

На правах рукописи

ЩЕРБАКОВ Павел Александрович

**ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ  
И ИНДУЦИРОВАННЫЕ ШУМОМ  
КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ  
В АНСАМБЛЯХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ  
СО СВЯЗЬЮ ПО ЦЕПИ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ**

01.04.03 - радиофизика

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Саратов - 2009

Работа выполнена на кафедре радиофизики и нелинейной динамики Саратовского государственного университета им. Н.Г. Чернышевского.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор Постнов Дмитрий Энгелевич.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Кузнецов Сергей Петрович;  
кандидат физико-математических наук, профессор Розанов Александр Владимирович.

Ведущая организация: Саратовский Государственный Технический Университет.

Защита состоится 24 декабря 2009 года в 17:30 на заседании диссертационного совета Д.212.243.01 в Саратовском Государственном Университете (410026, г.Саратов, ул. Астраханская, 83). С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке Саратовского госуниверситета.

Автореферат разослан ” ” ноября 2009 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета:

Аникин В.М.

## Общая характеристика работы

### Актуальность работы.

Понятия автоколебаний и автоколебательной системы являются одними из важнейших фундаментальных понятий теории колебаний и нелинейной динамики. Как правило источник энергии, входящий в состав автоколебательной системы, предполагается а) постоянным и б) идеальным. При этом, в математической модели источник питания представлен постоянной величиной и его, как правило, просто “прячут” в параметры и нелинейности системы. Так, например, при выводе уравнений Ван-дер-Поля центр падающего участка вольт-амперной характеристики нелинейного элемента предполагают совпадающей с нулями напряжения и тока, что в реальном эксперименте достигается только при наличии источника мощности. Когда автоколебательных систем более чем одна, описанный выше подход приводит к совершенно определённой парадигме, когда в ансамбле взаимодействующих осцилляторов каждый из них имеет свой индивидуальный, скрытый в нём источник энергии. Очевидно, при удалении связи такая система распадается на набор индивидуальных автоколебательных систем.

Однако такой модельный подход не всегда адекватен реальности. В качестве примера можно привести ситуацию, когда несколько электронных устройств подключены к общему источнику питания. Очевидно, что если считать источник напряжения идеальным (нулевое внутреннее сопротивление, что эквивалентно бесконечной мощности), то ситуация отвечает классическому подходу: каждый осциллятор обладает как бы независимым источником энергии, никак не влияя на остальные и не воспринимая их наличие. В случае же конечного внутреннего сопротивления источника (и/или активных и реактивных сопротивлений в цепях питания) имеет смысл говорить о системе из источника энергии и ансамбля нелинейных преобразователей, использующих этот источник совместно для генерации автоколебаний. Таким образом, ансамбль представляется не набором индивидуальных автоколебательных систем, но системой осцилляторов, связанных посредством неидеального источника энергии.

Примеры таких систем далеко не ограничены радиофизикой. Подобного рода взаимосвязь могут быть обнаружены в экологии, в динамике популяций бактерий и вирусов в одной питательной среде и многих других ситуациях. Не во всех случаях энергия привносится в систему прямо в том виде, в котором она порождает колебания, как это имеет ме-

сто для электронного осциллятора. В экологических системах это может быть питательный ресурс, который преобразуется живыми организмами в необходимый им вид энергии. Например, для популяций бактерий и вирусов в общей питательной среде [Postnov 98, Mosekilde 02] питательный субстрат не является энергией в прямом смысле этого слова, но используется конечными потребителями для её выработки. В области физиологии типичным представителем описанных систем является ансамбль нефронов (структурных элементов почки), расположенных на общем кровеносном сосуде: так называемое “нефронное дерево” [Postnov 01]. Энергия для активности нефронов берётся не от потока крови непосредственно, а из иных источников. Однако для динамики нефронов давление крови функционально играет ту же роль, что и энергия в радиофизических осцилляторах и питательные вещества в популяции бактерий и вирусов [Barfred 96]: его наличие необходимо для возбуждения автоколебаний.

