

ФГБОУ ВО «Саратовский национальный исследовательский государственный
университет имени Н.Г. Чернышевского»

На правах рукописи



АРИНУШКИН Павел Алексеевич

ЭФФЕКТЫ СИНХРОНИЗАЦИИ В НЕОДНОРОДНЫХ СЕТЯХ ФАЗОВЫХ ОСЦИЛЛЯТОРОВ С ИНЕРЦИЕЙ.

1.3.4. — Радиоп физика

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор физико-математических наук,
профессор, ВАДИВАСОВА Т.Е.

Саратов — 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	5
Глава 1. Особенности динамики ансамбля фазовых осцилляторов с инерцией, моделирующего работу энергосети с кольцевой топологией	23
1.1 Введение	23
1.2 Модель эффективной сети на основе фазовых осцилляторов с инерцией	24
1.2.1 Уравнение вращения ротора синхронной машины	24
1.2.2 Переход к представлению энергосети в виде эффективной сети	27
1.3 Пример эффективной модели энергосети в виде трехзвенной цепи фазовых осцилляторов	34
1.4 Влияние генерируемой мощности генераторов на частотные характеристики энергосети	45
1.4.1 Исследование влияния активной мощности одного из генераторов на поведение энергосети	48
1.4.2 Режимы работы сети при изменении реактивной мощности одного из генераторов	58
1.5 Сравнение результатов в случае увеличения числа элементов сети	65
1.6 Выводы по первой главе	69
Глава 2. Влияние нелинейной диссипации на динамику ансамбля фазовых осцилляторов с инерцией	73
2.1 Введение	73

2.2	Влияние нелинейной диссипации в модели энергосети на базе связанных ротаторов с инерцией	74
2.2.1	Влияние нелинейной диссипации на области режимов энергосети в при учете активной и реактивной мощности	75
2.3	Роль нелинейной диссипации в случае действия негативных факторов	79
2.3.1	Влияние нелинейной диссипации при импульсном воздействии на сеть осцилляторов	79
2.3.2	Влияние нелинейной диссипации в случае воздействия на сеть аддитивным гауссовским шумом	88
2.3.3	Влияние нелинейной диссипации на динамику сети при нарушении связей между осцилляторами	95
2.4	Выводы по второй главе	103
Глава 3. Исследование взаимной синхронизации сложных структур в мультиплексной сети нелокально-связанных фазовых осцилляторов с инерцией		
3.1	Введение	107
3.2	Исследуемая система	108
3.3	Синхронизация химерных состояний	110
3.3.1	Синхронизация структур в идентичных слоях	111
3.3.2	Синхронизация слоев в режиме химерных состояний при наличии частотной расстройки	115
3.4	Синхронизация слоев в режиме уединенных состояний	123
3.5	Взаимодействие сильно неоднородных слоев в режиме качественно различных структур	132
3.6	Выводы по третьей главе	136
ЗАКЛЮЧЕНИЕ		
		138

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	142
-----------------------------	-----

ВВЕДЕНИЕ

Одним из наиболее актуальных направлений исследований в нелинейной динамике и связанных с ней дисциплинах является изучение процессов самоорганизации в сложных многокомпонентных системах, таких как осцилляторные ансамбли и сети [1–5]. Многокомпонентные системы с различной динамикой элементов, различной топологией и характером связей между элементами являются моделями многих реальных систем, встречающихся как в живой природе, так и в технике. Примерами могут служить ансамбли нейронов, популяции живых существ, энергетические системы, транспортные и компьютерные сети и т.д.

Важнейшую роль в динамике ансамблей играет фундаментальное явление синхронизации [3, 6–10]. Синхронизация порождает в сложных системах многообразие всевозможных эффектов и явлений самоорганизации. К таким явлениям относятся глобальная и кластерная синхронизация в осцилляторных ансамблях с различным характером и топологией связей [1–3], а также синхронизация пространственно-временной динамики и сложных кластерных структур во взаимодействующих ансамблях и слоях многослойных сетей [4, 5, 11–13]. Особо можно выделить проблему синхронизации ансамблей и многослойных сетей в режиме сложных пространственных структур, таких как химерные состояния. Химерные состояния, возникающие в ансамблях идентичных осцилляторов различного типа (как с регулярной, так и с хаотической динамикой) с нелокальной связью, были исследованы ранее в ряде работ (см, например [14–21]). Химеры можно рассматривать как особый случай кластерной синхронизации, когда элементы ансамбля разбиваются на группы с почти синхронным поведением (кластеры когерентности) и полностью несинхронным поведением (кластеры некогерентности).

Особенности поведения ансамблей зависят не только от топологии и характера связей, но и от индивидуальной динамики элементов ансамбля. Это могут быть периодические генераторы, хаотические автоколебательные системы, осцилляторы с возбудимой или бистабильной динамикой. Однако, даже при различном характере элементов, в коллективной динамике ансамбля может наблюдаться много общего. Так эффекты синхронизации в определенной степени, присущи ансамблям автоколебательных систем, как с периодическим так и с хаотическим характером колебаний, а также ансамблям возбудимых осцилляторов. Химерные структуры, уединенные состояния, пространственно-неупорядоченные структуры, и различные типы волновых процессов также могут наблюдаться в ансамблях элементов с различной индивидуальной динамикой.

В качестве простой модели автоколебательного осцилляторного ансамбля часто используется модель Курамото [1], описывающая фазовую динамику ансамбля квазигармонических автогенераторов. Модель Курамото является базовой моделью для исследования эффектов синхронизации в ансамбле автогенераторов [22–24]. Она нашла широкое применение при анализе процессов в системах различной природы: в ансамблях химических осцилляторов [25], ансамблях контактов Джозефсона [26–28], в ансамблях лазеров [29, 30], в управлении электронным пучком в фазированных решетках [31], в технологии нелинейных антенн [32], в моделях нейронной активности [33–37]. Основная доля работ, посвященных химерным состояниям, рассматривает в качестве моделей ансамбли фазовых осцилляторов Курамото-Сакагучи (Kuramoto-Sakaguchi) [14, 15, 38–44] или ансамбли периодических генераторов [19, 45–51], динамика которых в фазовом приближении качественно может быть сведена к модели Курамото.

Другой базовой моделью нелинейной динамики может служить ансамбль ротаторов с инерцией. Данная модель представляет собой обобщение модели фазового осциллятора, учитывающее инерцию фазовой динамики элементов [52, 53]. Фазовые осцилляторы с инерцией описывают множество физиче-

ских объектов, таких как физические маятники [54–56], контакты Джозефсона [57–62], электрические машины [63], вибрационные механизмы [64, 65], системы фазовой автоподстройки [66–68].

Одним из важных направлений исследования ансамблей фазовых осцилляторов с инерцией является моделирование функционирования энергетических сетей. Электросеть – это фундаментальная инфраструктура современного общества. Такая сеть представляет собой централизованный источник энергии, имеющий большой объем генерируемой энергии. Каждое новое крупное подключение создает нагрузку на уже имеющиеся источники энергосети. Неисправность такой сети влечет за собой отключение сразу большого количества пользователей и является большой угрозой для крупных городов. Основная задача при проектировании энергосетей состоит в повышении устойчивости ее функционирования [69–76] и предотвращении явления каскадного отключения электроэнергии. Поведение генераторов электроэнергии и потребителей, объединенных в энергосеть, упрощенно может быть смоделировано с помощью уравнений фазовой динамики типа ротатор с инерцией. Включение в сеть микроэнергосетей в виде возобновляемых источников энергии позволяет снять часть нагрузки с централизованного источника энергии и таким образом позволяет произвести децентрализацию всей энергосети [77–79]. Множество научных работ затрагивают тему децентрализации энергосетей уже существующих реальных объектов [80–86] или моделирования различных случаев централизованных сбоев энергосистем [87–93]. Однако использование возобновляемых генераторов энергии сопряжено с негативными факторами, которые нарушают функционирование электросетей. Так в случае, когда в существующую сеть вводится одиночный маломощный элемент или производится замена мощного централизованного источника энергии, в сети могут образовываться сбои в подаче электроэнергии, в частности, потеря синхронизма одного из ключевых элементов сети и образование сценария каскадного сбоя энергосети [94–100]. Микроэнергосети могут состоять из инвертированных генераторов [101], которые имеют другой

принцип работы по сравнению с синхронными генераторами электроэнергии. В отличие от синхронных генераторов, инвертированные генераторы не имеют инерционных элементов. Функционирование таких генераторов становится чувствительным [102] к мгновенным флуктуациям в электросети и как следствие оказывает влияние на выходные характеристики генерирующего узла. Несмотря на различные способы получения энергии, инвертирующие генераторы также могут описываться уравнениями фазовых осцилляторов с инерцией [103–105], что позволяет исследовать энергосети с комбинированным типом генерации энергии. Помимо рассмотрения коллективной динамики синхронных машин и инвертированных генераторов, устойчивость энергосети может рассматриваться с позиции других факторов таких как топология сетей [106–108] и конфигурация линий передач [109–111].

Таким образом, энергосети представляют собой ансамбли со сложной топологией и узлами, имеющими различные характеристики. Исследование функционирования реалистичной модели энергосети является сложной задачей. В зависимости от исследуемой динамики энергосети можно выделить несколько классов рассматриваемых моделей таких как: модель взаимодействия синхронных двигателей [112], энергосеть со статическими потребителями [112–114] и энергосеть с динамическими потребителями [112]. Модель энергосети с динамическими потребителями описывает динамику как роторов синхронных машин, так и динамическое поведение потребителей энергии, что позволяет рассмотреть целостную работу энергосети приближенную к реальным энергосистемам. Модели такого типа, как правило, содержат большой набор дифференциальных уравнений, необходимых для описания поведения всей рассматриваемой энергосети, что приводит к значительному возрастанию времени численного расчета для больших сетей. Модели энергосети со статическими потребителями можно разделить условно на дифференциальные [112] и дифференциально-алгебраические модели [113, 114]. Независимо от выбора той или иной модели, их дифференциальная часть описывается фазовыми уравнениями и модели-

рует поведение синхронных машин. Алгебраическая часть в модели со статическими потребителями представляется в виде уравнений Кирхгофа, которые описывают поведение потока мощности или напряжений в взаимодействующих шинах генераторов и потребителей энергии. Дифференциально-алгебраическая модель, как и модель с динамическими потребителями, затрудняет исследование больших энергосетей. Другим подходом исследования модели с постоянными нагрузками является трансформация изначальной топологии сети в которой используется метод Крона [115]. Данный метод используется для уменьшения или устранения желаемого узла без необходимости повторения шагов, как при удалении по Гауссу. Полученная таким образом энергосеть не имеет элементов связанных с потреблением и включает в себя только генераторы, описываемые исключительно дифференциальными уравнениями. Модель синхронных двигателей рассматривает взаимодействие генераторов без учета потребителей и линий передач, а связь между генераторами представлена через индуктивное сопротивление. Такая модель не отражает в полной мере динамику энергосетей и является самой упрощенной моделью, позволяющей исследовать исключительно взаимодействия генераторов.

Ансамблям фазовых осцилляторов с инерцией, моделирующим функционирование энергосетей посвящено большое количество работ, например [73, 82, 90, 107, 109–111, 116–127]. Для моделей сетей с различной топологией, рассматривается задача обеспечения синхронного режима сети, которая сводится к анализу устойчивости точки равновесия в пространстве фаз и мгновенных частот вращения элементов ансамбля. В [119] проводится анализ устойчивости и бифуркаций в двухосцилляторной модели энергосети при изменении инерции и диссипации. Анализ бассейна притяжения для модели фазовых осцилляторов второго порядка проведен в [117], где была найдена область захвата для синхронного состояния ансамбля осцилляторов с глобальными связями и одинаковым параметром инерции. В [90] рассматривается неоднородная сеть с реальной топологией, однако все связи полагаются одинаковыми и не учиты-

вают фазовых сдвигов. Потребители описываются такими же осцилляторами, как и генераторы, только с отрицательной мощностью. Ищутся условия устойчивости равновесия при вариации силы связи и мощности генераторов. В [73] также исследуется сеть с реальной топологией, узлы которой моделируются фазовыми осцилляторами с инерцией. Выводится условие, при котором синхронное состояние энергосистемы устойчиво, и определяются параметры осцилляторов, соответствующие спонтанной синхронизации. В [118] исследуется кольцевая энергосеть осцилляторов с инерцией, анализируется зависимость режимов от силы связи и различных начальных условий, при этом влияние инерции не рассматривается. В [82] исследуются ансамбли фазовых осцилляторов с инерцией, имеющие древовидные топологии. Рассматривается влияние топологии на устойчивость синхронного режима. Влияние топологии сети на устойчивость синхронного режима анализируется также в [107]. Работы [110, 111, 122, 125] посвящены анализу устойчивости синхронного режима энергосетей с топологией хаб-кластеров. В [119–121] аналитически выводятся некоторые общие условия устойчивости синхронного режима энергосети, однако в них не приводятся результаты, позволяющие сделать вывод об устойчивости синхронного режима сети с конкретной топологией и заданными параметрами.

Во многих исследованных моделях используется реалистическая топология сети, но описание генерирующих узлов, потребителей и линий связи, как правило, сильно упрощается. Параметры фазовых осцилляторов при этом не соотносятся с физическими параметрами исходной энергосети. В большинстве имеющихся работ, в силу сложной топологии и большого размера ансамбля, оказывается затруднительным построить карты режимов сети на плоскости управляющих параметров. Несмотря на многообразие исследуемых моделей, некоторые характерные особенности динамики энергосети можно исследовать на упрощенных моделях, таких как сеть фазовых осцилляторов с инерцией, имеющая кольцевую топологию.

Слабо изучено влияние инерционности генераторов на устойчивость синхронного режима. Важной задачей также является исследование влияния различных внешних факторов на динамику энергосети. Есть некоторые работы, в которых задача об устойчивости синхронного режима в ансамбле фазовых осцилляторов с инерцией к различным внешним воздействиям рассматривается в общем виде, без соотнесения ансамбля с моделью какой-либо энергосети, например [128–131]. Однако представляется важным рассмотреть данный вопрос, именно связав параметры ансамбля фазовых осцилляторов с моделью сети с конкретной топологией и параметрами.

Задача повышения устойчивости синхронного режима решалась в ряде работ, с точки зрения выбора оптимальной топологии сети и коэффициентов связи узлов. Однако можно поставить задачу оптимизации иначе, подбирая оптимальным образом характеристики узлов сети. Таких исследований практически не проводилось.

Одной из задач, которые недостаточно исследованы в литературе, может быть анализ влияния неоднородности на устойчивость синхронного режима работы сети. При этом предполагается, что один из генераторов имеет характеристики, отличные от остальных. Меняя параметры этого и остальных генераторов, важно установить, как эти изменения повлияют на режим синхронизации, например, как повлияет на область синхронизации изменение активной и реактивной компонент генерируемой мощности различных генераторов. Кроме того, с помощью простой модели сети на основе фазовых осцилляторов с инерцией можно рассмотреть задачу синхронизации режима работы сети с использованием нелинейных свойств генераторов, например, вводя в уравнения фазовых осцилляторов нелинейную диссипацию. Исследование адаптивной диссипации позволяет рассмотреть возможности применения и ограничения данного подхода, направленного на установление синхронного режима в ансамблях фазовых осцилляторов. В частности, может рассматриваться задача поставарийного восстановления синхронизма энергосети посредством адаптивной диссипации.

Влияние нелинейной диссипации на поведение фазовых осцилляторов является мало изученным направлением. Исследуемый метод стабилизации синхронного режима может служить дополнением к другим рассматриваемым методам [73–76], направленным на стабильную и устойчивую работу энергосетей.

Кроме прикладных задач моделирования, поведение ансамблей фазовых осцилляторов с инерцией может представлять интерес с точки зрения развития фундаментальной концепций нелинейной динамики. Ансамбли осцилляторов с инерцией, обычно с глобальной связью, исследовались во многих работах, например [132–138]. Следует отметить, что добавление в модель фазового осциллятора свойства инерционности делает динамику ансамбля более разнообразной, по сравнению с поведением ансамбля фазовых осцилляторов Курамото. В ансамблях фазовых осцилляторов с инерцией были обнаружены эффекты кластерной взрывной синхронизации [139], индуцированных шумом резонанса и синхронизации [135, 140], мультистабильности [141], даже в случае простой по форме глобальной связи (без подбора специальных характеристик, как в [38], [62]) такой ансамбль может демонстрировать появление химероподобных кластеров [142]. Химерные состояния и сложная динамика во времени, наблюдающиеся во взаимодействующих ансамблях глобально-связанных осцилляторов, описаны в [56, 143]. В случае нелокального взаимодействия с конечным радиусом в ансамбле фазовых осцилляторов с инерцией также в широкой области значений параметров реализуются химерные состояния [60, 144] и, кроме того, существуют так называемые уединенные состояния [144, 145]. Режим уединенных состояний характеризуется синхронным поведением большинства элементов ансамбля, демонстрирующих одно состояние и "особым" поведением отдельных элементов, находящихся в другом состоянии. Уединенные состояния наблюдались также в ансамблях осцилляторов Курамото с комбинированным (отталкивающе-притягивающим) характером взаимодействия [146, 147], а также в ансамблях нелокально связанных хаотических отображений [148–150], где был установлен новый тип химерной структуры, возникающей на основе уеди-

ненных состояний [151]. В целом ансамбли осцилляторов с инерцией в случае нелокальной связи исследовались еще сравнительно мало. В частности, взаимодействие и синхронизация сложных структур в таких ансамблях, насколько нам известно, еще не рассматривалась. В то же время здесь может быть поставлен ряд интересных задач, касающихся синхронизации не только химерных состояний, но и различных уединенных состояний, рассмотрено влияние частотной расстройки и эффект синхронизации частот взаимодействующих структур.

Целью данной работы является решение актуальной радиофизической задачи, состоящей в установлении особенностей динамики и эффектов синхронизации в ансамблях фазовых осцилляторов с инерцией: определение возможных режимов функционирования ансамбля осцилляторов, моделирующего работу простой энергосети с кольцевой топологией и установление оптимальных параметров сети, обеспечивающих наибольшую устойчивость синхронного режима в присутствии неоднородности и внешних воздействий; установление эффектов синхронизации сложных структур в мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией в случае идентичных и неидентичных слоев сети.

Для достижения поставленных целей в рамках диссертационной работы необходимо было решить следующие **основные задачи**:

1. На примере простой модели энергосети с кольцевой топологией, представленной в виде ансамбля фазовых осцилляторов с инерцией, изучить влияние неоднородности сети (один из узлов сети имеет параметры, отличные от параметров остальных) на режимы функционирования. Установить характер режимов сети при изменении активной и реактивной компонент мощности одного из узлов сети. Построить карты режимов на плоскости управляющих параметров.
2. Установить, как влияет введение нелинейной диссипации фазовых осцилляторов, на границы областей различных режимов модельной энергосети. Провести сравнение результатов, полученных при постоянных значениях

коэффициента диссипации и при нелинейной модификации коэффициента диссипации.

3. Исследовать эффекты внешнего воздействия на ансамбль фазовых осцилляторов с инерцией, моделирующий работу энергосети. Рассмотреть поведение ансамбля при импульсном воздействии на выбранный осциллятор сети. Установить влияние амплитуды и длительности импульса на поведение осцилляторов в случае постоянной и нелинейной формы диссипации. Провести моделирование исследуемой сети при воздействии белого шума на установившиеся режимы ансамбля фазовых осцилляторов, исследовать поведение системы фазовых уравнений в присутствии нелинейной диссипации и белого шума. Провести моделирование сети фазовых осцилляторов с нелинейной формой диссипации в случае устранения связей между осцилляторами.
4. Исследовать пространственно-временную динамику двухслойной мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией при нелокальном характере внутрислойной связи и вариации параметров связи между слоями. Рассмотреть сеть из двух идентичных слоев и сеть из двух слоев, осцилляторы которых характеризуются частотной расстройкой. Установить, наблюдаются ли эффекты частичной и полной синхронизации сложной пространственно-временной динамики в двух слоях и при каких параметрах межслойной связи устанавливается синхронный режим при различном характере режимов в двух слоях в отсутствие взаимодействия.

Основным методом исследований является численное моделирование динамики исследуемых систем, включающее численное интегрирование дифференциальных уравнений исследуемых систем методом Рунге-Кутты 4-го порядка и дальнейшую обработку полученных данных.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка цитируемой литературы. Материал диссертационной

работы изложен на 161 страницах, содержит 52 иллюстрации и список цитируемой литературы из 169 наименований.

Во **ведении** обоснована актуальность темы диссертации, дан краткий обзор представленных в научной литературе результатов, соответствующих теме диссертационного исследования, сформулирована цель исследования и обозначены задачи, приводятся положения, выносимые на защиту, обосновывается новизна и научно-практическая значимость результатов исследования.

В **первой главе** диссертации рассмотрены примеры простейших энергосетей с различным количеством узлов. В частности рассматриваются энергосети состоящие из 3, 10 и 100 генераторов и такого же количества потребителей. На примере энергосистемы из трех генераторов и трех потребителей детально показан переход исследуемой исходной энергосети к сети связанных фазовых осцилляторов, моделирующих поведение генераторов. Для перехода к исследованию динамики фазовых осцилляторов используется метод эффективной сети [112], который позволяет исключить из рассмотрения потребителей, принимая условие, что потребляемая мощность всех узлов потребителей постоянна. Генераторы, при этом, моделируются уравнениями фазовых осцилляторов с инерцией. В результате преобразования конечная модель сети представляется в виде ансамбля фазовых осцилляторов с глобальной связью. Для модели сети из трех генераторов и нагрузок рассматривается поведение фазовых осцилляторов при изменении начальных условий и двух наборов активных и реактивных мощностей генераторов. Также рассматривается поведение осцилляторов при наличии различных внешних воздействий (гауссовского шума, импульсного скачка мощности и разрыва связей осцилляторов). При моделировании энергосети, состоящей из десяти генераторов и нагрузок, производится исследование динамики ансамбля фазовых осцилляторов при изменении параметров одного из генерирующих узлов. Для ансамбля фазовых осцилляторов, являющегося моделью энергосети, исследуется влияние на синхронизацию изменения активной и реактивной компонент мощности, генерируемых одним из узлов се-

ти, при изменении коэффициента инерции одинакового для всех осцилляторов ансамбля. Также в главе демонстрируется свойство исследуемой модели эффективной сети которое заключается в масштабируемости полученных результатов в случае увеличения общего количества элементов энергосети при сохранении топологии и характеристик исходной энергосети. Для исследования данного свойства производится сравнения фрагментов карты режимов, полученных в исходных энергосетях из 10 и 100 генераторов и потребителей соответственно.

Во **второй главе** моделируется неравномерное распределение производимой энергии в упрощенной модели энергосети с кольцевой топологией. Различие вырабатываемой мощности между генераторами достигается за счет изменения параметров активной и реактивной составляющей мощности одного из узлов сети, которые задаются отличными от мощностей других узлов. Ищутся условия, предотвращающие потерю синхронизации сети, связанной с ростом инерционности ансамбля и изменением вырабатываемой мощности одно из генераторов. В качестве возможного решения данной проблемы было предложено использовать нелинейный характер диссипации в генерирующих узлах. Сравняются карты режимов на плоскости управляющих параметров, построенные при постоянном коэффициенте затухания и с учетом нелинейной диссипации, зависящей от мгновенной частоты осциллятора. Кроме того, рассматриваются случаи внешнего воздействия на отдельный узел сети в виде различных внешних воздействий таких как импульсное/шумовое воздействие и нарушение связей между осцилляторами.

В **третьей главе** рассматривается мало изученная на сегодняшний день задача, касающаяся особенностей взаимодействия ансамблей фазовых осцилляторов с инерцией и синхронизации формирующихся в этих ансамблях сложных пространственных структур (химер и уединенных состояний). Исследуемая модель представляет собой двухслойную мультиплексную сеть фазовых осцилляторов с инерцией с нелокальным характером внутрислойных связей. Каждый слой состоит из 100 идентичных элементов с одинаковым значением коэффици-

ента связи и фазового сдвига связи для каждого элемента внутри одного слоя. Между собой слои могут различаться частотами вращения составляющих слой элементов. Межслойная связь является симметричной. В работе рассматривается взаимодействие как идентичных слоев, в которых в отсутствии межслойной связи устанавливаются несколько различные структуры, так и слоев, характеризующихся частотной расстройкой осцилляторов. Исследуются эффекты полной и частичной синхронизации сложных структур в слоях. Анализируется влияние, оказываемое на синхронизацию пространственных структур, значением фазового сдвига в цепи межслойной связи.

В **заключении** подведены итоги диссертационной работы, сформулированы основные результаты и выводы.

Научная новизна результатов диссертационной работы определяется следующим:

1. Для фазовых осцилляторов с инерцией в модели энергосети с парциальными параметрами методами численного моделирования построены карты режимов при вариации активной мощности одного из генераторов и коэффициента инерции, который полагался одинаковым для всех генераторов. Было показано, что в зависимости от параметров инерции при одних и тех же значениях активной мощности возможны различные режимы поведения сети, среди которых режим фазовой синхронизации всех генераторов, режим сосуществования синхронной и несинхронной динамики поведения, режим асинхронного поведения.
2. На примере простого ансамбля фазовых осцилляторов с инерцией модели энергосети продемонстрирован характер влияния реактивной мощности одного из генераторов на режимы функционирования сети. Были определены области различных режимов энергосети в зависимости от значений активной и реактивной мощности одного из генераторов. Показано,

что степень влияния реактивной мощности генератора на режимы работы энергосети зависит от величины активной мощности генератора.

3. Был предложен и исследован способ стабилизации синхронного режима сети, основанный на использовании нелинейной диссипации генераторов. Показано существенное увеличение области синхронного поведения неоднородной сети при вариации параметров, за счет нелинейной диссипации осцилляторов.
4. На примере простого ансамбля фазовых осцилляторов с инерцией модели энергосети, исследована устойчивость синхронного режима сети при различных внешних воздействиях на отдельный узел, таких как импульсное воздействие, шумовое воздействие и разрыв связей. Показано, что введение в систему нелинейной диссипации может предотвратить асинхронное поведение осцилляторов и повысить устойчивость сети к возмущениям.
5. Для двухслойной мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией, впервые были установлены эффекты полной и частичной синхронизации сложной пространственно-временной динамики слоев, находящихся в режиме химерных и уединенных состояний. Показан эффект взаимного захвата средних частот колебаний осцилляторов в двух слоях и установления идентичного пространственного распределения средних частот.

Достоверность научных результатов работы Достоверность полученных результатов обеспечивается: применением обоснованных методов теоретического и численного анализа нелинейных процессов в радиофизических системах, демонстрирующих сложное поведение; использованием специальных программных комплексов, разработанных и протестированных на широком классе задач нелинейной динамики; отсутствием противоречий с уже известными результатами, полученными другими авторами, и установившимися представлениями в данной области знаний.

На защиту выносятся следующие положения и результаты:

1. В неоднородном ансамбле фазовых осцилляторов с инерцией, моделирующем энергосеть из генераторов и нагрузок с кольцевой топологией, изменение значений параметров ансамбля, связанное с ростом активной компоненты мощности одного из генераторов моделируемой энергосети, приводит к нарушению синхронного поведения. При этом возможно возникновение такого режима, когда синхронизация или ее отсутствие определяются начальными условиями. Изменение значений параметров ансамбля, связанное с ростом абсолютной величины реактивной компоненты мощности, в зависимости от характера комплексной проводимости выходного узла генератора, приводит к разному результату: при индуктивной проводимости область синхронизации, увеличивается, а при емкостной – уменьшается и происходит переход к несинхронному режиму.
2. В неоднородном ансамбле фазовых осцилляторов с инерцией, моделирующих энергосеть из генераторов и нагрузок с кольцевой топологией, с ростом параметра инерционности осцилляторов наблюдается разрушение синхронного режима.
3. Введение определенного вида нелинейной диссипации в фазовые осцилляторы, моделирующие динамику генераторов, позволяет расширить область синхронного режима сети при вариации параметров (активной мощности одного из генераторов и коэффициента инерции, одинакового для всех генераторов) и стабилизировать синхронный режим сети при различных внешних воздействиях (импульсное воздействие, шумовое воздействие и разрыв связей).
4. В двухслойной мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией, характеризующейся частотной расстройкой осцилляторов в двух слоях и сложными пространственно-временными режимами, при достаточно силь-

ной межслойной связи наблюдается синхронизация средних частот взаимодействующих осцилляторов, что приводит к идентичности распределения средних частот в двух слоях. Данный эффект наблюдается в режиме химер, в режиме уединенных состояний, а также в случае существования структур разного типа в двух слоях: химеры в одном слое и уединенных состояний в другом.

Научная и практическая значимость результатов диссертации определяется тем, что в работе рассматриваются особенности динамики, эффекты синхронизации важного с теоретической и практической точек зрения и недостаточно изученного класса колебательных систем - фазовых осцилляторов с инерцией, которые широко используются в моделях функционирования энергетических сетей. Полученные результаты существенным образом дополняют существующие на сегодняшний день представления нелинейной теории колебаний и волн. Научно-практическая значимость работы состоит в следующем:

1. Установлены основные режимы работы модели энергосети, представляющей собой ансамбль ротаторов с инерцией. Построены карты режимов на плоскости управляющих параметров. Установлено влияние активной и реактивной мощности генераторов на поведение осцилляторов энергосети.
2. Показана важная роль нелинейной диссипации фазовых осцилляторов в достижении синхронизации ансамбля и при стабилизации синхронного поведения в случае внешних воздействиях на осцилляторы сети.
3. Значение работы для развития представлений нелинейной динамики заключается также в установлении эффектов частичной и полной синхронизации в двухслойной мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией. Были установлены эффекты синхронизации пространственных структур, как в режиме химер, так и в режиме уединенных состояний. При идентичности взаимодействующих слоев была установлена полная синхронизация

ция пространственных структур и поведения во времени. При взаимодействии слоев осцилляторов с частотной расстройкой, установлена синхронизация частот осцилляторов, что приводит к установлению одинаковых пространственных распределений мгновенных частот в двух слоях.

Апробация работы. Результаты, представленные в диссертационной работе, неоднократно докладывались на всероссийских и международных конференциях, школах и семинарах:

1. Международная конференция «Dynamics, Bifurcations and Chaos», Нижний Новгород, Россия, 16–20 июля 2018.
2. Международная конференция «Saratov Fall Meeting», Саратов, Россия, 25–29 сентября 2018.
3. Международная конференция «Workshop on Control of Self-Organizing Nonlinear Systems», Лютерштадт-Виттенберг, Германия, 20–22 августа 2019.
4. Всероссийской научной конференции «Нелинейные дни в Саратове для молодых – 2021», Саратов, Россия, 26–29 апреля 2021.

Гранты. Исследования, результаты которых вошли в настоящую диссертационную работу, проводились при поддержке Российского научного фонда (проект № 20-12-00119).

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 5 статьях, опубликованных в рецензируемых научных журналах [152–156], входящих в системы Web of Science, Scopus, рекомендованных ВАК РФ для опубликования основных научных результатов диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук. Одна работа опубликована в сборнике тезисов конференции [157]. Получено свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ [158].

Личный вклад. Все защищаемые результаты диссертационной работы получены соискателем лично. Соискателем разработаны оригинальные программы, с помощью которых проводились все численные расчеты и обработка полученных численных данных. Планирование и постановка задач, интерпретация и обсуждение результатов, написание научных статей осуществлялись совместно с научным руководителем и соавторами.

Глава 1. Особенности динамики ансамбля фазовых осцилляторов с инерцией, моделирующего работу энергосети с кольцевой топологией

1.1 Введение

Первая глава диссертационной работы посвящена изучению динамики ансамбля фазовых осцилляторов с инерцией, представляющего собой простейшую модель энергосети с кольцевой топологией. Большой интерес в области динамических систем и нелинейных процессов вызывают исследования моделей энергосетей. Энергосеть представляет собой сложную сеть связанных осцилляторов, предпочтительным режимом функционирования которой является согласованное коллективное поведение, возникающее в результате синхронизации элементов сети на базовой частоте работы энергосети. В первой главе диссертации рассматривается поведение сети с однотипными характеристиками и кольцеобразной топологией. Анализируется влияние генерируемой мощности генераторов и коэффициента инерции на синхронизацию сети. В работе исследуется идеализированная энергосеть, состоящая из десяти генераторов и десяти потребителей. С помощью метода, описанного в [112], она преобразуется к модели эффективной сети, в которой исключаются из рассмотрения потребители. При этом предполагается, что мощность всех потребителей постоянна. Исследуемая модель энергосети позволяет рассмотреть генераторы в виде связанных осцилляторов с инерцией, безразмерные параметры которых определяются большим набором реальных физических параметров. В главе дается детальное описание

исследуемой модели эффективной сети [112] и приводится пример построения эффективной сети в виде трех связанных фазовых осцилляторов.

На первом этапе исследования кольца генераторов в систему вводится неоднородность. Активная мощность одного из генераторов выбирается отличной от мощности остальных. Анализируется поведение установившихся частот генераторов сети и определяется режим функционирования при изменении активной мощности выбранного генератора и параметра инерции, одинакового для всех элементов сети. В работе продемонстрировано поведение энергосети в случае потери синхронизации одного из генераторов. На втором этапе исследования происходит повторение эксперимента по изменению мощности генератора, но с учетом реактивной мощности генератора. Также производится сравнительный анализ результатов для ансамбля из десяти и ста генераторов и потребителей, связанных в кольцо.

Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в работах [152, 153, 156].

1.2 Модель эффективной сети на основе фазовых осцилляторов с инерцией

1.2.1 Уравнение вращения ротора синхронной машины

Рассмотрим модель отдельно взятого узла энергосети. Она сводится к модели вращения ротора энергогенератора [159]. Запишем следующее уравнение для скорости вращения ротора (эта скорость равна крутящему моменту, действующему на ротор):

$$J\ddot{\delta} = \bar{T}_m - D_m\omega - \frac{1}{R}\Delta\omega - D_e\Delta\omega - T_e \quad (1)$$

где J представляет собой момент инерции (в единицах $\text{кг}\cdot\text{м}^2$), δ (рад) является углом поворота ротора относительно синхронной оси с частотой ω_R (в рад/с), где синхронная ось представляет вращение магнитного поля статора, \bar{T}_m — механический момент привода ротора (в $\text{Н}\cdot\text{м}$), D_m является коэффициентом механического трения (в $\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$), ω — угловая частота ротора (в рад/с), R — параметр регулирования (в $\frac{\text{рад}}{\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}}$), характеризующий пропорциональное управление частотой вращения ротора при отклонении частоты $\Delta\omega = \omega - \omega_R$, D_e — коэффициент затухания (в $\text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$), характеризующий потерю энергии в обмотках генератора, а T_e — замедляющий крутящий момент, связанный с электрической нагрузкой сети. Учитывая отклонение частоты $\dot{\delta} = \omega - \omega_R = \Delta\omega$, мы можем переписать уравнение (1) как:

$$J\ddot{\delta} + \bar{D}\dot{\delta} = T_m - T_e \quad (2)$$

где $\bar{D} = D_m + D_e + 1/R$ — потери, создаваемые трением на опорной частоте, а $\bar{T}_m = T_m - D_m\omega_R$ — чистый механический момент. Умножаем обе стороны уравнения (2) на ω и учитываем, что крутящий момент ($\text{Н}\cdot\text{м}$), умноженный на угловую скорость в радианах в секунду, дает мощность в ваттах. Таким образом, уравнение может быть записано в терминах мощности:

$$J\omega_R\ddot{\delta} + \bar{D}\omega_R\dot{\delta} = \frac{\omega_R}{\omega}(T_m\omega - T_e\omega) \approx \bar{P}_m - \bar{P}_e. \quad (3)$$

Далее представим правую часть уравнения через мощность: $\bar{P}_m = T_m\omega$ и $\bar{P}_e = T_e\omega$, учитывая условие, что отношение ω_R/ω почти равно единице, то есть, частота ω генератора близка к опорной частоте ω_R . Теперь разделим обе части уравнения (3) на номинальную мощность P_R (используемую в качестве базовой мощности и имеющую размерность $\text{МВ}\cdot\text{А}$), чтобы произвести нормировку величин P_m и P_e к безразмерному виду. Тогда множитель перед J становится равным $\frac{2H}{\omega_R}$, откуда имеем постоянную инерции $H = W/P_R$ (в секундах) и кинетическую энергию ротора $W = \frac{J\omega_R^2}{2}$ (в джоулях). Коэффициент диссипации

D определяется как $D = \frac{\bar{D}\omega_R}{P_R}$. В конечном итоге получаем искомое уравнение, известное как уравнение качания (swing equation) [160]:

$$\frac{2H}{\omega_R}\ddot{\delta} + \frac{D}{\omega_R}\dot{\delta} = P_m - P_e. \quad (4)$$

которое является основным уравнением движения для генератора. Переменная P_m представляет собой чистую механическую мощность, подаваемую на ротор, тогда как P_e – электрическую мощность, приходящей из сети. P_e является функцией и включает в себя переменные, явно зависящие от δ и переменные состояния других генераторов и нагрузок в сети. В литературе по энергосистемам [159, 161] особая роль уделяется моделированию динамического поведения внутреннего магнитного потока генератора, которых оказывает значительное влияние на величину P_e . Также следует учитывать нелинейную динамику регулятора, который производит контроль частоты генератора и управляет величиной напряжения возбуждающей обмотки ротора. Таким образом, величина P_e является динамической величиной, которую необходимо учитывать при моделировании энергосистем. Время t в уравнении (4) является физическим (размерным). Для определения фазы ротора в рассматриваемой системе вводится

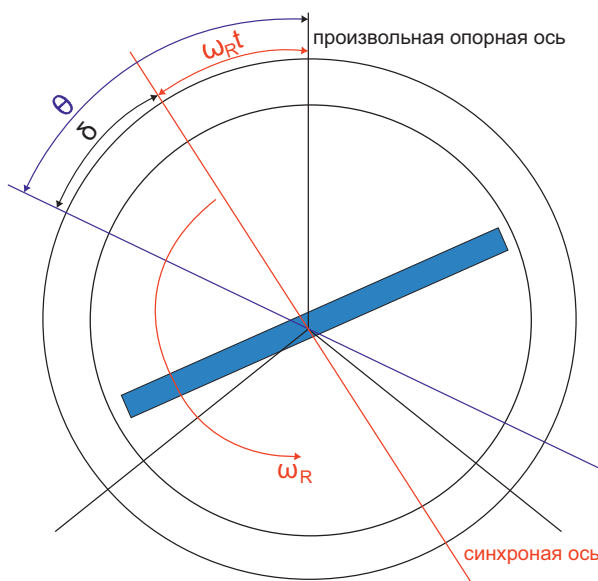


Рисунок 1.1. Параметры движения ротора генератора.

синхронно вращающаяся ось, относительно которой производится отсчет угла

δ (рисунок 1.1). Произведем переход от синхронной оси отсчета угла вращения ротора к произвольному стационарному и обозначим его θ . Связь между углами θ и δ определяется следующим выражением:

$$\theta = \omega_R t + \delta, \quad (5)$$

где $\omega_R t$ — угол поворота оси, θ — угол вращения ротора относительно произвольной стационарной оси. Таким образом, переменная δ представляет собой величину приращения к опорной частоте ω_R . Продифференцировав уравнение (5), получаем следующее равенство:

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega(t) = \omega_R + \dot{\delta}. \quad (6)$$

Для выполнения условия частотной синхронизации генератора с энергосетью необходимо выполнение условия $\dot{\delta} = \frac{d\delta}{dt} = 0$ рад/с. В этом случае частота генератора $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ равна опорной частоте сети ω_R .

1.2.2 Переход к представлению энергосети в виде эффективной сети

Перейдем к представлению энергосети, в виде эффективной сети. Базовым элементом данной модели является рассмотренное ранее уравнения качания (4). Модель эффективной сети представим в следующем виде:

$$\frac{2H_i}{\omega_R} \ddot{\delta}_i + \frac{D_i}{\omega_R} \dot{\delta}_i = A_i - \sum_{j=1, j \neq i}^{n_g} K_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}), \quad i = 1, \dots, n_g \quad (7)$$

где ω_R — опорная угловая частота для системы (в рад/с), δ_i — мгновенная частота вращения ротора i -го осциллятора относительно ω_R ; H_i (в секундах) и D_i — параметры инерции и диссипации i -го генератора, соответственно. Проводя

нормировку мощностей на величину P_R , правая часть уравнения (7) является безразмерной. В правой части уравнения использованы следующие обозначения параметров. Параметр A_i представляет собой безразмерную мощность генератора с учетом диссипативных потерь i -го генератора:

$$A_i = P_{g(active),i} - |E_i|^2 G_{ii}. \quad (8)$$

где $P_{g(active),i}$ — безразмерная генерируемая мощность генератора, $|E_i|$ — безразмерное напряжение генератора и \mathbf{G} — действительная часть безразмерной матрицы проводимости \mathbf{Y} . Параметр K_{ij} задает силу связи между осцилляторами с номерами i и j , выраженную через произведение безразмерных напряжений E_i, E_j двух связанных генерирующих узлов и комплексную матрицу проводимости Y_{ij} между ними:

$$K_{ij} = |E_i E_j Y_{ij}| \quad (9)$$

Параметр γ_{ij} характеризует фазовый сдвиг в цепи связи:

$$\gamma_{ij} = \alpha_{ij} - \frac{\pi}{2} \quad (10)$$

Безразмерная матрица \mathbf{Y} участвует в расчете параметров A_i, K_{ij}, γ_{ij} в правой части уравнения (7) и является матрицей проводимости элементов сети:

$$\mathbf{Y} = |Y_{ij}| e^{j\alpha_{ij}}, j = \sqrt{-1}. \quad (11)$$

Параметр генератора E_i относится к напряжению возбуждения ротора генератора и описывается уравнением:

$$|E_i^*|^2 = \left(\frac{P_{g(active),i}^* x_i'}{|V_i^*|} \right)^2 + \left(|V_i^*| + \frac{P_{g(reactive),i}^* x_i'}{|V_i^*|} \right)^2, \quad (12)$$

где звездочкой обозначены комплексно-сопряженные величины $|E_i^*|, P_{g(active),i}^*, P_{g(reactive),i}^*, |V_i^*|$. $P_{g(active),i}^*, P_{g(reactive),i}^*$ отвечают за вырабатываемую активную

и реактивную мощность генератора. x'_i является паразитной индуктивностью, обусловленной конструктивной особенностью электрогенераторов. $|V_i^*|$ является напряжением выходного узла генератора и связанным с ЭДС генератора $|E_i^*|$ через индуктивность x'_i . Все имеющиеся характеристики исходной сети, включая все возможные импедансы энергосети, имеют нормированных безразмерный вид. Нормировка величин производится относительно базовой мощности $P_R = 100\text{MVA}$ и напряжения $V_R = 100\text{kV}$.

В следующей электрической репрезентации схемы энергосети рассмотрена взаимосвязь физических величин и объектов, составляющую данную сеть:

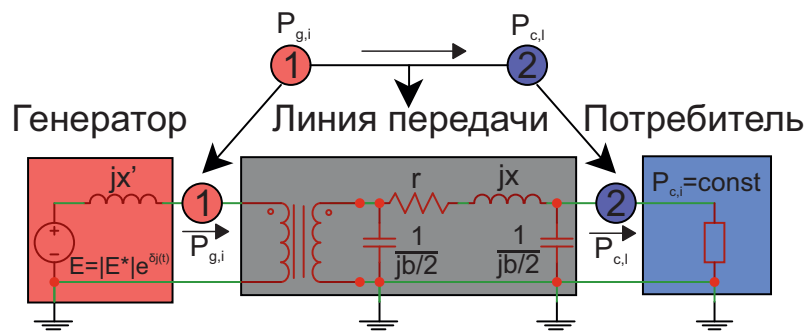


Рисунок 1.2. Схематическое представление узла "генератор - нагрузка" исходной энергосети.

На рисунке 1.2 представлена схема узла типа "генератор - нагрузка", в котором продемонстрированы три блока, составляющие энергосеть. В исследуемой модели генераторы энергосети представляются в виде внутренних узлов генераторов (далее генераторы) и внешних узлов (далее выходные узлы), связанные через паразитную индуктивность x'_i . В представленной схеме узел "1" является внешним узлом генератора, который далее соединяется с узлом нагрузки "2" через блок линии передач. Блок нагрузки может быть представлен виде комплексной проводимости $L_l = (P_{c(active),l}^* - jP_{c(reactive),l}^*)/|V_{c,l}^*|^2$ ($l = 1 \dots n_c$ общее количество потребителей) в котором $P_{c(active),l}^*$, $P_{c(reactive),l}^*$, $V_{c,l}^*$ — комплексно сопряженные величины мощности и напряжения узла нагрузки.

В таблице представлены физические характеристики сети, необходимые для расчета ансамбля фазовых осцилляторов: здесь x'_i — индуктивная прово-

Характеристики генераторов							Характеристики потребителей		
$x'_{d,i}$	H_i	D_i	$P_{g(active),i}$	$P_{g(reactive),i}$	$\omega_R(rad/s)$	$V_{g,i}$	$P_{c(active),i}$	$P_{c(reactive),i}$	$V_{c,i}$
$P_{gg(active),k}$				$P_{gg(reactive),k}$					

Таблица 1.1. Характеристики сети, необходимые для расчета параметров правых частей уравнения 7.

димось статора электрогенератора, H_i — коэффициент инерции (в секундах), D_i — безразмерный коэффициент диссипации, $V_{g,i}$ и $V_{c,i}$ — комплексные безразмерные напряжения генератора и потребителя соответственно, $P_{g(active),i}$ и $P_{g(reactive),i}$ вырабатываемые генераторами активная и реактивная мощность, $P_{c(active),l}$ и $P_{c(reactive),l}$ потребляемая пользователями энергосети активная и реактивная мощность, соответственно, ω_R — опорная частота сети представленная в рад/с. Помимо представленных физических параметров сети, стоит отметить потери связанные в выходных узлах генераторов в виде потребляемой мощности $P_{gg(active),k}$ и $P_{gg(reactive),k}$. Исследуя модель эффективной сети, пренебрежем потерями в выходных узлах генераторов то есть $P_{gg(active),k} = 0$ и $P_{gg(reactive),k} = 0$ где $k = 1 \dots n_{gg}$ — общее количество выходных узлов.

Основным принципом метода эффективной сети [112] является сокращение числа уравнений, необходимых для описания энергосети, путем оптимизации первоначальной рассматриваемой топологии. Необходимым условием для проведения оптимизации сети является постоянные во времени мощности потребителей $P_{c(active),l}$, $P_{c(reactive),l}$. На рисунке 1.3 приведена схема в случае метода эффективной сети применительно к соединению типа ”генератор - нагрузка - генератор”:

Рисунок 1.3 демонстрирует оптимизацию энергосети посредством сокращения узлов потребителей. Представленный метод позволяет рассматривать взаимодействие узлов, связанных с генерацией энергии. Из рисунка 1.3 также видно,

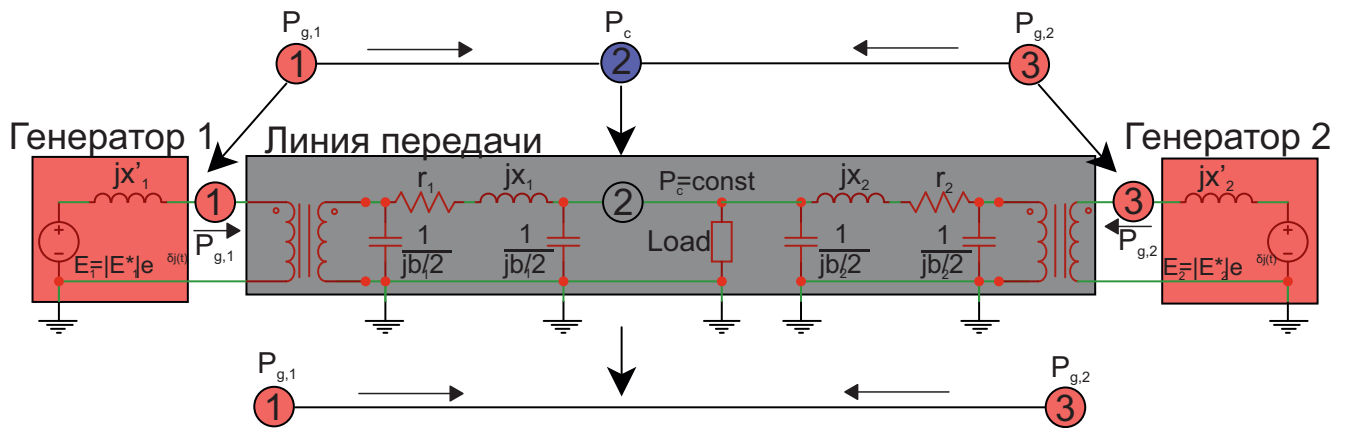


Рисунок 1.3. Схематехническое представление узла ”генератор - нагрузка - генератор” энергосети в случае модели эффективной сети.

