

На правах рукописи



КОБЛЯНСКИЙ Сергей Андреевич

СИНХРОНИЗАЦИЯ СИСТЕМ С ФАЗОВОЙ МУЛЬТИСТАБИЛЬНОСТЬЮ

01.04.03 - радиофизика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Саратов - 2010

Работа выполнена на кафедре радиофизики и нелинейной динамики Саратовского Государственного университета им. Н.Г. Чернышевского.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Астахов Владимир Владимирович.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Кузнецов Александр Петрович;
кандидат физико-математических наук, доцент Розанов Александр Владимирович.

Ведущая организация: Владимирский Государственный университет им. А.Г. и Н.Г. Столетовых

Защита состоится 24 сентября 2010 года в 15 час. 30 мин. на заседании диссертационного совета Д.212.243.01 в Саратовском Государственном Университете (410026, г. Саратов, ул. Астраханская, 83). С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Саратовского Государственного университета.

Автореферат разослан "___" августа 2010г.

Ученый секретарь

диссертационного совета:



Аникин В.М.

Общая характеристика работы

Актуальность работы.

Исследование явления внешней и взаимной синхронизации в ансамблях взаимодействующих систем с различными типами и различной топологией связи на протяжении многих десятилетий остается актуальной задачей радиофизики. Изучение условий появления режимов синхронизации, связанных с бифуркационными механизмами формирования синхронных аттракторов и выявлением типичных бифуркационных структур в пространстве параметров рассматриваемых взаимодействующих систем имеет большое фундаментальное и прикладное значение не только для современной радиофизики, но и для многих других областей науки.

В последние десятилетия наибольшее внимание исследователей привлекали эффекты синхронизации хаотических движений. В этом направлении достигнут высокий уровень понимания, существенный вклад в который внесли работы Т. Yamada, Н. Fujisaka, А.С. Пиковского, С.П. Кузнецова, В.С. Афраймовича, Н.Н. Веричева, М.И. Рабиновича, В.Д. Шалфеева, В.Н. Белых, В.С. Анищенко, Т.Е. Вадивасовой, Д.Э. Постнова, М.Г. Розенблюма, М. Zacks, J. Kurths, А.С. Дмитриева, А.И. Панаса, С.О. Старкова, Б.П. Безручко, Е.П. Селезнева, В.И. Пономаренко, М.Д. Прохорова, Ю.Л. Майстренко, А.А. Короновского, А.Е. Храмова, М. Hasler, Т. Kapitaniak, В.И. Некоркина, L. Pecora, T. Carroll, Н. Рупкова, П.С. Ланда, Ю.И. Неймарка, Г.В. Осипова, В.Б. Казанцева, О.Я. Бутковского, P. Grassberger, P. Ashwin, E. Ott, Y.-C. Lai, C. Grebogi, J. Alexander, J. Yorke.

В то же время, несмотря на длительную историю, продолжает привлекать внимание одна из простейших задач теории синхронизации – задача о динамике двух взаимодействующих систем с предельными циклами. Этой задаче, начиная с работы Х. Гюйгенса, опубликованной в 17-м веке, и до последнего времени, посвящено огромное количество важных, интересных, фундаментальных и практически значимых научных статей, обзоров и монографий. Однако, в достаточно простой системе двух связанных генераторов с предельными циклами продолжают обнаруживать новые эффекты и режимы. На основе этой базовой модели формулируют новые принципиальные вопросы, исследование которых имеет большое фундаментальное значение как для теории синхронизации, так и для нелинейной динамики в целом. Существенный вклад в этом направлении внесли работы таких исследователей, как А.Г. Майер, В.И. Гапонов, Р.Н.

Rand, P.J. Holmes, D.W. Storti, D.G. Aronson, G.B. Ermentrout, N. Kopell, E.J. Doedel, H.J. Othmer, T. Chakraborty, M.A. Taylor, I.G. Kevrekidis, M. Poliashenko, А.К. Козлов, М.М. Суццик, Я.И. Молков, М.В. Иванченко, Г.В. Осипов, В.Д. Шалфеев, А.Г. Баланов, Н.Б. Янсон, А.П. Кузнецов, Р.Е. Кондрашов, А.Д. Морозов.

