

На правах рукописи



АРИНУШКИН Павел Алексеевич

ЭФФЕКТЫ СИНХРОНИЗАЦИИ В НЕОДНОРОДНЫХ  
СЕТЯХ ФАЗОВЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С ИНЕРЦИЕЙ

1.3.4. – Радиофизика

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Саратов — 2022

Работа выполнена на кафедре радиофизики и нелинейной динамики федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

**Научный руководитель:**

доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры радиофизики и нелинейной динамики **Вадивасова Татьяна Евгеньевна**

**Официальные оппоненты:**

**Осипов Григорий Владимирович**, доктор физико-математических наук, доцент, ФГАОУ ВО «Нижегородский государственный университет имени Н.И. Лобачевского», г. Нижний Новгород, заведующий кафедрой теории управления и динамики систем.

**Дмитричев Алексей Сергеевич**, кандидат физико-математических наук, ФГБНУ «Федеральный исследовательский центр Института прикладной физики Российской академии наук» (ИПФ РАН), г. Нижний Новгород, старший научный сотрудник отдела нелинейной динамики.

**Ведущая организация:**

Саратовский филиал Института радиотехники и электроники (СФ ИРЭ) «им. В.А.Котельникова РАН», г. Саратов.

Защита состоится «3» марта 2023 г. в 14 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета 24.2.392.01 на базе ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» по адресу: 410012, г. Саратов, Астраханская, 83, X корпус, аудитория 511.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке имени В.А. Артисевич ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» и на сайте <https://www.sgu.ru/research/dissertation-council/24-2-392-01/kandidatskaya-dissertaciya-arinushkina-pavla>

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
24.2.392.01, д.ф.-м.н., профессор



Сысоев  
Илья Вячеславович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность исследуемой проблемы.** Одним из наиболее актуальных направлений исследований в нелинейной динамике и связанных с ней дисциплинах является изучение процессов самоорганизации в сложных многокомпонентных системах, таких как осцилляторные ансамбли и сети <sup>1</sup>. Важнейшую роль в динамике ансамблей играет фундаментальное явление синхронизации <sup>2</sup>. Синхронизация порождает в сложных системах множество явлений самоорганизации. К таким явлениям относятся глобальная и кластерная синхронизация в осцилляторных ансамблях с различным характером и топологией связей <sup>3</sup>, а также синхронизация пространственно-временной динамики и сложных кластерных структур во взаимодействующих ансамблях и слоях многослойных сетей <sup>4</sup>. Особенности поведения ансамблей зависят не только от топологии и характера связей, но и от индивидуальной динамики элементов ансамбля. Это могут быть периодические генераторы, хаотические автоколебательные системы, осцилляторы с возбудимой или бистабильной динамикой. В качестве простой модели автоколебательного осцилляторного ансамбля часто используется модель Курамото <sup>5</sup>, описывающая фазовую динамику ансамбля квазигармонических автогенераторов. Модель Курамото является базовой моделью для исследования эффектов синхронизации в ансамбле автогенераторов <sup>6</sup>. Другой базовой моделью при исследовании динамики осцилляторных ансамблей может служить ансамбль фазовых осцилляторов с инерцией (осцилляторов Курамото второго порядка). Данная модель представляет собой обобщение фазовой модели Курамото, учитывающее инерцию фазовой динамики элементов. Модель взаимодействующих осцилляторов с инерцией и учетом нелинейности используется во многих технических задачах, таких как динамика ансамблей контактов Джозефсона <sup>7</sup>

---

<sup>1</sup>V. Nekorkin. Synergetic Phenomena in Active Lattices. Patterns, Waves, Solitons, Chaos / Vladimir Nekorkin, Manuel Velarde. — 2002.

<sup>2</sup>Strogatz, Steven. Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences / Steven Strogatz // Physics Today. — 2003. — Vol. 56. — P. 47.

<sup>3</sup>G. V. Osipov. Synchronization in Oscillatory Networks / Grigory V Osipov, Jürgen Kurths, Changsong Zhou. — Springer Berlin Heidelberg, 2007.

<sup>4</sup>Ernest Barreto, Brian Hunt, Edward Ott, Paul So. Synchronization in networks of networks: The onset of coherent collective behavior in systems of interacting populations of heterogeneous oscillators // Physical Review E. — 2008. — Vol. 77, no. 3.

<sup>5</sup>Y. Kuramoto. Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence / Yoshiki Kuramoto. — Springer Berlin Heidelberg, 1984.

<sup>6</sup>H. Sakaguchi, H., Y. Kuramoto, A Soluble active rotator model showing phase transitions via mutual entertainment. Prog. Theor. Phys. 1986. Vol.76. pp.576—581.

<sup>7</sup>K. Wisenfeld P. Colet, S. Strogatz. Synchronization transitions in a disordered Josephson series array // Phys. Rev. Letts. — 1996. — Vol. 76. — Pp. 404–407.

и ансамблей связанных маятников <sup>8</sup>. Данная модель, при соответствующем выборе конфигурации и параметров связей, широко применяется при анализе функционирования энергетических сетей <sup>9</sup>.

Моделирование процессов в энергосетях является важной задачей в рамках исследований динамики осцилляторных ансамблей <sup>10</sup>. Устойчивость динамической системы к сильным или слабым возмущениям - важная проблема нелинейной динамики, особенно при рассмотрении взаимосвязанных систем. Основные проблемы работы энергосетей заключаются в повышении устойчивости их функционирования <sup>11</sup> и предотвращении явления каскадного отключения электроэнергии. Поведение генераторов электроэнергии и потребителей, объединенных в энергосеть, упрощенно может быть смоделировано с помощью уравнений фазовой динамики типа ротаторов с инерцией. В зависимости от исследуемой динамики энергосети можно выделить несколько классов рассматриваемых моделей таких как: модель взаимодействия синхронных двигателей <sup>12</sup>, энергосеть со статическими потребителями <sup>12</sup> и энергосеть с динамическими потребителями <sup>12</sup>. Несмотря на многообразие исследуемых моделей, некоторые характерные особенности динамики энергосети можно исследовать на упрощенных моделях, таких как сеть фазовых осцилляторов с инерцией, имеющая кольцевую топологию. Одной из задач, которые недостаточно исследованы в литературе, может быть анализ влияния неоднородности на устойчивость синхронного режима работы сети. При этом предполагается, что один из генераторов имеет характеристики, отличные от остальных. Меняя параметры этого и остальных генераторов, важно установить, как эти изменения повлияют на режим синхронизации, например, как повлияет на область синхронизации изменение активной и реактивной компонент генерируемой мощности различных генераторов.

Помимо рассматриваемой задачи влияния неоднородности в энергосети, в ансамблях фазовых осцилляторов с инерцией слабо изучено влияние инерционности генераторов на устойчивость синхронного режима. Важной задачей также является исследование влияния различных внешних факторов на динамику энергосети. Есть некоторые работы, в которых задача об устойчивости синхронного режима в ансамбле фазовых осцилляторов с инерцией

---

<sup>8</sup>T. Kapitaniak, P. Kuzma, J. Wojewoda et al. Imperfect chimera states for coupled pendula // *Sci. Rep.* — 2014. — Vol. 4. — P. 06379.

