженный деятель науки РСФСР обладатель медали К.Д. Ушинского доктор педагогических наук профессор Владимир Модестович Брадис. (В.М. Брадис был широко известен как создатель четырёхзначных математических таблиц, которыми пользовались в то время школьники всего Советского Союза, а также как автор книги «Методика преподавания математики в средней школе» (М., 3-е изд., 1954), известной математикам-методистам и студентам математических факультетов пединститутов.) За годы учёбы в аспирантуре Е.С. Петрова посещала лучшие научные и научно-методические семинары в Москве: семинар в НИИ СИМО при АПН СССР по геометрии под руководством профессора Н.Ф. Четверухина (тогда этот научно-исследовательский институт назывался как-то иначе и располагался в Лобковском переулке, ныне ул. Макаренко); семинар по истории математики под руководством профессоров А.П. Юшкевича, К.А. Рыбникова, С.А. Яновской; методический семинар в МОПИ под руководством профессора И.К. Андронова.

В 1963 году по окончании аспирантуры Е.С. Петрова распоряжением Министерства просвещения РСФСР была направлена в Архангельский государственный педагогический институт (АГПИ) им. М.В. Ломоносова (ныне Поморский государственный университет им. М.В. Ломоносова), где работала в должности старшего преподавателя.

Работая здесь, она стала свидетелем и участником двух замечательных событий в стране. Первое – рождение телевидения. Центральное телевидение тогда ещё не принималось в Архангельске, но было пущено местное телевидение, в котором Е.С. Петрова вместе с Н.С. Антоновым (впоследствии ректором пединститута в Орле) открыли и вели раздел занимательной математики. Второе: в средних школах страны вводилось углублённое изучение математики, сначала в специализированных математических классах, а затем – в форме школьных факультативов. Учителям, ведущим занятия

в математических классах, было дано право самим составлять программы и разрабатывать курсы занятий, а также предоставлять ежегодно отчёты о проведении таких занятий и их итогах. Е.С. Петрова оказалась в числе первых в стране педагогов, ведущих школьные факультативы по математике. Она вела такой факультатив в специализированном математическом классе средней школы № 18 города Архангельска.

Работая в Архангельске, Е.С. Петрова публикует две интересные статьи [1] и [2]. По-видимому, их тематика восходит к той теме, которую предложил ей ещё в аспирантуре Калининского пединститута её научный руководитель профессор В.М. Брадис. Сам профессор был увлечён методической проблемой аксиоматического изложения элементарной евклидовой геометрии. Эту проблему ещё в конце 1930-ых годов поставил академик А.Н.Колмогоров. В своей статье в выпуске IV журнала «Успехи математических наук» за 1938 год, перечисляя характерные особенности аксиоматического изложения геометрии, как и всякой математической теории, он пишет: «повторяя… все эти, казалось бы, общеизвестные положения, я хочу обратить внимание на то, что на русском языке не существует их изложения, доступного широкому читателю». В.М. Брадис в 1950 году публикует пространную статью [3], поставив перед собою цель заполнить этот пробел, т. е. популяризировать аксиоматический метод посредством изложения этим методом одного из разделов курса элементарной геометрии. Кроме того, «стараясь сделать своё изложение доступным для широкого круга читателей, интересующихся строгим в современном смысле изложением элементарной геометрии, прежде всего для студентов физико-математических факультетов педвузов и учителей математики средней школы, автор взял геометрию одного измерения, как раздел, имеющий сравнительно небольшое содержание, благодаря чему изложение этого раздела, выясняющее все основные особенности аксиоматического метода, не требует слишком большого объёма». [3, с. 13]. Темы, связанные с аксиоматическим изложением геометрии, В.М. Брадис дал нескольким своим аспирантам. Одна из них досталась Е.С. Петровой.

В первой из приведённых статей [4] Е.С. Петрова вносит ряд уточнений и дополнений в указанную статью своего научного руководителя. В частности, несколько изменяет формулировки приводимых в ней аксиом, делая их более точными. В статье В.М. Брадиса даётся понятие движения, но не указываются никакие его свойства. Е.С. Петрова приводит и доказывает ряд свойств движения, в частности, тот факт, что совокупность всех движений образует группу. Эти свойства понадобятся ей во второй статье [5], написанная в соответствии с замыслом В.М. Брадиса: «Изложение геометрии одного измерения является тем началом, за которым естественно должно следовать изложение геометрии двух и большего числа измерений». В статье [5] Е.С. Петрова строит с полными доказательствами одну модель на ориентированной прямой системы аксиом В.М. Брадиса евклидовой плоскости, чем доказывает непротиворечивость этой системы аксиом и построенной на её основе евклидовой геометрии плоскости.

К сожалению, эти идеи Е.С. Петровой не получили своего дальнейшего развития. Кандидатская диссертация, которую она защитила в 1971 году в Калининском государственном педагогическом институте под руководством профессора В.М.Брадиса, была на совсем другую тему: «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии на факультативных занятиях в средней школе». В 1974 году ей присуждается учёное звание доцента, и она работает в этой должности на кафедре математики физико-математического факультета Архангельского государственного педагогического института (АГПИ) им. М.В.Ломоносова.

Молодой и талантливый педагог, всю свою душу вкладывавшая в свою любимую педагогическую работу, живущая в самой гуще кипучей студенческой жизни Архангельского педагогического института Е.С.Петрова в 1970-е годы сложила вдохновенный гимн физмата:

***Наши песни звенящие***
***Пусть повсюду летят.***
***Подпевайте, товарищи,***
***Запевает физмат.***

***Пусть летят они по белу свету,***
***Пусть поют другие факультеты***
***И пускай задорных песен звуки***
***Вдохновляют нас на штурм науки.***

***Никакие препятствия***
***Не страшны стали нам.***
***Все невзгоды и радости***
***Делим мы пополам.***

***И с любым пределом необычным***
***Мы на "ты", как с другом закадычным.***
***И ещё такого не бывало,***
***Чтобы мы не взяли интеграла.***

***Эра космоса близится,***
***Скоро время придёт –***
***Сконструируют физики***
***Голубой звездолёт.***

***И помчится в небеса ракета,***
***Позовут нас звёзды и планеты,***
***Полетим в космические дали,***
***Чтоб студенты всюду побывали.***

***И широким Сатурновым***
***Знаменитым кольцом***
***Мы ватагою шумною***
***Бурноходом пройдём.***

***Марсианские пройдём каналы,***
***Где нога туриста не ступала.***
***Нам открыты все пути-дороги,***
***Ведь нужны повсюду педагоги.***

***Нам профессия славная***
***Не случайно дана,***
***Нам доверила самое***
***Дорогое страна.***

***Это – добрые сердца людские,***
***Это – мысли и дела большие.***
***Отдадим души своей горенье***
***В жизнь вступающему поколенью.***

* * *

В 1979 году Е.С. Петрова начинает работать на кафедре алгебры и геометрии физико-математического факультета Саратовского государственного педагогического института им. К.А.Федина (СГПИ) в должности доцента.

В это время кафедрой заведовала доцент Л.Ф. Исаева, а деканом факультета был доцент В.А. Фортунатов. Обучение студентов титульным дисциплинам кафедры обеспечивали достаточно высококвалифицированные преподаватели кандидаты физико-математических наук доценты Л.Ф. Исаева, В.А. Фортунатов, И.В. Фролова, А.И. Климов, В.Н. Поляков, старшие

преподаватели Г.И. Богачёва, В.И. Игошин, А.О. Корнеева, ассистенты М.В. Кудрявцев, Т.П. Молчанова. Почти все они были выпускниками механико-математического факультета СГУ. Из послевоенного поколения преподавателей на кафедре оставались лишь И.В. Фролова и А.И. Климов. На кафедре и факультете происходило постепенное обновление поколений преподавательского состава.

Кроме обучения титульным дисциплинам, кафедра обеспечивала подготовку студентов по важнейшей для будущих учителей дисциплине – методике преподавания математики. И если специальные дисциплины – алгебра и геометрия – всегда читались дипломированными специалистами, то методике преподавания математики в этом смысле не везло: кандидатам педагогических наук по методике преподавания математики в Саратове просто неоткуда было взяться, потому что СГУ проблема подготовки таких специалистов не интересовала вовсе, а СГПИ своих дипломированных специалистов по этой специальности также не вырастил. На кафедре алгебры и геометрии курс методики преподавания математики вели старший преподаватель В.Ф. Дудова (из послевоенного поколения преподавателей), ассистенты Т.Ф. Зиновьева и Т.В. Талалова (Костаева) (выпускницы СГПИ).

**Е.С.Петрова** и **В.И.Игошин** на кафедральной встрече Старого Нового года 14 января 1981 г. в квартире Е.С.Петровой

Поэтому появление на кафедре кандидата педагогических наук по методике преподавания математики Е.С. Петровой ознаменовало собой начало нового этапа в развитии кафедры и как следствие – переход подготовки будущих учителей математики на новый более высокий качественный уровень. С этого момента методическая составляющая кафедры набирает заметную силу. Под руководством Е.С. Петровой на кафедре начинает работать научно-методический семинар, укрепляется связь кафедры с областным институтом усовершенствования учителей, где Е.С. Петрова читает лекции, кафедральные преподаватели специальных дисциплин классические математики с университетским образованием начинают по-новому смотреть на методику преподавания математики и на преподаваемые ими дисциплины, глубже осмысливая их связь со школьным курсом математики и будущей педагогической деятельностью нынешних студентов.

Научные интересы Е.С.Петровой, начиная с аспирантского периода, лежали в области обучения будущих учителей математики методике работы с такими разделами математики, которые выходят за рамки школьной программы по математике. Её кандидатская диссертация была посвящена актуальной в то время в связи со школьной реформой математического образования, проводимой под руководством академика А.Н. Колмогорова, теме, связанной с изучением таких понятий и методов в школьном курсе геометрии, которые ранее до этого в него не входили – векторного и координатного методов.

Уже работая на кафедре алгебры и геометрии СГПИ, Елена Степановна занялась разработкой вопросов методики преподавания ещё одного экзотического для школьного курса математики раздела математики – теории графов. Совместно с автором настоящей статьи ею была подготовлена и издана в издательстве СГПИ методическая разработка [4]. Материал, посвящённый теории множеств и их мощностей, составляющий первую часть пособия, подготовлен мною не без её непосредственного влияния. В своей части, посвящённой приложениям теории графов, Елена Степановна предлагала учителям и их ученикам изучить понятие графа и виды графов, а затем рассмотреть задачи о коммивояжере и сетевом планировании, имеющие многочисленные практические приложения. По материалам работы методического семинара кафедры алгебры и геометрии СГПИ, которым руководила Е.С.Петрова и в котором участвовали преподаватели-методисты ряда педвузов СССР в 1989 году ею был собран и издан межвузовский научный сборник «Факультативный курс по математике в средней школе». Он содержал ряд интересных статей, посвящённых различным вопросам ведения факультативных занятий по математике в средней школе и подготовке в педвузе будущих учителей к ведению таких занятий, среди которых была и статья Е.С. Петровой [5].

Е.С. Петрова стала активным участником разнообразных Всесоюзных научных конференций, организуемых ведущими педагогическими вузами Советского Союза – МГПИ им. В.И. Ленина, ЛГПИ им. А.И. Герцена, Уральским пединститутом, Ярославским пединститутом и другими. С 1987 года начинает работать Всесоюзный научно-методический семинар преподавателей математики педвузов и университетов под руководством заслуженного деятеля науки РСФСР лауреата премии Президента РФ в области образования доктора педагогических наук профессора А.Г. Мордковича, и Е.С. Петрова становится активным его участником, не пропуская ни одного заседания, которые проходят сначала два раза в год, а затем один раз в год в одном из педагогических институтов СССР. Она установила тесные научные связи с ведущими учёными-методистами нашей страны, и по-видимому, в это время у неё оформляется мысль о написании докторской диссертации.

В 1990 году Е.С. Петрова выпускает в издательстве СГПИ пособие [6], предназначенное учителям, ведущим школьный факультатив, студентам физико-математических факультетов педвузов, учащимся старших классов средних школ. Пособие содержит теоретический материал, сборник задач и

упражнений и методические рекомендации по весьма непростой теме факультативных занятий по геометрии в средней школе. В 1991 году в том же издательстве она выпускает монографию [7].

Начавшаяся в СССР в 1985 году невразумительная перестройка завершилась в 1992 году началом сравнительно мирного перехода к новой общественно-экономической формации – капитализму: на свободу были отпущены цены на продовольственные и промышленные товары и на услуги, и советская система начала быстро разрушаться окончательно. Наступили мрачнейшие времена 90-ых годов: закрывались заводы и фабрики, люди выбрасывались на улицу, распускались колхозы и совхозы. «Не дай вам Бог жить в эпоху перемен», – гласит древняя китайская мудрость. Прожив половину жизни, мы оказались в эпохе перемен. Но в те 90-ые годы мы свято верили в то, что фундамент страны, на котором ковался её интеллектуальный потенциал, – советская система образовании – не может быть разрушен. И действительно, вузы продолжали работать, преподавателей не сокращали, регулярно выплачивалась заработанная плата. Правда, покупательная способность доцентской, а тем более профессорской зарплаты, весьма высокая в социалистическое время, стала быстрыми темпами катастрофически падать.

Но мы продолжали честно выполнять свой гражданский долг – служить делу образования и воспитания подрастающего поколения теперь уже новой России. Елена Степановна продолжала работу над докторской диссертацией. В 1993 г. она выпускает в издательстве СГПИ пособие [8]. Оно написано для студентов старших курсов физико-математического факультета педвуза с целью подготовки молодых учителей к организации разных форм занятий со школьниками по углублённому изучению математики. В пособии предложена классификация учебных исследовательских задач, даны примеры методики работы с учащимися по решению таких задач. Приводится подборка учебных исследовательских задач по отдельным темам школьного факультатива.

В 1995 году в центральном журнале выходит статья Е.С. Петровой [9], в которой ею обозначаются теоретические подходы к выбранной теме докторской диссертации. В работе [10] она даёт обзор всех сравнительно новых публикаций, связанных с факультативными занятиями по математике в современной средней школе. Статья помещается в тематическом межвузовском сборнике, который она специально собирает и редактирует. В этом же сборнике помещает статью [11], посвящённую одной из тем по углубленному изучению курса геометрии. На любимых ею Герценовских чтениях в ЛГПИ им. А.И. Герцена [12] делится своими соображениями о том, каким должно быть учебное пособие по углубленному изучению математики.

Наконец, в 1996 году Е.С. Петрова публикует в издательстве СГПИ монографию [13], в которой описывается разработанная автором система методической подготовки будущих учителей математики к преподаванию ими математики на углубленном уровне в специализированных гимназиях, лицеях, классах с углубленным изучением математики, то есть, по существу, излагаются основные результаты докторской диссертации автора.

В конце 90-ых годов Е.С. Петрова активно интересуется проблемами психологии, возникающими в процессе обучения математике, а также проблемами психологической подготовки будущих учителей математики. В исследованиях по этим проблемам она тесно и плодотворно сотрудничает с кафедрой психологии СГПИ, с её заведующим доцентов В.И. Страховым и доцентом Т.Г. Якушевой. В результате появляются две совместные фундаментальные монографии [14], [15], посвящённые этим вопросам.

* * *

В 1990-ые годы страна вскипает переменами в разных сферах общественной жизни. Они происходят и в сфере образования. Возникают учебные заведения нового типа как в сфере высшего, так и в сфере школьного образования. Появляются всевозможные лицеи, гимназии, классы с углублённым изучением отдельных предметов гуманитарного или естественно-научного цикла. На рынок выплескивается неисчислимое количество альтернативных школьных учебников. Обучение от всеобщего единообразного, каким оно было в прежние советские времена, стремится стать дифференцированным и личностно ориентированным. В этой обстановке выбранная Е.С. Петровой тема диссертационного исследования с каждым годом становилась всё более актуальной.

В своей монографии [13] и докторской диссертации [16], [17] Е.С. Петрова разрабатывает теоретические основы системы подготовки студентов педвузов к углубленному преподаванию математики в школах нового типа и строит одну из возможных моделей такой системы. Она даёт характеристику знаний и умений, которыми должен обладать учитель математики в специализированных математических классах; разрабатывает содержание и структуру спецкурса для студентов педвузов по углубленному изучению математики в школе; характеризует курсовые и дипломные работы по этой тематике; показывает, как на занятиях по специальным математическим дисциплинам должна продолжаться линия подготовки будущих учителей математики к углубленному преподаванию этой дисциплины в школе. Характеризует цели, содержание, формы, методы и средства углубленного изучения математики в школе. Как отмечено в автореферате [17], основное содержание данного исследования представлено в 121 публикации общим объёмом 108,1 печатных листов.

Защита докторской диссертации Е.С. Петровой на тему: «Система методической подготовки будущих учителей по углублённому изучению математики» по специальности 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика) состоялась в декабре 1999 года в Московском педагогическом государственном университете (МПГУ) им. В.И. Ленина (научный консультант – заведующий кафедрой педагогики СГУ профессор Л.Г. Вяткин). Защищать диссертацию, тем более докторскую, и раньше-то было нелегко. Но в тот момент эти трудности умножились многократно. К этому моменту, к рубежу двух тысячелетий, Россия была окончательно повергнута в руины и хаос. Народ бедствовал нещадно, отпущенные цены неудержимо

летели вверх, зарплаты не выплачивались, а те, которые выплачивались, позволяли подавляющему большинству лишь еле-еле существовать впроголодь. И в это время нужно было ехать в другой город, и не просто город – в Москву; там нужно было как-то жить, питаться, передвигаться, оформлять неисчислимое количество бумаг, связанных с защитой диссертации. Елена Степановна рассказывала, что ей в тот момент оказал материальную помощь сам саратовский губернатор Д.Ф. Аяцков, к которому она обратилась письмом с просьбой, а в Москве, чтобы купить на ужин булку хлеба и пакет молока, собирала на улице пустые пивные бутылки и сдавала их. (Тогда пивной поток, хлынувший в Россию, набирал силу, и пустые пивные бутылки были некоторое время в цене). Так что защита Е.С. Петровой докторской диссертации в то лихое время без всякого преувеличения можно считать гражданским подвигом.

Защита прошла успешно, в 2000 г. ВАК присудил Е.С. Петровой искомую учёную степень и она стала первым в Саратове доктором педагогических наук по специальности 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика), как, впрочем, она была первым (и до сих пор остаётся единственным!) кандидатом педагогических наук по этой специальности.

* * *

Кафедра математики и методики её преподавания (2004 г.):
верхний ряд: В.Н. Поляков, П.Н. Пронин, В.А. Гуськова, Л.Н. Ромакина, И.К. Кондаурова, В.И. Игошин, М.В. Кудрявцев;
нижний ряд: Е.С. Петрова, Т.А. Капитонова, С.И. Ишина, С.В. Лебедева

Параллельно шли реформационные процессы в высшем образовании Саратова, инспирированные тогдашним саратовским губернатором Д.Ф.Аяцковым. Одним из элементов этого процесса стало включение (интеграция) в 1998 году Саратовского государственного педагогического института им. К.А. Федина (СГПИ) в состав Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского (СГУ). В результате физико-математический факультет СГПИ прекратил своё существование; исчезли его кафедры математического анализа и алгебры и геометрии. Первая исчезла (была расформирована) полностью, а вторая, лишившись части своих сотрудников, трансформировалась в кафедру математики и методики её

преподавания механико-математического факультета СГУ, которую (в 2000 году) возглавила кандидат педагогических наук доцент И.К. Кондаурова.

После защиты докторской диссертации Е.С. Петрова была избрана на должность профессора кафедры математики и методики её преподавания механико-математического факультета СГУ, а в 2002 году была утверждена ВАКом в этом учёном звании. Она с удвоенной энергией в новом месте и в новом качестве взялась за свою любимую работу – работу по обучению и воспитанию студентов, избравших своей профессией трудную и благородную профессию учителя математики. Правда, классический университет, уже начавший движение к своему славному 100-летнему юбилею, не слишком хлебосольно встретил братьев своих меньших из педагогического института. Елена Степановна воспринимала это обстоятельство довольно болезненно и выразила свои ощущения по этому поводу в своём стихотворении, опубликованном в многотиражной газете СГУ [18] (тогда новый административный корпус СГУ № 10 («десятка») только что был сдан в эксплуатацию):

***Для СГУ своя я, вроде,***
***Но вот не знаю, почему***
***Ко мне омоновец подходит***
***И спрашивает: «Вы к кому?»***

***Да нет, омоновцу понятно,***
***Кто должен быть во что одет:***
***На мне былого века шляпа,***
***На мне пальто советских лет.***

***А может, я – какой агрессор?***
***В портфеле старом тол лежит?!***
***«Да нет ребята, я – профессор...»,***
***О чём не скажет внешний вид.***

***Пусть могут разные невежды***
***О нас любое говорить,***
***Но я приличнее одежды***
***Не в состояний купить.***

***Наш труд сегодня так оплачен,***
***Так наши ценятся умы,***
***Что мы давно уже не плачем.***
***Как истуканы стали мы.***

***Мне говорят: ты образумься,***
***Сигай отсюда за рубеж,***
***А там оденься и обуйся***
***И эскалопчиков поешь.***

***Да, можно больше заработать,***
***Став продавцом простых газет.***
***Но я подобным дядям-тетям***
***Скажу решительное: «Нет!»***

***Горжусь своим высоким званьем,***
***Студентов выпустила тьму,***
***Но только сердце больно ранит***
***Вопрос: «Вы, женщина, к кому?»***

Тем не менее, работа продолжилась, и жизнь потекла дальше. Сначала Е.С. Петрова включается в состав кандидатского диссертационного совета по педагогике, председателем которого был профессор Л.Г. Вяткин, а весной 2004 года при СГУ впервые создаётся докторский диссертационный совет Д 212.243.12 по специальностям 13.00.01 – общая педагогика, история педагогики и образования и 13.00.08 – теория и методика профессионального образования (председатель совета профессор Г.И. Железовская, учёный секретарь доцент Г.Д. Турчин), и Е.С. Петрова становится активным его членом: проводит экспертизы поступавших в совет диссертаций, выступает

официальным оппонентом, пишет внешние отзывы на диссертации, отзывы на авторефераты диссертаций. Помимо этого, она эффективно руководит работой аспирантов и соискателей: в период с 2001 года по 2009 год под её руководством было защищено восемь диссертаций на соискание учёной степени кандидата педагогических наук по специальностям 13.00.01 и 13.00.08.

В 2006 году был открыт докторский диссертационный совет Д 212.027.04 по специальности 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика) при Волгоградском государственном педагогическом университете (председатель совета профессор В.И. Данильчук, учёный секретарь профессор Т.М. Петрова). В его состав была приглашена Е.С. Петрова и автор этих строк, который к тому времени, не без

Доктора педагогических наук профессора **В.И.Игошин** и **Е.С.Петрова**, 4 мая 2007 г.

беспрецедентного примера Е.С. Петровой, также защитил докторскую диссертацию в МПГУ по специальности 13.00.02. И в этом совете Елена Степановна активно и с большим энтузиазмом начала работать, тем более, что тематика совета напрямую соответствовала её специальности. К сожалению, ей довелось участвовать лишь в двух заседаниях этого совета. В СГУ она продолжала читать лекции, увлечённо работать со студентами и аспирантами, пытаясь внедрить разработанную ею педагогическую систему в новых условиях классического университета. Завершила свой большой научно-методический проект, которому придавала важное значение – написала и издала в издательстве СГУ в трёх книгах учебное пособие для студентов «Теория и методика обучения математике» [20] – [22], предварив его своей программной статьёй [19], в которой охарактеризовала принципы составления

учебных пособий по методическим дисциплинам в аспекте деятельностного подхода к обучению. Продолжала писать научные статьи и участвовать в конференциях.

Смерть настигла её дома 24 мая 2009 года, в день, когда она вернулась из поездки на очередную научную конференцию – VII Международные Колмогоровские чтения в Ярославском государственном педагогическом университете. В трудах этой конференции была опубликована её последняя научная работа [23].

* * *

Творческое наследие профессора Е.С. Петровой насчитывает свыше двухсот научных работ, в том числе 5 монографий, 30 учебно-методических пособий, около 150 статей и тезисов докладов в ведущих журналах и изданиях, на научных конференциях международного, всесоюзного, всероссийского и местного уровней. Вне всякого сомнения, это наследие заслуживает изучения и осмысления.

С 1 сентября 2011 года высшее образование России окончательно перешло на двухступенчатую болонскую модель подготовки специалистов (бакалавриат – магистратура). Этот переход требует существенной его перестройки: глубокой переработки учебных планов и рабочих программ изучаемых дисциплин. В области подготовки будущих учителей-предметников (особенно, учителей математики и информатики) этот переход может оказаться весьма естественным и даже полезным. Первый уровень (бакалавриат) обеспечивает образовательную и профессиональную подготовку наиболее массовой категории учителей-предметников для неполной средней школы, то есть учителей 5 – 9 классов. В зависимости от выбранного направления и успехов в обучении выпускник получает образовательную квалификацию «бакалавр наук» или «бакалавр педагогического образования» (по соответствующей специальности) и профессиональную квалификацию «учитель 5 – 9 классов по соответствующему предмету. Магистратура позволит готовить учителей-предметников 10 – 11 классов, включая учителей лицеев, гимназий, классов с углубленным изучением соответствующего предмета, а также преподавателей для всех типов средних специальных учебных заведений (колледжи, техникумы, училища), включая и быструю «штучную» подготовку по индивидуальному заказу учебного заведения, и преподавателей вузов и научных работников («магистр наук»).

И вот здесь, при подготовке учителей математики на уровне магистратуры при таком понимании этой подготовки разработанная Е.С. Петровой педагогическая система подготовки будущих учителей математики к углублённому преподаванию этой дисциплины непременно будет востребована и, конечно же, получит своё дальнейшее развитие.