В двух диссипативно связанных генераторах могут наблюдаться не только режимы взаимной синхронизации, но и режим подавления автоколебаний или так называемой “амплитудной смерти”. В этом случае переход от состояния равновесия к квазипериодическим и синхронным колебаниям наблюдается как при слабой, так и при сильной связи. При этом соответствующие бифуркационные структуры в пространстве управляющих параметров могут значительным образом различаться для случаев слабой и сильной связи. В системах с “амплитудной смертью” возникают существенные особенности переходов к синхронизации. На сегодняшний день эта задача, с точки зрения бифуркационного анализа устойчивых и седловых предельных циклов и состояний равновесия, не является полностью завершённой и рассматривается в настоящей работе.

Особый интерес в последние годы привлекает также исследование синхронизации в мультистабильных системах. Явления синхронизации и мультистабильности имеют большое фундаментальное и прикладное значение для различных областей науки. Синхронизация, к примеру, является одним из механизмов формирования структур в сложных распределённых системах и в то же время этот эффект лежит в основе разработок новых способов скрытой передачи информации. Явление мультистабильности лежит в основе механизмов хранения информации (памяти) и распознавания образов в сложных нейронных системах. За последние десятилетия при исследовании эффектов синхронизации периодических и хаотических колебаний получено много важных и интересных результатов. Однако в теории синхронизации систем с развитой мультистабильностью ряд вопросов все еще остается открытым. Например, как влияет мультистабильность на бифуркационные механизмы синхронизации и возможно ли управление мультистабильными состояниями через внешнюю синхронизацию системы. Данная работа направлена на исследование указанных вопросов.

Целью диссертационной работы является изучение особенностей взаимной и вынужденной синхронизации периодических и хаотических автоколебаний в системах с фазовой мультистабильностью в виде взаи-

модействующих осцилляторов с удвоением периода и замкнутых в кольцо цепочек генераторов с предельными циклами, выявление особенностей переходов к режимам синхронизации в системах с “амплитудной смертью”.

Для достижения указанной цели необходимо решить следующие **основные задачи**:

1. Провести двухпараметрический бифуркационный анализ динамики системы двух диссипативно связанных генераторов с “амплитудной смертью” в широкой области значений управляющих параметров, направленный на выявление типичных бифуркационных структур.
2. Исследовать особенности бифуркационных переходов при вынужденной синхронизации системы, в фазовом пространстве которой помимо устойчивого предельного цикла и неустойчивого состояния равновесия присутствуют также седловые и неустойчивые предельные циклы.
3. Выявить особенности вынужденной синхронизации в системе диссипативно связанных генераторов с удвоениями периода.
4. Исследовать возможность управления переключениями между мультистабильными состояниями с различным пространственным периодом в цепочке автогенераторов посредством изменения частоты внешнего гармонического сигнала.
5. Исследовать типичные режимы и бифуркационные переходы в диссипативно связанных бистабильных осцилляторах при синфазном и противофазном гармоническом воздействии.

Научная новизна результатов работы.

1. Впервые выявлено, что в системе диссипативно связанных генераторов с инерционной нелинейностью языки синхронизации могут быть двух типов: в одних имеется и область захвата, и область подавления, а в других – только область захвата. Вскрыто, что при слабой неидентичности по параметру возбуждения языки, имеющие области подавления, объединяются и появляется возможность перехода между режимами синхронизации с разными числами вращения без бифуркаций устойчивого предельного цикла, то есть эволюционным образом.

2. Вскрыты и исследованы бифуркационные механизмы синхронизации слабосвязанных автогенераторов внешним гармоническим сигналом. Впервые обнаружена качественно новая структура языка синхронизации при воздействии внешним сигналом на многомерную систему, демонстрирующую в автономном режиме квазигармонический предельный цикл.
3. Впервые обнаружено, что для связанных фейгенбаумовских систем внешнее воздействие при определенной амплитуде может существенно менять структуру фазового пространства мультистабильной системы, в результате чего выход из соответствующих областей синхронизации для синфазных и несинфазных колебаний происходит по различным сценариям.
4. Установлено, что разным мультистабильным состояниям, сосуществующим в кольце автогенераторов, соответствуют различающиеся области синхронизации. Показывается, что периодическое воздействие определенной частоты на один из генераторов позволяет перевести ансамбль в другой устойчивый режим.