<sup>9</sup>F. Giovanni, A. Nielsen, N. Pedersen. Analysis of a power grid using a Kuramoto-like model // *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems.* — 2008. — Vol. 61. — Pp. 485–491.

<sup>10</sup>M. Anvari, F. Hellmann, X. Zhang. Introduction to Focus Issue: Dynamics of modern power grids // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science.* — 2020. — Vol. 30, no. 6. — P. 063140.

<sup>11</sup>P. M. Anderson, A. A. Fouad. *Power system control and stability* // John Wiley & Sons, 2008.

<sup>12</sup>T. Nishikawa, A. Motter. Comparative analysis of existing models for power-grid synchronization // *New Journal of Physics.* — 2015. — Vol. 17. — P. 15012.

к различным внешним воздействиям рассматривается в общем виде, без отнесения ансамбля с моделью какой-либо энергосети, например <sup>13</sup>. Однако представляется важным рассмотреть данный вопрос, именно связав параметры ансамбля фазовых осцилляторов с моделью сети с конкретной топологией и параметрами. Кроме того, с помощью простой модели сети на основе фазовых осцилляторов с инерцией можно рассмотреть задачу синхронизации режима работы сети с использованием нелинейных свойств генераторов, например, вводя в уравнения фазовых осцилляторов нелинейную диссипацию. Исследование нелинейной диссипации позволяет рассмотреть возможности применения и ограничения данного подхода, направленного на установление синхронного режима в ансамблях фазовых осцилляторов. В частности, может рассматриваться задача поставарийного восстановления синхронизма энергосети посредством нелинейной диссипации. Влияние нелинейной диссипации на поведение фазовых осцилляторов является мало изученным направлением. Исследуемый метод синхронизации фазовых осцилляторов может служить дополнением к другим рассматриваемым методам <sup>14</sup>, направленным на стабильную и устойчивую работу энергосетей.

Кроме прикладных задач моделирования, поведение ансамблей фазовых осцилляторов с инерцией может представлять интерес с точки зрения развития фундаментальной концепций нелинейной динамики. Следует отметить, что добавление в модель фазового осциллятора свойства инерционности делает динамику ансамбля более разнообразной, по сравнению с поведением ансамбля фазовых осцилляторов Курамото. Даже в случае простой по форме глобальной связи такой ансамбль может демонстрировать появление химероподобных кластеров <sup>15</sup>. В случае нелокального взаимодействия с конечным радиусом в ансамбле ротаторов также в широкой области значений параметров реализуются химерные состояния <sup>16</sup> и, кроме того, существуют так называемые уединенные состояния <sup>17</sup>. В целом ансамбли осцилляторов с инерцией в случае нелокальной связи исследовались еще сравнительно мало. В частности, взаимодействие и синхронизация сложных структур в таких

---

<sup>13</sup>L. Tumash, S. Olmi, E. Schöll. Effect of disorder and noise in shaping the dynamics of power grids // EPL. — 2018. — Vol. 123. — no. 2. — P. 20001.

<sup>14</sup>V.A. Khramenkov, A.S. Dmitrichev, V. I. Nekorkin. Threshold stability of the synchronous mode in a power grid with hub cluster topology // Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics.— 2020. — Vol. 28, no. 2. — Pp. 120–139.

<sup>15</sup>R.J. Goldschmidt, A. Pikovsky, A. Politi. Blinking chimeras in globally coupled rotators // Chaos. — 2019. — Vol. 29.— P. 5105367.

<sup>16</sup>Y. Maistrenko, P. Jaros, T. Kapitaniak. Chimera states on the route from coherence to rotating waves // Phys. Rev. E. — 2015. — Vol. 91. — P. 022907.

<sup>17</sup>P. Jaros, S. Brezetsky, R. Levchenko et al. Solitary states for coupled oscillators with inertia // Chaos. — 2018. — Vol. 28. — P. 5019792.

ансамблях, насколько нам известно, еще не рассматривалась. В то же время здесь может быть поставлен ряд интересных задач, касающихся синхронизации не только химерных состояний, но и различных уединенных состояний, рассмотрено влияние частотной расстройки и эффект синхронизации частот взаимодействующих структур.

**Целью данной работы** является решение актуальной радиофизической задачи, состоящей в установлении особенностей динамики и эффектов синхронизации в ансамблях фазовых осцилляторов с инерцией: определение возможных режимов функционирования ансамбля осцилляторов, моделирующего работу простой энергосети с кольцевой топологией и установление оптимальных параметров сети, обеспечивающих наибольшую устойчивость синхронного режима в присутствии неоднородности и внешних воздействий; установление эффектов синхронизации сложных структур в мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией в случае идентичных и неидентичных слоев сети.

Для достижения поставленной цели определены **основные задачи** диссертационного исследования:

1. На примере простой модели энергосети с кольцевой топологией, представленной в виде ансамбля фазовых осцилляторов с инерцией, изучить влияние неоднородности сети (один из узлов сети имеет параметры, отличные от параметров остальных) на режимы функционирования. Установить характер режимов сети при изменении активной и реактивной компонент мощности одного из узлов сети. Построить карты режимов на плоскости управляющих параметров.
2. Установить, как влияет введение нелинейной диссипации фазовых осцилляторов, на границы областей различных режимов модельной энергосети. Провести сравнение результатов, полученных при постоянных значениях коэффициента диссипации и при нелинейной модификации коэффициента диссипации.
3. Исследовать эффекты внешнего воздействия на ансамбль фазовых осцилляторов с инерцией, моделирующий работу энергосети. Рассмотреть поведение ансамбля при импульсном воздействии на выбранный осциллятор сети. Установить влияние амплитуды и длительности импульса на поведение осцилляторов в случае постоянной и нелинейной формы диссипации. Провести моделирование исследуемой сети при воздействии белого шума на установившиеся режимы ансамбля фазовых осцилляторов, исследовать поведение системы фазовых уравнений в присутствии нелинейной диссипации и белого шума. Провести моделирование сети фазо-

вых осцилляторов с нелинейной формой диссипации в случае устранения связей между осцилляторами.

4. Исследовать пространственно-временную динамику двухслойной мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией при нелокальном характере внутрислойной связи и вариации параметров связи между слоями. Рассмотреть сеть из двух идентичных слоев и сеть из двух слоев, осцилляторы которых характеризуются частотной расстройкой. Установить, наблюдаются ли эффекты частичной и полной синхронизации сложной пространственно-временной динамики в двух слоях и при каких параметрах межслойной связи устанавливается синхронный режим при различном характере режимов в двух слоях в отсутствие взаимодействия.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. В неоднородном ансамбле фазовых осцилляторов с инерцией, моделирующем энергосеть из генераторов и нагрузок с кольцевой топологией, изменение значений параметров ансамбля, связанное с ростом активной компоненты мощности одного из генераторов моделируемой энергосети, приводит к нарушению синхронного поведения. При этом возможно возникновение такого режима, когда синхронизация или ее отсутствие определяются начальными условиями. Изменение значений параметров ансамбля, связанное с ростом абсолютной величины реактивной компоненты мощности, в зависимости от характера комплексной проводимости выходного узла генератора, приводит к разному результату: при индуктивной проводимости область синхронизации, увеличивается, а при емкостной – уменьшается и происходит переход к несинхронному режиму.
2. В неоднородном ансамбле фазовых осцилляторов с инерцией, моделирующих энергосеть из генераторов и нагрузок с кольцевой топологией, с ростом параметра инерционности осцилляторов наблюдается разрушение синхронного режима.
3. Введение определенного вида нелинейной диссипации в фазовые осцилляторы, моделирующие динамику генераторов, позволяет расширить область синхронного режима сети при вариации параметров (активной мощности одного из генераторов и коэффициента инерции, одинакового для всех генераторов) и стабилизировать синхронный режим сети при различных внешних воздействиях (импульсное воздействие, шумовое воздействие и разрыв связей).
4. В двухслойной мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией, характеризующейся частотной расстройкой осцилляторов в двух слоях и сложными пространственно-временными режимами, при достаточно

сильной межслойной связи наблюдается синхронизация средних частот взаимодействующих осцилляторов, что приводит к идентичности распределения средних частот в двух слоях. Данный эффект наблюдается в режиме химер, в режиме уединенных состояний, а также в случае существования структур разного типа в двух слоях: химеры в одном слое и уединенных состояний в другом.

