

ОТЗЫВ

на автореферат диссертации Виктора Сергеевича Рыхлова
«Спектральные свойства дифференциальных оператор-функций», представленной на
соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности
1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

Тема диссертационной работы Рыхлова В.С. относится к спектральной теории обыкновенных дифференциальных операторов и оператор-функций или, по-другому, дифференциальных операторных пучков. Работа состоит из трех глав. В первой главе исследуется асимптотика по спектральному параметру системы решений дифференциального уравнения n -го порядка вида

$$a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_n(x)y = \lambda y, \quad x \in [a, b],$$

с комплексным параметром λ при $|\lambda| \rightarrow \infty$ и фундаментальной матрицы решений линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка со спектральным параметром

$$Y' - A(x, \lambda)Y = 0,$$

где $A(x, \lambda)$ -- $n \times n$ матрица-функция,

$$A(x, \lambda) = \lambda A_1(x) + A_0(x) + \frac{1}{\lambda} A_{-1}(x, \lambda).$$

Результаты по асимптотике получены при минимальных требованиях на главные коэффициенты ($a_0(x)$, $a_1(x)$ в уравнении и $A_1(x)$, $A_0(x)$ в системе). Получена не встречавшаяся ранее оценка остаточного члена, учитывающая свойства этих главных коэффициентов. Эти результаты развивают соответствующие исследования Дж. Биркгофа, Я.Д. Тамаркина, М. Стоуна, Р.Э. Лангера, М.Л. Расулова. Во второй главе с использованием полученных в первой главе диссертации асимптотических формул исследуется вопрос о равномерной равносходимости разложений в ряды по с.п.ф. обыкновенного дифференциального оператора L , порождённого дифференциальным выражением n -го порядка с негладким коэффициентом при $n - 1$ -й производной

$$l(y) := y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + \dots + p_n(x)y, \quad p_j(x) \in L_1[0,1],$$

и регулярными по Биркгофу краевым условиями

$$\sum_{j=0}^{n-1} (a_{kj}y^{(j)}(0) + b_{kj}y^{(j)}(1)) = 0, \quad k = \overline{1, n}$$

и в обычный тригонометрический ряд Фурье. Установлено, что существует тесная связь между множеством тех функций $f(x)$, для разложений по с.п.ф. оператора L которых имеет место равносходимость с тригонометрическим рядом Фурье, и свойствами коэффициента $p_1(x)$. Получены весьма интересные новые оценка разности частичных сумм этих разложений в терминах модулей непрерывности разлагаемой функции и коэффициента при $n - 1$ -й производной. Особенно интересный результат получается в случае наличия оценки модулей непрерывности медленно меняющимися функциями. Эти результаты развивают и дополняют теоремы равносходимости и оценки скорости равносходимости, полученные В.А. Стекловым, А. Хааром, Я.Д. Тамаркиным, М. Стоуном, В.А. Ильиным, А.П. Хромовым, Г.В. Радзиевским, А.М. Минкиным, И.С. Ломовым. В третьей главе диссертации в сильно нерегулярных случаях исследуется кратная полнота в пространстве суммируемых с квадратом функций системы с.п.ф. некоторых классов обыкновенных дифференциальных полиномиальных оператор-функций с постоянными коэффициентами $L(\lambda)$, порождённых однородным дифференциальным выражением

$$l(y, \lambda) := \sum_{j+s=n} p_{js} \lambda^s y^{(j)}, \quad p_{js} \in \mathbb{C}, \quad p_{n0} \neq 0, \quad p_{0n} \neq 0,$$

и двухточечными краевыми условиями

$$U_i(y, \lambda) := \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_{ij}(\lambda) y^{(j)}(0) + \beta_{ij}(\lambda) y^{(j)}(1) = 0, \quad i = \overline{1, n},$$

где $\lambda \in \mathbb{C}$ – спектральный параметр, а $\alpha_{ij}(\lambda)$ и $\beta_{ij}(\lambda)$ – произвольные полиномы по λ с комплексными коэффициентами. Для исследования кратной полноты с.п.ф. предложен новый подход с использованием обобщённых порождающих функций. Этот подход позволил продвинуться в решении вопроса о кратной полноте с.п.ф. в неисследованных ранее случаях. Эти результаты развивают и расширяют результаты М.Г. Гасимова, А.М. Магеррамова, А.А. Шкаликова, Г. Фрайлинга, С.А. Тихомирова, А.И. Вагабова.

Судя по автореферату, можно сделать вывод, что представленная В.С. Рыхловым диссертация соответствует всем требованиям к диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук в соответствии с пунктами 9-11,13,14 действующего «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства РФ № 842 от 24 сентября 2013 г., а её автор, безусловно, заслуживает присвоения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Доктор физико-математических наук (01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление), профессор

Ведущий научный сотрудник
Института прикладной математики и механики

«19» 08 2025

(дата)



А.С. Макин

(подпись)

Контактные данные:

Адрес: 283048, ДНР, Донецк, ул. Розы Люксембург, д.74

Тел.: +7 (903) 6661589

почта: alexmakin@yandex.ru

Подпись А.С. Макина

«ЗАВЕРЯЮ»