Достоверность научных выводов подтверждается соответствием результатов, полученных с помощью бифуркационного анализа и результатов численных экспериментов. Также достоверность результатов работы обосновывается тем, что новые результаты согласуются с представленными в научной литературе и не противоречат представлениям существующей теории.

Положения и результаты, выносимые на защиту.

1. В системах с “амплитудной смертью” при сильной связи и слабой неидентичности по параметру возбуждения существуют особенности переходов к режимам синхронизации: на плоскости управляющих параметров “коэффициент связи - расстройка по частоте” возможны переходы из одного языка синхронизации в другой без каких-либо бифуркаций устойчивого предельного цикла, отвечающего режиму синхронизации. Переходы между режимами синхронизации с разными числами вращения могут происходить эволюционным образом.
2. При внешнем гармоническом воздействии на систему двух связанных автогенераторов с удвоениями периода в режиме фазовой би-

стабильности для каждого из состояний на плоскости параметров существует своя область синхронизации. При слабых воздействиях сосуществующие режимы не взаимодействуют и бифуркационные переходы к режимам синхронизации ничем не отличаются от переходов в моностабильных системах. По мере увеличения внешнего воздействия выше некоторой критической линии выход из областей синхронизации для синфазных и противофазных колебаний происходит по различным сценариям: для синфазных – как в моностабильном случае, для противофазных – через кризис.

3. При внешнем воздействии в цепочке генераторов с предельными циклами разным мультистабильным состояниям соответствуют различающиеся области синхронизации. Периодическое воздействие определенной частоты на один из генераторов позволяет “затянуть” ансамбль в другое устойчивое состояние.

Научно-практическая значимость результатов

Совокупность научных результатов диссертации развивает и дополняет фундаментальные представления современной теории синхронизации и нелинейной теории колебаний. Установленные в диссертации закономерности и особенности синхронизации в связанных системах, в том числе системах с “амплитудной смертью”, системах с фазовой мультистабильностью как в виде взаимодействующих генераторов с удвоением периода, так и в виде цепочки генераторов с предельными циклами, существенно дополняют раздел теории синхронизации в рамках теории колебаний и могут быть включены в соответствующие лекционные курсы.

Работа частично поддерживалась из средств ВРНЕ (SR-006-XI) и Министерства образования и науки РФ (Е02-3.2-345), а также в рамках программы “Развитие научного потенциала высшей школы”.

Апробация работы и публикации.

Основные результаты работы докладывались на:

- школе-конференции “Нелинейные дни в Саратове для молодых” (Россия, Саратов, 2005),
- школе-конференции “Нелинейные дни в Саратове для молодых” (Россия, Саратов, 2006),

- школе-конференции “Нелинейные дни в Саратове для молодых” (Россия, Саратов, 2007),
- школе-конференции “Нелинейные дни в Саратове для молодых” (Россия, Саратов, 2008),
- школе-конференции “Нелинейные дни в Саратове для молодых” (Россия, Саратов, 2009),
- школе-конференции “XIV Международная зимняя школа-семинар по электронике сверхвысоких частот и радиофизике”, (Россия, Саратов, 2009)
- школе-конференции “Международная школа-семинар “Статистическая физика и информационные технологии”, (Россия, Саратов, 2009)

а также на научных семинарах кафедры Радиофизики и Нелинейной Динамики Саратовского Государственного Университета. По теме диссертационной работы опубликовано 11 работ (из них 4 статьи в журналах, рекомендованных ВАК, 4 статьи в сборниках трудов конференций и 3 работы в сборниках тезисов конференций.

Личный вклад автора.

В представленной работе все данные численного эксперимента и бифуркационного анализа были получены лично соискателем. Постановка задач и обсуждение результатов были проведены совместно с научным руководителем.