С самых общих позиций можно определить величину приносящую в систему энергию, как *энергонесущий ресурс* (ЭНР). Его определяющие признаки следующие:

- а) его приток рождает колебания в системе;
- б) этот ресурс расходуется (электрический ток рассеивается в тепло, органический ресурс преобразуется в энергию, необходимую для поддержания жизни экосистемы.)

Применительно к предложенному способу рассмотрения динамики ансамблей колебательных систем естественным образом возникает ряд вопросов по сопоставлению с классическим подходом.

Так, особые требования предъявляются к выбору модельных систем. В данной диссертационной работе исследование динамики ансамблей осцилляторов со связью посредством распределения ресурса основано на использовании математической модели RLC-цепи с туннельным диодом. Преимущества такого выбора заключаются в простоте описания и наличии источника питания в явном виде. В то же время, математическая модель такой радиофизической системы в упрощенном и безразмерном виде отвечает требованиям, предъявляемым к “базовым” моделям теории колебаний и нелинейной динамики. Кроме максимально упрощенной модели, легко реализуемой в радиофизическом эксперименте, была предложена модель двумодового осциллятора, как безразмерная имитационной модель нефrona.

Наряду со свойствами самих осцилляторов, способ их организации в ансамбль во многом определяет результирующую динамику. При этом,

можно выделить как сам тип взаимодействия осциллятора с остальными (в нашем случае он предопределен выбором модельной системы и происходит по цепи питания), так и структурную организацию ансамбля - “топологию связи”. Хорошо изученные ее варианты включают, например, локальную связь [Afraimovich 94], когда осцилляторы в решетке (или иной структуре) взаимодействуют лишь с ближайшими соседями, а также глобальную связь [Kuramoto 84, Kaneko 91], когда каждый осциллятор ансамбля связан со всеми остальными его элементами. В последние годы популярным объектом исследования становится т.н. “small-world networks” [Watts 99, Mathias 01], как системы, сочетающие в себе свойства локальных и дальних взаимодействий.

Для реальных систем с распределением ЭНР топология связи зачастую сложна. Однако можно выделить несколько предельных случаев, полезных для модельного описания. Аналогом глобально связанных осцилляторов может служить структура, где потребители подключены к неидеальному источнику энерго-несущего ресурса в одной точке. В радиофизическом эксперименте такая структура может быть представлена “пучком” осцилляторов, подключенных к источнику питания через разветвитель. Аналогом другой хорошо исследованной топологии связи в виде **цепочек** осцилляторов служит система потребителей, расположенных вдоль некоего общего канала распределения ЭНР, имеющего собственные характеристики диссипации и реактивности. Помимо упомянутых, для систем распределения ресурсов имеется специфический тип топологии, не характерный и потому практически не изученный применительно к ансамблям автономных автоколебательных систем. Речь идет о топологии связи типа “**дерево**”, образе ветвящейся иерархической структуры, которую в природе можно наблюдать повсеместно: от путей доставки питательных веществ в кронах деревьев и кровоснабжения тканей живых организмов до созданных человеком сетей распределения электроэнергии, а также газо- и водоснабжения.

Несомненно, динамика ансамблей осцилляторов с взаимодействием по цепи распределения энергии должна рассматриваться в общем контексте представлений о синхронизации автоколебательных систем. Однако, как особенности топологии такой связи, так и специфика ее воздействия на отдельно взятый осциллятор порождают целый ряд интересных задач для исследования. Каковы будут типичные динамические режимы и их взаимоперходы для малых ансамблей (два или три элемента) осцилляторов, в чем будет заключаться отличие от хорошо исследованного

случая диффузионно связанных автоколебательных систем? Каковы будут особенности поведения цепочки осцилляторов, получающих энергию от единственного источника, внешнего по отношению ко всем элементам цепочки? В чем проявится иерархическая структура связи древовидной топологии с точки зрения распределения амплитуд и фаз колебаний осцилляторов ансамбля?

