

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе и инновациям  
ФГАОУ ВО «Пермский государственный  
национальный исследовательский университет»  
доктор географических наук, профессор  
Пьянков Сергей Васильевич



« \_\_\_\_\_ » сентября 2021 г.

### ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Пермский государственный национальный исследовательский университет» на диссертационную работу **Корнеева Ивана Александровича** на тему «**Колебания и бифуркации в системах с мемристивными элементами**», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.4. – Радиофизика.

Диссертационная работа И.А. Корнеева посвящена исследованию нелинейных колебательных систем и ансамблей, содержащих мемристоры. Мемристоры и мемристивные системы в последние годы вызвали большой интерес со стороны исследователей, что связано с возможностями их использования в цифровой технике и информационных системах. Однако это касалось, прежде всего, исследования физических процессов, обеспечивающих мемристивные свойства двухполосников, созданных на базе тех или иных материалов, изучения их характеристик и технологических особенностей изготовления и применения. В рамках проблематики теории колебаний и нелинейной динамики вопросы, касающиеся мемристоров, рассматривались значительно меньше. В то же время такие вопросы возникают, и они связаны с особенностями динамики, бифуркаций, синхронизации в системах, содержащих мемристоры. В то же время, такие системы можно выделить в отдельный класс динамических систем, обладающих рядом особенностей и интересных свойств. Изучение этих свойств и особенностей составляет актуальную задачу в рамках радиофизики и нелинейной динамики. Актуальность и важность данных исследований определяются, с одной стороны, необходимостью прогнозировать поведение мемристивных систем при их практическом применении, а, с другой стороны, требованиями развития теории нелинейных колебаний и волн.

С тех пор как Л. Чуа в 1971 г. предложил концепцию мемристора как особого базового элемента радиотехники, появилось множество работ, направленных на исследование свойств реальных мемристоров. В рамках представлений теории колебаний и нелинейной динамики были предложены и исследованы некоторые модели автогенераторов, содержащих мемристивные элементы, в которых могут наблюдаться периодические и хаотические колебания. Для периодического генератора с мемристивной проводимостью в колебательном контуре показано существование линии равновесий и выявлены особенности автоколебаний, параметры которых зависят от начальных условий. Также в литературе рассматривались особенности возникновения автоколебательного режима в периодическом мемристивном генераторе. Кроме того, в литературе исследовались генераторы хаоса и гиперхаоса, основанные на мемристивных элементах.

Исследовалось взаимодействие мемристивных генераторов и взаимодействие автоколебательных систем, связанных через мемристор. Однако имеющиеся в литературе результаты не дают достаточно полного представления о динамике мемристивных систем. Бифуркационный анализ в большинстве работ является не полным, при исследовании взаимодействия мемристивных систем не выявлены особенности эффектов синхронизации, характерные именно для данного класса систем, численные результаты, как правило, не подкрепляются теоретическим анализом и натурными экспериментами. Кооперативная динамика ансамблей мемристивных систем или систем с мемристивными связями исследована в еще меньшей степени.

В свете всего вышеизложенного становится очевидной важность и новизна диссертационной работы И.А. Корнеева, в которой детально исследуется круг вопросов, связанных с особенностями динамики мемристивных систем. При этом в работе удачно сочетаются различные методы исследования: численное моделирование динамики мемристивных систем, теоретический анализ с использованием приближенных методов усреднения и исследования фазовой динамики, натурные эксперименты с применением аналогового моделирования. Диссертация включает три главы, каждая из которых посвящена отдельным крупным задачам в рамках общей тематики диссертации.

**В первой главе** диссертации предлагаются математические модели мемристивных генераторов на основе схемы с двухполосником с отрицательной проводимостью и колебательным контуром, содержащим мемристор. Рассматриваются особенности устройства фазового пространства таких мемристивных генераторов, связанные с наличием в нем линии равновесий. Детально, с применением численных, теоретических и экспериментальных методов, исследуются бифуркационные механизмы возникновения колебаний, как при вариации управляющего параметра, так и при изменении начальных условий (так называемые бифуркации без параметра). Установлен различный тип бифуркаций в мемристивном генераторе в зависимости от характеристик мемристивной проводимости и нелинейного элемента. Исследовано влияние неидеального характера мемристоров на динамику мемристивных генераторов, приводящее к исчезновению линии равновесий. Показано, что даже очень малое отклонение мемристивных элементов от идеальной модели мемристора с бесконечно долгой памятью приводит к исчезновению линии равновесия, а вместе с тем и к исчезновению в установившемся режиме всех характерных особенностей, присущих идеализированным моделям мемристивных генераторов. Однако, на практике, генераторы с «реальными» мемристорами отличаются длительными метастабильными состояниями и переходными процессами, зависящими от начальных состояний.

