

Отзыв научного руководителя

доктора физико-математических наук, профессора Вочкова Виталия Владимировича
на диссертационную работу Краснощёких Глеба Витальевича
«Классы функций с нулевыми сферическими средними
относительно свёртки Бесселя и их применение»,
представленную на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Краснощёких Глеб Витальевич в 2022 году окончил магистратуру ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет» (г. Донецк) по направлению подготовки 01.04.01 Математика. В том же году поступил в аспирантуру по специальности 1.1.1. «Вещественный, комплексный и функциональный анализ». В настоящее время Краснощёких Г.В. также работает в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Донецкий государственный университет» на должности инженера научно-исследовательской части.

Диссертационная работа Краснощёких Г.В. посвящена исследованию аналогов класса непрерывных функций на евклидовом пространстве с нулевыми интегралами по всем сферам (шарам) фиксированного радиуса r , построенных с использованием свертки Бесселя. Этот класс функций, а также его обобщения (связанные, например, с периодическими в среднем функциями относительно радиальных распределений) изучаются многими авторами уже более ста лет, начиная с работ Г. Минковского, П. Функа, И. Радона, Д. Помпейю и Ф. Йона. Сферические средние являются неотъемлемой частью теории дифференциальных уравнений (теорема Асгейрссона для ультрагиперболического уравнения, формула Кирхгофа для волнового уравнения), изучаются в интегральной геометрии (преобразование Радона на сферах, преобразование Помпейю), играют важную роль в теории гармонических функций (теорема Дельсарта о двух радиусах), комплексном анализе (теоремы о среднем для полианалитических функций), а также в теории меры (теоремы об отображениях, сохраняющих меру). Сферические средние применяются в различных методах визуализации, которые представляют большой интерес во многих областях современных исследований, имеющих дело с изображениями: в некоторых типах томографических экспериментов, в том числе оптоакустической томографии, термоакустической томографии, радиолокации и эхолокации.

В диссертационной работе Краснощёких Г.В. рассмотрены следующие задачи: задача

о множествах единственности периодических в среднем функций на промежутке $I_R = (-R, R)$ относительно свёртки Бесселя; задача о структуре классов $\mathcal{U}_{r,\alpha}(I_R)$ и $V_{r,\alpha}(I_R)$ локально суммируемых функций на I_R с нулевыми сферическими (шаровыми) средними радиуса r относительно свёртки Бесселя порядка α ; задача о допустимом асимптотическом росте на бесконечности ненулевых функций классов $\mathcal{U}_{r,\alpha}(\mathbb{R})$ и $V_{r,\alpha}(\mathbb{R})$; задача о нетривиальности классов $\mathcal{U}_{r_1,\alpha}(I_R) \cap \mathcal{U}_{r_2,\alpha}(I_R)$, $V_{r_1,\alpha}(I_R) \cap V_{r_2,\alpha}(I_R)$ и $\mathcal{U}_{r,\alpha}(I_R) \cap V_{r,\alpha}(I_R)$.

Основными результатами работы являются:

- 1) теорема единственности типа Любича-Леонтьева для периодических в среднем функций относительно свёртки Бесселя;
- 2) описание классов $\mathcal{U}_{r,\alpha}(I_R)$ и $V_{r,\alpha}(I_R)$ в терминах рядов по нормированным функциям Бесселя;
- 3) теоремы о точных характеристиках допустимой скорости убывания ненулевых функций из указанных классов в терминах поведения их интегральных средних;
- 4) новые локальные теоремы о двух радиусах для классов $\mathcal{U}_{r,\alpha}(I_R)$, $V_{r,\alpha}(I_R)$;
- 5) теорема об описании класса $\mathcal{U}_{r,\alpha}(I_R) \cap V_{r,\alpha}(I_R)$.

В качестве следствий установлены аналоги известных теорем об инъективности оператора сферического среднего на $\mathbb{R}^n$, принадлежащих Ф. Йону, Д. Смиту, В.В. Волчкову и С. Тангавелу. В некоторых случаях получено уточнение теоремы Б. Сельми и М.М. Несибби о спектральном анализе на гипергруппе Бесселя-Кингмана, а также уточнение их локальной теоремы о двух радиусах. С помощью перечисленных результатов установлен ряд новых свойств решений задачи Коши для обобщенного уравнения Эйлера-Пуассона-Дарбу, теоремы типа Ж.П. Кахана и В.В. Волčkova о замыкании обобщенных сдвигов Бесселя, а также теорема единственности для сходящихся последовательностей линейных комбинаций функций Бесселя. Последний из упомянутых результатов относится к так называемым «гар»-теоремам, восходящим к Н. Винеру, Н. Левинсону и др.

Все полученные результаты диссертационной работы являются новыми и строго обоснованными.

Результаты диссертационного исследования были представлены на ряде международных конференций; среди которых: международная научная конференция «Доңецкие чтения: образование, наука, инновации, культура и вызовы современности» (Донецк, 2023–2025), международная научная конференция «Спектральная теория операторов и смежные вопросы» (Уфа, 2023), международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов-2024» (Москва, 2024), международная научная конференция «Опе-

Parameter Semigroups of Operators 2024: Stochastics & Dynamics» (Квебек, 2024), международная научная конференция «XIX Владикавказская молодёжная математическая школа» (Владикавказ, 2024), международная научная конференция «Крымская осенняя математическая школа-симпозиум Н. Д. Копачевского по спектральным и эволюционным задачам» (Севастополь, 2024, 2025), международная научная конференция «XXII Ind Hyper Complex Seminar 2024» (Лодзь, 2024), международная научная конференция «Комплексный анализ, математическая физика и нелинейные уравнения» (Уфа, 2025), XVII международная Казанская школа-конференция «Теория функций, её приложения и смежные вопросы» (Казань, 2025). Также результаты диссертационной работы докладывались на научном семинаре «Гармонический анализ и интегральная геометрия» в Донецком государственном университете в 2024–2025 годах.

Основные результаты диссертационного исследования опубликованы в 7 статьях, изданных в журналах, включенных в перечень ВАК РФ, а также индексируемых в международных базах данных MathSciNet, zbMath, Scopus.

Считаю, что диссертационная работа Краснощёких Г.В. «Классы функций с нулевыми сферическими средними относительно свёртки Бесселя и их применение» удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям, а ее автор заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Научный руководитель

д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой

математического анализа и

дифференциальных уравнений

Волчков Виталий Владимирович

16.01.2026

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Донецкий государственный университет», 283001, ДНР, г. Донецк, Университетская ул., 24, Донецкий государственный университет, e-mail: vit.v.volchkov@mail.ru

