

На правах рукописи



ШЕПЕЛЕВ Игорь Александрович

БЕГУЩИЕ ВОЛНЫ И СЛОЖНЫЕ
ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ СТРУКТУРЫ В
АКТИВНЫХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМАХ С
ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ГРАНИЧНЫМИ
УСЛОВИЯМИ

Специальность 01.04.03 — Радиофизика

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Саратов — 2018

Работа выполнена на кафедре радиофизики и нелинейной динамики ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор,
Вадивасова Татьяна Евгеньевна

Официальные оппоненты: Некоркин Владимир Исаакович,
доктор физико-математических наук,
ФГБУН «Институт прикладной физики РАН»
заведующий отделом нелинейной динамики

Прохоров Михаил Дмитриевич,
доктор физико-математических наук, доцент,
ФГБУН «Институт радиотехники и электроники
имени В.А. Котельникова РАН», Саратовский филиал
заведующий лабораторией моделирования в нелинейной динамике

Ведущая организация: ФГБОУ ВО «Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

Защита состоится «_» _____ 2018 г. в __ ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета Д 212.243.01 на базе ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского» по адресу: 410012, г. Саратов, ул. Астраханская, 83, III корпус, Большая физическая аудитория.

С диссертацией можно ознакомиться в Зональной научной библиотеке имени В.А. Артисевич ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского».

Автореферат разослан «_____» _____ 2018 года.

Ученый секретарь
диссертационного совета
Д 212.243.01, д.ф.-м.н.



Аникин Валерий
Михайлович

Общая характеристика работы

Актуальность темы

Исследование сложных нелинейных пространственно распределенных систем, к которым можно отнести непрерывные среды и пространственно-организованные ансамбли взаимодействующих нелинейных элементов, является на сегодняшний день одним из актуальных направлений в нелинейной динамике. Наибольший интерес представляют так называемые активные среды и пространственно-организованные ансамбли взаимодействующих активных элементов, в которых наблюдаются автоволновые процессы. Для таких систем также типично формирование различных пространственных структур и кластеров. Изучению пространственно-временной динамики распределенных активных систем и сред различной природы, эффектам синхронизации и образованию структур посвящено большое количество публикаций (например, монографии ^{1,2,3,4,5}). В то же время поведение активных распределенных систем и больших ансамблей нелинейных элементов может быть очень сложным и разнообразным. Им свойственно множество нелинейных эффектов, не все из которых в настоящее время в достаточной степени изучены.

Непрерывную среду можно представить, как распределенную систему, состоящую из большого числа взаимодействующих элементов малого размера. Выделяют три типа активных сред: автоколебательные, возбудимые и бистабильные среды. Элементы этих сред, соответственно, являются автогенераторами, возбудимыми системами или бистабильными осцилляторами с двумя устойчивыми состояниями. Все три типа сред демонстрируют автоволновые явления. При этом существуют значительные различия в свойствах этих трех типов сред. Так, элементы автоколебательной среды всегда демонстрируют незатухающие колебания вне зависимости от граничных условий. В возбудимой среде для поддержания таких колебаний требуются определенные условия, обеспечивающие возврат импульса возбуждения к элементу среды через некоторое время релаксации. Бегущие волны переключений в кольце бистабильных осцилляторов также известны, однако мало исследованы. При однонаправленной (конвективной) связи в кольце осцилляторов Дуффинга с одноямным потенциалом могут наблюдаться сложные колебания. Однако такая связь не столь типична для реальных систем, как диффу-

¹Kuramoto Y. Chemical Oscillations, Waves and Turbulence. - Berlin : Springer-Verlag, 1984

²Afraimovich V.S., Nekorkin V.I. et al. Stability, Structures and Chaos in Nonlinear Synchronization Networks. - Singapore: World Scientific, 1995

³Nekorkin V.I., Velarde M.G. Synergetic phenomena in active lattices. - Berlin: Springer, 2002

⁴Osipov G. Synchronization in Oscillatory Networks. - Springer, 2007

⁵Лоскутов, А.Ю., Михайлов А.С. Основы теории сложных систем // Москва. — 2007. — Vol. 612. — P. 612.

зионное взаимодействие. Возникает вопрос, могут ли существовать бегущие волны в бистабильной среде при диффузионном взаимодействии элементов, какими свойствами обладает такая среда и какими свойствами обладают бегущие волны в бистабильном режиме.

Одним из фундаментальных свойств автоколебаний является частотная синхронизация. Для возбудимых и бистабильных систем, колебания которых возбуждаются шумом было установлено явление стохастической синхронизации. В то же время эффекты синхронизации детерминированных бегущих волн в возбудимых и бистабильных пространственно распределенных системах и средах являются сравнительно малоизученными. Недавно был установлен эффект синхронизации бегущих волн при локальном внешнем гармоническом воздействии в модели непрерывной среды в возбудимом и автоколебательном режиме (диссертация А.В. Слепнева⁶). Однако остался не исследованным вопрос о синхронизации бегущих волн в бистабильной среде. Кроме того, не была рассмотрена задача синхронизации бегущих волн в случае пространственно-распределенного воздействия.

Начиная с работы⁷ внимание исследователей привлек новый тип сложных пространственных структур, характерный для ансамблей активных элементов с нелокальной связью – так называемые химерные структуры, характеризующиеся сосуществованием кластеров с согласованным и несогласованным поведением (например, работы^{8,9,10,11} и др.). Они возникают в осцилляторных ансамблях с различной динамикой элементов, как регулярной, так и хаотической. Интерес к химерным состояниям обусловлен их типичным характером для широкого класса ансамблей нелинейных элементов, которые часто служат математическими моделями реальных многокомпонентных систем и процессов в биофизике, нейродинамике, экологии, социологии, компьютерных и энергетических сетях и т. д. Наиболее часто химеры наблюдаются в системах с нелокальным взаимодействием элементов: каждый осциллятор непосредственно связан с целой группой соседей. Также они были

⁶А.В. Слепнев — Автоколебательные процессы в одномерных детерминированных и флуктуирующих активных средах с периодическими граничными условиями: дис. канд. физ.-мат. наук, Саратовский гос. университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, 2014

⁷Y. Kuramoto, D. Battogtokh. Coexistence of Coherence and Incoherence in Nonlocally Coupled Phase Oscillators. // *Nonlin. Phen. in Complex Sys.* — 2002. — Vol. 5, no. 4. — Pp. 380–385.