**Научная новизна** результатов диссертационной работы состоит в следующем: Для фазовых осцилляторов с инерцией в модели энергосети с парциальными параметрами методами численного моделирования построены карты режимов при вариации активной мощности одного из генераторов и коэффициента инерции, который полагался одинаковым для всех генераторов. Было показано, что в зависимости от параметров инерции при одних и тех же значениях активной мощности возможны различные режимы поведения сети, среди которых режим фазовой синхронизации всех генераторов, режим сосуществования синхронной и несинхронной динамики поведения, режим асинхронного поведения.

На примере простого ансамбля фазовых осцилляторов с инерцией модели энергосети продемонстрирован характер влияния реактивной мощности одного из генераторов на режимы функционирования сети. Были определены области различных режимов энергосети в зависимости от значений активной и реактивной мощности одного из генераторов. Показано, что степень влияния реактивной мощности генератора на режимы работы энергосети зависит от величины активной мощности генератора.

Был предложен и исследован способ стабилизации синхронного режима сети, основанный на использовании нелинейной диссипации генераторов. Показано существенное увеличение области синхронного поведения неоднородной сети при вариации параметров, за счет нелинейной диссипации осцилляторов.

На примере простого ансамбля фазовых осцилляторов с инерцией модели энергосети, исследована устойчивость синхронного режима сети при различных внешних воздействиях на отдельный узел, таких как импульсное воздействие, шумовое воздействие и разрыв связей. Показано, что введение в систему нелинейной диссипации может предотвратить асинхронное поведение осцилляторов и повысить устойчивость сети к возмущениям.

Для двухслойной мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией, впервые были установлены эффекты полной и частичной синхронизации сложной пространственно-временной динамики слоев, находящихся в режиме химерных и уединенных состояний. Показан эффект взаимного захвата



средних частот колебаний осцилляторов в двух слоях и установления идентичного пространственного распределения средних частот.

**Научная и практическая значимость** результатов диссертации определяется тем, что в работе рассматриваются особенности динамики, эффекты синхронизации важного с теоретической и практической точек зрения и недостаточно изученного класса колебательных систем - фазовых осцилляторов с инерцией, которые широко используются в моделях функционирования энергетических сетей. Полученные результаты существенным образом дополняют существующие на сегодняшний день представления нелинейной теории колебаний и волн. Установлены основные режимы работы модели энергосети, представляющей собой ансамбль ротаторов с инерцией. Построены карты режимов на плоскости управляющих параметров. Установлено влияние активной и реактивной мощности генераторов на поведение осцилляторов энергосети. Показана важная роль нелинейной диссипации фазовых осцилляторов в достижении синхронизации ансамбля и при стабилизации синхронного поведения в случае внешних воздействиях на осцилляторы сети. Значение работы для развития представлений нелинейной динамики заключается также в установлении эффектов частичной и полной синхронизации в двухслойной мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией. Были установлены эффекты синхронизации пространственных структур, как в режиме химер, так и в режиме уединенных состояний. При идентичности взаимодействующих слоев была установлена полная синхронизация пространственных структур и поведения во времени. При взаимодействии слоев осцилляторов с частотной расстройкой, установлена синхронизация частот осцилляторов, что приводит к установлению одинаковых пространственных распределений мгновенных частот в двух слоях.

**Достоверность научных результатов работы подтверждается:** применением обоснованных методов теоретического и численного анализа нелинейных процессов в радиофизических системах, демонстрирующих сложное поведение; использованием специальных программных комплексов, разработанных и протестированных на широком классе задач нелинейной динамики; отсутствием противоречий с уже известными результатами, полученными другими авторами, и установившимися представлениями в данной области знаний.

**Личный вклад** Все защищаемые результаты диссертационной работы получены соискателем лично. Соискателем разработаны оригинальные программы, с помощью которых проводились все численные расчеты и обработка полученных численных данных. Планирование и постановка задач, интерпре-

тация и обсуждение результатов, написание научных статей осуществлялись совместно с научным руководителем и соавторами.

**Апробация работы.** Результаты, представленные в диссертационной работе, докладывались на всероссийских и международных конференциях, школах и семинарах: «Dynamics, Bifurcations and Chaos» (Нижний Новгород, 2018); «Saratov Fall Meeting» (Саратов, 2018); «Workshop on Control of Self-Organizing Nonlinear Systems» (Лютерштадт-Виттенберг, Германия, 2019); «Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2021» (Саратов, 2021).

**Гранты.** Исследования, результаты которых вошли в настоящую диссертационную работу, проводились при поддержке Российского научного фонда (проект № 20-12-00119).

**Публикации.** Основные результаты по теме диссертации изложены в 5 статьях, опубликованных в рецензируемых научных журналах [1-5], входящих в системы Web of Science, Scopus, рекомендованных ВАК РФ для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук. Одна работа опубликована в сборнике тезисов конференции [6]. Получено свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ [7].

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка цитируемой литературы. Материал диссертационной работы изложен на 161 странице, содержит 52 иллюстрации и список цитируемой литературы из 169 наименований.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы диссертации, дан краткий обзор представленных в научной литературе результатов, соответствующих теме диссертационного исследования, сформулирована цель исследования и обозначены задачи, приводятся положения, выносимые на защиту, обосновывается новизна и научно-практическая значимость результатов исследования.