что характеристики и параметры сокращенных узлов потребителей учитываются в линии передач между узлами генераторов.

Рассмотрим более подробно метод сокращения узлов потребителей и алгоритм формирования матрицы проводимости \mathbf{Y} четырехполюсника представленного на рисунке 1.4. Линии передач между узлами энергосети рассматриваются в виде набора величин комплексных проводимостей. С помощью программного комплекса MATPOWER [162] произведем формирование матрицы проводимости \mathbf{Y} . Определим параметры правой части уравнения A_i , K_{ij} и γ_{ij} представляя алгоритм программы MATPOWER. Первый этап алгоритма состоит в формировании матрицы проводимости линии передач. Линия передачи представляет собой четырехполюсник, задаваемый следующей матрицей безразмерных проводимостей:

$$\mathbf{Y}^s = \begin{pmatrix} Y_{11}^s & Y_{12}^s \\ Y_{21}^s & Y_{22}^s \end{pmatrix}, \quad (13)$$

Значения элементов Y_{11}^s , Y_{12}^s , Y_{21}^s , Y_{22}^s рассчитываются с помощью характеристик линии передач, представленных в следующем рисунке:

Все линии передачи переменного тока, трансформаторы моделируются с помощью общей модели цепи линии передачи (π -модели) [163], которая включает в себя последовательный импеданс $z_s = r_s + jx_s$ где $j = \sqrt{-1}$, $s = 1 \dots N_s$ —

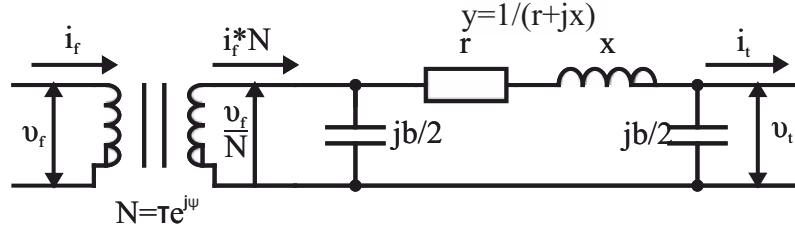


Рисунок 1.4. Линия передач представленная в виде π -модели.

номер линии связи и величину проводимости b_s с последовательно включенным идеальным трансформатором. Трансформатор имеет коэффициент трансформации τ_s и угол сдвига фаз ψ_s . Комплексные величины токов i_f и i_t на входе и выходе четырехполюсника, могут быть выражены с помощью матрицы проводимости \mathbf{Y}^s и соответствующих напряжений v_f и v_t на концах четырехполюсника:

$$\begin{bmatrix} i_f \\ i_t \end{bmatrix} = \mathbf{Y}^s \begin{bmatrix} v_f \\ v_t \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Выразив в π -модели последовательный импеданс через проводимость $y_s = 1/z_s$, матрицу проводимости можно записать в следующем виде:

$$\mathbf{Y}^s = \begin{pmatrix} (y_s + j \frac{b_s}{2}) \frac{1}{\tau_s^2} & -y_s \frac{1}{\tau_s e^{-j\psi_s}} \\ -y_s \frac{1}{\tau_s e^{j\psi_s}} & y_s + j \frac{b_s}{2} \end{pmatrix}, \quad (15)$$

Рассчитав все возможные четырехполюсники линий передач \mathbf{Y}^s в соответствии с алгоритмом, описанным в [164] объединим все полученные матрицы \mathbf{Y}^s в единую матрицу проводимости \mathbf{Y}^0 которая имеет вид:

$$\mathbf{Y}^0 = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}^{ee} & \mathbf{Y}^{eo} \\ \mathbf{Y}^{oe} & \mathbf{Y}^{oo} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где \mathbf{Y}^{ee} , \mathbf{Y}^{eo} , \mathbf{Y}^{oe} , \mathbf{Y}^{oo} — блоки с буквенным обозначением, представляющие собой матрицы. Размерность матрицы \mathbf{Y}^0 определена как $(n_g + n_{gg} + n_c) \times (n_g + n_{gg} + n_c)$ где n_g, n_{gg}, n_c общее количество генераторов, внешних узлов и потребителей соответственно. Матрица \mathbf{Y}^{ee} имеет размерность $n_{gg} \times n_{gg}$ и содержит сгруппированные элементы собственных проводимостей выходных узлов, тогда как матрицы \mathbf{Y}^{eo} (размерность $n_{gg} \times (n_{gg} + n_c)$) и \mathbf{Y}^{oe} (размерность

$(n_{gg} + n_c) \times n_{gg}$) содержат взаимные проводимости между выходными узлами и потребителями сети. В матрице \mathbf{Y}^{oo} (размерность $(n_{gg} + n_c) \times (n_{gg} + n_c)$) сгруппированы собственные проводимости выходных узлов и потребителей. Полученную матрицу \mathbf{Y}^0 , преобразовывают с учетом мощности потребителей и потерь на выходных узлах. Запишем новую матрицу комплексных проводимостей в следующем виде:

$$\bar{\mathbf{Y}}^0 = \begin{pmatrix} \mathbf{Y}^{ee} + \mathbf{F} & \mathbf{Y}^{eo} \\ \mathbf{Y}^{oe} & \mathbf{Y}^{oo} + \mathbf{L} \end{pmatrix}, \quad (17)$$

$$\mathbf{F} = \text{diag}\left(\frac{P_{gg(active),i=1} - jP_{gg(reactive),i=1}}{|V_{g,i=1}|^2}, \dots, \frac{P_{gg(active),i=n_g} - jP_{gg(reactive),i=n_g}}{|V_{g,i=n_g}|^2}\right),$$

$$\mathbf{L} = \text{diag}\left(\frac{P_{gg(active),ll=1} - jP_{gg(reactive),ll=1}}{|V_{g,ll=1}|^2}, \dots, \frac{P_{gg(active),ll=n_{gg}} - jP_{gg(reactive),ll=n_{gg}}}{|V_{g,ll=n_{gg}}|^2}, \dots, \frac{P_{c(active),ll=n_{gg}+1} - jP_{c(reactive),ll=n_{gg}+1}}{|V_{c,ll=n_{gg}+1}|^2}, \dots, \frac{P_{c(active),ll=n_{gg}+n_c} - jP_{c(reactive),ll=n_{gg}+n_c}}{|V_{c,ll=n_{gg}+n_c}|^2}\right)$$

$$i = 1 \dots n_g, ll = 1 \dots n_{gg} + n_c$$

где матрица \mathbf{Y}^{ee} суммируется с диагональной матрицей \mathbf{F} (размерность $n_{gg} \times n_{gg}$), учитывающей потребляемую мощность выходных узлов. Тогда как матрица \mathbf{Y}^{oo} суммируется с диагональной матрицей \mathbf{L} (размерность $(n_{gg} + n_c) \times (n_{gg} + n_c)$), учитывающей как потребляемую мощность выходных узлов так и мощность потребителей. Устранение элементов потребляющих энергию достигается за счет условия постоянства во времени активной и реактивной мощности потребителей $P_{c(active),l} = const$ и $P_{c(reactive),l} = const$ соответственно. Далее происходит сокращение матриц в $\bar{\mathbf{Y}}^0$ методом Крона [115]. Данный метод используется для уменьшения или устранения желаемого узла без необходимости повторения шагов, как при устранении по Гауссу. Сокращение матриц \mathbf{Y}^{eo} , \mathbf{Y}^{oe} , $(\mathbf{Y}^{oo} + \mathbf{L})$ в матрице $\bar{\mathbf{Y}}^0$ (17), производится по формуле:

$$\mathbf{Y}' = (\mathbf{Y}^{ee} + \mathbf{F}) - \mathbf{Y}^{oe}(\mathbf{Y}^{oo} + \mathbf{L})^{-1}\mathbf{Y}^{eo},$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Y}'(\mathbf{1} + \mathbf{X}^{-1}\mathbf{Y}')^{-1} \quad (18)$$

$$\mathbf{X} = \text{diag}((jx'_1)^{-1}, \dots, (jx'_{n_g})^{-1}).$$

При сокращении матриц, связанных с выходными узлами и узлами потребления, также производится учет линий передач между генераторами и выходными узлами, где \mathbf{X} — диагональная матрица элементов $(jx'_{i=1\dots n_g})^{-1}$, имеющая размерность $n_g \times n_g$. Полученная матрица \mathbf{Y} имеет размерность $n_g \times n_g$ и используется для дальнейшего расчета параметров правой части фазовых уравнений энергосети (7). Преобразование также затрагивает начальную топологию энергосети, формируя глобально связанную сеть осцилляторов, узлами которой выступают генераторы. Преимуществом такой топологической модели является рассмотрение взаимодействия генераторов энергосети без учета сложной динамики потребителей.

1.3 Пример эффективной модели энергосети в виде трехзвенной цепи фазовых осцилляторов

В качестве примера рассмотрим простую сеть из трех фазовых осцилляторов с инерцией:

исследуемая сеть состоит из девяти элементов (рисунок 1.5(а)). Общее количество элементов определяется как $N = 2n_g + n_l$, где n_g — это элементы, которые относятся к генераторам. Так как генераторы всегда представлены через выходные узлы трансформаторов, общее количество узлов со стороны генераторов умножается на два и n_l представляет собой общее количество элементов нагрузок. Таким образом, исследуемая сеть имеет $n_g = 3$ генератора и $n_l = 3$ нагрузки.

С помощью рассчитанной матрицы проводимости \mathbf{Y} (18) определим параметры для трех исследуемых узлов генераторов, полученных в результате применения метода эффективной сети:

$$A_1 = P_{g(active),1} - |E_1|^2 G_{11}, \quad A_2 = P_{g(active),2} - |E_2|^2 G_{22}, \quad A_3 = P_{g(active),3} - |E_3|^2 G_{33}, \quad (19)$$

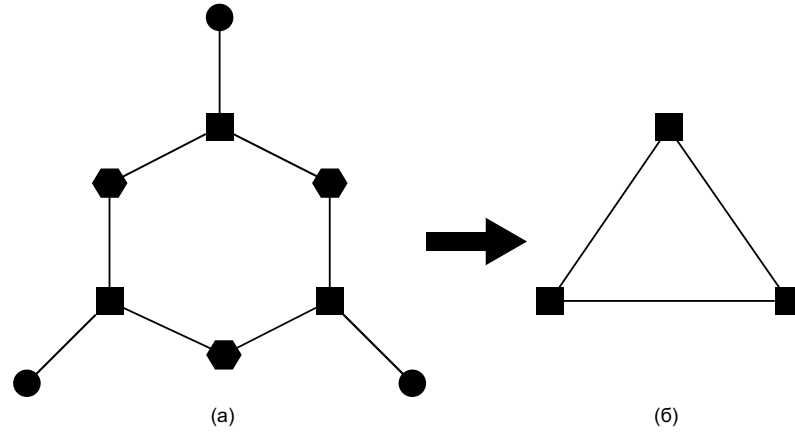


Рисунок 1.5. Схема преобразования исходной сети в модели эффективной сети: (а) топология исходной сети, кругом обозначаются генераторы, квадратом — выходные узлы (трансформаторы) и шестиугольником обозначены постоянные нагрузки энергосети; (б) топология модели эффективной сети, квадратом обозначаются генераторы.

$$K_{12} = |E_1 E_2 Y_{12}^{EN}|, \quad K_{13} = |E_1 E_3 Y_{13}^{EN}|, \quad K_{23} = |E_2 E_3 Y_{23}^{EN}|, \quad (20)$$

$$\gamma_{12} = \alpha_{12} - \frac{\pi}{2}, \quad \gamma_{13} = \alpha_{13} - \frac{\pi}{2}, \quad \gamma_{23} = \alpha_{23} - \frac{\pi}{2}, \quad (21)$$

Окончательно получим систему уравнений рассматриваемой сети:

$$\begin{cases} \frac{2H_1}{\omega_R} \ddot{\delta}_1 + \frac{D_1}{\omega_R} \dot{\delta}_1 = A_1 - K_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2 - \gamma_{12}) - K_{13} \sin(\delta_1 - \delta_3 - \gamma_{13}), \\ \frac{2H_2}{\omega_R} \ddot{\delta}_2 + \frac{D_2}{\omega_R} \dot{\delta}_2 = A_2 - K_{12} \sin(\delta_1 - \delta_2 - \gamma_{12}) - K_{23} \sin(\delta_2 - \delta_3 - \gamma_{23}), \\ \frac{2H_3}{\omega_R} \ddot{\delta}_3 + \frac{D_3}{\omega_R} \dot{\delta}_3 = A_3 - K_{13} \sin(\delta_1 - \delta_3 - \gamma_{13}) - K_{23} \sin(\delta_2 - \delta_3 - \gamma_{23}). \end{cases} \quad (22)$$

Перепишем систему уравнений (22) в следующем виде:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y_1, \\ \dot{y}_1 = (A_1 - K_{12} \sin(x_1 - x_2 - \gamma_{12}) - K_{13} \sin(x_1 - x_3 - \gamma_{13}) - \frac{D_1}{\omega_R} y_1) \frac{\omega_R}{2H_1}, \\ \dot{x}_2 = y_2, \\ \dot{y}_2 = (A_2 - K_{12} \sin(x_1 - x_2 - \gamma_{12}) - K_{23} \sin(x_2 - x_3 - \gamma_{23}) - \frac{D_2}{\omega_R} y_2) \frac{\omega_R}{2H_2}, \\ \dot{x}_3 = y_3, \\ \dot{y}_3 = (A_3 - K_{13} \sin(x_1 - x_3 - \gamma_{13}) - K_{23} \sin(x_2 - x_3 - \gamma_{23}) - \frac{D_3}{\omega_R} y_3) \frac{\omega_R}{2H_3}, \end{cases} \quad (23)$$

где x_{0,n_g} и y_{0,n_g} начальные условия n -го осциллятора ($n_g \in \{1, 2, 3\}$), характеризующие фазу и частоту вращения, соответственно. Так как фазы рассматриваемых осцилляторов постоянно растут во времени, для исследования системы удобно использовать значения фаз, приведенные к интервалу $[0, 2\pi]$. Рассмотрим первый случай работы энергосистемы, в котором условие синхронизации мгновенных частот вращения $y_1 = y_2 = y_3$ не выполняется. Для начала определим параметры энергосети, такие как полная генерируемая мощность генератора и полная мощность потребления нагрузки. С помощью программы MATPOWER [162] были получены параметры генерируемой мощности генератора: $P_{g(active),1} = 71,64$, $P_{g(reactive),1} = 27,05$, $P_{g(active),2} = 163$, $P_{g(reactive),2} = 6,65$, $P_{g(active),3} = 85$, $P_{g(reactive),3} = -10,86$; параметры полной мощности потребления: $P_{c(active),1} = 125$, $P_{c(reactive),1} = 50$, $P_{c(active),2} = 90$, $P_{c(reactive),2} = 30$, $P_{c(active),3} = 100$, $P_{c(reactive),3} = 35$ и параметры модели эффективной сети: $A_1 = -0,2276$, $A_2 = 1,1668$, $A_3 = 0,5635$, $K_{12} = 1,7089$, $K_{13} = 1,3361$, $K_{23} = 1,184$, $\gamma_{12} = -0,1875$, $\gamma_{13} = -0,1694$, $\gamma_{23} = -0,1964$, $H_1 = 23,64$ с., $H_2 = 6,4$ с., $H_3 = 3,01$ с., $D_{1,2,3} = 50$, $\omega_R = 314,1593$ рад/с.

В качестве инструмента анализа будем использовать сечение Пуанкаре траекторий системы (23) заданной плоскостью $x_1 = const$. Анализ заключается в наблюдении угловых координат $x_{2,3}$ осцилляторов относительно выбранной плоскости x_1 . Для этого выбирается некоторый малый интервал значений переменной x_1 вблизи $x_1 = x_1^*$. Если траектория в проекции на x_1 попадает в этот интервал $(x_1^* - \varepsilon; x_1^* + \varepsilon)$ ($\varepsilon \approx 1 \cdot 10^{-6}$), то соответствующие значения $x_{1,2}$ наносятся на график. Полученные значения фаз строятся в зависимости от времени $x_{1,2}(t)$. Анализируя полученные данные, можно судить об изменении фаз исследуемых осцилляторов относительно заданного.

Устанавливая значение $x_1^* = 3$ будем наблюдать за изменением фаз второго и третьего осцилляторов относительно первого, выполняя построения зависимостей их сечений Пуанкаре от времени. В случае синхронизации, фазы осцилляторов $x_{1,2}$ в сечении остаются неизменными. При этом наблюдаются

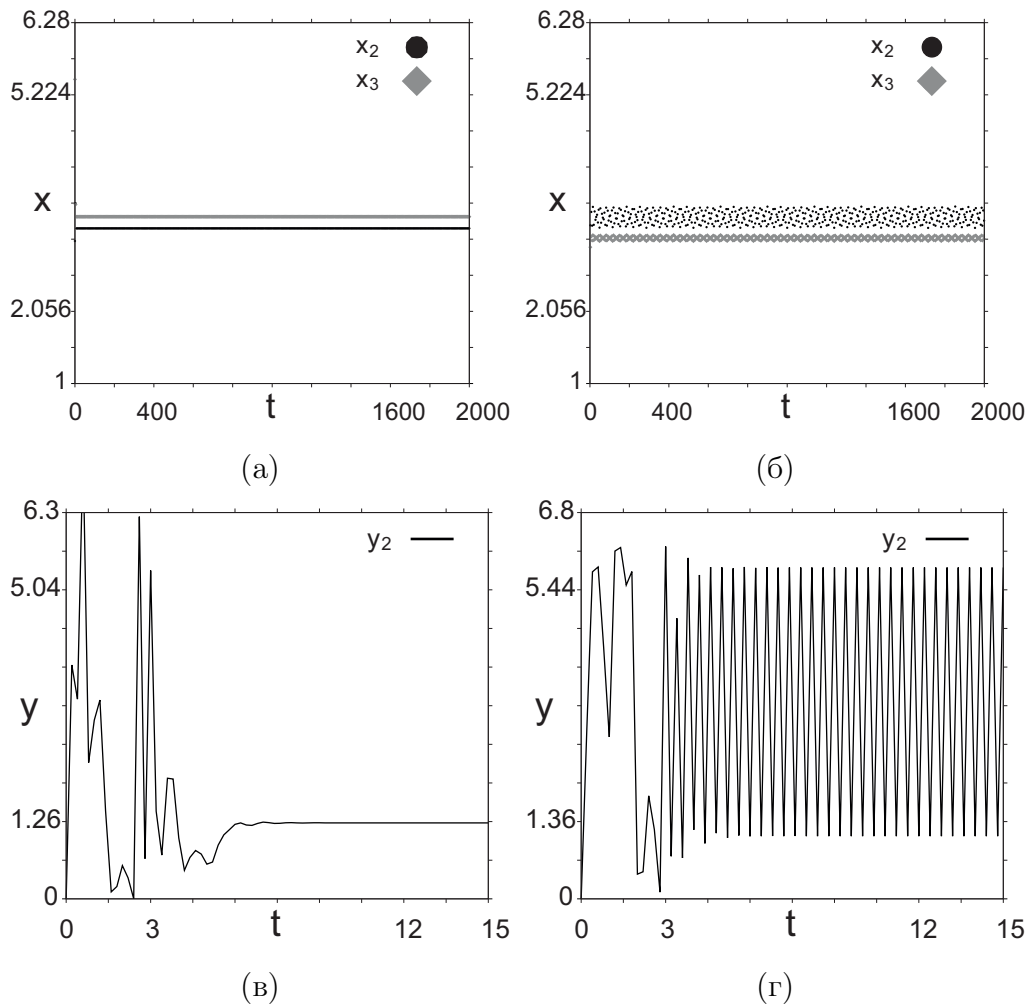


Рисунок 1.6. Зависимость от времени координат точки в сечении траектории плоскостью $x_1 = 3$ (а) - для начальных условий (1), (б) - для начальных условий (2), черные точки для x_2 , серые для x_3 . Зависимость мгновенной частоты осциллятора $i = 2$ в случае синхронного (в) и не синхронного (г) поведения при начальных условиях (1) и (2) соответственно. Начальное условие (1) - $x_{1,t=0} = 0$, $y_{1,t=0} = 0$, $x_{2,t=0} = 2.0944$, $y_{2,t=0} = 0$, $x_{3,t=0} = 4.1885$, $y_{3,t=0} = 0$; и (2) - $x_{1,t=0} = 0.1745$, $y_{1,t=0} = 0$, $x_{2,t=0} = 2.0449$, $y_{2,t=0} = 0$, $x_{3,t=0} = 4.1885$, $y_{3,t=0} = 0$.

два типичных случая поведения осцилляторов: случай, когда мгновенные частоты всех осцилляторов равны между собой (синхронный режим) и случай, когда мгновенные частоты осцилляторов не равны между собой (асинхронный режим). На графике 1.6а режиму синхронизации соответствует прямая линия, параллельная оси абсцисс. При отсутствии синхронизации фазы осцилляторов

в сечении Пуанкаре будут изменяться. Таким образом, мы можем исследовать поведение мгновенных частот при помощи заданной плоскости сечения Пуанкаре.

Рассмотрим теперь поведение системы при изменении начальных условий. Рисунок 1.6а свидетельствует о том, что при начальных условиях $x_{1,t=0} = 0$, $y_{1,t=0} = 0$, $x_{2,t=0} = 2.0449$, $y_{2,t=0} = 0$, $x_{3,t=0} = 4.1885$, $y_{3,t=0} = 0$ с течением времени в системе (23) устанавливается режим, соответствующий синхронной работе энергосети. С другой стороны, можно задать начальные условия так, что система не придет в режим синхронной работы с течением времени (например, $x_{1,t=0} = 0.1745$, $y_{1,t=0} = 0$, $x_{2,t=0} = 2.0449$, $y_{2,t=0} = 0$, $x_{3,t=0} = 4.1885$, $y_{3,t=0} = 0$ на рисунке 1.6б). Приведены также зависимости мгновенной частоты выбранного осциллятора от времени для иллюстрации процесса установления режима синхронной работы энергосети (рисунок 1.6в) и иллюстрации случая, когда такой режим не устанавливается (рисунок 1.6г). По рисункам видно, что в случае синхронизации мгновенные частоты постоянны, а в случае её отсутствия мгновенная частота несинхронизованного генератора меняется периодически.

Произведем сравнение режимов работы энергосети для различных параметров осцилляторов. Для этого изменим значения активной мощности одного из осцилляторов. Увеличим активную мощность второго генератора $P_{g(active),2} = 163$ до значения $P_{g(active),2} = 219$. Новые параметры модели эффективной сети будут выглядеть следующим образом: $A_1 = -0,2276$, $A_2 = 1,7238$, $A_3 = 0,5635$, $K_{12} = 1,7274$, $K_{13} = 1,333$, $K_{23} = 1,1982$, $\gamma_{12} = -0,1912$, $\gamma_{13} = -0,1726$, $\gamma_{23} = -0,1959$, $H_1 = 23,64$ с., $H_2 = 6,4$ с., $H_3 = 3,01$ с., $D_{1,2,3} = 50$, $\omega_R = 314,1593$ рад/с. Проведем исследование при наборе начальных условий, рассматриваемых выше и приводящих к синхронному режиму (начальное условие (1)). Расчеты показали, что система остается в синхронном режиме работы фазовых осцилляторов при изменении активной мощности (рисунок 1.7а). Реализация колебаний во времени (рисунок 1.7б) показывает, что мгновенные частоты осцилляторов за очень короткий промежуток времени

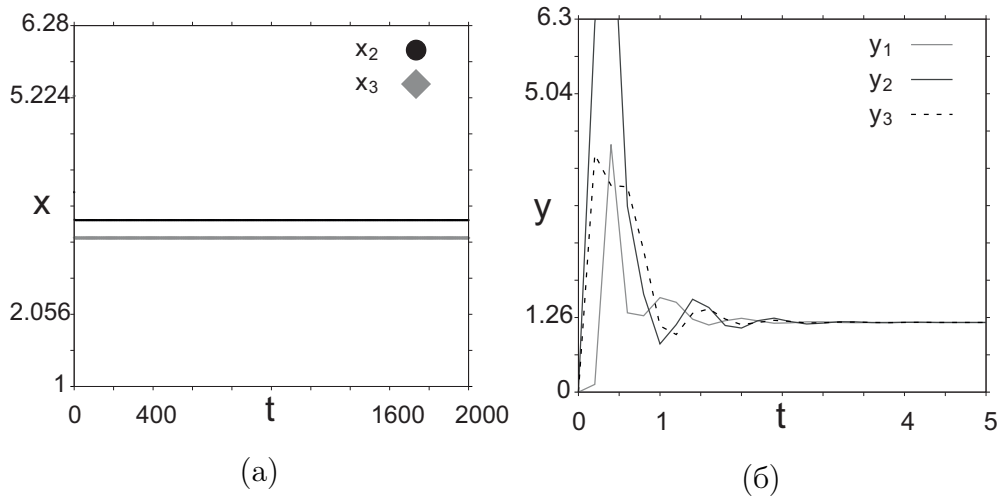


Рисунок 1.7. Зависимость от времени координат точки в сечении траектории плоскостью $x_1 = 3$ для любых начальных условий (а), черные точки для x_2 , серые для x_3 ; временная реализация мгновенных частот осцилляторов (б), черная линия для переменной \dot{x}_1 , пунктирная линия для переменной \dot{x}_2 , пунктирная линия с точками для переменной \dot{x}_3 .

становятся постоянными и равными между собой $\dot{x}_1 = \dot{x}_2 = \dot{x}_3 = 1,1769$ рад/с., то есть в системе связанных осцилляторов происходит фазовая синхронизация.

Для сравнения собственных частот осцилляторов рассмотрим их девиацию относительно опорной частоты $\omega_R/2\pi = 50$ Гц. Произведем вычисления собственных частот \tilde{f}_i для обоих режимов работы энергосистемы по формуле:

$$\tilde{f}_i = \omega_R(1 + A_i/D_0)/2\pi. \quad (24)$$

В случае набора активных мощностей $P_{g(active),1} = 71,64$; $P_{g(active),2} = 163$; $P_{g(active),3} = 85$ эти частоты были равными следующим значениям: $\tilde{f}_1 = 49,77$ Гц, $\tilde{f}_2 = 51,17$ Гц, $\tilde{f}_3 = 50,56$ Гц. При увеличении активной мощности равной $P_{g(active),2} = 219$ собственная частота осциллятора $i = 2$ возрастает до значения $\tilde{f}_2 = 51,72$ Гц. Важно заметить, что в обоих случаях частоты \tilde{f}_1 и \tilde{f}_3 соответствующих осцилляторов были выбраны близкими к опорной частоте, тогда как частота \tilde{f}_2 второго осциллятора отличается значительно. Из полученных результатов можно установить, что увеличение генерируемой мощности генератора приводит к увеличению его собственной частоты вращения.

Проведем несколько численных экспериментов, чтобы показать различия между двумя режимами работы энергосетей. В первом случае рассмотрим систему при воздействии аддитивного белого гауссовского шума. Добавим шум в каждое уравнение системы (23) и получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y_1, \\ \dot{y}_1 = (A_1 - K_{12} \sin(x_1 - x_2 - \gamma_{12}) - K_{13} \sin(x_1 - x_3 - \gamma_{13}) - \frac{D_1}{\omega_R} y_1 + \sqrt{2\varepsilon_1} \xi_1(t)) \frac{\omega_R}{2H_1}, \\ \dot{x}_2 = y_2, \\ \dot{y}_2 = (A_2 - K_{12} \sin(x_1 - x_2 - \gamma_{12}) - K_{23} \sin(x_2 - x_3 - \gamma_{23}) - \frac{D_2}{\omega_R} y_2 + \sqrt{2\varepsilon_2} \xi_2(t)) \frac{\omega_R}{2H_2}, \\ \dot{x}_3 = y_3, \\ \dot{y}_3 = (A_3 - K_{13} \sin(x_1 - x_3 - \gamma_{13}) - K_{23} \sin(x_2 - x_3 - \gamma_{23}) - \frac{D_3}{\omega_R} y_3 + \sqrt{2\varepsilon_3} \xi_3(t)) \frac{\omega_R}{2H_3}, \end{cases} \quad (25)$$

где ε_i - интенсивность шума, $\xi_i(t)$ - независимые нормированные источники гауссова белого шума. Выберем для воздействия шума на систему промежуток времени от $t_{\varepsilon_1} = 500c.$ до $t_{\varepsilon_2} = 1500c.$ ($\varepsilon_{1,2,3} = \varepsilon_0$ при $T \in [t_1, t_2]$, и $\varepsilon_{1,2,3} = 0$ при $t \notin [t_1, t_2]$) и исследуем режимы при высокой интенсивности шума $\varepsilon_{1,2,3} \sim 0, 1.$ На рисунке 1.8а для начальных условий с различными мгновенными частотами, видно, что после отключения воздействия шума возможна рассинхронизация осцилляторов. Данное явление можно наблюдать и при достаточно низких интенсивностях шума. При этом, с увеличением шума в системе вероятность потери синхронного режима возрастает. Воздействие шума в начальный момент времени влечет за собой потерю синхронизации осцилляторах (в случае на рисунке 1.8в — в первом \dot{x}_1 и втором \dot{x}_2). Пример начальных условий с одинаковыми мгновенными частотами осцилляторов показал очень высокую устойчивость к шуму (рисунок 1.8б). Отметим, что этот режим является устойчивым к воздействию шума даже в начальный период времени (рисунок 1.8г), когда мгновенная частота претерпевает значительные изменения, но стремится в равновесное состояние.

Также рассмотрим поведение системы при воздействии на нее прямоугольного импульса, который моделирует скачек мощности в энергосети. Будем

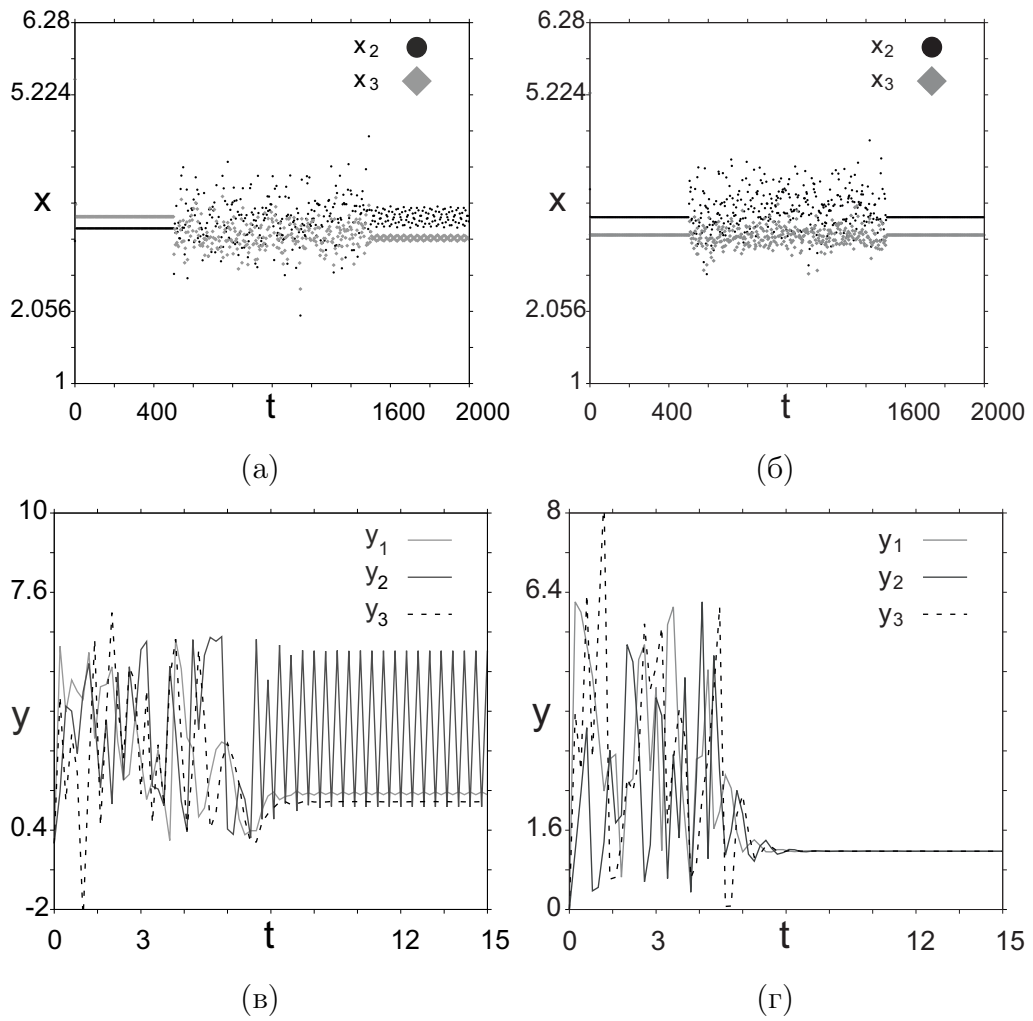


Рисунок 1.8. (а,б) – Зависимость от времени координат точки в сечении траектории плоскостью $x_1 = 3$ в случае начальных условий с различными и одинаковыми мгновенными частотами, соответственно, черные точки – для x_2 , серые – для x_3 , (в,г) – временные реализации мгновенных частот, построенные при начальных условиях с различными и одинаковыми мгновенными частотами, соответственно, сплошная линия – для переменной \dot{x}_1 , пунктирная – для переменной \dot{x}_2 , штрихпунктирная – для переменной \dot{x}_3 .

воздействовать импульсом на второе уравнение рассматриваемой системы для

различных начальных условий. Уравнения системы (23) примут вид:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = y_1, \\ \dot{y}_1 = (A_1 - K_{12} \sin(x_1 - x_2 - \gamma_{12}) - K_{13} \sin(x_1 - x_3 - \gamma_{13}) - \frac{D_1}{\omega_R} y_1) \frac{\omega_R}{2H_1}, \\ \dot{x}_2 = y_2, \\ \dot{y}_2 = (A_2 - K_{12} \sin(x_1 - x_2 - \gamma_{12}) - K_{23} \sin(x_2 - x_3 - \gamma_{23}) - \frac{D_2}{\omega_R} y_2 + \text{rect}(t)) \frac{\omega_R}{2H_2}, \\ \dot{x}_3 = y_3, \\ \dot{y}_3 = (A_3 - K_{13} \sin(x_1 - x_3 - \gamma_{13}) - K_{23} \sin(x_2 - x_3 - \gamma_{23}) - \frac{D_3}{\omega_R} y_3) \frac{\omega_R}{2H_3}, \end{cases} \quad (26)$$

где $\text{rect}(t)$ – прямоугольный импульс с заданной амплитудой и длительностью.

Установим длительность импульса $t_{\text{rect}} = 1000\text{с.}$, время включения импульса

$t_{\text{start}} = 500\text{с.}$ и амплитуду воздействия $A_{\text{rect}} = 1,9$.

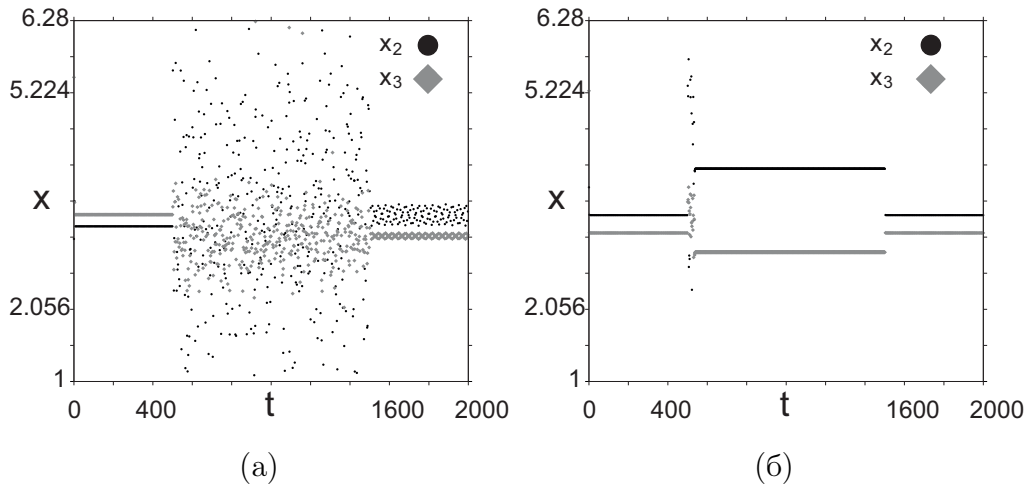


Рисунок 1.9. Зависимость от времени координат точки в сечении траектории плоскостью $x_1 = 3$ в случае различных (а) и одинаковых (б) мгновенных частот начальных условий. Черные точки отмечают x_2 , серые – x_3 .

При воздействии прямоугольным импульсом на связанные фазовые осцилляторы, мгновенные частоты которых не равны в начальный момент времени счета, система теряет синхронный режим. Мгновенные частоты всех осцилляторов в таком случае меняются по периодическому закону. После прекращения воздействия система не восстанавливается в своё первоначальное состояние и продолжает работать в асинхронном режиме (рисунок 1.9а). Возмущение

системы, в случае начальных условий с совпадающими мгновенными частотами, приводит к иному поведению осцилляторов. На начальном этапе времени возмущения система претерпевает короткую пертурбацию мгновенных частот и затем устанавливается новый синхронный режим (рисунок 1.9б). После прекращения воздействия на систему, энергосеть переходит в первоначальный синхронный режим работы.

В реальных энергосетях необходимо учитывать случаи разрыва связей между генераторами. Моделируя такую ситуацию, будем устранять одну из связей в системе уравнений (23). Устраним связь в промежутке времени от $t1_{link} = 500c.$ до $t2_{link} = 1500c.$, имитируя, таким образом, аварийный режим, обусловленный неисправностью в линии передач. Момент включения слагаемого связи соответствует восстановлению линии передач. Как видно на рисунке 1.10(а-е), в случае различных начальных условий, осцилляторы проявили себя одинаковым образом: при устранении одной из связей осцилляторы переходят на новый синхронный режим и после восстановления связи возвращаются обратно в прежнее синхронное состояние.

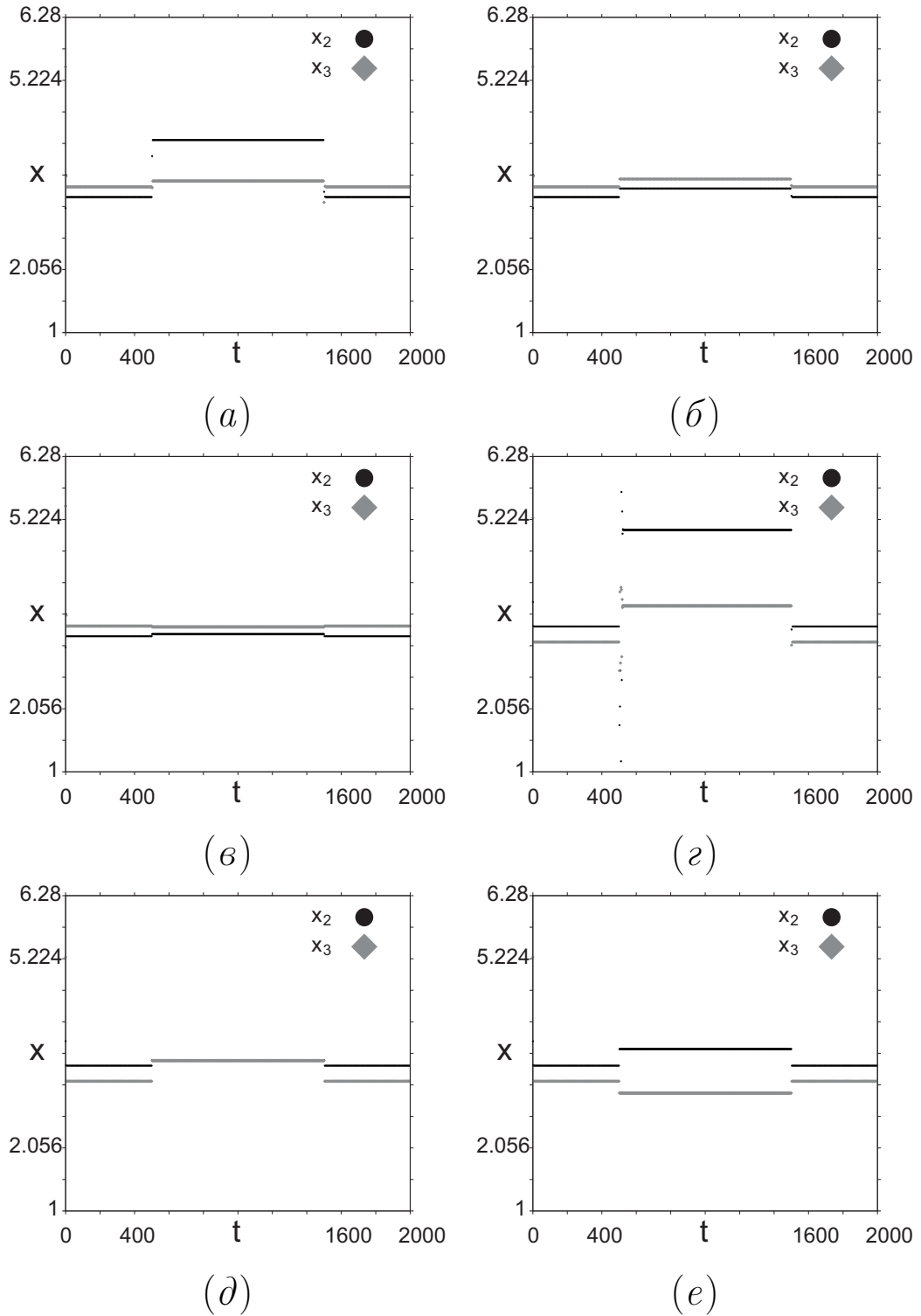


Рисунок 1.10. Зависимость от времени координат точки в сечении траектории плоскостью $x_1 = 3$ в случае с различными (а,б,в) и одинаковыми (г,д,е) мгновенными частотами начальных условий при удалении различных связей: (а,г) K_{12} ; (б,д) K_{13} и (в,е) K_{23} . Черными точками обозначено для x_2 , а серыми — для x_3 .

1.4 Влияние генерируемой мощности генераторов на частотные характеристики энергосети

В данном разделе производится исследование ансамбля фазовых осцилляторов в случае изменения активной и реактивной мощностей в одном из фазовых осцилляторов. Рассмотрим режимы энергосети, моделируемой уравнениями связанных осцилляторов (7). Используя метод, предложенный в [112], получим сеть фазовых осцилляторов, поведение которой описывает динамику сети связанных генераторов. Топология исходной и преобразованной сети приведены на рисунке 1.11.

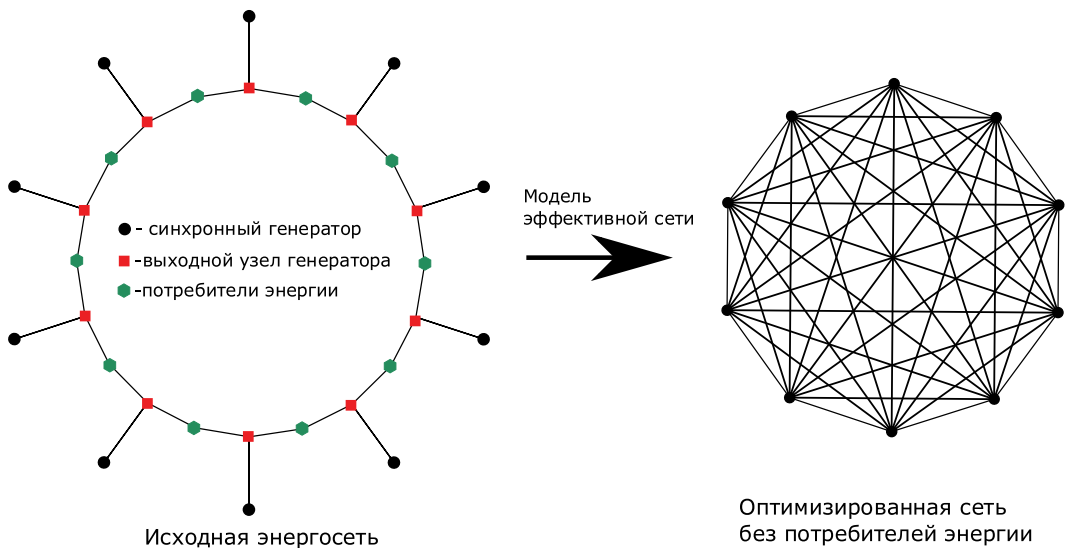


Рисунок 1.11. Исходная сеть с кольцевой топологией и её оптимизированная модель.

Сеть, представленная на рисунке 1.11, имеет кольцевую топологию и состоит из десяти генераторов $n_g = 10$ и десяти потребителей $n_c = 10$, генераторы в свою очередь соединены в кольцо через выходные узлы ($n_{gg} = 10$). Используя метод эффективной сети [112] сократим набор дифференциальных уравнений необходимых для описания энергосистемы. Конечная система будет представлять 10 фазовых осцилляторов, которые описывают поведение генера-

торов энергосети и моделируются уравнениями (7). При использовании предложенного в [112] метода, топология сети претерпевает изменения. Полученная топология не имеет элементов, связанных с потребителями и выходными узлами генераторов, что приводит к упрощению системы уравнений и уменьшению времени счета. В таком случае топология первичной энергосети преобразуется в топологию глобально связанных генераторов с типом связи «все со всеми» (рисунок 1.11).

Рассмотрим набор физических величин исходной энергосети (рисунок 1.11) и приведем набор характеристик в случае исследования активной и реактивной мощности выбранного осциллятора:

Характеристики генераторов							Характеристики потребителей			
x'_i	H_i	D_i	$P_{g(active),i=5}$	$P_{g(active),i \neq 5}$	$P_{g(reactive),i}$	ω_R	$V_{g,i}$	$P_{c(active),i}$	$P_{c(reactive),l}$	$V_{c,l}$
0.0608	$1 \div 24c$	50	$0 \div 600$	200	0	314.15 рад/с	1.04	200	0	1.04

Таблица 1.2. Характеристики исходной энергосети в случае исследования активной мощности.

