

## ОТЗЫВ

на автореферат диссертации В.С. Рыхлова  
«Спектральные свойства дифференциальных оператор-функций», представленной на  
соискание ученой степени доктора физико-математических наук по специальности  
1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ

В диссертационной работе Рыхлова В.С. исследуется ряд актуальных вопросов спектральной теории обыкновенных дифференциальных операторов и оператор-функций. В частности, исследуется асимптотика по спектральному параметру при неограниченном возрастании его модуля системы решений дифференциального уравнения  $n$ -го порядка вида

$$a_0(x)y^{(n)} + a_1(x)y^{(n-1)} + \dots + a_n(x)y = \lambda y, \quad x \in [a, b],$$

с комплексным параметром  $\lambda$  и фундаментальной матрицы решений линейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка со спектральным параметром

$$Y' - A(x, \lambda)Y = 0,$$

где  $A(x, \lambda)$  есть  $n \times n$  матрицы-функции, при стремлении параметра  $\lambda$  к бесконечности, здесь

$$A(x, \lambda) = \lambda A_1(x) + A_0(x) + \frac{1}{\lambda} A_{-1}(x, \lambda).$$

Результаты по асимптотике получены при минимальных требованиях на главные коэффициенты. Эти результаты развиваются соответствующие исследования Дж. Биркгофа, Я.Д. Тамаркина, М. Стоуна, Р.Э. Лангера, М.Л. Расулова. С использованием полученных асимптотических формул исследуется вопрос о равномерной равносходимости разложений в ряды по с.п.ф. обыкновенного дифференциального оператора  $L$ , порождённого дифференциальным выражением  $n$ -го порядка с негладким коэффициентом при  $n - 1$ -й производной

$$l(y) := y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + \dots + p_n(x)y, \quad p_j(x) \in L_1[0, 1],$$

и регулярными по Биркгофу краевыми условиями

$$\sum_{j=0}^{n-1} (a_{kj}y^{(j)}(0) + b_{kj}y^{(j)}(1)) = 0, \quad k = \overline{1, n}.$$

и в обычный тригонометрический ряд Фурье. Получена новая весьма нетривиальная оценка разности частичных сумм этих разложений в терминах модулей непрерывности разлагаемой функции и коэффициента при  $n - 1$ -й производной. Особенно интересный результат получается в случае наличия оценки модулей непрерывности медленно меняющимися функциями. Эти результаты развиваются и дополняют теоремы равносходимости и оценки скорости равносходимости, полученные В.А. Стекловым, А. Хааром, Я.Д. Тамаркиным, М. Стоуном, В.А. Ильиним, А.П. Хромовым, Г.В. Радзиевским, А.М. Минкиним, И.С. Ломовым. В диссертации исследуется также кратная полнота в пространстве суммируемых с квадратом функций в сильно нерегулярных случаях системы с.п.ф. некоторых классов обыкновенных дифференциальных полиномиальных оператор-функций с постоянными коэффициентами  $L(\lambda)$ , порождённых однородным дифференциальным выражением

$$l(y, \lambda) := \sum_{j+s=n} p_{js} \lambda^s y^{(j)}, \quad p_{js} \in \mathbb{C}, \quad p_{n0} \neq 0, \quad p_{0n} \neq 0,$$

и двухточечными краевыми условиями

$$U_i(y, \lambda) := \sum_{j=0}^{n-1} \alpha_{ij}(\lambda) y^{(j)}(0) + \beta_{ij}(\lambda) y^{(j)}(1) = 0, \quad i = \overline{1, n},$$

где  $\lambda \in \mathbb{C}$  – спектральный параметр, а  $\alpha_{ij}(\lambda)$  и  $\beta_{ij}(\lambda)$  – произвольные полиномы по  $\lambda$  с комплексными коэффициентами. Для исследования кратной полноты с.п.ф. предложен новый подход с использованием обобщённых порождающих функций. Этот подход позволил продвинуться в решении вопроса о кратной полноте с.п.ф. в неисследованных ранее случаях. Эти результаты развиваются и расширяют результаты М.Г. Гасымова, А.М. Магеррамова, А.А. Шкаликова, Г. Фрайлинга, С.А. Тихомирова, А.И. Вагабова.

Считаю, что результаты соискателя являются новыми и актуальными и представляют несомненный интерес. Из автореферата можно сделать вывод, что результаты, полученные в докторской работе, вносят существенный вклад в развитие спектральной теории дифференциальных оператор-функций.

Из изложенного выше можно сделать вывод о том, что представленная В.С. Рыхловым докторская диссертация соответствует всем требованиям к докторским диссертациям на соискание ученой степени доктора физико-математических наук в соответствии с пунктами 9-11, 13, 14 действующего «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного постановлением № 842 Правительства РФ от 24 сентября 2013 г., а ее автор безусловно заслуживает присвоения ученой степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.1. Вещественный, комплексный и функциональный анализ.

Профессор кафедры высшей математики МЭИ,  
доктор физико-математических наук  
(01.01.02. Дифференциальные уравнения,  
динамические системы и оптимальное управление)  
профессор

«20» 08. 2025   
(дата)  (подпись)

А.П. Солдатов

Контактные данные:

Адрес г. Москва, Красноказарменная улица, дом 14, стр. 1,

Тел. +7910 223 8654

Эл. Почта soldatov48@gmail.com

Подпись А.П. Солдатова  
«ЗАВЕРЯЮ»



ЗАМЕСТИТЕЛЬ НАЧАЛЬНИКА  
УПРАВЛЕНИЯ ПО РАБОТЕ С ПЕРЕНОСОМ  
Л.И. ПОГРЕБЕЦ