В **первой главе** диссертации рассмотрены примеры простейших энергосетей с различным количеством узлов. В частности рассматриваются энергосети состоящие из 3, 10 и 100 генераторов и такого же количества потребителей. Для перехода к исследованию динамики фазовых осцилляторов используется метод эффективной сети<sup>11</sup>, подробно описанный в разделе 1.2. Этот метод позволяет исключить из рассмотрения потребителей, принимая условие, что потребляемая мощность всех узлов потребителей постоянна  $P_{c(active),l} + jP_{c(reactive),l} = constl = 1, \dots, n_l$ , где  $n_l$  - общее количество потребителей. Генераторы, при этом, моделируются уравнениями фазовых

осцилляторов (ротаторов) с инерцией:

$$\frac{2H_i}{\omega_R} \ddot{\delta}_i + \frac{D_i}{\omega_R} \dot{\delta}_i = A_i - \sum_{j=1, j \neq i}^{n_g} K_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}) \quad i = 1, \dots, n_g, \quad (1)$$

$$A_i = P_{g(active),i} - |E_i|^2 G_{ii}, \quad (2)$$

$$K_{ij} = |E_i E_j Y_{ij}| \quad (3)$$

$$\gamma_{ij} = \alpha_{ij} - \pi/2, \quad (4)$$

$$Y_{ij} = |Y_{ij}| e^{j\alpha_{ij}} \quad (5)$$

$$|E_i^*|^2 = \left( \frac{P_{g(active),i}^* x'_i}{|V_i^*|} \right)^2 + \left( |V_i^*| + \frac{P_{g(reactive),i}^* x'_i}{|V_i^*|} \right)^2 \quad (6)$$

где  $\delta_i$  — мгновенная частота вращения ротора  $i$ -го осциллятора относительно  $\omega_R$ ,  $\omega_R$  — опорная угловая частота для системы (в рад/с),  $n_g$  — общее количество потребителей,  $H_i$  (в секундах) и  $D_i$  — параметры инерции и диссипации  $i$ -го генератора, соответственно,  $A_i$  — параметр мощности генератора с учетом диссипативных потерь  $i$ -го генератора, представляющий собой разность выходной мощности генератора  $P_{g(active),i}$  и произведения квадрата модуля ЭДС генератора на проводимость  $G_{ii}$  (2). Параметр  $K_{ij}$  задает силу динамической связи между осцилляторами с номерами  $i$  и  $j$ , выраженную через произведение ЭДС  $E_i, E_j$  двух связанных генерирующих узлов и сопротивления  $Y_{ij}$  между ними (3). Параметр  $\gamma_{ij}$ , задаваемый выражением (4), характеризует фазовый сдвиг в цепи связи. В уравнении (6) звездочкой обозначены комплексно-сопряженные величины  $|E_i^*|$ ,  $P_{g(active),i}^*$ ,  $P_{g(reactive),i}^*$ ,  $|V_i^*|$ .  $P_{g(active),i}^*$ ,  $P_{g(reactive),i}^*$  отвечают за вырабатываемую активную и реактивную мощность генератора.  $x'_i$  является паразитной индуктивностью, обусловленной конструктивной особенностью электрогенераторов.  $|V_i^*|$  является напряжением выходного узла генератора и связанным с ЭДС генератора  $|E_i^*|$  через индуктивность  $x'_i$ . Все имеющиеся характеристики исходной сети, включая все возможные импедансы энергосети, приведены к безразмерному виду. Нормировка величин производится относительно базовой мощности  $P_R = 100MV A$  и напряжения  $V_R = 100kV$ . В результате преобразования конечная модель сети представляется в виде ансамбля фазовых осцилляторов с глобальной связью (рисунок 1).

В разделе 1.3 рассматривается поведение трех осцилляторов при изменении нескольких управляющих параметров, таких как коэффициент инерции  $H$  и активной мощности генератора  $P_{g(active),i}$ . Численные эксперименты демонстрируют наличие нескольких режимов коллективной динамики фазовых осцилляторов такие как: синхронное поведение, режим сосуществования двух типов динамики и асинхронное поведение осцилляторов. Сильная неод-

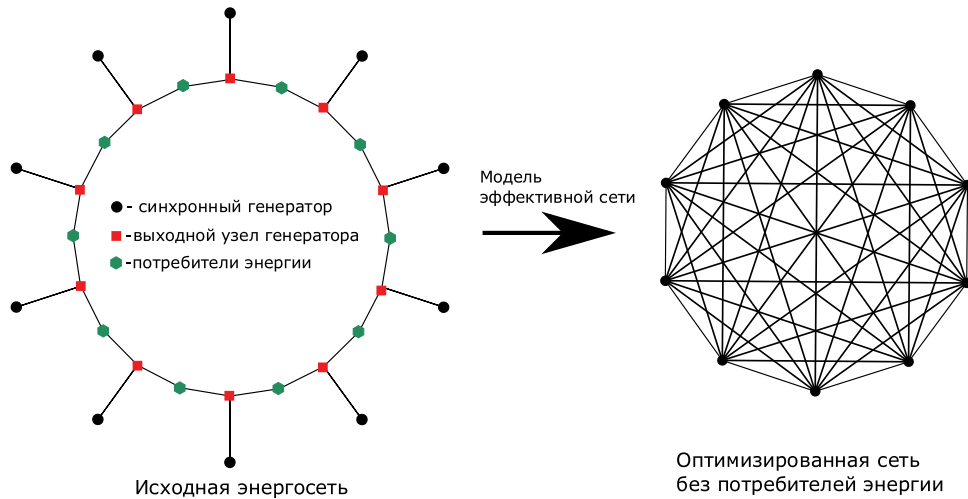


Рис. 1: Исходная сеть с кольцевой топологией и её оптимизированная модель.

нородность активной мощности генераторов ведет к нарушению режима фазовой синхронизации и появлению асинхронного режима работы энергосети. Также приведен пример потери фазовой синхронизации при внешних воздействиях на систему, таких как: воздействие аддитивным белым гауссовским шумом, воздействие прямоугольным импульсом, имитирующим скачок мощности в системе, и разрыв связей между фазовыми осцилляторами в случае обрыва линии передач. Пример с влиянием внешнего воздействия на фазовые осцилляторы показал чувствительность режимов ансамбля к начальным условиям. В случае установления начальных условий, удовлетворяющих синхронному режиму, ансамбль осцилляторов демонстрирует сохранение синхронного режима при влиянии внешних воздействий на систему.

В разделе 1.4 производится моделирование энергосети, состоящей из десяти генераторов и нагрузок, и исследуется динамика ансамбля фазовых осцилляторов при изменении параметров одного из генерирующих узлов. Для ансамбля фазовых осцилляторов, являющегося моделью энергосети, исследуется влияние на синхронизацию изменения активной и реактивной компонент мощности, генерируемых одним из узлов сети, и коэффициента инерции, одинакового для всех осцилляторов ансамбля. В разделе 1.4.1 исследуется влияние изменения генерируемой мощности одного из генераторов и коэффициента инерции, одинакового для всех генераторов, на синхронизацию сети. Полученные результаты показали, что собственная частота выбранного генератора  $\tilde{f}_i = \omega_R(1 + A_i/D_i)/2\pi$ , параметры которого меняются в процессе исследований, зависит от множества параметров физических величин и не всегда совпадает с частотой синхронизации сети (опорной частотой  $\omega_R$ ). Большой вклад в изменение собственной частоты генератора вносит изменение генерируемой мощности элементов энергосети. При увеличении мощно-

сти генератора собственная частота намного превышает частоту синхронизации. При критическом значении генерируемой мощности происходит потеря синхронности колебаний, частота становится равна его собственной (невозмущенной) частоте. Величина коэффициента инерции играет существенную