В таблице 1.2 представлены характеристики исходной сети для случая исследования активной мощности генератора энергосети. При исследовании влияния активной мощности одного из генераторов на функционирование энергосети, описанном в разделе 1.4.1, производится изменение параметров постоянной инерции H_i для каждого осциллятора и величины генерируемой безразмерной мощности $P_{g(active),i}$, $i = 1 \dots n_g$ одного выбранного осциллятора энергосети (осциллятор $i = 5$). Влияние реактивной мощности генераторов $P_{g(reactive),i}$ и потребителей $P_{c(reactive),l}$, $l = 1 \dots n_c$ не рассматривается, поэтому для каждого элемента сети это значение равно нулю.

В таблице 1.3 представлены характеристики исходной сети в случае исследования влияния реактивной мощности 1.4.2 на поведение сети выбранного генератора. В разделе 1.4.2, посвященном влиянию реактивной мощности, аналогично предыдущему численному эксперименту, изменяется коэффициент инер-

Характеристики генераторов								Характеристики потребителей			
$x'_{d,i}$	H_i	D_i	$P_{g(active),i=5}$	$P_{g(active),i\neq 5}$	$P_{g(reactive),i=5}$	$P_{g(reactive),i\neq 5}$	$\omega_R(rad/s)$	$V_{g,i}$	$P_{c(active),i}$	$P_{c(reactive),i}$	$V_{c,i}$
0.0608	$1 \div 24c.$	50	$200 \div 600$	200	$-500 \div 500$	0	314.15 рад/с	1.04	200	0	1.04

Таблица 1.3. Характеристики исходной энергосети в случае исследования реактивной мощности.

ции H_i для каждого осциллятора. В данном разделе производится изменение реактивной мощности в выбранном осцилляторе $i = 5$ в диапазоне $P_{g(reactive),5} \in [-500, 500]$. Также в численном эксперименте совместно с изменением реактивной мощности выбранного осциллятора, вносится активная мощность. Значения активной мощности варьируются в диапазоне $P_{g(active),5} \in [200, 600]$.

В таблицах 1.2 и 1.3 параметры индуктивности x'_i и диссипации D_i были выбраны одинаковыми для всех генераторов сети, опорная частота энергосети ω_R составляет 50 Гц. Безразмерное напряжения $V_{g,i}$ и $V_{c,i}$ также были выбраны идентично для всех элементов сети. Значения этих величин выбраны в соответствии со стандартными значениями программы расчетов MATPOWER [162], которые приблизительно равны одной безразмерной величине.

Характеристики генераторов					
Тип соединения	r	x	b	τ	ψ
генератор - выходной узел	0	0.0576	0	1	0
выходной узел - потребитель	0.0085	0.072	0.149	1	0

Таблица 1.4. Характеристики линии передач.

Линия передач энергосети (таблица 1.4) имеет одинаковый набор значений физических величин, но для каждого типа соединения эти значения индивидуальны. Табличные значения характеристик линии передач используются во всех численных экспериментах, представленных в данном разделе 1.4. Все представленные результаты были получены численно с использованием метода интегрирования Рунге–Кутты четвертого порядка с постоянным шагом инте-

гирования. Время интегрирования составляло $T = 200$ с. при шаге $h = 0.001$ с. Для исключения процесса установления на первых 100 секундах динамика системы не рассматривалась.

1.4.1 Исследование влияния активной мощности одного из генераторов на поведение энергосети

Рассмотрим сеть, в которой будем изменять активную мощность осциллятора $i = 5$ в диапазоне от 0 до 400 безразмерных единиц и наблюдать за изменением частоты, на которой происходит синхронизация всех осцилляторов. Проведем эксперимент при двух значениях коэффициента инерции всех генераторов $H = 24$ с. и $H = 4$ с. с одинаковыми начальными условиями. Сначала рассмотрим динамику осцилляторов при значении $H = 24$ с. Значения частот осцилляторов, представленные на рисунке 1.12, были получены путем усреднения мгновенных значений частоты по времени.

На рисунке 1.12 представлена диаграмма изменения усредненной мгновенной частоты синхронизации от вырабатываемой мощности. Усредненное по времени значение $\langle f_i \rangle_t$ линейной частоты каждого осциллятора, рассчитывается по формуле:

$$\langle f_i \rangle_t = (\langle \dot{\delta} \rangle_t + \omega_R) / 2\pi. \quad (27)$$

Формула (27) для наглядности полученных результатов, производит перевод мгновенной частоты осциллятора в линейную форму и относительно стационарной системы отсчета движения ротора. В качестве элемента с изменяемой мощностью был выбран пятый генератор исходной энергосети. Также на рисунке изображена пунктирной линией собственная частота пятого осциллятора, вычисленная по формуле (24). Как видно из графика, собственная частота осциллятора зависит от величины активной мощности и не всегда совпадает с мгновенной частотой $\langle f_i \rangle_t$. При увеличении мощности генератора собствен-

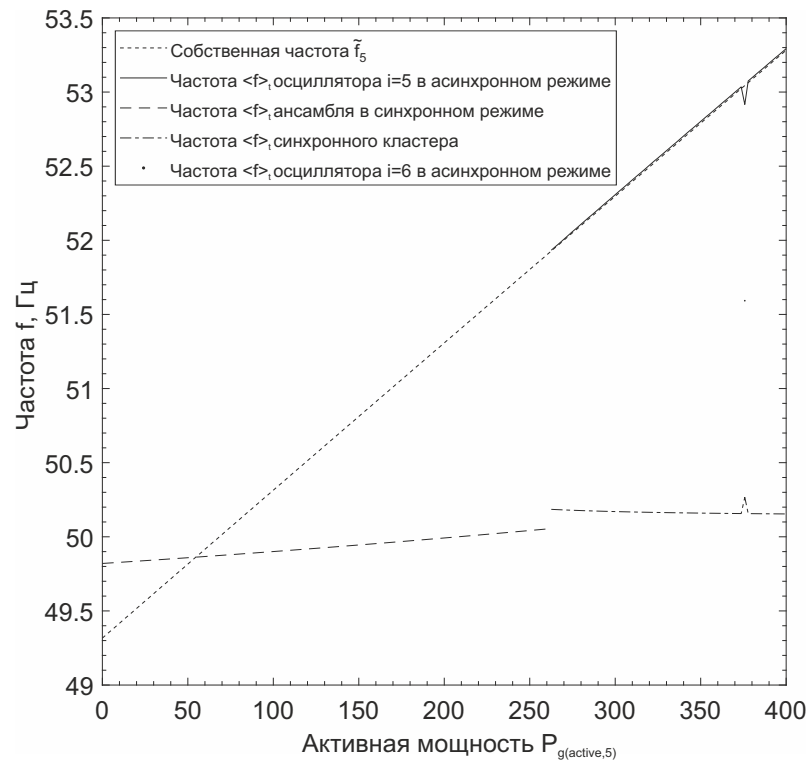


Рисунок 1.12. Зависимость частоты синхронизации от вырабатываемой мощности генератора. Коэффициент инерции $H = 24$ с.

ная частота намного превышает усредненную мгновенную частоту $\langle f_i \rangle_t$. При значении генерируемой мощности $P_{g(active),5} = 262,6$ и выше происходит потеря синхронизма в пятом генераторе (осцилляторе). Из рисунка 1.12 видно, что частота $\langle f_5 \rangle_t$ несинхронного генератора равна его собственной частоте. При величине $P_{g(active),5} = 375,8$ происходит потеря синхронного режима в генераторе $i = 6$, усредненная мгновенная частота составляет $\langle f_6 \rangle_t = 51.593$ Гц тогда как собственная частота равна $\tilde{f}_6 = 51.308$ Гц.

Рассмотрим более детально изменения усредненных мгновенных частот ансамбля осцилляторов. Как видно из рисунка 1.13, при выборе активной мощности пятого элемента в диапазоне $0 \leq P_{g(active),5} \leq 262,6$, усредненные мгновенные частоты $\langle f_i \rangle_t$ демонстрируют эффект синхронизации и удовлетворяют допустимым параметрам работы энергосети [165]. Сплошные линии на рисунке 1.13 приведены из стандарта по регулированию частоты в энергосистеме. В соответствии с стандартом [165] частота вращения ротора должна нахо-

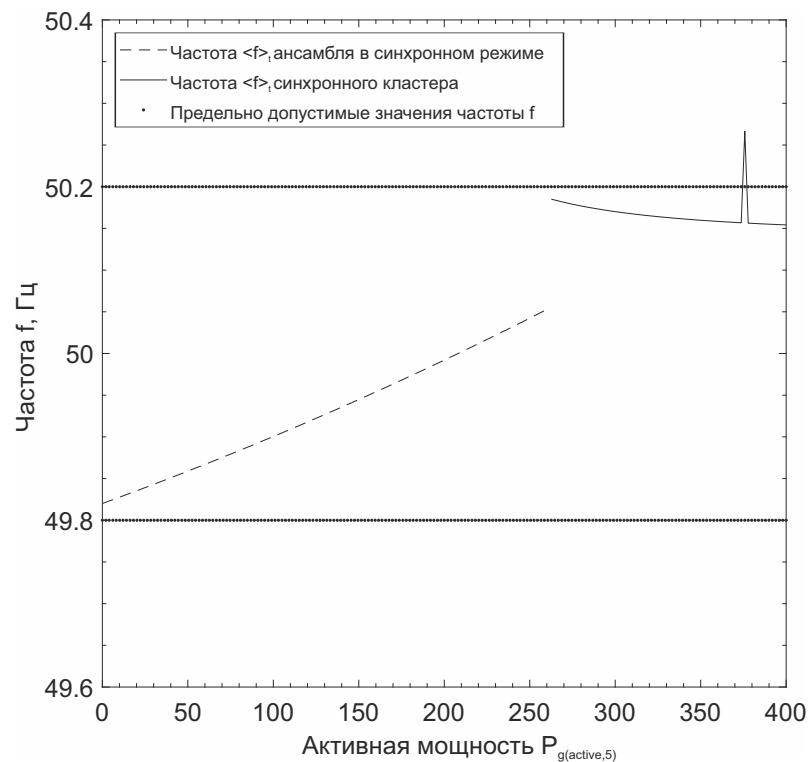


Рисунок 1.13. Диаграмма допустимых значений частот нормальной работы энергосети. Коэффициент инерции $H = 24$.

даться в пределах $50 \pm 0,2$ Гц на протяжении длительной работы генератора, не выходя за предельно допустимые $50 \pm 0,4$ Гц. Как и в случае с собственной частотой, с увеличением мощности пятого генератора увеличиваются усредненные мгновенные частоты $\langle f_i \rangle_t$ каждого осциллятора в ансамбле. При потере синхронизма одного из генераторов мгновенная частота оставшегося устойчивого когерентного кластера находится на границе допустимых значений средних частот энергосети. Далее, при увеличении мощности генератора ($i = 5$) средняя частота когерентного кластера осцилляторов начинает уменьшаться и, в случае потери синхронизации еще одного генератора ($i = 6$), начинает превышать приемлемые значения $\omega_R \pm 0.2$ (рисунок 1.13). Режим фазовой синхронизации энергосети характеризуется несколькими условиями. Первое условие заключается в постоянстве скорости вращения ротора генератора при неизменной мощности потребления. Таким образом, имеем $f_i = const$. Вторым условием яв-

ляется равенство скоростей вращения роторов генераторов энергосети, то есть $f_1 = f_2 = \dots = f_i$.

На рисунке 1.14 показан график зависимости параметра фазовой когерентности r осцилляторов от времени для несинхронного режима. Параметр r представляет фазовую когерентность совокупности осцилляторов которая рассчитывается как:

$$r e^{i\chi} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N e^{i\theta_j} \quad (28)$$

где χ указываем среднее значение фазы ансамбля, θ_j - фаза отдельного осциллятора. В случае когда параметр фазовой когерентности равен $r = 1$ система демонстрирует режим фазовой синхронизации в течении всего времени наблюдения установившегося режима. В несинхронном режиме фазовая когерентность r изменяется по времени в пределах $0,8 \leq r \leq 1$ на промежутке всего времени счета. Чтобы показать, как влияет несинхронный осциллятор на когерентный кластер осцилляторов, были рассчитаны зависимости средних частот осцилляторов от величины активной мощности пятого осциллятора.

На рисунке 1.15 представлены усредненные по времени частоты осцилляторов в зависимости от генерируемой мощности пятого осциллятора, отмеченными интервалами ошибки. В качестве интервала погрешности было использовано среднеквадратичное отклонение мгновенного значения частоты f_i от среднего значения. Таким образом, мы можем исследовать влияние несинхронного осциллятора на поведение остальных осцилляторов в энергосистеме. Несинхронный осциллятор (рисунок 1.15(а)) имеет мгновенную частоту f_i , которая осциллирует в широких пределах. Пятый осциллятор в несинхронном режиме имеет большую величину среднеквадратичного отклонения частоты f_i , которая постепенно убывает с ростом величины генерируемой мощности данного осциллятора. Соседние осцилляторы подвержены сильному влиянию несинхронного осциллятора и имеют величину среднеквадратичного отклонения, превышающую допустимые значения (рисунок 1.15(б)). Вариация частоты происходит по

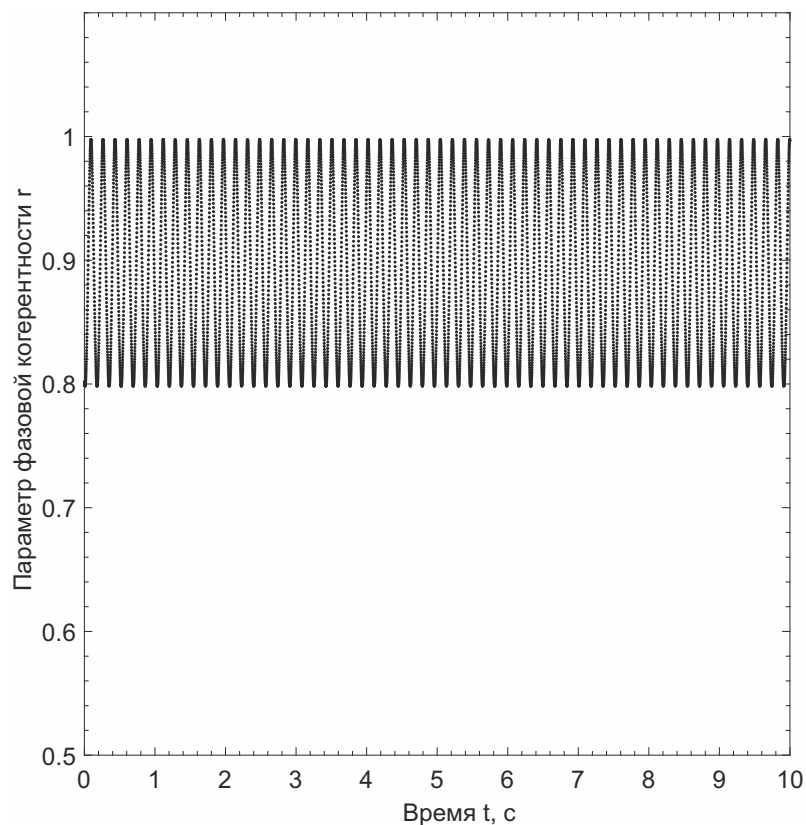
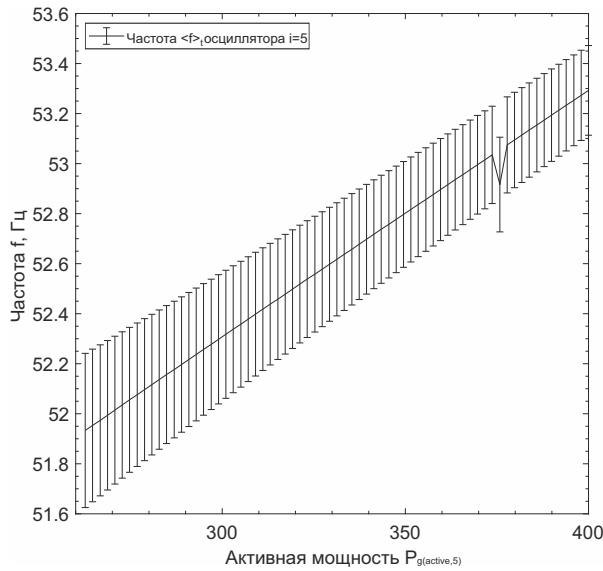


Рисунок 1.14. Зависимость величины фазовой когерентности фазовых осцилляторов системы (7) от времени для несинхронного режима.

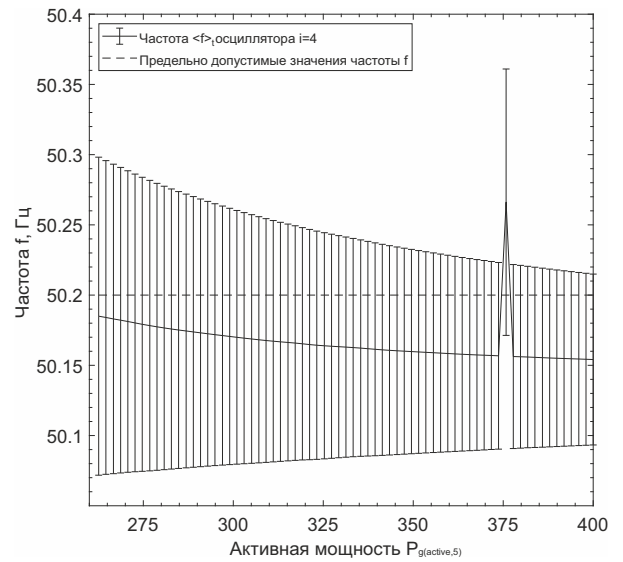
всем элементам кольцевой топологии (рисунок 1.15(в)). Когерентный кластер осцилляторов имеет одинаковую усредненную частоту, но различную величину стандартного отклонения в зависимости от расположения в топологии сети (таблица 2.1).

Мощность	Величины стандартного отклонения частоты									
	осц.1	осц.2	осц.3	осц.4	осц.5	осц.6	осц.7	осц.8	осц.9	осц.10
200	2.5e-11	2.4e-11	2.4e-11	2.5e-11	2.4e-11	2.5e-11	2.5e-11	2.4e-11	2.4e-11	2.4e-11
262.6	0.0022	0.008	0.0311	0.1132	0.3082	0.1132	0.0311	0.008	0.0022	0.0011
400	0.0023	0.0065	0.0199	0.0608	0.1792	0.0608	0.0199	0.0065	0.0023	0.0013

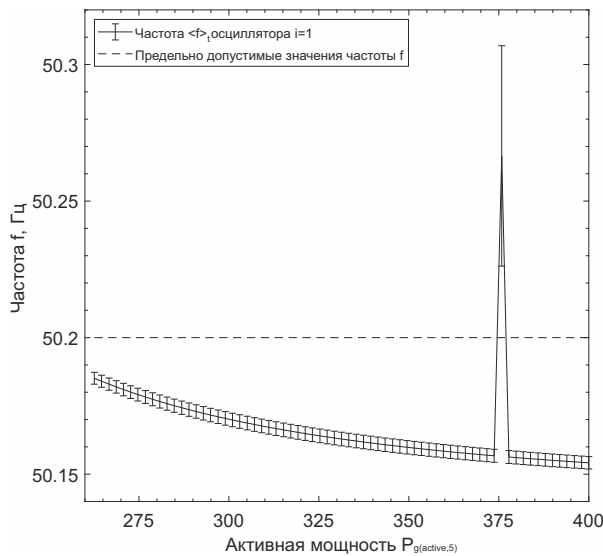
Таблица 1.5. Величины стандартного отклонения частоты при различных значениях мощности пятого осциллятора.



(a)



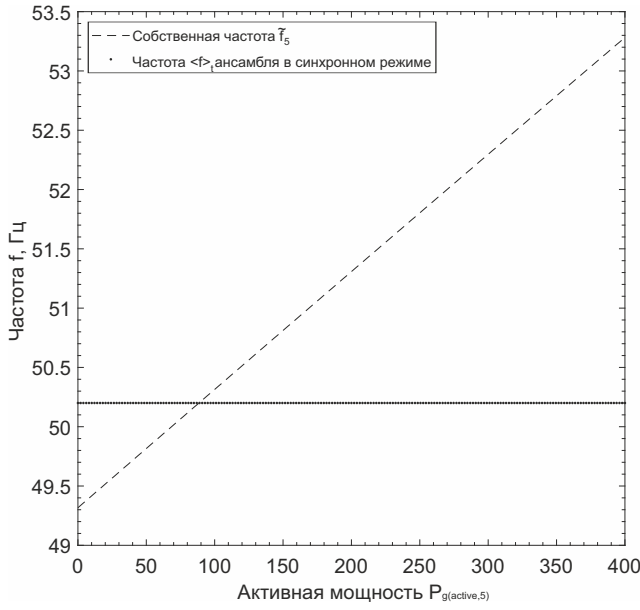
(б)



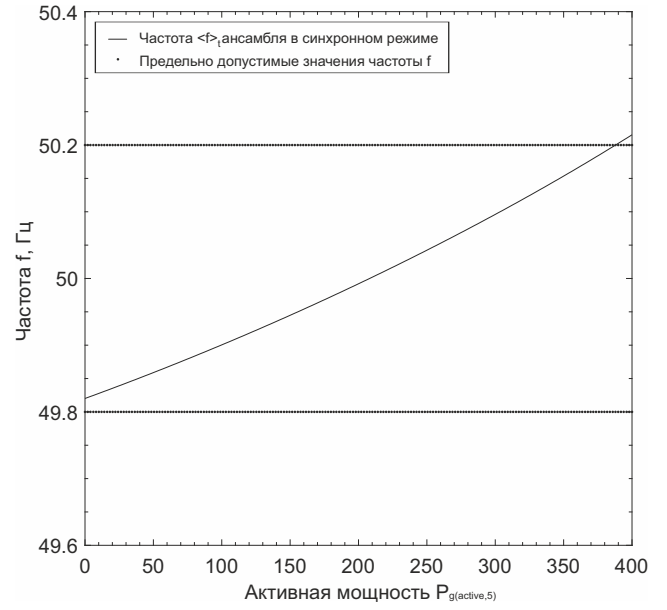
(в)

Рисунок 1.15. Графики зависимости мгновенных частот осцилляторов от величины генерируемой мощности пятого осциллятора. Графики поведения частоты пятого осциллятора (а), четвертого осциллятора (б), первого осциллятора(в).

Рассмотрим поведение сети линейных осцилляторов с постоянными параметрами диссипации D_i и построим карту режимов энергосети на плоскости управляющих параметров $H, P_{g(active),5}$ при $D_i = 50$. Карта режимов строилась следующим образом: параметр инерции H менялся в диапазоне



(a)



(б)

Рисунок 1.16. Зависимость частоты синхронизации от вырабатываемой мощности пятого генератора (а), диаграмма допустимых значений частот нормальной работы энергосети (б). Коэффициент инерции $H = 4$ с.

$H \in [1; 10]$ с., а генерируемая мощность пятого генератора $P_{g(active),5}$ в диапазоне $P_{g(active),5} \in [200; 600]$. Параметр инерции H изменялся одновременно в каждом из осцилляторов, тогда как генерируемая мощность $P_{g(active),5}$ изменялась только в пятом осцилляторе. Изначальная мощность генераторов $P_{g(active),i}$ и потребителей $P_{c(active),i}$ составляла 200 безразмерных единиц. Для производимой и потребляемой мощностей в установившемся режиме выполняется равенство $\sum_{i=1}^{n_g} P_{g(active),i} = \sum_{l=1}^{n_c} P_{c(active),l}$, где n_g и n_c общее количество генераторов и потребителей соответственно. Повышая мощность одного из генераторов, мы создает неравномерное распределение мощностей и условие переизбытка вырабатываемой мощности: $\sum_{i=1}^{n_g} P_{g(active),i} > \sum_{l=1}^{n_c} P_{c(active),l}$. Характеристики исходной сети приведены в таблице 1.2 раздела 1.4. Уравнение модели (7) численно интегрировались методом Рунге–Кутты четвертого порядка с постоянным шагом интегрирования. Время интегрирования составляло $T = 200$ при шаге $h = 0.001$. Для исключения процесса установления на первых 100 единицах вре-

мени динамика системы не рассматривалась. При построении карты режимов были использованы 15 вариантов различных начальных условий, выбранных случайным образом в заданном диапазоне $\delta \in [-\pi; \pi]$ рад. и $\dot{\delta} \in [-100; 100]$ рад/с.

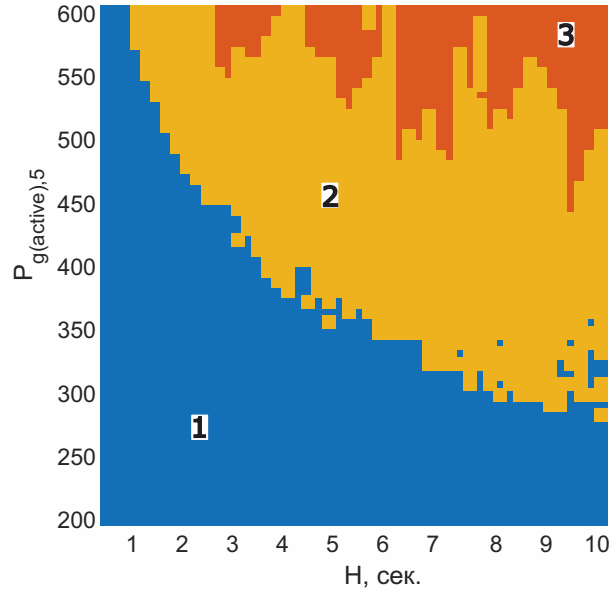


Рисунок 1.17. Карта режимов сети линейных осцилляторов (4) на плоскости управляющих параметров $H, P_{g^{(active)},5}$ при постоянном параметре диссипации $D_i = 50$: 1 – область синхронного режима; 2 – область сосуществования синхронного и асинхронного динамического режима ; 3 – область несинхронного поведения одного или нескольких осцилляторов.

Карта режимов, полученная для сети линейных осцилляторов (7), приведена на рис. 1.17. На карте выделены три области с различной динамикой сети, которые показаны разными цветами. В области 1 для всех начальных условий устанавливается синхронный режим. При этом для всех осцилляторов средняя частота $\langle \dot{\delta}_i(t) \rangle$ равна нулю. Это означает, что все роторы в сети вращаются с одной и той же средней частотой $\langle f_i \rangle_t$, совпадающей с опорной частотой ω_R . Артефакты, которые наблюдаются на рисунке 1.17 в области синхронного состояния, могут возникать из-за большого допуска в разбросе значений частот колебаний при определении режима синхронизации. В качестве допуска для

различия режимов бралось нормальное стандартное отклонение от мгновенной частоты f_i генератора, равное 10^{-6} . В области 2 наблюдается область сосуществования двух типов динамики. При этом при одних начальных условиях устанавливается синхронный режим, а при других – несинхронный. Наконец, в области 3 при любых начальных условиях имеет место несинхронный режим, когда для одного или нескольких осцилляторов средняя частота $\langle \dot{\delta}_i(t) \rangle$ отлична от нуля. Как видно на карте режимов, при малых значениях параметра инерции H энергосеть является более устойчивой к рассинхронизации. Так при $H = 1$ с. энергосеть находится в режиме полной синхронизации во всем интервале изменения мощности $P_{g(active),5}$. С другой стороны, при малых значениях генерируемой мощности пятого генератора $P_{g(active),5} \in [200; 300]$ система находится в режиме полной синхронизации при любых значениях параметра инерции. Для промежуточных значений $P_{g(active),5}$ и H преобладает режим сосуществования двух типов динамики поведения энергосети. При $H \in [7; 10]$ с. большая разница в мощностях пятого и всех остальных элементов приводит к потере устойчивости синхронного режима. В этом случае образом, в энергосети наблюдаются случаи срыва синхронизма и неустойчивая работа генераторов.

Рассмотрим синхронный и несинхронный режимы, сосуществующие в области 2 при $H = 4.4$ с. и $P_{g(active),5} = 450$. В режиме частотной синхронизации (рис. 1.18(a)) мгновенная частота каждого осциллятора составляет $f_i = 50.2828$ Гц. Мгновенное значение частоты всех осцилляторов практически постоянно во времени. Девиация частоты $\sigma_i = (\langle (f_i - \langle f_i \rangle_t)^2 \rangle)^{1/2}$, где $\langle f_i \rangle_t$ – усредненное по времени значение, составляет не более $2,0 \times 10^{-11}$ Гц. Полученное значение частоты осцилляторов в синхронном режиме выше опорной частоты $\omega = 50$ Гц, что связано с избытком вырабатываемой мощности пятого элемента. Изменение частот взаимодействующих генераторов в сети связано с изменением собственных частот индивидуальных осцилляторов \tilde{f}_i . Для неизменных выходных мощностей осцилляторов $P_{g(active),i} = 200, i \neq 5$ собственная частота равна $\tilde{f}_i = 51.3079$ Гц, тогда как для пятого осциллятора с измененной мощностью

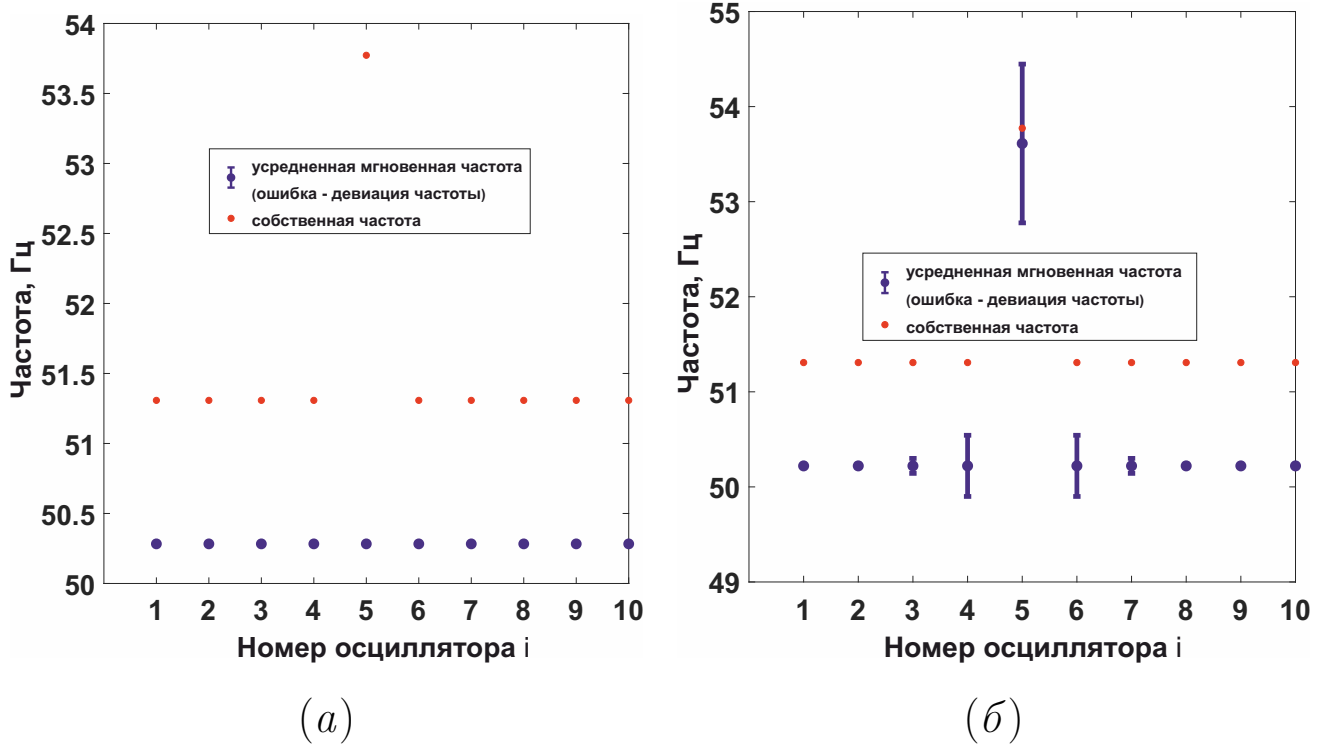


Рисунок 1.18. Диаграмма усредненных по времени частот осцилляторов в синхронном режиме (а), асинхронном режиме (б) $\langle f_i \rangle_t$ (синие точки) и собственных частот осцилляторов в синхронном режиме (а), асинхронном режиме (б) \tilde{f}_i (красные точки), линии на диаграмме показывают стандартное отклонение значений.

$P_{g(active),5} = 450$ эта частота составляет $\tilde{f}_5 = 53.7728$ Гц (рис. 1.18(б)). В несинхронном режиме большинство осцилляторов имеют приблизительно одинаковые усредненные частоты $\langle f_i \rangle_t \approx 50.2209$ Гц $i \neq 5$, осциллятор с номером $i = 5$ вращается с усредненной частотой $\langle f_5 \rangle_t = 53.6126$ Гц, близкой к собственной частоте вращения \tilde{f}_5 (рис.1.18(б)). Пятый осциллятор имеет значительную девиацию мгновенной частоты $\sigma_5 = 0.8355$ по сравнению с другими осцилляторами. Величина вариации частот осцилляторов зависит от местоположения в сети относительно несинхронного осциллятора $i = 5$, так осцилляторы с номерами $i = 9, 10$ имеют девиации частот $\sigma_9 = 0.0117$ и $\sigma_{10} = 0.0040$ (рис.1.18(б)).

$P_{g(active),5}$	200	250	300	350	400	450	500	550	600
A_5	1.3079	1.8030	2.2971	2.7900	3.2819	3.7728	4.2625	4.7512	5.2387

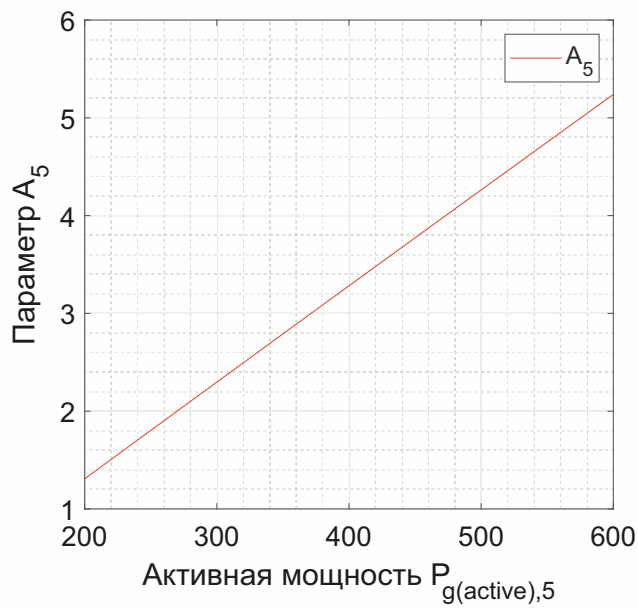
Таблица 1.6. Значения параметра A_5 мощности пятого генератора с учетом диссипативных потерь.

В таблице 1.6 представлены значения A_5 от величины генерируемой мощности генератора $P_{g(active),5}$. Для мощности генераторов равных $P_{g,i} = 200$ значение $A_i = 1.3079$.

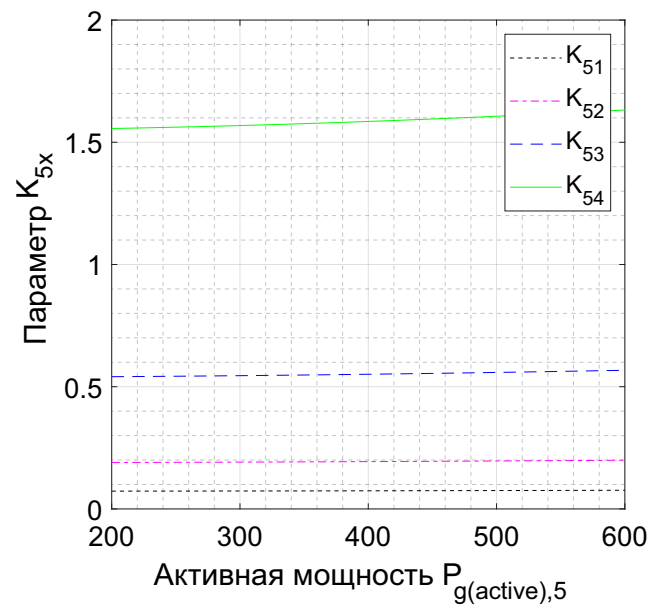
На рисунке 1.19 представлены диаграммы изменения параметров A_5 K_{5j} γ_{5j} от величины параметра $P_{g(active),5}$. При увеличении активной мощности $P_{g(active),5}$ параметр собственной мощности A_5 (8) 1.19(а) линейно растет, тогда как параметр фазового сдвига γ_{5j} 1.19(в) остается неизменным. Изменение активной мощности $P_{g(active),5}$ также изменяет значение напряжения на генераторе E_5 (12), который в свою очередь входит в параметр силы связи K_{5j} (9). Коэффициент связи K_{5j} изменяется незначительно, степень изменения параметра зависит от индекса связи. Дифференциальное значение коэффициента связи K_{5j} при $P_{g(active),5} \in [200; 600]$ имеет следующие значения: $\Delta K_{51} = 0.0035$ $\Delta K_{52} = 0.0093$ $\Delta K_{53} = 0.0264$ $\Delta K_{54} = 0.0759$. Таким образом, можно установить, что в случае потери синхронизма одного из осцилляторов, сильное возмущение будет оказываться на рядом расположенные осцилляторы. Это также подтверждается диаграммой 1.18(б).

1.4.2 Режимы работы сети при изменении реактивной мощности одного из генераторов

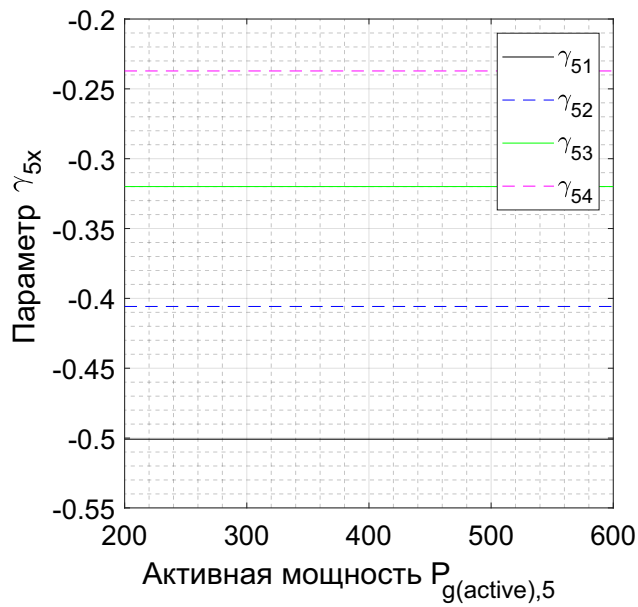
В этом разделе исследуется поведение сети при одинаковой и чисто активной полной мощности всех генераторов (осцилляторов) кроме одного выбран-



(a)



(б)

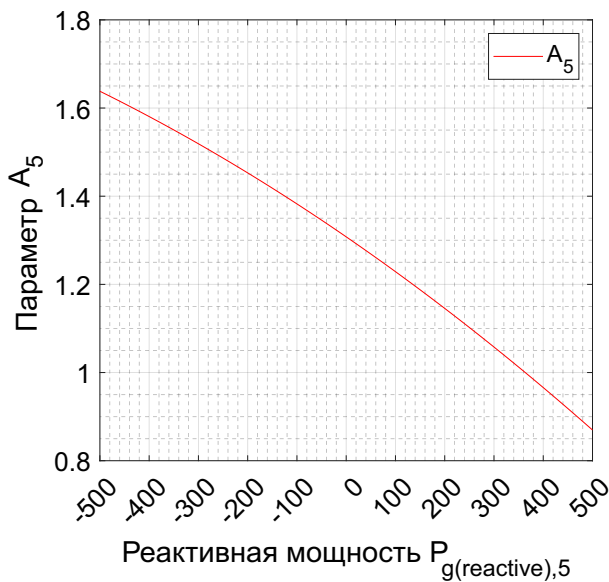


(c)

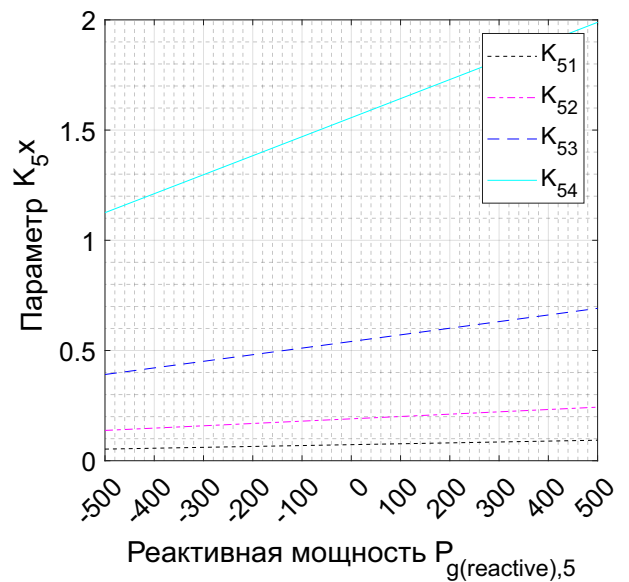
Рисунок 1.19. Диаграммы изменения параметров A_5 , K_{5j} , γ_{5j} от величины параметра $P_{g(\text{active}),5}$.

ного, в котором мощность имеет реактивную составляющую, которая меняется в ходе исследования. Все узлы (осцилляторы) полагаются одинаковыми. Они имеют одни и те же параметры инерции H и постоянной диссипации D . Генерируемые мощности всех осцилляторов, за исключением пятого, также полагаются одинаковыми и чисто активными (т.е. $P_{g(active),i \neq 5} = 200$ и $P_{g(reactive),i \neq 5} = 0$). Пятый осциллятор был выбран отличным от остальных, его генерируемая мощность имеет как активную, так и реактивную составляющую. При этом в качестве управляющих параметров модели используются параметр инерции H (одинаковый для всех осцилляторов) и реактивная компонента генерируемой мощности пятого осциллятора $P_{g(reactive),5}$.

Рассмотрим зависимость параметров A_5 K_{5j} в правой части уравнения (7) от величины реактивной мощности $P_{g(reactive),5}$. На рисунке 1.20 представлены зависимости параметров A_5 K_{5j} от исследуемого диапазона реактивной мощности выбранного генератора $P_{g(reactive),5} \in [-500, 500]$:



(а)



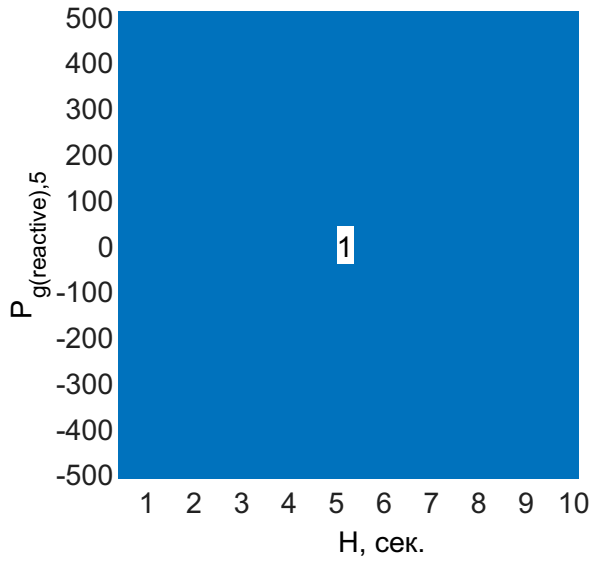
(б)

Рисунок 1.20. Зависимость параметров A_5 K_{5j} от величины реактивной мощности выбранного генератора $P_{g(reactive),5}$

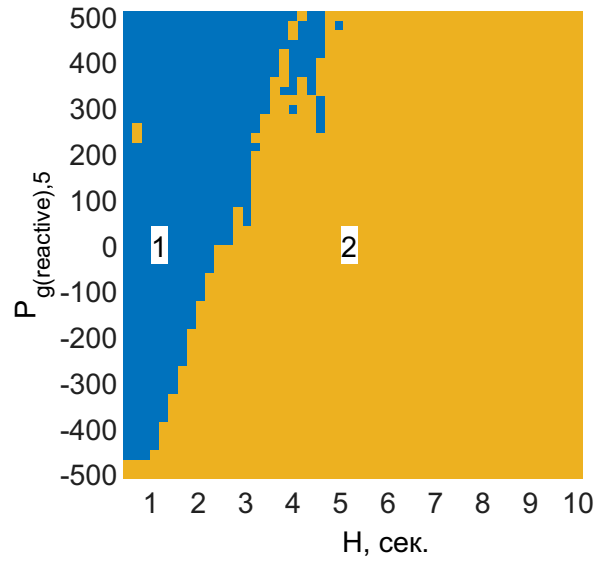
Реактивная мощность $P_{g(reactive),5}$ косвенно вносит изменения в параметры системы A_5 (8), K_{5j} (9) посредством изменения напряжения генератора E_5 (12). Из приведенных графиков следует, что в случае увеличения реактивной мощности $P_{g(reactive),5} \rightarrow 500$ происходит рост параметра коэффициента связи K_{5j} . Для соседних осцилляторов, прирост коэффициента связи становится более заметным, тогда как для удаленно расположенных осцилляторов коэффициент связи изменяется несущественно. Собственная безразмерная мощность A_5 изменяется противоположно коэффициенту связи с ростом $P_{g(reactive),5} \rightarrow 500$ значение A_5 убывает. Уменьшение реактивной мощности $P_{g(reactive),5} \rightarrow -500$ вызывает рост параметра A_5 и уменьшение коэффициента связи K_{5j} . При изменении реактивной мощности параметр фазового сдвига γ_{ij} постоянен и изменяется с учетом конфигурации линии передач (таблица 1.4).

Рассмотрим результаты, полученные на этапе исследования влияния реактивной мощности пятого осциллятора (генератора) сети. Они представлены в виде семейства карт режимов на плоскости параметров H , $P_{g(reactive),5}$ при фиксированном значении активной мощности пятого осциллятора $P_{g(active),5}$. Реактивная мощность меняется в диапазоне $P_{g(reactive),5} \in [-500, 500]$. Положительное значение реактивной мощности соответствует индуктивному характеру проводимости выходного узла пятого генератора, тогда как отрицательное значение соответствует емкостному характеру проводимости. Все карты режимов строились с учетом пятнадцати различных начальных условий, выбранных случайным образом в заданном диапазоне значений переменных $\delta \in [-\pi, \pi]$ рад. и $\dot{\delta} \in [-100, 100]$ рад/с. На рисунке 1.21 приведены карты режимов, полученные для трех значений $P_{g(active),5}$ при постоянном значении параметра диссипации $D = 50$.

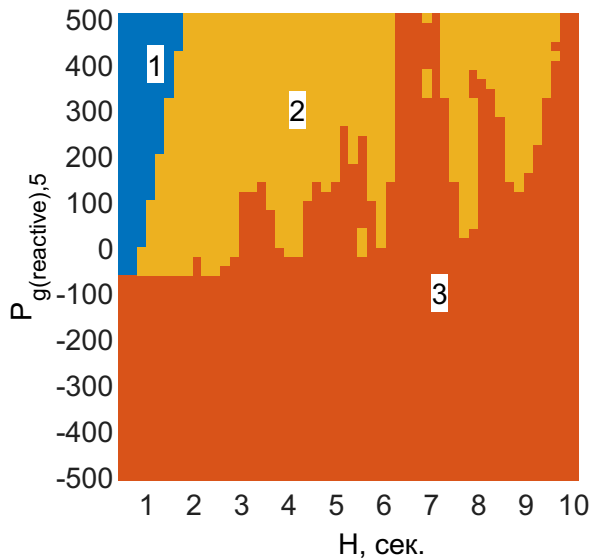
На картах режимов, представленных на рисунке 1.21, отражены три режима функционирования энергосети. Соответствующие этим режимам области зависят от параметра $P_{g(active),5}$. Так при $P_{g(active),5} = 200$ (рисунок 1.21(а)) сеть находится в режиме частотной синхронизации (область 1) во всем исследо-



(а)



(б)



(в)

Рисунок 1.21. Семейство карт режимов сети осцилляторов (7) на плоскости управляющих параметров $H \in [1, 10]$ с., $P_{g(reactive),5} \in [-500, 500]$ для значений

активной мощности пятого осциллятора: $P_{g(active),5} = 200$ (а); (б)

$P_{g(active),5} = 450$ (б); $P_{g(active),5} = 600$ (в). Область 1 (синяя онлайн) – режим

частотной синхронизации, область 2 (желтая) – область сосуществования

синхронного и асинхронного динамического режима, область 3 (красная) –

асинхронное поведение. Другие параметры системы системы: $N = 10$ (число

узлов); $D = 50$.