* * *

Е.С. Петрова осталась в моей памяти человеком жизнерадостным, исключительно оптимистичным, любившим жизнь во всех её проявлениях. Во времена нашей пединститутской молодости мы часто собирались у неё на

квартире по поводу разных государственных и личных праздников. Она щедро одаривала нас разнообразными выдумками, своими яркими и точными стихотворениями, посвящаемыми нам и нашим юбилеям, нашими тогда чёрно-белыми фотографиями, сделанными ею фотоаппаратом «Смена» и отпечатанными ею же самой. Обращённые к автору этих строк стихотворные поздравления помещены в его автобиографической книге [24] на страницах 170, 520, 525. Одно из них привожу здесь (оно подарено к 50-летнему юбилею автора этих строк *18 февраля 1998 г.*):

***Ваш юбилей звенит, поёт***
***На праздничной волне***
***И Вы встречаете его***
***На боевом коне.***

***Когда ходили мы в поход***
***По милой стороне,***
***С восторгом Вас взирал народ***
***На боевом коне.***

***Учебник начали писать,***
***И вот уже вдвойне***
***Предстали Вы для нас опять***
***На боевом коне.***

***Когда Вы, Суслина открыв,***
***Дар сделали стране,–***
***Вновь Вас увидел коллектив***
***На боевом коне.***

***Доцентом Соросовским став,***
***Без помощи извне,***
***Добились Вы высоких прав***
***На боевом коне.***

***Достоинств Ваших всех не счесть,***
***Не перечислить мне ...***
***Вы были, будете и есть***
***На боевом коне!***

Елена Степановна любила путешествовать во всех видах: летом по Волге на теплоходе; во время научных конференций никогда не пропускала экскурсионных путешествий, организуемых оргкомитетом конференции;

Экскурсия в бункер Сталина, Самара, сентябрь 2007 года
Игошин В.И., Гуськов А.Д., Петрова Е.С., Кулибаба О.М., Кондаурова И.К.

на майские праздники 7- 9 мая регулярно приезжала на слёты туристов педагогического института в разные уголки Саратовской области, которые устраивал автор этих строк – руководитель туристской секции пединститута, а также посещала вечера, проводимые туристской секцией пединститута в первую субботу декабря, на которых туристы рассказывали о своих спортивных походах и путешествиях по всей стране (см. книгу [24], стр. 290, 386, 472).

Вся её двухкомнатная квартира была уставлена книжными шкафами, заполненными книгами по математике и методике её преподавания, книгами любимых ею писателей, художественными альбомами и альбомами, содержащими сделанные ею фотографии и её стихи. Жаль, что эту бесценную библиотеку, собираемую не одно десятилетие, не удалось сохранить в целостности и единстве; она могла бы ещё долго служить делу высококачественной подготовки будущих учителей математики для новой России. Не сохранились и многие стихотворения, написанные Еленой Степановной, особенно в последние годы её жизни, когда её поэтический дар стал приобретать поистине общественное звучание.

Всё пространство между шкафами с книгами в её двухкомнатной квартире было заполнено разводимыми ею с большой любовью комнатными цветами самых экзотических видов, которыми она щедро делилась со всеми нами – ближайшими её знакомыми. На моём окне под влиянием излучения от домашнего компьютера до сих пор множатся обильными колючими отростками два развесистых кактуса, подаренные Еленой Степановной, напоминая об этом щедром душой и талантливом человеке, которая любила подписываться аббревиатурой ПЕС, и с которой мне посчастливилось работать бок о бок и дружески общаться на протяжении тридцати (!) лет.

Литература

1. *Петрова Е.С.* Замечания к изложению геометрии одного измерения как базы для аксиоматического построения геометрии двух измерений // Учёные записки Новгородского головного государственного педагогического института, 1966, т. 7 (Высшая математика), с. 88 – 95.

2. *Петрова Е.С.* Об одной интерпретации системы аксиом евклидовой геометрии на плоскости // Учёные записки Новгородского головного государственного педагогического института, 1966, т. 7 (Высшая математика), с. 96 – 108.

3. *Брадис В.М.* Эвклидова геометрия в аксиоматическом изложении // Учёные записки Калининского государственного педагогического института им. М.И.Калинина, 1950, т. 12, вып. 1 (Труды физ.-мат. факультета), с. 13 – 86.

4. *Игошин В.И., Петрова Е.С.* Множества и графы. – Саратов: изд-во СГПИ, 1981. – 37 с.

5. *Петрова Е.С.* Пути овладения слушателями спецкурса методами и формами обучения математике на факультативных занятиях в средней школе // В сб. «Факультативный курс по математике в средней школе» – Саратов: изд-во СГПИ, 1989. – 148 с. (С. 12 – 22).

6. *Петрова Е.С.* Геометрические места точек на плоскости. Школьный факультатив (Методические рекомендации). – Саратов: изд-во СГПИ, 1990. – 56 с.

7. *Петрова Е.С.* Организация познавательной деятельности учащихся старших классов средней школы в условиях углубленного изучения математики. – Саратов: изд-во СГПИ, 1991.

8. *Петрова Е.С.* Исследовательские задачи в системе углубленного изучения математики. Методические рекомендации по спецкурсу. – Саратов: изд-во СГПИ, 1993. – 24 с.

9. *Петрова Е.С.* Углубленное изучение математики // Народное образование, 1995, № 1, с. 108 – 111.

10. *Петрова Е.С.* Подбор литературы для факультативных занятий по математике // Школьный факультатив по математике: межвуз. сб. – Саратов: изд-во СГПИ, 1993, с. 70 – 82.

11. *Петрова Е.С.* Школьный факультатив «Геометрические места точек в пространстве» // Школьный факультатив по математике: межвуз. сб. – Саратов: изд-во СГПИ, 1993, с. 70 – 82.

12. *Петрова Е.С.* Каким быть учебному пособию по углубленному изучению математики // Современные проблемы преподавания математики: Тез. докл. Герценовских чтений, посв. 100-летию со дня рождения С.Е.Ляпина. – СПб: Образование, 1993.

13. *Петрова Е.С.* Система методической подготовки будущих учителей по углубленному изучению математики. – Саратов: изд-во СГПИ, 1996. – 176 с.

14. *Петрова Е.С,. Страхов В.И.* Психология и методика обучения математике. Внимание в учебной деятельности. – Саратов: Изд-во СГПИ, 1997. – 120 с. – С. 5 – 59.

15. *Якушева Т.Г., Петрова Е.С,. Страхов В.И.* Школа – педвуз, психолого-педагогические вопросы. – Ч. 2. – Саратов: Изд-во СГПИ, 1998. – 000 с. – С. 65 – 117.

16. *Петрова Е.С.* Система методической подготовки будущих учителей по углубленному изучению математики: Дисс. … доктора пед. наук: 13.00.02 : Саратов, 1998. 456 с. РГБ ОД: 00-13/235-8.

17. *Петрова Е.С.* Система методической подготовки будущих учителей по углубленному изучению математики: Автореферат диссертации, представленной на соискание учёной степени доктора педагогических наук по специальности 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика). – М., 1999.

18. *Петрова Е.С.* Размышления у парадного подъезда административного корпуса СГУ // Газета «Саратовский университет», 2003, № 2 (2011), 6 марта, с. 6.

19. *Петрова Е.С.* Составления учебных пособий по методическим дисциплинам в аспекте деятельностного подхода к обучению // Труды Вторых Колмогоровских чтений. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2004. – 382 с. – С. 248 – 261.

20. *Петрова Е.С.* Теория и методика обучения математике: Учеб.-метод. пособие для студентов мат. спец.: В 3 ч. Ч. 1. Общая методика. – Саратов: изд-во Сарат. ун-та, 2004. – 84 с.

21. *Петрова Е.С.* Теория и методика обучения математике: Учеб.-метод. пособие для студентов мат. спец.: В 3 ч. Ч. 2. Частная методика: Алгебра и математический анализ. – Саратов: изд-во Сарат. ун-та, 2005. – 104 с.

22. *Петрова Е.С.* Теория и методика обучения математике: Учеб.-метод. пособие для студентов мат. спец.: В 3 ч. Ч. 3. Частная методика: Геометрия. – Саратов: изд-во Сарат. ун-та, 2008. – 88 с.

23. *Петрова Е.С.* Формирование профессиональной самостоятельности студентов – будущих учителей математики // Труды VII Международных Колмогоровских чтений, 18 – 21 мая 2009 г. [Текст]: сборник статей. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2009. – 455 с. (С. 239 – 246).

24. *Игошин В.И.* Записки саратовского провинциала. – Саратов: Изд-во «Научная книга», 2008. – 664 с.

Т.А. КАПИТОНОВА,
*доцент кафедры математики и методики её преподавания*
*СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

# ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ПОСОБИЯ Е.С. ПЕТРОВОЙ «ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАЧИ В СИСТЕМЕ УГЛУБЛЕННОГО ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ» ПРИ ПОДГОТОВКЕ БУДУЩИХ УЧИТЕЛЕЙ МАТЕМАТИКИ

Среди читаемых Е.С. Петровой спецкурсов для студентов-математиков физико-математического факультета Саратовского государственного педагогического института остановимся на курсе «Исследовательские задачи в системе углубленного изучения математики». В качестве методической поддержки данного спецкурса было подготовлено пособие [1], в котором автор предлагает классификацию, так называемых, исследовательских задач, приводит примеры методики работы с учащимися по решению таких задач. Завершается пособие подборкой исследовательских задач по отдельным темам школьного факультатива: «Комплексные числа», «Замечательные точки и линии в треугольнике», «Метод координат».

Пособие написано в помощь студентам старших курсов педвуза с целью подготовки молодых учителей к организации разных форм занятий со школьниками по углубленному изучению математики.

Данная тематика постоянно находилась в сфере интересов Елены Степановны. Ей была посвящена и последняя дипломная работа, подготовленная под руководством Петровой Е.С. в 2008-2009 учебном году. Это работа Гуськова А.Д. «Организация исследовательской деятельности обучающихся в условиях информатизации школьного математического образования».

В настоящее время студенты и сотрудники кафедры математики и методики ее преподавания СГУ им. Н.Г. Чернышевского продолжают развивать данное направление – разрабатывать системы исследовательских задач по различным темам, – опираясь на методическое наследие профессора Петровой Е.С.

В частности, за последние годы, на кафедре были подготовлены следующие выпускные квалификационные работы*:

(1) Головченко О.Н. «Расширение понятия числа. Натуральные числа» (2002-2003 учебный год, руководитель – ст. преподаватель Лебедева С.В.) – во второй главе дипломного исследования «Методика изучения натуральных чисел в общеобразовательной школе» каждая тема раскрывается через систему исследовательских заданий;

(2) Назарова С.А. «Инновационная технология изучения геометрии с усилением в ней роли геометрических преобразований» (2002-2003 учебный год, руководитель – ст. преподаватель Лебедева С.В.). Во второй главе

* Указаны лучшие дипломные работы

дипломного исследования – «Методика изучения «Геометрических преобразований» с использованием инновационной технологии кодирования» – в параграфе «Изучение «геометрических преобразований» в 7-8 классах» представлены исследовательские работы по теме «Геометрические преобразования»;

(3) Шмаровоз И.В. «Экстремальные задачи в профильном математическом классе» (2004-2005 учебный год, руководитель – доцент Капитонова Т.А.) – в работе представлены исследовательские задачи на максимум и минимум, в том числе и старинные задачи на экстремум [2];

(4) Серебренникова И.Б. «Некоторые классические неравенства» (2004-2005 учебный год, руководитель – доцент Капитонова Т.А.). В работе рассмотрены возможности использования исследовательского метода в обучении математике на примере темы «Классические неравенства», а именно неравенства Бернулли, Коши, Гюйгенса и их частные случаи [3];

(5) Махнаткина К. В. «Последовательности в школьном курсе математики» (2005-2006 учебный год, руководитель – ст. преподаватель Лебедева С.В.) – в работе выявлены возможности использования исследовательского метода в обучении математике на примере темы «Последовательности» [4];

(6) Клушева Ж.С. «Элементы комбинаторики в курсе математики в условиях малокомплектной школы (интегрированный курс)» (2006-2007 учебный год, руководитель – ст. преподаватель Лебедева С.В.) – вторая глава «Методические рекомендации к изучению элементов комбинаторики в условиях малокомплектной школы» целиком выстроена посредством использования системы исследовательских комбинаторных задач, начиная с начальной школы.

(7) Кривоносова Л.В. «Развитие пространственного мышления учащихся 5-6 классов» (2006-2007 учебный год, руководитель – ст. преподаватель Лебедева С.В.) – разработаны системы исследовательских задач, направленных на развитие пространственных представлений и формирования пространственного мышления учащихся 5-6 классов на уроках математики (при изучении арифметики, алгебраического и геометрического материала);

(8) Голубцова Е.В. «Развитие познавательной активности у учащихся при изучении темы «Многогранники» в классе физико-математического профиля» (2007-2008 учебный год, руководитель – профессор Петрова Е.С.) – разработаны тексты лабораторных работ по теме «Многогранники»;

(9) Калмыкова Н.Г. «Творческие задания по курсу «История математики» (2010-2011 учебный год, руководитель: доцент Капитонова Т.А.). В работе представлены творческие задания для историко-математической подготовки будущих учителей математики. Организация процесса изучения дисциплины «История математики» основана на исследовательской деятельности студентов: (1) выполнение творческих заданий; (2) проектной деятельности [5];

(10) Казакова О.С. «Элективный курс предпрофильной подготовки «Векторный метод решения геометрических задач» (2011-2012 учебный год, руководитель: доцент Капитонова Т. А.) – разработана система задач по школьному курсу планиметрии, каждая из которых может быть решена

различными методами (как чисто геометрическим, так и векторным) и, следовательно, относится (по классификации Е.С. Петровой) к исследовательским задачам.

Особо хотелось отметить дипломную работу турецкого студента Кысач Ниязи «Устная работа на уроках математики в школе» (2011-2012 учебный год, руководитель: ст. преподаватель Лебедева С.В.), в которой представлены разработанные автором системы учебных исследовательских задач к курсу «Математика-6» по темам «Окружность и круг», «Доли. Обыкновенные дроби», «Сравнение дробей», «Деление и дроби», «Правильные и неправильные дроби», «Сложение и умножение дробей с одинаковым знаменателем». Своеобразный этнический оттенок задач хорошо представлен в следующих примерах.

Тема «Деление и дроби»

1. Заполните пустые клетки таблицы (сделайте вывод о связи указанных математических объектов):

| Частное | Дробь | Делимое | Делитель | Числитель | Знаменатель |
|---|---|---|---|---|---|
| 5 : 8 | | | | | |
| | 7/8 | | | | |
| | | 3 | 14 | | |
| | | | | 5 | 14 |

*Решите уравнение:*

2. x/9 = 13 3. 132/y = 11

*Выполните действия:*

4. 8/25 + 9/25 + 7/25 =? 5. 13/15 – (8/15 + 4/15) = ?

5. Как нужно изменить выражение, чтобы в результате получилась единица?

7. Ходжа Насреддин забрался на чужую бахчу и начал быстро собирать арбузы в мешок. За этим занятием и застал его хозяин бахчи.

– Ты что тут делаешь? – страшно закричал он.

– Друг, ты не поверишь – сегодня утром был такой сильный ветер, что меня оторвало от земли и забросило на твою бахчу.

– Хорошо, а кто же тогда нарвал все эти арбузы?

– Я хватался за них, чтобы ветер не унес меня дальше…

– Хорошо, но кто же тогда поскладывал их в твой мешок?

– Клянусь Аллахом, когда ты подошел, я как раз стоял и размышлял над этим вопросом…

Задача. Всего на бахче было 240 тысяч арбузов. Хозяин бахчи посчитал, что 1/200 часть арбузов сорвана. А в мешке у Ходжи нашлась 1/60 всех сорванных арбузов. Сколько сованных арбузов осталось лежать на бахче?

Тема «Правильные и неправильные дроби»

1. Разделите все числа на две группы: 1; 2/3; 3/2; 8; 1/4; 3/5; 9; 12; 7/3 / Возможны два ответа: (1) целые и дробные, (2) меньше 1 и все остальные;

2. Разделите все числа на две группы: 2/3; 3/2; ¼; 13/7; 3/5; 4/11; 7/3; 17/9 / Ответ. Правильные; 2/3, 1/4, 3/5, 4/11; неправильные – все остальные.

3. Напишите все правильные дроби со знаменателем 6?
4. Напишите все неправильные дроби с числителем 5?
5. *Найди ошибку в рассуждении.* Дробь 2/3 – правильная, а дробь 3/2 – неправильная, значит, 2/3 < 3/2. Дробь 2/3 – правильная, дробь 3/5 – правильная, значит, 2/3 = 3/5.
6. Однажды односельчане увидели Ходжу, бегущего изо всех сил.
– Куда ты так бежишь? – спросил его один сосед.

– Говорят, что издалека мой голос приятно звучит, – на бегу ответил Ходжа.

Задача**.** Фарсах – персидская мера длины – расстояние, которое проходит караван до очередного отдыха, привала или, иначе, расстояние, которое можно пройти пешком за час. Ходжа до разговора с соседом пробежал расстояние в 1 фарсах, а после разговора ещё половину фарсаха. Как в виде дроби записать весь путь, который пробежал Ходжа? Какая это дробь – правильная или неправильная?

7. Как с помощью дроби описать картину «Гранаты».
8. Составь задачу по картинке «Шары» так, чтобы в ней были дроби.

В 2012 году к юбилею Е.С.Петровой пособие [1] было переведено в электронный формат (*.pdf) и выставлено на странице кафедры математики и методики ее преподавания сайта СГУ в разделе «Учебная работа» для того, чтобы студенты при изучении дисциплин методического цикла могли использовать данное пособие.

Во втором разделе данного сборника представлены статьи студентов университета (Насыпкалиевой З.Т., Солонарь В.И., Пилипенко В.В.), продолжающих методические исследования в данном направлении.

Литература


1. *Петрова Е.С.* Исследовательские задачи в системе углубленного изучения математики. Методические рекомендации по спецкурсу: Саратов: Изд-во СГПИ, 1993.
2. *Капитонова Т.А., Шмаровоз И.В.* Старинные задачи на максимум и минимум. /Учитель-ученик: проблемы, поиски, находки: Сборник научно-методических трудов: Выпуск 5. – Саратов: ИЦ «Наука», 2007. С. 97-99.
3. *Капитонова Т.А., Серебренникова И.Б.* Применение классических неравенств к решению задач. /Учитель-ученик: проблемы, поиски, находки: Сборник научно-методических трудов: Выпуск 5. – Саратов: ИЦ «Наука», 2007. С. 92-96.
4. *Махнаткина К.В.* Изучение последовательностей в старших классах. /Учитель-ученик: проблемы, поиски, находки: Сборник научных трудов: Выпуск 4. – Саратов: Научная книга, 2005. С. 59-63.
5. *Калмыкова Н.Г.* Использование творческих заданий по истории математики в обучении будущих учителей. /Учитель-ученик: проблемы, поиски, находки: Сборник научных трудов: Выпуск 10. – Саратов: ИЦ «Наука», 2011. С. 52-54.

Т.Ф. ЗИНОВЬЕВА,
*старший преподаватель кафедры*
*начального естественно-математического образования*
*СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

# О СОДРУЖЕСТВЕ С ПРЕКРАСНЫМ МЕТОДИСТОМ

В 1979 году на физико-математическом факультете Саратовского государственного педагогического факультета имени К.А. Федина начала работать Елена Степановна Петрова. Она приехала в наш город по приглашению Лидии Фёдоровны Исаевой из далёкого Архангельска. До приезда Елены Степановны дисциплину «Методика преподавания математики» вели опытные преподаватели, но не имеющие кандидатской степени. Впервые на факультете появился высоко квалифицированный методист – кандидат педагогических наук.

С первых дней работы в вузе Е.С. Петрова проявила свои организаторские способности. По её инициативе был создан научно-методический семинар «Оптимизация учебного процесса», в процессе работы которого подробно изучалась монография Ю. К. Бабанского. Молодые преподаватели факультета Т.В. Костаева, Т.Ф. Зиновьева, Т.И. Фаддейчева с большим интересом включились в работу семинара. На его заседаниях обсуждались актуальные проблемы методики преподавания математики, перспективы школьного математического образования, новые направления в методической науке. Елена Степановна была душой семинара. Она всегда внимательно относилась к выбору темы выступления, давала ценные советы, делилась идеями, помогала в подборе литературы. Для многих из нас семинар стал стартовой площадкой для дальнейшего профессионального роста.

Елена Степановна стала основным лектором по дисциплине «Методика преподавания математики». Мне посчастливилось много лет работать вместе с ней. Я вела практические и лабораторные занятия и часто посещала лекции Елены Степановны. Наша работа велась в тесном сотрудничестве, мы часто обсуждали планы занятий, вносили коррективы в тематику изучаемого материала, выясняли, какую учебно-методическую литературу лучше рекомендовать студентам. И здесь мы столкнулись с проблемой нехватки литературных источников. Основная информация по вопросам общей методики находилась в журналах «Советская педагогика», «Народное образование», а частные вопросы методики освещались в журнале «Математика в школе». Чтобы помочь студентам ориентироваться в большом обилии журнальных статей, мы решили издать рекомендации по подготовке к занятиям по методике преподавания математики и осуществили эту идею. Так в 1980 году мы выпустили «Методические рекомендации по изучению курса методики преподавания математики» в трех частях, которые затем неоднократно переиздавали, внося в них изменения и дополнения, связанные с введением новых программ в средней школе.

Методические рекомендации содержали планы лекций и практических занятий, задания для самостоятельной работы, контрольные вопросы, программу зачетов и экзаменов. К каждому занятию приводился исчерпывающий список литературных источников, которыми мог воспользоваться студент. Особое внимание уделялось той научно-методической литературе, которая имелась в библиотеке педагогического института. Отмечу, что Елена Степановна всегда очень скрупулёзно оформляла ссылки на литературные источники, учитывая стандарты, действовавшие в то время. Это отношение к оформлению различных списков литературы передалось и мне, за что я ей очень благодарна.

До сих пор вспоминается совместная работа с Еленой Степановной по написанию методических пособий. Прежде всего мы обговаривали сроки работы над текстом того или иного пособия, составляли подробный план, намечали объём работы на неделю, встречались всегда в строго оговоренное время. Внимательно анализировали проделанную каждым из нас работу за неделю, записывали (тогда не было компьютеров) выверенный вариант и намечали дальнейшие задачи. Так в течение одного-двух месяцев рождалось новое пособие. Хочу отметить, что совместная работа с Еленой Степановной приносила большое удовлетворение. Она всегда внимательно относилась к мнению коллеги, учитывала предложения по проведению занятий со студентами, находила научные обоснования того или иного подхода.

Вместе с Еленой Степановной мы подготовили творческие задания по методике преподавания математики, направленные на формирование профессиональных навыков студентов. Были изданы материалы для студентов заочного отделения по проведению педагогической практики. Как всегда, они снабжались обширными ссылками на литературные источники. В помощь студентам, выполняющим курсовые исследования, было написано методическое пособие, содержащее тематику курсовых работ и требования к их оформлению.

Выпускники физико-математического факультета сдавали государственный экзамен по педагогике и методике преподавания математики. Елена Степановна всегда принимала участие в проведении этого экзамена. Она знала все тонкости его проведения, обращала внимание студентов на сложные вопросы методики, читала обзорные лекции. Тем не менее, Елена Степановна считала, что такой работы при подготовке к госэкзамену недостаточно, и в 1998 году мы выпустили методическое пособие для подготовки к государственному экзамену в двух частях. Это пособие пользовалось большим спросом у студентов.

Для нас Елена Степановна была не только старшим товарищем и ведущим лектором, она была источником информации о современном положении дел в методической науке. Это было связано с тем, что она очень много ездила на различные научные и методические конференции. Ежегодно Елена Степановна посещала Герценовские чтения в Ленинграде-Санкт-Петербурге. К моему счастью мне удалось съездить с ней на такие чтения. Я увидела, с каким почтением встречали Елену Степановну сотрудники

кафедры методики преподавания математики, коллеги их других вузов, среди которых были Г.Г. Левитас, М.Б. Волович и другие. Выступления Елены Степановны всегда воспринимались с неподдельным интересом, активно обсуждались и одобрялись. После каждой командировки Елена Степановна выступала с отчетом на заседании кафедры, и этот отчет каждый раз был не формальным, а по-настоящему содержательным и интересным. Кроме того, в неформальной обстановке она рассказывала обо всех новостях и тенденциях в образовании. Мы знали, что Елена Степановна вела обширную переписку с большим числом коллег ведущих педагогических вузов.

В день 50-летия Петровой Елены Степановны
На фото (сверху): Ваганова И.П., Исаева Л.Ф., Петрова Е.С., Корнеева А.О.
На фото (снизу):
Ваганова И.П., Зиновьева Т.Ф., Исаева Л.Ф.

Помимо учебной и научной работы мы помним Елену Степановну как очень компанейского человека. Она собирала вокруг себя не только членов своей кафедры, но и многих других сотрудников факультета.

На факультете стало традицией собираться у Елены Степановны 17 декабря в её день рождения. Все вместе готовили стол, проводили различные весёлые конкурсы, пели песни, читали стихи. А сколько фотографий сделала и подарила нам Елена Степановна!

Глядя на них, до сих пор мы вспоминаем годы совместной работы и, замечательного человека – Елену Степановну Петрову.

Т.А. КАПИТОНОВА,
*доцент кафедры математики и методики её преподавания*
*СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

ЛЕБЕДЕВА С.В.
*старший преподаватель кафедры математики*
*и методики её преподавания*
*СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

# ШКОЛА ЮНОГО ПЕДАГОГА КАК ОДНА ИЗ ФОРМ УГЛУБЛЕННОГО ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ

В Саратовском государственном педагогическом институте имени К.А. Федина большое внимание уделялось профессиональной ориентации будущих абитуриентов, проявляющими интерес к педагогической деятельности [1].

На физико-математическом факультете СГПИ регулярно проводились собрания, «Дни открытых дверей» для старшеклассников, во время педпрактики студенты старших курсов занимались профориентацией в школах города Саратова и Саратовской области.