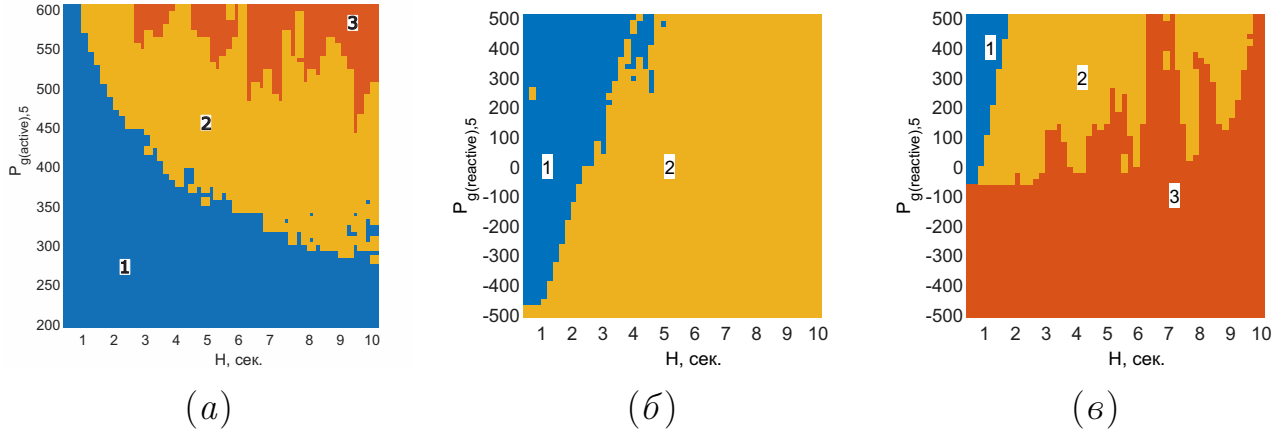


Рис. 2: Семейство карт режимов сети фазовых осцилляторов (1) на плоскости управляющих параметров  $H, P_{g(active),5}$  рисунок (а) и  $H, P_{g(reactive),5}$  рисунок (б), (в). Для рисунка (б), (в) значений активной мощности пятого осциллятора:  $P_{g(active),5} = 450$  (б);  $P_{g(active),5} = 600$  (в). Область 1 (синяя) – режим частотной синхронизации, область 2 (желтая) – режим сосуществования двух типов динамики, область 3 (красная) - асинхронное поведение. Другие параметры системы системы:  $N = 10$  (число узлов);  $D_i = 50$ .

роль в устойчивости синхронного режима осцилляторов (генераторов). Было показано, что установление синхронного режима генераторов при увеличении генерируемой мощности возможно при малых величинах коэффициента инерции и независимо от набора начальных условий (рисунок 2(а)). Для больших величин коэффициента инерции происходит срыв синхронизма одного или нескольких генераторов, приводя вышедший генератор к работе на собственной частоте, величина которой значительно превышает опорную частоту  $\omega_R$ . Вышедший из синхронного режима генератор производит модуляцию по частоте оставшихся генераторов. Возмущение частоты зависит от расположения того или иного генератора относительно асинхронного генератора. В разделе 1.4.2 рассматриваются результаты, полученные при исследовании реактивной составляющей мощности генератора. Было обнаружено, что наличие реактивной мощности у элементов ансамбля сокращает область параметров при которой может наблюдаться частотная синхронизация (рисунок 2(б,в)). С ростом реактивной величины преобладающими режимами в области параметров становятся режим сосуществования двух типов динамики и асинхронное поведение одного или нескольких фазовых осцилляторов ансамбля, моделирующего работу энергосети.

В разделе 1.5 демонстрируется свойство исследуемой модели эффективной сети <sup>11</sup> которое заключается в идентичности полученных результатов в случае увеличения общего количества элементов энергосети при сохранении топологии и характеристик исходной энергосети. Для исследования данного свойства производится сравнения фрагментов карты режимов, полученных в исходных энергосетях из 10 и 100 генераторов и потребителей соответственно.

Во **второй главе** моделируется неравномерный баланс производимой и потребляемой энергии в упрощенной модели энергосети с кольцевой топологией. Цель исследований, проведенных в рамках данной главы - найти условия, предотвращающие потерю синхронизации сети. В качестве возможного решения данной проблемы было предложено нелинейное затухание осцилляторов.

$$\frac{2H_i}{\omega_R} \ddot{\delta}_i + \frac{D_i(\dot{\delta}_i)}{\omega_R} \dot{\delta}_i = A_i - \sum_{j=1, j \neq i}^{n_g} K_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}) \quad i = 1, \dots, n_g, \quad (7)$$

$$D_i = k_i |\dot{\delta}_i(t)| + D_{0i} \quad (8)$$

Параметр диссипации  $D_i$  предполагается зависящим от мгновенной частоты  $\dot{\delta}_i(t)$  по закону представленному выражением (8), где  $k_i$  – некоторый безразмерный коэффициент, характеризующий степень нелинейности,  $D_{0i}$  – постоянная компонента параметра диссипации. В разделе 2.2 сравниваются карты режимов на плоскости управляющих параметров, построенные при постоянном коэффициенте затухания и с учетом нелинейной диссипации, зависящей от мгновенной частоты осциллятора. Полученные результаты позволяют сделать заключение о положительной роли нелинейной диссипации. Влияние нелинейной диссипации на собственные частоты осцилляторов позволяет расширить рабочий диапазон синхронной работы сети (область 1 рисунок 3(а-в)).

В разделе 2.3, рассматриваются случаи внешнего воздействия на отдельный узел сети в виде различных внешних воздействий таких как импульсное/шумовое воздействие и нарушение связей между осцилляторами. Результаты исследования показывают, что введение в систему нелинейной диссипации может предотвратить асинхронное поведение осцилляторов (генераторов) и повысить устойчивость ансамбля к внезапным возмущениям. Достижение устойчивого синхронного режима ансамбля производится при малом влиянии нелинейного затухания в течение короткого промежутка времени. С уменьшением длительности нелинейного затухания или росте инерционности ансамбля, поддержание синхронизма в системе достигается за счет увеличения коэффициента нелинейности. Моделирование поведения ансамбля фазовых осцилляторов при воздействии белого шума на выбранный ос-

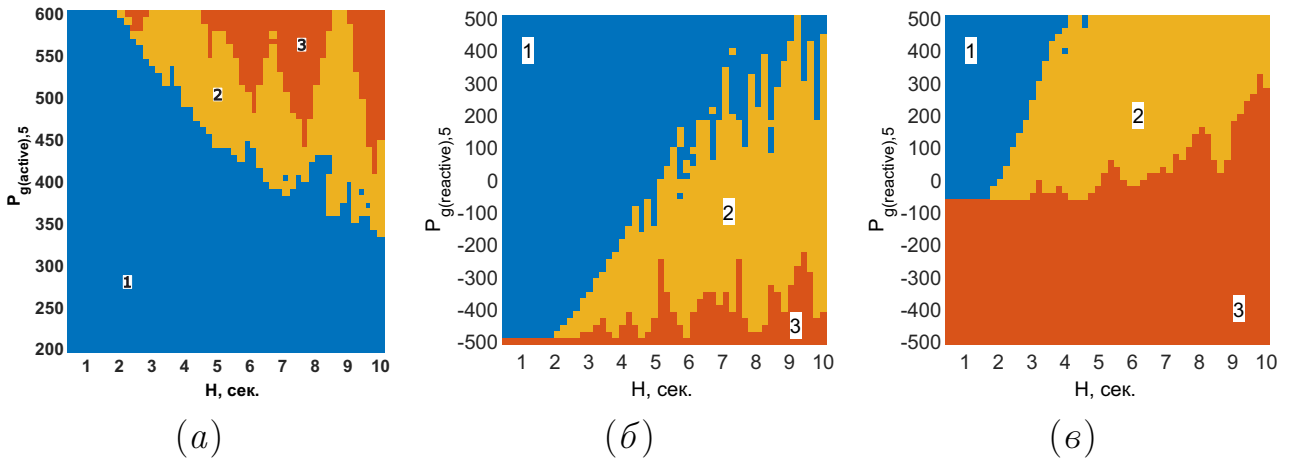


Рис. 3: Семейство карт режимов сети фазовых осцилляторов (1) с учетом нелинейной диссипации (3) на плоскости управляющих параметров  $H, P_{g(reactive),5}$  рисунок (а) и  $H, P_{g(reactive),5}$  рисунок (б), (в). Для рисунка (б), (в) значений активной мощности пятого осциллятора:  $P_{g(reactive),5} = 450$  (б);  $P_{g(reactive),5} = 600$  (в). Область 1 (синяя) – режим частотной синхронизации, область 2 (желтая) – режим сосуществования двух типов динамики, область 3 (красная) – асинхронное поведение. Другие параметры системы системы:  $N = 10$  (число узлов); коэффициент нелинейной диссипации  $k = 1$ .