⁸D. M. Abrams, S.H. Strogatz, Chimera states for coupled oscillators // *Phys. Rev. Lett.* 2004. Vol.93(17). 174102

⁹I. Omelchenko, Y. Maistrenko, P. Hövel, E. Schöll, Loss of coherence in dynamical networks: Spatial chaos and chimera states// *Phys. Rev. Lett.*2011. Vol.106. 234102.

¹⁰A. Zakharova, M. Kapeller, E. Schöll. Chimera death: Symmetry breaking in dynamical networks // *Phys. Rev. Lett.* 2014. Vol.112. 154101

¹¹M.J. Panaggio, D.M. Abrams, Chimera states: Coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators // *Nonlinearity*/ 2015. Vol.28, R67

обнаружены и при глобальной связи. Вопрос о реализации химерных структур в ансамблях с локальной связью остается недостаточно изученным. В большинстве случаев при уменьшении радиуса взаимодействия химеры исчезают.

Известные ранее химерные состояния, такие как амплитудные и фазовые химеры¹², были обнаружены и исследовались в ансамблях, парциальные элементы которых характеризовались существованием единственного аттрактора в фазовом пространстве. При этом, химеры в ансамблях бистабильных осцилляторов практически не изучались. Остается открытым вопрос о зависимости свойств сложных структур, формирующихся в таких системах, от характера динамики элементов. Не изучен вопрос, как влияет на динамику ансамбля бистабильных элементов переход к двумерной топологии связи, как наличие бифуркации слияния аттракторов отражается на характере перехода "некогерентный хаос - когерентный хаос".

Влияние внешних сил на возникновение, существование и характеристики химерных структур представляет собой очень малоисследованную проблему. Имеется очень небольшое количество статей, посвященных влиянию внешнего шума на химерные состояния. Исследования воздействия периодических сигналов на ансамбли в режиме химерных структур на сегодняшний день отсутствуют. В то же время, специально подобранные локальные воздействия могут быть использованы, как для формирования определенных химерных структур, так и для управления ими.

Все вышесказанное подтверждает актуальность исследований в выбранной области и служит основанием для формулировки цели и задач диссертационного исследования.

Целью диссертационной работы является решение актуальной радиофизической задачи, состоящей в исследовании условий возникновения и эволюции бегущих волн и сложных химероподобных структур в активных распределенных системах и средах с периодическими граничными условиями, в установлении влияния характера связи между элементами на пространственно-временную динамику, а также в исследовании эффектов воздействия внешней периодической силы на пространственные структуры и динамику элементов распределенной системы. В качестве элементов систем рассматриваются осцилляторы как с дискретным, так и непрерывным временем, характеризующихся как регулярной, так и хаотической динамикой. Особое внимание уделяется волновым процессам и образованию слож-

¹²Bogomolov S.A., Slepnev A.V., Strelkova G.I., Schöll E., Anishchenko V.S. Mechanisms of appearance of amplitude and phase chimera states in ensembles of nonlocally coupled chaotic systems // CNSNS 2017. Vol. 43. P. 25–36.

ных структур в распределенных системах, состоящих из бистабильных элементов.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Исследовать особенности распространения бегущих волн в среде, моделируемой кольцом осцилляторов ФитцХью-Нагумо с диффузионной связью при вариации параметров, меняющих характер динамики парциальных элементов.
2. Исследовать синхронизацию бегущих волн в активной среде на основе кольца диффузионно-связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо в бистабильном режиме при локальном и пространственно-распределенном внешнем гармоническом воздействии.
3. Рассмотреть возможность возбуждения бегущих волн в модели бистабильной среды на основе кольца локально связанных осцилляторов Дуффинга при однонаправленном характере взаимодействия.
4. Исследовать возможность формирования устойчивых химерных структур в ансамбле линейных диссипативных осцилляторов с локальной однонаправленной нелинейной связью.
5. Изучить ранее не описанный в литературе тип химерных структур, характерный для ансамблей нелокально связанных бистабильных элементов. Установить общие черты химерных структур в ансамблях бистабильных элементов различного типа.
6. Перейти от одномерной цепочки нелокально-связанных бистабильных хаотических отображений к двумерной решетке. Исследовать изменение динамики системы и определить характерные режимы, обусловленные переходом к двумерному случаю.
7. Исследовать режим уединенных состояний в двумерной решетке нелокально связанных кубических отображений. Определить условия наиболее благоприятствующие появлению уединенных состояний в рассматриваемой системе.
8. Исследовать влияние пространственно-локализованного и глобального внешнего гармонического воздействия на ансамбль нелокально-связанных хаотических осцилляторов Рёсслера в различных динамических режимах.

Основные положения и результаты, выносимые на защиту:

1. В бистабильной диффузионной среде, состоящей из элементарных осцилляторов типа осциллятора ФитцХью-Нагумо в бистабильном режиме,

при периодических граничных условиях могут распространяться бегущие волны с различной длиной волны, которые синхронизируются внешним периодическим воздействием. Особенности синхронизации бегущих волн в случае бистабильного режима среды аналогичны случаю синхронизации волн возбуждения.

2. Химерные состояния могут быть получены в кольце диссипативных осцилляторов с локальной однонаправленной нелинейной связью при определенной форме нелинейности.
3. В ансамблях нелокально-связанных бистабильных осцилляторов реализуется особый тип химерных структур, для которых характерны кластеры некогерентности с нерегулярным распределением соседних осцилляторов между двумя аттракторами ("потенциальными ямками"). При этом элементы ансамблей могут как совершать колебания (регулярные либо хаотические), так и быть неподвижными.
4. С помощью локализованного внешнего гармонического воздействия на элементы ансамбля нелокально-связанных хаотических осцилляторов, находящегося в режиме частичной синхронизации с гладким профилем пространственного распределения, можно возбудить кластер некогерентных состояний, подобный некогерентному кластеру амплитудной химеры. Характеристиками индуцированного некогерентного кластера легко управлять, меняя параметры воздействия.