**Вторая глава** диссертационной работы посвящена явлению вынужденной и взаимной синхронизации в мемристивных системах. В ней исследована как синхронизация мемристивных генераторов (т.е. генераторов, содержащих мемристоры), так и обычных генераторов, связанных через мемристивные элементы. При анализе эффектов синхронизации применены методы численного моделирования и теоретические подходы на базе метода усреднения. Выявлена общая черта эффектов синхронизации во всех исследованных мемристивных системах, состоящая в зависимости границ области синхронизации от начального состояния системы, в частности от начального состояния мемристивных элементов. Показано, что для периодических генераторов это свойство исчезает в случае неидеального характера мемристоров, однако в случае сложной (например, хаотической) динамики, зависимость порога синхронизации от начального состояния мемристивных элементов может сохраняться и при наличии эффекта «забывания», если время памяти мемристора достаточно велико.

В третьей главе рассматриваются примеры ансамблей осцилляторов с мемристивными связями. Исследованные примеры представляют собой одномерные модели распределенных систем с периодическими граничными условиями. Для них также получен ряд интересных результатов, показывающих зависимость характеристик волновых мод от параметров мемристивного взаимодействия и от начальных состояний мемристоров связи. Эти мемристивные эффекты наблюдаются и при наличии слабого «забывания» мемристором связи.

В работе впервые получен целый ряд важных результатов, позволяющих лучше понять поведение мемристивных систем и разработать способы управления этими важными, с прикладной точки зрения, системами. К наиболее существенным результатам можно отнести следующие:

- установлен характер основных мягких и жестких бифуркационных механизмов возникновения периодических колебаний в мемристивном генераторе с линией равновесий. В частности, показано, что гладкой характеристике мемристивной проводимости соответствует мягкая бифуркация как по параметру, так и при изменении начального состояния, подобная суперкритической бифуркации Андронова-Хопфа. При использовании в том же генераторе в качестве мемристивного элемента мемристора Чуа с кусочно-линейной характеристикой бифуркация возникновения колебаний может быть как мягкой, так и жесткой, в зависимости от характеристики нелинейного элемента. Характер бифуркаций впервые подтвержден аналитически, а также с использованием аналогового моделирования;
- впервые показано, что для периодических мемристивных генераторов наблюдаются эффекты фазового захвата, как при вынужденной, так и при взаимной синхронизации. При этом, характерной особенностью частотно-фазовой синхронизации мемристивных генераторов с идеальными мемристорами является зависимость границ области синхронизации от начальных условий, в частности от начальных состояний мемристоров. Аналогичная зависимость установлена в случае синхронизации «обычных» периодических генераторов, взаимодействующих через идеальный мемристор. Полученные численные результаты подтверждены приближенными аналитическими методами.
- впервые установлена зависимость порога полной синхронизации генераторов хаоса, взаимодействующих через мемристор, от начального состояния мемристивного элемента связи. Причем, что особенно важно, показано сохранение этого свойства при неидеальном характере мемристора связи;
- исследованы особенности бегущих волн в ансамблях осцилляторов с мемристивной связью. Показано, что, выбирая начальные состояния мемристоров связи, можно, в определенной степени, управлять формой пространственного профиля волны, а в случае возбудимой динамики осцилляторов, также скоростью распространения импульсов возбуждения и, соответственно, периодом колебаний осцилляторов ансамбля. Показано, что зависимость периода колебаний в ансамбле возбудимых осцилляторов от начального состояния мемристоров связи сохраняется при слабом отклонении мемристоров от идеальной модели. Эти интересные результаты также получены впервые.

В то же время, имеются отдельные замечания и вопросы по диссертационной работе, на которые автору следует обратить внимание в дальнейших исследованиях.

**К работе имеются следующие замечания:**

1. При рассмотрении особенностей динамики и бифуркаций мемристивного генератора в работе отмечается, что в случае малейшего отклонения мемристора от идеального