осциллятор позволяет производить частотную синхронизацию и рассинхронизацию данного осциллятора при одной и той же интенсивности шума. Наличие нелинейной диссипации позволяет уменьшить девиацию мгновенной частоты осциллятора, подверженного присутствием шума в системе. Численный эксперимент с разрывом связей между осцилляторами позволяет определить максимальное время разрыва связи при котором не происходит потеря синхронного режима в ансамбле осцилляторов. Рассинхронизация осцилляторов, вызванная разрывом связи, устраняется введением нелинейной диссипации в систему фазовых осцилляторов. Исследование показало, что более эффективным методом установления синхронного режима является включение нелинейной диссипации непосредственно в неустойчивый осциллятор или осциллятор который имеет достаточно большой коэффициент связи с несинхронным осциллятором.

В **третьей главе** рассматривается мало изученная на сегодняшний день задача, касающаяся особенностей взаимодействия ансамблей фазовых осцилляторов с инерцией и синхронизации формирующихся в этих ансамблях сложных пространственных структур (химер и уединенных состояний). Исследуемая модель представляет собой двухслойную мультиплексную сеть фазовые осцилляторы с инерцией с нелокальным характером внутрислойных связей.

В разделе 3.2 дано описание исследуемой модели мультиплексной сети. Каждый слой состоит из 100 идентичных элементов с одинаковым значением

коэффициента связи и фазового сдвига связи для каждого элемента внутри одного слоя. Между собой слои могут различаться частотами вращения составляющих слой элементов. Межслойная связь является симметричной. Исследуемая сеть из фазовых осцилляторов с инерцией не является моделью энергетической сети, поскольку не учитывает наличия в сети генераторов и потребителей, а также особенностей их взаимодействия между собой. Она описывается следующими уравнениями в безразмерных переменных:

$$\begin{aligned}
\ddot{\varphi}_{1i} + \lambda_1 \dot{\varphi}_{1i} &= \gamma_1 + \frac{\sigma_1}{2P_1} \sum_{j=i-P_1}^{i+P_1} \sin(\varphi_{1j} - \varphi_{1i} - \alpha_1) + \kappa_{12} \sin(\varphi_{1i} - \varphi_{2i} - \beta_{12}), \\
\ddot{\varphi}_{2i} + \lambda_2 \dot{\varphi}_{2i} &= \gamma_2 + \frac{\sigma_2}{2P_2} \sum_{j=i-P_2}^{i+P_2} \sin(\varphi_{2j} - \varphi_{2i} - \alpha_2) + \kappa_{21} \sin(\varphi_{2i} - \varphi_{1i} - \beta_{21}), \\
i = 0, 2, \dots, N-1, \quad \varphi_{\nu i \pm N}(t) &= \varphi_{\nu i}(t), \quad \dot{\varphi}_{\nu i \pm N}(t) = \dot{\varphi}_{\nu i}(t), \quad \nu = 1, 2,
\end{aligned} \tag{9}$$

где  $\varphi_{\nu i}$  - фаза  $i$ -го осциллятора в слое  $\nu = 1, 2$ ;  $\lambda_\nu, \gamma_\nu$  - параметры ротаторов в слое  $\nu$ ;  $\sigma_\nu, P_\nu, \alpha_\nu$  - параметры внутрислойной связи между ротаторами в слое  $\nu$  (коэффициент связи, число соседей с одной стороны и фазовый сдвиг в цепи связи, соответственно);  $\kappa_{\nu l}, \beta_{\nu l}, (\nu, l = 1, 2)$  - параметры межслойной связи (сила связи и фазовый сдвиг). Далее все параметры обоих слоев, кроме параметров  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$ , полагаются одинаковыми:  $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda, \sigma_1 = \sigma_2 = \sigma, P_1 = P_2 = P, \alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ . Для оценки синхронизации структур в двух слоях производился расчет средних частот вращения ротаторов в установившемся во времени режиме

$$\omega_{\nu i}^m = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\varphi_{\nu i}(T) - \varphi_{\nu i}(0)}{T}, \quad \nu = 1, 2, \quad i = 0, 2, \dots, N-1. \tag{10}$$

и средний по всем элементам колец квадрат синуса разности мгновенных фаз соответствующих ротаторов:

$$\delta(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sin^2(\varphi_{2i}(t) - \varphi_{1i}(t)). \tag{11}$$

По абсолютной величине  $\delta$  в установившемся режиме можно оценить степень синхронности структур в двух слоях. Изменение величины  $\delta$  во времени позволяет оценить скорость установления режима синхронизации.

В разделе 3.3 исследуется эволюция двух химерных структур, возникших при определенных параметрах в слоях без связи, при введении коэффициента межслойной связи  $\kappa$ . Рассматривается взаимодействие как идентичных слоев, в которых в отсутствии межслойной связи устанавливаются химерные структуры, так и слоев, характеризующихся частотной расстройкой