Научная новизна: результатов диссертационной работы определяется следующим:

1. Впервые проведено сопоставление бифуркационной диаграммы, построенной для отдельно взятого осциллятора ФитцХью-Нагумо с картой режимов в модели активной среды, представляющей собой кольцо осцилляторов ФитцХью-Нагумо с диффузионным взаимодействием.
2. Впервые установлено существование химерных состояний в кольце, состоящем из диссипативных линейных осцилляторов, с локальным однонаправленным нелинейным взаимодействием.
3. Впервые был обнаружен и исследован особый тип химерных состояний, названных двухъямными химерами. Показано, что данный тип химер характерен для широкого класса ансамблей нелокально-связанных бистабильных систем, как с регулярной, так и с хаотической динамикой.
4. Обнаружены химерные состояния в ансамбле связанных гиперболических осцилляторов Лоренца, аналогичные двухъямным химерам в ансамбле бистабильных кубических отображений.

5. Обнаружен режим уединенных состояний в двумерной решетке бистабильных кубических отображений при глобальном и близком к глобальному характере взаимодействия элементов.
6. Исследовано влияние внешнего периодического воздействия на химерные состояния и режим частичной когерентности в ансамбле хаотических осцилляторов. Впервые установлен эффект возникновения индуцированных периодическим воздействием химероподобных структур.

Научная и практическая значимость. Диссертационная работа вносит определенный новый вклад в теорию динамики сложных систем. Результаты проведенных исследований расширяют представления теории колебаний и волн о динамике сложных пространственно-распределенных систем и сред и показывают возможности получения новых динамических режимов и пространственных структур, таких как новые типы химерных состояний, при различном характере поведения активных элементов систем и различном типе связи между ними. Показаны возможности управления пространственно-временной динамикой распределенных систем с помощью внешних периодических сигналов, в частности подавление и возбуждение кластеров с некогерентным поведением. Материалы диссертации частично используются в курсах лекций по теории колебаний и волн, а также при постановке курсовых и дипломных работ студентов. Предполагается дальнейшее внедрение результатов работы в учебный процесс. Практическую важность имеют разработанные при проведении диссертационных исследований специальные компьютерные программы.

Научные результаты получены в рамках выполнения грантов DFG SFB-911, РФФИ №16-12-10175, РФФИ №14-52-12002.

Достоверность научных выводов работы подтверждается соответствием результатов, полученных в численном эксперименте, с данными строгой теории, когда таковые существуют. Разработанное программное обеспечение тестировалось на ранее полученных и опубликованных результатах. Все полученные результаты численных экспериментов воспроизводимы и не зависят от конкретных схем численного анализа.

Апробация работы. Основные результаты научных исследований были представлены на международных конференциях:

- Международная конференция "Международная научная конференция студентов, аспирантов и молодых ученых Ломоносов-2014", 7–11 апреля 2014, Москва
- Международная конференция "Nonlinear Dynamics of Deterministic and Stochastic Systems: Unraveling Complexity", 19–23 мая 2014, Саратов

- Международная конференция "Saratov Fall Meeting – SFM'14", 23–26 сентября 2014, Саратов
- Международная конференция "Dynamics, Bifurcations and Chaos – 2015", 20–24 июня 2015, Нижний Новгород
- Международная конференция "Control of self-organizing nonlinear systems: Theoretical methods and concepts of application", 14–16 сентября 2015, Виттенберг, Германия
- Международная конференция "Компьютерные науки и информационные технологии", 30 июня – 2 июля 2016, Саратов
- Международная конференция "International Conference on Control of Complex Systems and Networks", 04–06 сентября 2016, Heringsdorf, Usedom, Germany
- Международная конференция "Saratov Fall Meeting – SFM'16", 27–30 сентября 2016, Саратов
- Международная конференция "Хаос-2016 хаотические колебания и образование структур", 3–10 октября 2016, Саратов
- Международная конференция "Нелинейные Волны – 2018", 26 февраля – 4 марта 2018, Бор

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 21 печатном издании (11 статей в журналах, рекомендованных ВАК [1–11] и 9 работы в сборниках тезисов конференций [12–20], из них 7 в журналах, индексируемых в базе Web of Science, 3 в ведущих отечественных журналах, индексируемых в базе Scopus, 1 статья в рецензируемом научном журнале, рекомендованных ВАК и 1 авторское свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ [21].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка цитируемой литературы. Полный объем диссертации 229 страниц текста с 91 рисунком. Список литературы содержит 160 наименований.

Содержание работы

Во введении обосновывается актуальность выбранной темы диссертации, проводится краткий обзор имеющихся в научной литературе результатов по теме проводимого исследования, определяются цели и задачи исследования, формулируются положения и результаты, выносимые на защиту.

Первая глава диссертационной работы посвящена исследованию режима бегущих волн в модели активной диффузионной среды с периодиче-

скими граничными условиями с элементарной ячейкой в виде осциллятора ФитцХью-Нагумо, их эволюции при вариации параметров и особенностям вынужденной синхронизации бегущих волн в режиме бистабильной динамики элементов. В разделе 1.2 описывается модель активной диффузионной среды и анализируются режимы в среде при вариации параметров. В качестве модели среды была рассмотрена цепочка из N диффузионно-связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо, которая в термодинамическом пределе $N \rightarrow \infty$ может быть описана как непрерывная активная среда следующими уравнениями:

$$\begin{aligned}\varepsilon \frac{\partial x}{\partial t} &= x - \alpha x^3 - y + \delta \frac{\partial^2 x}{\partial s^2}, \\ \frac{\partial y}{\partial t} &= \gamma x - y + \beta.\end{aligned}\tag{1}$$

Параметры β и γ управляют собственной динамикой элементов. Параметр ε отвечает за релаксационность осцилляторов.

Поведение модели среды (1) сопоставлялось с поведением отдельно взятого осциллятора ФХН. Для этого был проведен бифуркационный анализ осциллятора ФХН на плоскости управляющих параметров β и γ и выделены три области: область бистабильности с двумя устойчивыми точками равновесия; область автоколебаний; область с единственной устойчивой точкой равновесия. Вблизи порога автоколебаний наблюдается возбудимый режим, с характерными спайками активности при внешнем воздействии, превышающем некоторый порог возбуждения. Проведенные численные эксперименты показали, что динамические режимы в модели среды (1) во многом определяются режимом парциальных осцилляторов. При этом можно отметить появление бегущих волн не только при автоколебательном и возбудимом поведении элементов среды, но также и в области бистабильной динамики. Вдали от порога генерации имеется область существования стационарных (неподвижных) пространственных структур, характерных для ансамблей бистабильных элементов. Такие структуры могут быть и периодическими, и нерегулярными.