ванном диапазоне управляющих параметров $H, P_{g(reactive),5}$. Как видно из карт режимов, представленных на рисунках 1.21(б, в), в случае роста активной мощности пятого осциллятора $P_{g(active),5} > 200$, в системе наблюдается появление новых частотных режимов. Карта режимов, приведенная на рисунке 1.21(б), делится на область частотной синхронизации (область 1) и область сосуществования синхронного и асинхронного динамического режима (область 2). Режим в области 2 означает, что при одних и тех же значениях параметров системы, в зависимости от выбранных начальных условий наблюдаются два разных типа установившегося поведения. В рассматриваемом случае область 2 включает как частотную синхронизацию всех осцилляторов, так и асинхронное поведение одного или нескольких осцилляторов, в зависимости от выбора начальных условий. Также на рисунке 1.21(б) видно, что при увеличении реактивной мощности $P_{g(reactive),5} \rightarrow 500$ область частотной синхронизации расширяется, что позволяет получать синхронную работу сети при большем диапазоне значений коэффициента инерции. Рисунок 1.21(в) демонстрирует более сложную структуру областей на карте режимов. Рассмотрим область асинхронного режима (область 3), в котором наблюдается срыв синхронизма одного или несколько осцилляторов при всех исследованных начальных условиях. При значениях реактивной мощности пятого осциллятора $-500 \leq P_{g(reactive),5} \leq -60$ данная область простирается на весь диапазон значений коэффициента инерции. Этот режим также может наблюдаться и при $P_{g(reactive),5} \geq -60$, если $H \geq 2$ с. Области 1 и 2 существуют только при значениях $P_{g(reactive),5} \geq -60$. Так режим частотной синхронизации можно наблюдать при коэффициенте инерции $H \leq 2$ с., а область сосуществования двух типов динамики преобладает при значениях $H \geq 2$ с. Данные, представленные на рисунке 1.21(а-в) показывают разные режимы, которые были получены при изменении реактивной мощности выбранного (пятого) осциллятора. Построение карт режимов позволило пронаблюдать рост вероятности срыва фазовой синхронизации с ростом активной мощности отдельно взятого осциллятора. Изменение активной и реактивной

мощности генератора влияет на собственную частоту \tilde{f}_i i -го осциллятора. Из (24) следует, что собственная частота увеличивается с ростом параметра A_i . Влияние активной и реактивной мощностей генератора на величину параметра A_i и характеристику \tilde{f}_i можно видеть на графиках:

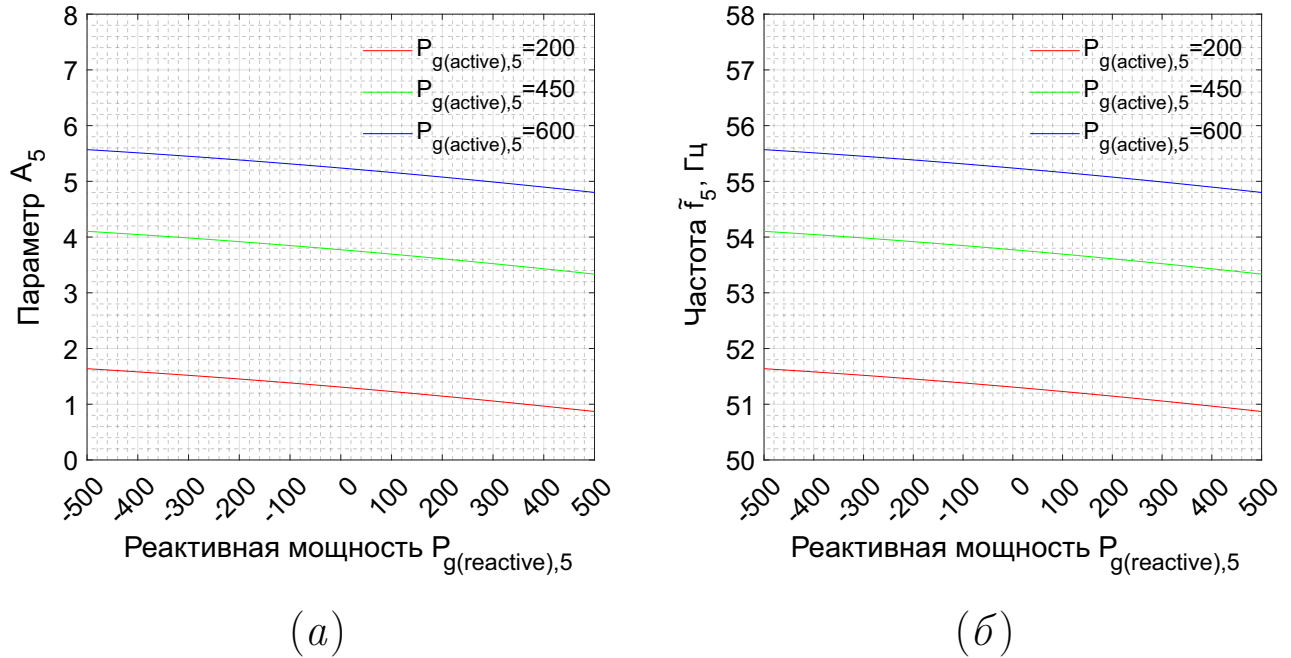


Рисунок 1.22. Зависимость собственной мощности A_5 и собственной частоты \tilde{f}_i от величины реактивной мощности выбранного генератора $P_{g(reactive),5}$

На каждом графике приведен набор кривых $A_5(P_{g(reactive),5})$, рассчитанных при фиксированных значениях активной мощности $P_{g(active),5}$ и изменяемой реактивной мощности $P_{g(reactive),5}$ генератора ($i = 5$). Поведение кривых на диаграмме 1.22(а) соответствует поведению, отраженному на рисунке 1.20(а). Данные, полученные на диаграмме 1.22(б), были рассчитаны по формуле (24). Из графиков, представленных на рисунке 1.22, можно установить, что активная мощность оказывает большее влияние на изменения параметра A_i и величины \tilde{f}_i . Из рисунка 1.22(б) видно, что реактивная мощность также влияет на собственную частоту осциллятора \tilde{f}_i . Неидентичность собственных частот \tilde{f}_i приводит к частотной расстройке осцилляторов. Это выражается в потери фазовой синхронизации ансамбля и появлению новых частотных режимов. Как

следует из карт режимов, приведенных на рисунках 1.21(б,в), выбирая значение реактивной мощности отдельного осциллятора, можно значительно расширить область фазовой синхронизации энергосети. Таким образом, реактивная мощность, генерируемая отдельным элементом сети, может служить параметром, позволяющим формировать новые области синхронной работы сети. Интерпретируя полученные результаты для реальных электрогенераторов, можно выделить следующие особенности: в случае избытка реактивной мощности происходит ухудшение КПД (коэффициента полезного действия) электрогенератора и дополнительный износ механических частей генерирующих установок [166]. Присутствие не номинальных значений реактивной составляющей мощности также вынуждает использовать токопровода и шины с увеличенным сечением, в связи с дополнительным нагревом и выделением тепла [166]. Представленные на рисунках 1.21(а-в) карты режимов характеризуют влияние реактивной мощности на частотные характеристики энергосети. Можно видеть, что реактивная мощность делает ансамбль осцилляторов уязвимой к потере опорной частоты энергосети. Потеря синхронизма опорной частоты также негативно сказывается на эксплуатации реального генератора и может приводить к последующему выводу соседних генераторов из режима синхронизма с энергосетью.

1.5 Сравнение результатов в случае увеличения числа элементов сети

Изменим размер кольцевой сети (рисунок 1.11) и рассмотрим сеть, состоящую из 100 генераторов и 100 потребителей. Физические параметры генераторов и потребителей исходной сети выберем из таблицы 1.3, параметры линии передач соответствуют таблице 1.4. Для сравнения режимов работы ансамблей с различным количеством элементов используем результаты, полученные для

ансамбля из десяти осцилляторов (рисунок 1.21(б)) представленный в разделе 1.4.2. Используя метод эффективной сети [112] и уравнение (7), проведем расчет карты режимов и пространственно-временных диаграмм для ансамбля из ста связанных фазовых осцилляторов оптимизированной сети.

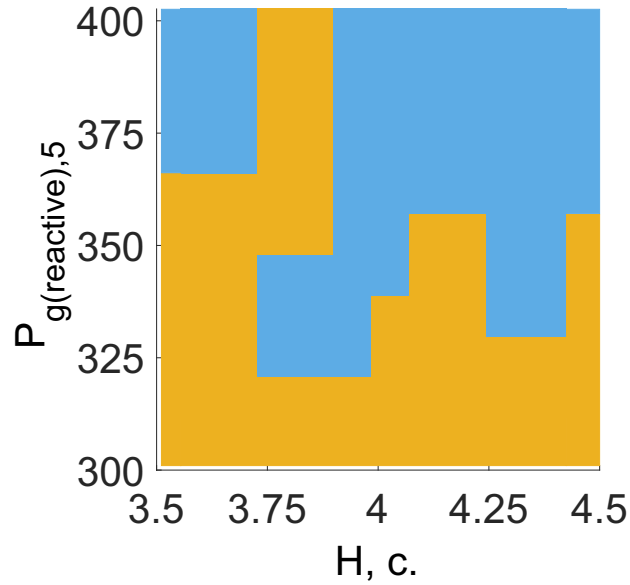
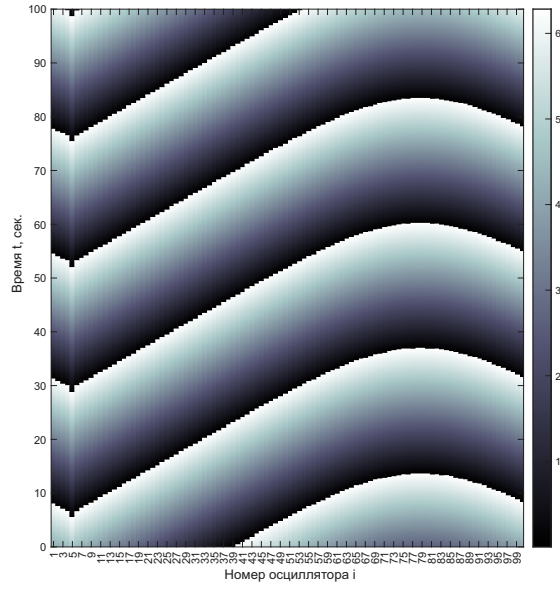
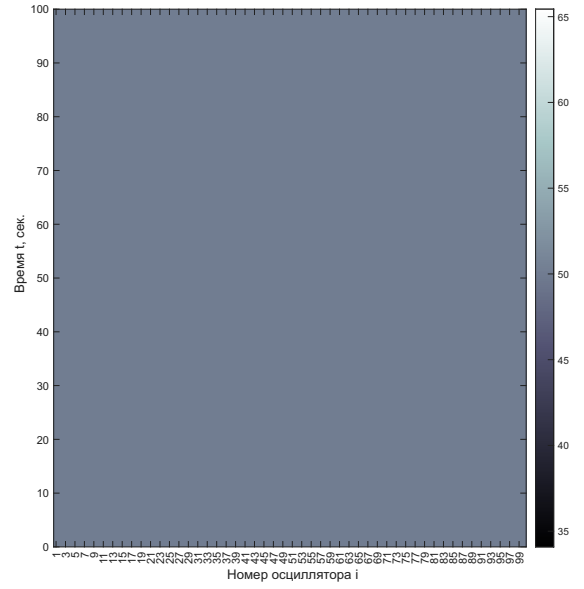


Рисунок 1.23. Карта режимов сети осцилляторов (7) на плоскости управляющих параметров $H \in [3.5, 4.5]$ с., $P_{g(reactive),5} \in [300, 400]$ для значений активной мощности пятого осциллятора: $P_{g(active),5} = 450$. Область 1 (синяя онлайн) – режим частотной синхронизации, область 2 (желтая) – область сосуществования двух типов динамики. Другие параметры системы системы: $N = 100$ (число узлов); $D = 50$.

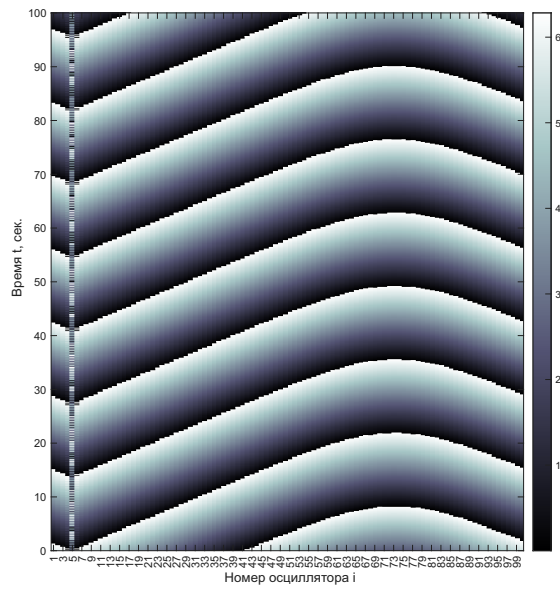
Представленная карта режимов 1.23 построена при параметрах исходной сети, использованных для рисунка 1.21(б), за исключением количества рассматриваемых осцилляторов. Карта режимов 1.23 является фрагментом рисунка 1.21(б), рассчитанным для ансамбля 100 связанных осцилляторов с кольцевой топологией сети. Для трех выбранных точек на плоскости параметров $P_{g(reactive),5}$ и H рисунка 1.23, был построен набор временных реализаций и пространственно-временных диаграмм.



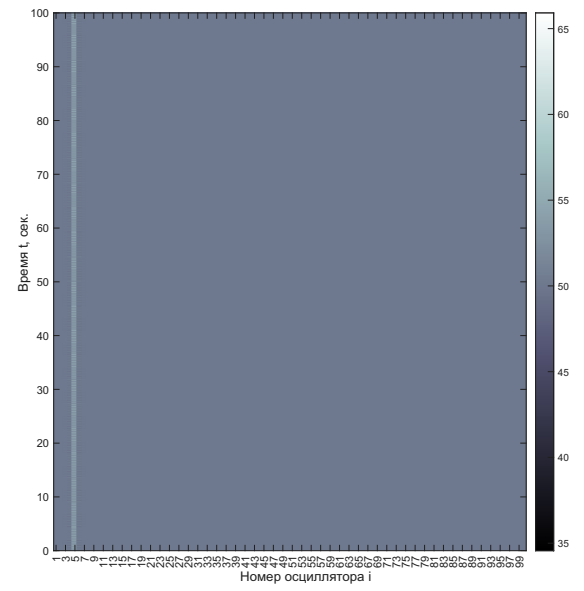
(a)



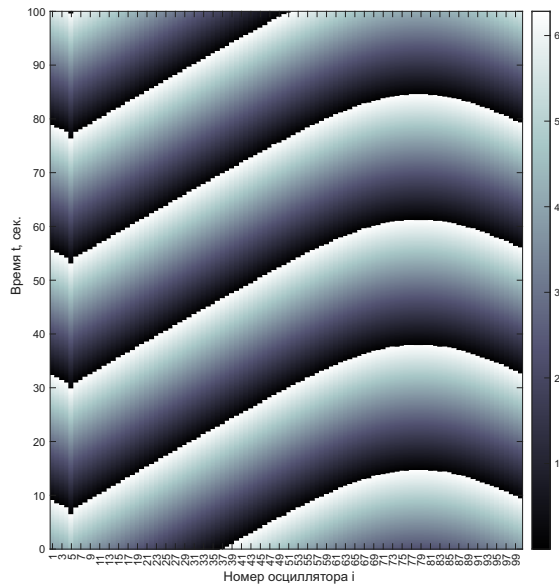
(б)



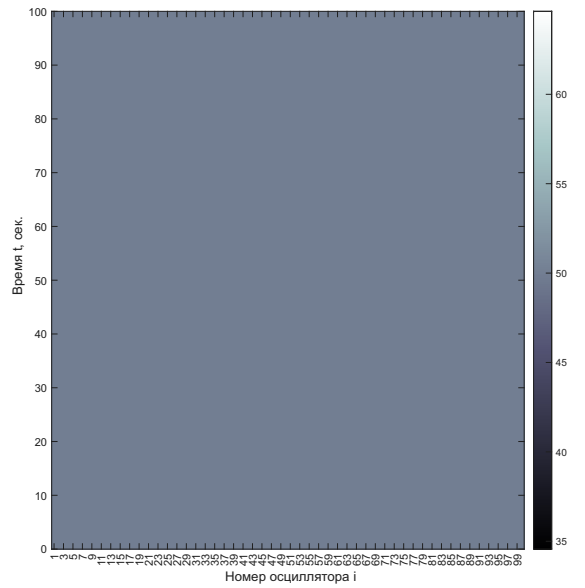
(в)



(г)



(d)



(e)

Рисунок 1.24. Пространственно-временные диаграммы фаз 1.24(а,в,д) и частот 1.24(б,г,е) фазовых осцилляторов, построенных при следующих параметрах: $H = 3.9898$ с. рисунок 1.24(а,б); $H = 4.18367$ с. рисунок 1.24(в,г); $H = 4.37755$ с. рисунок 1.24(д,е); параметры мощности выбранного осциллятора равны

$$P_{g(active),5} = 450 \text{ и } P_{g(reactive),5} = 336.735$$

На рисунках 1.24(а-е) представлены пространственно-временные диаграммы фаз и фазовых скоростей для кольца фазовых элементов, состоящих из ста элементов. Параметр активной и реактивной мощности, выбранного осциллятора $i = 5$, был зафиксирован и равен $P_{g(active),5} = 450$ и $P_{g(reactive),5} = 336.735$ соответственно, для коэффициента инерции были выбраны три следующих значения $H \in [3.9898; 4.18367; 4.37755]$ с. Таким образом, пространственно-временные диаграммы характеризуют три выбранные точки которые соответствуют отрезку области карты режимов, представленному на рисунке 1.23. На рисунке 1.23 можно видеть, что при $P_{g(reactive),5} = 336.735$ и $H = 3.9898$ с. наблюдается фазовая синхронизация всех осцилляторов, которая сменяется областью 2 при параметре $H = 4.18367$ с. Далее, когда коэффициент инерции достигает значения $H = 4.37755$ с. вновь наблюдается синхронный режим ансамбля осцилляторов. Сопоставляя соответствующие карты режимов на рисунках 1.23 и 1.21(б), можно удостовериться, что с ростом количества рассматриваемых фазовых осцилляторов при выборе идентичных параметров исходной энергосети, можно наблюдать идентичные режимы работы сети, которые имели место в случае исследования малого ансамбля фазовых осцилляторов. Таким образом исследуемая модель эффективной сети [112] позволяет наблюдать все возможные режимы работы энергосети при малом ансамбле фазовых осцилляторов и производить быстрые расчеты в случае построения карты режимов.

1.6 Выводы по первой главе

В первой главе была рассмотрена идеализированная энергосеть, состоящая из генераторов и потребителей. Идеализация состоит в упрощенной топологии сети (кольцо), в котором генераторы и потребители чередуются между собой. Для исследования динамики энергосети мы воспользовались математической моделью эффективной сети, которая позволяет упростить рассмотрение

сетей посредством устранения из рассмотрения динамику поведения потребителей, приняв их мощность за постоянную величину. Оптимизация модели сети с использованием метода, предложенного в [112], позволила сократить число дифференциальных уравнений, исключив узлы, соответствующие нагрузкам, и рассматривая исключительно динамику поведения генераторов сети. В результате применения оптимизации, конечная топология сети соответствует связи осцилляторов «все со всеми».

В главе приводится описание модели вращения ротора представляющей собой фазовый осциллятор с инерцией. В качестве примера исследуемой модели рассматривается сеть из трех связанных осцилляторов. Поведение осцилляторов рассматривается при изменении нескольких управляющих параметров, таких как коэффициент инерции H и активной мощности генератора $P_g(\text{active}), i, i = 1, 2, 3$. Численные эксперименты демонстрируют наличие нескольких режимов работы фазовых осцилляторов. Сильная неоднородность управляющих параметров ведет к нарушению режима фазовой синхронизации и появлению асинхронного режима работы энергосети. Также приведен пример потери фазовой синхронизации при воздействии на систему внешних факторов, таких как: воздействие аддитивным белым гауссовским шумом, воздействие прямоугольным импульсом, имитирующим скачок мощности в системе, и разрыв связей между фазовыми осцилляторами в случае обрыва линии передач.

Основной моделью, исследуемой в данной главе, является модель энергосети, состоящей из десяти генераторов и нагрузок, соединенных в кольцо. С помощью оптимизации она была сведена к системе из десяти глобально связанных фазовых осцилляторов с инерцией. На первом этапе были проведены исследования режимов сети при изменении активной мощности выбранного (пятого) генератора для двух значений коэффициента инерции H . Было выявлено, что большие значения коэффициента инерции приводят к потере устойчивости генератора на этапе установления колебаний сети. Таким образом, нарушение синхронизации одного из генераторов приводит к возмущению частоты всех

генераторов энергосети. Также было показано, что близко расположенные генераторы подвержены более сильному влиянию несинхронного генератора, а их частоты превышают допустимые нормы работы энергосети. Был исследован случай неравномерного распределения мощности в системе и построена карта режимов сети. В численном эксперименте изменялась генерируемая мощность в одном из осцилляторов и параметр инерции во всех осцилляторах сети. На плоскости управляющих параметров выделены три области, соответствующие трем режимам работы сети: синхронному, область сосуществования двух типов динамики и асинхронному режиму.

На втором этапе было рассмотрено влияние реактивной мощности одного из генераторов на режимы работы сети при различных значения активной мощности. Изменения мощности проводились в одном из выбранных осцилляторов, когда как характеристики мощности других осцилляторов являлись неизменными. Вторым управляющим параметром был выбран коэффициент инерции, одинаковый для всех осцилляторов. Полученные результаты были представлены в виде семейства карт режимов. В численном эксперименте была рассмотрена сеть осцилляторов с постоянной и одинаковой для всех элементов диссипацией. Было показано, что при расстройке собственных частот осцилляторов, которая достигалась при изменении активной и реактивной мощности, можно наблюдать значительное сокращение области фазовой синхронизации и появление широких зон области сосуществования двух типов динамики и асинхронного режимов работы сети. Из проведенных расчетов следует, что чрезмерное увеличение реактивной мощности хотя бы в одном из узлов ухудшает работу всей энергосети. Появление области сосуществования двух типов динамики и асинхронных режимов свидетельствуют об ухудшении частотной синхронизации генераторов в присутствии реактивной мощности или при неравномерном распределении активной мощности. Наличие отрицательной реактивной мощности (при емкостном характере проводимости соответствующего узла) сужает область существования фазовой синхронизации, тогда как положительная ре-

активная мощность (при проводимости индуктивного типа) способствует расширению данной области.

В главе также приводится сравнение результатов полученных при идентичных параметрах и условиях, но при различном количестве исследуемых фазовых осцилляторов. Полученный результат показал, что наблюдаемые режимы энергосети сохраняются вне зависимости от выбранного размера ансамбля фазовых осцилляторов.

Глава 2. Влияние нелинейной диссипации на динамику ансамбля фазовых осцилляторов с инерцией

2.1 Введение

Во второй главе производится моделирование неравномерного баланса производимой и потребляемой энергии в модели энергосети введенной в Главе 1. Каждый узел сети представлен как ротор с инерцией. Уравнения осцилляторной сети преобразуются в соответствии с эффективной сетевой моделью, предложенной в [112], и исследуются численно. Цель исследования состоит в нахождении условий, обеспечивающих частотную синхронизацию элементов сети. Как возможное решение проблемы стабилизации синхронного режима предлагается использовать влияние нелинейной диссипации осцилляторов. В главе приводятся и сравниваются рассчитанные карты режимов с постоянной величиной диссипации и в случае нелинейной формы затухания. Кроме того, рассмотрены случаи внешнего воздействия на отдельный узел сети в виде прямоугольного импульса, аддитивного шума и отсутствия связи между осцилляторами на короткий промежуток времени. Результаты исследований показывают, что нелинейное демпфирование в определенных случаях может предотвратить асинхронное поведение осцилляторов и повысить устойчивость ансамбля к внезапным колебаниям в системах. Полученные результаты могут быть применены в области энергосистем как возможный инструмент повышения устойчивости электрических сетей.

Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в работах [155, 156].

2.2 Влияние нелинейной диссипации в модели энергосети на базе связанных ротаторов с инерцией

Во второй главе в качестве исследуемой системы используется модель энергосети, представленная в разделе 1.2. Будет производиться исследование нелинейного характера диссипации на динамику ансамбля фазовых осцилляторов. Взяв за основу модель эффективной сети (7), перепишем уравнения с учетом нелинейного характера диссипации:

$$\frac{2H_i}{\omega_R} \ddot{\delta}_i + \frac{D_i(\dot{\delta}_i)}{\omega_R} \dot{\delta}_i = A_i - \sum_{j=1, j \neq i}^{n_g} K_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}) \quad i = 1, \dots, n_g, \quad (2.1)$$

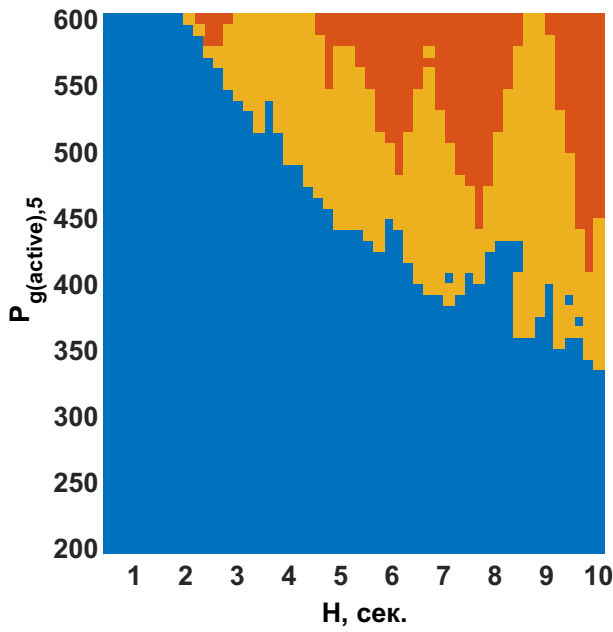
$$D_i = k_i |\dot{\delta}_i(t)| + D_{0i} \quad (2.2)$$

Параметр диссипации D_i предполагается зависящим от мгновенной частоты $\dot{\delta}_i(t)$ по закону представленному выражением (2.2), где k_i – некоторый безразмерный коэффициент, характеризующий степень нелинейности, D_{0i} – постоянная компонента параметра диссипации. Формула (2.2) имеет простую форму записи присутствия нелинейности и не отражает ряд физических ограничений, связанных с большими значениями нелинейного затухания в случае переходных процессов и асинхронных режимов фазовых осцилляторов. Другие параметры уравнения (2.1) имеют прежний вид и описаны в разделе 1.2. В соответствии с выражением (2.2), диссипация каждого осциллятора изменяется динамически в зависимости от величины его мгновенной частоты $\dot{\delta}_i(t)$. Будем полагать, что постоянная параметра коэффициента диссипации для всех осцилляторов одинакова: $D_{0i} = D_0 = 50$. В режиме фазовой синхронизации $\dot{\delta}_i \rightarrow 0$ и все величины D_i принимают базовое значение $D_0 = 50$.

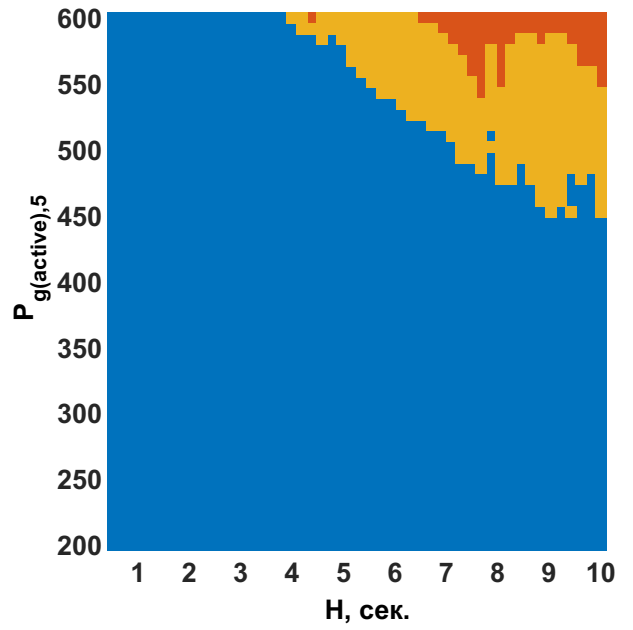
2.2.1 Влияние нелинейной диссипации на области режимов энергосети в при учете активной и реактивной мощности

Изменим условия эксперимента, заменив для каждого осциллятора в сети постоянный параметр диссипации D_0 на величину, зависящую от мгновенной частоты осциллятора по формуле (2.2). В данном разделе предлагается рассмотреть изменение карты режимов в зависимости от коэффициента нелинейности диссипации. Исследовались области различных режимов, изменяя параметры $P_{g(active),5}$ и H . Были построены карты режимов на плоскости управляющих параметров для нескольких различных значений параметра нелинейности k . Полученные карты режимов для четырех значений параметра нелинейности приведены на рис.2.1. Как и в случае сети линейных осцилляторов (7) на картах режимов выделены три области: область 1, в которой наблюдается синхронный режим, область 2, область в которой наблюдается синхронных и асинхронных тип динамики в зависимо от начальных условий и область 3, соответствующая несинхронному поведению.

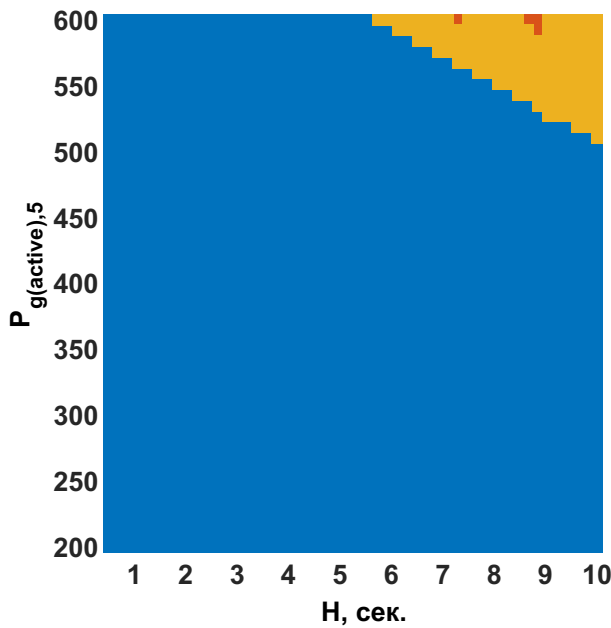
Как видно из карт режимов, представленных на рис.2.1 (а-г), с увеличением параметра нелинейной диссипации k растет размер области синхронного режима сети. В то же время, возникают новые области сосуществования двух типов динамики в той части карты режимов, где ранее при постоянной диссипации или при малой величине k наблюдалось синхронное поведение. Увеличение диссипации в реальных системах не является оправданным так как большие значения $D_i(\dot{\delta})$ могут вызвать аварийный режим работы энергосети, связанный с высоким выделением тепла и нагревом электрогенератора. Таким образом, регулирование величины диссипации в малом диапазоне более приемлемо. Также из рисунка 2.1 можно сделать следующий вывод о централизованных источниках энергии. Такие источники, как правило, имеют большие значения вырабатываемой энергии $P_{g(active),i}$ и постоянной инерции H . Как видно на рис.



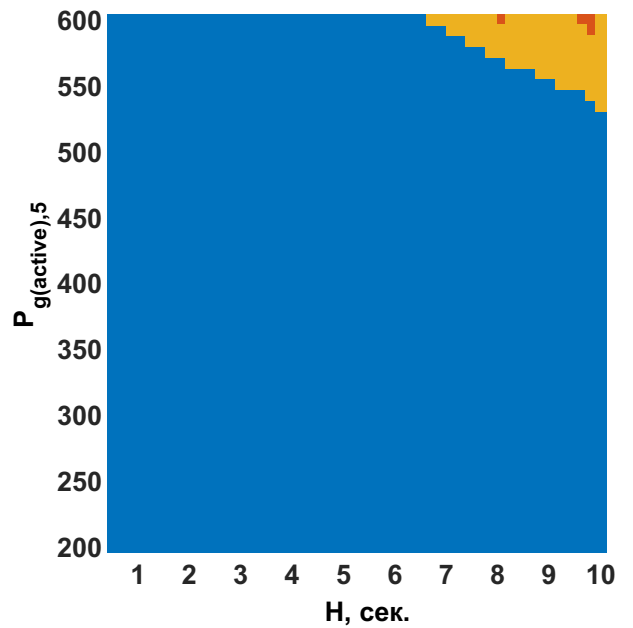
(a)



(б)



(в)



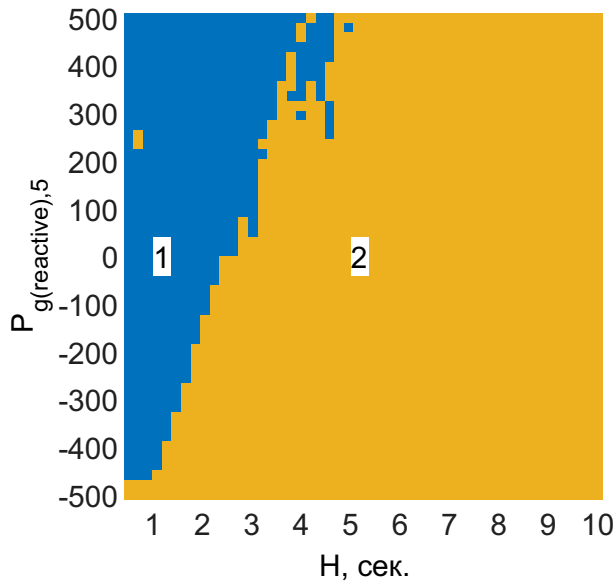
(г)

Рисунок 2.1. Карта режимов сети осцилляторов (2.1) при нелинейной диссипации с коэффициентом $k = 1$ (а), $k = 3$ (б), $k = 5$ (в), $k = 6$ (г), синяя область – синхронный режим осцилляторов, желтая область – область синхронного и асинхронного типа динамики и красная область – несинхронное поведение одного или нескольких осцилляторов. Другие параметры сети: постоянная диссипация $D_0 = 50$, выходные мощности $P_{g(active),i} = 200$, $i \neq 5$.

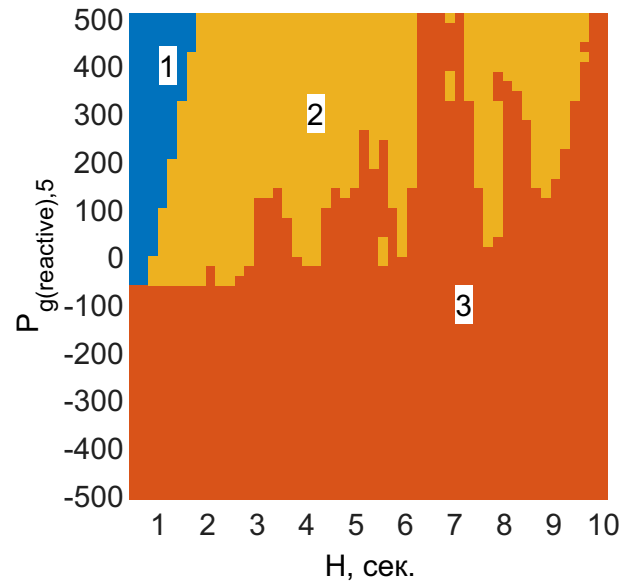
2.1 (а-г), в области больших значений $P_{g(active),i}$ и H режим синхронизации нарушается. Следовательно, увеличение диссипации в мощных централизованных источниках энергии не будет эффективным для достижения синхронного поведения.

Перейдем к следующему этапу исследований, в котором рассматривается влияние нелинейной диссипации осцилляторов в случае присутствия реактивной составляющей мощности осцилляторов. В эксперименте были проведены расчеты, аналогичные исследованию чисто активной мощности осцилляторов. Были построены карты режимов на плоскости управляющих параметров $H \in [1, 10]$, $P_{g(reactive),5} \in [-500, 500]$ с учетом модификации (2.1). На рисунке 2.2(а,б) представлены карты режимов сети, построенные для значений $P_{g(active),i} = 450$ и $P_{g(active),i} = 600$ с учетом коэффициента нелинейной диссипации $k = 1$.

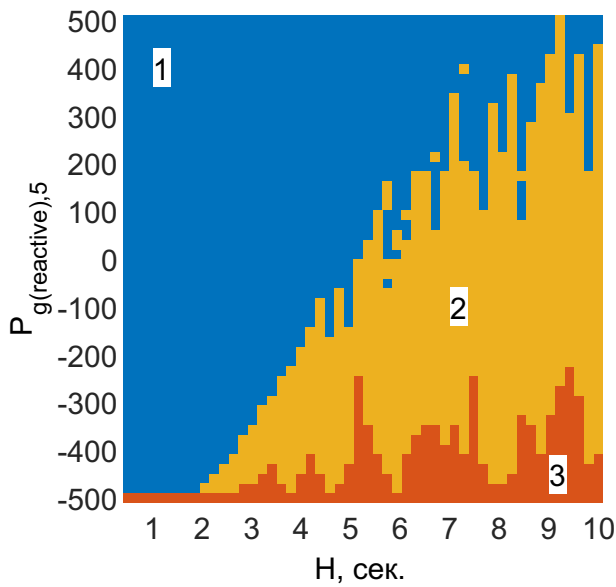
Сравним, результаты, приведенные на рисунке 2.2(в,г), с результатами, представленными на рисунке 2.2(а,б), в случае постоянной диссипации. Карты режимов, представленные рисунками 2.2(а,б), были взяты из раздела 1.4.2, в котором рассматривалась работа сети осцилляторов при изменении реактивной мощности при постоянном значении диссипации D_0 . На рисунке 2.2(в), можно видеть, как изменилась карта режимов для значения активной мощности пятого осциллятора $P_{g(active),5} = 450$. В сравнении с рисунком 2.2(а) область фазовой синхронизации 1 увеличивается. Основная область фазовой синхронизации находится при следующих значениях реактивной мощности $-500 \leq P_{g(reactive),5} \leq 500$ и значению коэффициента инерции $H \leq 2$. Кроме того появляется область асинхронного поведения 3. При увеличении реактивной мощности $P_{g(reactive),5} \rightarrow 500$, при всех значениях коэффициента инерции наблюдается фазовая синхронизация. Рассмотрим результат, представленный на рисунке 2.2(г), для $P_{g(active),5} = 600$. В сравнении с результатом, полученным при $P_{g(active),5} = 450$ 2.2(а), область фазовой синхронизации 1 стала меньше. Область находится в новом диапазоне значений $-50 \leq P_{g(reactive),5} \leq 500$ и



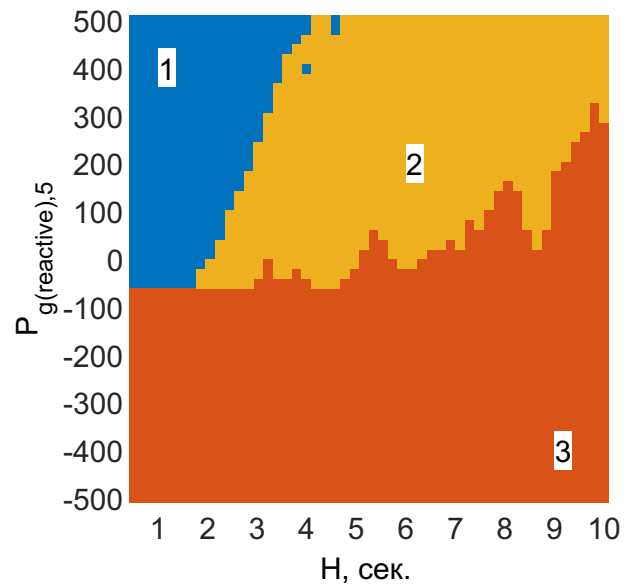
(a)



(б)



(в)



(г)

Рисунок 2.2. Семейство карт режимов сети осцилляторов (2.1) с учетом постоянной (а,б) нелинейной диссипации (в,г) (2.2) на плоскости управляющих параметров $H \in [1, 10]$, $P_{g(reactive),5} \in [-500, 500]$ для значений активной мощности пятого осциллятора: $P_{g(active),5} = 450$ (а,в); $P_{g(active),5} = 600$ (б,г). Область 1 (синяя онлайн) – режим фазовой синхронизации, область 2 (желтая) – область синхронного и асинхронного типа динамики, область 3 (красная) – асинхронное поведение. Другие параметры системы системы: $D_0 = 50$ для карт режимов (а,б); коэффициент нелинейной диссипации $k = 1$ для карт режимов (в,г).

$0,5 \leq H \leq 4$. При этом, нелинейная диссипация также позволила сократить область асинхронного режима 3. На картах режимов, приведенных на рисунках 2.2(в) и 2.2(г), наблюдается рост области фазовой синхронизации по сравнению с результатами полученными при постоянном значении параметра диссипации $D_0 = 50$ 2.2(а,б). При этом, рост области фазовой синхронизации 1 при $P_{g(active),5} = 450$ более значителен, чем при $P_{g(active),5} = 600$. Результаты, приведенные на рисунках 2.2(в,г) позволяют сделать заключение о положительной роли нелинейной диссипации. Влияние нелинейной диссипации на собственные частоты осцилляторов позволяет расширить рабочий диапазон синхронной работы сети (область 1 рисунок 2.2(в,г)). Наличие реактивной мощности влияет на параметры собственной мощности A_i и коэффициента связи K_{ij} осциллятора. В случае критических значений данных параметров, в ансамбле осцилляторов возникают сценарии потери синхронизма осциллятора с остальным ансамблем, тогда как влияние нелинейной диссипации позволяет поддерживать устойчивый режим работы всего ансамбля.

2.3 Роль нелинейной диссипации в случае действия негативных факторов

2.3.1 Влияние нелинейной диссипации при импульсном воздействии на сеть осцилляторов

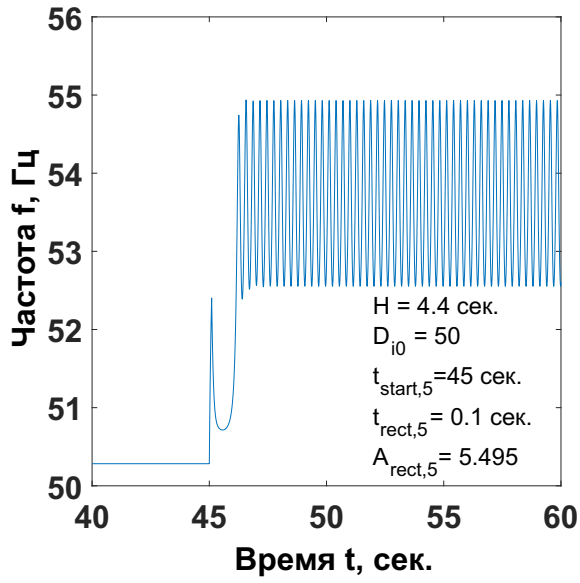
Рассмотрим случай, когда на энергосеть оказывается негативное влияние. К такому роду влияний можно отнести большие скачки мощности в энергосети, связанные с действиями крупных потребителей или аварийных случаев в объектах генерации/потребления энергии. В проведенном численном эксперименте на систему (7) оказывается влияние посредством возмущения в виде

прямоугольного импульса. Уравнения (7) преобразуются следующим образом:

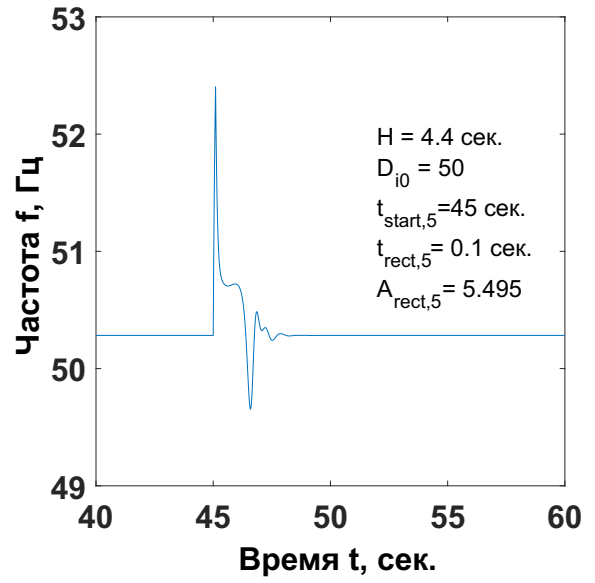
$$\frac{2H}{\omega_R} \ddot{\delta}_i + \frac{D_i}{\omega_R} \dot{\delta}_i = A_i - \sum_{j=1, j \neq i}^{n_g} K_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}) + \text{rect}_i(t) \quad i = 1, \dots, n_g, \quad (2.3)$$

$$\text{rect}_i(t) = A_{\text{rect},i} \cdot [\bar{\theta}(t - t_{\text{start}}) - \theta(t - (t_{\text{start}} + t_{\text{rect}}))], i = 5, \quad (2.4)$$

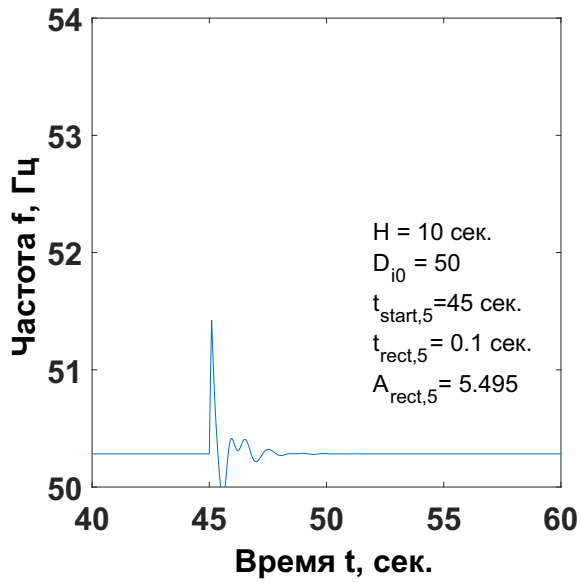
где $t_{\text{start}} = 45$ с. - начальное время подачи прямоугольного импульса, $A_{\text{rect},i}$ амплитуда импульса, $t_{\text{rect},i}$ - длительность импульса и функция Хевисайда $\bar{\theta}$, для осцилляторов $i \neq 5$ функция $\text{rect}_i(t) = 0$. Параметры системы имеют следующие значения: $P_{g(\text{active}),5} = 450$ и $H_i = 4.4$. Выходные мощности $P_{g(\text{active}),i}$ всех остальных узлов $i \neq 5$, полагались равными 200. Начальные условия выбирались соответствующими синхронному режиму. Будем воздействовать на пятый осциллятор прямоугольным импульсом с различной длительностью во времени. При постоянной диссипации всех элементов ($D_i = D_0 = 50, i = 1, 2, \dots, 10$) с ростом амплитуды воздействия наблюдается срыв синхронизма. Избыток генерируемой мощности в пятом узле влияет на установившуюся частоту в синхронном режиме, она становится выше опорной частоты ω_R . Прямоугольный импульс с положительной амплитудой приводит к еще большему изменению баланса мощностей в сторону избыточной мощности, что вызывает рассинхронизацию пятого осциллятора.