Елена Степановна Петрова с момента начала работы на кафедре алгебры и геометрии физико-математического факультета СГПИ (в 1979 году) активно включилась в профориентационную работу по разным направлениям: являлась факультетским руководителем педагогической практики студентов IV-V курсов; осуществляла руководство математиками Школы Юного Педагога (ШЮП).

В заочную двухгодичную школу юного педагога принимались учащиеся 9-х и 10-х классов г. Саратова и Саратовской области, желающие без отрыва от занятий в средней школе готовиться к педагогической деятельности и поступлению в педагогический институт на все факультеты.

Курировала Школу Юного Педагога кафедра педагогики СГПИ (ответственный – ассистент В.С. Логинова), а на факультетах – кафедры, отвечающие за профессионально-методическую подготовку будущих учителей. На физико-математическом факультете – кафедра алгебры и геометрии (ответственный – доцент Е.С. Петрова) и кафедра общей физики (ответственный – старший преподаватель И.П. Ваганова).

Учащимся ШЮП высылались инструктивно-методические указания и контрольные задания по дисциплинам предметной подготовки (математика, физика) и по введению в педагогическую профессию (будущие абитуриенты писали творческие работы о своём видении профессиональной деятельности учителя). Выполненные учащимися контрольные задания после проверки преподавателями возвращались учащимся вместе с рецензиями и указаниями по исправлению допущенных ошибок.

Важно отметить, что обучение в ШЮП было бесплатным.

Учащиеся каждого года обучения во время учебного года решали 8 контрольных работ (по вариантам) по математике, каждая из которых состояла из 6-7 заданий. Задания по математике выполнялись учащимися ежемесячно и присылались в ШЮП пединститута не позднее 25 числа текущего месяца (с октября по май).

Составителем учебных заданий по математике для учащихся ШЮП была Елена Степановна Петрова. Подготовленное ею и высылаемое учащимся инструктивно-методическое руководство [2]содержало:

(1) задания по математике, предназначенные для выполнения учащимися ШЮП первого года обучения (девятиклассниками) и второго года обучения (десятиклассниками);

(2) «нулевой вариант», представляющий собой образец выполнения задания учащимися ШЮП;

(3) указания по оформлению контрольных работ.

Проанализируем подробнее тематику задач Пособия.

**IX класс**

Работа № 1 (октябрь).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Тождественное преобразование иррациональных выражений |
| 2 | Системы неравенств/смешанного типа: рациональных, логарифмических |
| 3 | Геометрическая задача (планиметрия) |
| 4 | Арифметическая и геометрическая прогрессии |
| 5 | Графическое решение уравнений, содержащих переменную под знаком модуля |
| 6 | Геометрическая задача на доказательство (планиметрия) |
| 7 | Задача на составление уравнений и систем уравнений (задача на движение) |

Работа № 2 (ноябрь).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Уравнение (второй степени) с параметром |
| 2 | Показательное, логарифмическое уравнение |
| 3 | Геометрическая задача (векторная алгебра) |
| 4 | Неравенство с модулем: графический и аналитический методы решения |
| 5 | Геометрическая задача (планиметрия) |
| 6 | Построение графика функций, содержащих переменную под знаком модуля |

Работа № 3 (декабрь).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Геометрическая задача на построение (планиметрия) |
| 2 | Иррациональное неравенство/система иррациональных и рациональных уравнений |
| 3 | Задача на составление уравнений и систем уравнений (задача на работу) |
| 4 | Приложения производной: механический смысл производной |
| 5 | Вычисление пределов (раскрытие неопределенностей вида (0/0), (∞/∞)) |
| 6 | Геометрическая задача, решаемая векторным методом (планиметрия) |

Работа № 4 (январь).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Геометрическая задача на доказательство (планиметрия) |
| 2 | Геометрическая задача на доказательство (планиметрия) |
| 3 | Приложения производной: механический смысл производной |

| | |
|---|---|
| 4 | Вычисление пределов (раскрытие неопределенностей вида (0/0), (∞/∞)) |
| 5 | Показательно-логарифмическое уравнение |
| 6 | Логарифмическое неравенство |

Работа № 5 (февраль).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Геометрическая задача, решаемая векторным методом (планиметрия) |
| 2 | Геометрическая задача на построение сечений (стереометрия) |
| 3 | Показательно-логарифмическое неравенство |
| 4 | Вычисление производной сложной функции |
| 5 | Системы неравенств/смешанного типа: рациональных, иррациональных, логарифмических, тригонометрических |
| 6 | Прогрессия |

Работа № 6 (март).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Приложения производной: задача на экстремум |
| 2 | Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений |
| 3 | Тождественные преобразования тригонометрических выражений |
| 4 | Геометрическая задача, решаемая векторным методом (планиметрия) |
| 5 | Геометрическая задача, решаемая векторным методом (планиметрия) |
| 6 | Геометрический смысл производной |

Работа № 7 (апрель).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Геометрическая задача, решаемая векторным методом (планиметрия) |
| 2 | Исследование свойств квадратичной функции/Теорема Виета |
| 3 | Приложения производной: исследование функции и построение графика |
| 4 | Приложения производной: наибольшее и наименьшее значения функции |
| 5 | Тождественные преобразования тригонометрических выражений |
| 6 | Геометрическая задача (планиметрия) |

Работа № 8 (май).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Геометрический смысл производной |
| 2 | Исследование функций и построение графика |
| 3 | Исследование свойств функций (четность-нечетность) |
| 4 | Геометрическая задача, решаемая векторным методом (стереометрия) |
| 5 | Геометрическая задача (стереометрия) |
| 6 | Геометрическая задача (стереометрия) |

**X класс**

Работа № 1 (октябрь).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Тождественное преобразование тригонометрических выражений |
| 2 | Исследование свойств функций (четность-нечетность) |
| 3 | Приложения производной: наибольшее и наименьшее значения функции |
| 4 | Геометрическая задача (стереометрия) |
| 5 | Системы рациональных уравнений |
| 6 | Геометрическая задача с параметрами (планиметрия) |
| 7 | Системы неравенств: графический метод решения |

Работа № 2 (ноябрь).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Векторы в пространстве |
| 2 | Тождественное преобразование тригонометрических выражений |
| 3 | Тригонометрические уравнения |
| 4 | Векторная алгебра: скалярное произведение векторов |
| 5 | Геометрическая задача на экстремум (планиметрия) |
| 6 | Приложения производной: исследование функции и построение графика |
| 7 | Геометрическое место точек в пространстве |

Работа № 3 (декабрь).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Геометрический смысл производной |
| 2 | Геометрическая задача на доказательство (стереометрия) |
| 3 | Тригонометрическое неравенство |
| 4 | Построение графика функций, содержащих переменную под знаком модуля |
| 5 | Приложения определённого интеграла: вычисление площади фигуры |
| 6 | Геометрическая задача, решаемая координатным методом (стереометрия) |
| 7 | Вычисление определенного интеграла |

Работа № 4 (январь).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Показательно-логарифмическое уравнение |
| 2 | Системы тригонометрических уравнений |
| 3 | Геометрическая задача (стереометрия) |
| 4 | Векторы в пространстве |
| 5 | Исследование функций на монотонность и экстремум |
| 6 | Уравнение плоскости в пространстве: условие перпендикулярности плоскостей |
| 7 | Тождественное преобразование тригонометрических выражений |

Работа № 5 (февраль).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Векторы в пространстве |
| 2 | Геометрическая задача на экстремум (стереометрия) |
| 3 | Показательное уравнение |
| 4 | Геометрический смысл производной |
| 5 | Геометрическая задача (стереометрия) |
| 6 | Тригонометрическое уравнение |
| 7 | Геометрическая задача (стереометрия) |

Работа № 6 (март).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Приложения производной: стереометрическая задача на экстремум |
| 2 | Вычисление площадей фигур |
| 3 | Вычисление производной и решение тригонометрического уравнения |
| 4 | Логарифмическое неравенство |
| 5 | Геометрическая задача (стереометрия) |
| 6 | Координаты вектора в пространстве |
| 7 | Системы уравнений |

Работа № 7 (апрель).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Геометрическая задача (стереометрия) |
| 2 | Построение графиков функций (с модулем) |

| | |
|---|---|
| 3 | Системы уравнений/смешанного типа: иррациональных, показательных, логарифмических |
| 4 | Вычисление определенного интеграла |
| 5 | Производная сложной функции |
| 6 | Уравнения плоскости в пространстве: условие параллельности плоскостей |
| 7 | Геометрическая задача (стереометрия) |

Работа № 8 (май).

| № задания | Раздел школьного курса математики |
|---|---|
| 1 | Геометрическая задача (стереометрия) |
| 2 | Система рациональных неравенств |
| 3 | Вычисление первообразной функции |
| 4 | Геометрическая задача, решаемая векторным методом (стереометрия) |
| 5 | Геометрическая задача (стереометрия) |
| 6 | Векторы в пространстве |
| 7 | Метод Гаусса решения систем линейных уравнений |

Тематика задач достаточно разнообразна: представлены задачи по всем основным разделам школьных курсов геометрии (планиметрии и стереометрии), алгебры и математического анализа.

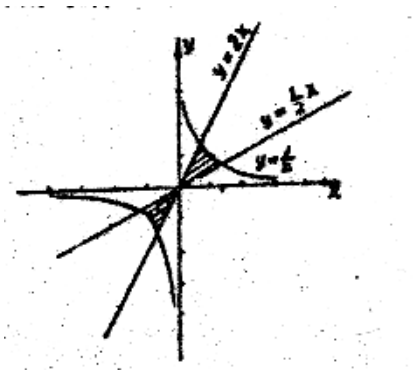
Напомним, что в то время обучение математике в старших классах общеобразовательных школ велось с использованием следующих учебников:

– Алгебра и начала анализа: Учебное пособие для 9 и 10 классов средней школы. / А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Б.Е. Ейц, О.С. Ивашев-Мусатов, Б.М. Ивлев, С.И. Шварцбурд. Под редакцией А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 1980.

– Геометрия: Учебное пособие для 9-10 классов средней школы. / В.М. Клопский, З.А. Скопец, М.И. Ягодовский. Под редакцией З.А. Скопеца. – М.: Просвещение, 1982.

Содержание школьной программы по математике позволяло каждому успевающему ученику без особых проблем решить первые пять заданий контрольной работы, которые можно охарактеризовать как типовые задания I и II уровней сложности (то есть задания алгоритмические). Шестое и седьмое задания можно отнести к классу исследовательских (полуэвристических) задач, которые вполне по силам школьникам, собирающимся сферой своей будущей профессиональной деятельности выбрать преподавание математики.

Так, задание 6 (X класс, контрольная работа № 1, вариант 1): *Даны две пересекающиеся прямые a и b. Найти на них пару точек, симметричных друг другу относительно третьей данной прямой c. Исследовать все возможные случаи решения задачи;* – после исследования учениками всех случаев взаимного расположения трёх данных прямых становится типовой (алгоритмической для каждой выявленной конфигурации). Задачам на геометрические преобразования посвящена вторая глава «Перемещения пространства. Векторы» школьного учебника геометрии [4, с.36-63].



Задание 7 (X класс, контрольная работа № 1, вариант 1): *Записать систему неравенств, множество решений которой изображается заданной на чертеже областью.*

В курсе алгебры и начал анализа решению систем неравенств отводится несколько уроков; средством обучения является серия упражнений на решение систем неравенств, в том числе и графическим методом [3, с. 235]. Задание 7 для юных педагогов-математиков можно считать обратной задачей к типовой алгоритмической задаче на решение системы неравенств. Относительная сложность её заключается в симметричности относительно начала координат заштрихованной области.

Представленные в пособии [2] задания ещё раз подчеркивают постоянство интересов Е.С. Петровой, её приверженность тематике, рассматриваемой в её кандидатской диссертации «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии на факультативных занятиях в средней школе» (1971 год).

В процентном отношении в пособии [2] задачи:

– курса «Алгебра» составили ≈ 29,5%;
– курса «Тригонометрия» ≈ 9,5%;
– курса «Математический анализ» ≈ 22%.
– курса «Геометрия» (раздел «Планиметрия») ≈ 14%
– курса «Геометрия» (раздел «Стереометрия») ≈ 25%

Среди геометрических задач:

– задачи на доказательство составили ≈ 10%;
– задачи на построение составили ≈ 2,5%;
– задачи курса «Векторная алгебра» составили ≈ 31,5%.

Литература

1. Саратовский ордена «Знак Почета» государственный педагогический институт имени К.А. Федина. Проспект для поступающих. Саратов, 1985. – 52 с.
2. Учебные задания для учащихся областной заочной школы юного педагога при Саратовском государственном педагогическом институте им. К.А. Федина. Математика. / Составитель: Петрова Е.С.: Саратов, 1981. – 26 с.
3. Алгебра и начала анализа: Учебное пособие для 9 и 10 классов средней школы. / А.Н. Колмогоров, А.М. Абрамов, Б.Е. Ейц, О.С. Ивашев-Мусатов, Б.М. Ивлев, С.И. Шварцбурд. Под редакцией А.Н. Колмогорова. – М.: Просвещение, 1980.
4. Геометрия: Учебное пособие для 9-10 классов средней школы. / В.М. Клопский, З.А. Скопец, М.И. Ягодовский. Под редакцией З.А. Скопеца. – М.: Просвещение, 1982.

Е.А. НИКИТИНА,
*доцент кафедры методологии образования*
*СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

# В ПАМЯТЬ О Е.С. ПЕТРОВОЙ, УЧЕНОМ, ПЕДАГОГЕ И ЧЕЛОВЕКЕ

Елена Степановна Петрова…

При упоминании этого имени, в моем сознании возникает образ вдумчивого ученого, состоявшегося преподавателя-математика и одновременно поэтического лирика, которому ничто человеческое было не чуждо.

Мне кажется, я помню ее нелегкую, но стремительную поступь с большим портфелем в руках, внимательный взгляд, аккуратную стрижку и как-то вдруг мгновенно возникшую улыбку на лице…

Сначала она была моим вузовским преподавателем, потом коллегой, а позже, получив докторскую степень, членом диссертационного совета СГУ, где состоялась защита моей кандидатской. Так складывался портрет этого человека, который постепенно дополнялся по разным случаям и обстоятельствам жизни и нашей совместной работы в течение восьми лет.

Ещё, будучи студенткой, с легкой руки Елены Степановны мне посчастливилось участвовать в научной конференции в Ростове-на-Дону. Нас встречала и курировала Т.Т. Фискович, давняя коллега и единомышленник Елены Степановны, их совместная идея творческого обмена студенческими группами педвузов двух городов была реализована в жизнь. А для меня памятно еще и то, что на самолете я летела вообще первый раз в своей жизни – и, получается, благодаря Елене Степановне!

Став коллегой Е.С. Петровой, я поняла, что математика, методика ее преподавания, наука занимали большую часть ее жизни. И, думаю, у Елены Степановны было какое-то правильное отношение к этому. Она была самым «выездным» преподавателем кафедры с широким кругом научных связей. Информация о предстоящих конференциях у нее всегда была на слуху (Питер, Москва, Ростов-на-Дону и др.), и это, заметим, в период отсутствия Интернета и мобильной связи. Каждая такая поездка заряжала Елену Степановну новыми планами, наполняла яркими эмоциями, подпитывала энергией, независимо от того, каких материальных затрат ей это стоило.

Елену Степановну отличала исключительная добросовестность в работе: она тщательно вычитывала редактируемые ею сборники (помню, поправила в моей первой статье инициалы одного из упомянутых авторов, сославшись на то, что это очень известная в науке личность). Все курсовые и дипломные работы изучались ею, как надо и в срок. Она много бывала у студентов на педагогической практике – могла по-настоящему поддержать и по-хорошему пожурить начинающих учителей. Помнится, мы посетили с ней вместе урок одного «нерадивого» студента в школе № 21. Вступление Елены Степановны к его анализу было предельно лаконичным и точным: «Ну, что ж, каков поп, таков и приход…»

Ее порядочность, добросовестность, полная отдача в работе, граничащая с самозабвением, не казались нам со стороны чем-то тягостным, изнуряющим (да и жаловаться она не умела), совсем наоборот, она была неподдельно счастлива в водовороте своей педагогической деятельности и всегда «была у станка». И все это сохранилось в ней до самых последних дней жизни.

А еще, что запало в мою память, так это ее отношение к молодым коллегам: умение общаться на равных, искренне переживать за продвижение в науке, организовывать и привлекать молодых в сборники публикаций и др.

Мы знали, что Елена Степановна не допускала даже мысли о том, чтоб кто-то из молодых работал за нее в силу ее занятости или каких-то других важных причин. Никогда она не ставила нас в положение, при котором ей кто-то что-то должен и обязан. Так было до защиты ее докторской диссертации, так было и после.

Я благодарна Елене Степановне за этот ценный и ненавязчивый пример отношения к работе и к педагогической деятельности в целом, который я получила, будучи начинающим преподавателем на кафедре алгебры и геометрии Педагогического института им. К.Д. Федина, а позднее на кафедре математики и методики ее преподавания СГУ им. Н.Г. Чернышевского!

Но самые незабываемые для меня – минуты неформального общения на кафедре, когда звучал ее легкий и яркий слог, в котором сочетались настоящий пафос и добрая ирония, юмор и житейская наблюдательность. Мне казалось, что поэтическое вдохновение у нее было всегда, потому, что ее стихи рождались в один вечер, в одну ночь по самым разным поводам: дни рождения коллег, наш общий профессиональный праздник или чье-то новоселье. Помню, как-то под Новый год (на заре моей научной деятельности) мне достался от нее куплет-пожелание: «Какое сочетание: петух и водолей! К Луканкину, к Луканкину Никитиной скорей!» Эти строчки в моей памяти на всю жизнь!

Воспоминания о Елене Степановне, так или иначе, связаны с воспоминаниями о нашей той большой пединститутской кафедре в составе многих моих студенческих преподавателей, поистине создавших дух этой кафедры. Его значимой частью была Елена Степановна Петрова.

Она могла «петь дифирамбы» по какому-либо официальному поводу, но сама не любила их и избегала любого подобострастия в свой адрес, потому что была реальным человеком и большим тружеником.

Елена Степановна умела принципиально возражать, наивно радоваться и делиться впечатлениями, быть неприхотливой в быту и шутить даже на больничной кровати … и совсем не умела лукавить – все это в прошедшем времени.

А слово «помню» звучит в настоящем!

Значит, наша память о **настоящем педагоге и человеке** сильнее стремительно бегущих дней и лет…

И.П. ВАГАНОВА,
*с 1967 года по 2001 год*
*старший преподаватель кафедры общей физики*
*СГПИ им. К.А.Федина / СГУ им. Н.Г. Чернышевского*

## ВСПОМИНАЯ О Е.С. ПЕТРОВОЙ…

С Еленой Степановной Петровой мы начинали вместе работали в Совете физико-математического факультета Саратовского государственного педагогического института имени К.А.Федина (СГПИ) в 1980 году. Более близкое общение с Еленой Степановной началось с моего юбилея (50-летия) 15 марта 1982 года. Сначала была торжественная часть на кафедре физики СГПИ, а потом я пригласила коллег домой. Пришли на «сабантуй» физики (с моей родной кафедры общей физики и с соседней кафедры теоретической физики), а также представители математических кафедр, всего было примерно 25 человек. С математиками пришла и Елена Степановна.

В доме у Вагановой И.П., март 1989 года
Викторина «Что? Где? Когда?»

Постепенно с Еленой Степановной у нас сложились дружеские отношения. Я познакомила её со своими друзьями и родственниками. Обычно мы встречались у меня дома. Играли в «Эрудит», викторину, отгадывали кроссворды. Елена Степановна по этой части была большой мастер. Она, как и я, любила путешествовать – смотрели альбомы, делились воспоминаниями. Совершали вылазки на природу.

На моем дне рождения в 1990 году одна из моих подруг предложила организовать что-то вроде клуба, чтобы встречаться почаще и делиться своими воспоминаниями, впечатлениями о прочитанном и увиденном. Идея понравилась, и уже 1 апреля этого года мы провели первое заседание клуба, придумали его эмблему (сова). Я предложила название «КЛИН» (Культура. Литература. Искусство, Наука.), и его гимн:

*Чтоб интересней было жить,*
*Клуб мы придумали свой учредить,*
*Чтоб клином серость и скуку выбивать,*
*«КЛИН» – так решили мы клуб свой назвать*

День рождения клуба «КЛИН» –
1 апреля 1990 год

На заседании клуба «КЛИН»
в августе 1990 года

Позднее Елена Степановна предложила ещё одно название «СПИД» (Салон престарелых интеллигентных дам) и свой гимн:

*Мы пришли сюда молиться*
*В храм искусства и науки,*
*Чтоб светлели наши лица,*
*Чтоб не знать тоски и скуки.*
*Пусть вовек ничто не сломит*
*Наши дружеские узы.*
*Это после, а сегодня*
*Посвящаем время музам.*

По списку нас было 11 человек, но не всегда все могли прийти, обычно было 7-8 человек. Каждый готовил какое-то краткое сообщение. А затем наша встреча заканчивалась небольшой трапезой. Я готовила небольшое угощение и каждый что-то ещё приносил. Было весело и интересно. Наш клуб просуществовал около двух лет.

А потом я уже занялась настоящим клубом. С самого начала существования городского Совета ветеранов я входила в его президиум, выполняла определенную и разнообразную работу. А в начале 1992 года было принято решение о создании городского клуба «Ветеран». Мне предложили его возглавить. Я долго отказывалась, но меня уговорили, и я вела эту работу целых 9 лет (1992-2001 гг.), организовав за это время 86 вечеров. Они сначала проходили в Доме Знаний, а затем в Доме Офицеров.

Мои друзья стали приходить в клуб «Ветеран». Когда была свободна от занятий, приходила и Елена Степановна. А однажды она даже выступила со сцены с небольшими воспоминаниями и своим стихотворением о комсомоле. Вечер был посвящен 80-летию ВЛКСМ и назывался «Юность моя – комсомол». Это был очень хороший вечер. Ветераны делились воспоминаниями, а на груди у них алела эмблема нашего вечера – на фоне алого капронового банта комсомольский значок (из бумаги). Мои помощницы – члены совета городского клуба «Ветеран» изготовили их более 450.

С Еленой Степановной связывала меня также работа в пединституте, хотя мы и были на разных кафедрах: мы обе входили в Совет факультета, обе вели педпрактику, обе руководили ШЮП (школа юного педагога) – она математиками, а я физиками, обе участвовали во встречах со стажерами и т.д.

Но продолжались и наши домашние встречи, обычно 1-2 раза в неделю она приходила ко мне, и мы вдвоём, а иногда присутствовал кто-то еще, говорили о своем житье-бытье в нелёгкие 90-е годы, критиковали наших руководителей. Елена Степановна читала свои стихи, которые нам очень нравились, и в которых было много юмора. Часто ходили на природу, летом иногда вместе ездили на пляж. А потом она надолго уезжала (во время отпуска). Радостно встречались осенью.

Ещё хочется отметить любовь Елены Степановны к животным. У меня был кот Чижик. Приходя ко мне в гости, Елена Степановна приносила ему гостинцы.

Когда я уехала на ФПК в Москву на 4 месяца, кот сначала остался дома. Его навещали, кормили и убирали за ним мои родственники и соседка. Елена Степановна тоже его навещала, а потом забрала его к себе, где он и дождался моего приезда. Я была ей очень благодарна.

Но не всегда наши взгляды совпадали. Елена Степановна всегда подчеркивала, что она ч-е-л-о-в-е-к (а не женщина) и не ходила на наши институтские праздники в честь 8 марта, даже когда ей должны были вручать «Почетную грамоту».

Октябрьское ущелье, май 1983 года.

А на одном из моих дней рождения, где были и друзья, и родственники, муж моей двоюродной сестры, уходя, пожелал нам: «Ну, девчата, всего вам доброго и женихов хороших» (а большинство из нас не были замужем). Елену Степановну это очень обидело, она его просто возненавидела на всю оставшуюся жизнь, если они случайно встречались у меня, лицо её становилось злым, и она сразу уходила. А он, кстати, был очень порядочным и уважаемым человеком, прекрасным семьянином и прожил со своей женой более 50 лет.

Но, несмотря ни на что, нам было хорошо вместе. Ходили на концерты, в театры, посещали лекции по краеведению. Часто делали вылазки на природу – на Дачные остановки, в Октябрьское ущелье, Парк Победы.

С Еленой Степановной всегда было интересно. А какие письма она писала, когда была в отъезде! А какие стихи!..

Наша дружба продолжалась более 25 лет, правда с перерывом в 1999-2006 гг. Я познакомила Елену Степановну со всеми своими друзьями и родными. Она с ними встречалась и тогда, когда, как говорится, между нами кошка пробежала: однажды она меня очень обидела.

Алабова Н.М., Петрова Е.С., Ваганова И.П.
1 мая 1987 год

А дело было так. До этого я и Надя (Алабова Надежда Михайловна – подруга со школьных лет) помогали ей в ремонте квартиры (клеили обои), а потом она выкрасила полы и несколько дней жила у меня. Сидим, завтракаем. Уже приехали на сессию заочники. И я пожалела заочниц, у которых и домашнее хозяйство в деревне, и работа, и дети, и учёба в институте. Это почему-то очень рассердило Елену Степановну: она резко отодвинула чашку кофе, вскочила и умчалась в институт и больше уже на ночёвку не приходила. Её поведение меня, конечно, огорошило и обидело, тем более, что я на тот момент из-за болезни не работала. Через полгода, осенью, мы встретились, но отношения были прохладные. А в мае следующего (2001) года я уволилась из института (вышла на пенсию), и поводов для наших встреч не было. Она продолжала встречаться с моими друзьями, но ко мне не приходила и даже не поздравляла с днём рождения, хотя бы по телефону или открыткой.