Показано, что при переходе от бистабильности к возбудимой динамике профиль бегущей волны меняется эволюционным образом от биполярных импульсов одинаковой длительности до узких спайков. Таким образом, бегущие волны являются одним и тем же динамическим режимом волн возбуждения в областях бистабильности и возбудимости. При переходе от возбудимой или бистабильной динамики в область автоколебаний происходит резкая смена формы профиля, что видно из сравнения графиков на рис. 1. Если для области возбудимой динамики характерен профиль в форме спайка, то для области автогенерации его форма существенно иная. Т.о., бегущие волны в этих

областях являются двумя различными динамическими режимами и переход через границу областей связан с бифуркациями этих режимов.

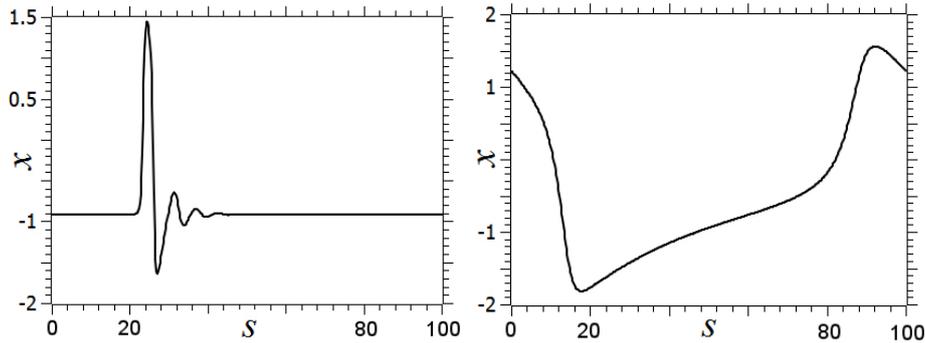


Рис. 1: Профили бегущей волны в модели среды (1) при различных значениях γ : слева $-\gamma = 0.93$; справа $-\gamma = 0.935$

В разделе 1.3 исследуется эволюция бегущих волн в модели бистабильной среды с ростом силы диффузионной связи.

В разделе 1.4 рассмотрен эффект вынужденной синхронизации среды (1) внешним как локализованным, так и пространственно-распределенным гармоническим воздействием. Для всех трех режимов наблюдается явление частотной синхронизации. Поведение волновых мод при вынужденной синхронизации бегущих волн в бистабильном и возбудимом режимах является однотипным - наблюдается расширение области синхронизации для более коротковолновых мод. Как было показано в работе А.В. Слепнева, для автоколебательного режима, напротив, ширина области синхронизации уменьшается с ростом длины волны. Такая закономерность проявляется как при локальном воздействии, так и при распределенном.

Таким образом, анализ модели среды показывает, что бегущие волны возникают могут возникать в бистабильных диффузионных средах, при соответствующем характере поведения элементов среды. Так осциллятор ФитцХью-Нагумо, вблизи порога генерации проявляет свойства возбудимой системы не зависимо от того, имеется ли на фазовой плоскости одна устойчивая точка равновесия или две. С этим свойством осцилляторов связано существование бегущих волн в области бистабильности и отсутствие качественной разницы между режимом бегущих волн при бистабильной и возбудимой динамике.

Результаты, представленные в первой главе, отражены в публикациях [1–3, 8, 18].

Во второй главе рассматривается ансамбли осцилляторов с однонаправленным локальным взаимодействием. В разделе 2.2 исследуется модель бистабильной активной среды на основе кольца локально однонаправленно свя-

занных бистабильных осцилляторов Дуффинга. При диффузионной связи между элементами колебания в такой системе отсутствуют. Однако, если связать осцилляторы однонаправленно, то при определенной силе связи в среде можно реализовать незатухающие бегущие волны. Это объясняется тем, что однонаправленная связь является активной и обеспечивает подкачку энергии в систему. При малой силе связи наблюдается режим стационарных (неподвижных) пространственных структур, вид которых определяется заданными начальными состояниями. При увеличении силы связи энергии взаимодействия хватает для поддержания периодической бегущей волны переключений. При дальнейшем увеличении силы связи возникают хаотические колебания – старший показатель Ляпунова совершает скачок в положительную область значений. Хаос рождается в форме нерегулярных внутримных колебаний. Вблизи возникновения они имеют очень малую амплитуду, которая с увеличением силы связи постепенно растет.

В разделе 2.3 исследуется кольцо диссипативных линейных осцилляторов с локальным однонаправленным нелинейным взаимодействием. Уравнения системы при этом описываются следующим образом:

$$\begin{aligned} \varepsilon \frac{dx_j}{dt} &= -\delta y_j - x_j + k(f(x_{j-1})), & \frac{dy_j}{dt} &= x_j, \\ f(x_{j-1}) &= \frac{\beta}{1 + m \sin^2(x_{j-1} + \Phi_0)}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $f(x)$ – нелинейная функция связи, описывающая интенсивность монохроматического излучения, прошедшего через интерферометр Фабри-Перо. Одиночный осциллятор представляет собой обычный линейный диссипативный осциллятор, в котором без внешней подкачки энергии какие-либо незатухающие колебания невозможны. Роль внешнего источника энергии выполняет однонаправленная связь.

При очень слабой связи в системе отсутствуют какие-либо колебания, и она находится в устойчивом однородном равновесном состоянии $x = 0$, $y = 0$. С ростом k появляется колебательный режим, представляющий собой перемежаемость во времени хаотического поведения и режима, близкого к однородному равновесию. При достижении коэффициентом связи некоторого значения в системе (2) происходит резкий переход к режиму устойчивой бегущей волны, при котором часть элементов кольца ведут себя почти синхронно, а другая - асинхронно (некогерентно). Границы областей когерентного и некогерентного поведения вращаются по кольцу с постоянной скоростью. Размеры кластеров почти не меняются во времени, т.е. можно говорить о стабильном во времени химерном состоянии. Форма соответствующих колебаний в пространстве и во времени приведена на рис. 2.