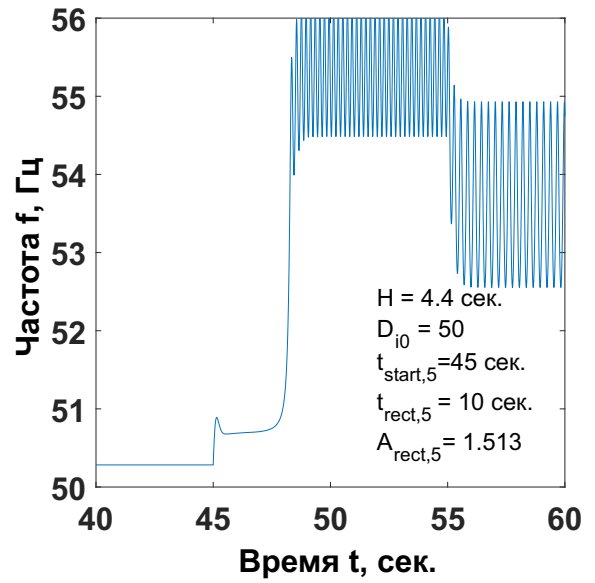
(a)



(б)



(в)



(г)

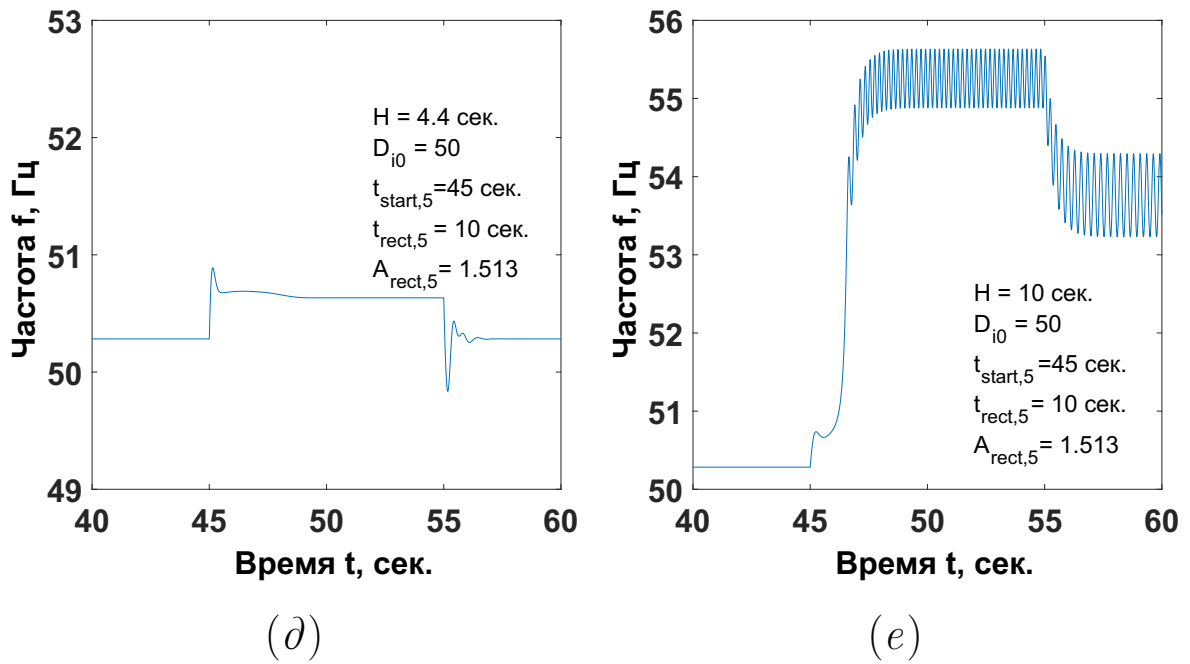


Рисунок 2.3. Временные реализации колебаний пятого осциллятора под действием прямоугольного импульса различной длительности $t_{rect,5}$ и амплитуды $A_{rect,5}$ при различных значениях параметра нелинейного затухания k_5 : $k_5 = 0$ (а, г); $k_5 = 0,0011$ (б, в); $k_5 = 0,016$ (д, е).

На рис. 2.3(а, г) представлены реализации колебаний во времени, полученные при воздействии прямоугольных импульсов разной длительности: $t_{rect} = 0.1$ с. рис. 2.3(а) и $t_{rect} = 10$ с. рис. 2.3(г). Видно, что потеря синхронизма, в случае воздействия импульсов различной длительности, наступает при различных амплитудах воздействия. Так, для короткого импульса рис. 2.3(а) амплитуда, при которой наблюдается срыв синхронизма, есть $A_{rect,i} = 5.495$, тогда как для длительного воздействия рис. 2.3(г) это значение составило $A_{rect,i} = 1.513$. Таким образом, энергосеть может выдерживать сильное изменение мощности в короткий промежуток времени. При длительном изменении мощности в энергосети, потеря синхронизма пятого осциллятора наблюдалась при достаточно малой амплитуде воздействия.

Далее, для установленных критических значений амплитуды импульсного воздействия, численный эксперимент повторялся при замене постоянной диссипации пятого осциллятора на нелинейную диссипацию по формуле (2.2). При

этом, мы изменяли параметр нелинейной диссипации k_5 , добиваясь устойчивого синхронного режима сети. На рис.2.3(б, д) представлены реализации колебаний пятого осциллятора во времени, полученные при различных значениях k_5 . В случае малой длительности $t_{rect,5} = 0.1$ с. критическое значение параметра нелинейности, при котором устанавливался синхронизм, составляло $k_5 = 0.0011$, а при $t_{rect,5} = 10$ с. $k_5 = 0.016$. Таким образом, после окончания воздействия импульсами различной длины, синхронный режим устанавливался при достаточно малых значениях параметра нелинейной диссипации k_5 .

Рассмотрим, сохраняются ли полученные значения k_5 , увеличив постоянную инерции всех осцилляторов до $H = 10$. Было установлено, что в случае короткого импульса амплитуда возмущения и время затухания импульса меняются незначительно (рис.2.3(в)), тогда как при длительном воздействии при $k_5 = 0.016$ происходит потеря синхронизма пятого осциллятора (рис.2.3(е)). Таким образом, при возросшей инерционности осцилляторов сети, значение $k_5 = 0.016$ оказывается недостаточным для поддержания синхронизма. На рисунках 2.4(а,б) проиллюстрирован численный эксперимент, в котором оказывалось воздействие на выбранный осциллятор $i = 5$ прямоугольным импульсом с отрицательной амплитудой $A_{rect,5} = -10$ и длительностью воздействия $t_{rect,5} = 10$ с. Из представленных на рисунке 2.4(а,б) результатов можно установить, что воздействие на ансамбль прямоугольным импульсом с отрицательной амплитудой и большой длительностью воздействия не вносит изменения в режим работы всего ансамбля осцилляторов 2.4(б). Воздействие на осциллятор $i = 5$ с собственной частотой \tilde{f}_i отличной от остального ансамбля не приводит в потере частотной синхронизации в ансамбле осцилляторов как в случае с положительными значениями амплитуды воздействия прямоугольного импульса $A_{rect,5}$. В момент воздействия импульса мгновенная частота пятого осциллятора резко уменьшается и осциллирует вблизи значения $f_5 \approx 44$ Гц и после окончания воздействия возвращается в исходное синхронное положение с остальным ансамблем осцилляторов 2.4(а). Воздействие импульсом с отрицательной ам-

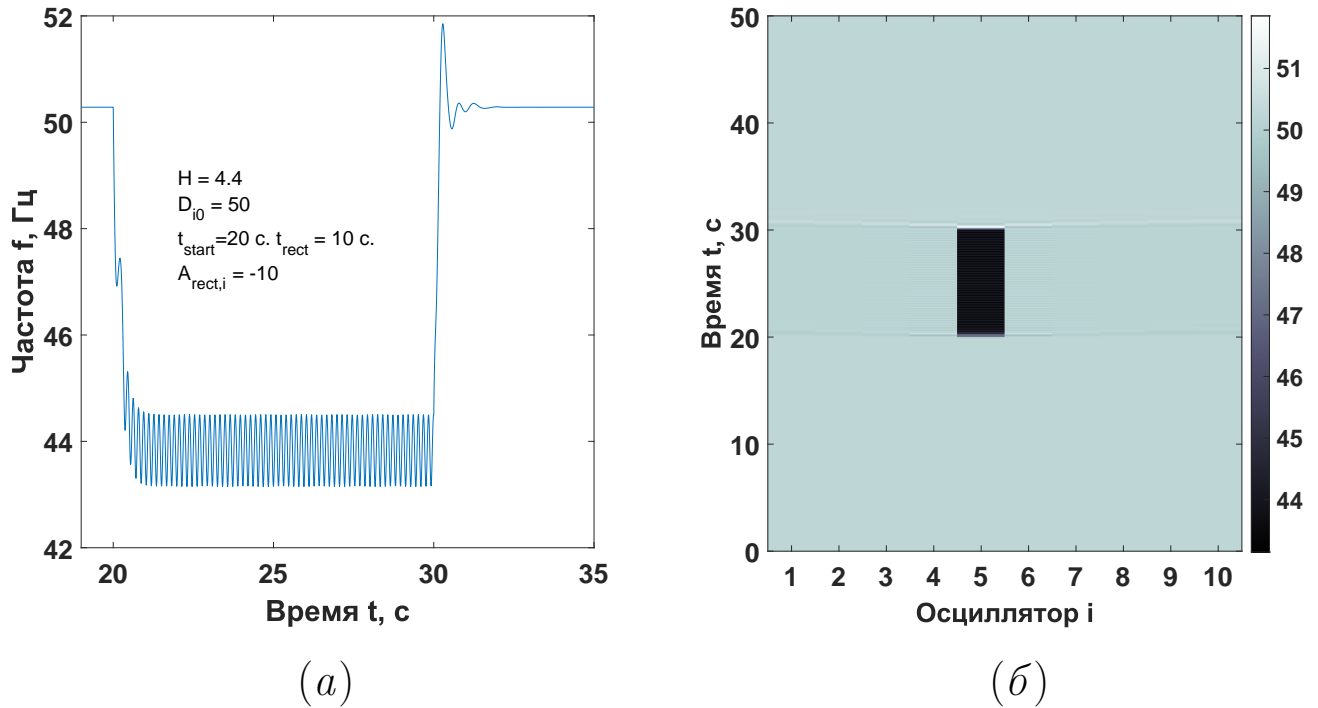


Рисунок 2.4. Временная реализация колебаний пятого осциллятора (а) и пространственно-временная диаграмма частоты осцилляторов (в) под действием прямоугольного импульса амплитудой $A_{rect,5} = -10$, длительности импульса $t_{rect,5} = 10$ с. и фиксированном значении параметра диссипации $D_0 = 50$.

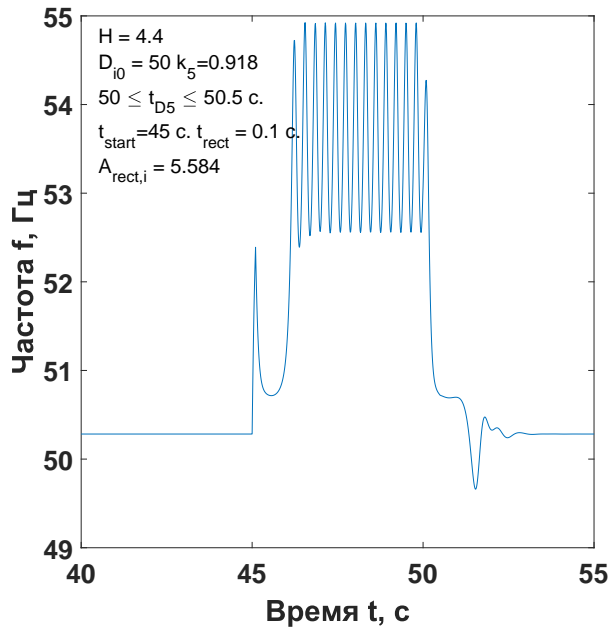
плитудой на другие осцилляторы ансамбля приводит к аналогичным результатам.

Рассмотрим следующий пример, в котором будем производить воздействие прямоугольным импульсом с учетом нелинейной диссипации (2.2), действующий в определенной промежуток времени. Интенсивность и длительность импульса устанавливаются таким образом, чтобы изменить режим выбранного осциллятора на асинхронное состояние. Далее, для возвращения режима осциллятора в исходное устойчивое состояние в данном осцилляторе производится изменение параметра диссипации в течение ограниченного промежутка времени, следующий после времени воздействия импульса. В заданном промежутке времени параметр диссипации D_5 перестает быть постоянной величиной и

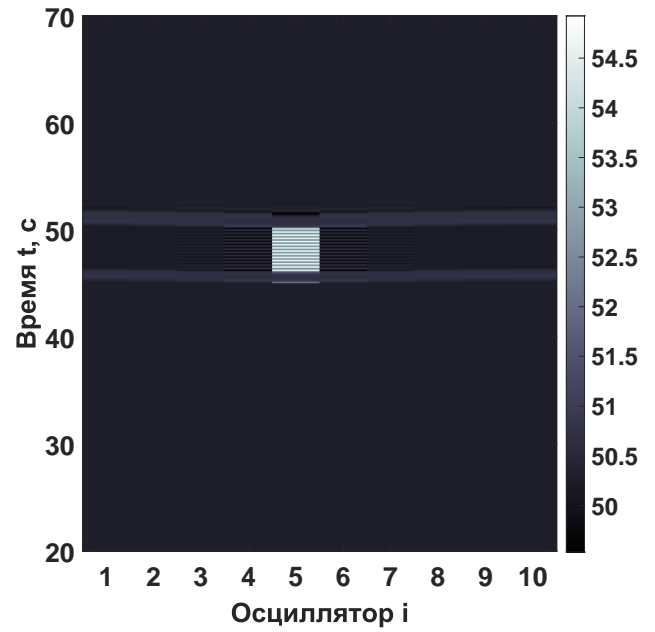
определяется по формуле (2.2) с заданным значением коэффициента нелинейной диссипации k_5 . Представим полученные результаты в виде пространственно-временных диаграмм и временных реализаций исследуемого осциллятора.

На рисунках 2.5(а-г) проиллюстрирован случай, когда на осциллятор под номером $i = 5$ оказывается воздействие прямоугольным импульсом с началом в момент времени $t_{start,5} = 45$ с. В промежутке времени $T < 45$ с. ансамбль фазовых осцилляторов находится в режиме фазовой синхронизации всех осцилляторов. Параметры возмущения выбраны следующими: длительность $t_{rect,5} = 0.1$ с. и амплитуду $A_{rect,5} = 5.584$. В случае прекращения воздействия импульса, исследуемый осциллятор продолжает находиться в асинхронном режиме работы по отношению к остальным элементам ансамбля. В целях стабилизации частоты осциллятора $i = 5$ в момент времени $T > 50$ с., производится изменение параметра диссипации D_5 в соответствии с формулой (2.2). На рисунке 2.5(а) синхронное состояние $f_5 = f_i = const$ достигается при времени влияния нелинейной диссипации $t_{D_{on}} = 0.5$ с. и значении коэффициента нелинейной диссипации $k_5 = 0.918$. Рисунок 2.5(в) демонстрирует аналогичные результаты проводимого эксперимента. С увеличением времени влияния нелинейной диссипации $t_{D_{on}} = 5$ с. коэффициент нелинейной диссипации, при котором возможен синхронный режим, становится равным $k_5 = 0.816$. Таким образом, можно заключить, что с уменьшением времени работы $t_{D_{on}}$ для возникновения синхронного режима необходимо иметь большее значение величины k_5 . На рисунках 2.5(б,г) представлены пространственно-временные диаграммы на которых видно, что после действия нелинейной диссипации ансамбль осцилляторов пребывает в синхронном состоянии.

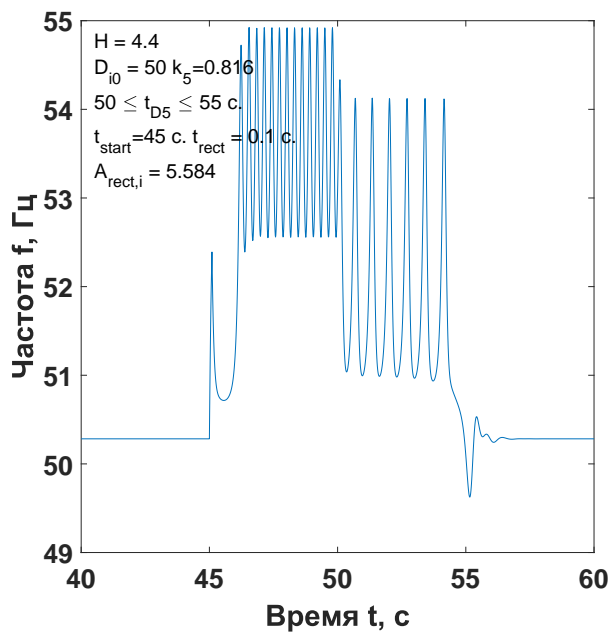
Эксперимент с действием нелинейной диссипации на ограниченном отрезке времени также проводился в случае воздействия импульсом на соседние осцилляторы $i = 4$ и $i = 6$ при амплитуде воздействия как и в предыдущем случае $A_{rect,4} = A_{rect,6} = 5.584$ и длительности $t_{rect,4} = t_{rect,6} = 0.1$ с. Воздействие на выбранные осцилляторы также приводит к возникновению асин-



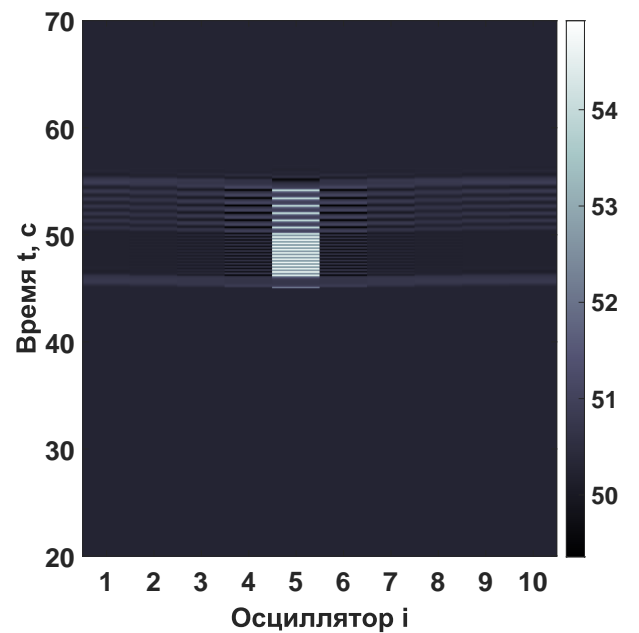
(а)



(б)



(в)



(г)

Рисунок 2.5. Временные реализации колебаний пятого осциллятора (а,б) и пространственно-временные диаграммы частоты осцилляторов (в,г) под действием прямоугольного импульса, значение длительности и амплитуды импульса $t_{rect,5} = 0.1$ с. и $A_{rect,5} = 5.584$ соответственно. Значение коэффициента нелинейной диссипации $k_5 = 0.918$ при $50 \leq t_{D_5} \leq 50.5$ с. (а,б), $k_5 = 0.816$ при $50 \leq t_{D_5} \leq 55$ с. (в,г), в остальных промежутках времени диссипация имеет величину $D_5 = D_0 = 50$.

хронного режима осциллятора $i = 5$, тогда как воздействие прямоугольным импульсом на осцилляторы отличные от $i = 4, 5, 6$ не приводит к смене режима работы осциллятора $i = 5$ даже при значительном увеличении амплитуды возмущения. Это связано с малым значением коэффициента связи пятого осциллятора с отдаленными осцилляторами энергосети и выбранной кольцевой топологии исходной сети. Добавление нелинейной диссипации, в различные осцилляторы отличные от пятого, не приводит к частотной синхронизации пятого осциллятора с синхронной частью ансамбля при сколь угодно значениях коэффициента нелинейной диссипации k_i и длительности t_{Don} . Эффективность нелинейной диссипации, при её добавлении в различные осцилляторы ансамбля, обусловлена степенью взаимодействия между осцилляторами, то есть значением коэффициента связи как и в случае введения импульсного возмущения в осцилляторы с различными номерами.

Эксперимент с воздействием на систему импульсов различной длительности показал, что энергосеть является более устойчивой к кратковременным изменениям мощности. Подобные результаты были представлены в статье [167]. Длительные импульсные воздействия на отдельные узлы сети могут приводить к срыву синхронизма. Допустимая вариация мощности зависит от общего баланса генерации и потребления в энергосети. Влияние слабой нелинейной диссипации позволяет предотвратить срыв синхронного режима, повышая стабильность энергосети. В случае действия нелинейной диссипации на ограниченном промежутке времени, значение k_i становится больше по сравнению со случаем нелинейной диссипацией, действующей постоянно на всем времени счета численного эксперимента. Чем меньше время действия нелинейной диссипации тем больше становится значение k_i , необходимое для синхронной работы энергосети.

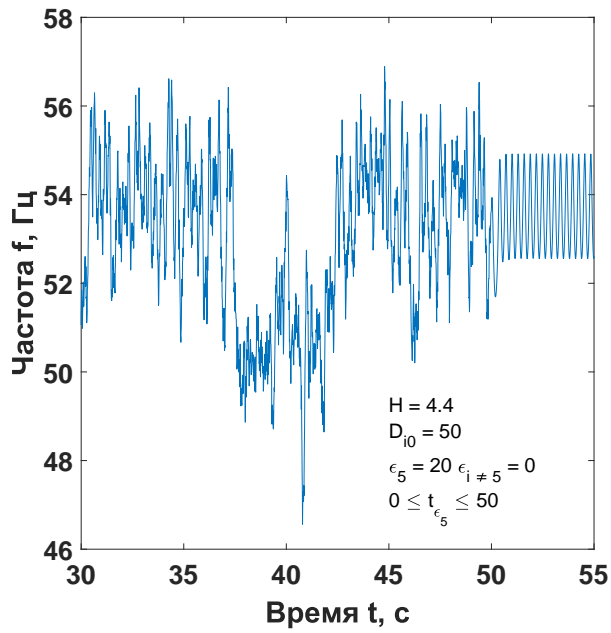
2.3.2 Влияние нелинейной диссипации в случае воздействия на сеть аддитивным гауссовским шумом

Исследуем случай негативного влияния на энергосеть в виде воздействия шума. Шумовое воздействие на энергосеть делает модель более реалистичной так как частота вращения ротора генератора не является постоянной величиной даже в случае синхронного режима энергосети. В первую очередь это связано с хаотичной динамикой потребляемой мощности сети пользователей электроэнергии. В таком случае частота вращения ротора является случайным процессом. Регулируя интенсивность шума внешнего воздействия, рассмотрим влияние хаотической динамики осцилляторов на работу рассматриваемой энергосети. Используя систему (7) добавим в правые части уравнений аддитивные источники шума:

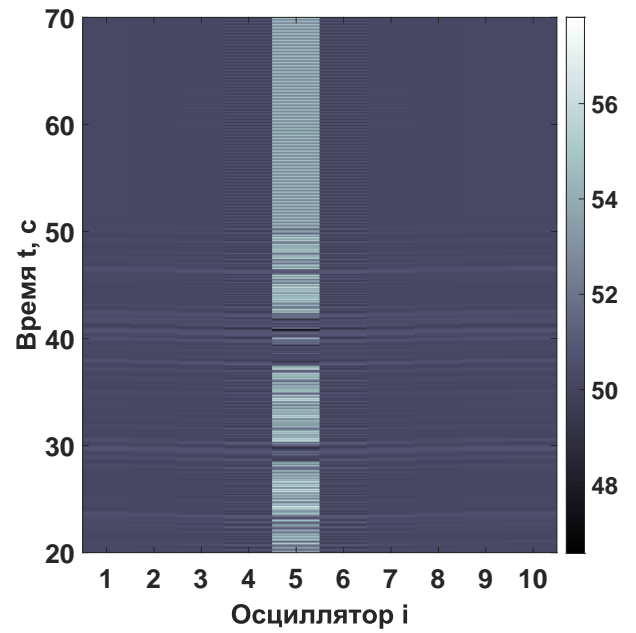
$$\frac{2H}{\omega_R} \ddot{\delta}_i + \frac{D_i}{\omega_R} \dot{\delta}_i = A_i - \sum_{j=1, j \neq i}^{n_g} K_{ij} \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}) + \sqrt{2\varepsilon_i} \xi_i(t) \quad i = 1, \dots, n_g, \quad (2.5)$$

где ε_i - интенсивности источников шума, ξ_i - независимые нормированные гауссовы источники белого шума. Для нормированных источников имеем: $\langle \xi_i(t) \rangle = 0$, $\langle \xi_i(t) \xi_j(t + \tau) \rangle = \delta_{ij} \delta(\tau)$, где δ_{ij} есть символ Кронеккера, а $\delta(\tau)$ — функция Дирака. На карте режимов 1.17 выберем точку, отвечающую области сосуществования двух типов динамики $P_{g(active),5} = 410$ и $H = 4$. Используем начальные условия, при которых реализуется синхронная работа пятого осциллятора $i = 5$. Далее в полученном режиме добавим гауссовский шум в пятый осциллятор $\varepsilon_5 \neq 0$ и $\varepsilon_i = 0$ для $i \neq 5$, добиваясь срыва синхронизма с энергосетью.

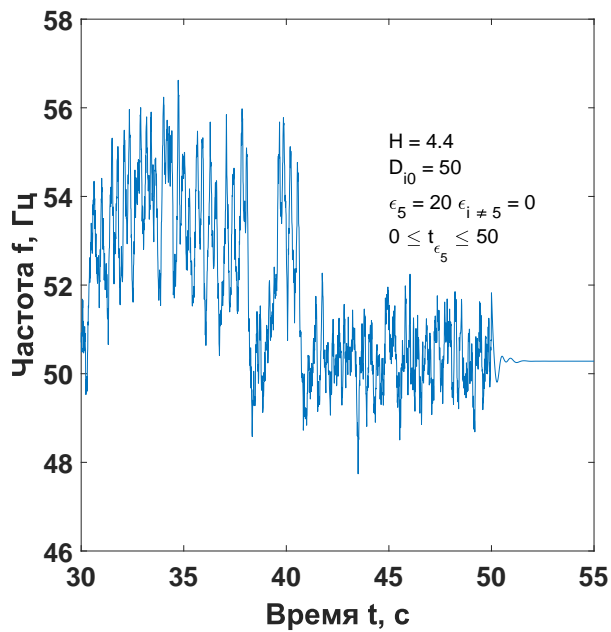
Графики, приведенные на рисунке 2.6(а-г), были получены при одних их тех же начальных условиях и постоянном значении параметра диссипации $D_0 = 50$. Аддитивный белый гауссовский шум вводился на определен-



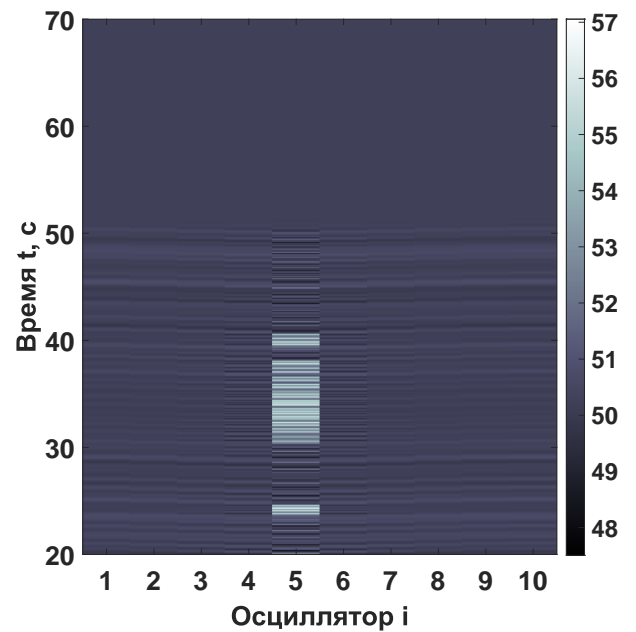
(а)



(б)



(в)

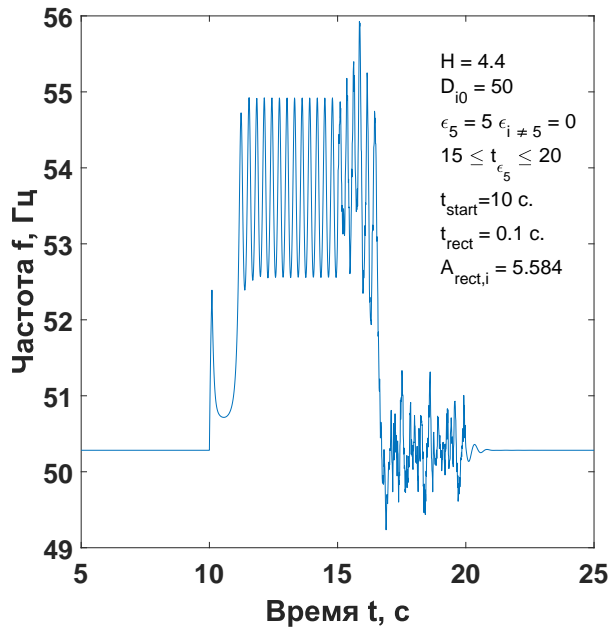


(г)

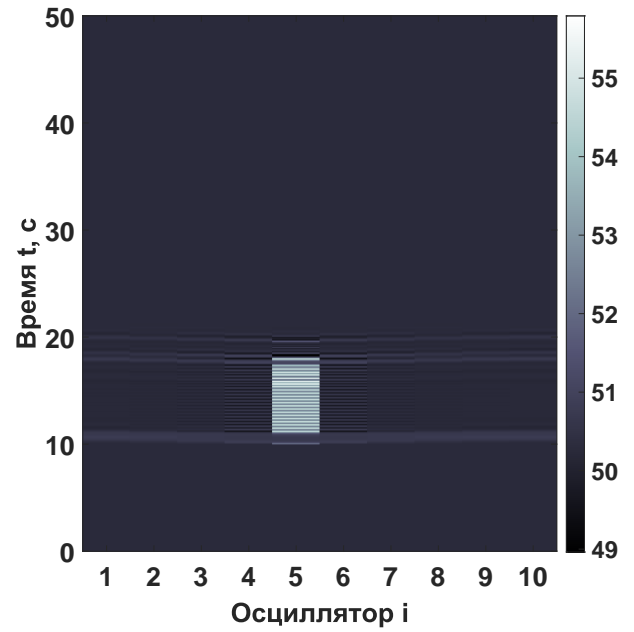
Рисунок 2.6. Временные реализации колебаний пятого осциллятора (а,б) и пространственно-временные диаграммы частоты осцилляторов (в,г) под действием аддитивного шума, значение интенсивности $\epsilon_5 = 20$ при фиксированном значении параметра диссипации $D_0 = 50$.

ном промежутке времени $0 < T < 50$ с. при общем времени счета $T = 200$ с. из которых $T_{transient} = 100$ с. использовались для устранения переходного процесса. На рисунках 2.6(а,б) показаны колебания во времени пятого осциллятора, рассчитанные при одинаковых значениях интенсивности гауссовского шума. Из результатов численного эксперимента следует, что в зависимости от мгновенного значения гауссовского шума, в момент времени когда источник шума прекращает свое воздействие на выбранный осциллятор, возможен срыв синхронного состояния осциллятора 2.6(б,г). В выведенном из синхронизма осцилляторе происходит периодические колебания мгновенной частоты f_i вблизи его собственной частоты \tilde{f}_i (24). В случае, когда мгновенное значение частоты осциллятора достигает значения собственной частоты \tilde{f}_i , образуется условие для возникновения срыва синхронного состояния. В рассмотренном случае это значение собственной частоты осциллятора $i = 5$ равняется $\tilde{f}_5 = 53,3802$ при значении активной мощности $P_{g(active),5} = 410$. В результате проведенных компьютерных экспериментов также было установлено, что при увеличении интенсивности шума ε_5 вероятность срыва синхронизма возрастает, так как значение мгновенной частоты f_5 чаще попадают в область значений, близких к области значения \tilde{f}_5 .

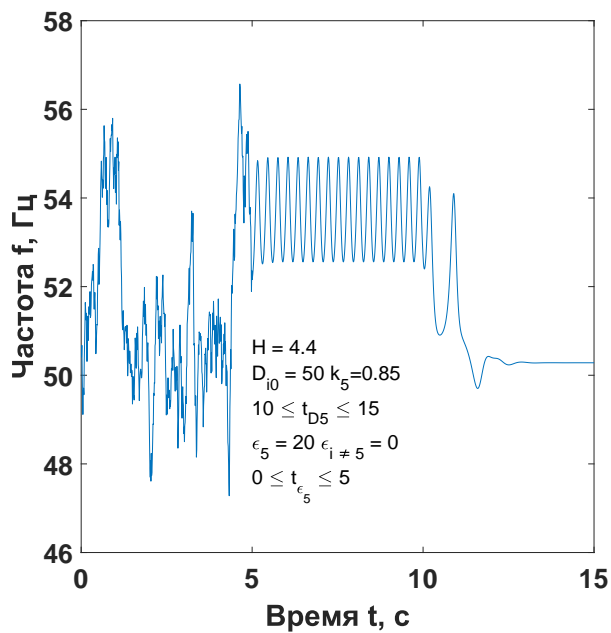
На рисунках 2.7(а,б) проиллюстрирован случай, когда, при предыдущих характеристиках и параметрах, выведенный из синхронизма пятый осциллятор приводится в синхронное состояние с ансамблем под действием шума. В эксперименте устанавливается частотная синхронизация всего ансамбля при фиксированном значении параметров диссипации $D_i = 50$ для каждого осциллятора. Как и в предыдущем случае, общее время счета составляет $T = 200$ с. из которых $T_{transient} = 100$ с. использовались для устранения переходного процесса в начальный момент времени. Далее на ансамбль в момент времени $t_{start,5} = 10$ с. подается прямоугольный импульс с амплитудой воздействия $A_{rect,5} = 5,584$ и длительностью $t_{rect,5} = 0,1$ с. На рисунке 2.7(а) в интервале времени $10 < T < 15$ с. происходит рассинхронизация пятого осциллятора с



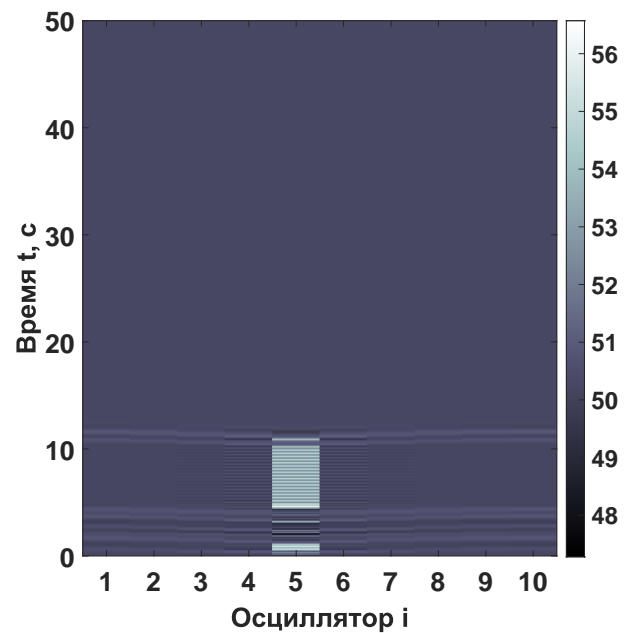
(а)



(б)



(в)



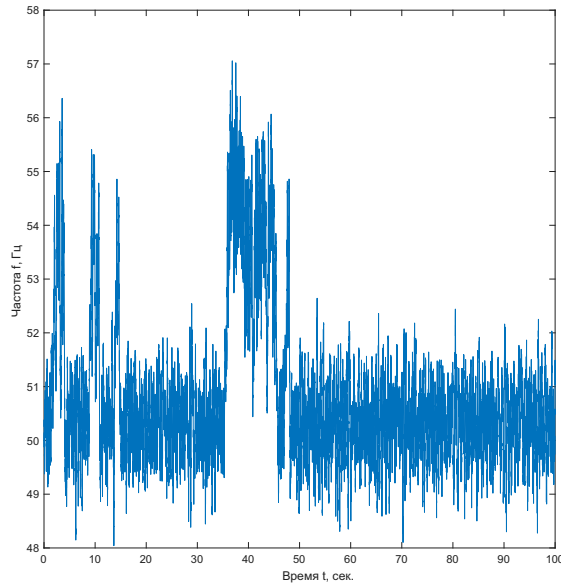
(г)

Рисунок 2.7. Временная реализация колебаний пятого осциллятора (а, в) и пространственно-временная диаграмма частоты осцилляторов (б, г) под действием аддитивного шума, при фиксированном значении параметров диссипации $D_i = 50$ для любого i . В случаях (в, г) значения всех параметров диссипации равны $D_i = 50$, кроме промежутка времени $10 < T < 15$ с. где значение диссипации определяется по формуле (2.2) с коэффициентом нелинейности $k_5 = 0.85$.

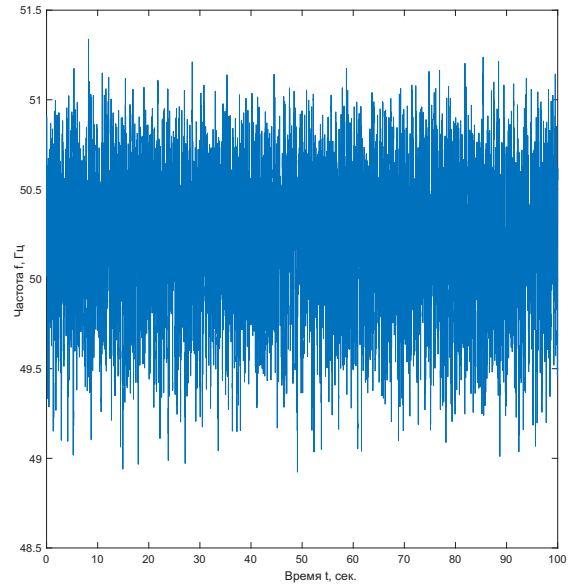
ансамблем и работа на частоте собственных колебаний \tilde{f}_5 . Далее на пятый осциллятор в промежуток времени $15 < T < 20$ с. производится подача гауссовского шума с интенсивностью $\varepsilon_5 = 5$. Временная реализация 2.7(а) показывает, что при $T \approx 16$ с. под действием шума происходит резкий скачек мгновенной частоты осциллятора. И после прекращения шумового возмущения при $T > 20$ с., мгновенная частота осциллятора становится синхронной и идентичной мгновенной частоте всего ансамбля фазовых осцилляторов 2.7(б).

Аналогичный пример приводится на графиках, представленных на рисунке 2.7(в,г). В этом примере для вывода осциллятора $i = 5$ из синхронизма на систему фазовых осцилляторов подается шум в начальный момент времени $T = 0$ с. с интенсивностью шума $\varepsilon_5 = 20$. При достижении значения времени счета $T = 5$ с. шумовое воздействие отключается и в системе наблюдается асинхронный режим осциллятора $i = 5$ в диапазоне времени $5 < T < 10$ с. Как и в примере с импульсным воздействием, замена на короткий промежуток времени параметра диссипации на нелинейную форму (2.2) позволяет производить синхронизацию неустойчивого по частоте осциллятора. В примере с аддитивным шумом синхронизация осциллятора $i = 5$ достигается введением нелинейной диссипации в момент времени $T = 10$ с. с длительностью $t_{D_{on}} = 5$ с. и нелинейным коэффициентом $k_5 = 0,85$.

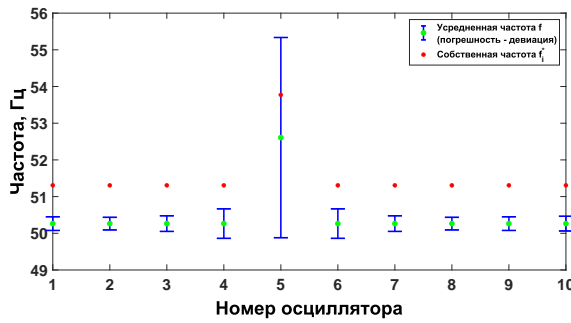
Рассмотрим влияние нелинейной диссипации в период шумового воздействия на систему фазовых осцилляторов. Параметры для расчета правых частей системы фазовых уравнений (2.5) были выбраны следующие: $P_{g(active),5} = 450$, $P_{g(active),i \neq 5} = 200$, $P_{g(reactive),i} = 0$, $P_{c(active),i} = 200$, $P_{c(reactive),i} = 0$ и $H = 4$. Введем в осциллятор $i = 5$ аддитивный гауссовский шум с интенсивностью порядка $\varepsilon_5 = 100$. На рисунках 2.8(а,б) представлены временные реализации, полученные при постоянном значении $D_i = 50$ для любого i 2.8(а) и в случае работы нелинейной диссипации в пятом осцилляторе с коэффициентом $k_5 = 50$ 2.8(б). Из рисунка 2.8(а) видно, что в присутствии шума на временной реализации видны всплески мгновенной частоты f_5 . Возмущение частоты f_5 достигает



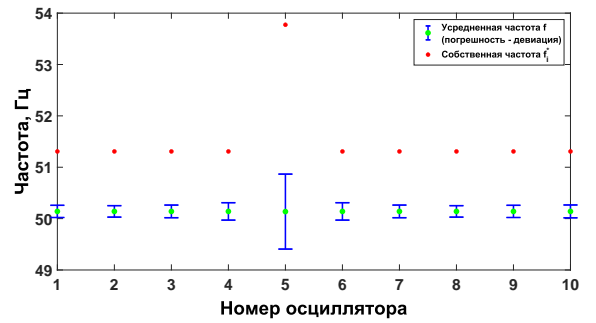
(а)



(б)



(б)



(г)

Рисунок 2.8. Временная реализация колебаний пятого осциллятора (а, б) под действием аддитивного шума и диаграмма (б, г) усредненных по времени частот осцилляторов $\langle f_i \rangle_t$ (синие точки) и собственных частот осцилляторов \tilde{f}_i (красные точки), линии на диаграмме показывают стандартное отклонение значений при фиксированном значении параметров диссипации $D_i = 50$ для любого i . В случае (а) диссипация осцилляторов $D_i = D_0 = 50$, для случая (б) $D_{i \neq 5} = 50$ кроме $i = 5$ где коэффициент нелинейной диссипации равен $k_5 = 50$.

по значению области собственной частоты осциллятора $\tilde{f}_5 = 53,8$ Гц. 2.8(в). На диаграмме 2.8(в) представлены статистические характеристики мгновенной f_i и собственной \tilde{f}_i частоты осцилляторов ансамбля для случая на рисунке 2.8(а). Зелеными точками на диаграмме обозначены усредненные по времени мгновенные частоты осцилляторов тогда как вертикальные синие линии характеризуют девиацию величины f_i . В случае когда D_i постоянные величины, красные точки на диаграмме являются рассчитанными по формуле (24) собственными частотами осцилляторов \tilde{f}_i . Из графиков, приведенных на рисунке 2.8(в), можно установить усредненное значение $\langle f_5 \rangle_t = 50.8179$ и девиацию $\sigma_5 = 1.3783$ осциллятора $i = 5$. Рассмотрим как изменятся данные значения в случае использования нелинейной диссипации в осцилляторе $i = 5$. Произведем замену D_{05} на D_5 с коэффициентом нелинейной диссипации $k_5 = 50$. По временной реализации 2.8(б) можно установить отсутствие скачков мгновенной частоты осциллятора $i = 5$ в присутствии нелинейной диссипации. Графики, приведенные на рисунке 2.8(г) позволяет установить, что в случае влияния нелинейной диссипации D_5 происходит уменьшение значения девиации частоты σ_{f_5} для пятого осциллятора до значения $\sigma_{f_5} = 0.3381$. Значения величин $\langle f_i \rangle_t$ на диаграмме 2.8(г) являются почти идентичными друг другу, для $i = 5$ эта величина равна $\langle f_5 \rangle_t = 50.1943$.

В дополнение к графикам, приведенным на рисунке 2.8(в,г), на рисунке 2.9 представлена зависимость девиации σ_{f_5} от значений коэффициента k_5 . С ростом значения k_5 происходит уменьшение σ_{f_5} . Сокращение девиации σ_{f_5} не позволяет мгновенной частоте f_5 совершать осцилляции в области значения своей собственной частоты \tilde{f}_5 .

Рассматривая влияние шумового воздействия на ансамбль осцилляторов, можно заключить, что воздействие шумом играет различную роль в поведении фазовых осцилляторов. Влияние шума может служить источником потери синхронного состояния, или наоборот приводить осцилляторы к устойчивому синхронному состоянию. В случае неоднородного распределения собственных

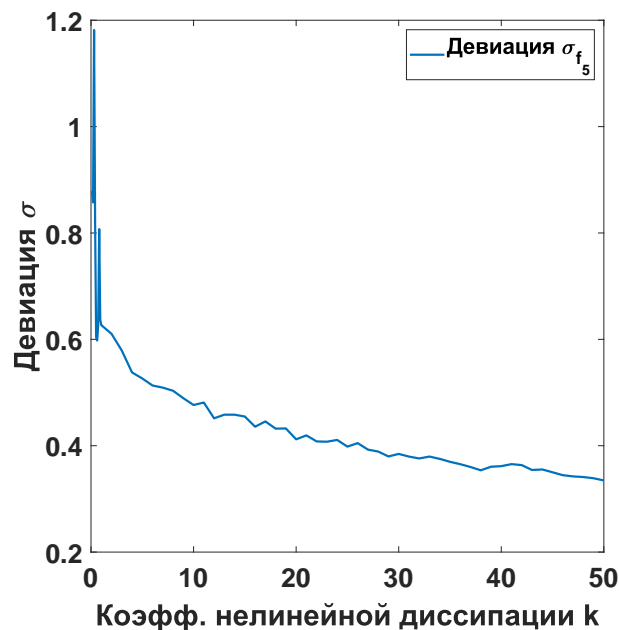


Рисунок 2.9. Девиация σ_{f_5} мгновенной частоты f_5 (синяя линия) в зависимости от значения коэффициента нелинейной диссипации k_5 .

частот осцилляторов \tilde{f}_i , воздействие шумом на связанные осцилляторы может способствовать формированию когерентных кластеров в ансамбле. Постоянное присутствие шума не позволяют осциллятору произвести рассинхронизацию с остальными элементами ансамбля. Несмотря на отсутствие смены режима осциллятора, большие по величине пульсации мгновенной частоты $f_i(t)$ несут негативный характер в работе реальных энергосетей. Адаптивная диссипация позволяет повлиять на девиацию мгновенной частоты осциллятора тем самым уменьшая появления резких скачков частоты в работе генераторов энергии.