Сформулированные выше вопросы определили актуальность исследования и позволили сформулировать следующую **цель диссертационной работы**: Исследовать динамические и индуцированные шумом колебательные режимы и нелинейные эффекты, характерные для ансамблей осцилляторов с различной топологией ЭНР-связи.

Для достижения указанной цели необходимо решить следующие **основные задачи**:

1. Выбор адекватных модельных систем и исследование их динамики на плоскости управляющих параметров, отвечающих за приток и диссиацию энергии.
2. Исследование особенностей генерации и синхронизации колебаний в малых ансамблях из двух и трех осцилляторов, в том числе - при наличии более одного канала связи.
3. Изучение характеристики и механизмы трансформации амплитудно-неоднородных колебательных режимов (осцилляторных кластеров) в ансамбле осцилляторов с топологией связи типа “цепь”.
4. Выявление и классификация множественных (одновременно устойчивых) режимов колебаний в ансамбле с топологией ЭНР-связи в виде двоичного дерева, анализ действия флуктуаций как со стороны источника питания, так и в индивидуальных осцилляторах.

### Научная новизна результатов работы.

- Впервые реализован подход к систематическому изучению динамики связанных по цепи распределения энергии осцилляторов, в рамках которого цепь распределения энергии рассматривается как канал связи, управляющий амплитудными и частотными характеристиками колебательных мод.

- Впервые выявлены и исследованы сценарии эволюции осцилляторного кластера в ансамбле с топологией связи типа “цепь”.
- Впервые установлено наличие многочастотных колебательных режимов в ансамбле осцилляторов с топологией связи типа “цепь”.
- Впервые обнаружен и проанализирован нелинейный эффект роста осцилляторного кластера под воздействием некоррелированных источников шума в осцилляторах структуры типа “цепь”.
- Впервые продемонстрировано, что наличие дополнительной связи приводит к возникновению кластера синхронизации внутри осцилляторного кластера.
- Впервые исследованы динамические и индуцированные режимы динамики ансамбля осцилляторов с древовидной топологией связи по цепи распределения энергии.

**Достоверность научных выводов работы** подтверждается соответственно аналитических исследований и численного моделирования, а также соответствием результатам натурного радиофизического эксперимента.

### **Положения и результаты, выносимые на защиту.**

1. Динамика ансамбля осцилляторов, объединенных по питанию в структуру типа “цепь”, характеризуется наличием кластера осцилляторов, находящихся в режиме генерации. При вариации напряжения питания такой осцилляторный кластер сдвигается вдоль цепи, причем сценарии его перемещения определяются характеристиками энергопотребления индивидуальных осцилляторов.
2. Частотная структура осцилляторного кластера при увеличении потерь в цепи распределения энергии определяется балансом двух факторов, а именно: рост взаимовлияния осцилляторов усиливает тенденцию к синхронизации, тогда как сопутствующее увеличение расстройки по частотам препятствует синхронизации. Как результат, в условиях малых потерь в цепи распределения энергии типичным является многочастотный режим, на уровне точности вычислительного эксперимента соответствующий многомерному тору в фазовом пространстве математической модели.

3. Наличие некоррелированных флуктуаций в осцилляторах объединённых в структуру типа “цепь” приводит к увеличению размеров осцилляторного кластера. При этом, существует оптимальное значение интенсивности шума, при котором степень регулярности колебаний однородна в пределах кластера.
4. Динамика ансамбля идентичных осцилляторов объединённых по цепи питания в структуру типа “дерево” характеризуется наличием набора существующих (одновременно устойчивых) периодических и квазипериодических автоколебательных режимов. Формирование квазипериодических режимов обусловлено характеристиками энергопотребления осцилляторной пары в составе структуры типа “дерево”.

**Научно-практическая значимость результатов.** Общность выбранной модели равно как и широкое распространение как в технике, так и в природе связи посредством распределения энергии (в общем случае энерго-несущего ресурса) позволяет сделать предположение о том, что полученные результаты могут найти применение как для анализа систем с аналогичной природой взаимодействия, так и для оптимизации энергопотребления радиотехнических систем с общим источником энергии.