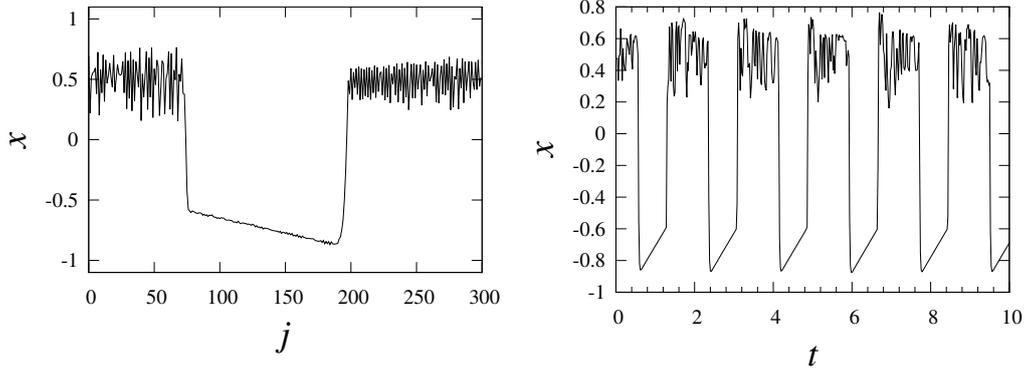


Рис. 2: Режим "вращающейся химеры" в системе : слева – мгновенный пространственный профиль; справа – форма колебаний во времени в фиксированной точке пространства

Важной чертой отмеченного режима, является его независимость от начальных условий в достаточно широкой области их изменения. Вместе с тем, в определенной области значений параметров для системы характерно явление мультистабильности химерных состояний. Химеры существуют в конечной области значений коэффициента связи. При сильной связи они разрушаются и в системе устанавливается пространственно-временной хаос. Нелинейное однонаправленное взаимодействие является фактором, обуславливающим появление химерных структур в ансамбле (2), состоящем из простейших осцилляторов. Было показано, что конкретный выбор функции нелинейности не играет существенной роли, важно только, чтобы она имела, как минимум, один максимум, сдвинутый относительно нуля. Было исследовано несколько видов нелинейной связи, удовлетворяющих указанным требованиям. Во всех случаях динамика системы была аналогична вышеописанной.

Результаты, представленные во второй главе, отражены в публикациях [4, 6, 14, 16, 17, 19, 20].

В третьей главе исследуются химерные и уединенные состояния, в ансамблях различных идентичных бистабильных элементов с нелокальными связями. Рассматривается как элементы в режиме хаотической динамики, так и элементы с двумя устойчивыми точками равновесия.

Во первом разделе главы 3 исследуются химерные структуры в кольце нелокально связанных кубических отображений, описываемом уравнениями:

$$\begin{aligned}
 x_i(n+1) &= f_i(n) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{k=i-P}^{i+P} (f_k(n) - f_i(n)), \\
 f_i(x) &= (\alpha x_i - x_i^3) \exp\left[-\frac{x_i^2}{\beta}\right], \quad i = 1, \dots, N, \\
 x_{i+N}(n) &= x_i(n), \quad x_{i+N}(n) = x_i(n),
 \end{aligned} \tag{3}$$

где индекс i – номер элемента в кольце, n – номер итерации (дискретное время), σ – сила связи, P – число соседей, связанных с i th– элементом с каждой стороны, N – число элементов в ансамбле. Расчеты проводились для $N = 1000$. Степень нелокальности связи характеризуется радиусом связи $r = P/N$. Отдельно взятое отображение в зависимости от параметра α демонстрирует различное поведение. При исследовании ансамбля рассматриваются режимы двух устойчивых неподвижных точек и хаотических колебаний парциальных отображений. Для обоих режимов установлен и описан новый тип химер, названных "двухъямными химерами". Их особенностью является то, что элементы некогерентного кластера нерегулярно распределены между окрестностями двух аттракторов, существующих в отдельно взятом элементе, и совершают колебания во времени в пределах этих окрестностей без переключений.

В режиме двух устойчивых неподвижных точек у отдельного отображения, колебания в ансамбле отсутствуют. При этом, наблюдаются различные стационарные пространственные структуры, соответствующие различным распределениям элементов между "потенциальными ямками". Здесь и далее для удобства изложения будем использовать термин "потенциальная ямка" по аналогии с бистабильным осциллятором с непрерывным временем. Будем считать, что устойчивая неподвижная точка в положительной области значений x_i соответствует положительной ямке, а в отрицательной области – отрицательной. При слабой связи между элементами в ансамбле существуют только стационарные пространственно-некогерентные структуры, для которых вид пространственного профиля определяется начальными условиями. С ростом силы связи реализуется особый тип пространственной структуры, характеризующийся сосуществованием кластеров с когерентным распределением соседних элементов и кластеров некогерентности, в которых состояния элементов нерегулярно распределены между двумя потенциальными ямками. Эти структуры можно рассматривать как неподвижные двухъямные химеры. При дальнейшем увеличении связи в системе реализуется только пространственно-однородный равновесный режим, когда все элементы ансамбля находятся в одном и том же состоянии равновесия.

При хаотической динамике отдельно взятого элемента в режиме объединенного хаотического аттрактора поведение ансамбля значительно усложняется. За счет взаимодействия элементов происходит смещение эффективных значений управляющих параметров, что приводит к установлению в элементах ансамбля режима бистабильности с хаотической и даже регулярной динамикой. При малом значении силы связи в ансамбле наблюдается пространственно-временной хаос. С ростом силы связи появляются химерные

состояния. Можно наблюдать, как известные ранее амплитудные и фазовые химеры, так и двухъямные химеры с хаотическими колебаниями каждого элемента только внутри своей ямки. Характерный вид двухъямных химер представлен на рис.4.