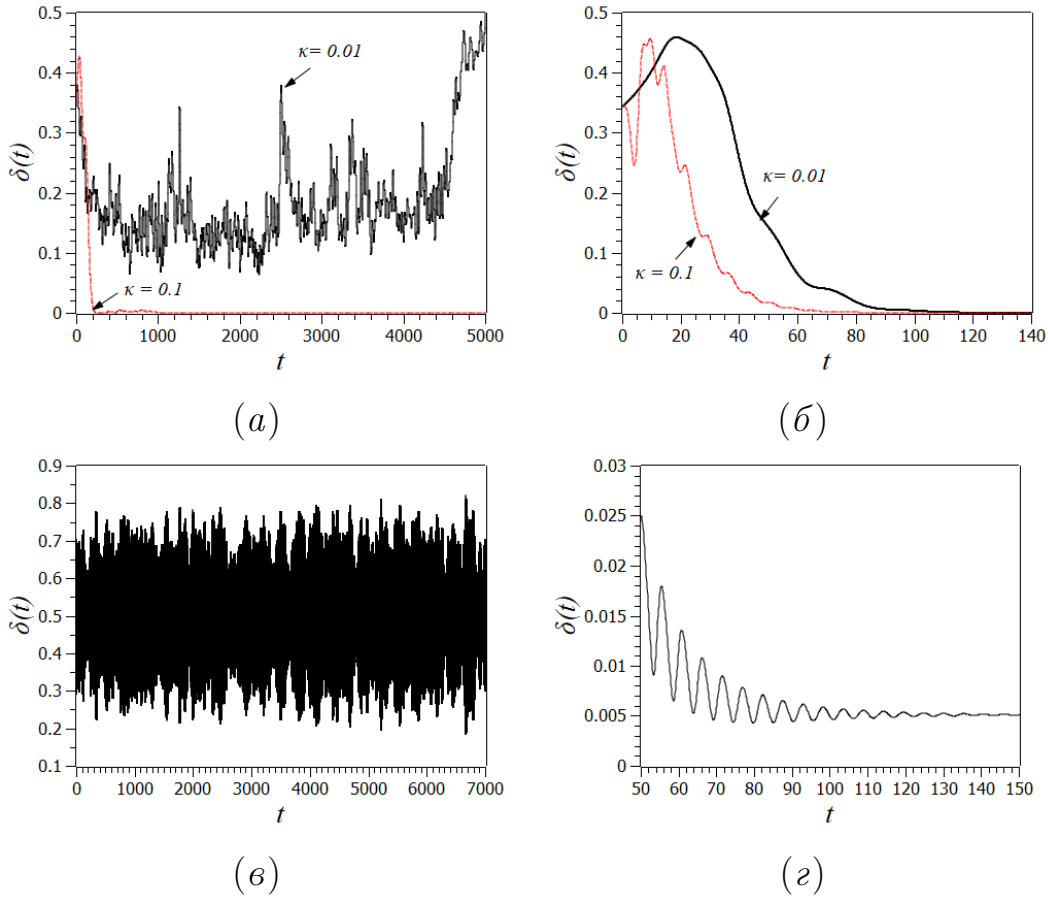


Рис. 4: Эволюция поведения слоев с ростом коэффициента межслойной связи: зависимость величины  $\delta$  от времени в идентичных слоях ( $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$ ) при двух различных значениях параметрах связи  $\kappa$  и фазовых сдвигах  $\beta = 1.5558$  (а) и  $\beta = 0$  (б); зависимость величины  $\delta$  от времени в случае неоднородных слоев ( $\gamma_1 = 0.05$ ,  $\gamma_2 = -0.05$ ), при коэффициенте межслойной связи  $\kappa = 0.7$  и двух значениях фазового сдвига  $\beta = 1.5558$  (в) и  $\beta = 0$  (г). Время установления в отсутствии связи - 10000 единиц.

ротаторов. Для идентичных слоев установлен эффект полной синхронизации сложных структур начиная с некоторого значения коэффициента межслойной связи (рисунок 4(а)). Пороговое значение коэффициента межслойной связи  $\kappa$ , необходимое для полной синхронизации различающихся структур в идентичных слоях мало и зависит от фазового сдвига  $\beta$  в цепи связи (рисунок 4(а,б)). Для слоев с частотной расстройкой  $\gamma_1 \neq \gamma_2$  показан режим синхронизации средних частот осцилляторов в двух слоях. При этом, при достаточно сильной связи слоев, в зависимости от значения параметра  $\beta$ , синхронизация фаз осцилляторов (и, соответственно, структур в слоях) может отсутствовать (рисунок 5(в)) или быть близка к полной (рисунок 5(г)).

В разделе 3.4 рассматривается взаимодействие слоев мультиплексной сети в режиме уединенных состояний. Расчеты были проведены при двух значениях межслойного фазового сдвига  $\beta$  и частотной расстройке  $\gamma_1 \neq \gamma_2$ . Было показано, что степень синхронности слоев в режиме уединенных состояний,

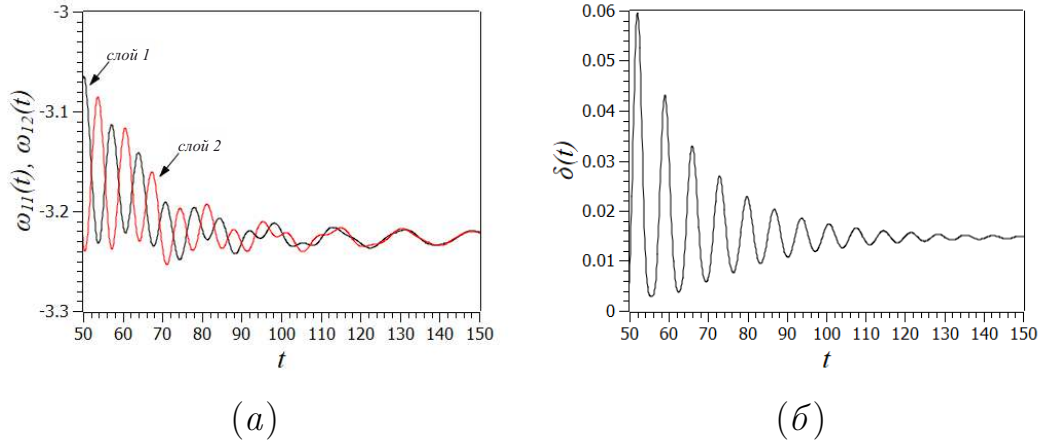


Рис. 5: Взаимодействие слоев в режиме уединенных состояний при  $\gamma_1 = 0.05$ ,  $\gamma_2 = -0.05$ ,  $\kappa = 0.5$ ,  $\beta = 0.6$ . Зависимость от времени величины  $\delta$  (а) и мгновенных частот элементов первого и второго слоя  $\omega_{\nu i}(t) = \dot{\varphi}_{\nu i}(t)$ ,  $i = 0$  (б).

как и в случае химерного режима, возрастает с ростом силы межслойной связи. При этом в мультиплексной сети наблюдается одинаковый набор уединенных состояний. В полученных пространственно-временных структурах синхронизация фаз не является полной, в ансамбле наблюдается небольшой и постоянный сдвиг фаз между осцилляторами двух слоев (рисунок 5(а,б)). Вне зависимости от выбранного фазового сдвига межслойной связи  $\beta$ , ансамбль ведет себя аналогичным образом демонстрируя фазовую синхронизацию и однотипный характер структур.

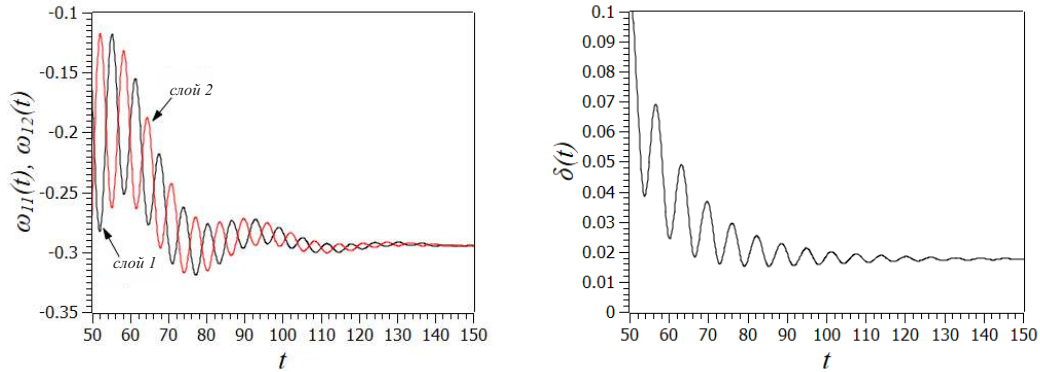


Рис. 6: Зависимости от времени мгновенных частот  $\omega_{\nu i}(t) = \dot{\varphi}_{\nu i}$ ,  $\nu = 1, 2$  (а); зависимость от времени величины  $\delta$  (б) в случае взаимодействия сильно неоднородных слоев при коэффициенте межслойной связи  $\kappa = 0.5$ .