Содержание работы

Материалы диссертации изложены на 170 страницах, содержат 62 рисунка и список цитированной литературы из 115 наименований. Диссертационная работа состоит из введения, трех содержательных глав, заключения и списка цитируемой литературы.

Во **Введении** определяются цели исследования, ставятся основные задачи, выявляются вопросы, требующие дополнительных исследований, обосновывается актуальность работы, раскрывается научная новизна полученных результатов и формулируются положения, выносимые на защиту.

В **первой главе** изучаются особенности бифуркационных переходов к режимам синхронизации и гашения автоколебаний при сильной свя-

зи в диссипативно связанных генераторах Ван дер Поля и диссипативно связанных модифицированных генераторах с инерционной нелинейностью (или генераторах Анищенко-Астахова). Рассматривается влияние слабой неидентичности подсистем на бифуркационные механизмы эффекта “амплитудной смерти” и взаимной синхронизации в широкой области частотных расстройк в режимах захвата и подавления частоты. Выявлено, что в системе диссипативно связанных генераторов с инерционной нелинейностью (генераторы Анищенко-Астахова) присутствуют языки синхронизации двух разных типов: в одних имеется и область захвата, и область подавления, а в других – только область захвата. Бифуркационные и эволюционные переходы к синхронным режимам с

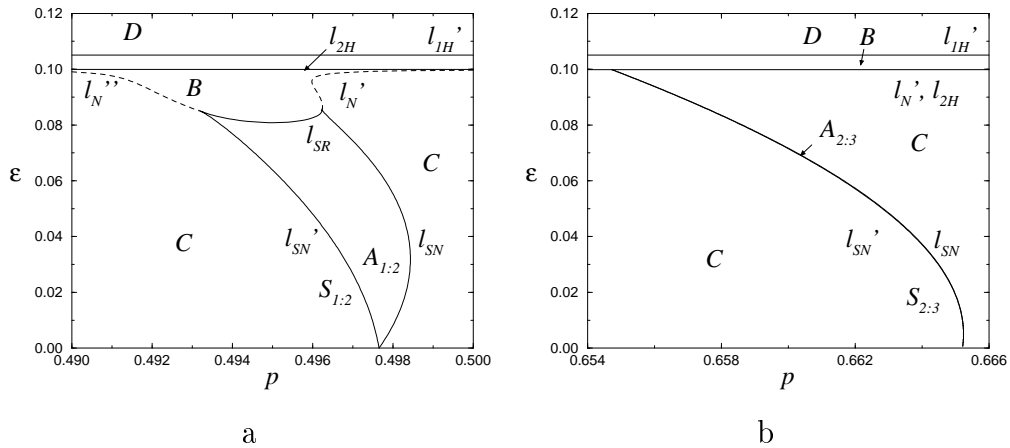


Рис. 1: (а) – Язык синхронизации $S_{1:2}$ в системе генераторов с инерционной нелинейностью, содержащий область захвата $A_{1:2}$ и область подавления $B_{1:2}$; (б) – язык синхронизации $S_{2:3}$, имеющий только область захвата $A_{2:3}$. Случай с расстройкой генераторов по параметру возбуждения

различными числами вращения исследуются с помощью расчета мультипликаторов циклов, расчета средней частоты синхронизации и спектров колебаний. Показывается, что при эволюционных переходах не происходит бифуркаций устойчивого предельного цикла, отвечающего режиму синхронизации.

Во второй главе исследуется вынужденная синхронизация систем, демонстрирующих явление фазовой мультистабильности. Приводятся результаты бифуркационного анализа внешней синхронизации идентичных связанных генераторов с инерционной нелинейностью при различных значениях параметра связи. Показывается, что при слабой связи, когда взаимная синхронизация генераторов происходит через захват, и в фазовом пространстве автономной системы расположен резонансный

тор, картина внешней синхронизации качественно отличается от случая сильной связи.

Рассматривается явление вынужденной синхронизации периодических автоколебаний в мультистабильной системе на примере двух слабо связанных генераторов с бифуркациями удвоения периода.