**Апробация работы и публикации.**

Основные результаты работы докладывались на: Научная школа-конференция “Нелинейные дни в Саратове для молодых” (Саратов 2003); Международная научная студенческая конференция “Студент и научно-технический прогресс” (Новосибирск 2004); 7-ая Международная школа “Хаос 2004” (Саратов 2004); Научная школа-конференция “Нелинейные дни в Саратове для молодых” (Саратов 2005); Международная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых по фундаментальным наукам “Ломоносов-2006” (Москва 2006); Научная школа-конференция “Нелинейные дни в Саратове для молодых” (Саратов 2006); Международная школа-семинар “Статистическая физика и информационные технологии” (STATINFO-2009) (Саратов 2009); Научная школа-конференция “Нелинейные дни в Саратове для молодых” (Саратов 2009).

Результаты диссертационной работы были использованы при выполнении работ по грантам:

Материалы диссертационной работы обсуждались на научных семинарах кафедры радиофизики и нелинейной динамики СГУ. По теме диссертации в международной и российской печати опубликовано 10 работ (4 статьи и 6 тезисов докладов).

**Личный вклад автора.** В указанных работах автору принадлежит разработка алгоритмов, проведение численного моделирования и радиофизических экспериментов, анализ результатов, а также, частично, постановка задач и проведение теоретического анализа.

## Содержание работы

Материалы диссертации изложены на 150 страницах, содержат рисунков и список цитированной литературы из 89 наименований. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и списка цитированной литературы.

**Во введении** сформулированы цель и основные задачи данной работы. На базе имеющейся на сегодняшний день литературы обосновывается актуальность исследований описанных в диссертации, а также достоверность, научная новизна и практическая значимость полученных результатов. Приводятся положения выносимые на защиту.

**В первой главе** В первой главе предлагаются две модели осцилляторов с управлением по цепи питания, и исследуются режимы их динамики.

Предложена модель осциллятора, характерной особенностью которой является наличие параметра питания в явном виде. Предложенная модель легко реализуема в радиофизическом эксперименте в виде осциллятора на туннельном диоде. Математическая модель такого осциллятора представляет собой два дифференциальных уравнения первого порядка. Область автоколебательного режима ограничена сверху и снизу линиями бифуркации Андронова-Хопфа. В области автоколебательной динамики системы частота колебаний не постоянна и зависит от напряжения питания.

Другая модель, использованная в диссертации, представляет собой двумодовый осциллятор, имитирующий на функциональном уровне динамику структурной единицы почки — нефрон. К качеству медленной подсистемы данной модели использован описанный выше генератор на туннельном диоде записанный в другой форме, тогда как быстрая подсистема содержит нелинейности, характерные для количественных моделей нефронтов.

Помимо самого факта наличия автоколебательной динамики, главное свойство модели – это наличие двух различных временных масштабов. Сложное взаимодействие двух подсистем порождает как регулярные режимы с различным соотношением частот быстрой и медленной мод, так и нерегулярные режимы. В частности, обнаружен и исследован переход между режимами хаотических колебаний с синхронизированными и рассинхронизированными модами.

Описаны две математические модели, используемые в последующих главах диссертации как базовые при проведении вычислительных экспериментов. Проведен детальный анализ автономной динамики двумерной модели, определена область значений управляющих параметров, перспективная для решения задач диссертационного исследования. Проиллюстрированы характерные динамические режимы модели двумодового осциллятора. Детально исследованы характеристики перехода между хаотическими режимами с синхронизированными и рассинхронизированными модами. Для удобства в тексте диссертации используются следующие термины: “одномодовый осциллятор” для модели осциллятора на туннельном диоде и “двумодовый осциллятор” для четырёхмерной имитационной модели нефрана.