Однажды, это было 8 мая 2006 года, я возвращалась с возложения венков на Воскресенском кладбище, встретила Капитонову Т.А., которая сообщила, что Елена Степановна лежит в 9-ой городской больнице с инфарктом мозга. Там я её навестила, потом приходила несколько раз к ней домой, выполняла небольшие её поручения (отправить письмо, проявить фотопленку, что-то купить и т.п.). Наши отношения постепенно налаживались. И с осени уже было всё хорошо. Встречались у меня, играли в разные игры, беседовали на разные темы и т.д. Когда она уезжала в командировки, я её обычно провожала и встречала. Ей это было очень приятно.

Так было и в горестном 2009 году. Она ездила в командировки в Волгоград, Москву, Ленинград, Ульяновск. Радостной она приехала из последней командировки, из Ярославля, 22 мая 2009 года. Я её, как обычно, встретила. Ехали в троллейбусе, она делилась впечатлениями. Доехали до дома. Зашли к соседке Таисии Павловне, которая вынимала её почту, поднялись на пятый этаж, вошли в квартиру. А дальше… Я пошла относить её вещи в комнату, а Елена Степановна пошла в ванную комнату. Возвращаюсь. А она барахтается на полу, силясь подняться, но безрезультатно. Я тоже не смогла ей помочь – сил моих не хватило. Она попросила дать ей лекарство, я его нашла в столе и дала ей. И тут она отключилась. Надо бы сразу звонить в «Скорую помощь», но сначала открыть её дверь (я не сразу догадалась, что у двери есть ещё один запор наверху). В конце концов, я дверь открыла и побежала за помощью к соседям. Стали звонить в «Скорую», а она приехала очень нескоро, хотя находится буквально в двух шагах от дома. Когда, наконец, появились

врачи, то «Скорая» почему-то повезла её в больницу на 5-ой Дачной. Я поехала с ней. Сообщили на кафедру. В больнице тоже не сразу оказали помощь… Потом её взяли в палату и обнаружили у неё на затылке большую гематому. По-видимому, она тогда в туалете упала, ударившись головой о ванную. А через 2 дня она умерла (24 мая). Хоронили её из больницы. Положили вместе с мамой на 40-м участке Елшанского кладбища. Я довольно часто бываю на Елшанском кладбище, где у меня схоронена мама и много родственников и друзей, и всегда захожу на могилу Елены Степановны. Кладу цветы, вспоминаю нашу дружбу, сожалею о её раннем уходе (всего-то 71 год).

Осень 2007 года. Прогула по городу Саратову

Мне её бесконечно жаль. Очень талантливый и неординарный человек, доктор наук, заядлый турист. Смотрю на её фотографии, читаю её стихи, использую её всегда оригинальные подарки и вспоминаю наши встречи. Последний раз она у меня была в гостях 15 мая 2009 года. 17 мая я проводила её на конференцию в Ярославль, 22 мая встретила, а 24 мая её не стало. Пусть живет добрая память о ней в сердцах друзей, соратников по работе и бывших студентов.

Да, нам не всегда было легко и просто вдвоём. Я-то, ведь, тоже, как говориться, «не сахар». Елена Степановна меня иногда дразнила «отличник уличного движения».

А ещё она написала о нас очень правильное стихотворение.

*Служили два друга в нашем полку.*
*Пой песню, пой!*
*Если один из друзей грустил,*
*Смеялся и пел другой.*
*И часто ссорились эти друзья.*
*Пой песню, пой!*
*И если один говорил из них «Да!»*
*«Нет!», говорил другой.*
*И кто бы представить сумел, хоть раз.*
*Пой песню, пой!*
*Что песня написана явно про нас*
*С Ириной Петро-о-вной!*
*Друзьям пожелает свой бодрый стих*
*Пой песню, пой!*
*Чтоб стал толерантней один из них*
*И стал таким же другой!*
*Пусть каждый душевным теплом согреет*
*Пой песню, пой!*
*Живет в добром здравии сотню лет*
*И пусть Ирине Петровне привет*
*Шлют сотни новых друзей!* *(2.III. 2009)*

В.Н. РЫЖОВ,
*доцент кафедры математики и методики её преподавания*
*СГУ имени Н.Г. Чернышевского,*
*старший научный сотрудник Аткарского краеведческого музея*

# КОЛЛЕКЦИЯ ЗНАЧКОВ ПРОФЕССОРА Е.С. ПЕТРОВОЙ КАК ПАМЯТЬ О ГОРОДАХ И СОБЫТИЯХ

Одним из многих увлечений Петровой Елены Степановны было собирание значков. После себя она оставила два солидной толщины хорошо систематизированных альбома. По этим альбомам и значкам можно проследить географию поездок и увлечений Елены Степановны.

Собирать значки она начала еще в школьные и студенческие годы. Самые ранние из них относятся к 1953 году, когда она школьницей побывала на экскурсии в Москве. Каждый из значков коллекции закреплен на тесьме, которая в свою очередь подшита к странице альбома. Почти каждый значок снабжен комментарием – когда и где, при каких обстоятельствах он приобретен.

К сожалению, на кафедре остались лишь два альбома, в которых последние значки датированы 1974 годом. Но и эта коллекция позволяет проследить интересы профессора Е.С. Петровой и маршруты ее путешествий.

В основном Елена Степановна собирала значки с видами тех городов и мест, в которых она побывала. Например, есть значок с экзотическим названием «Мудьюг» – остров в Белом море, вблизи устья Северной Двины. На острове расположен маяк, открытый в 1838 году и музей концентрационного лагеря (1918–1920 гг.) в составе Архангельского областного краеведческого музея. Кстати, в советское время такое имя носил один из ледоколов. Часть значков посвящена пароходам, на которых приходилось ей плавать во время экскурсий.

Есть значки различных вузов, серия значков посвящена вокзалам Москвы и башням Кремля. Несколько значков было привезено из зарубежной поездки – круиза по Дунаю,

Совсем необычным оказалось наличие в коллекции пяти (!) значков «Турист СССР», которые давались за прохождение многодневных туристических маршрутов определенной категории сложности. Первый из них получен Еленой Степановной летом 1959 года – он изготовлен еще из латуни с эмалевым покрытием. А пятый датируется августом 1972 года после похода по маршруту № 818 по Кавказу: Сочи – Красная поляна – Пслух – Энгдельманова поляна – Азмыч – Авуадхара –

озеро Рица – Адлер. Этот значок изготовлен уже из алюминия.

Совсем необычными выглядят деревянные значки, посвященные городам Русского Севера – это Кижи, Петрозаводск (с которым связано участие в Летней школе геометров, июнь 1971 года).

Десять значков посвящено Суздалю, пять – Северодвинску, два – Саратову (относятся к 1968 году). Родной для Елены Степановны Архангельск отображен на 11 значках.

Рядом со значком города Суздаля есть небольшая пометка, сделанная рукой Елены Степановны: «Не была, но буду!». А чуть ниже: «Была! 24.05.73».

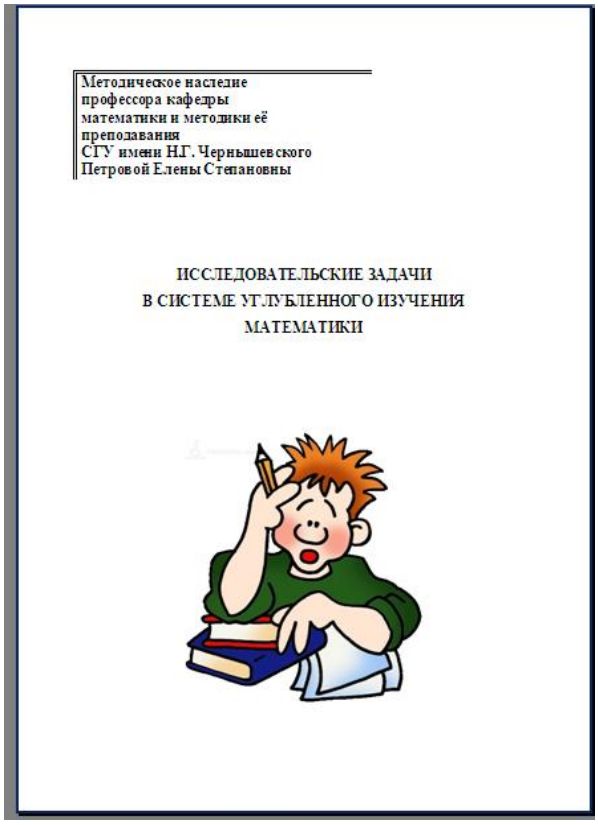
Рядом с некоторыми значками есть небольшие стихотворения. В заключение процитируем одно из них, которое, на мой взгляд, отражает в значительной мере характер этой незаурядной женщины-ученого и педагога:

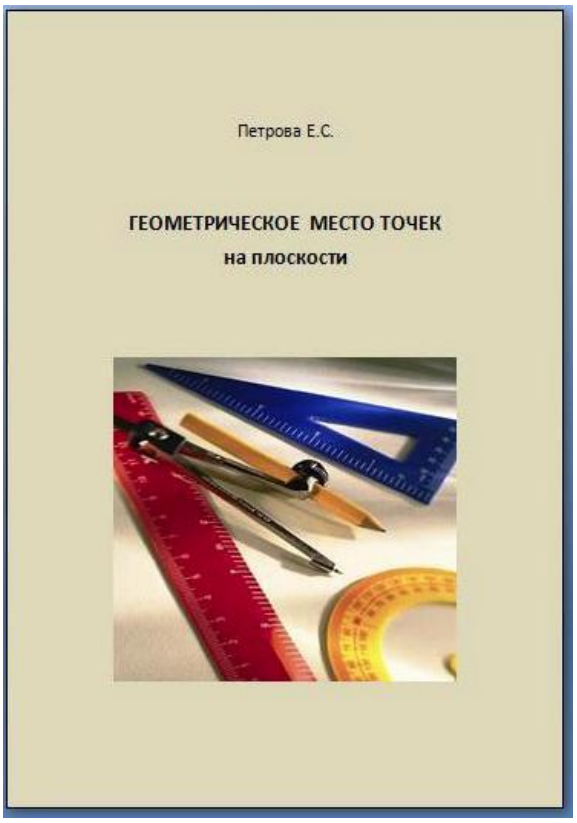
*А на дипломах синеблузых*
*Гербы Советского Союза.*
*А это значит,*
*что ждут нас школы*
*От Магадана и до Колы.*

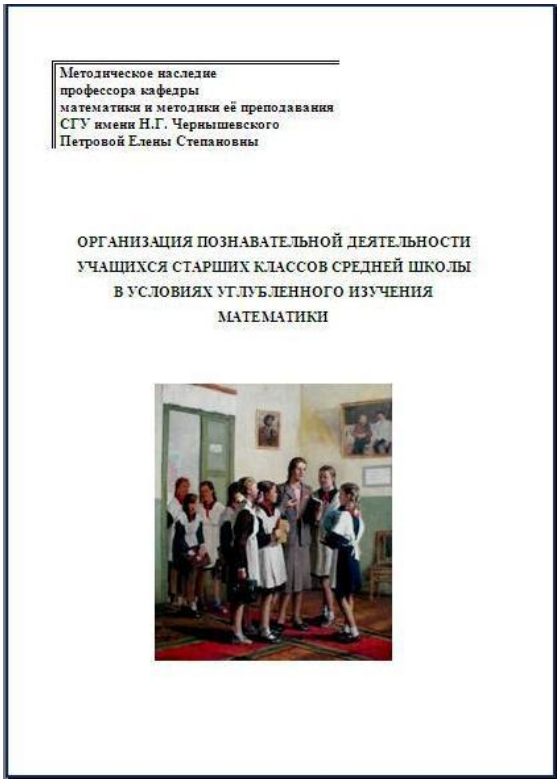
*Психологами и педагогами давно установлено, что интерес к любой учебной дисциплине является мощным стимулом активизации познавательной деятельности учащихся. Справедливо и обратное утверждение: одним из основных источников познавательного интереса является процесс сосредоточенной деятельности, направленной на развитие познавательной задачи. В наибольшей степени это положение «работает» при углубленном изучении школьниками данной дисциплины в силу соответствующего контингента учащихся. Мы будем говорить об углубленном изучении математики.*

Е.С. Петрова

# АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ УГЛУБЛЕННОГО ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ




В рамках различных проектов, организованных кафедрой математики и методики её преподавания СГУ для студентов старших курсов, были «восстановлены текст» трёх методических пособий Е.С. Петровой (в единственном экземпляре хранится в библиотеке кафедры). Теперь материалы этих пособий доступны студентам и преподавателям.

О.В. ЗАЦЕПИНА,
*к.ф.-м.н., доцент кафедры математики и методики преподавания математических дисциплин РГУ имени С.А. Есенина*

Г.В. КИОТИНА
*к.ф.-м.н., профессор кафедры математики и методики преподавания математических дисциплин РГУ имени С.А. Есенина*

# К ВОПРОСУ О КЛАССИФИКАЦИИ ДВИЖЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

Используя свойства косого четырёхугольника Саккери, введённого авторами, даётся конструктивное решение вопроса классификации движений евклидова пространства, что позволило дополнить естественным образом классификацию, изложенную в учебной литературе, например в [1, 2] одним частным видом и сократить её изложение.

I. Основные свойства инвариантных элементов движений пространства.

Движения в пространстве классифицируются по числу инвариантных элементов (точек, прямых и плоскостей).

Учитывая, что классификация движений пространства, имеющих не менее двух инвариантных точек, не вызывает затруднений и состоит из четырёх видов:

- тождественное преобразование;
- отражение от плоскости;
- поворот на угол $\varphi \neq 180^0$;
- отражение от прямой; –

проведём классификацию движений, имеющих не более одной инвариантной точки.

В учебных пособиях [1, 2] классификация движений проводится, опираясь на ряд лемм, в том числе на лемму о существовании в любом движении инвариантной прямой, при этом в [1] данная лемма принимается без доказательства, а в [2] приводится довольно сложное её доказательство. В учебном пособии [4] классификация движений пространства проводится с помощью представления движений в виде композиции отражений от плоскостей. Решение вопроса занимает более двадцати страниц. В других учебных пособиях классификация движений в пространстве приводится без доказательства.

Сформулируем свойства инвариантных элементов, которыми будем пользоваться в дальнейшем.

1) если движение имеет инвариантные плоскость $\alpha$ и точку A (прямую m), то оно имеет инвариантную прямую (плоскость) перпендикулярную плоскости $\alpha$ и проходящую через точку A (прямую m);

2) если при движении инвариантны точка A и прямая m, то инвариантна плоскость, перпендикулярная прямой m и проходящая через точку A;

3) если движение имеет единственную инвариантную точку, то эта точка принадлежит каждой инвариантной прямой и каждой инвариантной плоскости этого движения;

4) если движение f имеет прямую q инвариантных точек и инвариантную плоскость, проходящую через прямую q, u не имеет других инвариантных точек, то f – отражение от прямой q.

Свойства 1-3 очевидны и используются в [1, 2], а свойство 4 вытекает из приведённой классификации движений, имеющих не менее двух инвариантных точек.

II. Движение f имеет одну инвариантную точку.

Пусть $f(0) = 0$, $f(A_1) = A_2$, $f(A_2) = A_3$, $f(A_3) = A_4$.

Тогда

$$A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4,\ OA_1 = OA_2 = OA_3 = OA_4,\ A_1 \neq A_2,\ A_2 \neq A_3,\ A_3 \neq A_4. \qquad (1)$$

Рассмотрим случай, когда точки $A_1$, $A_2$, $A_3$ принадлежат одной прямой, и, следовательно, прямая $m_1 \equiv A_1A_2$ – инвариантна при движении f. Так как точка O – единственная инвариантная точка движения f, то, по свойству 3, она принадлежит прямой $m_1$, а, по свойству 2, движение f имеет инвариантную плоскость $\alpha_1$, перпендикулярную прямой $m_1$ и проходящую через точку O.

Рассмотрим случай, когда точки $A_1$, $A_2$, $A_3$ не принадлежат одной прямой, а точки $A_i$, $i = 1, 2, 3, 4$, принадлежат одной плоскости $\alpha_2$, и, следовательно, $\alpha_2$ инвариантная плоскость. По свойству 3, точка O принадлежит плоскости $\alpha_2$, а, по свойству 1, движение f имеет инвариантную прямую $m_2$, проходящую через точку O и перпендикулярную плоскости $\alpha$.

Рассмотрим общий случай, когда точки $A_i$ не принадлежат одной плоскости. Тогда из равенств двух пар треугольников $A_1A_2A_3$ и $A_2A_3A_4$; $A_1A_2A_4$ и $A_4A_3A_1$ (по трем сторонам) получим, что в этих треугольниках равны две пары медиан $A_1O_2 = A_4O_2$ и $A_2O_4 = A_3O_4$. Отсюда следует, что $O_4O_2$ – общий перпендикуляр прямых $A_1A_4$ и $A_2A_3$, то есть точки прямой $O_4O_2$ равноудалены от пар точек $A_1$, $A_4$ и $A_2$, $A_3$. На этой прямой лежит и точка $O'$, равноудалённая от точек $A_1$, $A_2$, $A_3$, $A_4$. Отсюда следует, что $O' \equiv O$, так как точка O, так же как и точка $O'$, является центром сферы, описанной около тетраэдра $A_1A_2A_3A_4$, поэтому $O'$ – инвариантная точка движения. Из того, что $f(O_1) = O_2$, $f(O_2) = O_3$, $f(O') = O'$ следует, что плоскость $\alpha \in O_i$ инвариантна и, по свойству 1, в движении f существует инвариантная прямая $m_3$, перпендикулярная плоскости $\alpha$ и проходящая через точку $O'$.

Во всех трёх случаях имеем инвариантную плоскость $\alpha_i$, инвариантную точку O, ей принадлежащую, и инвариантную прямую $m_i$, проходящую через инвариантную точку O и перпендикулярную плоскости $\alpha_i$. Отсюда следует, что в инвариантной плоскости $\alpha_i$ индуцируется движение, имеющее одну инвариантную точку O, то есть поворот на некоторый угол $\varphi$ относительно точки O, а на прямой $m_i$ индуцируется отражение от точки O.

При $\varphi \neq 180^0$ рассмотрим движение $f_1 = f \circ f_2$, где $f_2$ – отражение от плоскости $\alpha_i$. В преобразовании $f_1$ инвариантна каждая точка прямой $m_1$, и нет других инвариантных точек, поэтому оно является преобразованием поворота относительно прямой $m_i$ на угол $\varphi \neq 180^0$. Так как $f_2$ – инволюционное преобразование, то получим, что f является композицией поворота $f_1$ на отражение $f_2$ от плоскости $\alpha_i$ независимо от порядка их выполнения. Движение f в этом случае называется поворотным отражением с углом поворота $\varphi \neq 180^0$, оно имеет единственную инвариантную плоскость, точку и прямую.

При $\varphi = 180^0$ рассмотрим движение $f'_1 = f \circ f_2$, где $f_2$ – отражение от точки O. При движении $f'_1$ инвариантна каждая точка плоскости $\alpha_i$ и каждая точка прямой $m_i$, то есть $f'_1$ – тождественное преобразование, а следовательно f – отражение от точки O. Преобразование f имеет в этом случае связку инвариантных прямых и плоскостей.

III. Движение не имеет инвариантных точек.

1. Движение f имеет по крайней мере одну инвариантную плоскость.

Так как f не имеет инвариантных точек, то в инвариантной плоскости α индуцируется или параллельный перенос, или скользящее отражение от прямой m. В обоих случаях в плоскости α имеется инвариантная прямая b, а значит инвариантна плоскость β, перпендикулярная к плоскости α и проходящая через прямую b, в которой также индуцируется одно из указанных движений. Так как на прямой b индуцируется параллельный перенос на некоторый вектор $\vec{a}$, то возможны следующие три случая:

а) в каждой из плоскостей α и β индуцируется параллельный перенос $g_a$ на вектор $\vec{a}$;

б) в одной из инвариантных плоскостей (например, в α) индуцируется движение $g_a$, а в другой скользящее отражение g от прямой b, на тот же самый вектор $\vec{a}$;

в) в каждой из плоскостей α и β индуцируется скользящее отражение от прямой b на один и тот же вектор $\vec{a}$.

Рассмотрим движение $f_2 = f \circ g^{-1}_a$.

В случае (а) при движении $f_2$ инвариантна каждая точка плоскостей α и β и, следовательно, $f_2$ – тождественное преобразование, а f – параллельный перенос.

В случае (б) при движении $f_2$ каждая точка плоскости α – инвариантна, а других инвариантных точек нет, то есть $f_2$ является отражением от плоскости α, а движение f является композицией отражения от плоскости α и параллельного переноса на вектор $\vec{a}$, причем независимо от порядка их выполнения. Движение f в этом случае называется скользящим отражением и имеет одну инвариантную плоскость, которой принадлежат середины всех отрезков, соединяющих соответственные точки, и пучок инвариантных плоскостей, параллельных вектору $\vec{a}$ и перпендикулярных плоскости α.

В случае (в) при движении $f_2$ инвариантны любая точка прямой b и плоскости α и β. По свойству 4, оно является отражением от прямой b. Движение f в этом случае является композицией отражения от прямой b и параллельного переноса на вектор $\vec{a}$ независимо от их порядка. Такое движение естественно назвать скользящим отражением от прямой b. Этот вид движений ранее в учебной литературе не выделялся. Скользящее отражение от прямой имеет одну инвариантную прямую и пучок инвариантных плоскостей через неё проходящих.

Для завершения классификации введём в рассмотрение косой четырёхугольник Саккери.

В [5, стр. 75-97] изучаются свойства косого четырёхугольника (вершины не лежат в одной плоскости) и его частного вида – косого параллелограмма. В [3, стр. 99-101] вводится понятие косой равнобокой трапеции, связанной с косым параллелограммом. В данной работе мы используем свойства косого четырёхугольника Саккери, являющегося частным случаем косой равнобокой трапеции.

<u>Определение.</u> Косой четырёхугольник назовём косым четырёхугольником Саккери, если два его угла, прилежащие к одной стороне (основанию), прямые, а противоположные (боковые) стороны равны.

Легко доказать, что косой четырёхугольник Саккери обладает теми же свойствами, что и четырёхугольник Саккери в плоскости Лобачевского [1, стр. 266]. В частности, имеет место утверждение:

Косой четырёхугольник, у которого два угла, прилежащие к одной стороне, прямые, является косым четырёхугольником Саккери тогда и только тогда, когда два других его угла равны.

2. Движение не имеет инвариантных точек и плоскостей.

Пусть $f(A_i) = A_{i+1}$, i = 1, 2, 3, $M_2, M_3$ – середины соответственных отрезков $A_1A_3$ и $A_2A_4$, тогда $\angle A_1A_2A_3 = \angle A_2A_3A_4$, $A_1A_3 = A_2A_4$, $f(M_2) = M_3$, прямые $A_2M_2$ и $A_3M_3$ перпендикулярны соответственно прямым $A_1A_3$ и $A_2A_4$ – как медианы в равнобедренных треугольниках. Обозначим $B_2$ и $B_3$ концы отрезка общего перпендикуляра скрещивающихся прямых $A_2M_2$ и $A_3M_3$. Косой четырёхугольник $B_2A_2A_3B_3$ является косым четырёхугольником Саккери, поэтому $A_2B_2 = A_3B_3$, то есть $f(B_2) = B_3$.

Обозначим через $B_1$ и $B_4$ ортогональные проекции точек $A_1$ и $A_4$ на прямую $B_2B_3$ и рассмотрим отображение S от прямой $A_3B_3$. $S(A_2) = A_4$, $S(B_2) = B_4$, при этом точка $B_4$ принадлежит прямой $B_2B_3$, т.к. $B_2B_3$ инвариантна при отображении S. Из того, что $A_4B_4$ перпендикулярна $B_2B_3$ получим, что $A_4B_4 = A_2B_2$ и $B_3B_2 = B_4B_3$.

Проведем через точку $B_3$ лучи $h = B_3C_3$ и $k = B_3C_4$, сонаправленные с лучами $B_2A_2$ и $B_4A_4$. Так как прямые $B_2A_2$ и $B_4A_4$ перпендикулярны прямой $B_2B_3$ и $S(B_2A_2) = B_4A_4$, то и параллельные им лучи h и k также будут перпендикулярны к прямой $B_2B_3$ и $S(h) = k$. Отсюда следует, что $\angle(h, B_3A_3) = \angle(B_3A_3, k) = \varphi$ и отрезок $B_2A_2$ ($B_3A_3$) перейдет в отрезок $B_3A_3$

($B_4A_4$) в результате параллельного переноса на вектор $\vec{a}$ и поворота на угол φ относительно прямой $B_2B_3$ (вектор $\vec{a}$ задается направленным отрезком $B_2B_3$).

Аналогично, рассматривая отображение S′ от прямой $B_2A_2$, получим, что $S'(A_1) = A_3$, $S'(B_1) = B_3$, $S'(B_1B_2) = B_2B_3$ и угол между лучами $B_1A_1$ и $B_3A_3$ равен углу между лучами $B_2A_2$ и $B_3A_3$, то есть равен φ. Это значит, что движение $f_1 = f_2 \circ g$, где g – параллельный перенос на вектор $\vec{a}$, а $f_2$ – поворот на угол φ относительно прямой $B_2B_3$, отрезок $B_iA_i$ переводит в отрезок $B_{i+1}A_{i+1}$, то есть $f_1(B_i) = B_{i+1}$, $f_1(A_i) = A_{i+1}$, i=1, 2, 3. Получили, что репер $A_1A_2A_3B_2$ переходит при движении $f_1$, как и при движении f, в репер $A_2A_3A_4B_3$, то есть $f = f_1$.

Таким образом, движение f является композицией поворота на угол $\varphi \neq 180^0$ относительно некоторой прямой m, и параллельного переноса на вектор, параллельный этой прямой, причем не зависимо от их порядка.

Движение f, кроме прямой m, не имеет других инвариантных элементов и называется винтовым движением.

Отметим, что наш метод проведения классификации движений дает возможность конструктивно найти ось винтового движения и угол поворота при любом способе его задания.