2.3.3 Влияние нелинейной диссипации на динамику сети при нарушении связей между осцилляторами

Одним из аварийных случаев работы энергосети является нарушение проводящих шин электропередачи. Разрыв передающей линии производит мгновенный скачок мощности передаваемой энергии. Электрогенератор испытывает

недостаток нагружающей его мощности и изменяет частоту вращения ротора. Достигая определенных значений вращения ротора, генератор теряет синхронизм с сетью и производит работу в холостом режиме на частоте собственных вращений \tilde{f}_i . В работе исследуется случай разрыва линии передач посредством приведения к нулю коэффициентов связи между отдельными осцилляторами на определенный промежуток времени. Было проведено численное моделирование работы сети в период разрыва связи и в период восстановления связи выбранного осциллятора с соседями и рассмотрено влияние нелинейной диссипации на поддержание режима синхронизма сети.

Представим систему (7) в следующем виде:

$$\frac{2H}{\omega_R} \ddot{\delta}_i + \frac{f(D_i)_T}{\omega_R} \dot{\delta}_i = A_i - \sum_{j=1, j \neq i}^{n_g} g(K_{ij})_T \sin(\delta_i - \delta_j - \gamma_{ij}) \quad i = 1, \dots, n_g, \quad (2.6)$$

$$\begin{cases} f(D_i)_T = 50 & t1_{D_i} \leq T \leq t2_{D_i} \\ f(D_i)_T = k|\dot{\delta}_i(t)| + D_i & t1_{D_i} \geq T \leq t2_{D_i} \end{cases} \quad (2.7)$$

$$\begin{cases} g(K_{ij})_T = K_{ij} & t1_{link} \leq T \leq t2_{link} \\ g(K_{ij})_T = 0 & t1_{link} \geq T \leq t2_{link} \end{cases} \quad (2.8)$$

где $f(D_i)_T$ и $g(K_{ij})_T$ – функции диссипации и коэффициента связи соответственно, зависящие от времени, $t1_{D_i}$ и $t2_{D_i}$ – начальное и конечное время работы параметра нелинейной диссипации, $t1_{link}$ и $t2_{link}$ – начальное и конечное время разрыва связи $K_{ij} = 0$. Рассмотрим случай с разрывом связи между осцилляторами $i = 4$, $i = 5$ и постоянной диссипацией $D_0 = 50$. Установим в системе уравнений (2.6) неравномерное распределение собственных частот \tilde{f}_i , увеличив активную мощность осциллятора $i = 5$ до значения $P_{g(active),5} = 450$ и зафиксировав активную мощность остальных осцилляторов на уровне $P_{g(active),i \neq 5} = 200$. Реактивной мощностью элементов пренебрежем $P_{g(reactive),i} = 0$.

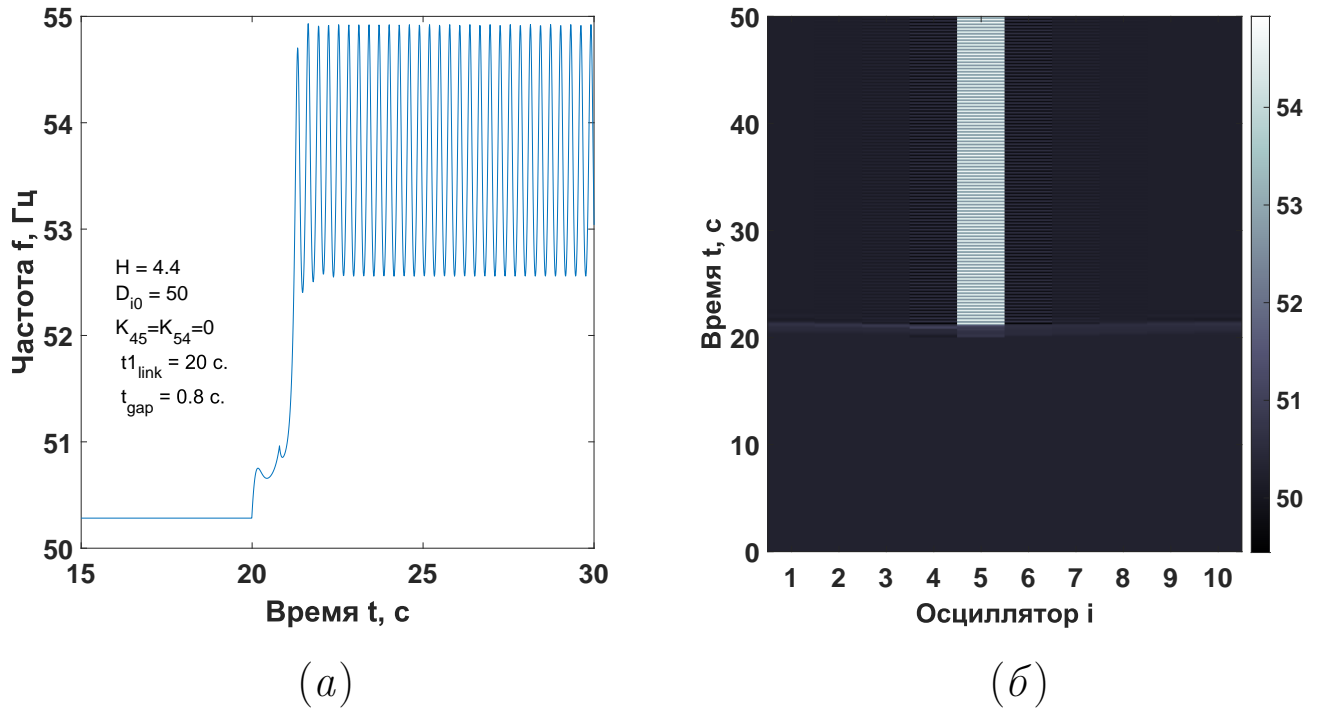


Рисунок 2.10. Временная реализация колебаний пятого осциллятора (а) и пространственно-временная диаграмма частоты осцилляторов (в) в случае разрыва связи $K_{45} = K_{54} = 0$ между осцилляторами $i = 4, i = 5$, при фиксированном значении параметра диссипации $D_0 = 50$. Стартовое время разрыва связи $t_{link} = 20$ с., время отсутствия связи $t_{gap} = 0,8$ с.

На рисунке 2.10(а,б) показан случай разрыва симметричной связи $K_{45} = K_{54} = 0$ между выбранными осцилляторами. При увеличении времени разрыва $t_{gap} = t_{2link} - t_{1link}$ было установлено значение t_{gap} при котором в осцилляторе $i = 5$ наблюдается смена режима. Как видно из временной реализации 2.10(а), при $t_{gap} = 0,8$ с. пятый осциллятор начинает терять синхронный режим с оставшимся кластером осцилляторов 2.10(б). В случае $t_{gap} < 0,8$ с. система осцилляторов остается синхронном состоянии.

Номер осциллятора	i=1	i=2	i=3	i=4	i=6	i=7	i=8	i=9	i=10
Коэффициент связи	0.0746	0.1948	0.5545	1.5953	1.5953	0.5545	0.1948	0.0746	0.0463
$K_{5i} = K_{i5}$									

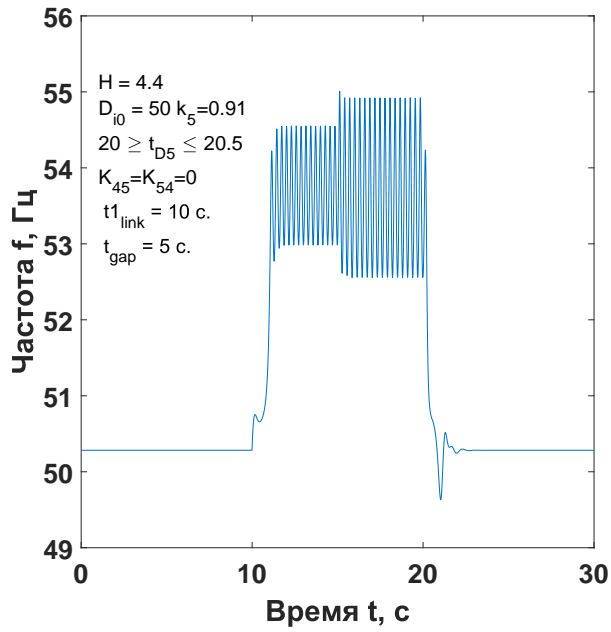
Таблица 2.1. Значения параметра $K_{5i} = K_{i5}$ для различных связей ансамбля осцилляторов.

В таблице 2.1 показаны значения коэффициентов связи всех осцилляторов связанных с осциллятором $i = 5$. Связь в ансамбле является симметричной $K_{ij} = K_{ji}$. Разрыв связи между ближайшими осцилляторами $i = 4, 6$ и осциллятором $i = 5$ $K_{45} = K_{54} = 0$ и $K_{65} = K_{56} = 0$ при определенном времени t_{gap} приводит к смене режима в осцилляторе $i = 5$, приведение к нулю остальных связей, соединяющих с осциллятором $i = 5$, не вносит достаточных возмущений частоты и не изменяет синхронный режим ансамбля осциллятора. Такое поведение связано с достаточно большими величинами K_{ij} между осцилляторами $i = 4$ и $i = 5$ или $i = 6$ и $i = 5$ (таблица 2.1). Неравномерная генерация энергии $P_{g(active),i}$ в ансамбле также влияет на частотную устойчивость всей системы. В рассмотренном примере, с учетом величины $P_{g(active),5}$ и уравнение (24), собственная частота \tilde{f}_5 является отличной от собственной частоты $\tilde{f}_{i \neq 5}$ остальных элементов ансамбля. Используя предыдущие параметры системы, рассмотрим ситуацию в которой асинхронное поведение осциллятора, вызванное отсутстви-

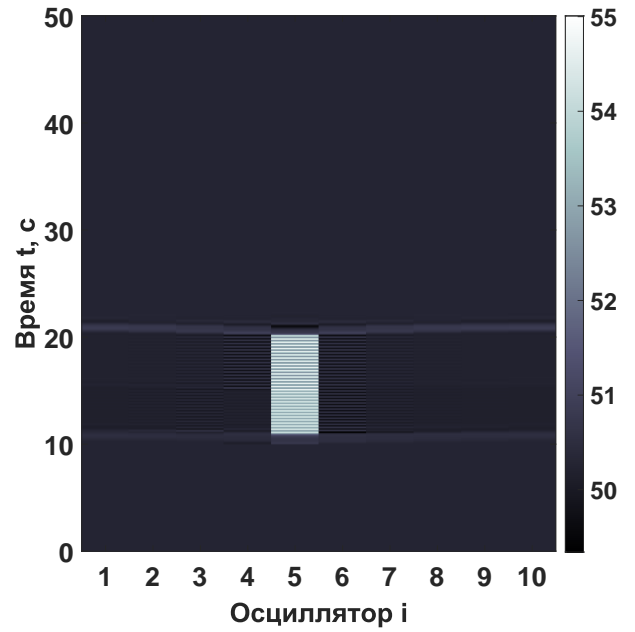
ем связи между элементами ансамбля $i = 4$ и $i = 5$, происходит в присутствии нелинейной диссипации в различный промежуток времени счета.

В ходе эксперимента были получены результаты, представленные на результатах 2.11(а-г) при различной длительности работы нелинейной диссипации t_{D_i} . В обоих случаях начальное и конечное время отсутствия связи $K_{45} = K_{54} = 0$ является одинаковым и лежит в промежутке времени $10 \leq T \leq 15$ с., таким образом время разрыва составляет $t_{gap} = 5$ с. При $T \geq 15$ с. производится восстановление первоначального значения связи $K_{45} = K_{54} = 1.5953$. Как следует из графиков, представленных на рисунке 2.11(а-г), во время отсутствия и восстановлении связи наблюдается асинхронное поведение осциллятора $i = 5$ 2.11(б,г). В представленных изображениях 2.11(а-г) при $T \geq 20$ с. в выбранном осцилляторе производится переключение постоянной величины $D_5 = 50$ на нелинейную функцию D_5 (2.2). В примерах, представленных на рисунках 2.11(а,б), длительность влияния нелинейной диссипации составила $t_{D_{on}} = 0,5$ с. при величине коэффициента нелинейной диссипации равной $k_5 = 0,91$. При данном значении k_5 в системе (2.6) можно наблюдать смену режима осциллятора $i = 5$. Ансамбль возвращается в режим частотной синхронизации осцилляторов, который наблюдался до разрыва связи между выбранными осцилляторами. Аналогичный результат представлен на рисунках 2.11(в,г). В случае увеличения времени работы нелинейной диссипации $t_{D_{on}} = 10$ с. синхронный режим ансамбля осцилляторов может наблюдаться уже при значении нелинейного коэффициента диссипации равного $k_5 = 0,82$.

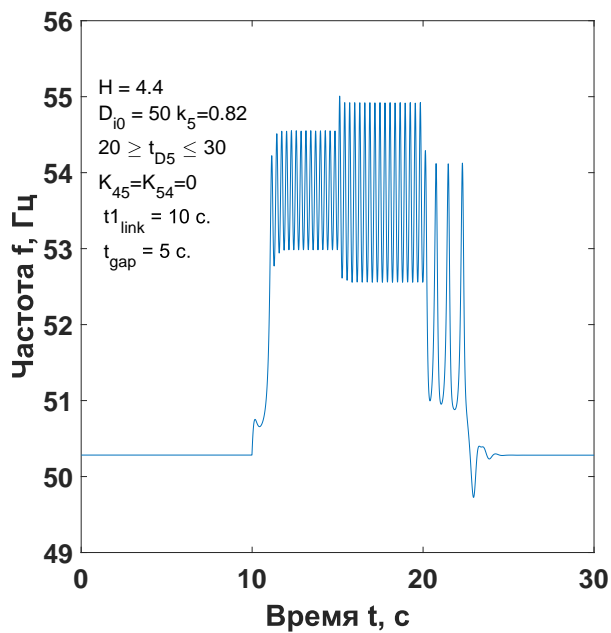
Повторим эксперимент с нелинейной диссипацией, устранив связь $K_{45} = K_{54} = 0$ на определенный промежуток времени $t_{gap} = 10$ с. Рассмотрим случай когда работа нелинейной диссипации приходится в момент времени отсутствия связи между осцилляторами $20 \leq T \leq 30$ с. В промежуток времени $22 \leq T \leq 28$ с. произведем замену диссипации D_5 на нелинейную функцию D_5 (2.2). Устанавливая параметр нелинейной диссипации $k_5 = 6,3$, можно наблюдать постоянное значение мгновенной частоты f_5 осциллятора $i = 5$ в промежутке времени



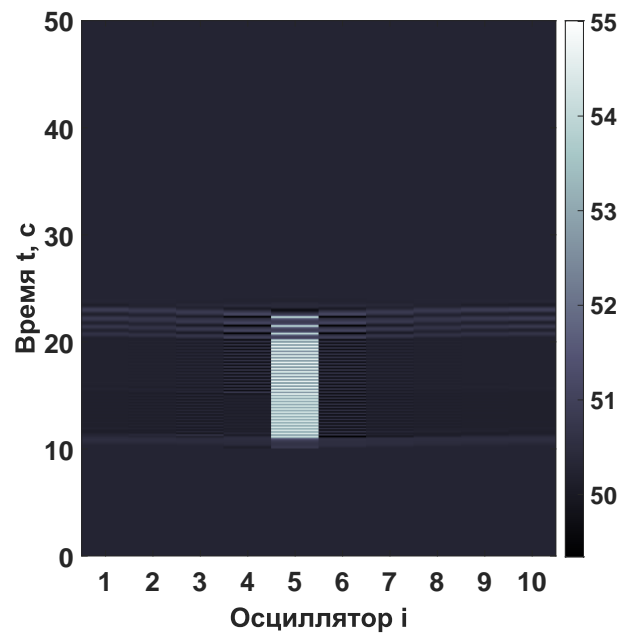
(а)



(б)



(в)



(г)

Рисунок 2.11. Временная реализация колебаний пятого осциллятора (а,в) и пространственно-временная диаграмма частоты осцилляторов (б,г) в случае разрыва связи $K_{45} = K_{54} = 0$ между осцилляторами $i = 4, i = 5$, при фиксированном значении параметра диссипации $D_0 = 50$, кроме промежутка времени $20 \leq t_{D_5} \leq 20,5$ с. где $k_5 = 0,91$ для случая (а,б) и $20 \leq t_{D_5} \leq 30$ с. где $k_5 = 0,82$ для случая (в,г). Стартовое время разрыва связи $t_{link} = 10$ с., время отсутствия связи $t_{gap} = 5$ с.

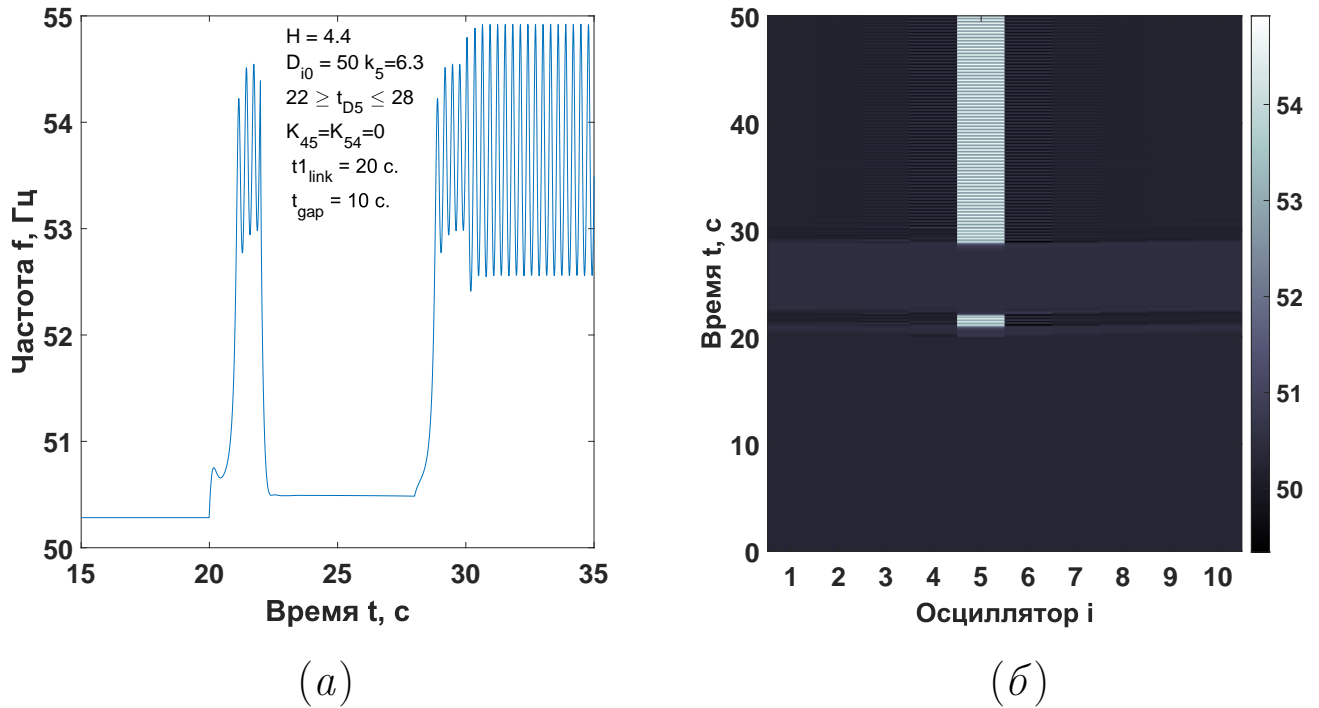


Рисунок 2.12. Временная реализация колебаний пятого осциллятора (а) и пространственно-временная диаграмма частоты осцилляторов (в) в случае разрыва связи $K_{45} = K_{54} = 0$ между осцилляторами $i = 4, i = 5$, при фиксированном значении параметра диссипации $D_0 = 50$, кроме промежутка времени $22 \leq T \leq 28$ с. где $k_5 = 6, 3$. Стартовое время разрыва связи $t_{link} = 20$ с., время отсутствия связи $t_{gap} = 10$ с.

$22 \leq T \leq 28$ с. 2.12(а). В случае уменьшения параметра $k_5 \leq 6, 1$ возможны появления пульсаций мгновенной частоты f_5 в период включения нелинейной диссипации. В период прекращения работы нелинейной диссипации мгновенная частота f_5 осциллятора возвращается в колебательное состояние 2.12(а,б). Таким образом можно заключить, что в случае применения нелинейной диссипации в период времени разрыва связей возможно привести мгновенную частоту осциллятора к некому постоянному значению, которое находится вблизи опорной частоты ω_R ансамбля связанных осцилляторов. Данное состояние не сохраняется при переходе на постоянное значение диссипации $D_5 = 50$ и осцил-

лятор переходит в асинхронное состояние, сопровождающееся колебательным характером мгновенной частоты.

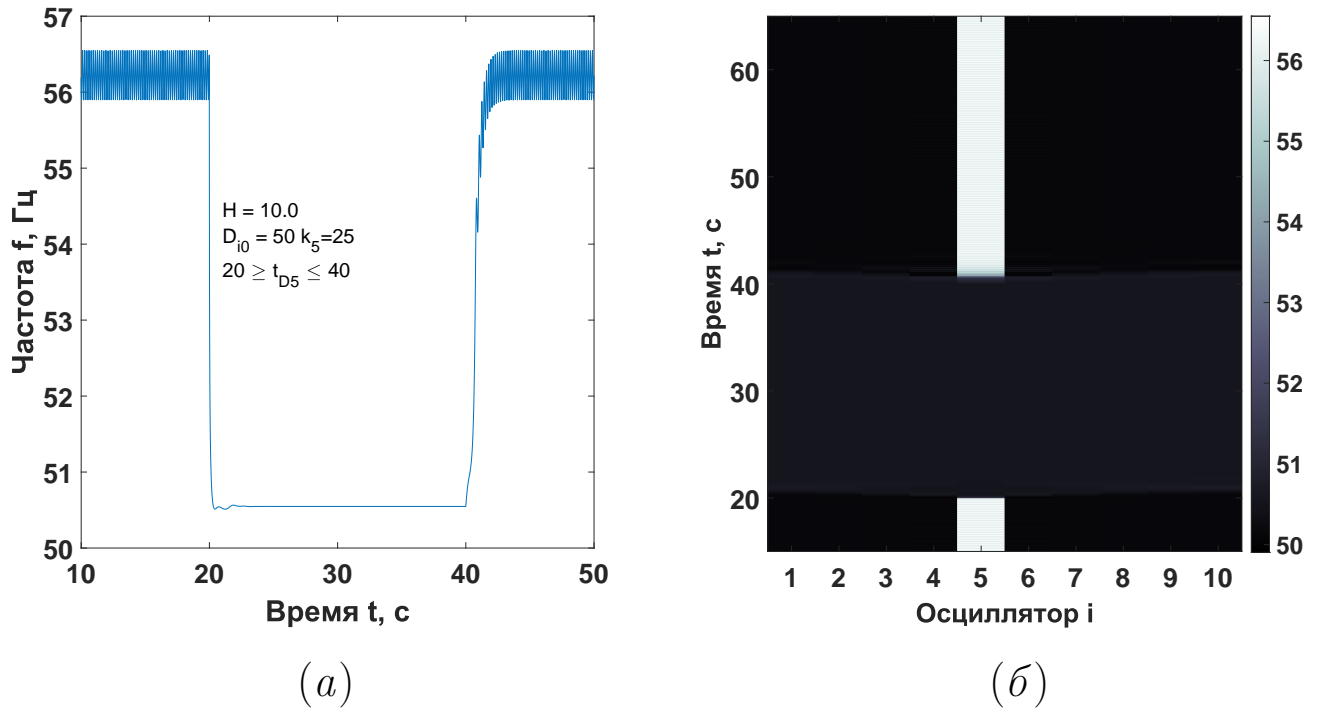


Рисунок 2.13. Временная реализация колебаний пятого осциллятора (а) и пространственно-временная диаграмма частоты осцилляторов (в) в случае асинхронного поведения пятого осциллятора. Значение параметра диссипации

$$D_0 = 50, \text{ кроме промежутка времени } 20 \leq T \leq 40 \text{ с. где } k_5 = 25.$$

Результаты, описанные на рисунках 2.12(а,б), справедливы также и для специальных начальных условий, при которых реализуется асинхронный режим осциллятора $i = 5$. В полученных результатах 2.13(а,б) время работы нелинейной диссипации составляет $t_{D_{on}} = 20$ с. при значении $k_5 = 25$. Именно при таком значении k_5 мгновенная частота осциллятора $i = 5$ является постоянной во времени $f_5 = const$. Как и в предыдущем опыте, при изменении характера диссипации в ансамбле продолжает наблюдаться частотная рассинхронизация в одном из осцилляторов. Нужно отметить, что в определенных случаях введение нелинейной диссипации может привести к желаемому эффек-

ту синхронизации, но не всегда и в ряде случаев такой эффект при небольших коэффициентах нелинейности не может быть достигнут.

2.4 Выводы по второй главе

Во второй главе была представлена модификация исходной модели энергосети [112], учитывающая нелинейный характер диссипации во всех осцилляторах сети или в отдельно выбранном осцилляторе. Нелинейность вводится таким образом, что затухание энергии в каждом осцилляторе оказывается зависимым от его частоты вращения. Целью данной модификации является определение возможностей расширения области синхронного поведения сети в случае избыточной или недостаточной выработки электроэнергии в отдельном узле. Нелинейная диссипация «отслеживает» скорость вращения ротора. В случае ее отклонения от опорной частоты электросети $\omega_R/2\pi$, затухание увеличивается, что, в свою очередь, приводит к изменению значения собственной частоты осциллятора \tilde{f}_i , заставляя частоту вращения осциллятора приближаться к опорной частоте ансамбля. Изменяя параметр нелинейности, можно регулировать степень влияния нелинейного затухания на поведение осцилляторов.

В результате исследований было построено семейство карт режимов для различных значений параметра нелинейного затухания. Обнаружен эффект увеличения области синхронного поведения на плоскости управляющих параметров с увеличением параметра нелинейности. При достаточно сильной нелинейной диссипации можно обеспечить синхронизацию энергосистемы с сильным дисбалансом мощности и большими значениями параметра инерции. Также выбор ненулевого значения параметра нелинейной диссипации позволяет расширить диапазон начальных условий, при которых будет наблюдаться синхронная работа сети. Проведенные расчеты также показывают, что введение нелинейной диссипации позволяет существенно расширить область фазовой синхрони-

зации осцилляторов сети в случае отклонения значений как реактивной так и активной мощности одного из осцилляторов. Однако, следует отметить, что с ростом расстройки параметра собственной частоты \tilde{f}_i выбранного осциллятора, отличного от остальных, увеличение области фазовой синхронизации приостанавливается. В то же время следует отметить, что сильное демпфирование не является эффективным методом поддержания синхронизации и может иметь отрицательную роль в реальных энергосетях, вызывая перегрев и быстрый износ генерирующего оборудования. Этот метод управления частотой не является лучшим решением для синхронных генераторов, но может хорошо работать в системах с инверторными генераторами [168]. В частности, нелинейное демпфирование можно использовать в параметрах инверторных генераторов, отвечающих за управление частотой или падением напряжения. Хотя инверторные генераторы не имеют в уравнении инерционного члена массы ротора, полученные решения могут быть адаптированы для такого типа сети [169].

Были проведены исследования влияния нелинейного затухания отдельного узла сети, при внешнем воздействии на этот узел (осциллятор) в виде одиночного импульса, гауссова белого шума, а также потери связи между данным и соседним узлами. В случае импульсного воздействия, численный эксперимент проводился путем возмущения частоты вращения генератора прямоугольными импульсами разной длительности. Полученный результат показал, что достижение устойчивого синхронного режима системы возможно даже при небольшом влиянии нелинейного затухания в течение короткого промежутка времени. При уменьшении времени работы нелинейной диссипации или росте коэффициента инерции H , растет значение коэффициента нелинейности k , необходимого для установления синхронизма осциллятора. Моделирование воздействия белого шума позволяет установить, что влияние шума приводит к двойному эффекту в поведении в исследовании фазовых осцилляторов. Это поведение заключается в возможности гауссовского шума производить частотную синхронизацию и рассинхронизацию осцилляторов при одном и той же интенсивности

шума. Наличие нелинейной диссипации позволяет подавить скачки мгновенной частоты в области значений собственных частот осцилляторов, вызванные присутствием шума в системе.

Численное моделирование разрыва связей между осцилляторами позволяет определить максимальное время разрыва связи, при котором не происходит потеря частотного синхронизма в ансамбле осцилляторов. Как и в случае с воздействием импульса, вызванную разрывом связи, рассинхронизацию осцилляторов возможно устранить с помощью внедрения в ансамбль осцилляторов нелинейной диссипации D_i . Исследование показало, что установление частотного синхронизма посредством нелинейной диссипации зависит от многих факторов. Одним из главных факторов является включение нелинейной диссипации непосредственно в несинхронный осциллятор или осциллятор, который имеет достаточно большой коэффициент связи K_i с несинхронным осциллятором. Эксперимент с устранением связей между осцилляторами, продемонстрировал эффективность нелинейной диссипации в момент времени восстановления связи между осцилляторами. В частности, были продемонстрированы случаи переключения диссипации в нелинейную форму в момент времени отсутствия связи или на примере подбора начальных условий, удовлетворяющим условию асинхронной работы одного из осцилляторов ансамбля. В представленных примерах синхронизм ансамбля наблюдался исключительно в промежутки времени работы нелинейной диссипации. В момент времени переключения диссипации на некое постоянное значение $D_i = const$, ансамбль осцилляторов снова демонстрировал асинхронный режим работы.

Несмотря на ограниченное применение нелинейной диссипации как метода стабилизации частотной синхронизации, оно может быть допустимо и коэффициент нелинейной диссипации можно рассматривать как один из управляющих параметров, позволяющих поддерживать устойчивость синхронного режима в электрических сетях. Адаптивная диссипация может более эффективно себя зарекомендовать в энергосистемах с достаточно малой величиной инерци-

онности или ее полным отсутствием. К таким энергосистемам можно отнести возобновляемые источники энергии, имеющие в качестве основного элемента инвертирующие генераторы энергии. Такие генераторы энергии не имеют инерционности, а значит позволяют преодолеть ограничения связанные с использованием нелинейной диссипации.

Глава 3. Исследование взаимной синхронизации сложных структур в мультиплексной сети нелокально-связанных фазовых осцилляторов с инерцией

3.1 Введение

В третьей главе рассматривается мало изученная на сегодняшний день задача, касающаяся особенностей взаимодействия ансамблей фазовых осцилляторов с инерцией и синхронизации формирующихся в этих ансамблях сложных пространственных структур (химер и уединенных состояний). Исследуемая модель представляет собой двухслойную мультиплексную сеть фазовых осцилляторов с нелокальным характером внутрислойных связей. Каждый слой состоит из идентичных элементов с одинаковым значением коэффициента связи и фазового сдвига связи для каждого элемента внутри одного слоя. Между собой слои могут различаться частотами вращения составляющих слой элементов. Межслойная связь является симметричной. Исследуемая сеть из фазовых осцилляторов с инерцией не является моделью энергетической сети, поскольку не учитывает наличия в сети генераторов и потребителей, а также особенностей их взаимодействия между собой. Однако исследование данной сети фазовых осцилляторов интересно с точки зрения обнаружения и изучения различных нелинейных эффектов, связанных с синхронизацией сложных пространственно-временных режимов в слоях, возникающих в следствие нелокального внутрислойного взаимодействия. Наличие подобных эффектов можно ожидать и в мо-

делях энергосетей, элементами которых также являются фазовые осцилляторы с инерцией.

В главе рассматривается взаимодействие как идентичных слоев, в которых в отсутствие межслойной связи устанавливаются несколько различные структуры, так и слоев, характеризующихся частотной расстройкой осцилляторов. Для идентичных слоев установлен эффект полной синхронизации сложных структур начиная с некоторого значения коэффициента межслойной связи. Для слоев с частотной расстройкой показан режим эффективной синхронизации, соответствующей незначительному различию фаз осцилляторов во взаимодействующих слоях при полной синхронизации частот. Исследуется влияние, оказываемое на синхронизацию пространственных структур, значением фазового сдвига в цепи межслойной связи.

Результаты, представленные в данной главе, опубликованы в работе [154].

3.2 Исследуемая система

Исследуется мультиплексная сеть из двух слоев, каждый из которых представляет собой кольцо идентичных фазовых осцилляторов с инерцией, соединенных нелокальными связями с конечным радиусом. Уравнения исследуемой системы в безразмерных переменных имеют вид:

$$\begin{aligned} \ddot{\varphi}_{1i} + \lambda_1 \dot{\varphi}_{1i} &= \gamma_1 + \frac{\sigma_1}{2P_1} \sum_{j=i-P_1}^{i+P_1} \sin(\varphi_{1j} - \varphi_{1i} - \alpha_1) + \kappa_{12} \sin(\varphi_{1i} - \varphi_{2i} - \beta_{12}), \\ \ddot{\varphi}_{2i} + \lambda_2 \dot{\varphi}_{2i} &= \gamma_2 + \frac{\sigma_2}{2P_2} \sum_{j=i-P_2}^{i+P_2} \sin(\varphi_{2j} - \varphi_{2i} - \alpha_2) + \kappa_{21} \sin(\varphi_{2i} - \varphi_{1i} - \beta_{21}), \\ i &= 0, 2, \dots, N-1, \quad \varphi_{\nu i \pm N}(t) = \varphi_{\nu i}(t), \quad \dot{\varphi}_{\nu i \pm N}(t) = \dot{\varphi}_{\nu i}(t), \quad \nu = 1, 2, \end{aligned} \quad (3.1)$$

где $\varphi_{\nu i}$ - фаза i -го осциллятора в слое $\nu = 1, 2$; λ_ν, γ_ν - параметры осцилляторов в слое ν ; $\sigma_\nu, P_\nu, \alpha_\nu$ - параметры внутрислойной связи между осцилляторами в слое ν (коэффициент связи, число соседей с одной стороны и фазовый сдвиг

в цепи связи, соответственно); $\kappa_{\nu l}$, $\beta_{\nu l}$, ($\nu, l = 1, 2$) - параметры межслойной связи (сила связи и фазовый сдвиг). Далее все параметры обоих слоев, кроме параметров γ_1 и γ_2 , полагаются одинаковыми: $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$, $P_1 = P_2 = P$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$. Рассматриваются слои длиной $N = 100$ элементов. При расчетах использовались параметры слоя, приведенные в работах [144, 145]. Были зафиксированы величины $\lambda = 0.1$, $P = 40$, а значения σ и α выбирались в соответствии с исследуемым режимом: для химеры $\sigma = 0.013$ и $\alpha = 1.5558$; для уединенных состояний: $\sigma = 0.08$ и $\alpha = 0.6$. Взаимная связь элементов двух слоев полагается симметричной, т.е. $\kappa_{12} = \kappa_{21} = \kappa$, $\beta_{12} = \beta_{21} = \beta$. Параметры межслойной связи κ и β являются контрольными параметрами при исследовании взаимодействия и синхронизации слоев. Слабая расстройка слоев вводится с помощью параметров γ_1 и γ_2 которые управляют частотой вращений осцилляторов и слабо влияют на пространственные структуры, формирующиеся в слоях.

Начальные значения фаз $\varphi_{\nu i}$ осцилляторов в обоих слоях задавались случайным образом в интервале $[0, 2\pi]$, а начальные значения мгновенных частот вращения $\dot{\varphi}_{\nu i}$ - в интервале $[-0.1, 0.1]$. Система (3.1) интегрировалась в отсутствие связи между слоями на достаточно большом времени (порядка 10000 единиц безразмерного времени), пока в слоях не устанавливались стационарные структуры. Из множества режимов, полученных для различных случайных начальных условий при соответствующих значениях параметров, были выбраны режимы, соответствующие химерам или уединенным состояниям. Структуры в двух слоях являются однотипными (при одинаковых параметрах), но при этом достаточно сильно отличаются друг от друга. Соответствующие этим установившимся структурам значения переменных используются в качестве начальных условий при исследовании взаимодействия слоев.

Интегрирование системы (3.1) проводилось методом Рунге-Кутты 4-го порядка с шагом $h = 0.01$. По результатам интегрирования строились пространственно-временные профили мгновенных фаз в двух слоях, которые

представляют собой множества мгновенных значений $\varphi_{\nu i}$, фиксируемых в определенные моменты времени, мгновенные пространственные профили переменных, получаемые в один выбранный момент времени, а также рассчитывались средние частоты вращения осцилляторов:

$$\omega_{\nu i}^m = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{\varphi_{\nu i}(T) - \varphi_{\nu i}(0)}{T}, \quad \nu = 1, 2, \quad i = 0, 2, \dots, N - 1. \quad (3.2)$$

Расчеты средних частот проводились в установившемся динамическом режиме.

Для оценки синхронизации структур в двух слоях рассчитывался средний по всем элементам колец квадрат синуса разности мгновенных фаз соответствующих осцилляторов:

$$\delta(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sin^2(\varphi_{2i}(t) - \varphi_{1i}(t)). \quad (3.3)$$

По абсолютной величине δ в установившемся режиме можно оценить степень синхронности структур в двух слоях. Изменение величины δ во времени позволяет оценить скорость установления режима синхронизации.

3.3 Синхронизация химерных состояний

Исследуем эволюцию двух химерных структур, устанавливающихся в слоях без связи при $\sigma = 0.013$ и $\alpha = 1.5558$, вводя межслойную связь и увеличивая коэффициент κ . При этом рассмотрим случай двух полностью идентичных слоев и случай двух слоев с расстройкой параметров γ_1 и γ_2 . Выясним, влияет ли на результирующий режим выбор фазового сдвига межслойной связи β . Расчеты проводились при двух значениях фазового сдвига: в первом случае он выбирался равным фазовому сдвигу связи внутри слоев ($\beta = \alpha = 1.5558$); во втором случае фазовый сдвиг связи слоев отсутствовал ($\beta = 0$).

3.3.1 Синхронизация структур в идентичных слоях

Рассмотрим случай полностью идентичных слоев, положив $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma = 0$, как это полагалось для одного кольца фазовых осцилляторов в [144, 145]. Исследуемые химерные состояния, устанавливающиеся в двух слоях в отсутствии взаимодействия, проиллюстрированы на рис.3.1. На графиках показаны пространственно-временные профили режимов в двух слоях, которые представляют собой множество мгновенных значений переменных $\varphi_{\nu i}$ в моменты времени t_n , когда для соответствующего слоя $\nu = 1, 2$ выполняется условие $|\sin(\varphi_{\nu 0})| < 0.001$, т.е. фаза нулевого элемента соответствующего слоя близка к нулю (фрагменты рис.3.1(а) и (г)). Значения мгновенных фаз приведены к интервалу $\in [0, 2\pi]$. Пространственно-временные профили свидетельствуют о существовании в каждом слое одноптипных химер, состоящих из двух кластеров: некогерентного с большим разбросом мгновенных фаз и когерентного - в котором фазы осцилляторов некоторым образом группируются. Кластеры в двух слоях смещены вдоль пространственной координаты i . Мгновенные распределения в пространстве значений величины $\sin(\varphi_{\nu i})$ в двух слоях показаны на рис.3.1(б) и (д). При рассмотрении мгновенного профиля удобнее использовать синусы фаз, так как значения фаз, близкие к нулю и 2π можно считать близкими, но на профилях $\varphi_{\nu i}$ они сильно различаются, что мешает визуально выделить когерентный кластер. Распределения средних частот осцилляторов в двух слоях, рассчитываемых по формуле (3.2), приведены на рис.3.1(в) и (е). Средние частоты в области некогерентного кластера возрастают по-сравнению с частотами в когерентном кластере. Для двух слоев распределения одноптипны, характеризуются близкими значениями частот в когерентном и некогерентном кластерах, но, аналогично пространственно-временным профилям, имеют смещение в пространстве.

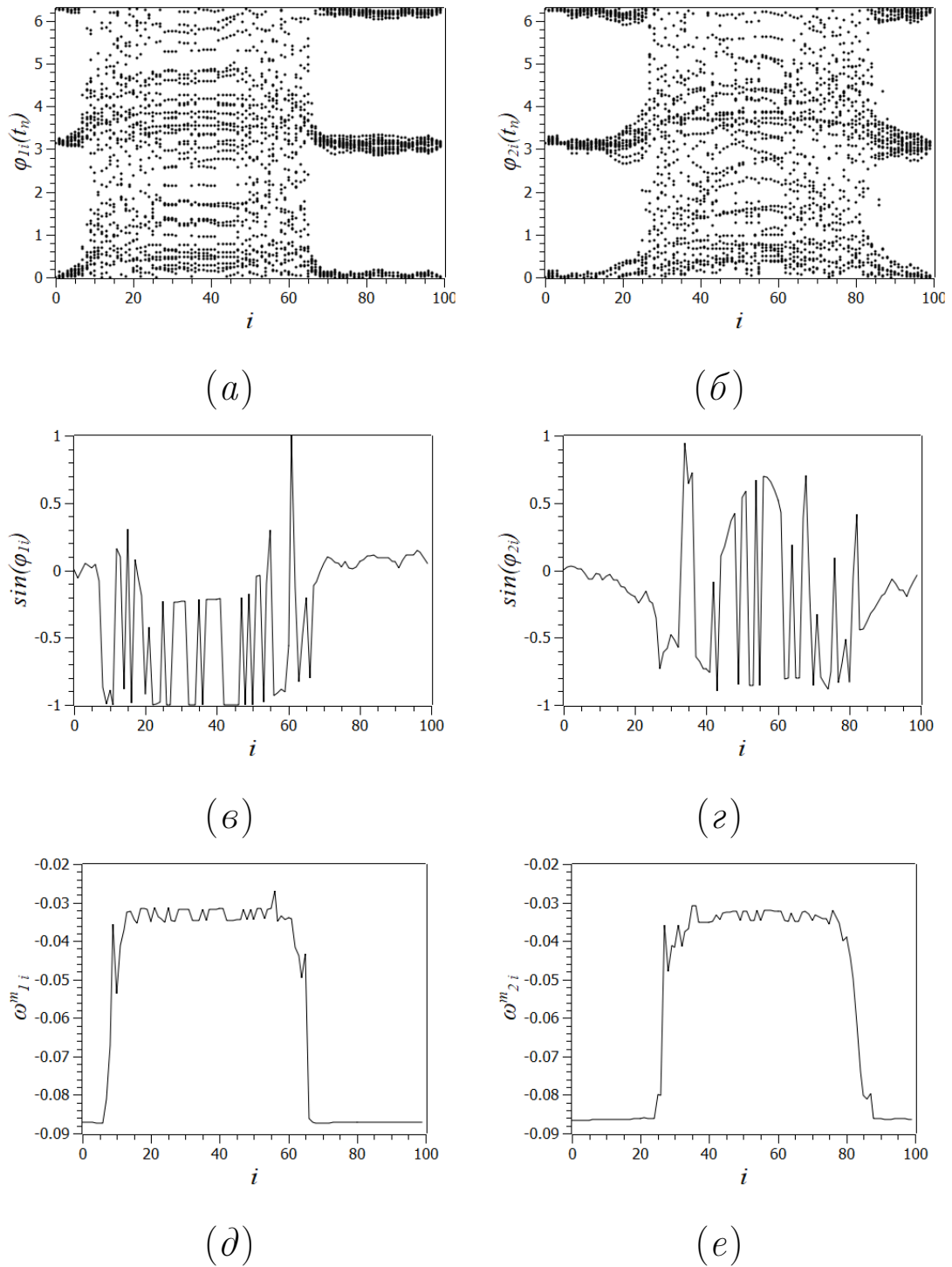


Рисунок 3.1. Установившиеся химерные состояния в двух идентичных слоях осцилляторов без связи между слоями. В верхнем ряду приведены характеристики первого слоя первого слоя, а в нижнем - второго: (а),(г) – пространственно-временные профили $\varphi_{\nu i}(t_n) \in [0, 2\pi]$, соответствующие моментам времени t_n , когда $|\sin(\varphi_{\nu 0}(t_n))| < 0.001$, $\nu = 1, 2$; (б),(д) мгновенные пространственные профили $\sin(\varphi_{\nu i}(t_n))$, $\nu = 1, 2$; (в),(е) – пространственные распределения средних частот вращения осцилляторов $\omega_{\nu i}^m$ в двух слоях. Параметры слоев идентичны: $N = 100$, $\lambda = 0.1$, $P = 40$, $\sigma = 0.013$, $\alpha = 1.5558$, $\gamma = 0$. Время установления - 10000 единиц безразмерного времени системы

Введем слабую связь между слоями и рассмотрим, как меняется динамика слоев с ростом коэффициента связи κ при двух значениях фазового сдвига межслойной связи: $\beta = 1.5558$ (чуть больше $\pi/2$) и $\beta = 0$. Результаты расчетов приведены на рис.3.2. Графики слева (на фрагментах (а) и (в)) получены при $\beta = 1.5558$, а справа ((б) и (г)) - при $\beta = 0$. На рис.3.2(а) и (б) показано, как ведет себя во времени величина $\delta(t)$, характеризующая степень близости структур в слоях, при различных значениях κ и β . В случае $\beta = 1.5558$ при слабой связи $\kappa = 0.01$ наблюдаются значительные осцилляции величины δ во времени, которые сохраняются на больших временах наблюдения. Это говорит об отсутствии синхронизации поведения слоев, несмотря на их полную идентичность. Для соответствующей перестройки различающихся начальных структур (см. рис.3.1) требуется более сильная связь. С ростом κ в слоях устанавливается режим полной синхронизации. Так при $\kappa = 0.1$ значение величины $\delta(t)$ в пределах погрешности вычислений достаточно быстро спадает до нуля рис.3.2(а). В случае $\beta = 0$ порог синхронизации структур уменьшается и уже при $\kappa = 0.01$ величина $\delta(t)$ сходится к нулю. При $\kappa = 0.1$ процесс установления идентичных структур происходит еще быстрее (рис.3.2(б)). Поведение мгновенных частот элементов первого и второго слоя $\omega_{vi}(t) = \dot{\varphi}_{vi}(t)$ при $\kappa = 0.01$ и двух разных значениях β проиллюстрировано на рис.3.2(в) и (г) на примере осцилляторов с номером $i = 0$ (выбор осцилляторов здесь не принципиален). Следует отметить, что как мгновенные, так и средние частоты рассматриваемых осцилляторов в исходном режиме в отсутствии связи различны (см. рис.3.1). При $\beta = 1.5558$, $\kappa = 0.01$ мгновенные частоты остаются различными, хотя и становятся ближе (рис.3.2(в)). При $\beta = 0$ и том же значении силы связи мгновенные частоты осцилляторов $i = 0$ в двух слоях быстро сходятся и становятся одинаковыми (рис.3.2(г)).