**Вторая глава** диссертационной работы посвящена исследованию динамики ансамблей из двух и трёх осцилляторов связанных по цепи распределения энергии. Вводится определение связи посредством распределения ресурса, изучаются основные эффекты порождаемые данным типом связи. На примере ансамблей из двух и трёх связанных по цепи распределения энергии одномодовых осцилляторов устанавливаются общие закономерности действия такого типа связи на характер синхронизации. Изучается влияние связи по цепи распределения энергии на синхронизацию двух осцилляторов с расстройкой по частоте. Исследуется взаимодействие связи посредством распределения ресурса и связи через взаимную индукцию в ансамбле из двух одномодовых осцилляторов. Для ансамбля из двух двумодовых осцилляторов связанных по цепи питания исследуется влияние связи через быструю подсистему на характер синхронизации.

Связь осцилляторов ансамбля была реализована посредством сопротивления  $R_c$  играющего роль внутреннего сопротивления источника питания. В уравнениях такая связь по цепи питания математически эквивалентна связи через среднее поле, но с отрицательным знаком. Данная система была реализована и в натурном радиофизическом экспери-

менте. Построена карта режимов на плоскости параметров “напряжение питания – сопротивление источника”. Выявлены области наличия автоколебаний и области мультистабильности. Показано, что характерным режимом является синхронизация осцилляторов в противофазе.

Средствами вычислительного и натурного эксперимента проведён анализ динамики двух связанных по цепи питания осцилляторов в условиях расстройки по частотам. Построена диаграмма режимов на плоскости параметров “расстройка – степень связи”. Обнаружено, что при малых значениях параметра связи область устойчивости синхронного режима имеет классическую треугольную форму, однако по мере усиления связи проявляется ряд особенностей. Так, на границе устойчивости несинхронного режима автоколебаний наблюдается область хаоса, что, как установлено, обусловлено активацией области канард-колебаний в окрестности бифуркации Андронова-Хопфа. Выявлен эффект “взаимопомощи” осцилляторов: при значении сопротивления  $R_c$  выше критического существует область в которой автоколебательный режим существует, однако если отключить один осциллятор, то оставшийся немедленно переходит в состояние устойчивого равновесия по причине недостатка энергии.

Исследовалась также ситуация, когда два осциллятора на туннельном диоде связаны между собой посредством индуктивной связи, а связь по цепи питания выступала в роли паразитной. Построена диаграмма режимов на плоскости параметров отвечающих за степень связи по обоим каналам. Выявлены и изучены различные сценарии переходов между режимами синхронизации в фазе и в противофазе, а также области хаотической динамики и гашения автоколебаний.

Изучены типичные режимы синхронизации для системы двух связанных идентичных двумодовых осцилляторов. Показано, что характерным режимом при связи только по цепи питания является синхронный режим со сдвигом фаз на половину периода по медленной моде колебаний. При наличии дополнительно слабой диффузационной связи быстрых подсистем установлено наличие эффекта фазовой мультистабильности с рядом особенностей, обусловленных специфическим видом временной реализации в данных системах.

В третьей главе исследуется динамика одномерного массива осцилляторов со связью по цепи распределения энергии. Изучается влияние как свойств ЭНР связи, так и индивидуальных свойств осцилляторов на ансамбль осцилляторов связанных в структуру типа “цепь”. Изучается

процесс образования осцилляторного кластера и его перемещения при вариации параметров связи. Исследуются динамические режимы внутри осцилляторного кластера. Рассматривается вопрос о влиянии шума на свойства осцилляторного кластера. Изучается влияние параметров связи на синхронизацию осцилляторов в осцилляторном кластере. На примере двумодовых осцилляторов изучается влияние альтернативного канала связи на частотные свойства кластера.

Эффекты, рассматриваемые в данной главе, требуют введения дополнительного понятия: “осцилляторный кластер” – режим функционирования ансамбля осцилляторов, при котором в режиме генерации находится только часть осцилляторов ансамбля.