**Литература**

1. *Атанасян Л.С., Базылев В.Т.* Геометрия. Часть I. – М.: Просвещение, 1986.
2. *Атанасян Л.С., Денисова Н.С., Силаев Е.В.* Курс элементарной геометрии. Часть II. – М.: Сантакс-Пресс, 1997.
3. *Жмурова Н.В., Зацепина О.В., Киотина Г.В.* О пространственных аналогах некоторых частных видов плоских многоугольников и их приложениях// Материалы XIX Рязанских педчтений – 2012 – стр. 99-101.
4. *Перепелкин Д.И.* Курс элементарной геометрии. Часть II. Геометрия в пространстве. – М.: Л.: ГИТТЛ, 1949.
5. *Скопец З.А., Понарин Я.П.* Геометрия тетраэдра и его элементов. – Ярославль, 1914.

В.И. СОЛОНАРЬ,
*студентка 4 курса*
*механико-математического факультета*
*СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

# ИЗУЧЕНИЕ КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ В ПРОФИЛЬНЫХ КЛАССАХ

Модуль «Комплексные числа» входит в содержательную методическую линию «Учение о числе», но не включается в базовую школьную программу курса алгебры и начала анализа. Данный модуль, являясь важным разделом элементарной математики, традиционно изучается в классах математического профиля.

Проанализируем содержание учебников курса алгебры и начала анализа, рекомендованных для классов с углубленным изучением математики и профильных классов, на наличие в них теории о комплексных числах. Выясним, насколько в данных учебниках представлены практические задания по теме «комплексные числа». В настоящее время издаётся огромное количество учебной и методической литературы, поэтому мы рассмотрим наиболее известные и широко используемые в учебном процессе книги.

(1) В учебнике С.М. Никольского [1] комплексные числа изучаются в разделе «Дополнение. Комплексные числа». В данном разделе представлены следующие параграфы:

1. Алгебраическая форма комплексного числа.
2. Сопряженные комплексные числа.
3. Геометрическая интерпретация комплексного числа.
4. Тригонометрическая форма комплексного числа.
5. Корни из комплексных чисел и их свойства.
6. Корни многочленов.
7. Показательная форма комплексного числа.

(2) В учебнике А. Н. Колмогорова [2] тема «Комплексные числа» (10 часов) представлена следующим содержанием.

1. Определение комплексных чисел.
2. Алгебраическая форма комплексного числа. Решение примеров.
3. Сопряженные комплексные числа. Возведение в натуральную степень (формула Муавра). Основная теорема алгебры.
4. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Решение примеров.
5. Тригонометрическая форма комплексного числа. Решение примеров. Арифметические действия над комплексными числами в разных формах записи. Самостоятельная работа.

(3) Учебник Шабунина М.И. и Прокофьева А.А. [3] является частью учебно-методического комплекта для старших классов школ с углубленным изучением математики. В нем представлены разделы: элементы математической логики, числовые множества, рациональные функции и

графики, многочлены и системы уравнений, комплексные числа, степенная, показательная и логарифмическая функции, тригонометрические формулы, предел и непрерывность функции. Каждый параграф учебника содержит теоретический материал, примеры с решениями и упражнения для самостоятельной работы. Глава «Комплексные числа» предназначена для учащихся классов физико-математического и естественнонаучных профилей и содержит параграфы:

1. Определение комплексных чисел. Операции сложения и умножения.
2. Комплексно-сопряженные числа. Модуль комплексного числа. Операции вычитания и деления комплексных чисел.
3. Геометрическое изображение комплексных чисел.
4. Тригонометрическая форма комплексного числа.
5. Квадратные уравнения с комплексными коэффициентами.
6. Извлечение корня из комплексного числа.

(4) Учебник Колягина Ю.М. [4] – составная часть учебно-методического комплекта, включающего учебник для 10-го класса, а также дидактические материалы и методические рекомендации для 10–11-го классов. Наряду с традиционными разделами («Производная» и «Интеграл») в учебнике содержатся главы: «Комплексные числа», «Делимость целых чисел. Целочисленные решения уравнений», «Многочлены и алгебраические уравнения», кратко изложены элементы комбинаторики и теории вероятностей. В книге много задач различного уровня сложности – в том числе из вариантов вступительных экзаменов в вузы.

Содержание главы «Комплексные числа»:

1. Определение комплексных чисел.
2. Сложение и умножение комплексных чисел.
3. Модуль комплексного числа.
4. Вычитание и деление комплексных чисел.
5. Геометрическая интерпретация комплексного числа.
6. Тригонометрическая форма комплексного числа.
7. Свойства модуля и аргумента комплексного числа.
8. Квадратное уравнение с комплексным неизвестным.
9. Примеры решения алгебраических уравнений.
10. Упражнения к главе.
11. Историческая справка.

(5) В учебнике Мордковича А.Г. [5] глава «Комплексные числа» представлена следующим содержанием:

1. Комплексные числа и арифметические операции над ними.
2. Комплексные числа и координатная плоскость.
3. Тригонометрическая форма записи комплексного числа.
4. Комплексные числа и квадратные уравнения.
5. Возведение комплексного числа в степень. Извлечение кубического корня из комплексного числа.

(6) З.А.Скопец в пособие [6] уделяет большое значение методу комплексных чисел в планиметрии. Особенно часто, утверждает автор, применяются функции комплексного переменного. Их изучение имеет самостоятельный интерес. Вместе с тем алгебру комплексных чисел можно успешно использовать в элементарной геометрии, тригонометрии, теории геометрических преобразований, а также в электротехнике и различных задачах с механическим и физическим содержанием.

В течение 2009-2012 годов среди студентов механико-математического факультета, обучающихся по специальности «Математика с дополнительной специальностью информатика» проводилось анкетирование, целью которого было получение информации о том, включена ли тема «Комплексные числа» в содержание математического образования школ региона. Результаты анкетирования представлены на диаграмме (рис. 1).

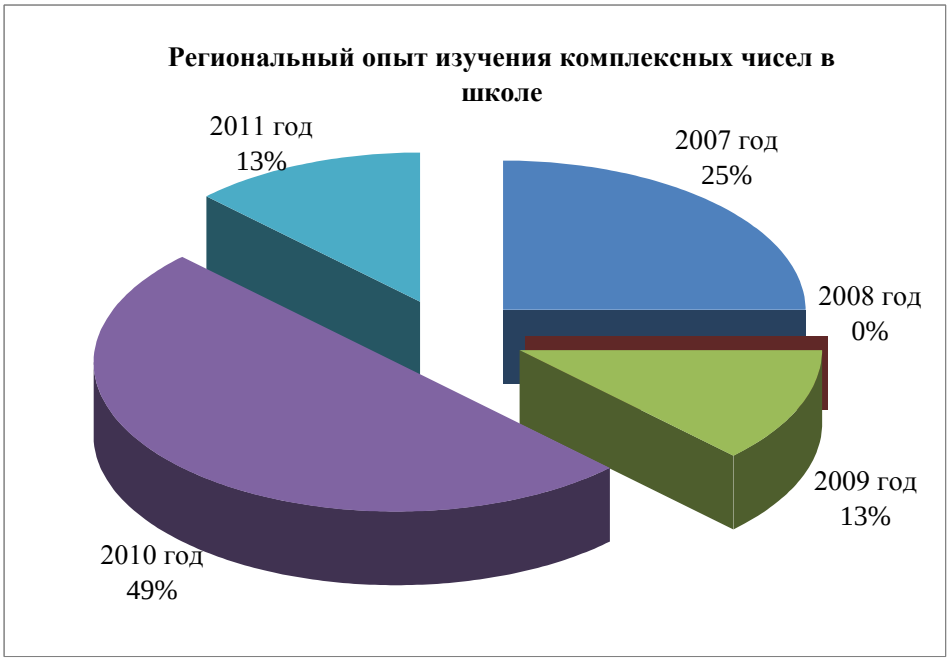



Рис. 1

Из диаграммы видно, что выпускники 2010 года изучали модуль «Комплексные числа» в школе чаще, чем выпускники 2008 года. В анкетах отмечено, что модуль «Комплексные числа» изучается: на уроках в профильных классах, на занятиях школьного факультатива, самостоятельно самими учащимися.

Таким образом, анализ содержания школьных учебников для профильных математических классов и анализ анкет показывает, что учащиеся профильных классов в достаточной мере знакомятся как с теорией комплексных чисел, так и с возможными её приложениями.

Изучение модуля «Комплексные числа» возможно в рамках факультативных занятий в универсальных классах общеобразовательных школ (по программам дополнительного математического образования), а в классах с углубленным изучением математики (классы естественнонаучного и математического профиля) – на уроках математики и элективных курсах (по программам основного математического образования).

Петрова Е.С. в работе [7] предложила следующую систему исследовательских задач (для факультатива) по теме «Комплексные числа».

1. Пусть $z = a + bi$ и $w = c + di$ – два комплексных числа, причём $w \neq 0$. Частным от деления $z$ на $w$ называется число $s = u + vi$: $w \cdot s = z$. Доказать, что такое число ($s$) существует и единственно.

В результате должно получиться:

$$\frac{z}{w} = \frac{a+bi}{c+di} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i \qquad (1)$$

2. После введения понятия числа, сопряжённого данному комплексному числу, правило деления комплексных чисел и формулу (1) можно вывести гораздо проще. Как?

Нужно числитель и знаменатель дроби $\frac{a+bi}{c+di}$ умножить на число $c - di$, комплексно сопряжённое со знаменателем.

<u>Вывод</u>: При делении комплексных чисел нужно числитель и знаменатель дроби умножить на число комплексно сопряжённое со знаменателем.

3. Верно ли утверждение, что сумма и произведение двух сопряжённых комплексных чисел являются действительными числами?

4. Справедливо ли предложение, обратное предложению 3?

5. Квадратным корнем из комплексного числа $c$ называют комплексное число $z$ такое, что $z^2 = c$.

Пусть $c = a + bi$ и $z = u + wi$. Найти $z$.

6. Как расположены на комплексной плоскости точки, соответствующие комплексно-сопряжённым числам $z_1 = a + bi$ и $z_2 = a - bi$?

7. Как расположены на комплексной плоскости точки, соответствующие противоположным числам $z$ и $(-z)$?

8. Изобразите на чертеже геометрическое место точек комплексной плоскости, удовлетворяющих условию:

а) действительная часть комплексного числа больше 1;

б) мнимая часть комплексного числа меньше (– 2);

в) $|z - 4| = 7$;

г) $|z - 4 + i| \leq 5$;

д) $\left|\frac{z-1}{z-4}\right| = 3$.

Придумать не менее пяти задач, связанных с изображением на чертеже геометрических мест точек комплексной плоскости.

9. Доказать, что при умножении комплексных чисел в тригонометрической форме их модули перемножаются, а аргументы складываются.

10. Записать аналогично предыдущему:

а) правило деления комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме, доказать его справедливость;

б) правило возведения комплексных чисел, заданных в тригонометрической форме, в степень с натуральным показателем.

11. Сравнить, что удобнее: осуществить умножение / деление комплексных чисел в алгебраической форме, или, сначала оба сомножителя представить в тригонометрической форме, а затем выполнить умножение / деление?

12. Воспользоваться формулой Муавра, чтобы выразить:

а) $\sin 3\varphi$ и $\cos 3\varphi$ через $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$;

б) $\sin 4\varphi$ и $\cos 4\varphi$ через $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$;

в) $\sin 5\varphi$ и $\cos 5\varphi$ через $\sin\varphi$ и $\cos\varphi$.

13. Доказать, что при любом натуральном n: $\cos n\varphi$ можно рационально выразить через $\cos\varphi$.

Можно ли то же самое сказать о $\sin n\varphi$?

14. Записать правило извлечения корня n-ой степени из комплексного числа $c$, заданного в тригонометрической форме?

15. Сравнить, что удобнее: возводить в степень n комплексное число, заданное в алгебраической форме, или, сначала представить это комплексное число в тригонометрической форме, а затем возвести его в степень n?

16. Решить предыдущую задачу в применении к операции извлечения корня n-ой степени из комплексного числа.

17. Записать формулу корней n-ой степени из единицы. ($z_k = \cos\frac{2\pi k}{n} + i\cdot\sin\frac{2\pi k}{n}$, $k = 0, 1, 2, \ldots, n-1$).

18. Построить на комплексной плоскости изображение корней n-ой степени из единицы при n = 3, 4, 5, 6.

19. Доказать, что корни n-ой степени из единицы на комплексной плоскости являются вершинами правильного n-угольника.

20. Пусть $z_1$ и $z_2$ – корни n-ой степени из единицы. Доказать, что тогда $z_1 \cdot z_2$ и $z_1 : z_2$ также являются корнями n-ой степени из единицы.

21. Записать в алгебраической и тригонометрической форме кубические корни из единицы.

Для реализации исследовательской деятельности учащихся можно дополнительно предложить следующие задачи.

Задача 1. Изобразить на плоскости все комплексные числа $z$, для которых $(1+i)z$ действительно.

Задача 2. Концы некоторого отрезка изображают числа $z_1$ и $z_2$. Какое число изображается серединой этого отрезка?

Задача 3. Точки $z_1$, $z_2$, $z_3$ – три вершины параллелограмма. Найти четвертую вершину.

Задача 4. Изобразите на плоскости множества точек, удовлетворяющих условию:

а) аргумент комплексного числа равен $\frac{3\pi}{4}$;

б) $|z - 2 + i| \geq 5$.

Задача 5. Изобразите на плоскости множества точек, удовлетворяющих условию:

а) действительная часть комплексного числа равна ½;

б) мнимая часть комплексного числа равна 1.

Задача 6. Изобразите на плоскости множества точек, удовлетворяющих условию:

а) $\operatorname{Re} z^6 > \operatorname{Im} z^6$; б) $\left|\operatorname{Im} z^2\right| \le 2$.

Задача 7. Доказать и выяснить геометрический смысл тождества: $|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2=2(|z_1|^2+|z_2|^2)$.

Задача 8. Доказать, что четырехугольник, сумма квадратов длин сторон которого равна сумме длин диагоналей, – параллелограмм.

Задача 9. Доказать, что три различные точки $z_1$, $z_2$, $z_3$ лежат на одной прямой тогда и только тогда, когда действительно $\frac{z_3-z_1}{z_2-z_1}$.

Задача 10. Три точки А, В, С принадлежат одной прямой. Доказать, что если этим точкам соответствуют комплексные числа *a, b, c,* то $\frac{a-b}{a-c}=\frac{\bar{a}-\bar{b}}{\bar{a}-\bar{c}}$,

($\bar{a}$ есть комплексное число, сопряженное с $a$).

Задача 11. Найти, при каких натуральных $n$ справедливо равенство $(1+i)^n=(1-i)^n$.

Задача 12. Найти, при каких $z_1, z_2$ справедливы равенства:

а) $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$; б) $|z_1+z_2|=|z_1|-|z_2|$; с) $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$.

Задача 13. Найти $z^n+\frac{1}{z^n}$, если $z+\frac{1}{z}=1$.

Задача 14. Доказать, что числа $\cos 1^\circ$ и $\sin 1^\circ$ иррациональны.

Задача 15. Дан правильный треугольник *ABC* и точка *D* на дуге *BC* описанной около него окружности. Доказать, что $|BD|+|CD|=|AD|$.

Задача 16. Разложить на линейные множители:

а) $x^4+4$; б) $x^8+4x^6+4x^2+16$; в) $x^{12}+x^6+1$.

**Литература**


1. *Никольский С.М. и др.* Алгебра и начала анализа: Учеб. для 11 кл.– М.: Просвещение, 2005.
2. *Колмогоров А.Н. и др.* Алгебра и начала анализа: Учеб. для 10 кл. (профильный уровень).– М.: Просвещение, 2009.
3. *Шабунин М.И., Прокофьев А.А.* Алгебра. Начала математического анализа. Профильный уровень: учебник для 10 класса. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007.
4. *Колягин Ю.М. и др.* Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. уровни. – М.: Просвещение, 2010.
5. *Мордкович А.Г.* Алгебра и начала анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч.1: Учеб. и Ч.2: Задачник. – М.: Мнемозина, 2007.
6. *Скопец З.А.* Геометрические миниатюры./Сост. Г.Д. Глейзер. – М.: Просвещение, 1990.
7. *Петрова Е.С.* Исследовательские задачи в системе углубленного изучения математики. Методические рекомендации по спецкурсу: Саратов: Изд-во СГПИ, 1993.
8. Избранные вопросы математики: 10 кл. Факультативный курс/А.А. Абрамов, Н.Я. Виленкин, Г.В. Дорофеев и др.; сост.: С.И. Шварцбурд. – М.: Просвещение, 1980.

Т.А. КАПИТОНОВА,
*доцент кафедры математики и методики её преподавания*
*СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

З. Т. НАСЫПКАЛИЕВА,
*студентка 5 курса*
*механико-математического факультета*
*СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

# ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАЧИ ПО ТЕМЕ «ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ И ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА»

Отличительной особенностью исследовательских задач, которые будут рассмотрены далее, является то, что они могут быть решены несколькими способами.

Задача 1. Решить показательное уравнение $2^x + 2^{-x} = 2$.

Решение. *Способ 1*. Данное уравнение является квадратным относительно новой переменной $t = 2^x$: $t^2 - 2t + 1 = 0$, решая которое, находим: $t = 1$. Возвращаясь к переменной *x*, получаем простейшее показательное уравнение: $2^x = 1$, откуда находим: $x = 0$.

*Способ 2*. Используем следствие из неравенства Коши между средним арифметическим и средним геометрическим: $a + \frac{1}{a} \geq 2$, где $a > 0$, причем $a + \frac{1}{a} = 2$ тогда и только тогда, когда $a = 1$. В нашем случае $a = 2^x = 1$ при $x = 0$.

*Способ 3*. Применим метод оценки, используя экстремальные свойства функции, стоящей в левой части уравнения.

Оценим выражение, стоящее в левой части уравнения и покажем, что $2^x + 2^{-x} \geq 2$. Это можно доказать: (1) графически, (2) аналитически.

Проведем аналитическое доказательство.

Рассмотрим функцию $y = 2^x + 2^{-x}$.

Исследуем эту функцию на экстремум. Находим производную: $y' = 2^x \cdot \ln 2 - 2^{-x} \cdot \ln 2 = \ln 2 \cdot (2^x - 2^{-x}) = 0$, отсюда получаем: $2^x - 2^{-x} = 0$ или $2^x = 2^{-x}$, $x = 0$. Точка $x = 0$ является точкой минимума, так как при переходе через эту точку производная меняет знак с «–» на «+», а именно: при $x = -1, y(-1) < 0$; при $x = 1, y(1) > 0$. $y_{\min}(0) = 2$. Данный минимум, в силу его единственности, является наименьшим значением функции, то есть, при любых значениях $x : y(x) \geq y(0)$, то есть $2^x + 2^{-x} \geq 2$, причем равенство достигается при $x = 0$.

Ответ: $x = 0$.

Задача 2. Решить показательное неравенство $25^{x-1} - 5^{x-2} - \frac{4}{5} \geq 0$.

Решение. *Способ 1*. Умножим данное неравенство на 25, получим равносильное неравенство $5^{2x} - 5^x - 20 \geq 0$. Решим уравнение $5^{2x} - 5^x - 20 = 0$, которое является квадратным относительно новой переменной $t = 5^x$: $t^2 - t - 20 = 0$, решая которое, находим: $t = 5$ и $t = -4$. Возвращаясь к переменной

$x$ получаем совокупность двух простейших показательных неравенств $5^x \geq 5$ или $5^x \leq -4$. Первое из них имеет решение: $x \geq 1$; второе неравенство решений не имеет, так как $5^x > 0$.

*Способ 2*. Исходное неравенство равносильно неравенству $5^{2x} - 5^x - 20 \geq 0$.

Обозначим через $f(x)$ левую часть этого неравенства и найдем производную $f'(x) = 2 \cdot 5^{2x} \cdot \ln 5 - 5^x \cdot \ln 5 = 5^x \cdot \ln 5 \cdot (2 \cdot 5^x - 1) > 0$ в промежутке $(0; +\infty)$, так как $5^x > 1, \ln 5 > 0\,(e > 1)$. Таким образом, функция $f(x)$ строго возрастает, поэтому может обратиться в нуль только в одной точке. Подбором находим $x = 1$, следовательно, решением неравенства является числовой промежуток $[1; +\infty)$.

Ответ: $[1; +\infty)$.

Задача 3. Решить показательное уравнение $5^x + 12^x = 13^x$.

Решение. *Способ 1*. Решаем данное уравнение функционально-графическим методом [1], используя свойства функций: «Если одна из функций $y = f(x), y = g(x)$ возрастает, а другая – убывает, то уравнение $f(x) = g(x)$ либо не имеет корней, либо имеет один корень (который иногда можно угадать).

Подбором находим $x = 2$ – корень уравнения. Покажем, что это единственный корень. Разделив обе части уравнения на $12^x$, получаем уравнение, равносильное исходному уравнению: $\left(\frac{5}{12}\right)^x + 1 = \left(\frac{13}{12}\right)^x$. Функция $y = \left(\frac{5}{12}\right)^x + 1$ убывает, а функция $y = \left(\frac{13}{12}\right)^x$ возрастает. Следовательно, исходное уравнение имеет только один корень.

*Способ 2*. При решении уравнения используем производную.

Уравнение $5^x + 12^x = 13^x$ очевидно имеет корень $x = 2$. Покажем, что других корней оно не имеет. Действительно, разделим данное уравнение на $13^x$ и найдем производную функции $f(x) = \left(\frac{5}{13}\right)^x + \left(\frac{12}{13}\right)^x - 1$.

Имеем: $f'(x) = \left(\frac{5}{13}\right)^x \cdot \ln\frac{5}{13} + \left(\frac{12}{13}\right)^x \cdot \ln\frac{12}{13} < 0$, следовательно, функция *f(x)* убывает на множестве действительных чисел R, поэтому $x = 2$ – единственный корень уравнения.

Ответ: $x = 2$.

Задача 4. Решить показательное уравнение $3^x + 4^x = 7^x$.

Задача 5. Решить показательное неравенство $7 \cdot 2^{-x} - 2^{x+2} - 12 \leq 0$.

Решение. *Способ 1*. Данное неравенство является квадратным относительно новой переменной $t = 2^x$: $4t^2 + 12t - 7 \geq 0$. Решая соответствующее квадратное уравнение $4t^2 + 12t - 7 = 0$, находим: $t = \frac{1}{2}$ и $t = -\frac{7}{2}$. Возвращаясь к переменной $x$ получаем совокупность двух простейших показательных неравенств $2^x \geq 2^{-1}$ или $2^x \leq -3{,}5$. Первое из них имеет решение: $x \geq -1$; второе неравенство решений не имеет, так как $2^x > 0$.

*Способ 2*. Решим неравенство, применяя производную.

Легко видеть, что $x=-1$ обращает неравенство в равенство. Исследуем на монотонность функцию $f(x)=7\cdot 2^{-x}-2^{x+2}-12.$

Производная $f'(x)=-7\cdot 2^{-x}\cdot \ln 2-2^{x+2}\cdot \ln 2<0,$ следовательно, функция $f(x)$ убывает, поэтому неравенство выполняется при $x\geq -1.$

Ответ: $[-1;+\infty).$

Задача 6. Решить неравенство: $3^{2-x}-\frac{13}{3}\cdot 3^{x+1}+36\geq 0.$

Задача 7. Решить неравенство: $9^{x-1}-3^{x-2}-\frac{2}{3}\geq 0.$

Задача 8. Решить показательное уравнение $2^x+2^{-x}=2\cos 2x.$

Решение. *Способ 1*. Умножим обе части уравнения на $2^x$, получаем $2^{2x}-2\cdot 2^x\cos 2x+1=0.$ Решая это уравнение, как квадратное относительно $2^x$, находим: $2^x=\cos 2x\pm\sqrt{\cos^2 2x-1}.$ Уравнение имеет решение при всех тех значениях $x$, для которых $\cos^2 2x=1,$ то есть при $\sin^2 2x=1,\ \sin 2x=0,$ откуда $2x=k\pi,\ x=\frac{\pi\cdot k}{2},$ где $k\in Z.$ При найденных значениях $x$ правая часть уравнения $2^x=\cos 2x\pm\sqrt{\cos^2 2x-1}$ будет иметь вид: $\cos 2\cdot(\frac{\pi\cdot k}{2})=\cos\pi\cdot k=\pm 1,$ тогда $2^x=\pm 1,$ но $2^x>0,$ а потому $2^x=1,$ откуда $x=0.$

*Способ 2*. В силу следствия из неравенства Коши между средним арифметическим и средним геометрическим: $a+\frac{1}{a}\geq 2,$ где $a>0$, имеем: $2\cos 2x=2^x+\frac{1}{2^x}\geq 2.$ Отсюда видно, что поскольку $2\cos 2x\leq 2,$ равенство возможно только при $a=2^x=1,$ то есть при $x=0.$

Ответ: $x = 0$

Задача 9. Решить показательное уравнение $5^x+5^{-x}=2\cos 2x.$

Задача 10. Решить показательное неравенство $3^x+3^{-x}\leq 2\cos 2x.$

Задача 11. Решить показательное уравнение $2\log_{\frac{1}{8}}x=\log_{\frac{1}{8}}(9-8x)$ [4].

Решение. *Способ 1*. Областью определения уравнения является множество решений системы $\begin{cases}x>0,\\ 9-8x>0,\end{cases}$ то есть $(0;\frac{9}{8}).$ По свойству логарифмов, в промежутке $(0;\ 1]$ имеем $\log_{\frac{1}{8}}x\geq 0,\ \log_{\frac{1}{8}}(9-8x)\leq 0$, следовательно, решением исходного уравнения является число $x=1.$

*Способ 2*. Запишем исходное уравнение в виде $\log_{\frac{1}{8}}x^2=\log_{\frac{1}{8}}(9-8x).$ При решении этого уравнения могут появиться посторонние корни: $x^2 = 9 - 8x;$ $x^2 + 8x - 9 = 0$. Корни этого уравнения – числа 1 и – 9, $x = 1$ – корень исходного уравнения, $x = -9$ – посторонний корень, так как логарифм отрицательного числа не существует.