Пространственно-временные профили, мгновенные пространственные профили и распределения средних частот в двух слоях ω_{vi}^m в установившемся режиме при $\kappa = 0.01$ и $\beta = 1.5558$ приведены на рис.3.3. Исходные хи-

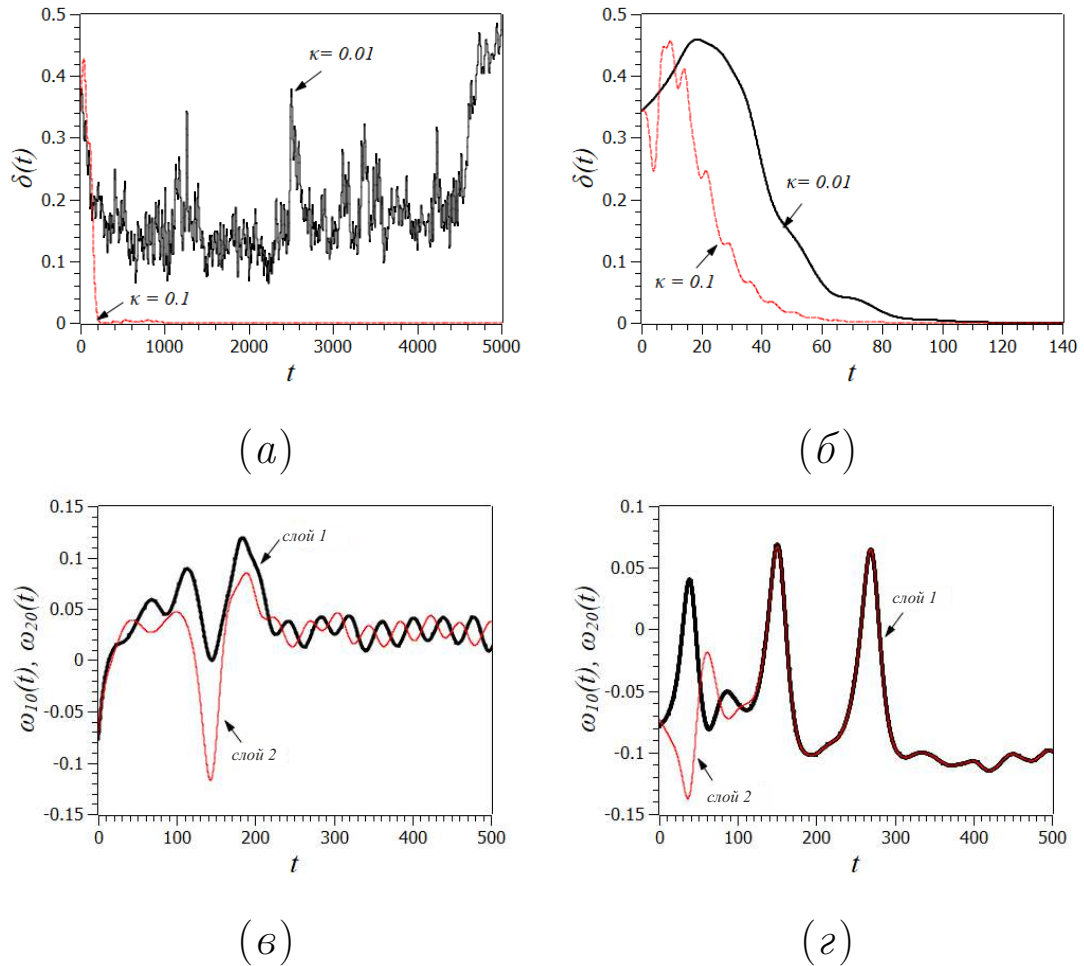


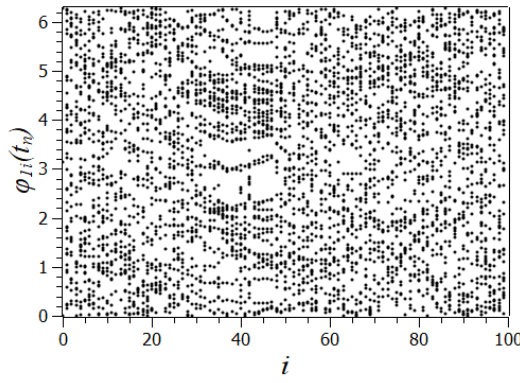
Рисунок 3.2. Эволюция поведения слоев с ростом коэффициента межслойной связи: зависимость величины δ от времени при двух различных значениях параметрах связи κ и фазовых сдвигах $\beta = 1.5558$ (а) и $\beta = 0$ (б); изменение во времени мгновенных частот элементов первого и второго слоя $\omega_{\nu i}(t) = \dot{\varphi}_{\nu i}(t)$, $i = 0$ при $\kappa = 0.01$ и фазовых сдвигах $\beta = 1.5558$ (в) и $\beta = 0$ (г). Время установления в отсутствии связи - 10000 единиц

мерные состояния разрушаются и в обоих слоях устанавливается нерегулярная структура без четкого разделения на кластеры (рис.3.3(а),(г)). Мгновенные пространственные профили в слоях, соответствующие одному и тому же моменту времени, сильно различаются (рис.3.3(б),(д)). При этом средние частоты аналогичных элементов в двух слоях практически совпадают (рис.3.3(в),(е)).

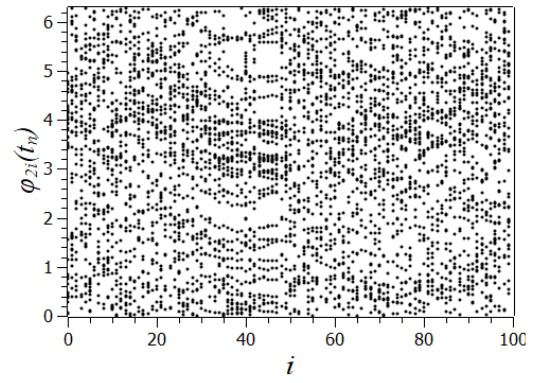
При более сильной связи (или при той же связи но при $\beta = 1.5558$) синхронная структура опять соответствует химерному состоянию. Этот режим проиллюстрирован на рис.3.4 для $\kappa = 0.1$ и $\beta = 1.5558$. Совпадают как средние частоты (рис.3.4(в)и(е)), так и мгновенные пространственные профили в двух слоях (рис.3.4(б)и(д)). Можно отметить, что средние частоты в обоих слоях значительно сместились в область отрицательных значений. Таким образом, различающиеся химерные структуры в двух идентичных слоях осцилляторов синхронизируются при введении достаточно слабой связи между слоями, причем порог синхронизации зависит от сдвига фазы межслойной связи. При нулевом фазовом сдвиге $\beta = 0$ синхронизация структур происходит при меньшем коэффициенте связи и синхронный режим устанавливается быстрее во времени. Интересно также отметить тот факт, что полной (фазовой) синхронизации структур предшествует (по параметру κ) синхронизация средних частот вращения взаимодействующих осцилляторов в двух слоях.

3.3.2 Синхронизация слоев в режиме химерных состояний при наличии частотной расстройки

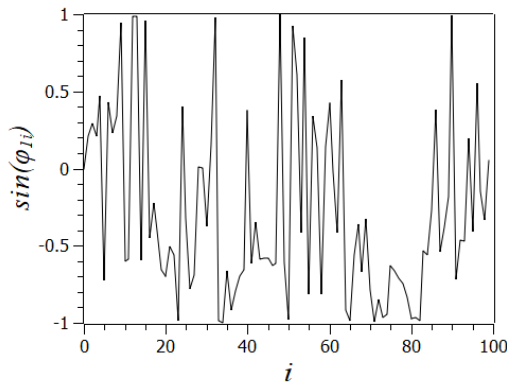
Теперь рассмотрим, к чему приведет взаимодействие химерных состояний в слоях с частотной расстройкой. В качестве начальных состояний возьмем те же установившиеся химерные режимы, которые были получены в идентичных слоях без связи, и введем расстройку параметров γ_1 и γ_2 , влияющих на частоты вращения осцилляторов в двух слоях. В отсутствии межслойной связи уравне-



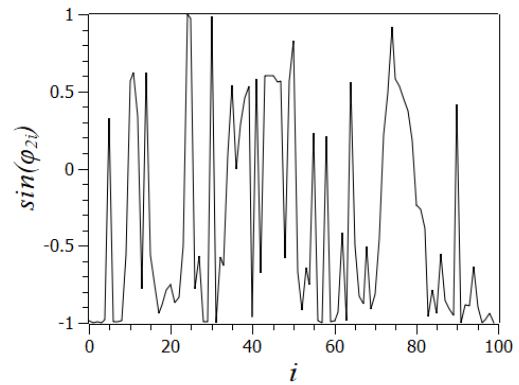
(a)



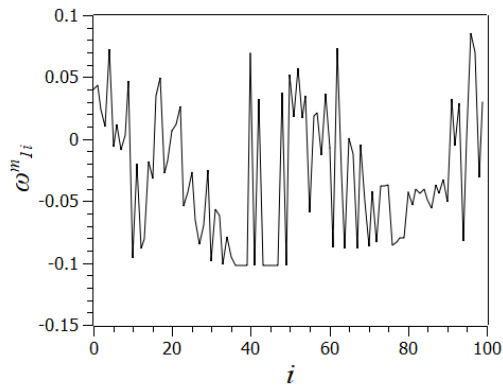
(б)



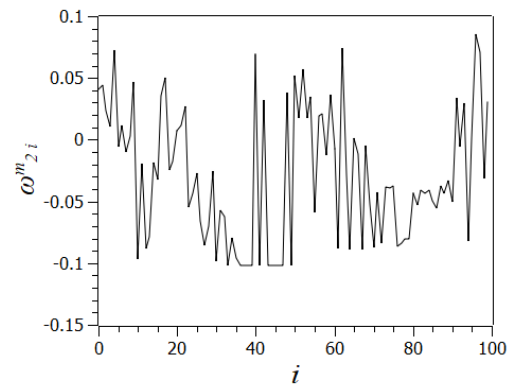
(в)



(г)



(д)



(е)

Рисунок 3.3. Установившиеся химерные состояния в двух идентичных слоях осцилляторов при параметрах межслойной связи $\kappa = 0.01$, $\beta = 1.5558$: (а),(г) – пространственно-временные профили $\varphi_{\nu i}(t_n) \in [0, 2\pi]$, соответствующие условию $|\sin(\varphi_{10}(t_n))| < 0.001$ (в данном случае оно одно для обоих слоев); (б),(д) мгновенные пространственные профили $\sin(\varphi_{\nu i}(t_n))$, $\nu = 1, 2$; (в),(е) – пространственные распределения средних частот вращения $\omega_{\nu i}^m$. Параметры слоев идентичны: $N = 100$, $\lambda = 0.1$, $P = 40$, $\sigma = 0.013$, $\alpha = 1.5558$, $\gamma = 0$. Время установления в отсутствие связи - 10000 единиц безразмерного времени, время установления при наличии связи - 5000 единиц, время интегрирования при расчете пространственно-временных профилей и средних частот - 2000 единиц

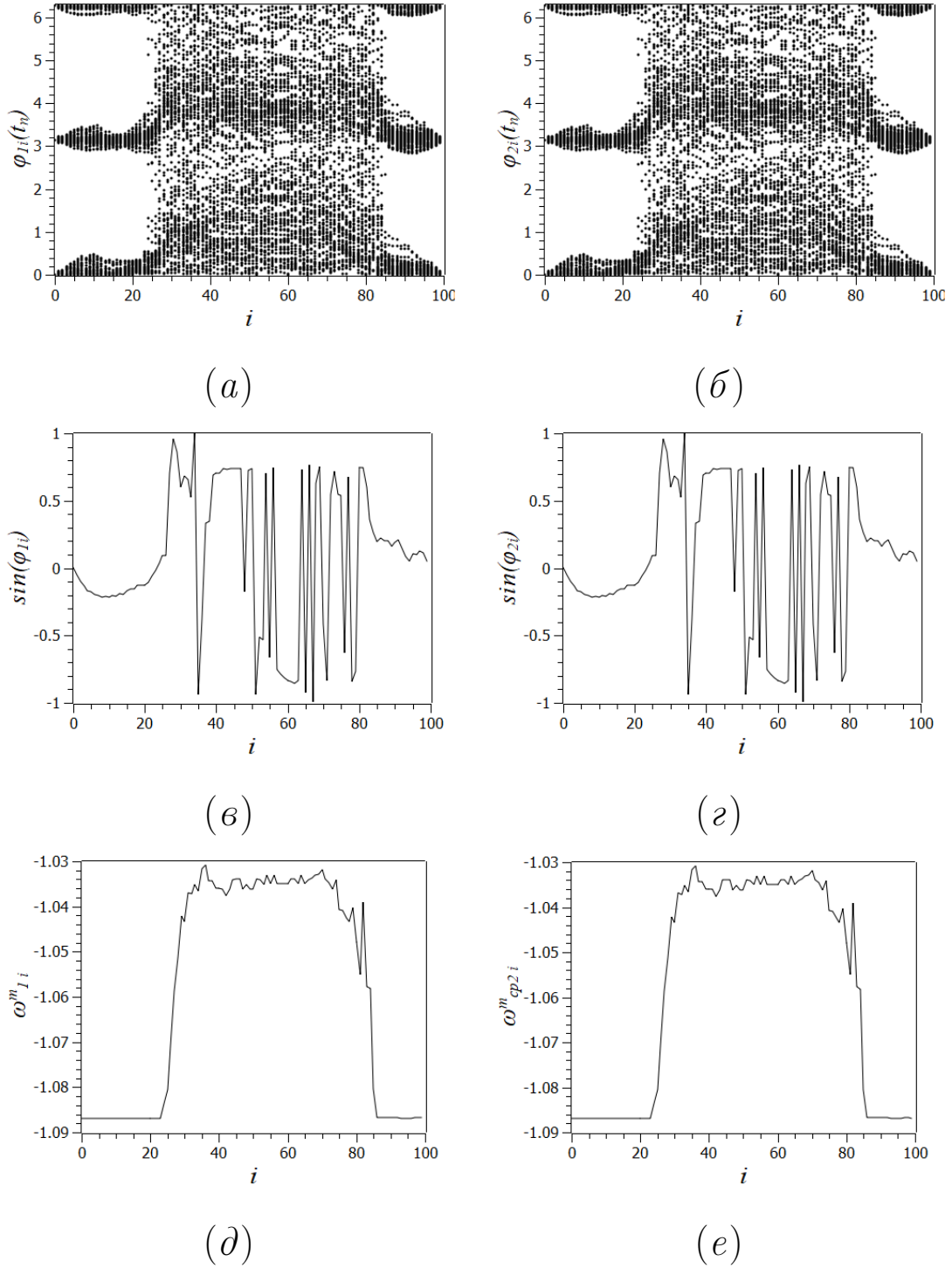


Рисунок 3.4. Установившиеся химерные состояния в двух идентичных слоях осцилляторов при параметрах межслойной связи $\kappa = 0.1$, $\beta = 1.5558$: (а),(г) – пространственно-временные профили $\varphi_{\nu i}(t_n) \in [0, 2\pi]$, соответствующие условию $|\sin(\varphi_{10}(t_n))| < 0.001$; (б),(д) мгновенные пространственные профили $\sin(\varphi_{\nu i}(t_n))$, $\nu = 1, 2$; (в),(е) – пространственные распределения средних частот $\omega_{\nu i}^m$. Параметры слоев и время установления соответствуют обозначенным на рис.3.3

ния (3.1) инвариантны относительно замены $\varphi_{\nu i}(t) = \phi_{\nu i}(t) + \gamma_{\nu}t/\lambda_{\nu}$, т.е. для каждого слоя можно перейти во вращающуюся систему координат, изменив значение γ_{ν} так, что пространственная структура в слое останется неизменной. При введении межслойной связи такая инвариантность, строго говоря, нарушается, однако, как показало численное моделирование, устанавливающиеся в слоях состояния по своей пространственной структуре мало отличаются от исходных состояний, наблюдавшихся при $\gamma_1 = \gamma_2 = 0$. Положим $\gamma_1 = 0.05$, $\gamma_2 = -0.05$. В результате частоты осцилляторов в разных слоях существенно сдвигаются (в область отрицательных и положительных значений, соответственно, для слоя 1 и слоя 2).

Характеристики режимов в невзаимодействующих слоях показаны на рис.3.5. При введении связи между слоями динамические режимы меняются, но синхронизация наблюдается только при сильной связи. При этом, также как и в случае идентичных слоев, синхронизация зависит от фазового сдвига, вносимого межслойной связью. Так при $\beta = 1.5558$ и заданной расстройке синхронизация не наблюдается, по крайней мере в области рассмотренных значений $\kappa \leq 1$. Отсутствует не только синфазное поведение осцилляторов, но и средние частоты соответствующих элементов остаются различными. В качестве примера на рис.3.6 приведены характеристики установившихся режимов в двух слоях при $\kappa = 0.7$, $\beta = 1.5558$. На графиках можно отметить отсутствие четкого разграничения кластеров, а также значительную разницу частот осцилляторов в двух слоях, но при этом форма пространственного распределения частот в слоях (расположение глобального и локальных максимумов) становится идентичной. При той же силе связи, но при нулевом фазовом сдвиге $\beta = 0$ наблюдается синхронизация слоев близкая к полной. Соответствующие результаты приведены на рис.3.7. Поведение во времени величины $\delta(t)$ при $\kappa = 0.7$ и двух различных значениях β ($\beta = 1.5558$ и $\beta = 0$) проиллюстрировано на рис.3.8(а) и (б). В случае $\beta = 0$ не только распределения средних частот в слоях совпадают (рис.3.7(в),(е)), но и средний квадрат синуса разности фаз $\delta(t)$ сходится

почти к малой постоянной величине $\delta \approx 0.005$. При наличии расстройки параметров слоев полная синхронизация (т.е. $\delta = 0$) в строгом смысле невозможна и в установившемся режиме имеется малое отклонение от строгой синхронизации структур. Пороговое значение коэффициента связи, соответствующее синхронизации слоев (с некоторой фиксированной малой ошибкой δ), уменьшается с уменьшением частотной расстройки осцилляторов, т.е. расстройки параметров $\gamma_1 = 0.05$, $\gamma_2 = -0.05$, достигая минимального значения при идентичности слоев, когда имеет место строгая синхронизация.

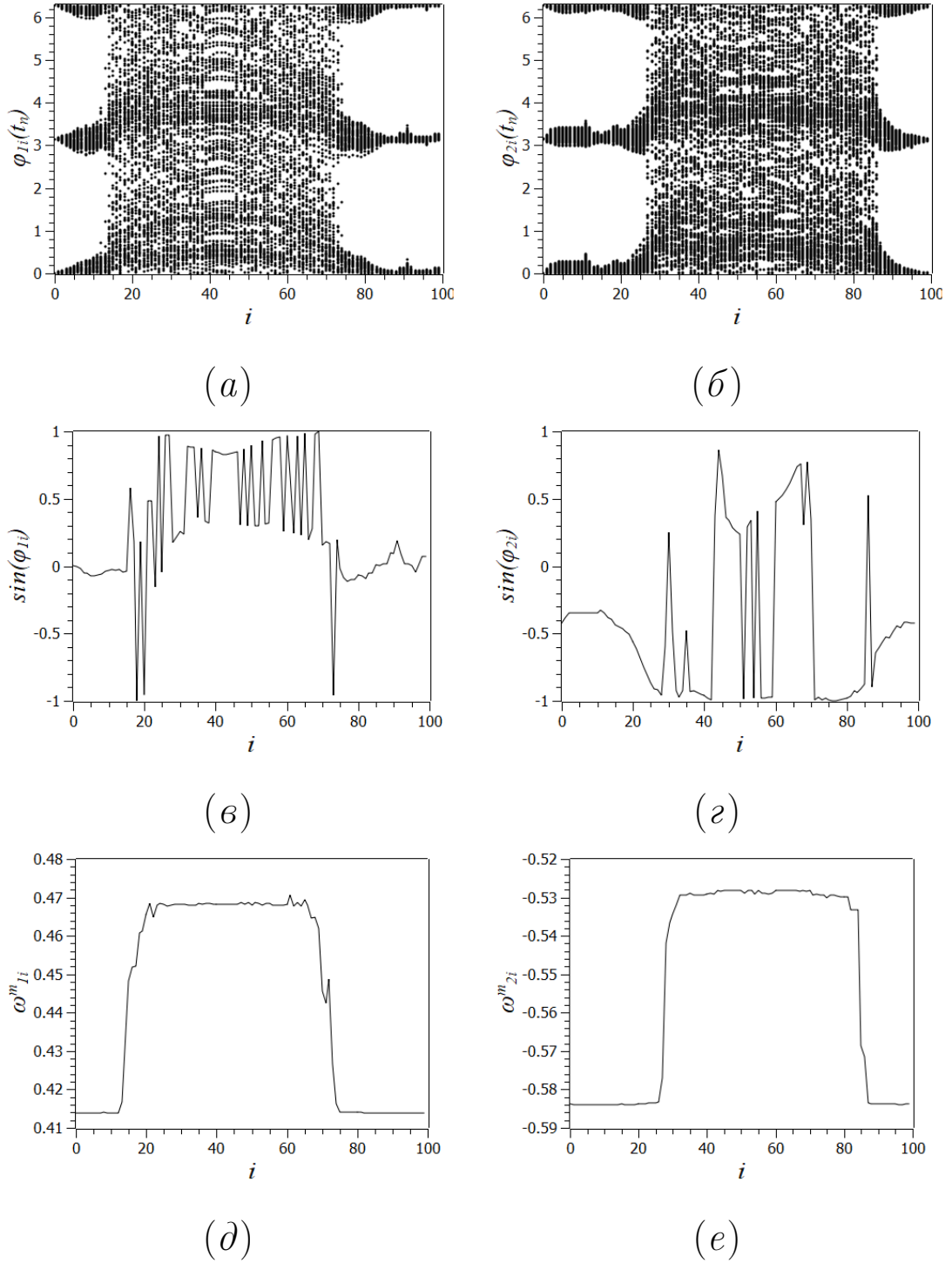


Рисунок 3.5. Установившиеся химерные состояния в двух невзаимодействующих слоях осцилляторов при $\gamma_1 = 0.05$, $\gamma_2 = -0.05$: (а),(г) – пространственно-временные профили $\varphi_{\nu i}(t_n) \in [0, 2\pi]$, соответствующие условию $|\sin(\varphi_{10}(t_n))| < 0.001$; (б),(д) мгновенные пространственные профили $\sin(\varphi_{\nu i}(t_n))$, $\nu = 1, 2$; (в),(е) – пространственные распределения средних частот $\omega_{\nu i}^m$. Остальные параметры: $N = 100$, $\lambda = 0.1$, $P = 40$, $\sigma = 0.013$, $\alpha = 1.5558$. Время установления в отсутствии связи - 10000 единиц, время установления при наличии связи - 5000 единиц. Время интегрирования при расчете средних частот 2000 единиц

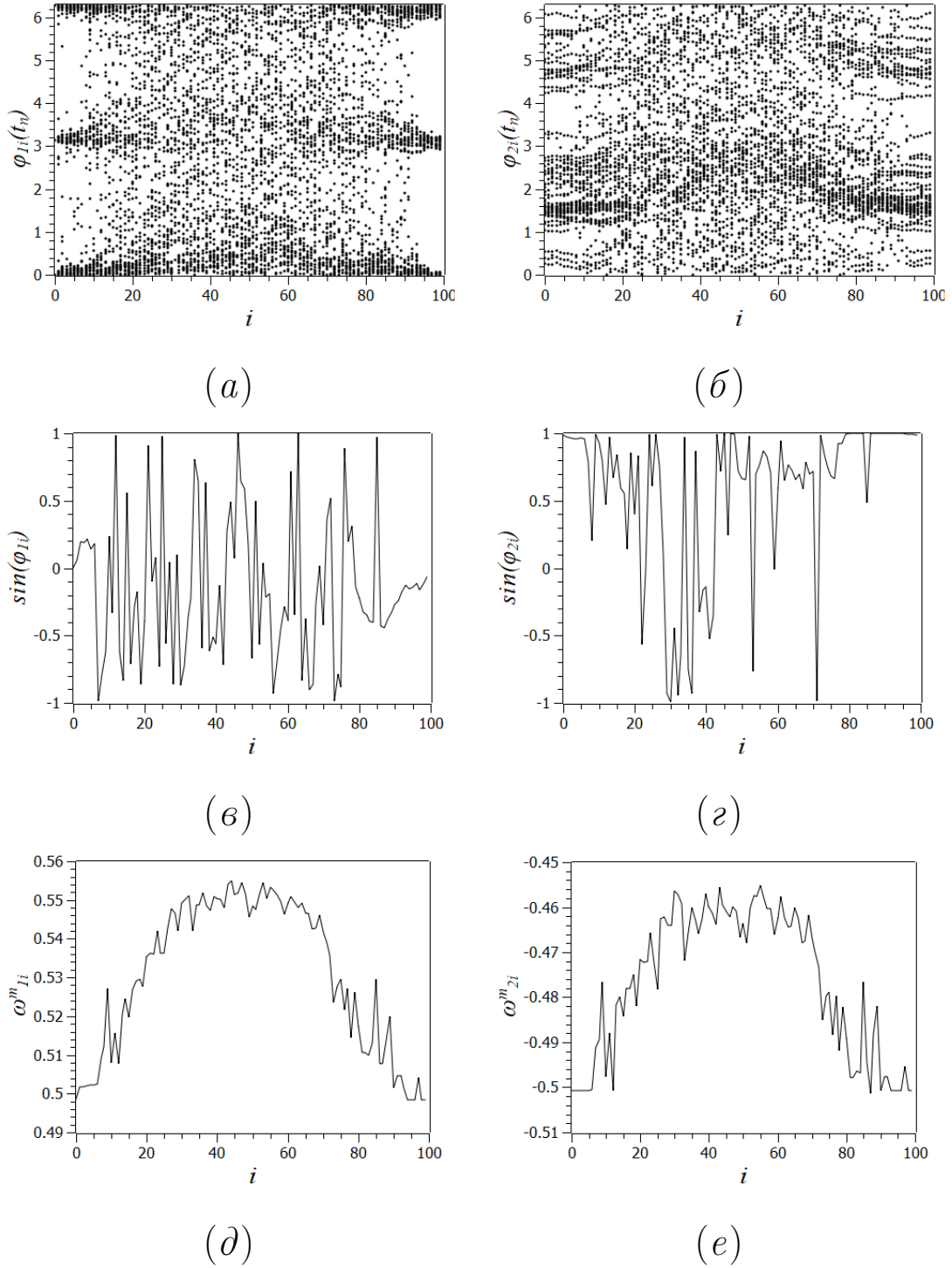


Рисунок 3.6. Установившиеся химерные состояния в двух невзаимодействующих слоях осцилляторов при $\gamma_1 = 0.05$, $\gamma_2 = -0.05$, коэффициенте межслойной связи $\kappa = 0.7$ и фазовом сдвиге $\beta = 1.5558$: (а),(г) – пространственно-временные профили $\varphi_{\nu i}(t_n) \in [0, 2\pi]$, соответствующие условию $|\sin(\varphi_{10}(t_n))| < 0.001$; (б),(д) мгновенные пространственные профили $\sin(\varphi_{\nu i}(t_n))$, $\nu = 1, 2$; (в),(е) – пространственные распределения средних частот $\omega_{\nu i}^m$. Остальные параметры аналогичны рис.3.5

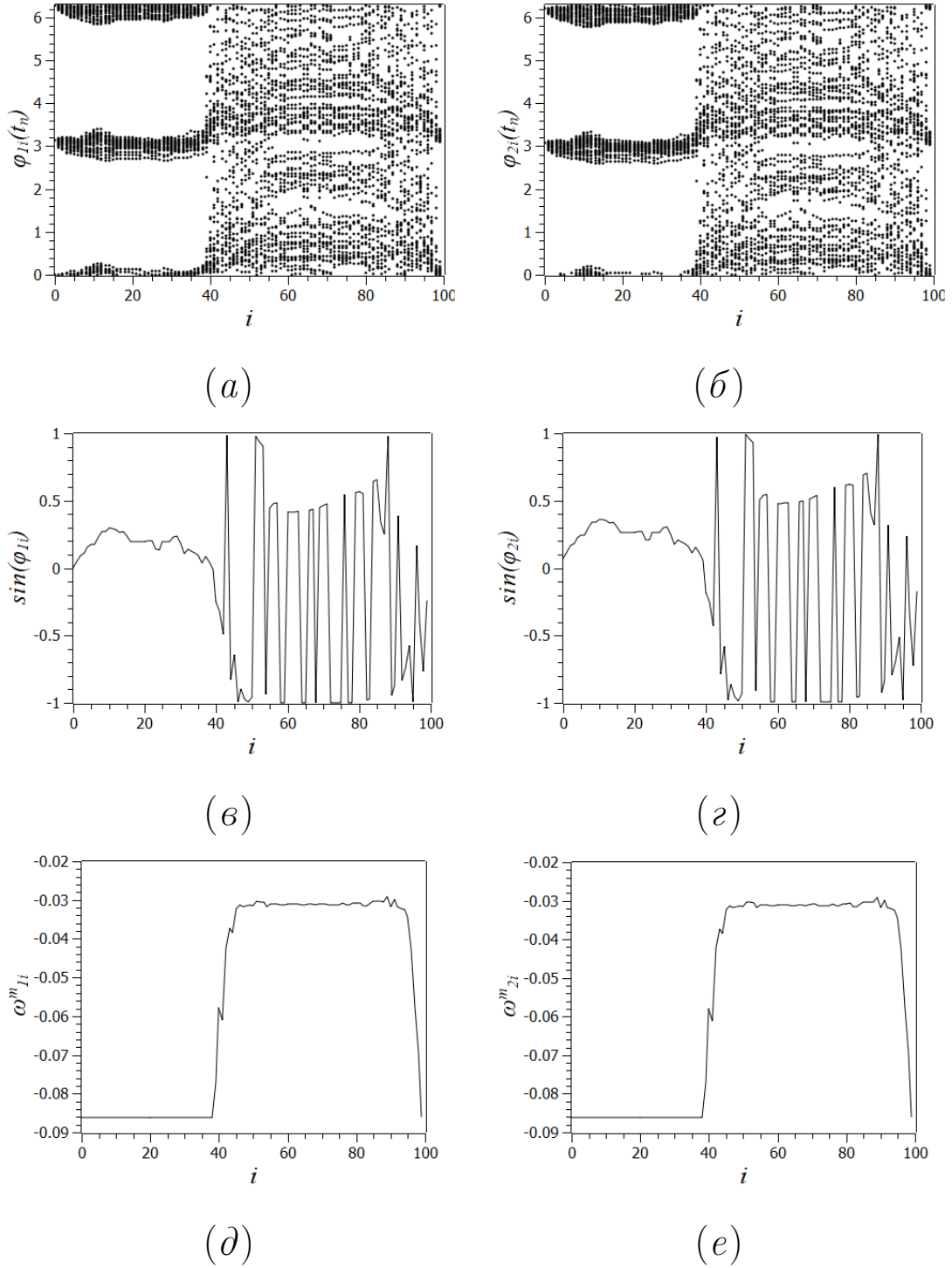


Рисунок 3.7. Установившиеся химерные состояния в двух невзаимодействующих слоях осцилляторов при $\gamma_1 = 0.05$, $\gamma_2 = -0.05$, коэффициенте межслойной связи $\kappa = 0.7$ и фазовом сдвиге $\beta = 0$: (а),(г) – пространственно-временные профили $\varphi_{\nu i}(t_n) \in [0, 2\pi]$, соответствующие условию $|\sin(\varphi_{10}(t_n))| < 0.001$; (б),(д) мгновенные пространственные профили $\sin(\varphi_{\nu i}(t_n))$, $\nu = 1, 2$; (в),(е) – пространственные распределения средних частот $\omega_{\nu i}^m$. Остальные параметры аналогичны рис.3.5 и рис.3.6

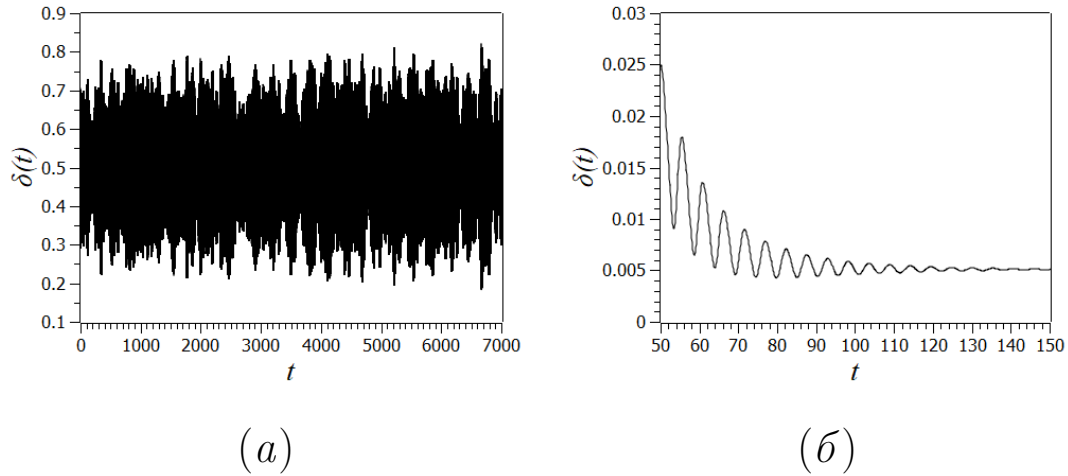


Рисунок 3.8. Зависимость величины δ от времени при $\gamma_1 = 0.05$, $\gamma_2 = -0.05$, коэффициенте межслойной связи $\kappa = 0.7$ и двух значениях фазового сдвига $\beta = 1.5558$ (а) и $\beta = 0$ (б). Остальные параметры: $N = 100$, $\lambda = 0.1$, $P = 40$, $\sigma = 0.013$, $\alpha = 1.5558$. Время установления в отсутствии связи - 10000 единиц

3.4 Синхронизация слоев в режиме уединенных состояний

Рассмотрим теперь взаимодействие слоев, в которых реализовались однопериодные, но количественно различные режимы уединенных состояний. Параметры слоев, соответствующие режиму уединенных состояний, так же как и в случае химерных структур, были взяты из [144, 145]: $\sigma = 0.08$, $\alpha = 0.6$. Была введена расстройка параметров: $\gamma_1 = 0.05$, $\gamma_2 = -0.05$. Расчеты, также как и в режиме химер, проводились при двух значениях фазового сдвига: в первом случае он выбирался равным фазовому сдвигу связи внутри слоев ($\beta = \alpha = 0.6$), во втором случае равнялся нулю. Характеристики установившихся режимов уединенных состояний в двух слоях в отсутствие межслойной связи приведены на рис.3.9. На пространственно-временных профилях (3.9(а),(г)) и мгновенных пространственных профилях (3.9(б),(д)) хорошо видны особые (уединенные) состояния отдельных элементов, отличные от состояний большинства осцилляторов. В первом слое в уединенном состоянии находится единственный элемент с номером $i = 68$. Во втором слое имеется пять таких элементов с номерами

$i = 49, 52, 53, 55, 82$. Мгновенные фазы элементов в уединенных состояниях при выполнении условий $|\sin(\varphi_{\nu 0}(t_n))| < 0.001$ принимают множество значений в интервале $[0, 2\pi]$ и соответствующие точки на пространственно-временных профилях образуют вертикальные линии (3.9(а),(г)). Наличие вертикальных линий говорит о различии частот вращения элементов в уединенных состояниях, и нулевого элемента соответствующего слоя, находящегося в основном состоянии. Мгновенные фазы всех элементов в основном состоянии в рассматриваемые моменты времени (когда $|\sin(\varphi_{\nu 0}(t_n))| < 0.001$) почти одинаковы и группируются вблизи значений $0, \pi, 2\pi$, что приводит к образованию горизонтальных линий на пространственно-временных профилях. Средние частоты вращения всех осцилляторов в основном состоянии, почти одинаковы. В первом слое они составляют $\omega_{1i}^m = 0.04896 \pm 10^{-5}$, а во втором - $\omega_{2i}^m = -0.92398 \pm 10^{-5}$. Частоты вращения, характерные для уединенных состояний, отличаются от частот, соответствующих основным состояниям, и для обоих слоев они больше, чем основные частоты (3.9(в),(е)). Так единственный "особый" осциллятор в первом слое имеет частоту $\omega_{1.68}^m = 0.456639$. Частоты уединенных состояний во втором слое имеют следующие значения $\omega_{2i}^m = -0.569300, -0.569299, -0.569299, -0.569305$ (слева направо), т.е. тоже равны в пределах численной погрешности.

Введем связь между слоями. Рассмотрим значение фазового сдвига межслойной связи, совпадающее со значением внутри слоев: $\beta = 0.6$. На рис.3.10-рис.3.13 проиллюстрированы режимы в двух слоях при различных значениях коэффициента межслойной связи κ . Однотипные графики приведены в одинаковых масштабах для удобства сравнения. Несмотря на одинаковые начальные условия, соответствующие установившимся в слоях структурам, проиллюстрированным на рис.3.9, при разных значениях коэффициента κ структуры, возникающие во взаимодействующих слоях, могут иметь различные уединенные состояния, отличающиеся от исходных. Степень синхронности слоев при этом возрастает с ростом силы связи.

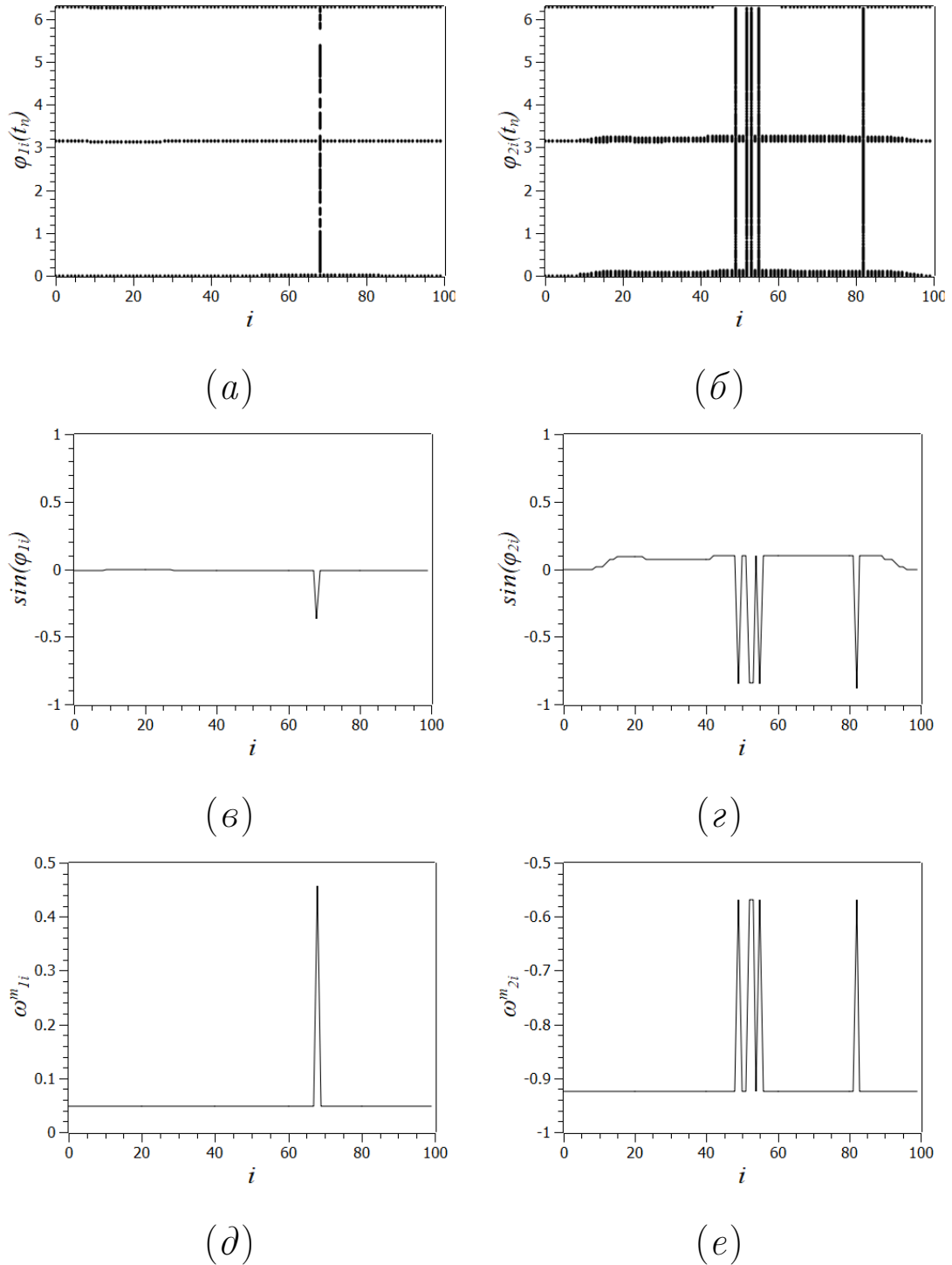


Рисунок 3.9. Установившиеся режимы уединенных состояний в первом (слева) и втором (справа) слое при $\gamma_1 = 0.05$, $\gamma_2 = -0.05$ без взаимодействия: (а),(г) – пространственно-временные профили $\varphi_{\nu i}(t_n) \in [0, 2\pi]$, соответствующие условиям $|\sin(\varphi_{\nu 0}(t_n))| < 0.001$; (б),(д) мгновенные пространственные профили $\sin(\varphi_{\nu i}(t_n))$, $\nu = 1, 2$; (в),(е) – пространственные распределения средних частот вращения в двух слоях. Параметры слоев: $N = 100$, $\lambda = 0.1$, $P = 40$, $\sigma = 0.08$, $\alpha = 0.6$. Время установления - 10000 единиц безразмерного времени системы

На рис.3.10 приведены результаты, полученные при сравнительно слабой связи $\kappa = 0.2$. В обоих слоях имеется один и тот же набор уединенных состояний. Причем номера элементов, находящихся в этих состояниях, те же самые, что и в отсутствии взаимодействия слоев.

Пространственно-временные профили двух слоев (рис.3.10(а),(д)) строятся в данном случае с использованием одного и того же условия $|\sin(\varphi_{1,0}(t_n))| < 0.001$ (для нулевого элемента первого слоя). Поэтому, с учетом отсутствия синхронизации слоев, для второго слоя мгновенные фазы в моменты времени t_n характеризуются большим разбросом значений. Как мгновенные пространственные профили слоев (рис.3.10(б),(д)), так и распределения средних частот (рис.3.10(в),(е)) сильно различаются. Интересно также отметить, что частоты в основных состояниях для обоих слоев несколько увеличиваются и становятся равными $\omega_{1i}^m = 0.2402 \pm 10^{-4}$ (в первом слое) и $\omega_{2i}^m = -0.7125 \pm 10^{-4}$ (во втором слое). Частоты уединенных состояний (кроме частоты элемента $i = 68$), напротив, заметно уменьшаются. Частоты элементов $i = 49, 52, 53, 55, 82$ для первого слоя (слева направо) равны $\omega_{1i}^m = -1.029800, -1.029801, -1.029801, -1.029801, -1.029797$, для второго слоя, соответственно, $\omega_{2i}^m = -1.029938, -1.029939, -1.029939, -1.029939, -1.029940$. Таким образом, они становятся меньше основных частот и близки в обоих слоях. Частота элемента с номером $i = 68$ в первом слое равна 0.491981 , а во втором - -0.712495 , т.е. практически не отличается от частот осцилляторов в основном состоянии. Поэтому на графике, приведенном на рис.3.10(е), соответствующий пик не заметен. Таким образом, можно говорить об объединении уединенных состояний двух слоев и о частичном захвате частот уединенных состояний за исключением элемента $i = 68$. В то же время, частоты осцилляторов в основных состояниях для двух слоев имеют существенно разные значения.

При $\kappa = 0.3$ (см. рис.3.11) в обоих слоях устанавливается другая пространственная структура, которая включает кластер из трех элементов с номерами $i = 9, 10, 11$, находящихся в новом "особом" состоянии, и уединенное

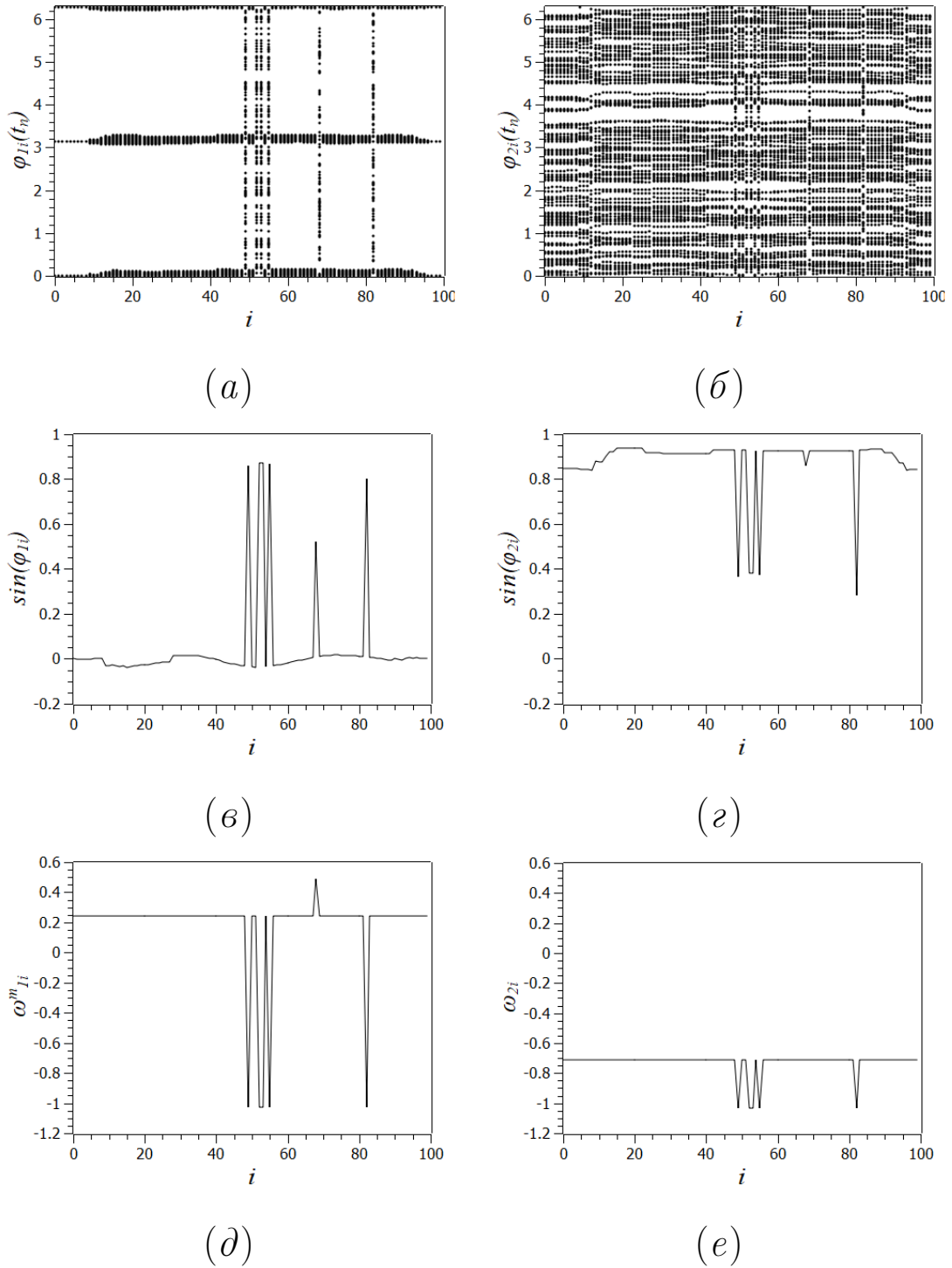
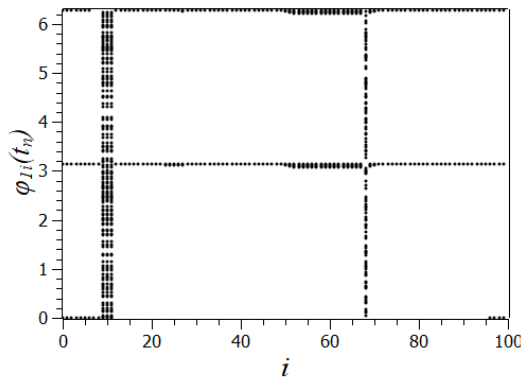
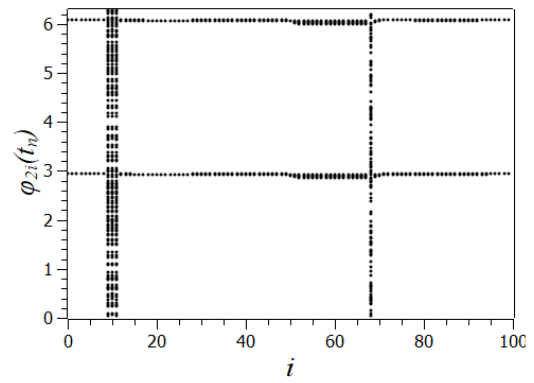


Рисунок 3.10. Взаимодействие слоев в режиме уединенных состояний при $\gamma_1 = 0.05$, $\gamma_2 = -0.05$, $\kappa = 0.2$, $\beta = 0.6$. (а),(г) – пространственно-временные профили $\varphi_{\nu i}(t_n) \in [0, 2\pi]$, соответствующие условиям $|\sin(\varphi_{10}(t_n))| < 0.001$; (б),(д) мгновенные пространственные профили $\sin(\varphi_{\nu i}(t_n))$, $\nu = 1, 2$; (в),(е) – пространственные распределения средних частот вращения в двух слоях. Другие параметры: $N = 100$, $\lambda = 0.1$, $P = 40$, $\sigma = 0.08$, $\alpha = 0.6$. Время установления в отсутствии связи - 10000 единиц, время установления при наличии связи - 5000 единиц. Время интегрирования при расчете средних частот 2000 единиц

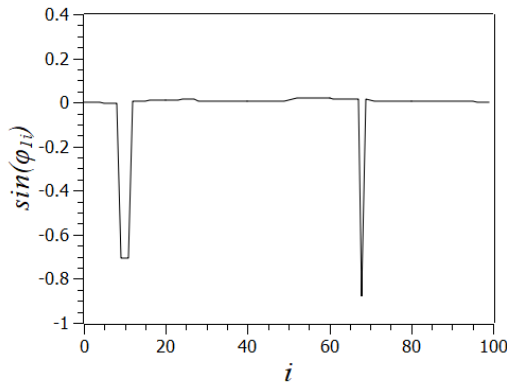
состояние при $i = 68$, которое наблюдалась в первом слое без связи (рис.3.11). Частоты в основных состояниях для первого и второго слоев стали одинаковыми: $\omega_{\nu_i}^m = -2.09178 \pm 10^{-5}$. Частоты особых состояний в первом слое есть $\omega_{1i}^m = -1.716766$, $i = 9, 10, 11$ и $\omega_{168}^m = 0.925429$. Во втором слое частоты для $i = 9, 10, 11$ полностью совпадают с частотами в первом слое, а частота уединенного состояния при $i = 68$ значительно отличается и равна $\omega_{268}^m = 0.088260$. Таким образом, при $\kappa = 0.3$ наблюдается частотная синхронизация всех соответствующих осцилляторов в двух слоях, за исключением осцилляторов с номером $i = 68$, находящихся в уединенном состоянии. Частоты, соответствующие этому состоянию в двух слоях остаются несинхронизованными, что видно на рис.3.11(в),(е). Также заметно различаются и мгновенные фазы осцилляторов в двух слоях, о чем можно судить по пространственным профилям, приведенным на рис.3.11(б),(д).