10 одномодовых осцилляторов были объединены в структуру типа “цепь”. Обнаружено, что за счёт диссипативных свойств цепи распределения энергии типичным является состояние, при котором в режиме генерации находятся не все осцилляторы цепи, а только часть из них. Такая группа активных элементов ансамбля получила название “осцилляторный кластер”. Как было показано, при вариации напряжения питания расположение кластера и его размеры меняются: он смещается к источнику энергии или от него.

В ходе исследования выявлены три сценария эволюции (сдвига и изменения размера) осцилляторного кластера. Установлено, что они управляются характеристиками энергопотребления отдельного осциллятора. А именно, немонотонный характер зависимости среднего за период потребляемого тока от напряжения питания лежит в основе механизма сдвига кластера, характерной особенностью которого является гистерезис. Имеет место специфическая положительная обратная связь, при которой выход из режима генерации осциллятора на одной границе кластера способствует её возникновению и вовлечению в кластер нового осциллятора на другой границе.

Обнаружено, что в случае малых потерь в цепи распределения может реализовываться режим многочастотных колебаний. Данный результат подтверждается наличием нескольких нулевых (в пределе точности вычислений) Ляпуновских экспонент, а так же значениями Ляпуновской размерности. Формирование такого режима обусловлено противоположно направленным действием двух факторов, а именно, при увеличении степени диссипации в цепи распределения энергии рост взаимовлияния осцилляторов усиливает тенденцию к синхронизации, в то время как увеличение степени вызванной тем же расстройки по частотам ей препят-

стует. При вариации напряжения питания в середине области устойчивости осцилляторного кластера наблюдаются области частичной синхронизации. В том числе синхронизации несмежных осцилляторов с близкими частотами колебаний.

Показано, что наличие некореллированных источников шума в осцилляторах структуры типа “цепь” приводит к увеличению размеров осцилляторного кластера. При этом с увеличением уровня шума наблюдается уменьшение регулярности колебаний в осцилляторах, изначально находившихся в режиме генерации, в то время как в остальных осцилляторах регулярность колебаний растёт до достижения максимального значения при оптимальном уровне шума, после чего начинает уменьшаться.

На примере цепочки двумодовых осцилляторов показано, что наличие дополнительной связи приводит к более регулярной динамике ансамбля с возникновением внутри осцилляторного кластера области синфазной синхронизацией колебаний. Возникновение такого режима приводит к большему потреблению питания системой и, как следствие, сдвигу кластера к началу цепочки (к точке приложения питания).

**Четвёртая глава** посвящена исследованию динамики ансамбля осцилляторов со связью посредством распределения ресурса при древовидной топологии связи. Исследуются ансамбли идентичных одномодовых осцилляторов с топологией связи типа двоичного дерева. Выявляются режимы функционирования ансамблей и закономерности формирования новых режимов при увеличении количества осцилляторов “дерева”. Изучается устойчивость режимов к воздействию шума.

Особенности рассматриваемой топологии связи требуют использования специальных терминов. В тексте четвёртой главы определены и используются следующие понятия: ярус дерева, смежные осцилляторы (узлы), осцилляторные пары, амплитудно-однородные и амплитудно-неоднородные режимы. Данные понятия являются интуитивно-понятными, однако в тексте диссертации они детально описаны.

Для системы четырёх связанных идентичных одномодовых осцилляторов с топологией связи типа “фрактальное дерево” построена диаграмма режимов на плоскости “напряжение питания – коэффициент роста сопротивления”. Выделены области устойчивости обнаруженных множественных существующих синхронных режимов, различающиеся соотношением фаз и амплитуд колебаний. Свойства симметрии структуры позволяют объединить часть режимов в различные типы. Упомянутые

режимы характеризовались как последовательностью времён событий (достижением максимумов колебаний) каждого осциллятора, так и спектрами разности фаз. Предложена классификация режимов, согласно которой они подразделяются на амплитудно-однородные и амплитудно-неоднородные.