*Способ 3*. Рассмотрим функцию $f(x)=2\log_{\frac{1}{8}}x-\log_{\frac{1}{8}}(9-8x)$. В промежутке $(0;\frac{9}{8})$ производная $f'(x)=\frac{2}{x\ln\frac{1}{8}}+\frac{8}{(9-8x)\ln\frac{1}{8}}<0$, так как $\ln\frac{1}{8}<0$, $a=e>1$. Следовательно, функция $f(x)$ убывает и обращается в нуль только в одной точке. Подбором находим $x=1$ – корень исходного уравнения.

Ответ: $x = 1$.

Задача 12. Решить показательное уравнение $2\log_{\frac{1}{7}}x=\log_{\frac{1}{7}}(11-10x)$.

Задача 13. Доказать, что уравнение $\ln(1+x)=\frac{2x}{2+x}$ имеет только один корень.

Решение. *Способ 1*. Данное уравнение можно решить графическим методом. Используя линейные преобразования графиков, нетрудно построить графики функций: $y=\ln(1+x)$, $y=\frac{2x}{2+x}=\frac{(2x+4)-4}{2+x}=2-\frac{4}{x+2}$. Данные графики пересекаются в одной точке с абсциссой $x=0$.

*Способ 2*. Решим неравенство, применяя производную.

Легко видеть, что $x=0$ – корень уравнения. Покажем, что этот корень единственный. Рассмотрим функцию $f(x)=\ln(1+x)-\frac{2x}{2+x}$.

Производная $f'(x)=\frac{1}{1+x}-\frac{2(2+x)-2x}{(x+2)^2}=\frac{x^2}{(x+1)(x+2)^2}\geq 0$ в промежутке $(-1;+\infty)$. Следовательно, функция $f(x)$ возрастает, поэтому других корней нет.

Ответ: $x = 0$ – единственный корень уравнения.

Задача 14. Решить в целых числах уравнение $x=\lg(9x+1)$.

Решение. *Способ 1*. Данное уравнение можно решить графическим методом. Построив графики функции: $y=\lg(9x+1)$, $y=x$, нетрудно убедиться, что данные графики пересекаются в двух точках $(0;0)$ и $(1;1)$.

*Способ 2* [5]. Функция $f(x)=\lg(9x+1)$ определена при $x>-\frac{1}{9}$. Следовательно, целых отрицательных корней уравнение не имеет.

Проверим, существует ли корень, равный нулю. В самом деле, при $x=0$ уравнение принимает вид $0=\lg(9\cdot 0+1)$, то есть, $0 = 0$. Итак, $x = 0$ – корень уравнения.

Остается установить, имеет ли уравнение положительные корни. Используем неравенство Бернулли: *Для* $\forall n\in N$ *и* $a>-1$: $(1+a)^n\geq 1+na$. Преобразуем исходное уравнение:

$$x\cdot 1=\lg(9x+1),\ x\cdot\lg 10=\lg(9x+1),\ \lg 10^x=\lg(9x+1),\ 10^x=9x+1,\ (1+9)^x=9x+1.$$

В неравенстве $(1+9)^x\geq 9x+1$ равенство достигается при $x=1$.

Ответ: $x = 0$, $x = 1$.

Наконец, приведём пример решения алгебраической задачи [6], который был включен Е.С. Петровой в ее пособие [7].

Задача 15. Решить неравенство: $\log_{x^2}(2+x)<1$.

Решение. *Способ 1*.

Данное неравенство равносильно неравенству: $\log_{x^2}(2+x)<\log_{x^2}x^2$, которое равносильно совокупности двух систем: $\begin{cases} x^2>1 \\ 2+x<x^2; \\ 2+x>0 \end{cases}$ $\begin{cases} 0<x^2<1 \\ x^2<2+x \end{cases}$.

Решением первой системы являются промежутки:

$-2<x<-1$ и $2<x<+\infty$.

Решением второй системы являются промежутки:

$-1<x<0$ и $0<x<1$.

Объединяя полученные множества решений систем данной совокупности, находим множество всех решений исходного неравенства: $x\in(-2;-1)\cup(-1;0)\cup(0;1)\cup(2;+\infty)$.

*Способ 2*.

Область допустимых значений данного неравенства определяется системой: $x^2>0$, $x^2\neq 1$ и $2+x>0$, отсюда область допустимых значений неравенства: $-2<x<-1$, $-1<x<0$, $0<x<1$, $1<x<+\infty$.

Рассматриваем данное неравенство на множестве $(-2;-1)\cup(1;+\infty)$. Здесь оно равносильно неравенству $2+x<x^2$, (так как $x^2>1$), а решением последнего на этом множестве являются промежутки:

$-2<x<-1$, $2<x<+\infty$.

На множестве $(-1;0)\cup(0;1)$ данное неравенство равносильно неравенству $2+x>x^2$, (так как $x^2<1$), решением которого на этом множестве являются промежутки: $-1<x<0$, $0<x<1$.

Объединяя найденные решения, получим: $x\in(-2;-1)\cup(-1;0)\cup(0;1)\cup(2;+\infty)$.

Ответ: $(-2;-1)\cup(-1;0)\cup(0;1)\cup(2;+\infty)$.

**Литература**


1. *Мордкович А.Г.* Алгебра и начала анализа. 11 класс. В 2 ч. Ч.1. Учебник для общеобразовательных учреждений (профильный уровень) /А.Г.Мордкович, П.В.Семенов. – М.: Мнемозина, 2007. – С.217-218.
2. *Сорокин Г.А.* Экстремум и неравенства. Учебное пособие. – Саратов, 1997.
3. *Бородуля И.Т.* Показательная и логарифмическая функции (задачи и упражнения). – М.: Просвещение, 1981.
4. *Сорокин Г.А.* Решение задач письменного экзамена по алгебре и началам анализа за курс средней школы./Учебное пособие. – Саратов, 1997. – С. 23.
5. *Капитонова Т.А., Серебренникова И.Б.* Применение классических неравенств к решению задач. /Учитель-ученик: проблемы, поиски, находки: Сборник научно-методических трудов: Выпуск 5. – Саратов: ИЦ «Наука», 2007. – С. 94.
6. Задачи по математике. Уравнения и неравенства: Справочное пособие. / Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. – М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – С. 186.
7. *Петрова Е.С.* Исследовательские задачи в системе углубленного изучения математики. Методические рекомендации по спецкурсу: Саратов: Изд-во СГПИ, 1993.

А.С. ЗАДОРСКАЯ,
*студентка 3 курса*
*механико-математического факультета*
*СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

# СИСТЕМА РАЗВИВАЮЩИХ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «СТЕПЕНЬ С НАТУРАЛЬНЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ»

Одним из структурных компонентов Основной образовательной программы, согласно ФГОС основного общего образования [1], является программа развития универсальных учебных действий, к которым относятся: личностные, регулятивные, познавательные, знаково-символические, коммуникативные.

В соответствии с этим каждый урок должен включать развивающие задания, который учитель готовит, разрабатывая тем самым по каждой теме систему развивающих задач. В качестве примера рассмотрим тему «Степень с натуральным показателем».

В школьном курсе «Алгебра» эта тема изучается в 7 классе. Нами был проведен анализ учебных заданий по данной теме, представленных в учебнике Ю.Н. Макарычева [2].

Проделанный анализ показывает, что у обучаемых в ходе выполнения предложенных в учебнике упражнений по теме «Степень с натуральным показателем», развиваются лишь стандартные математические (математическая память и вычислительные способности) и общие способности (быстрота мыслительных процессов, как временная характеристика; объем оперативной памяти, объем долговременной памяти, логические операции анализа / синтеза и пространственное воображение).

Для полноценного интеллектуального развития учащихся, для развития у них математических способностей и формирования математического стиля мышления необходимо дополнить представленные задания учебника по теме «Степень с натуральным показателем» системой развивающих задач.

При подготовке вышеуказанной системы развивающих задач использовалась следующая литература:

*Я иду на урок математики*. Алгебра 7 класс: Книга для учителя. – М.: «Первое сентября», 2001. Цель данного сборника – конкретная, практическая помощь педагогу в подготовке к урокам. В книгу включены методики работы с разными учебниками и учебными комплектами для 7 класса, оригинальные разработки уроков, тестовые задания, контрольные работы, а также материалы, посвященные организации обучения в классах коррекции. Сборник составлен из материалов, публиковавшихся в еженедельнике Математика (приложении к газете «Первое сентября») и получивших высокую оценку преподавателей и методических центров.

*Кострикина Н.П.* Задачи повышенной трудности в курсе алгебры 7–9 классов: Кн. Для учителя. – М.: Просвещение, 1999. В пособии рассмотрена методика обучения решению нестандартных задач. Содержатся алгебраические

задачи для VII-IX классов, способствующие развитию творческого мышления учащихся, их интереса к математике.

*Шуба М.Ю.* Занимательные задания в обучении математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1994. В книге изложены приемы составления занимательных заданий и методика их использования на уроках.

*Капитонова Т.А*. Алгебра. 7 класс. Проверочные и контрольные работы. – Саратов: Лицей, 2006. Пособие содержит задания различного уровня сложности, которые могут быть использованы учителем.

*Фарков А.Ф.* Математические олимпиады в школе. 5-11 класс. – М.: Айрис-пресс, 2003.

*Сайт международного математического конкурса «Кенгуру»*[*]. Игра-конкурс «Кенгуру» имеет целью популяризацию математики путем развития и поддержки интереса школьников к её изучению. В отличие от олимпиад участниками конкурса «Кенгуру» могут быть все желающие учащиеся 3-11 классов. Конкурс не предполагает предварительного отбора и последующего отсева участников. Конкурс проводится в школах, лицеях, гимназиях, где обучаются участники.

Участникам конкурса предлагается задание из 30 или 24 вопросов и задач, разбитых на три группы сложности по 10 вопросов для 5-11 классов и по 8 вопросов для 3-4 классов в каждой группе. Каждый вопрос содержит 5 вариантов ответа, среди которых только один правильный. Во время выполнения задания участникам запрещается пользоваться калькуляторами, справочной литературой, учебниками, конспектами и т.д. Каждый участник выполняет задание самостоятельно. В конкурсе нет проигравших. Независимо от результата каждый участник получает приз «для всех». Предусматривается дополнительное премирование участников, показавших лучшие результаты в своих районах (городах), областях, республике.

**Система развивающих задач**

I. Для того, чтобы сформировать целостность и константность восприятия некоторого математического объекта, необходим цикл упражнений на выделение этого объекта из ряда «похожих», например:

1. Определите степень многочлена: $2\frac{2}{3}x^5y^3(1\frac{1}{2}+x^3y)^3$. Изменится ли степень многочлена, если:

(а) справа приписать ($+x^2$)? (б) справа приписать ($\cdot x^2$)?

(в) возвести в квадрат у? (г) умножить выражение на 6?

2. Выделите из записи выражения $2\frac{2}{3}x^2y^2(-1\frac{1}{2}-xy^3)^4$ компонент /элемент, входящий в это выражение:

(а) в первой степени, (б) во второй степени, (в) в третьей степени,

(г) в четвёртой степени (д) в пятой степени, (е) в шестой степени.

3. Из данных выражений выберите те, которые содержат *x* в 6 степени:

(а) $6x^2\cdot 2y^6$, (б) $6x^2 + 2y^6$, (в) $2x^6\cdot 6y^2$, (г) $2x^6 - 6y^2$, (д) $2x^2(x^3+3y^2)$

[*] http://mathkang.ru/page/zadaniya-proshlykh-let

(е) $6(x^2 \cdot y)^3$, (ж) $6(x^3 \cdot y^2)^3$, (з) $2x^6(6y^2+x)$, (и) $2x^6 - 3xy^2$, (к) $2x^4(x^2+3y^2)$

4. Придумайте выражение, в которое $z$ входит во второй и в седьмой степени, при условии, что выражение содержит (кроме операции возведения в степень):

– только операцию сложения/вычитания,

– только операцию умножения,

– и операцию сложения, и операцию умножения.

5. Каким должно быть выражение $A$, чтобы выполнялось равенство:

а) $9c^2x^4 \cdot A = \frac{1}{9}a^3c^3x^4$; б) $2c^{10}d^8m = 1\frac{1}{8}cd^3 \cdot A$; в) $\frac{3}{4}m^3n^4 \cdot A = -\frac{27}{64}m^4n^5k^2$;

г) $0{,}01x^3y^4z^2 \cdot A = 2{,}5x^3y^{14}z^9$; д) $(-3a^2b^3)^3 \cdot A^2 = -108a^{16}b^{11}$; е) $(-2a^3b)^3 \cdot A^2 = -200a^{13}b^5$.

6. Из чисел 2, 3, 5 берутся любые два и составляется степень, основание которой равно одному из этих чисел, а показатель другому. Составьте все возможные степени и запишите их в порядке возрастания.

II. Для формирования гибкости, нестандартности мышления обучающихся можно предлагать учащимся следующие задания:

1. Следующие числа представьте в виде суммы степеней числа 2:

а) 18, б) 42, в) 30, г) 7, д) 31.

2. Запишите вместо звездочек такие степени числа 2, чтобы получилось верное равенство: $*^5 \cdot *^{-4} = *^{-5}$.

3. Верно ли при любом значении $x$ равенство: (а) $|x|^2 = x^2$, (б) $|x|^3 = x^3$?

Обоснуйте свой ответ аналитически и графически. Предложите свои примеры равенств, содержащих переменную под знаком модуля, как верных, так и неверных. Обобщите полученные результаты в виде математического утверждения.

4. Найдите наименьшее натуральное число, которое после умножения на 2 станет квадратом, а после умножения на 3 – кубом натурального числа.

5. Что больше: $\frac{10^{10}+1}{10^{11}+1}$ или $\frac{10^{11}+1}{10^{12}+1}$?

6. Представьте выражение $2x^2 + 2y^2$ в виде суммы двух квадратов.

7. Сократить дробь: $\frac{5^{21}+5^{21}+5^{21}+5^{21}+5^{21}}{5^{24}}$.

**Литература**

1. *Федеральный государственный образовательный стандарт* основного общего образования, от 17 декабря 2010 года № 1897.

2. *Алгебра*: Учебник для 7 кл. общеобразоват. учреждений /Ю.Н. Макарычев, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешков, С. Б. Суворова; под ред. С.А. Теляковского. – М.: Просвещение, 1999.

Н. Г. ГАШАРОВ,
*к. ф.-м. н., доцент каф. теоретических основ и технологий начального математического образования ДГПУ*
Х. М. МАХМУДОВ
*к. ф.-м. н., доцент каф. теоретических основ и технологий начального математического образования ДГПУ*

# О ФОРМИРОВАНИИ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ ПОСРЕДСТВОМ ДИВЕРГЕНТНЫХ ЗАДАЧ

Введение в школах России федеральных государственных образовательных стандартов (ФГОСов) второго поколения, как известно, связано с приведением системы образования в соответствие с тенденциями развития современного постиндустриального информационного общества. При этом компетентностно-деятельностный подход, осуществляемый в ФГОСах второго поколения, служит одним из оснований для их успешной реализации на практике.

Перед учителями начальной школы стоит задача формирования у учащихся ключевой компетенции – **умения учиться**. Эта ключевая компетенция формируется у учащихся в процессе овладения системой **универсальных учебных действий** (УУД), обеспечивающих умение учиться. Отметим, что переход от традиционного ЗУНовского подхода к компетентностно-деятельностному подходу в образовании в первую очередь означает **усиление требования прагматичности к учебной деятельности.**

Вот как отзывается по этому поводу В.Ф. Ефимов [2, с.14]: «В соответствии с социальным статусом школьника 1-4 класса под компетентностью младших школьников следует понимать готовность, способность ученика успешно применять полученные знания, умения и навыки в нестандартных ситуациях, то есть в ситуациях, для решения которых он обладает необходимыми знаниями и способами действия».

В связи с этим отметим, что для действенного повышения уровня компетентности младших школьников важную роль играет использование в процессе их обучение математике дивергентных задач, которые очевидно относятся к нестандартным и при этом к весьма прагматичным по своей сути. Проблеме использования таких задач при обучении математике в начальной школе посвящена монография [1].

Говоря о роли дивергентных задач в формировании УУД у младших школьников, следует принять к сведению важное в этой связи замечание авторов работы [3, с.91]: «Одно из важнейших познавательных универсальных действий – умение решать проблемы или задачи. Усвоение **общего приёма решения задачи** в начальной школе базируется на сформированности логических операций. Умение ставить и решать задачи является одним из основных показателей развития учащегося».

Серьёзного внимания в методическом плане, на наш взгляд, заслуживает также мнение авторов работы [5, с. 6]: «Термин универсальные учебные действия является психологическим. Применительно к педагогике речь должна идти **о формировании общих учебных умений и навыков**, потому что освоенные действия и есть умения». Далее, авторы [5, с.7], в частности, перечисляют такие общие учебные умения как:

– овладение логическими действиями сравнения, анализа, синтеза, обобщения, классификации, аналогии, причинно-следственной связи, построения рассуждений;

– использование знаково-символических средств для создания моделей изучаемых объектов и процессов, схем решения учебных и практических задач;

– нахождение способов решения проблем творческого и поискового характера.

Нами для формирования этих общих учебных умений в процессе обучения математике применяются не только традиционные конвергентные задачи, но и весьма интересные, нестандартные дивергентные задачи.

Ниже мы приводим несколько таких дивергентных задач с методикой обучения младших школьников их решению, которые показали свою эффективность в практике работы учителей. Эти задачи, как правило, служат основой и примером для учителей при составлении новых и оригинальных дивергентных задач, способствующих развитию у младших школьников УУД и креативности мышления.

**Задача 1**. Турист проплыл по течению реки на плоту 12 км, а обратно возвратился на лодке, скорость которой в стоячей воде равна 5 км/ч, затратив на всё путешествие 10 часов. Найдите скорость течения реки.

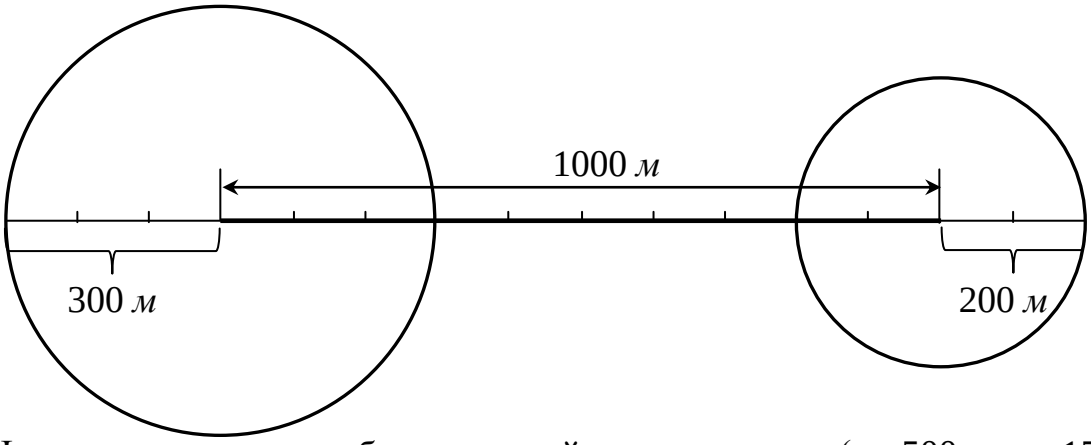
Обычно такую задачу решают алгебраическим способом, сведя её решение к квадратному уравнению, что не приемлемо для начальной школы. Наши дети рассуждали так: раз турист смог вернуться на лодке по реке обратно, то скорость течения реки меньше 5 км/ч, то есть 1, 2, 3 или 4 км/ч. Проверяя каждую из этих скоростей, находят ответ: 2 км/ч и 3 км/ч.

**Задача 2**. В магазин привезли 4 коробки сухого молока по 20 кг в каждой. За неделю продали 60 кг. Сколько из этих коробок осталось в магазине?

Как конвергентная задача она имеет единственное решение (1 коробка). Однако, как дивергентная задача, она имеет 6 вариантов ответа (от 0 до 5 коробок, ибо эти коробки могут по разным причинам оставаться или не оставаться в магазине).

**Задача 3**. Расстояние между двумя туристами на местности 1000 м. На каком расстоянии они могут оказаться друг от друга через 5 минут, если они шли соответственно со скоростями 60 м/мин и 40 м/мин?

В результате восприятия и первичного анализа содержания текста задачи желательно, чтобы дети пришли к следующей вспомогательной модели:




Из этого чертежа они без труда найдут все ответы (от 500 м до 1500 м). Далее, уместно спросить детей, как туристы могут передвигаться по местности (по прямой или как-то по-другому), и получить соответствующие дополнительные разъяснения и ответы. Затем спросить у детей, какова будет ситуация через 10 минут и т.д.

**Задача 4**. В два магазина поступили яблоки в одинаковых коробках. В первый магазин доставили 132 кг, а во второй – 156 кг яблок. Сколько коробок с яблоками доставили в каждый из этих магазинов?

Ясно, что разница в 24 кг между доставленными в магазин яблоками образовалась за счёт разницы в количестве коробок. Из условия задачи имеем, что эти 24 кг целиком упакованы в нескольких коробках. Отсюда следует, что число этих коробок может быть 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 или 24 соответственно с 24, 12, 8, 6, 4, 3, 2 или 1 кг яблок в одной коробке. Из этих 8 вариантов наиболее естественными дети посчитали 6 кг, 8 кг и 12 кг, хотя в принципе подходят и другие 5 вариантов. Зная массу яблок в одной коробке, уже нетрудно определить число коробок доставленных в каждый магазин. Вариантов ответа будет 8, а наиболее вероятны из них 3 варианта ответа.

**Задача 5**. Расстояние между населёнными пунктами А и В равно 10 км, а между В и С – 15 км. Каким может быть расстояние между А и С?

Ясно, что само понятие расстояния между пунктами является не однозначным (по автомобильной дороге, по пешеходной тропинке, кратчайшее расстояние и т. д.), поэтому здесь возможна целая совокупность правильных ответов. Многие ответы можно изобразить схематически на чертеже, давая при этом соответствующие разъяснения.

**Задача 6**. Длины сторон треугольника выражаются в целых числах, причём длина одной из них 7 см, а другой – 4 см. Чему равна длина третьей стороны?

Воспользовавшись чертежом произвольного треугольника, дети должны выяснить (актуализировать) содержание неравенства треугольника, а затем они найдут все 7 ответов на вопрос этой задачи (4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 см).

**Задача 7** [4, с. 87]. Раздели квадрат на 4 равные части двумя линиями.

В работе [4], откуда заимствована эта задача, приведено три способа решения этой задачи, а наши дети с учителями нашли ещё несколько оригинальных способов деления квадрат на 4 равные части двумя линиями.

В процессе анализа содержания текстов задач, построения вспомогательных моделей к ним, поиска различных вариантов их решения и подробного оформления записи найденных решений с выделением ответов дети упражняют и тренируют почти все общие учебные умения и навыки, составляющие основное педагогическое содержание УУД.

**Литература**

1. *Гашаров Н.Г. , Касумова Б.С.* Дивергентные задачи в начальном курсе математики. – Махачкала: ДГПУ, 2010. – 156 с.
2. *Ефимов В.Ф.* Компетентность как новое качество личности школьника// Начальная школа.– 2012. – №2. – С. 11-30.
3. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе. От действия к мысли: пособие для учителя/под ред. А.Г. Асмолова. - 3-е изд. – М.: Просвещение, 2011. – 152 с.
4. *Керова Г.В.* Нестандартные задачи по математике: 1-4 классы. – М.: ВАКО, 2010.- 240 с.
5. *Осмоловская И.М., Петрова Л.Н.* Формирование универсальных учебных действий у учащихся начальных классов//Начальная школа. – 2012. – №10. – С. 6-12.

В.В. ПИЛИПЕНКО,
*студентка 1 курса механико-математического факультета СГУ имени Н.Г. Чернышевского*

# ОДИН ИЗ СПОСОБОВ ОРГАНИЗАЦИИ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЫ УЧАЩИХСЯ МЛАДШИХ КЛАССОВ

Одним из способов организации исследовательской работы учащихся 1-6 классов является решение историко-математической занимательной задачи методом информационного моделирования. Ранее [1, с. 64-67] с этих позиций нами была рассмотрена древнеегипетская задача «Кошки, мыши и зерно», алгебраической моделью которой является формула n-ого члена геометрической прогрессии для $n \leq 5$. Рассмотрим другую историко-математическую задачу, которая, на первый взгляд, не имеет какой-либо математической модели.

Задача «Девичья хитрость». Золотошвея, взяв 20 девушек в учение, разместила их в 8 комнатах своего дома так, как показано на рисунке. По вечерам золотошвея обходила дом и проверяла, чтобы в комнатах на каждой стороне его было по 7 девушек. Однажды к девушкам в гости приехали 4 подружки и, заговорившись, остались у них ночевать, причём все 24 девушки разместились в комнатах так, что вечером золотошвея насчитала в комнатах на каждой стороне дома опять по 7 девушек. На следующий день 4 девушки пошли провожать своих четырёх подруг и дома не ночевали. Оставшиеся 16 девушек разместились так, что опять вечером золотошвея насчитала в комнатах с каждой стороны дома по 7 девушек. Как размещались девушки по комнатам в двух последних случаях? [2, с. 60-61].

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 3 | 2 |
| 3 | ***20*** | 3 |
| 2 | 3 | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 5 | 1 |
| 5 | ***24*** | 5 |
| 1 | 5 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 1 | 3 |
| 1 | ***16*** | 1 |
| 3 | 1 | 3 |

*Метод проб* приводит, как правило, к следующему решению. Казалось бы, задача исчерпала себя, но следующая серия вопросов позволяет развернуть вокруг уже готового решения настоящее исследование.

Вопрос 1. Как обосновать решение (или, другими словами, как получается, что каждый раз золотошвея насчитывает одинаковое количество девушек, когда их на самом деле разное число)?