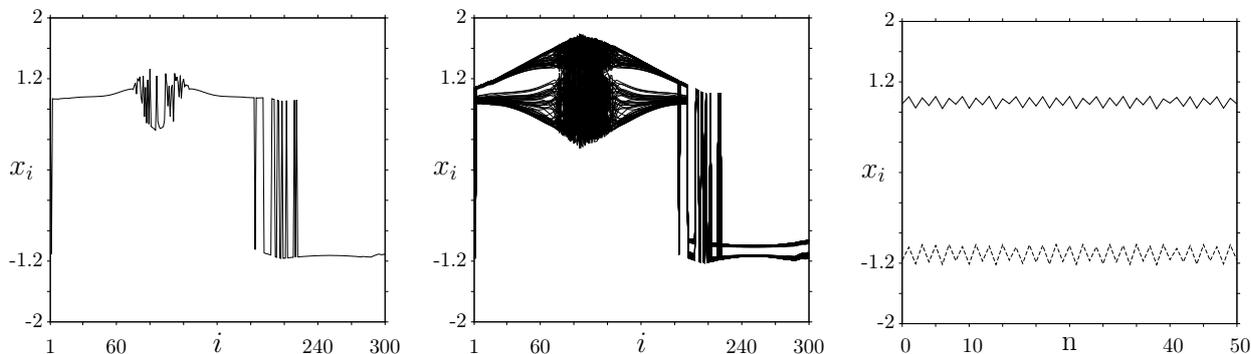


Рис. 3: Двухъямная химерная структура в ансамбле (3) при $\alpha = 3$, $\sigma = 0.43$, $r = 0.42$: слева – мгновенный пространственный профиль; в центре – набор из 30 мгновенных пространственных профилей в разные моменты времени; справа – реализации колебаний для двух соседних элементов некогерентного кластера

Возникает вопрос, возможно ли подобное поведение в ансамблях, состоящих из бистабильных систем с непрерывным временем. Аналогом кубического отображения с непрерывным временем может служить радиоэлектронная цепь Чуа. В разделе 3.2 главы 3 исследуется кольцо нелокально связанных цепей Чуа в режиме объединенного аттрактора типа "двойной спирали". Эффективный сдвиг параметров, также как и в ансамбле хаотических кубических отображений, приводит к переходу элементов в режим бистабильности и образованию двухъямных химер, подобных двухъямным химерам в ансамбле хаотических кубических отображений. Однако можно отметить следующую особенность двухъямных химер в ансамбле осцилляторов Чуа. Сдвиг фаз колебаний осцилляторов в различных ямках равен $\pi/2$, как в режиме фазовой химеры. Это является отличием от двухъямных химер, наблюдающихся в кольце связанных кубических отображений, где элементы в разных ямках колеблются синфазно.

В разделе 3.3 исследуется кольцо нелокально связанных систем Лоренца в режиме квазигиперболического хаотического аттрактора. Ранее считалось, что в системах с квазигиперболическим хаосом образование химерных состояний невозможно. Однако проведенные исследования показали, что в результате взаимодействия характер динамики парциальных систем Лоренца может измениться на бистабильный – реализуются два сосуществующих хаотических аттрактора. При этом в ансамбле устанавливается режим, аналогичный двухъямным химерам, описанным выше. Переход к режиму некогерентности

для данного ансамбля происходит иначе, чем в ансамблях связанных осцилляторов со сценарием Фейгенбаума. Он реализуется через пространственно-временную перемежаемость с образованием короткоживущих кластеров некогерентности.

В разделе 3.4 исследуются химерные структуры и бегущие волны в кольце нелокально-связанных бистабильных осцилляторов ФитцХью-Нагумо. Показано существование особого рода двухъямных химерных структур, отличающихся по своим характеристикам от двухъямных химер, наблюдающихся в других исследованных ансамблях. Так элементы кластеров когерентности покоятся в одном из состояний равновесия, а элементы кластеров некогерентности совершают регулярные либо хаотические колебания, переключаясь между состояниями равновесия, либо колеблясь вокруг одного из них.

В разделе 3.5 рассматриваются химерные структуры, наблюдающиеся в двумерной решетке нелокально-связанных кубических отображений при переходе от режима пространственно-временного хаоса к режиму полной когерентности. На плоскости параметров "сила связи – радиус связи" выделены области существования пространственных структур различного типа, в том числе двухъямных и одноямных химер.

Также, в разделе 3.6 описан режим уединенных состояний в двумерной решетке кубических отображений. Уединенные состояния являются мало исследованным типом пространственной структуры, когда почти все элементы ансамбля находятся в близких состояниях и лишь отдельные осцилляторы (иногда только один осциллятор) демонстрируют особое поведение, отличное от остальной системы. Показано, что в решетке нелокально связанных кубических отображений для глобальной связи или связи, близкой к глобальной характерен режим уединенных состояний. Рассчитана вероятность реализации различных пространственных структур для двух указанных случаев взаимодействия элементов решетки.

Для всех исследованных ансамблей строятся карты режимов на плоскости параметров связи и проводится качественный и количественный анализ химерных структур.

Результаты, представленные в третьей главе, отражены в публикациях [5, 7, 9, 10, 12, 13, 15].

В четвертой главе рассматривается влияние внешнего гармонического воздействия на формирование химерных структур. В качестве модели для исследования выбран ансамбль нелокально-связанных идентичных осцилляторов Рёсслера, находящийся под внешним гармоническим воздействием, причем воздействие может быть задано локализованно на выделенную об-

ласть ансамбля. Система описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= -y_i - z_i + \frac{\sigma}{2P} \sum_{k=i-P}^{i+P} (x_k - x_i), \\ \dot{y}_i &= x_i + ay_i + \frac{\sigma}{2P} \sum_{k=i-P}^{i+P} (y_k - y_i) + \begin{cases} A_{ext} \sin(2\pi f_{ext} t), & i \in [i_1; i_2], \\ 0, & i \notin [i_1; i_2], \end{cases} \\ \dot{z}_i &= b + z_i(x_i - c) + \frac{\sigma}{2P} \sum_{k=i-P}^{i+P} (z_k - z_i), \quad i = 1, \dots, N, \end{aligned} \quad (4)$$

В разделе 4.1 исследуется внешнее локализованное воздействие на ансамбль (4). Показано, что локальное воздействие на осцилляторы в кластере некогерентности химерной структуры может приводить к исчезновению такого кластера. При воздействии на кластер некогерентности амплитудной химеры наблюдается перестройка пространственной структуры в ансамбле: в зоне воздействия образуется область с гладким пространственным профилем, в то время как кластер некогерентности возникает в новой области пространства. Такое поведение может быть связано с мультистабильностью режимов, в условиях которой внешнее воздействие приводит к переключению из одного устойчивого состояния в другое. Воздействие на кластер некогерентности фазовой химеры приводит к исчезновению этого кластера и формированию в системе режима с кусочно-гладким профилем. Этот эффект может объясняться синхронизацией осцилляторов ансамбля в фазе с внешним сигналом.