Для деревьев большей размерности обнаружены режимы квазипериодических колебаний. В частности для дерева из восьми осцилляторов количество независимых частот составляло две частоты, а для дерева из 16 осцилляторов – 3. Предложено объяснение данного эффекта основанное на том, что различные подансамбли дерева могут иметь различные режимы энергопотребления. При этом наблюдается колебания на различных частотах в различных частях дерева. Показано, что обнаруженные квазипериодические режимы структурно-устойчивы в пределах точности вычислительного эксперимента.

Обнаружено, что наличие флюктуаций в источнике питания не нарушает режима синхронизации осцилляторов, тогда как наличие индивидуального источника шума в каждом осцилляторе вызывает переключения между режимами синхронизации. Была исследована статистика переключений между режимами двух типов в ансамбле из четырёх осцилляторов. Показано, что наряду с различным средним временем жизни каждого типа режима переключения между типами режимов гораздо более вероятны, чем между режимами одного типа. Учитывая тот факт, что переключение внутри типа сопровождается фазовым скачком между смежными осцилляторами, а переключение между типами – фазовым скачком на нижнем ярусе можно заключить, что переключения более вероятны на уровне нижних ярусов дерева, когда изменяются фазовые соотношения между под-ансамблями. Предположительно, это может быть связано с уменьшением эффективной степени связи по мере продвижения от осцилляторов в “кроне” дерева к его “корню”.

В Заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

### **Основные результаты и выводы.**

1. Предложены и исследованы модели осцилляторов, отвечающие целям диссертационного исследования. Для модели двумодового осциллятора показано наличие режимов хаотической динамики с синхронизированными и рассинхронизированными модами.
2. Исследованы типичные динамические режимы и переходы между

ними для малых (два и три элемента) ансамблей осцилляторов, подключенных к одному источнику питания. Показано, что в случае изначально идентичных осцилляторов ансамбля типичным режимом являются колебаний с равномерным сдвигом фаз по ансамблю. Так, два осциллятора стремятся к сдвигу фаз на половину периода, а три осциллятора – на треть периода.

3. Выявлен эффект “взаимопомощи” осцилляторов, выраженный в том, что два связанных по цепи питания осциллятора могут находиться в режиме генерации, в то время как отключение одного из них гасит колебания и в оставшемся. Механизм данного эффекта заключается в выравнивании динамики энергопотребления при увеличении числа осцилляторов.
4. Исследованы типичные динамические режимы и переходы между ними в условиях одновременного действия двух каналов связи в малых ансамблях осцилляторов, изучены реализующиеся при этом сценарии перехода между синхронизацией в фазе и противофазе. Показано, что одновременное действие связи по цепи питания и связи через взаимную индукцию приводит к появлению областей мультистабильности, а также к хаотизации колебаний. Для двумодовых осцилляторов совместное действие двух каналов связи приводит к возникновению режима фазовой мультистабильности.
5. Показано, что ансамбль осцилляторов, последовательно подсоединеных к общему источнику питания (структура типа “цепь”), функционирует в режиме осцилляторного кластера, когда лишь часть осцилляторов находится в режиме генерации. Исследованы сценарии перемещения кластера при вариации управляющих параметров. Установлено, что данные сценарии определяются особенностями графика усредненного потребления тока отдельным осциллятором.
6. Для режима осцилляторного кластера в условиях в условиях низких потерь в цепи распределения энергии установлено наличие многочастотных режимов, на уровне точности вычислительного эксперимента соответствующих многомерному тору в фазовом пространстве математической модели. Как удалось установить, формирование такого режима обусловлено определяется противоположно направленным действием двух факторов, а именно, рост взаимовлия-

ния осцилляторов усиливает тенденцию к синхронизации, в то время как увеличение степени индуцированной связью расстройки по частотам ей препятствует.