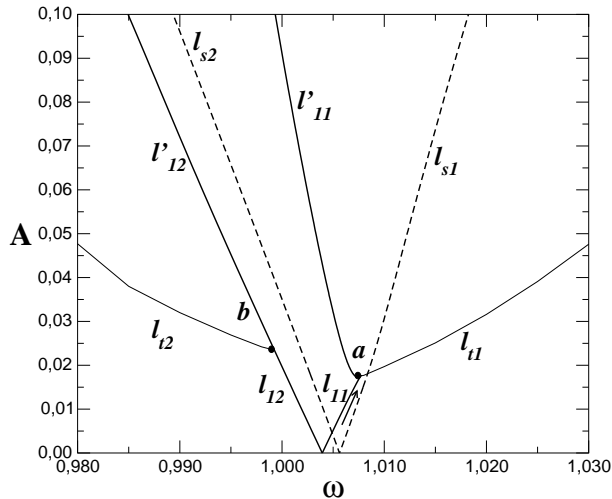


Рис. 2: Структура областей синхронизации для режимов на базе $2C^0$ и $2C^1$

При помощи воздействия на одну из подсистем внешней гармонической силой с частотой, близкой к собственной частоте генераторов, исследуются процессы синхронизации колебаний, как с точки зрения наблюдаемых эффектов, так и с точки зрения бифуркаций, приводящих к этим эффектам. Показывается, что при малой амплитуде воздействия выход из областей синхронизации для сосуществующих режимов происходит по типичному сценарию, а при увеличении амплитуды вынуждающей силы потеря синхронизации для син-

фазного режима сопровождается появлением двухчастотных колебаний, а для противофазного происходит через кризис.

Изучается вынужденная синхронизация периодических колебаний в кольце автогенераторов периодической внешней силой. Показывается, что из-за наличия дисперсии собственной частоты для разных пространственных мод в системе возможны управляемые внешним сигналом переходы между этими модами.

Анализируется влияние шума на синхронизацию системы с сосуществующими аттракторами. На систему связанных генераторов с инерционной нелинейностью, демонстрирующую явления полной синфазной и противофазной синхронизации, подается воздействие в виде белого гауссовского шума. Изучаются индуцированные шумом переходы между бистабильными режимами. Получены картины таких переходов в зависимости от интенсивности шумового воздействия и при различных значениях управляющих параметров.

В **третьей главе** исследуется полная синфазная и противофазная синхронизация хаотических колебаний в неавтономных осцилляторных

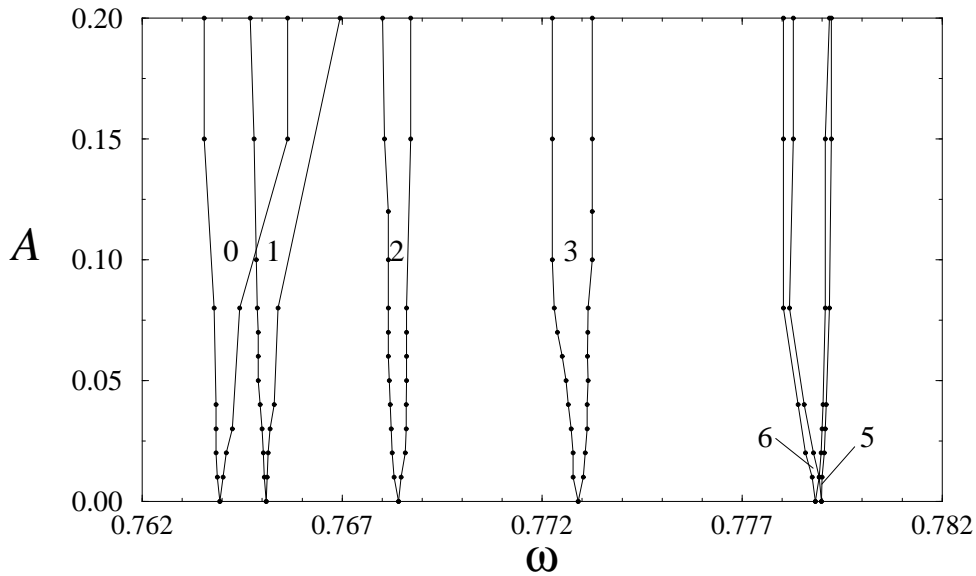


Рис. 3: Области синхронизации режимов с различным пространственным периодом k в кольце из 30 генераторов Ван дер Поля на плоскости параметров “частота-амплитуда воздействия”