Исследовано влияние внешнего локализованного воздействия на ансамбль в режиме частичной когерентности с гладким пространственным профилем (рис. 4, слева) и выявлены изменения поведения ансамбля с ростом амплитуды внешней силы. При достаточной амплитуде воздействия в обла-

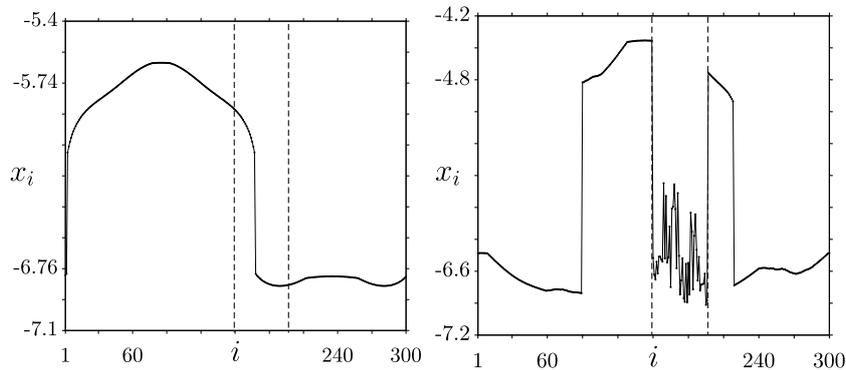


Рис. 4: Режим частичной когерентности и индуцированная химера: слева – мгновенный пространственный профиль для автономного случая ($A_{ext} = 0$); справа – мгновенный пространственный профиль системы под внешним воздействием с $A_{ext} = 0.22$.

сти воздействия возникает кластер некогерентности. Параметрами данного

кластера (расположением, шириной, амплитудой пространственных осцилляций и т.д.) легко управлять, меняя параметры локализации внешнего воздействия. Пример мгновенного пространственного профиля ансамбля в таком состоянии представлен на рис. 4, справа.

В разделе 4.2 исследуется воздействие одной и той же периодической внешней силы на все элементы ансамбля (4). Показано, что глобальное воздействие сравнительно небольшой амплитуды также может качественно менять характер пространственной структуры, приводя как к подавлению, так и к возникновению кластеров некогерентности.

Результаты, представленные в третьей главе, отражены в публикации [11].

В заключении сформулированы выводы и приведены основные результаты работы, которые состоят в следующем:

1. В активной среде из диффузионно-связанных осцилляторов ФитцХью-Нагумо в бистабильном режиме образуются бегущие волны, подобные волнам возбуждения при возбудимой динамике элементов среды. Переход от режима бистабильности в область возбудимой динамики не сопровождается бифуркацией бегущей волны, которая плавно изменяет свой профиль при изменении параметров. В тоже время, переход из режима возбудимой среды в область автоколебаний носит различный характер и сопровождается бифуркацией.
2. Исследование синхронизации бегущих волн в диффузионной активной среде, на основе кольца осцилляторов ФХН, в различных режимах парциальных осцилляторов показало качественное сходство закономерностей синхронизации в бистабильном режиме с синхронизацией в возбудимом режиме: в обоих случаях наблюдается расширение области синхронизации для более коротковолновых мод, в то время как в автоколебательном режиме ширина области синхронизации уменьшается с ростом длины волны.
3. В модели бистабильной среды на основе кольца диссипативных бистабильных осцилляторов Дуффинга при однонаправленном взаимодействии осцилляторов реализуются бегущие волны, с регулярным либо хаотическим характером. При переходе от стационарных структур к режиму бегущих волн происходит скачок старшего показателя Ляпунова из отрицательной области к нулевому значению, а при переходе к хаотической динамике – в область положительных значений.
4. Впервые были найдены химерные состояния в кольце элементов с локальной однонаправленной связью. Для возникновения химер достаточно, чтобы связь была однонаправленной и описывалась нелиней-

ной функцией определенного вида. Элементами ансамбля могут быть простейшие линейные диссипативные осцилляторы. Определены области значений параметров, где реализуются химеры. Выявлен общий вид нелинейной функции однонаправленной связи, необходимый для формирования динамических химер. Показано, что при любой функции связи, обладающей соответствующими характеристиками, качественных изменений в свойствах установившегося режима не наблюдается.

5. Впервые обнаружен новый тип химерных состояний, характерный для ансамблей с нелокально-взаимодействующими осцилляторами с бистабильным поведением. Данные химеры были названы "двухъямными". Их особенность заключается в том, что кластер некогерентности характеризуется нерегулярным распределением мгновенных состояний осцилляторов между окрестностями двух аттракторов, сосуществующих в парциальном элементе ансамбля. Показано, что химерные структуры данного типа могут сопровождаться как регулярной, так и хаотической динамикой элементов ансамбля во времени, а также быть неподвижными.
6. Обнаружены химеры в ансамбле нелокально-связанных систем Лоренца с квазигиперболическим хаотическим аттрактором. Их возникновение обусловлено смещением эффективных значений параметров парциальных осцилляторов под действием связи и сменой динамики элементов с переключательной на бистабильную. Обнаруженные химеры аналогичны двухъямным химерам. Переход к полной пространственной некогерентности ансамбля происходит через режим перемежаемости между пространственно-когерентным поведением и либо режимом полной некогерентности, либо режима метастабильных химероподобных состояний.
7. В ансамбле бистабильных осцилляторов ФХН с нелокальным взаимодействием обнаружены и исследованы двухъямные химеры с особыми свойствами. Эти химерные структуры имеют "неподвижные" участки из осцилляторов, находящихся в состояниях, близких к равновесию, но не являются полностью статичными, т.к осцилляторы в кластерах некогерентности совершают колебания большой амплитуды. Также в ансамбле наблюдаются регулярные бегущие волны, исчезающие с увеличением радиуса нелокальной связи.
8. Исследован переход от одномерной цепочки к двумерной решетке нелокально-связанных бистабильных кубических отображений с периодическими граничными условиями по обоим направлениям. Обнаружены различные химерные состояния: как химеры двухъямного типа, так и известные ранее амплитудные и фазовые химеры. Показано многообра-

зие пространственных структур и типов колебаний во времени, порождаемое переходом от ансамблей типа кольца с нелокальными связями к двумерной решетке. Также обнаружен режим уединенных состояний, наблюдаемый только при полностью глобальном или близком к глобальному взаимодействию.