Ответ. Всё дело в том, что золотошвея дважды учитывает число девушек, находящихся в угловых комнатах, то есть она складывает не 8 чисел, а 12:

| Стена | Количество девушек | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 + 3 + 2 | 1 + 5 + 1 | 3 + 1 + 3 |
| 2 | 2 + 3 + 2 | 1 + 5 + 1 | 3 + 1 + 3 |
| 3 | 2 + 3 + 2 | 1 + 5 + 1 | 3 + 1 + 3 |
| 4 | 2 + 3 + 2 | 1 + 5 + 1 | 3 + 1 + 3 |
| Итого | 28 | 28 | 28 |
| Всего девушек | 20 | 24 | 16 |
| в угловых комнатах (их 4) | $8 = 2 \times 4$ | $4 = 1 \times 4$ | $12 = 3 \times 4$ |
| в центральных комнатах (их 4) | $12 = 3 \times 4$ | $20 = 5 \times 4$ | $4 = 1 \times 4$ |

Вопрос 2. Есть ли другие способы расположить 24, 20 и 16 девушек в 8 комнатах по 7 человек с каждой стороны дома?

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 2 | 2 |
| 2 | ***20*** | 4 |
| 2 | 4 | 1 |

На первый взгляд, ответ отрицательный. И если учащиеся твёрдо стоят на своем, пусть оценят следующее решение (для 20 девушек).

Для ответа на второй вопрос нужно

– или применить *метод исчерпывающих проб* к решению задачи «Девичья хитрость», то есть рассмотреть все возможные варианты решения задачи для случая 24, 20 и 16 девушек (первое направление исследования);

– или найти *алгоритм* расстановки чисел 1, 2, 3, 4, 5 в восьми ячейках таблицы 3 × 3 согласно условию задачи (второе направление исследования).

Исследование в каждом направлении вызывает ряд проблем.

I направление исследования

Проблема 1. Каким образом осуществлять перебор вариантов?

| | | |
|---|---|---|
| **5** | | |
| | | |
| | | |

1. Можно зафиксировать какую-нибудь, например, угловую ячейку, задав значение этой ячейке – **5** (первая серия проб), затем 4 (вторая серия проб), и далее 3, 2, и 1.

2. Использовать представления числа 7 в виде суммы трёх слагаемых: 7 = 1 + 1 + 5 = 1 + 2 + 4 = 1 + 3 + 3 = 2 + 2 + 3.

| | | |
|---|---|---|
| **5** | 1 | 1 |
| 1 | | |
| 1 | | |

3. Заполнить, используя эти представления и переместительный закон сложения, одну из строк таблицы и смежный с ней столбец, например, верхнюю строку и левый столбец.

4. Заполнить оставшиеся ячейки таблицы, например, последовательно вписывая в ячейку (центральная, правый столбец) числа 1, 2, 3, 4 и 5, затем вычислив значение нижней угловой правой ячейки и оставшейся ячейки. В центре таблицы указываем сумму чисел (значений восьми ячеек таблицы).

| | | |
|---|---|---|
| **5** | 1 | 1 |
| 1 | ***16*** | 1 |
| 1 | 1 | 5 |

| | | |
|---|---|---|
| **5** | 1 | 1 |
| 1 | ***17*** | 2 |
| 1 | 2 | 4 |

| | | |
|---|---|---|
| **5** | 1 | 1 |
| 1 | ***18*** | 3 |
| 1 | 3 | 3 |

| | | |
|---|---|---|
| **5** | 1 | 1 |
| 1 | ***19*** | 4 |
| 1 | 4 | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| **5** | 1 | 1 |
| 1 | ***20*** | 5 |
| 1 | 5 | 1 |

5. Анализируем результаты, делаем выводы, выдвигаем гипотезы по первой серии проб:

(1) Мы нашли ещё два решения задачи для случая 16 и 20 девушек.

(2) Наверное, есть и другие решения задачи для случая 16, 20 и 24 девушек. Какие? – Проблема 2.

(3) Задача имеет решение для случая 17, 18 и 19 девушек. Сколько и какие это решения? – Проблема 3.

(4) Наверное, задача имеет решение для случая 21, 22 и 23 девушек. Сколько и какие это решения? – Проблема 4.

(5) Все построенные информационные модели задачи – симметричны относительно диагонали таблицы.

(6) Наверное, симметрия таблиц – характерная особенность задач такого рода. Так ли это? – Проблема 5.

(7) Наш скоропалительный ответ на второй вопрос – следствие того, что первые построенные нами информационные модели имели две оси симметрии (горизонтальную и вертикальную), в результате чего в угловых ячейках «встали» одинаковые числа. Мы искали аналогичные решения, а их, действительно, нет.

6. Проводим вторую и последующие серии проб, анализируем результаты, делаем выводы, то есть, решаем проблемы 2-5.

II направление исследования

Проблема 1. Каким образом была заполнена таблица из текста (условия) задачи?

| | | |
|---|---|---|
| 2 | | 2 |
| | ***20*** | |
| 2 | | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| 2 | 3 | 2 |
| 3 | ***20*** | 3 |
| 2 | 3 | 2 |

1. Так как золотошвея насчитала 28 девушек, а их было всего 20, то 28 – 20 = 8 девушек посчитали дважды, то есть они находились в угловых комнатах по 8 : 4 = 2 девушки в каждой угловой комнате.

Тогда в центральной комнате было по 7 – 2 – 2 = 3 девушки.

Информационная модель условия задачи построена.

2. Итак, для того, чтобы построить модель задачи нужно:

(1) Найти разность между 28 и данным числом девушек.

(2) Полученную разность разделить на 4 и записать получившийся результат в угловые ячейки таблицы.

(3) Заполнить центральные ячейки таблицы, вычитая из 7 удвоенный результат предыдущего действия.

Проблема 2. Можно ли полученный алгоритм применить к случаю 24 и 16 девушек?

| Алгоритм | Требование задачи | |
|---|---|---|
| | Разместить 24 девушки | Разместить 16 девушек |
| (1) Найти разность между 28 и данным числом девушек. | 28 – 24 = 4 | 28 – 16 = 12 |
| (2) Полученную разность разделить на 4 и записать получившийся результат в угловые ячейки таблицы. | 4 : 4 = 1<br>1 \| \| 1<br>\| ***24*** \|<br>1 \| \| 1 | 12 : 4 = 3<br>3 \| \| 3<br>\| ***16*** \|<br>3 \| \| 3 |
| (3) Заполнить центральные ячейки таблицы, вычитая из 7 удвоенный результат предыдущего действия | 7 – 1 – 1 = 5<br>1 \| 5 \| 1<br>5 \| ***24*** \| 5<br>1 \| 5 \| 1 | 7 – 3 – 3 = 1<br>3 \| 1 \| 3<br>1 \| ***16*** \| 1<br>3 \| 1 \| 3 |

Проблема 3. Каким образом была заполнена таблица – второй вариант расположения 20 девушек?

| | | |
|---|---|---|
| 3 | 2 | 2 |
| 2 | ***20*** | 4 |
| 2 | 4 | 1 |

Изучим данную модель:

(1) В углах стоят числа 1, 2, 3 и 2, дающие в сумме 8 (28 – 20 = 8).

(2) В центральном столбце и центральной строке стоят числа 2 и 4, дающие в сумме 6 (20 – 7 – 7 = 6).

Итак, можно, сначала заполнять углы таблицы (учитывая переместительный закон сложения) так, чтобы значения в сумме давали 8:

1 + 1 + 1 + 5 или 1 + 1 + 2 + 4, или 1 + 1 + 3 + 3, или 1 + 2 + 2 + 3, или 2 + 2 + 2 + 2, – а затем заполнять центральные ячейки. Или же заполнить центральные ячейки (учитывая переместительный закон сложения) так, чтобы значения в сумме давали 6: 1 + 5 или 2 + 4 или 3 + 3, – а затем заполнять угловые ячейки. Какой способ рациональнее? – Проблема 4.

Проще, кажется, второй способ. Осуществим его на практике (все желающие могут использовать и первый способ заполнения таблицы).

| | | |
|---|---|---|
| | **1** | |
| **1** | | **5** |
| | **5** | |

⇒

| | | |
|---|---|---|
| 5 | **1** | 1 |
| **1** | | **5** |
| 1 | **5** | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| | **1** | |
| **2** | | **4** |
| | **5** | |

⇒

| | | |
|---|---|---|
| 4 | **1** | 2 |
| **2** | | **4** |
| 1 | **5** | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| 3 | **1** | 3 |
| **3** | | **3** |
| 1 | **5** | 1 |

⇒

| | | |
|---|---|---|
| 3 | **1** | 3 |
| **3** | | **3** |
| 1 | **5** | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| | **2** | |
| **2** | | **4** |
| | **4** | |

⇒

| | | |
|---|---|---|
| 3 | **2** | 2 |
| **2** | | **4** |
| 2 | **4** | 1 |

**и л и**

| | | |
|---|---|---|
| 4 | **2** | 1 |
| **2** | | **4** |
| 1 | **4** | 2 |

| | | |
|---|---|---|
| | **2** | |
| **3** | | **3** |
| | **4** | |

⇒

| | | |
|---|---|---|
| 2 | **2** | 3 |
| **3** | | **3** |
| 2 | **4** | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| | **3** | |
| **3** | | **3** |
| | **3** | |

⇒

| | | |
|---|---|---|
| 1 | **3** | 3 |
| **3** | | **3** |
| 3 | **3** | 1 |

**и л и**

| | | |
|---|---|---|
| 2 | **3** | 2 |
| **3** | | **3** |
| 2 | **3** | 2 |

Последнее решение совпадает с условием задачи «Девичья хитрость», значит этот способ решения задачи «лучше», чем разработанный ранее Алгоритм.

Итак, мы получили 8 принципиально различных способов размещения по комнатам 20 девушек.

Применим наш метод решения задачи для случая, например, 23 девушек:

(1) 28 – 23 = 5 – девушек располагаются в угловых комнатах;

(2) 23 – 7 – 7 = 9 – девушек располагаются в центральных комнатах вертикального рядя и центральных комнатах горизонтального ряда;

(3) 5 = 1 + 1 + 1 + 2 – схема расположения девушек в угловых комнатах;

9 = 4 + 5 – схема расположения девушек в центральных комнатах вертикального и горизонтального рядов.

| | | |
|---|---|---|
| **1** | | **1** |
| | | |
| **2** | | **1** |

**или**

| | | |
|---|---|---|
| | **4** | |
| **4** | | **5** |
| | **5** | |

| | | |
|---|---|---|
| **1** | 5 | **1** |
| 4 | | 5 |
| **2** | 4 | **1** |

≡

| | | |
|---|---|---|
| 2 | **4** | 1 |
| **4** | | **5** |
| 1 | **5** | 1 |

(4) Строим информационную модель решения задачи одним из способов: располагаем сначала девушек в угловых, а затем в центральных комнатах, или наоборот.

В результате, мы получаем один и тот же способ размещения по комнатам 23 девушек.

Итак, существует единственный способ разместить по 8 комнатам 23 девушки так, чтобы по каждой стороне было по 7 девушек.

Проблема 5. Как сформулировать задачу в общем виде? Имеются ли ограничения на данные условия?

Задача в общем виде. Как разместить по 8 комнатам четырёхугольного дома n девушек так, чтобы в комнатах на каждой его стороне было по 7 девушек?

Задача имеет ограничения на n. Покажем это. Будем считать количество девушек в горизонтальных рядах: в I ряду – 7 девушек, в III ряду – 7 девушек, тогда во II ряду (n – 7 – 7), то есть (n – 14) девушек. С другой стороны, во втором ряду всего две комнаты, в каждой комнате может быть 1, 2, 3, 4 или 5 девушек (вспоминаем представление числа 7 в виде суммы трёх слагаемых), то есть во втором ряду может быть от 2 (наименьшее) до 10 (наибольшее) девушек. Итак, с одной стороны, во втором ряду (n – 14) девушек, с другой стороны их число не меньше 2 и не больше 10:

$$2 \le n - 14 \le 10$$

или (прибавим ко всем частям неравенства 14),

$$16 \le n \le 24.$$

Проблема 6. Даёт ли новый принцип подсчёта девушек (считаем количество девушек в горизонтальных рядах) идею ещё одного способа решения задачи – идею заполнения ячеек таблицы? Позволяет ли он найти все решения задачи? Насколько он рационален?

Мы продемонстрировали один из вариантов организации исследовательской деятельности учащихся младших классов на материале занимательной историко-математической задачи. Кстати, возможности данной задачи ещё не до конца исчерпаны. Можно, например, заниматься вопросом составления подобных задач – следующий уровень обобщения, который соответствует углубленному уровню изучения математики.

Используя не потерявшее своей актуальности пособие Петровой Е.С. «Организация познавательной деятельности учащихся старших классов средней школы в условиях углубленного изучения математики» [3] и другие аналогичные методические руководства можно разработать систему исследовательских задач углубленного уровня. Для этой системы задач будут характерны:

– задания на классифицирование (определение принадлежности к тому или иному классу задач) основополагающей задачи, сформулированной в самом общем виде,

– рассмотрение частных случаев,

– рассмотрение разнообразных методов, способов и приёмов решения основополагающей проблемной задачи,

– обязательное теоретическое обоснование каждого решения,

– конструирование задач.

**Литература**

1. Лебедева С.В., Пилипенко В.В. Старинные занимательные задачи на уроках математики / Учитель – ученик: проблемы, поиски, находки: Сборник научных трудов: Выпуск 4. – Саратов: Научная книга,2005. – С.64-67.

2. Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В., Потапов М.К. Старинные занимательные задачи. – М.: Наука, 1985.

3. Петрова Е.С. Организация познавательной деятельности учащихся старших классов средней школы в условиях углубленного изучения математики. – Саратов: Изд-во СГПИ, 1991.

Н.С. ШАМИНА,
*преподаватель математики*
*Саратовского педагогического колледжа*
А.А. ВДОВИЧЕНКО,
*студентка 5 курса*
*механико-математического факультета*
*СГУ имени Н.Г.Чернышевского*

# СИСТЕМА ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ ЗАДАЧ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ ЛУЧШИХ УЧИТЕЛЕЙ ГОРОДА САРАТОВА

С 27 по 28 ноября в «Гуманитарно-экономическом лицее» города Саратова проходил профориентационный марафон. В нем принимали участие студенты СГУ имени Н.Г. Чернышевского. Марафон проводился в Саратове третий раз с целью профориентационной работы и привлечения внимания молодых специалистов к профессии педагога. В мероприятии приняли участие более ста студентов СГУ.

27 ноября участников марафона приветствовали заместитель председателя комитета по образованию администрации муниципального образования «Город Саратов» И.А. Чинаева, директор МОУ «Гуманитарно-экономический лицей» М.И. Орлов и руководитель Регионального центра содействия трудоустройству М.И. Кабанова.

М.И. Орлов рассказал о лицее, о достижениях учеников лицея и значимости организованного мероприятия. И.А. Чинаева особое внимание обратила на профессионализм учителей, дающих открытые уроки, и посоветовала участникам марафона, по возможности, перенять опыт и мастерство лучших учителей города. М.И. Кабанова поблагодарила руководство Гуманитарно-экономического лицея за высокий уровень организации мероприятия и пожелала студентам не ошибиться в выборе профессии.

После открытия марафона студенты всех специальностей, а именно: русского языка и литературы, английского и немецкого языков, химии, физики, музыки, биологии, географии, физической культуры, истории, обществознания и, конечно, математики, смогли побывать на открытых уроках по дисциплинам своего профиля подготовки.

Студенты механико-математического факультета присутствовали на уроке математики в 5 классе. Урок проводила учитель математики первой категории МОУ «Восточно-Европейский Лицей», кандидат педагогических наук – Эргле Евгения Викторовна.

В начале занятия была продемонстрирована визитная карточка учителя, в которой рассказывалось о профессиональной деятельности (в том числе, об опыте по внедрению стохастической линии в школьный курс математики) и заслугах Евгении Викторовны.

Начало урока Евгения Викторовна организовала в форме рассказа о своей внучке, ставшего основой для формулировки двух проблемных для учеников задач.

Вот одна из них: *«У Тани 3 юбки и 5 кофт, удачно сочетающихся по цвету. Сколько различных комбинаций одежды имеются?».*

Обсуждение задачи проходило очень активно. Решение задачи сопровождалась красочной презентацией, в которой было наглядно показано, как выбирались элементы одежды.

Проблемными задачами и красочным представлением их решения Евгения Викторовна подвела учащихся к теме урока: «Комбинаторные задачи. Метод перебора».

После этого учитель предложила учащимся придумать комбинаторные задачи. Желающих рассказать о придуманных задачах было много, и Евгения Викторовна дала каждому возможность высказаться и исправить формулировку в случае ошибки.

**Тест №1**

**1** Комбинаторика – это раздел _____, посвящённый решению задач _____ и расположения элементов в соответствии с данными условиями.

**2.** При решении комбинаторных задач чаще всего приходится отвечать на вопрос «_____».

**3.** Среди предложенных задач выберите комбинаторные задачи. В ответ впишите букву, соответствующую выбранной задаче.

**А.** На двух полках 120 книг. На первой полке книг в 3 раза больше, чем на второй. Сколько книг на каждой полке?

**Б.** Чтобы запереть чемодан с кодовым замком, нужно ввести код, состоящий из 2 цифр. Хозяин решил использовать цифры 1, 2 и 3. Сколькими способами он сможет выбрать код?

**В.** Два туриста идут навстречу друг другу, расстояние между ними 5 км. Через какое время они встретятся, если скорость первого 3 км\ч., а скорость второго 5 км\ч.?

**Г.** Несколько стран решили использовать флаг своего государства в виде трёх горизонтальных полос одинаковых по ширине, но разных по цвету: белый, голубой, красный. Сколько стран могут использовать такую символику, при условии, что у каждой страны свой отличный от других стран флаг?

Ответ. _____

**Тест №2.**

**1.** Запишите все возможные трёхзначные числа, которые можно составить из цифр 4, 5, 6, используя каждую из них только один раз.

Ответ. _____

**2.** Сколькими способами можно выбрать два разных цветка, если есть васильки, маки, ромашки и тюльпаны?

Ответ. _____

Убедившись, что все дети поняли, что же такое «комбинаторная задача», учитель предложила учащимся записать в тетради точное определение и основной вопрос, относящийся к этому виду задач. Данный этап урока также сопровождался презентацией.

Следующий этап урока – контроль за усвоением изученного материал – учитель организовала в форме тестирования: ученикам были предложены карточки с тестом, содержащем три вопроса. Учащимся предстояло не только ответить на предложенные вопросы, но и сразу же проверить свои знания. Проверку теста Евгения Викторовна объединила с небольшой зарядкой. Дети оценивали себя

самостоятельно и выставили свои отметки прямо на листах теста. Третий вопрос в тесте – задача, решать которую учитель вызвала одного из учащихся к доске.

На закрепление изученного материала, Евгения Викторовна вновь раздала детям карточки с двумя задачами. Собрав карточки, учитель предложила решить еще одну задачу, которая, на наш взгляд, была лишней.

В конце урока учащимся был задан вопрос: «Достигнута ли цель урока?», на который дети, конечно же, ответили «да», аргументируя при этом свои мнения. Домашнее задание учащиеся получили также на карточках.

Всего показательный урок длился около 60 минут, и к его окончанию было заметно, что дети утомились. Несмотря на это, в целом урок нам понравился. Учитель творчески подошел к занятию. И, несмотря на то, что Евгения Викторовна проводила урок с совершенно незнакомыми детьми, в классе царила атмосфера заинтересованности и доброжелательности.

После окончания занятия, (будущие учителя) заполняли анкеты, полученные во время регистрации.

Во второй день марафона состоялось обсуждение результатов первого дня, говорилось о значимости педагогической профессии. Начальник отдела педагогической информации Городского методического центра С.О. Шаров ознакомил всех присутствующих с результатами анкетирования. Он отметил, что большая часть студентов, принявших участие в анкетировании, поступая в ВУЗ, сделала свой выбор осознанно. А при ответе на вопрос: «Что привлекло Вас в выбранной специальности?» многие ответили: «Интересная работа». Также он рассказал о возможностях для молодых преподавателей и пожелал студентам удачи в нелегкой, но интересной профессии учителя.

На наш взгляд, такие мероприятия нужны, важны и востребованы студентами. Нам было интересно посетить открытые уроки лучших учителей, увидеть результаты анкетирования, а главное, ознакомиться с учительскими вакансиями в городе Саратове.

Н.Г. КАЛМЫКОВА
*учитель математики МОУ «СОШ № 9» г. Саратов*

# ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЕ ЗАДАЧИ В КУРСЕ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ

Важной задачей современного общества является развитие творческой личности. Уже со школьной скамьи учащиеся вовлекаются в доступные формы исследовательской деятельности. Именно учебно-исследовательский процесс способствует развитию таких качеств, как самостоятельность, критичность, независимость, которые влияют на процесс становления творческой личности.

Учебно-исследовательская деятельность включает следующие этапы:

- формулировка проблемы, задачи исследования (с помощью учителя);
- составление плана исследования;
- выбор методов исследования;
- знакомство с литературой по выбранной проблеме;
- анализ, систематизация и обобщение собранного материала;
- решение поставленной проблемы, задачи;
- поиск другого возможного пути решения задачи.

При изучении математики богатый потенциал в организации учебно-исследовательского процесса заложен в истории математики, которая в школе рассматривается фрагментарно. Тем не менее, изучение истории математики на уровне учебно-исследовательской деятельности предоставляет учителю возможность включать учащихся в решение таких творческих учебных задач как:

- изучение содержания учебно-математических работ математиков, педагогов-математиков, выделение их значимости в развитии науки;
- изучение историко-математического и методического материала, составляющего наследие классиков науки и образования;
- определение возможности использования исторического материала при изучении различных тем школьного курса математики;
- подготовка и защита индивидуальных исследовательских проектов историко-математического характера. [2]

В качестве примера рассмотрим план-конспект урока по геометрии в 7 классе «Геометрическое исследование задачи Наполеона при помощи чертежных инструментов».

Цель урока: закрепить конструктивные умения при выполнении построений циркулем и линейкой в ходе исследования задачи по истории математики.

Задачи урока:

– формировать умения выделять существенные свойства фигур, четко формулировать выводы на основе наблюдений;

– познакомить учащихся с историей задачи;

– активизировать деятельности учащихся, побуждая их к творческому поиску.

Оборудование: ПК, проектор, презентация PowerPoint, чертежные инструменты.

Ход урока

I. Организационный момент

II. Историческая справка (Слайд № 1).

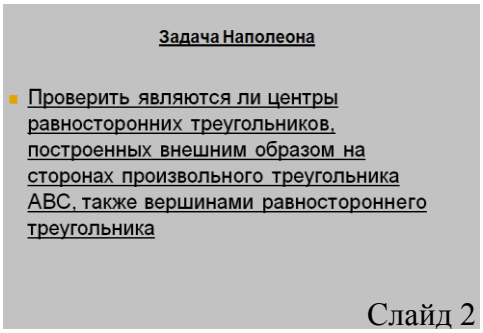
Слайд 1

Учитель: Восемнадцатое столетие было временем удивительных судеб. Люди без роду, без племени, оказались вознесенными на вершину общества. И сегодня мы будем говорить, именно о таком человеке.

Член Института Франции (так в революционные годы именовалась Академия наук), незаурядный математик стал академиком за решение нескольких довольно сложных задач по построению циркулем и линейкой. Но мы его знаем как Французского государственного деятеля, полководца, императора Франции.

Семья была небогата и многодетна, но отец стремился дать сыновьям образование.

В1784 году Наполеон поступил в Парижскую военную школу. Бонапарт обнаружил исключительные способности к математике, оставаясь в этом предмете первым, и будучи уже Французским императором он находил время заниматься ею для собственного удовольствия, чувствовал в ней красоту и объект, достойный приложения остроумия и изобретательности. Одно из свидетельств тому несколько составленных им геометрических задач. И сегодня мы рассмотрим задачу, составленную самим Наполеоном.



Слайд 2

III. Исследование задачи

Задача Наполеона. (Слайд № 2).

Чем являются центры равносторонних треугольников, построенных внешним образом на сторонах произвольного треугольника ABC?

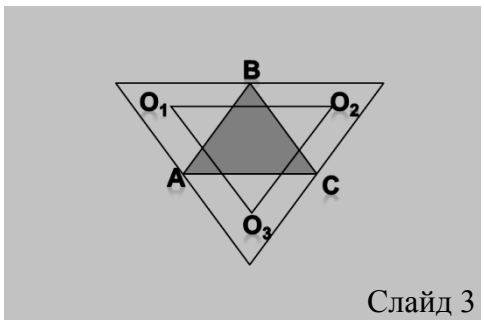
Вопросы классу:

Учитель: Как вы думаете, чем являются центры равносторонних треугольников? – ученики выдвигают гипотезу и составляют план проверки гипотезы.

План исследования задачи

1. Построить произвольный треугольник;
2. На стороне AB построить равносторонний треугольник;
3. Построить центр $O_1$ равностороннего треугольника;
4. На стороне BC построить равносторонний треугольник;
5. Построить центр $O_2$ равностороннего треугольника;
6. На стороне AC построить равносторонний треугольник;
7. Построить центр $O_3$ равностороннего треугольника;
8. Соединить центры $O_1$, $O_2$, $O_3$;
9. Сравнить отрезки $O_1O_2$, $O_2O_3$, $O_1O_3$;
10. Вывод.

Учащиеся выполняют построение по плану (Слайд № 3).



Слайд 3

Учащиеся сверяют чертежи и делают вывод о том, чем являются центры равносторонних треугольников, построенных внешним образом на сторонах произвольного треугольника.

Учащиеся отвечают на вопросы учителя:

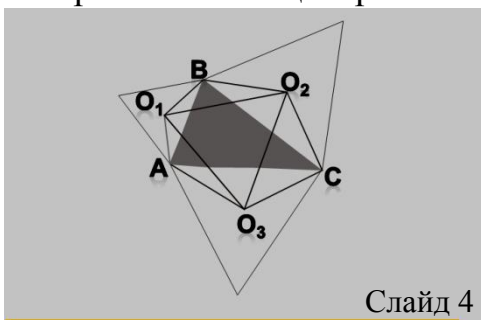
Можно ли утверждать, что $\triangle O_1O_2O_3$ – равносторонний? / нет;

Учитель: Этот факт необходимо доказать. Исследования, которое мы провели, недостаточно.