- непрерывная зависимость установившегося режима от начальных условий исчезает и все особенности динамики системы сводятся к длительным временам установления. Однако в работе не описаны процессы установления, не проанализирована их длительность и не показано, как время установления зависит от параметра забывания мемристора. В то же время эти вопросы важны для понимания поведения реальных систем, в которых используются реальные мемристоры, обладающие конечной памятью.
2. В работе отмечается, что при синхронизации мемристивно-связанных генераторов периодических колебаний граница синхронизации зависит от начального состояния мемристора только в случае, если этот мемристор является идеальным (т.е. обладает бесконечно долгой памятью). При сколь угодно малом параметре забывания это свойство мемристивной связи исчезает. Однако показано, что граница полной синхронизации мемристивно связанных генераторов хаоса зависит от начального состояния мемристора даже если он не является строго идеальным. В диссертации нет ответа на вопрос, в чем причина такого принципиального различия эффектов синхронизации при мемристивной связи периодических и хаотических систем. Очевидно, при взаимодействии хаотических генераторов через неидеальный мемристор в системе отсутствует линия равновесия. В таком случае возникает вопрос, чем объясняется чувствительность системы к начальному состоянию элемента связи.
  3. При исследовании волновых мод в кольце мемристивно связанных автогенераторов и возбудимых осцилляторов применялись только методы численного моделирования динамики системы. Было бы полезно и в этом случае по возможности использовать приближенные теоретические методы, которые бы позволили более глубоко понять механизмы зависимости характеристик волновых режимов от параметров и начальных условий мемристивной связи.

Сделанные замечания не снижают общей положительной оценки диссертационной работы. В целом на основании рассмотрения всего представленного материала, можно сделать вывод, что диссертация Корнеева Ивана Александровича представляет собой законченное исследование, которое вносит важный вклад в развитие теории колебаний и волн в нелинейных системах радиофизической и иной природы. Можно отметить важность результатов работы в области моделирования динамики нейронных ансамблей с учетом мемристивного характера синаптических связей нейронов. Результаты проведенных исследований значительно расширяют представления о динамике особого класса нелинейных систем, в который можно выделить системы, содержащие мемристивные элементы. Результаты диссертационного исследования имеют также важное значение для ряда практических задач в области развития компьютерной техники и цифровых систем обработки данных, в которых используются мемристивные элементы.

Результаты работы по теме диссертации представлены в 11 научных публикациях, 10 из которых опубликованы в журналах, входящих в системы Web of Science, Scopus и в список изданий, рекомендованных ВАК РФ. Имеется также 2 свидетельства о государственной регистрации компьютерных программ, разработанных и применявшихся при проведении численных исследований в рамках диссертационной работы. Результаты работы докладывались и обсуждались на международных научных конференциях. Кроме того, материалы диссертационных исследований использовались при выполнении научных грантов (гранта РФФИ и гранта РНФ). Публикации по теме диссертации в полной мере отражают основные результаты диссертационной работы. Автореферат полностью соответствует задачам и результатам диссертационной работы.

Результаты диссертации могут быть использованы в научно-исследовательских организациях (ИРЭ РАН и его филиалы, ИПФ РАН, ФИАН и др.), а также в высших учебных заведениях при разработке ряда учебных дисциплин радиофизической направленности (СГУ, СПбГУ, ННГУ, ПГНИУ, МГУ и др.).

Диссертация И.А. Корнеева по актуальности решенных задач, объему проведенных исследований, степени научной новизны и практической значимости результатов полностью соответствует специальности 1.3.4 – Радиофизика и удовлетворяет всем требованиям пп. 9-11, 13-14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24 сентября 2013, предъявляемым к диссертационным работам на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Считаю, что автор диссертации, И.А. Корнеев достоин присуждения искомой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.3.4. – Радиофизика.

Отзыв подготовлен доцентом кафедры теоретической физики физического факультета Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Пермский государственный национальный исследовательский университет», кандидатом физико-математических наук, Голдобиным Денисом Сергеевичем.

Отзыв рассмотрен и утвержден на заседании кафедры теоретической физики физического факультета Федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования «Пермский государственный национальный исследовательский университет», «15» сентября 2021 г., протокол № 1.

Заведующий кафедрой теоретической физики  
ФГАОУ ВО «ПГНИУ»,

доктор физико-математических наук



Демин Виталий Анатольевич

Телефоны: +7 (342) 2-396-227, +7 (342) 2-396-208

e-mail: [demin@psu.ru](mailto:demin@psu.ru)

«27» сентября 2021

Подпись доктора физико-математических наук Демина Виталия Анатольевича заверяю

ученый секретарь ФГАОУ ВО «ПГНИУ»

«27» сентября 2021 г.



Антропова Елена Петровна

Рабочий адрес организации:

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Пермский Государственный Национальный Исследовательский Университет» (ФГАОУ ВО «ПГНИУ»)

Почтовый адрес: 614990, Пермь, ул. Букирева, 15

Телефон/факс: +7(342) 239-64-35 / +7(342) 237-16-11

Адрес электронной почты: [info@psu.ru](mailto:info@psu.ru) ([www.psu.ru](http://www.psu.ru))