7. Показано, что наличие некореллированных источников шума в осцилляторах структуры типа “цепь” приводит к увеличению размеров осцилляторного кластера. При этом с увеличением уровня шума наблюдается уменьшение регулярности колебаний в осцилляторах, изначально находившихся в режиме генерации, в то время как в остальных осцилляторах регулярность колебаний растёт до достижения максимального значения при оптимальном уровне шума, после чего начинает уменьшаться.
8. На примере цепочки двумодовых осцилляторов показано, что наличие дополнительной связи приводит к более регулярной динамике ансамбля с возникновением внутри осцилляторного кластера области с синфазной синхронизацией колебаний. Возникновение такого режима приводит к большему потреблению питания системой и, как следствие, сдвигу кластера к началу цепочки (к точке приложения питания).
9. Установлено, что для ансамбля осцилляторов с топологией связи по цепи питания типа “дерево” характерно наличие множественных синхронных режимов, различающихся фазовыми соотношениями. С увеличением размера “дерева” количество режимов возрастает. Показано, что основная часть режимов “дерева” является комбинацией режимов “деревьев” меньшей размерности. Для “деревьев” из восьми и шестнадцать осцилляторов обнаружены квазипериодические режимы.

### **Список публикаций по теме диссертации**

1. Щербаков П.А., Постнов Д.Э. “Радиофизическое моделирование систем с конкурентной связью”. Труды научной студенческой конференции физического факультета СГУ, изд. Саратовского Университета, 2003, 58-60.
2. Щербаков П.А., Постнов Д.Э. “Радиофизическое моделирование систем с конкурентной связью”. Материалы научной школы-конференции “Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2003”, изд. ГосУНКЦ Колледж, 2003, 282-285.

3. Щербаков П.А., Постнов Д.Э. “Кооперативная динамика систем с конкурентной связью”. Материалы XLII Международной Научной Студенческой Конференции “Студент и научно-технический прогресс”: Физика / Новосиб. гос. ун-т. Новосибирск, 2004, 112.
4. Щербаков П.А. “Динамика систем связанных двумя каналами связи различного типа”. Материалы VII международной школы “Хаотические автоколебания и образование структур”, 1-6 октября 2004 г. Саратов, изд. ГосУНКЦ Колледж, 2004, 134-135.
5. Щербаков П.А. “Кластерная осцилляция в одномерном массиве связанных по цепи питания осцилляторов”. Сборник тезисов международной конференции студентов, аспирантов и молодых ученых по фундамент наукам “Ломоносов-2006” секция физика том 2, 2006 г. МГУ Москва 27.
6. Д.Постнов, А.Шишкун, П.Щербаков “Нелинейные эффекты в ансамблях осцилляторов со связью через распределение ресурса. Часть I. Динамические режимы авторегуляции кровотока в васкулярном дереве нефронов”. Известия вузов, Прикладная нелинейная динамика 15,5,3-22 2007
7. Д.Постнов, А.Шишкун, П.Щербаков “Нелинейные эффекты в ансамблях осцилляторов со связью через распределение ресурса. Часть II. Колебательные режимы одномерного массива связанных через общий источник питания осцилляторов”. Известия вузов, Прикладная нелинейная динамика 15,5,23-35 2007
8. D.E. Postnov, O.V. Sosnovtseva, P. Scherbakov, and E.Mosekilde “Multimode Dynamics of Resource Distribution Network” Chaos 18, 015114(9) (2008)
9. Щербаков П.А., Астахов О.В., Постнов Д.Э. “Сложные колебания и синхронизация в функциональной модели васкулярного дерева нефронов” Изв. Сар. Университета. Серия Физика, 1,9,38-53 2009
10. Астахов О.В., Щербаков П.А. “Индукционные шумом переключения между режимами синхронизации в ансамблях осцилляторов с древовидной структурой связи” Сборник “Статистическая физика и информационные технологии”: Материалы школы-семинара “StatInfo-2009” 121-124 (2009)

ЩЕРБАКОВ Павел Александрович  
ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ И ИНДУЦИРОВАННЫЕ ШУМОМ  
КОЛЕБАТЕЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ В АНСАМБЛЯХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ  
СО СВЯЗЬЮ ПОСРЕДСТВОМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Автореферат  
Ответственный за выпуск