9. Исследовано влияние внешнего периодического воздействия на ансамбль нелокально-связанных хаотических осцилляторов. Воздействие на некогерентный кластер фазовой химеры приводит к разрушению химеры и установлению режима с кусочно-гладким пространственным профилем. При воздействии на некогерентный кластер амплитудной химеры происходит перестройка пространственного профиля системы – некогерентный кластер образуется в новой пространственной области, а профиль в области воздействия становится кусочно-гладким. Локализованное воздействие на группу осцилляторов системы в режиме частичной когерентности индуцирует химероподобные структуры с кластером некогерентности в пределах области воздействия.

Публикации автора по теме диссертации

1. Шепелев, И. А. Эволюция бегущих волн в бистабильной среде с периодическими граничными условиями / И. А. Шепелев, Т. Е. Вадивасова // Письма в ЖТФ. — 2015. — Vol. 41, no. 17.
2. Shepelev, I. A. Different synchronization characteristics of distinct types of traveling waves in a model of active medium with periodic boundary conditions / I. A. Shepelev, A. V. Slepnev, T. E. Vadivasova // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. — 2016. — Vol. 38. — Pp. 206–217.
3. Shepelev, I. A. Traveling waves and dynamical formation of autonomous pacemakers in a bistable medium with periodic boundary conditions / I. A. Shepelev, T. E. Vadivasova, D. E. Postnov // Saratov Fall Meeting 2014: Optical Technologies in Biophysics and Medicine XVI; Laser Physics and Photonics XVI; and Computational Biophysics / International Society for Optics and Photonics. — Vol. 9448. — 2015. — P. 94481V.
4. Шепелев, И. А. Химерные режимы в кольце элементов с локальным однонаправленным нелинейным взаимодействием / И. А. Шепелев, Т. Е. Вадивасова // Нелинейная динам. — 2016. — Vol. 12, no. 2. — Pp. 197–209.

5. Шепелев, И. А. Уединенные состояния в 2D-решетке бистабильных элементов при глобальном и близком к глобальному характере взаимодействия / И. А. Шепелев, Т. Е. Вадивасова // Нелинейная динам. — 2017. — Vol. 13, no. 3. — Pp. 317–329.
6. Shepelev, I. Chimera regimes in a ring of oscillators with local nonlinear interaction / I. Shepelev, A. Zakharova, T. Vadivasova // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. — 2017. — Vol. 44. — Pp. 277–283.
7. New type of chimera structures in a ring of bistable FitzHugh–Nagumo oscillators with nonlocal interaction / I. A. Shepelev, T. E. Vadivasova, A. V. Bukh et al. // Physics Letters A. — 2017. — Vol. 381, no. 16. — Pp. 1398–1404.
8. Bifurcations of spatiotemporal structures in a medium of FitzHugh–Nagumo neurons with diffusive coupling / I. A. Shepelev, D. V. Shamshin, G. I. Strelkova, T. E. Vadivasova // Chaos, Solitons & Fractals. — 2017. — Vol. 104. — Pp. 153–160.
9. Chimera states in ensembles of bistable elements with regular and chaotic dynamics / I. A. Shepelev, A. V. Bukh, G. I. Strelkova et al. // Nonlinear Dynamics. — 2017. — Vol. 90, no. 4. — Pp. 2317–2330.
10. Double-well chimeras in 2D lattice of chaotic bistable elements / I. A. Shepelev, A. V. Bukh, T. E. Vadivasova et al. // Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation. — 2018. — Vol. 54. — Pp. 50–61.
11. Shepelev, I. A. Inducing and destruction of chimeras and chimera-like states by an external harmonic force / I. A. Shepelev, T. E. Vadivasova // Physics Letters A. — 2018. — Vol. 382, no. 10. — Pp. 690–696.
12. Шепелев, И. А. Химеры и перемежаемость в ансамбле связанных осцилляторов Лоренца / И. А. Шепелев, В. С. Анищенко // Сб. т. Нелинейные волны - 2018. — Россия, Бор: 2018. — С. 205.
13. Vadivasova, T. E. Chimeras in ensembles of bistable oscillators / T. E. Vadivasova, I. A. Shepelev // Book of abstracts: Dynamics, Bifurcations and Chaos 2017. — Russia, Nizhniy Novgorod: 2017. — P. 42.
14. Shepelev, I. A. Dynamical chimeras in a ring of oscillators with local coupling / I. A. Shepelev, T. E. Vadivasova, V. V. Semenov // Book of abstracts: Control of self-organizing nonlinear systems: Theoretical methods and concepts of application. — Germany, Wittenberg: 2015. — P. 46.

15. Шепелев, И. А. Режимы химер в двумерном ансамбле кубических отображений с нелокальным взаимодействием / И. А. Шепелев, А. В. Бух // Сб. т. Хаос-2016. — Россия, Саратов: 2016. — С. 24.
16. Вадивасова, Т. Е. Химерные режимы в кольце локально-связанных осцилляторов / Т. Е. Вадивасова, И. А. Шепелев, А. Захарова // Сб. т. Хаос-2016. — Россия, Саратов: 2016. — С. 20.
17. Shepelev, I. A. Dynamical chimeras in a ring of oscillators with local coupling / I. A. Shepelev, V. V. Semenov, T. E. Vadivasova // Book of abstracts: Dynamics, Bifurcations and Chaos 2015. — Russia, Nizhniy Novgorod: 2015. — P. 31.
18. Vadivasova, T. E. Synchronization of traveling waves in the active medium with periodic boundary conditions / T. E. Vadivasova, A. V. Slepnev, I. A. Shepelev // Book of abstracts: Dynamics, Bifurcations and Chaos 2015. — Russia, Nizhniy Novgorod: 2015. — P. 36.
19. Shepelev, I. A. Traveling waves, bifurcations and multistability in bistable active medium with periodic boundary conditions / I. A. Shepelev, T. E. Vadivasova // Book of abstracts: Nonlinear Dynamics of Deterministic and Stochastic Systems: Unraveling Complexity. — Russia, Saratov: 2014. — Pp. 109–112.
20. Вадивасова, Т. Е. Химерные режимы в кольце с однонаправленным нелинейным взаимодействием / Т. Е. Вадивасова, И. А. Шепелев // Материалы конференции Компьютерные науки и информационные технологии. — Россия, Саратов: 2016. — С. 109–112.
21. Бух А. В., Шепелев И. А. Компьютерная программа для моделирования сетей динамических элементов, описываемых одномерными или двумерными матрицами связи. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017612340 от 29.01.2016.