системах на примере связанных осцилляторов Дуффинга. Представлены результаты бифуркационного анализа мультистабильных режимов двух диссипативно связанных неавтономных осцилляторов Дуффинга. Сопоставлены механизмы формирования фазовой мультистабильности, характерной для связанных фейгенбаумовских систем, и бистабильности, обусловленной симметрией парциальных элементов системы. Изучаются закономерности переходов к синхронным хаотическим режимам и механизмы их разрушения при слабой связи. Изучается влияние синфазного и противофазного внешнего воздействия на осцилляторы с точки зрения бифуркационных механизмов формирования мультистабильности и возможности полной синфазной и противофазной синхронизации хаоса. Показано, что при противофазном воздействии хаотический аттрактор в соответствующем подпространстве не формируется.

В **заключении** сформулированы основные результаты диссертационной работы.

Основные результаты и выводы.

1. Представлены результаты бифуркационного анализа динамики систем с амплитудной смертью на примере диссипативно связанных генераторов Ван дер Поля и генераторов с инерционной нелинейностью. Показано, что в окрестности основного резонанса с числом вращения 1 : 1

бифуркационные механизмы переходов к режимам синхронизации и гашения автоколебаний в этих двух системах качественно полностью совпадают как для случая идентичных подсистем, так и при слабой неидентичности по параметру возбуждения.

2. Показано, что в системе диссипативно связанных генераторов с инерционной нелинейностью языки синхронизации могут быть двух типов: в одних имеется и область захвата, и область подавления, а в других – только область захвата. При слабой неидентичности по параметру возбуждения возможны эволюционные переходы между областями синхронизации, содержащими область подавления. При таких переходах устойчивый предельный цикл, отвечающий режиму синхронизации, не претерпевает бифуркаций.

3. Выявлено, что при вынужденной синхронизации диссипативно связанных автогенераторов в случае сильной связи бифуркационная структура основного резонанса полностью повторяет известную структуру языка синхронизации неавтономного генератора Ван дер Поля. В случае слабой связи, когда генераторы синхронизируются между собой посредством захвата частоты, в фазовом пространстве системы присутствуют седловые торы, на поверхности которых образуются резонансные седловые циклы. Эти циклы участвуют в бифуркациях, определяющих границы и структуру основной области синхронизации системы.

4. Рассмотрена синхронизация двух сосуществующих двух-оборотных периодических колебаний в бистабильной системе под действием внешней периодической силы. При малой амплитуде воздействия синхронизация на базе обоих предельных циклов происходит идентичным образом: в результате седло-узловой бифуркации на торе. При больших амплитудах воздействия эта симметрия нарушается: в то время как выход из области синхронизации для синфазных колебаний происходит идентично случаю малых амплитуд воздействия, для несинфазных колебаний выход из области синхронизации происходит через кризис. Исследование устройства фазового пространства показало, что изменения в поведении бистабильной системы происходят вследствие влияния внешнего воздействия на неустойчивые предельные множества, многообразия которых разграничивают бассейны притяжения сосуществующих режимов.

5. Исследовано поведение неавтономной цепочки диссипативно связанных автогенераторов. Показано, что в отсутствие внешнего воздействия каждому из сосуществующих пространственно-периодических ре-

жимов соответствует своя частота автоколебаний элементов цепочки. Внешнее воздействие на ансамбль генераторов с частотой, близкой к собственной частоте одного из мультистабильных колебательных режимов, может переводить систему в этот пространственно-периодический режим.

6. Проанализировано влияние шума на синхронизацию системы с существующими аттракторами. Изучается индуцированный шумом режим перемежающейся синхронизации. Выявлены закономерности переходов под действием шума между синфазным и противофазным режимами в зависимости от интенсивности шумового воздействия и при различных значениях управляющих параметров как в области захвата, так и в области подавления.