Взаимодействие сильно неоднородных слоев представлено в разделе 3.5. Исследуемые слои мультиплексной сети имеют различные параметры  $\gamma$ ,  $\sigma$ ,  $\alpha$  и выбираются таким образом, формируя пространственно-временные состояния разного типа. В первом слое устанавливается режим химер, тогда как во втором слое наблюдается режим уединенных состояний. Устанавливая

межслойную связь  $\kappa = 0,2$  и фазовый сдвиг  $\beta = 0$ , в первом слое происходит разрушение структуры химер и появление уединенных состояний. В ансамбле осцилляторов наблюдается частотная синхронизация уединенных состояний так как пространственное расположение уединенных состояний в обоих слоях одинаково. При увеличении силы межслойной связи  $\kappa$  происходит исчезновение уединенных состояний. В обоих слоях устанавливаются пространственно однородные режимы вращения осцилляторов и происходит синхронизация частот вращения в обоих слоях (рисунок 6(а)). Разность фаз всех осцилляторов в первом и втором слоях становится постоянной (рисунок 6(б)). Полная фазовая синхронизация не наблюдается в силу наличия расстройки, но разность фаз двух слоев невелика.

В **заключении** сформулированы выводы и приведены **основные результаты** работы, которые состоят в следующем:

1. В результате исследования ансамбля фазовых осцилляторов с инерцией, моделирующих работу энергосети с кольцевой топологией, установлено, что при фиксированном значении активной мощности всех генераторов энергосети, изменение коэффициента инерции приводит к изменению режима. В частности было установлено что увеличение коэффициента инерции ведет к асинхронному режиму работы энергосети.
2. Выявлено, что частотная расстройка одного из фазовых осцилляторов ансамбля, моделирующего работу энергосети с кольцевой топологией, приводит к режиму уединенного состояния. Вышедший из режима синхронизации осциллятор производит вращения на собственной частоте, тогда как остальные осцилляторы продолжают совершать синхронные вращения.
3. Для предложенной простой модели энергосети с кольцевой топологией было исследовано влияние реактивной мощности при нескольких значениях частотной расстройки, определяемой изменениями активной мощности одного из генераторов сети. Было установлено, что в случае отсутствия частотной расстройки, реактивная мощность не влияет на области режимов работы энергосети. С увеличением частотной расстройки рост реактивной компоненты мощности одного из генераторов уменьшает область синхронизации всех узлов сети. В этом случае преобладающими становятся области режим сосуществования двух типов динамики и асинхронного поведения сети.
4. Впервые был предложен способ достижения синхронного поведения всех фазовых осцилляторов ансамбля, моделирующего динамику энергосети, с помощью введения нелинейной диссипации в уравнения фазовых осцилляторов. Исследовано влияние нелинейной диссипации на области

- синхронных режимов энергосети. Показано, что нелинейная диссипация позволяет расширить области фазовой синхронизации энергосети.
5. Были проведены численные эксперименты с использованием ансамбля фазовых осцилляторов, моделирующего работу энергосети, показавшие, что нелинейная диссипация повышает устойчивость к различным внешним воздействиям на энергосеть. Эксперимент с импульсным воздействием показал, что для условий сохранения фазовой синхронизации, выбор коэффициента нелинейной диссипации зависит от коэффициента инерции ансамбля и характеристик воздействующего прямоугольного импульса. В эксперименте с шумовым воздействием было установлено, что наличие в ансамбле нелинейной диссипации позволяет уменьшить разброс величины мгновенной частоты осциллятора. Также присутствие нелинейной диссипации в случае возмущения шумом устраняет резкие пульсации мгновенной частоты, связанные с близостью области значений собственных частот осцилляторов. Присутствие нелинейной диссипации в течении короткого промежутка времени после разрыва и последующего восстановления связи между осцилляторами позволяет восстановить синхронизм осциллятора. Для достижения синхронизма в период разрыва связи, нелинейная диссипация должна присутствовать на протяжении всего времени отсутствия связи между осцилляторами.
  6. В модели мультиплексной фазовых осцилляторов с инерцией впервые были обнаружены эффекты синхронизации сложных пространственно-временных режимов, устанавливающихся в слоях без связи, таких как химерные и уединенные состояния.
  7. Для модели мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией было продемонстрировано, что при некотором пороговом значении межслойной связи, наблюдается полная синхронизация пространственно-временных структур, которая зависит от фазового сдвига в межслойной связи.
  8. В случае частотной расстройки слоев мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией, наблюдается фазовая синхронизация осцилляторов. Численный эксперимент показал, что с ростом коэффициента межслойной связи появление фазовой синхронизации осцилляторов не зависит от сформировавшихся пространственно-временных структур.
  9. Численный анализ мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией показал, что результирующее поведение мультиплексной сети зависит от сформировавшихся пространственно-временных структур в отсутствии межслойной связи. В случае одинаковых пространственных структур в различных слоях, результирующее поведение будет иметь

такой же вид пространственных структур как и в отдельной взятых слоях. Иное поведение мультиплексной сети наблюдается при различных пространственных структурах в слоях, в таком случае результирующее поведение будет отличаться от поведения в каждом отдельном слое.

#### ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. П. А. Аринушкин, В. С. Анищенко, Анализ синхронных режимов работы цепочки связанных осцилляторов энергосетей // Известия вузов. ПНД. — 2018. — Т. 26(3). — С. 62–77.
2. П. А. Аринушкин, В. С. Анищенко, Влияние выходной мощности генераторов на частотные характеристики энергосети в кольцевой топологии // Известия вузов. ПНД. — 2019. — Т. 27(6). — С. 25-38.
3. Т. Е. Вадивасова, П. А. Аринушкин, В. С. Анищенко, Взаимная синхронизация сложных структур во взаимодействующих ансамблях нелокально-связанных ротаторов // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика. — 2019. — Т. 21(1). — С. 4-20.
4. P.A. Arinushkin, T.E. Vadivasova, Nonlinear damping effects in a simplified power grid model based on coupled Kuramoto-like oscillators with inertia // Chaos, Solitons & Fractals. — 2021. — Vol. 152. — Pp. 1–9.
5. П. А. Аринушкин, Т. Е. Вадивасова, Влияние реактивной мощности на динамику ансамбля генераторов, моделируемых фазовыми уравнениями с инерцией // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. — 2022. — Т. 65(1). — С. 1-14.
6. П. А. Аринушкин, Т. Е. Вадивасова, Эффекты нелинейной диссипации в модели энергосистемы на основе связанных Курамото-подобных осцилляторов с инерцией // Нелинейные дни в Саратове для молодых : сборник статей. — Россия, Саратов. — С. 62-63.
7. П. А. Аринушкин, Т. Е. Вадивасова, Программа для численного анализа пространственно-временной динамики ансамблей фазовых осцилляторов с инерцией. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021619850. Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 18.06.2021.