Идет беседа с классом по доказательству задачи.

Учитель: Чем являются точки $O_1, O_2, O_3$? / центры равносторонних треугольников;

Расшифруйте фразу «Центр равностороннего треугольника» / точка, которая является центром вписанной и описанной окружности;



Слайд 4

Чем является центр вписанной окружности? / точка пересечения биссектрис.

Слайд № 4.

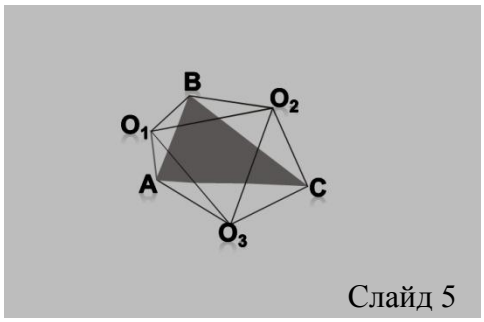
Для доказательства выполним дополнительное построение: соединим центры $O_1$, $O_2$, $O_3$ с ближайшими двумя вершинами треугольника ABC.

Беседа с классом:

– Чем являются отрезки $BO_2$, $CO_2$… ? / биссектрисами; радиусами описанных окружностей;

– Что мы можем сказать о радиусах окружности? / они равны;

– Каким свойствам обладает равносторонний треугольник? / все углы равны по $60^0$;

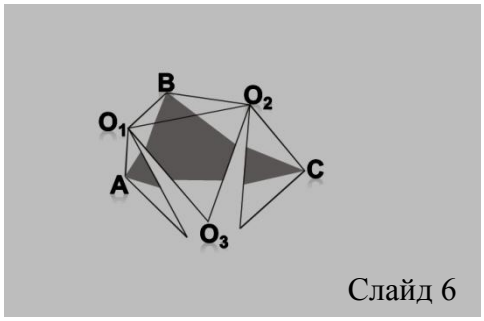


Слайд 5

– Что мы можем сказать про углы $O_2BC$, $\angle O_2CB$? / углы равны по $30^0$;

– Чему равен $\angle BO_2C$? / $\angle BO_2C = 180^0 - 30^0 \cdot 2 = 120^0$:

– Что можно сказать про углы $\angle AO_1B$, $\angle AO_3C$? / они равны по $120^0$;



Слайд 6

–Какая фигура помимо треугольников есть на чертеже? – шестиугольник $AO_1BO_2CO_3$;

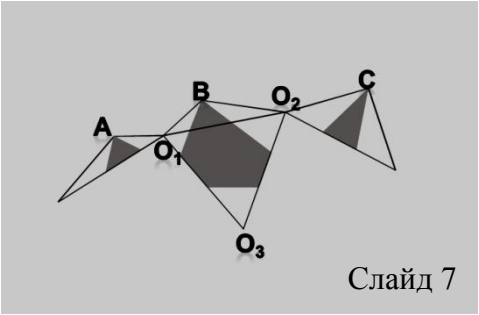
–Чему равна сумма внутренних углов n-угольника? / $180^0 \cdot (n - 2)$;

–Чему равна сумма внутренних углов шестиугольника? / $180^0 \cdot (6 - 2) = 720^0$

–Чему равна сумма^

$\angle O_1AO_3 + \angle O_1BO_2 + \angle O_2CO_3$? / $360^0$;

Для дальнейшего доказательства отбросим невыпуклые четырехугольники:



Слайд 7

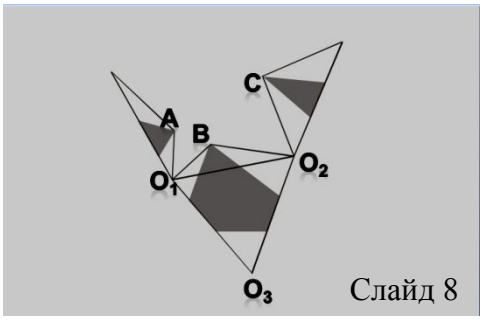
Слайд № 5

– Что при этом получим? / шестиугольник $AO_1BO_2CO_3$.

«Отрежем» от четырехугольника треугольники $\Delta\, O_1AO_3$, $\Delta\, O_2CO_3$, как показано на рисунке.

Слайд № 6 - № 9.

Переместим их в плоскости, как указано на чертеже, получим четырехугольник $O_1DO_2O_3$.



Слайд 8

Беседа по чертежу:

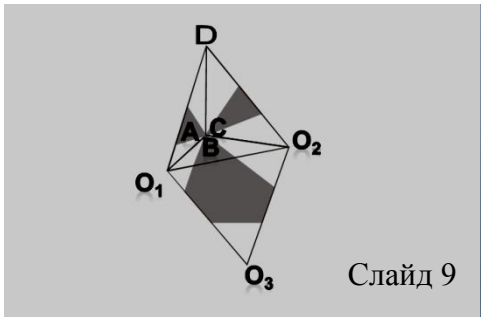
– Что можно сказать о $\Delta\, O_1DO_2$, $\Delta\, O_1O_3O_2$? / они равны;

– Докажите, что эти треугольники равны? / $O_1D = O_1O_3$ – по построению; $DO_2 = O_3O$ – по построению; $O_1O_2$ – общая. Треугольники $\Delta\, O_1DO_2$ и $\Delta\, O_1O_3O_2$ равны по трём сторонам, значит все соответственные элементы равны:

$\angle DO_1O_2 = \angle O_3O_1O_2 = 60°$,

$\angle DO_2O_1 = \angle O_1O_2O_3 = 60°$,

значит $\angle O_1O_3O_2 = 60°$, следовательно, $\Delta\, O_1O_2O_3$ – равносторонний, что и требовалось доказать.



Слайд 9

IV. Домашнее задание. Проверить, будут ли центры равносторонних треугольников, построенных внутренним образом на сторонах произвольного треугольника как на основаниях, являться равносторонним треугольником (Провести геометрическое исследование).

При выполнении учебно-исследовательской работы учащиеся получают неформальные и очень глубокие знания, развивают свои творческие способности и приобретают навыки исследовательской деятельности.

Таким образом, рассмотрение историко-математического материала при изучении математики позволяет обогатить учебный процесс новыми видами творческих учебно-исследовательских задач в добавление к «традиционным» творческим математическим заданиям.

**Литература**

1. *Березин В.Н.* Задача Наполеона.// Квант, №6, 1972

2. *Лобзина Ю.В.* Организация учебно-исследовательской деятельности школьников при изучении истории математики http://grant.rfh.ru

Г.Т. КОНДАУРОВА
*преподаватель высшей категории*
*Профессионального лицея № 21 (г. Аткарск)*

# УЧЕБНАЯ ДИСЦИПЛИНА «ТРАНСПОРТНАЯ ГЕОГРАФИЯ» КАК ЧАСТЬ ОСНОВНОЙ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ПРОФЕССИИ ОПЕРАТОР ПО ОБРАБОТКЕ ПЕРЕВОЗОЧНЫХ ДОКУМЕНТОВ НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ

Программа учебной дисциплины является частью основной профессиональной образовательной программы в соответствии с ФГОС по профессии НПО, входящей в состав укрупненной группы профессий 100000 – Сфера обслуживания: 100120.03 – Оператор по обработке перевозочных документов на железнодорожном транспорте.

В результате освоения учебной дисциплины обучающийся должен:

а) уметь различать наименования железных дорог в составе единой железной дороги Российской Федерации, различать типы локомотивов, вагонов; определять народнохозяйственные потребности в перевозках, направления и размеры грузовых и пассажирских потоков;

б) знать размещение путей сообщения; взаимодействие всех видов транспорта; роль железнодорожного транспорта в единой транспортной системе Российской Федерации.

Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

| Вид учебной работы | Объем часов |
|---|---|
| Максимальная учебная нагрузка (всего) | 75 |
| Обязательная аудиторная учебная нагрузка (всего) | 50 |
| в том числе: | |
| практические занятия | 6 |
| контрольные работы | 8 |
| Самостоятельная работа обучающегося (всего) | 25 |
| в том числе: | |
| выполнение домашнего задания | 15 |
| написание реферата | 5 |
| подготовка к итоговой аттестации | 5 |
| Итоговая аттестация в форме зачета | |

Информационное обеспечение обучения

1. Единая транспортная система : учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / Н.А. Троицкая. – М. : Издательский центр «Академия», 2009. – 240 с.

2. География путей сообщения : учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / Под ред. Н.Н. Казанского. – М. : Издательский центр «Академия», 2010. – 216 с.

3. Организация железнодорожных пассажирских перевозок : учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / Под ред. В.А. Кудрявцева. – М. : Издательский центр «Академия», 2010. – 256 с.

4. Периодическая печать: журнал «Железнодорожный транспорт».

Тематический план и содержание учебной дисциплины
«Транспортная география»

| Наименование разделов и тем | Содержание учебного материала, лабораторные работы и практические занятия, самостоятельная работа обучающихся | Объем часов | Уровень освоения |
|---|---|---|---|
| Раздел 1. Единая транспортная система | | 51 | |
| Тема 1.1. Продукция транспорта | Транспорт. Средства сообщения. Пути сообщения. Продукция транспорта. Управление транспортом | 6 | 2 |
| | Практическое занятие «Управление транспортом» | 2 | |
| | Контрольная работа «Продукция железнодорожного транспорта» | 2 | |
| | Самостоятельная работа обучающихся: выполнение домашнего задания по теме 1.1 | 5 | |
| Тема 1.2. Экономико-географические условия развития хозяйств на территории РФ | Развитие железнодорожной сети до революции. Классификация транспортно-экономических перевозок. Виды перевозок. Энергетика страны. Каменный уголь. Нефтяные грузы. | 10 | 2 |
| | Практическое занятие «Грузопотоки на железных дорогах РФ» | 2 | |
| | Контрольная работа «Промышленность и сельское хозяйство РФ» | 2 | |
| | Самостоятельная работа обучающихся: выполнение домашнего задания по теме 1.2 | 7 | |
| Тема 1.3. Грузопотоки на железных дорогах РФ | Грузопотоки рудного сырья, металлов, минеральных удобрений, строительных материалов, сельскохозяйственных грузов, легкой и пищевой промышленности | 10 | 2 |
| | Самостоятельная работа обучающихся: выполнение домашнего задания по теме 1.3 | 5 | |
| Раздел 2. Основные направления пассажиропотоков | | 12 | |
| Тема 2.1. Пассажирские перевозки на железнодорожном транспорте | Значение пассажирских перевозок. География дальних перевозок пассажиров. География пригородных перевозок пассажиров | 6 | 2 |
| | Контрольная работа «Пассажирские перевозки» | 2 | |
| | Самостоятельная работа обучающихся: выполнение домашнего задания по теме 2.1; написание реферата «Пассажирские перевозки» | 4 | |
| Раздел 3. Экономико-географическая характеристика сети железных дорог РФ | | 12 | |
| Тема 3.1. Железнодорожный транспорт РФ | Железнодорожный транспорт РФ. Перечень железных дорог РФ. Технология работы железнодорожного транспорта. Тенденции развития железнодорожного транспорта РФ | 6 | 2 |
| | Контрольная работа «Железнодорожный транспорт РФ» | 2 | |
| | Самостоятельная работа обучающихся: выполнение домашнего задания по теме 3.1, подготовка к итоговому зачету | 4 | |
| | ВСЕГО | 75 | |

Приведем пример практического занятия по теме: «Управление транспортом».

Вопросы для обсуждения:

1. Транспорт, его значение в жизни общества.
2. Особенности управления транспортом.

Контрольные вопросы и задания

1. Кто решает вопросы управления транспортом?
2. Вычертить схему «Объем перевозок грузов и пассажиров».

Литература (к занятию)

1. Единая транспортная система : учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / Н.А. Троицкая. – М. : Издательский центр «Академия», 2009. – 240 с.

2. География путей сообщения : учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования / Под ред. Н.Н. Казанского. – М. : Издательский центр «Академия», 2010. – 216 с.

Задания для контрольной работы «Железнодорожный транспорт РФ»:

1. Принципы работы железных дорог.
2. Основные технико-эксплуатационные особенности и достоинства железнодорожного транспорта.
3. Классификация подвижного состава железнодорожного транспорта.

Вопросы к итоговой аттестации

1. Основные элементы транспортного процесса.
2. Информация по железнодорожному транспорту.
3. Транспортная продукция.
4. Стоимость транспортной продукции.
5. От чего зависит развитие транспорта и его продукции.
6. Промышленность и сельское хозяйство РФ.
7. Черная и цветная металлургия.
8. Химическая промышленность.
9. Машиностроительная промышленность.
10. Виды пассажирских перевозок.
11. Категории пассажирских поездов.
12. Особенности пригородных пассажирских перевозок.
13. В чем заключается главная цель пассажирских перевозок?
14. Перспективы роста пассажирских перевозок.
15. Принципы работы железных дорог.
16. Основные технико-эксплуатационные особенности и достоинства железнодорожного транспорта.
17. Классификация подвижного состава.
18. Проблемы и тенденции развития железнодорожного транспорта.
19. Технология работы железнодорожного транспорта.
20. Влияние рыночных условий экономики на работу железнодорожного транспорта.
21. Центральный экономический район.
22. Основные особенности географии других видов транспорта.

Г.Т. КОНДАУРОВА
*преподаватель высшей категории*
*Профессионального лицея № 21 (г. Аткарск)*

# МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ К ВЫПОЛНЕНИЮ ПИСЬМЕННОЙ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ ПО ПРОФЕССИИ «ОПЕРАТОР ПО ОБРАБОТКЕ ПЕРЕВОЗОЧНЫХ ДОКУМЕНТОВ НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ ТРАНСПОРТЕ»

Письменная экзаменационная работа является выпускной квалификационной работой для обучающихся профессии «Оператор по обработке перевозочных документов на железнодорожном транспорте».

Цель письменной экзаменационной работы: показать уровень сформированности профессиональных и общих компетенций; показать уровень умений, знаний и практического опыта в рамках одного или нескольких профессиональных модулей.

За шесть месяцев до защиты письменной экзаменационной работы обучающиеся должны быть ознакомлены с: утвержденным перечнем тем письменных экзаменационных работ; приказом о закреплении тем письменных экзаменационных работ.

Темы письменных экзаменационных работ определяются преподавателем – руководителем работы. Обязательное условие – соответствие тематики выпускной квалификационной работы содержанию одного или нескольких профессиональных модулей.

Руководитель письменной экзаменационной работы:

– составляет календарный план выполнения письменной экзаменационной работы;

– рекомендует обучающемуся список литературы;

– проводит систематические, предусмотренные расписанием, беседы с обучающимися, дает консультации по теме работы;

– проверяет выполнение работы по календарному плану;

– дает отзыв на выполненную письменную экзаменационную работу.

Письменная экзаменационная работа, выполненная обучающимся, представляется за 3-5 дней до дня предварительной защиты. После просмотра и одобрения письменная экзаменационная работа допускается к предварительной защите, а затем, согласно приказу, к защите.

Защита работы проводится в форме собеседования, во время которого обучающийся должен показать свою подготовленность в освоении технологических процессов, а также в вопросах охраны труда, применения материалов, инструментов и оборудования.

Итоговая оценка за письменную экзаменационную работу выставляется с учетом следующих критериев:

– оценка «отлично» (5) ставится в случае, когда содержание работы соответствует ее названию, просматривается четкая целевая направленность, необходимая глубина исследования. При защите работы обучающийся

логически последовательно излагает материал, базируясь на прочных теоретических знаниях по избранной теме. Стиль изложения корректен, работа оформлена грамотно, с учетом Национальных стандартов РФ;

– оценка «хорошо» (4) ставится в случае, когда содержание представленной работы соответствует ее названию, просматривается целевая направленность. При защите работы обучающийся соблюдает логическую последовательность изложения материала, но обоснования для полного раскрытия темы недостаточны. Допущены одна ошибка или два-три недочета в оформлении работы, выкладках, чертежах, эскизах;

– оценка «удовлетворительно» (3) ставится в случае, когда допущено более одной ошибки или трех недочетов, но при этом обучающийся обладает обязательными знаниями по излагаемой работе;

– оценка «неудовлетворительно» (2) ставится в случае, когда допущены существенные ошибки, при этом обучающийся не обладает обязательными знаниями по излагаемой теме в полной мере или значительная часть работы выполнена не самостоятельно.

Письменная экзаменационная работа имеет следующую структуру: задание; титульный лист; оглавление; введение; основная часть; заключение; список литературы; приложения (не является обязательным элементом структуры работы).

Оформление задания на письменную экзаменационную работу. Задание на письменную экзаменационную работу содержит следующие сведения: фамилия, имя, отчество обучающегося; профессия; тема работы; дата выдачи и сроки сдачи работы; краткое описание содержания работы.

Оформление титульного листа. Титульный лист является первой страницей письменной экзаменационной работы. На титульном листе приводятся следующие сведения: наименование организации, где выполнена работа; название темы работы; фамилия, имя, отчество обучающегося; наименование профессии; фамилия, имя, отчество руководителя; место и год написания работы.

Оформление оглавления. Оглавление – перечень основных частей работы с указанием страниц, на которые их помещают. Заголовки в оглавлении должны точно повторять заголовки в тексте. Не допускается сокращать или давать заголовки в другой формулировке. Последнее слово заголовка соединяют отточием с соответствующим ему номером страницы в правом столбце оглавления.

Оформление текста работы.

Введение к работе включает в себя следующие структурные элементы: актуальность темы работы (для обоснования актуальности следует показать значимость выделенной темы для работы железнодорожного транспорта и необходимость ее решения); цель работы (какой результат обучающийся намерен получить, каким он его видит).

Основной текст должен состоять из следующих элементов:

– описание технологического процесса;

– краткое описание используемых инструментов, оборудования, приспособлений, материалов, оформление документации;

– правила техники безопасности, охраны труды и организации рабочего места.

Все структурные элементы основного текста начинают с новой страницы.

В заключении излагают итоги выполненной работы, перспективы дальнейшей разработки темы.

Заголовки располагают посередине страницы без точки на конце. Заголовки отделяют от текста сверху и снизу тремя интервалами.

Работа должна быть выполнена печатным способом с использованием компьютера и принтера на одной стороне листа белой бумаги одного сорта формата А4 (210 × 297) через полтора интервала и размером 12-14 пунктов.

Страницы работы должны иметь следующие поля: левое – 25 мм, правое – 10 мм, верхнее – 20 мм, нижнее – 20 мм. Абзацный отступ должен быть одинаковым по всему тексту и равен пяти знакам.

Все страницы работы, включая приложения, нумеруются по порядку без пропусков и повторений. Первой страницей считается титульный лист, на котором нумерация страниц не ставится, на следующей странице ставится цифра «2» и т.д.

Порядковый номер страницы печатают на середине верхнего поля страницы.

Иллюстративный материал может быть представлен рисунками, графиками, схемами, диаграммами и другим подобным материалом. Иллюстрации, используемые в работе, размещают в приложениях к работе.

Оформление списка литературы. Список литературы должен включать библиографические записи (сгруппированные в алфавитном порядке) на документы, использованные обучающимся при работе над темой.

Оформление приложений. Материал, дополняющий основной текст работы, допускается помещать в приложения. Приложения оформляют как продолжение работы на ее последующих страницах. В основном тексте работы на все приложения должны быть даны ссылки. Приложения располагают в порядке ссылок на них в тексте работы. Приложения должны быть перечислены в оглавлении работы с указанием их номеров, заголовков и страниц.

Приведем примерные вопросы к основной части работы по теме «Прием груза к перевозке».

1. Прием груза к перевозке: описание технологического процесса.

1.1. Договор на перевозку грузов.

1.1.1. Комплект перевозочных документов.

1.1.2. Подготовка груза к перевозке.

1.1.3. Требования к таре, упаковке груза.

1.1.4. Транспортная маркировка.

1.1.5. Подготовка вагона к перевозке.

1.1.6. Определение массы груза.

1.1.7. Сроки доставки груза.

1.2. Прием груза к перевозке:

– на местах общего пользования;

– на местах необщего пользования;

– предъявление приемосдатчику завезенного на станцию груза;

– проверка приемосдатчиком груза (его количество и соответствие с накладной);

– запись приемосдатчиком о приеме груза к перевозке в Книгу приема груза к отправлению (форма ГУ-34).

1.3. Погрузка груза:

– время подачи вагона под погрузку;

– соблюдение норм загрузки вагонов, обеспечивающих при перевозке безопасность движения поездов и сохранность грузов;

– контроль за погрузкой грузов приемосдатчиком;

– контроль правильности размещения грузов, предусмотренных ТУ – начальником станции или его заместителем.

1.4. Пломбирование вагонов:

– типы пломб;

– места установки пломб;

– знаки, наносимые на ЗПУ (запорно-пломбировочные устройства).

1.5. Оформление перевозочных документов в товарной конторе:

– проверка правильности оформления приемосдатчиком принятого груза;

– присвоение номера отправки;

– определение провозной платы за перевозку груза;

– объявление ценности груза;

– составление вагонного листа.

2. Прием груза к перевозке: краткое описание используемых инструментов, оборудования, приспособлений, материалов, оформление документации.

2.1. Пломбировочные тиски, пломбы.

2.2. Перевозочные документы:

– Книга приема груза к отправлению (форма ГУ-34);

– книга пломбирования вагонов;

– накладная;

– дорожная ведомость;

– квитанция приема груза к перевозке;

– корешок дорожной ведомости;

– вагонный лист (повагонная отправка форма ГУ 38-а, маршрутная отправка форма ГУ 38-б, мелкая отправка форма ГУ 38-г, контейнерная отправка форма ГУ 38-в).

3. Прием груза к перевозке: правила техники безопасности, охраны труда и организации рабочего места.

3.1. Безопасные методы при подготовке груза к перевозке: просушка груза; сортировка груза; охлаждение груза; дробление груза; прессование груза.

3.2. Меры безопасности при погрузке грузов:

– осторожность с хрупкими грузами;

– осторожность с опасными грузами.

3.3. Меры безопасности при пломбировании вагонов.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие ……..……... 3

**ПЕДАГОГИЧЕСКОЕ И МЕТОДИЧЕСКОЕ НАСЛЕДИЕ ПРОФЕССОРА Е.С. ПЕТРОВОЙ**

Автобиография Петровой Елены Степановны, доктора педагогических наук, профессора кафедры математики и методики её преподавания СГУ имени Н.Г. Чернышевского ..……... 6
Кондаурова И.К. Страницы биографии профессора механико-математического факультета Саратовского государственного университета имени Н.Г. Чернышевского Петровой Елены Степановны …….…….. 8
Игошин В.И. Елена Степановна Петрова – учёный и педагог на фоне событий глобальной и провинциальной жизни ……... ……. 13
Капитонова Т.А. Об использовании пособия Е.С. Петровой «Исследовательские задачи в системе углубленного изучения математики» при подготовке будущих учителей математики . …….. 27
Зиновьева Т.Ф. О содружестве с прекрасным методистом …..…….. 31
Капитонова Т.А, Лебедева С.В. Школа Юного Педагога как одна из форм углубленного изучения математики …….. 34
Никитина Е.А. В память о Е.С. Петровой, учёном, педагоге и человеке ……..…….. 40
Ваганова И.П. Вспоминая о Е.С. Петровой…… …….. 42
Рыжов В.Н. Коллекция значков профессора Е.С. Петровой как память о городах и событиях …….. 47

**АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ УГЛУБЛЕННОГО ИЗУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКИ**

Зацепина О.В., Киотина Г.В. К вопросу о классификации движений в пространстве ……. …….. 51
Солонарь В.И. Изучение комплексных чисел в профильных классах …… …….. 56
Капитонова Т.А., Насыпкалиева З.Т. Исследовательские задачи по теме «Показательные и логарифмические уравнения и неравенства» …….…….. 62
Задорская А.С. Система развивающих задач по теме «Степень с натуральным показателем» ……..…..…… 67
Гашаров Н.Г., Махмудов Х.М. О формировании универсальных учебных действий у младших школьников посредством дивергентных задач …… …….. 70
Пилипенко В.В. Один из способов организации исследовательской работы учащихся младших классов ……... …….. 74

Шамина Н.С., Вдовиченко А.А. Система исследовательских задач на уроках математики лучших учителей города Саратова ……. …….. 79
Калмыкова Н.Г. Исследовательские задачи в курсе истории математики …….. 82
Кондаурова Г.Т. Учебная дисциплина «Транспортная география» как часть основной профессиональной образовательной программы для обучающихся по профессии «Оператор по обработке перевозочных документов на железнодорожном транспорте» ..……. …….. 86
Кондаурова Г.Т. Методические рекомендации к выполнению письменной контрольной работы по профессии «Оператор по обработке перевозочных документов на железнодорожном транспорте» …… …….. 89

Научно-методическое издание

Коллектив авторов

УЧИТЕЛЬ – УЧЕНИК:
проблемы, поиски, находки

Материалы конференции «Актуальные проблемы углубленного изучения математики», посвященной 75-летию со дня рождения профессора кафедры математики и методики её преподавания Саратовского государственного университета Петровой Елены Степановны

Выпуск 12

Работа издана в авторской редакции

| | | |
|---|---|---|
| Подписано в печать 29.11.2012 | | Формат 60 × 84 $^{1}/_{16}$ |
| Бумага типографская офсет. | | Гарнитура Times |
| Усл. печ. л. 6 | Тираж 20 экз. | |

Отпечатано с готового оригинал-макета
ООО «Издательский центр «Наука»
410600, г. Саратов, ул. Пугачёвская, 117, к.50

В сборник включены материалы конференции «Актуальные проблемы углубленного изучения математики», посвященной 75-летию со дня рождения профессора кафедры математики и методики ее преподавания Саратовского государственного университета Петровой Елены Степановны.