7. Исследованы типичные режимы и бифуркационные переходы в системе диссипативно связанных осцилляторов Дуффинга при синфазном и противофазном внешнем воздействии. На плоскости управляющих параметров построены области характерных режимов и линии бифуркаций. Исследованы процессы, сопровождающие потерю полной синфазной синхронизации. В результате бифуркационного анализа выявлено, что при противофазном воздействии на осцилляторы в противофазном подпространстве притягивающее хаотическое множество не формируется.

Список публикаций по теме диссертации

1. Астахов В.В., Щербаков М.Г., Коблянский С.А., Шабунин А.В. Синхронизация пространственно - периодических режимов цепочки генераторов с фазовой мультистабильностью // Изв. ВУЗов, Прикладная нелинейная динамика, Т.16, №4, 2008. С.65-72.
2. Астахов В.В., Коблянский С.А., Вадивасова Т.Е., Анищенко В.С. Бифуркационный анализ динамики диссипативно связанных генераторов Ван дер Поля // Успехи современной радиоэлектроники, №9, 2008. С.61-68.
3. Астахов В.В., Коблянский С.А., Шабунин А.В. Бифуркационный анализ режимов синхронизации и гашения колебаний в связанных генераторах с инерционной нелинейностью // Изв. ВУЗов, Прикладная нелинейная динамика, Т.18, №2, 2010. С.79-96.

4. С.А. Коблянский, А.В. Шабунин, В.В. Астахов. Вынужденная синхронизация периодических колебаний в системе с фазовой мультистабильностью // Нелинейная динамика, Т.6, №2, 2010. С.1-13
5. Коблянский С.А. Полная синфазная синхронизация хаоса во взаимодействующих осцилляторах Дуффинга. Нелинейные дни в Саратове для молодых - 2005: Сборник материалов научной школы-конференции // Саратов: Изд-во ГосУНЦ "Колледж", 2005. С.158-161.
6. Коблянский С.А. Динамика двух противофазно возбуждаемых осцилляторов Дуффинга. Нелинейные дни в Саратове для молодых - 2006: Сборник материалов научной школы-конференции // Саратов: РИО журнала "Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика", 2007. С.187-190.
7. Коблянский С.А. Управление мультистабильными состояниями с помощью синхронизации. Нелинейные дни в Саратове для молодых - 2007: Сборник материалов научной школы-конференции. Саратов, 16-20 октября 2007 // Саратов: ООО ИЦ "Наука", 2008. С.128-131.
8. С. А. Коблянский. Индуцированная шумом перемежающаяся синхронизация в системе связанных генераторов с инерционной нелинейностью // "Статистическая физика и информационные технологии": Материалы Международной школы-семинара "StatInfo-2009", Россия, Саратов, 2-5 июня 2009. Саратов: ООО ИЦ "Наука 2009, С.30-33.
9. Астахов В.В., Коблянский С.А., Шабунин А.В. Управление мультистабильностью при помощи синхронизации // Материалы VIII международной школы "Хаотические автоколебания и образование структур", 9-14 октября 2007г. Саратов [Электронный ресурс] / Под ред. Д.И. Трубецкова, А.А. Короновского, Ю.И. Левина, А.Е. Храмова, Ю.П. Шараевского. С.78.
10. Астахов В.В., Коблянский С.А., Щербаков М.Г., Шабунин А.В. Синхронизация фазовых волн в цепочке генераторов с предельными циклами // Материалы VIII международной школы "Хаотические автоколебания и образование структур", 9-14 октября 2007г. Саратов [Электронный ресурс] / Под ред. Д.И. Трубецкова, А.А. Короновского, Ю.И. Левина, А.Е. Храмова, Ю.П. Шараевского. С.79.

11. Синхронизация и гибель колебаний в резистивно связанных генераторах с инерционной нелинейностью. Коблянский С.А., Астахов В.В. // XIV Международная зимняя школа-семинар по электронике сверхвысоких частот и радиофизике. Саратов: Издательский центр "РАТА", 2009. С.53.

КОБЛЯНСКИЙ Сергей Андреевич

СИНХРОНИЗАЦИЯ СИСТЕМ С ФАЗОВОЙ
МУЛЬТИСТАБИЛЬНОСТЬЮ

Автореферат