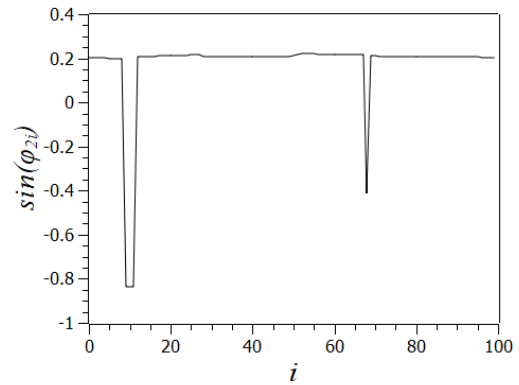
(a)



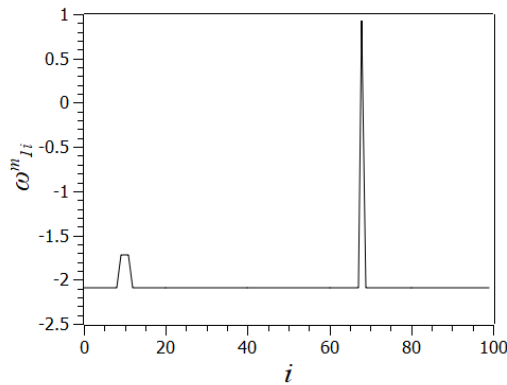
(б)



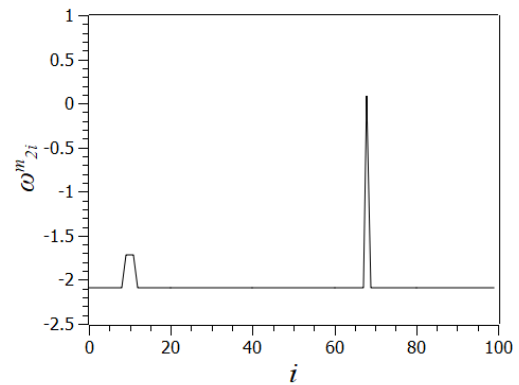
(в)



(г)



(д)



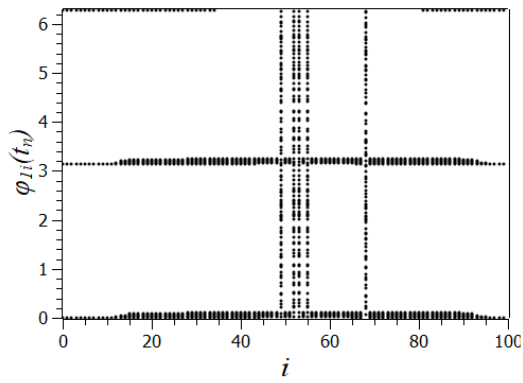
(е)

Рисунок 3.11. Взаимодействие слоев в режиме уединенных состояний при $\gamma_1 = 0.05$, $\gamma_2 = -0.05$, $\kappa = 0.3$, $\beta = 0.6$. Представлены те же характеристики, что и на рис.3.10.

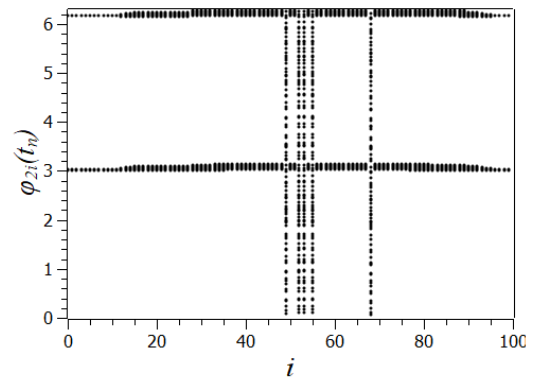
Параметры слоев и время установления соответствуют рис.3.10

При $\kappa = 0.5$ (см. рис.3.12) структура уединенных состояний снова меняется. В обоих слоях наблюдается одинаковый набор уединенных состояний - это элементы с номерами $i = 49, 52, 53, 55, 68$. Частоты всех пар осцилляторов в двух слоях совпадают с точностью до пятого знака. В основных состояниях они равны $\omega_{\nu i}^m = -3.226374 \pm 10^{-6}$, $\nu = 1, 2$. Во всех уединенных состояниях имеем: $\omega_{\nu i}^m = -2.871366$, $\nu = 1, 2$, $i = 49, 52, 53, 55, 68$. Таким образом, при $\kappa = 0.5$ имеет место частотная синхронизация всех элементов двух слоев и распределения средних частот двух слоев с высокой точностью совпадают (рис.3.12)(в),(е)). Синхронизация фаз не является полной, о чем свидетельствует количественное различие единовременных мгновенных пространственных профилей в двух слоях (рис.3.12)(б),(д)).

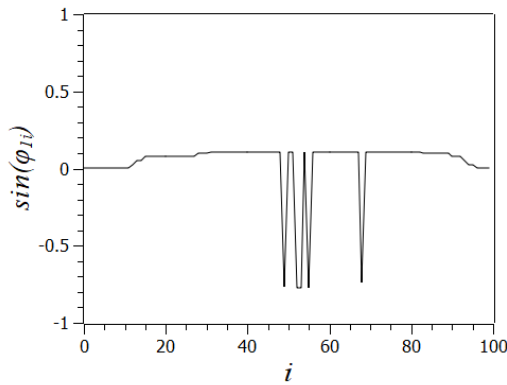
Не только средние, но и мгновенные значения частот вращения осцилляторов в двух слоях стремятся стать одинаковыми. Примером этому могут служить зависимости от времени мгновенных частот осцилляторов с номером $i = 0$ в двух слоях, рассчитанная для тех же значений параметров, что и графики на рис.3.12. Они приведены на рис.3.13(б). Зависимость характеристики полной синхронизации двух слоев $\delta(t)$ представлена на рис.3.13(а). Она показывает, что погрешность синхронизации не стремится к нулю, а выходит на постоянный уровень $\delta \approx 0.015$, что соответствует небольшому постоянному сдвигу фаз между осцилляторами двух слоев. При фазовом сдвиге межслойной связи $\beta = 0.6$ наблюдается аналогичная картина синхронизации слоев, хотя значения частот осцилляторов, как в основном, так и в уединенных состояниях будут другими.



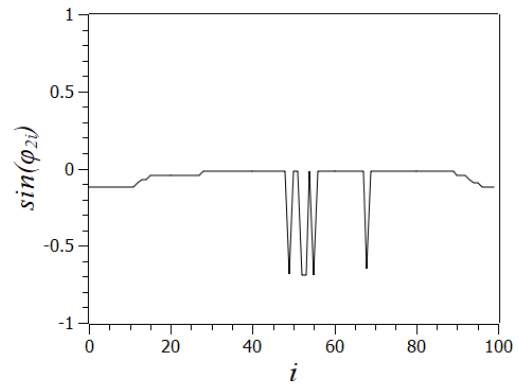
(a)



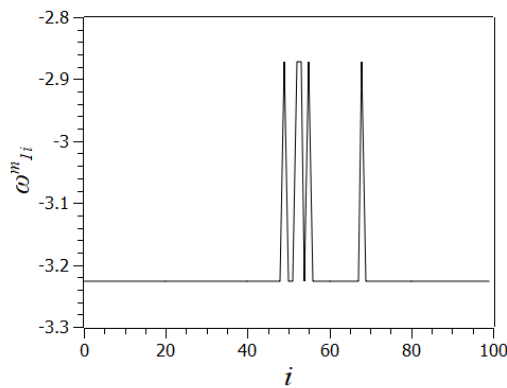
(б)



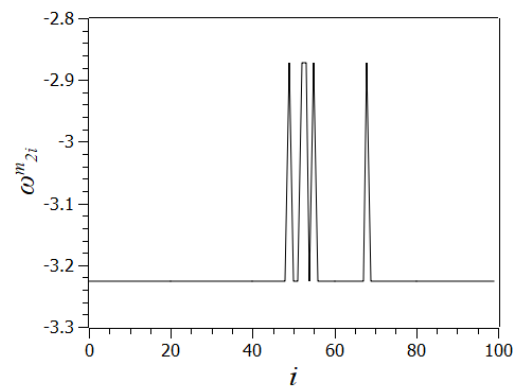
(в)



(г)



(д)



(е)

Рисунок 3.12. Взаимодействие слоев в режиме уединенных состояний при $\gamma_1 = 0.05$, $\gamma_2 = -0.05$, $\kappa = 0.5$, $\beta = 0.6$. Представлены те же зависимости, что и на рис.3.10.

Параметры слоев и время установления соответствуют рис.3.10

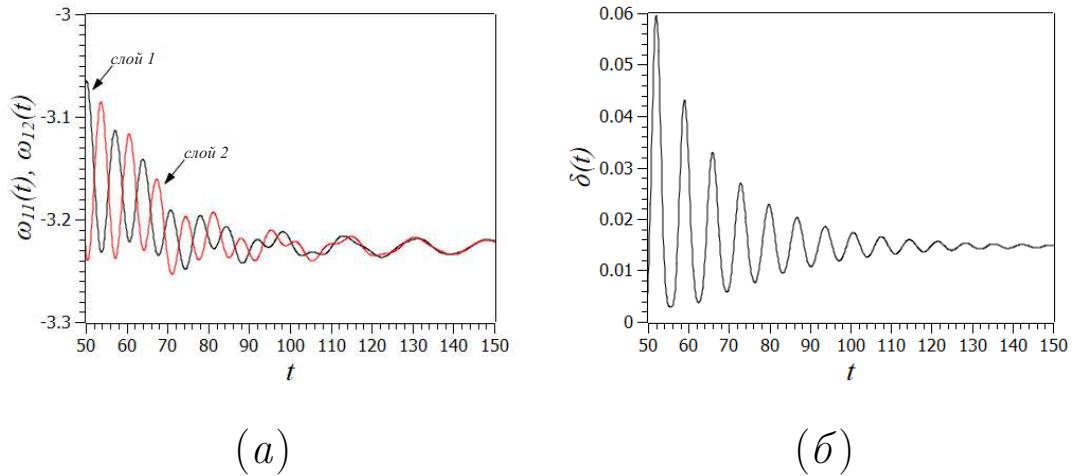


Рисунок 3.13. Взаимодействие слоев в режиме уединенных состояний при $\gamma_1 = 0.05$, $\gamma_2 = -0.05$, $\kappa = 0.5$, $\beta = 0.6$. Зависимость от времени величины δ (а) и мгновенных частот элементов первого и второго слоя $\omega_{vi}(t) = \varphi_{vi}(t)$, $i = 0$ (б). Параметры слоев и время установления соответствуют рис.3.10

3.5 Взаимодействие сильно неоднородных слоев в режиме качественно различных структур

Наконец, рассмотрим взаимодействие сильно неоднородных слоев, в которых установились состояния различного типа. Пусть первый слой имеет параметры $\gamma_1 = 0.05$, $\sigma = 0.013$, $\alpha = 1.5558$ и, в отсутствие межслойного взаимодействия, находится в режиме химеры (см. рис.3.5), а второй слой имеет параметры $\gamma_1 = -0.05$, $\sigma = 0.08$, $\alpha = 0.6$ и находится в режиме уединенных состояний (рис.3.9). При введении связи с параметрами $\kappa = 0.2$, $\beta = 0$ в слоях устанавливаются режимы, представленные на рис.3.14. Пространственно-временные профили двух слоев (рис.3.14(а),(д)), получаемые в одни и те же моменты времени при выполнении условия $|\sin(\varphi_{1,0}(t_n))| < 0.001$ (для нулевого элемента первого слоя) сильно различаются и свидетельствуют о несогласованности динамики слоев. Можно говорить о разрушении химеры в первом слое и возникновении уединенных состояний, однако мгновенные состояния и средние в основном кластере в пределах слоя достаточно сильно различаются

ся, что заметно на рис.3.14(а),(б) для первого слоя и (г),(д) - для второго. В первом слое средние частоты элементов в основном состоянии также имеют заметный разброс: $\omega_{1i}^m \in [0.4028; 0.4597]$ (рис.3.14(в)). Во втором слое средние частоты в основном состоянии мало различаются: $\omega_{2i}^m = -0.9150 \pm 10^{-4}$. Разница частот элементов в основном состоянии для двух слоев остается большой. Пространственное расположение уединенных состояний в обоих слоях одинаково: $i = 49, 52, 53, 54, 55, 82$, что соответствует их расположению во втором слое в отсутствии межслойной связи (рис.3.5(е)). Более того, частоты уединенных состояний в двух слоях близки: $\omega_{1i}^m = -0.02168 \pm 10^{-5}$ для первого слоя и $\omega_{2i}^m = -0.02148 \pm 10^{-5}$. Таким образом, наблюдается частотная синхронизация уединенных состояний в двух слоях.

При увеличении силы межслойной связи происходит исчезновение уединенных состояний. В обоих слоях устанавливаются пространственно-однородные режимы вращения осцилляторов и происходит синхронизация частот вращения в обоих слоях. Разность фаз всех осцилляторов в первом и втором слоях становится постоянной. Полная фазовая синхронизация не наблюдается в силу наличия расстройки, но разность фаз двух слоев невелика. Величина δ , которая в установившемся режиме равна квадрату синуса разности фаз осцилляторов в двух слоях, выходит на постоянный уровень $\delta \approx 0.02$. Соответствующие результаты, полученные при $\kappa = 0.5$, $\beta = 0$, приведены на рис.3.15. С ростом межслойной связи значения δ уменьшаются.

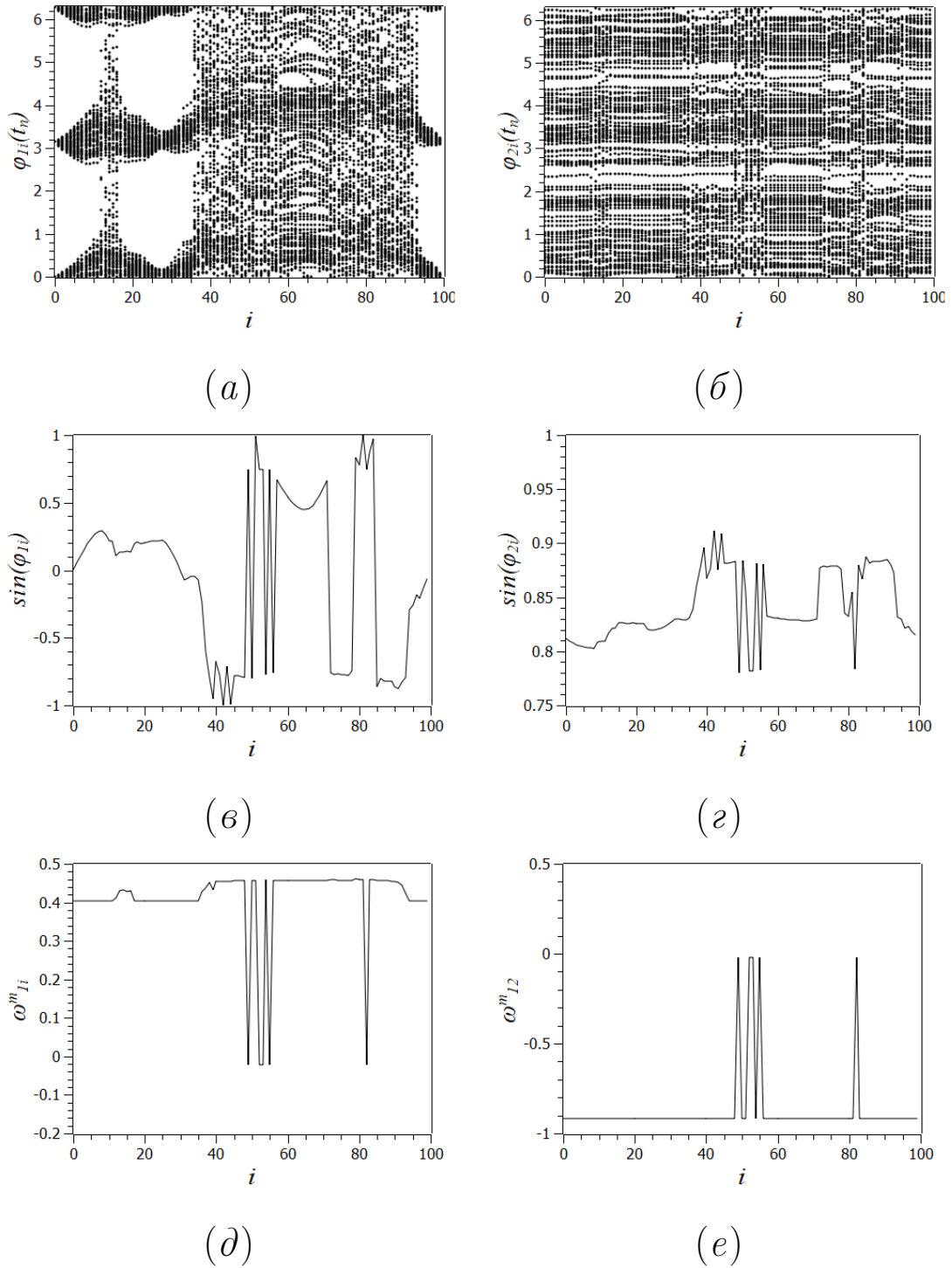
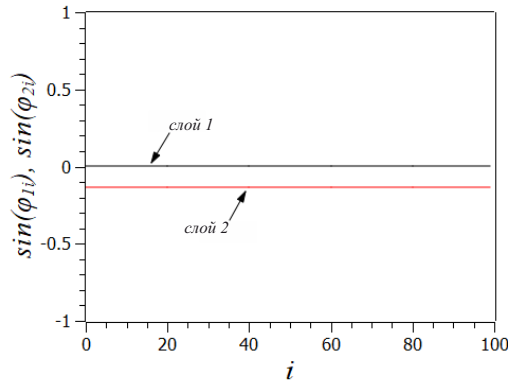
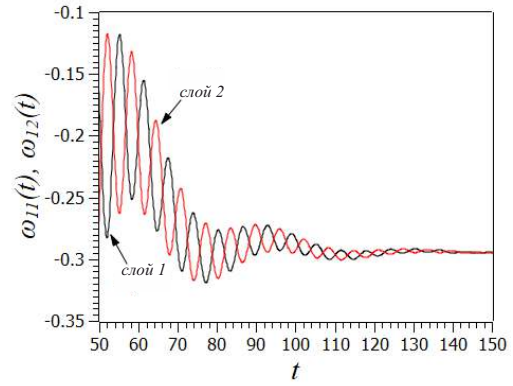


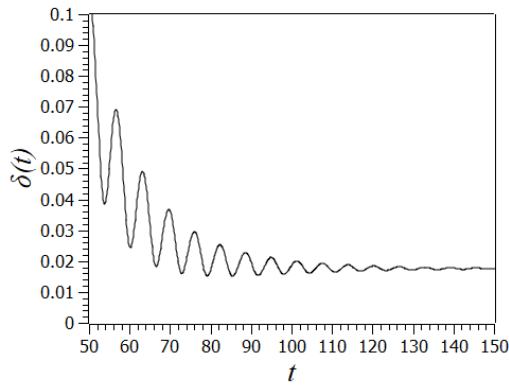
Рисунок 3.14. Взаимодействие первого слоя в режиме химеры при $\gamma_1 = 0.05$, $\sigma = 0.013$, $\alpha = 1.5558$ и второго слоя в режиме уединенных состояний при $\gamma_1 = -0.05$, $\sigma = 0.08$, $\alpha = 0.6$ и параметрах межслойной связи $\kappa = 0.2$, $\beta = 0$. На графиках приведены пространственно-временные профили $\varphi_{\nu i}(t_n) \in [0, 2\pi]$, соответствующие условию $|\sin(\varphi_{10}(t_n))| < 0.001$ (а),(г); мгновенные пространственные профили $\sin(\varphi_{\nu i}(t_n))$, $\nu = 1, 2$ (б),(д); пространственные распределения средних частот вращения в двух слоях (в),(е). Другие параметры: $N = 100$, $\lambda = 0.1$, $P = 40$, $\sigma = 0.08$, $\alpha = 0.6$. Время установления в отсутствие связи - 10000 единиц, время установления при наличии связи - 5000 единиц. Время интегрирования при расчете средних частот 2000 единиц



(a)



(б)



(в)

Рисунок 3.15. Результаты взаимодействия слоев при коэффициенте межслойной связи $\kappa = 0.5$ и прочих параметрах, соответствующих рис.3.14. На графиках представлены мгновенные пространственные профили $\sin(\varphi_{\nu i}(t))$, $\nu = 1, 2$ в двух слоях в установившемся режиме (а), зависимости от времени мгновенных частот $\omega_{\nu i}(t) = \dot{\varphi}_{\nu i}$, $\nu = 1, 2$ (б) элементов с номером $i = 0$ при переходе к установившемуся режиму после введения связи, а также зависимость от времени величины δ (в).

3.6 Выводы по третьей главе

Проведенное численное моделирование динамики двухслойной мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией (3.1) выявило эффекты синхронизации пространственных структур во всех рассмотренных случаях, как в режиме химер, так и в режиме уединенных состояний. При идентичности взаимодействующих слоев, начиная с некоторого порогового значения коэффициента межслойной связи, наблюдается полная синхронизация пространственных структур и поведения во времени. Мгновенные частоты и фазы элементов с одинаковыми номерами (которые соединены межслойными связями) со временем устанавливаются одинаковыми. Пороговое значение коэффициента связи, необходимое для полной синхронизации различающихся структур в идентичных слоях мало и зависит от фазового сдвига в цепи связи. В случае присутствия межслойного фазового сдвига нарушается условие возникновения полной синхронизации, обусловленное появлением постоянной разности фаз осцилляторов в ансамбле.

При взаимодействии неидентичных слоев, характеризующихся частотной расстройкой, в случае достаточно сильной межслойной связи также имеет место синхронизация частот взаимодействующих элементов. В результате эффекта захвата частот мгновенные частоты соответствующих элементов становятся одинаковыми, что приводит к идентичности распределения средних частот элементов в двух слоях. Захват частот наблюдается при взаимодействии в режиме химер, в режиме уединенных состояний, а также в случае структур разного типа в двух слоях: химеры в одном слое и уединенных состояний в другом. В силу неидентичности слоев полная синхронизация элементов двух слоев становится в строгом смысле невозможной, однако с ростом коэффициента межслойной связи устанавливается близкий к полной синхронизации режим, характеризу-

щийся незначительной разностью мгновенных фаз соответствующих элементов двух слоев.

Характер пространственно-временной динамики в синхронном режиме в случае однотипных исходных структур в двух слоях имеет тот же характер: при взаимодействии различающихся химерных состояний синхронный режим представляет собой химеру, а при взаимодействии режимов уединенных состояний синхронный режим также соответствует уединенным состояниям. В случае сильной неоднородности двух слоев, когда несвязанные слои характеризуются качественно различным поведением, в результате взаимодействия в слоях может установиться совершенно другой динамический режим. Так в проведенных исследованиях взаимодействия слоев, в одном из которых в отсутствие межслойной связи установилась химерная структура, а в другом - режим уединенных состояний, результирующим синхронным режимом оказался пространственно-однородный режим вращений с постоянными одинаковыми в обоих слоях частотами и некоторым постоянным фазовым сдвигом.

Таким образом, проведенные исследования дополняют имеющийся ряд работ по синхронизации сложных пространственных структур во взаимодействующих ансамблях и многослойных сетях нелокально-связанных осцилляторов и отображений. Эффекты синхронизации структур рассмотрен на примере одной из базовых моделей нелинейной динамики, которой является ансамбль фазовых осцилляторов с инерцией. Показано сходство эффекта синхронизации как для химерных состояний, так и для уединенных состояний, а также рассмотрена роль частотного захвата, который является необходимым условием синхронизации пространственных структур.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе были проведены численные исследования особенностей ансамблей фазовых осцилляторов. В качестве базовой модели была рассмотрена модель ротаторов с инерцией применительно к моделированию энергосети. Были рассмотрены особенности частотной синхронизации осцилляторов, построены карты режимов при изменении различных параметров и исследованы области режимов синхронизации, исследованы пространственно-временные структуры при различных состояниях системы.

В модели энергосети было рассмотрено влияние активной/реактивной мощности отдельного генератора и коэффициента инерции, одинакового для всех генераторов, и коэффициента инерции на синхронизацию сети. Был рассмотрен случай введения в модель фазовых осцилляторов с инерцией нелинейной диссипации. Рассматривалось влияние величины параметра нелинейной диссипации на установление режима синхронизации всех осцилляторов ансамбля. Было исследовано воздействие на ансамбль фазовых осцилляторов, моделирующий работу энергосети, различных внешних факторов. В частности исследовано: влияние прямоугольных возмущений и белого гауссовского шума, рассмотрена динамика ансамбля в случае нарушения связей между осцилляторами.

Была исследована динамика двухслойной мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией. Были выявлены эффекты синхронизации пространственно-временных структур для режимов химерных и уединенных состояний. Исследовалась пространственно-временная динамика мультиплексной сети при различных значениях коэффициентов связей и фазовых сдвигов в цепях связей. Рассмотрено взаимодействие неидентичных слоев в случае частотной расстройки осцилляторов в слоях мультиплексной сети.

На основании проведенных исследований были сформулированы следующие основные результаты диссертационной работы:

1. В результате исследования ансамбля фазовых осцилляторов с инерцией, моделирующих работу энергосети с кольцевой топологией, установлено, что при фиксированном значении активной мощности всех генераторов энергосети, изменение коэффициента инерции приводит к изменению режима. В частности было установлено что увеличение коэффициента инерции ведет к асинхронному режиму работы энергосети.
2. Выявлено, что частотная расстройка одного из фазовых осцилляторов ансамбля, моделирующего работу энергосети с кольцевой топологией, приводит к режиму уединенного состояния. Вышедший из режима синхронизации осциллятор производит вращения на собственной частоте, тогда как остальные осцилляторы продолжают совершать синхронные вращения.
3. Для предложенной простой модели энергосети с кольцевой топологией было исследовано влияние реактивной мощности при нескольких значениях частотной расстройки, определяемой изменениями активной мощности одного из генераторов сети. Было установлено, что в случае отсутствия частотной расстройки, реактивная мощность не влияет на области режимов работы энергосети. С увеличением частотной расстройки рост реактивной компоненты мощности одного из генераторов уменьшает область синхронизации всех узлов сети. В этом случае преобладающими становятся области режим сосуществования двух типов динамики и асинхронного поведения сети.
4. Впервые был предложен способ достижения синхронного поведения всех фазовых осцилляторов ансамбля, моделирующего динамику энергосети, с помощью введения нелинейной диссипации в уравнения фазовых осцилляторов. Исследовано влияние нелинейной диссипации на области синхрон-

ных режимов энергосети. Показано, что нелинейная диссипация позволяет расширить области фазовой синхронизации энергосети.

5. Были проведены численные эксперименты с использованием ансамбля фазовых осцилляторов, моделирующего работу энергосети, показавшие, что нелинейная диссипация повышает устойчивость к различным внешним воздействиям на энергосеть. Эксперимент с импульсным воздействием показал, что для условий сохранения фазовой синхронизации, выбор коэффициента нелинейной диссипации зависит от коэффициента инерции ансамбля и характеристик воздействующего прямоугольного импульса. В эксперименте с шумовым воздействием было установлено, что наличие в ансамбле нелинейной диссипации позволяет уменьшить разброс величины мгновенной частоты осциллятора. Также присутствие нелинейной диссипации в случае возмущения шумом устраняет резкие пульсации мгновенной частоты, связанные с близостью области значений собственных частот осцилляторов. Присутствие нелинейной диссипации в течении короткого промежутка времени после разрыва и последующего восстановления связи между осцилляторами позволяет восстановить синхронизм осциллятора. Для достижения синхронизма в период разрыва связи, нелинейная диссипация должна присутствовать на протяжении всего времени отсутствия связи между осцилляторами.
6. В модели мультиплексной фазовых осцилляторов с инерцией впервые были впервые обнаружены эффекты синхронизации сложных пространственно-временных режимов, устанавливающихся в слоях без связи, таких как химерные и уединенные состояния.
7. Для модели мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией было продемонстрировано, что при некотором пороговом значении межслойной

связи, наблюдается полная синхронизация пространственно-временных структур, которая зависит от фазового сдвига в межслойной связи.

8. В случае частотной расстройки слоев мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией, наблюдается фазовая синхронизация осцилляторов. Численный эксперимент показал, что с ростом коэффициента межслойной связи появление фазовой синхронизации осцилляторов не зависит от сформировавшихся пространственно-временных структур.
9. Численный анализ мультиплексной сети фазовых осцилляторов с инерцией показал, что результирующее поведение мультиплексной сети зависит от сформировавшихся пространственно-временных структур в отсутствие межслойной связи. В случае одинаковых пространственных структур в различных слоях, результирующее поведение будет иметь такой же вид пространственных структур как и в отдельной взятых слоях. Иное поведение мультиплексной сети наблюдается при различных пространственных структурах в слоях, в таком случае результирующее поведение будет отличаться от поведения в каждом отдельном слое.

Таким образом, можно сделать вывод, что цель диссертационной работы достигнута и основные задачи решены. В то же время, исследование динамики фазовых осцилляторов далеко до завершения. Имеется много нерешенных проблем, которые нуждаются в дальнейших исследованиях. К таким проблемам можно отнести исследование различных топологий сетей моделей фазовых осцилляторов и различные не оптимизированные модели энергосети, сохраняющие первоначальную топологию сети. В случае исследования энергосетей важно выявить условия и эффекты, которые позволяют улучшить устойчивость фазовой синхронизации энергосети. С позиции исследования сложных составных сетей необходимо производить анализ существующих пространственно-временных структур и их общее взаимодействие. Данная диссертационная работа может служить отправной точкой для дальнейших исследований.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Kuramoto Yoshiki*. Chemical Oscillations, Waves, and Turbulence. — Springer Berlin Heidelberg, 1984. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-69689-3>.
2. *Nekorkin Vladimir, Velarde Manuel*. Synergetic Phenomena in Active Lattices. Patterns, Waves, Solitons, Chaos. — 2002.
3. *Osipov Grigory V, Kurths Jürgen, Zhou Changsong*. Synchronization in Oscillatory Networks. — Springer Berlin Heidelberg, 2007. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-540-71269-5>.
4. Synchronization in networks of networks: The onset of coherent collective behavior in systems of interacting populations of heterogeneous oscillators / Ernest Barreto, Brian Hunt, Edward Ott, Paul So // *Physical Review E*. — 2008. — Vol. 77, no. 3. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevE.77.036107>.
5. Synchronization: From Coupled Systems to Complex Networks / Stefano Boccaletti, Alexander N Pisarchik, Charo I del Genio, Andreas Amann. — Cambridge University Press, 2018. <http://dx.doi.org/10.1017/9781107297111>.
6. *Pikovsky Arkady, Rosenblum Michael, Kurths Jürgen*. Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences. Cambridge Nonlinear Science Series. — Cambridge University Press, 2001.
7. *Mosekilde Erik, Maistrenko Yuri, Postnov Dmitry*. Chaotic Synchronization. — WORLD SCIENTIFIC, 2002. <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/4845>.
8. *Strogatz Steven, Goldenfeld Nigel*. Sync: The Emerging Science of Spontaneous Order // *Physics Today*. — 2004. — Vol. 57. — Pp. 59–60.

9. *Strogatz Steven*. Synchronization: A Universal Concept in Nonlinear Sciences // *Physics Today*. — 2003. — Vol. 56. — P. 47.
10. Synchronization: From Simple to Complex / Alexander Balanov, Natalia Janson, Dmitry Postnov, Olga Sosnovtseva. — Springer Berlin Heidelberg, 2009.
11. Synchronization of Interconnected Networks: The Role of Connector Nodes / J Aguirre, R Sevilla-Escoboza, R Gutiérrez et al. // *Physical Review Letters*. — 2014. — Vol. 112, no. 24. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.248701>.
12. Inter-layer synchronization in multiplex networks / Ricardo Sevilla-Escoboza, Irene Sendiña-Nadal, I Leyva et al. // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. — 2015. — Vol. 26.
13. *Hu Jingting, Sui Guixia, Li Xiaodi*. Fixed-time synchronization of complex networks with time-varying delays // *Chaos, Solitons & Fractals*. — 2020. — 11. — Vol. 140. — P. 110216.
14. *Kuramoto Y. Battogtokh D*. Coexistence of coherence and incoherence in non-locally coupled phase oscillators // *Nonl. Phenom. Complex Syst*. — 2002. — Vol. 4. — Pp. 380–385.
15. *Abrams D. M. Strogatz S. H*. Chimera states for coupled oscillators // *Phys. Rev. Lett*. — 2004. — Vol. 93. — P. 174102.
16. Loss of coherence in dynamical networks: Spatial chaos and chimera states / Omelchenko I., Maistrenko Y., Hövel P., Schöll E. // *Phys. Rev. Lett*. — 2011. — Vol. 106. — P. 234102.
17. *Tinsley M.R. Nkomo S. Showalter K*. Chimera and phase cluster states in populations of coupled chemical oscillators // *Nature Physics*. — 2012. — Vol. 8. — Pp. 662–666.

18. Chimera states in mechanical oscillator networks / Martens E.A., Thutupalli S., Fourriere A., Hallatschek O. // *Proc. Nat. Acad. Sci USA*. — 2013. — Vol. 110. — Pp. 10563–10567.
19. Zakharova A. Kapeller M. Schöll E. Chimera death: Symmetry breaking in dynamical networks // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 112. — P. 154101.
20. Panaggio M.J. Abrams D.M. Chimera states: Coexistence of coherence and incoherence in networks of coupled oscillators // *Nonlinearity*. — 2015. — Vol. 28. — Pp. R67–R87.
21. Стрелкова Г.И. Анищенко В.С. Пространственно-временные структуры в ансамблях хаотических систем // *Успехи физических наук*. — 2020. — Vol. 190. — Pp. 160–178.
22. The Kuramoto model: A simple paradigm for synchronization phenomena / J.A. Acebrón, L.L. Bonilla, C.J. Pérez Vicente et al. // *Rev. Mod. Phys.* — 2005. — Vol. 77. — Pp. 137–177.
23. Sakaguchi H., H. Y. Kuramoto. A Soluble active rotater model showing phase transitions via mutual tntertainment // *Rev. Mod. Phys.* — 1986. — Vol. 76. — P. 576–581.
24. Sakaguchi H., Shinomoto S., Kuramoto Y. Local and global self-entrainments in oscillator lattices // *Progress of Theoretical Physics*. — 1987. — Vol. 77. — P. 1005–1010.
25. Forrester Derek. Arrays of coupled chemical oscillators // *Scientific Reports*. — 2015. — Vol. 5. — P. 16994.
26. K. Wiesenfeld, Swift J.W. Averaged equations for Josephson junction series arrays // *Phys. Rev. E*. — 1995. — Vol. 51. — Pp. 1020–1025.

27. *Wiesenfeld Kurt, Colet P, Strogatz Steven.* Frequency locking in Josephson arrays: Connection with the Kuramoto model // *Phys. Rev. E.* — 1998. — Vol. 57.
28. *Vlasov V., Pikovsky A.* Synchronization of a Josephson junction array in terms of global variables // *Phys. Rev. E.* — 2013. — Vol. 88. — P. 022908.
29. *Li R., Erneux T.* Stability conditions for coupled lasers: series coupling versus parallel coupling // *Opt. Commun.* — 1993. — Vol. 99. — P. 196–200.
30. *Kozireff G., Vladimirov A. G., Mandel P.* Dynamics of a semiconductor laser array with delayed global coupling // *Phys. Rev. E.* — 2001. — Vol. 64. — P. 016613.
31. *Heath T., Wiesenfeld K., York R. A.* Manipulated synchronization: beam steering in phased arrays // *Int. J. Bifurcation Chaos Appl. Sci. Eng.* — 2000. — Vol. 10. — Pp. 2619–2627.
32. Nonlinear antenna topology / B.K. Meadows, T. H. Heath, J. D. Neff, et al. // *Proc. IEEE.* — 2002. — Vol. 90. — P. 882–897.
33. *Softky W., Koch C.* The highly irregular firing of cortical cells is inconsistent with temporal integration of random EPSPs // *J. Neurosci.* — 1993. — Vol. 13. — P. 334–350.
34. *Seliger P., Young S.C., Tsimring L.S.* Plasticity and learning in a network of coupled phase oscillators // *Phys. Rev. E.* — 2002. — Vol. 65. — P. 041906.
35. *Kazançi Fatma, Ermentrout Bard.* Pattern Formation in an Array of Oscillators with Electrical and Chemical Coupling // *SIAM Journal of Applied Mathematics.* — 2007. — Vol. 67. — Pp. 512–529.
36. Understanding Synchrony Patterns in Biological and Neural Oscillator Networks through Mean-Field Reductions: A Review / Christian Bick, Carlo Laing,

- Marc Goodfellow, Erik Martens // *Journal of Mathematical Neuroscience*. — 2020. — Vol. 10. — Pp. 1–43.
37. *Unsworth C P, Cumin David*. Generalising the Kuramoto Model for the study of Neuronal Synchronisation in the Brain // <http://www.esc.auckland.ac.nz/research/tech/esc-tr-638.pdf>. — 2007. — Vol. 226.
38. *Yeldesbay A. Pikovsky A. Rosenblum M*. Chimeralike States in an Ensemble of Globally Coupled Oscillators // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 112. — P. 144103.
39. *R. Laing C*. Chimera in networks with purely local coupling // *Phys. Rev. E*. — 2015. — Vol. 92. — P. 050904.
40. Excitation and suppression of chimera states by multiplexing / Maksimenko V.A., Makarov V.V., Bera B.K et al. // *Phys. Rev. E*. — 2016. — Vol. 94. — P. 052205.
41. *Andrzejak R.G. Ruzzene G. Malvestio I*. Generalized synchronization between chimera states // *Chaos*. — 2017. — Vol. 27. — P. 053114.
42. Spectral properties of chimera states / Wolfrum M., Omel'chenko O. E., Yanchuk S., Maistrenko Y. L. // *Chaos*. — 2011. — Vol. 21. — P. 013112.
43. Stationary patterns of coherence and incoherence in two-dimensional arrays of non-locally-coupled phase oscillators / Omel'chenko O. E., Wolfrum M., Yanchuk S. et al. // *Phys. Rev. E*. — 2012. — Vol. 85. — P. 036210.
44. *Ashwin P. Building H. Burylko O*. Weak chimeras in minimal networks of coupled phase oscillators // *Chaos*. — 2015. — Vol. 25. — P. 4905197.
45. *Sethia G. C. Sen A*. Chimera States: The Existence Criteria Revisited // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 112. — P. 144101.

46. Chimera-type states induced by local coupling / Clerc M. G., Coulibaly S., Ferré M. A. et al. // *Phys. Rev. E*. — 2016. — Vol. 93. — P. 052204.
47. Chimera states in population dynamics: networks with fragmented and hierarchical connectivities / Hizanidis J., Panagakou E., Omelchenko I. et al. // *Phys. Rev. E*. — 2015. — Vol. 92. — P. 012915.
48. *Majhi S. Perc M. Ghosh D.* Chimera states in a multilayer network of coupled and uncoupled neurons // *Chaos*. — 2017. — Vol. 27. — P. 073109.
49. When nonlocal coupling between oscillators becomes stronger: patched synchrony or multichimera states / Omelchenko I., Omel'chenko O. E., Hövel P., Schöll E. // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Vol. 110. — P. 224101.
50. Nonlinearity of local dynamics promotes multi-chimeras / Omelchenko I., Zakharova A., Hövel P. et al. // *Chaos*. — 2015. — Vol. 25. — P. 4927829.
51. Clustered chimera states in systems of type-I excitability / Vüllings A., Hizanidis J., Omelchenko I., Hövel P. // *New Journal of Physics*. — 2016. — Vol. 16. — P. 123039.
52. *Барбашин Е. А., Табуева В. А.* Динамические системы с цилиндрическим фазовым пространством. — М. : Наука, 1969. — P. 299.
53. Хаос, синхронизация и структуры в динамике ротаторов / Н. Н. Веричев, С. Н. Веричев, С. И. Герасимов, В. И. Ерофеев. — Саров: РФЯЦ-ВНИИЭФ, 2016. — P. 267.
54. *Табуева В. А.* Условия существования круговых движений маятника Фруда // *Изв. вузов. Матем.* — 1961. — Vol. 5. — P. 61–68.
55. Imperfect chimera states for coupled pendula / Kapitaniak T., Kuzma P., Wojewoda J. et al. // *Sci. Rep.* — 2014. — Vol. 4. — P. 06379.

56. Intermittent chaotic chimeras for coupled rotators / Olmi S., Martens E. A., Thutupalli S., Torcini A. // *Phys. Rev. E*. — 2015. — Vol. 92. — P. 030901.
57. Веричев Н.Н. Исследование систем с джозефсоновскими контактами методом быстро вращающейся фазы // *Радиотехника и электроника*. — 1986. — Vol. 31. — P. 2267–2274.
58. Wisenfeld K. Colet P. Strogatz S. Synchronization transitions in a disordered Josephson series array // *Phys. Rev. Letts*. — 1996. — Vol. 76. — Pp. 404–407.
59. Trees B. Saranathon V. Stroud D. Synchronization in disordered Josephson junction arrays: Small-world connections and the Kuramoto model // *Phys. Rev. E*. — 2005. — Vol. 71. — P. 016215.
60. Chimera states and synchronization in magnetically driven SQUID metamaterials / Hizanidis J., Lazarides N., Neofotistos G., Tsironis G. // *Eur. Phys. J. Special Topics*. — 2016. — Vol. 225. — Pp. 1231–1243.
61. Coherent libration to coherent rotational dynamics via chimeralike states and clustering in a Josephson junction array / Mishra A., Saha S., Hens C. et al. // *Phys. Rev. E*. — 2017. — Vol. 95. — P. 010201.
62. Multicluster oscillation death and chimeralike states in globally coupled Josephson junctions / Mishra A., Saha S., Roy P. K. et al. // *Chaos*. — 2017. — Vol. 27. — P. 023110.
63. Горев А.А. Избранные труды по вопросам устойчивости электрических систем. — М.: Госэнергоиздат, 1960. — P. 260.
64. Блехман И.И. Синхронизация динамических систем. — М.: Наука, 1971. — P. 896.
65. Adams M.L. Rotating machinery vibration: from analysis to troubleshooting. — Marcel Dekker, 2000. — P. 364.

66. *Белых В.Н., Некоркин В.И.* Качественное исследование системы трех дифференциальных уравнений из теории фазовой синхронизации // *Прикладная математика и механика*. — 1975. — Vol. 39. — P. 642–649.
67. *Акимов В.Н., Белюстина Л.Н., Белых В.Н.* Системы фазовой синхронизации. — М.: Радио и связь, 1982. — P. 288.
68. Устойчивость, структуры и хаос в нелинейных сетях синхронизации / В.С. Афраимович, В.И. Некоркин, Г.В. Осипов, В.Д. Шалфеев. — Горький: ИПФ АН СССР, 1989. — P. 256.
69. *Sauer Peter W, Pai Mangalore A, Chow Joe H.* Power system dynamics and stability: with synchrophasor measurement and power system toolbox. — John Wiley & Sons, 2017.
70. *Anderson Paul M, Fouad Aziz A.* Power system control and stability. — John Wiley & Sons, 2008.
71. *Horowitz Stanley H, Phadke Arun G.* Power system relaying. — John Wiley & Sons, 2014.
72. Power system dynamics: stability and control / Jan Machowski, Zbigniew Lubosny, Janusz W Bialek, James R Bumby. — John Wiley & Sons, 2020.
73. Spontaneous synchrony in power-grid networks / Adilson E Motter, Seth A Myers, Marian Anghel, Takashi Nishikawa // *Nature Physics*. — 2013. — Vol. 9, no. 3. — Pp. 191–197.
74. *Khramenkov VA, Dmitrichev AS, Nekorkin Vladimir Isaakovich.* Threshold stability of the synchronous mode in a power grid with hub cluster topology // *Izvestiya VUZ. Applied Nonlinear Dynamics*. — 2020. — Vol. 28, no. 2. — Pp. 120–139.

75. Self-organized synchronization and voltage stability in networks of synchronous machines / Katrin Schmietendorf, Joachim Peinke, Rudolf Friedrich, Oliver Kamps // *The European Physical Journal Special Topics*. — 2014. — Vol. 223, no. 12. — Pp. 2577–2592.
76. Dörfler Florian, Bullo Francesco. On the critical coupling for Kuramoto oscillators // *SIAM Journal on Applied Dynamical Systems*. — 2011. — Vol. 10, no. 3. — Pp. 1070–1099.
77. A decentralized optimization method based two-layer Volt-Var control strategy for the integrated system of centralized PV plant and external power grid / Haixiao Li, Mingxuan Mao, Kuo Guo et al. // *Journal of Cleaner Production*. — 2021. — Vol. 278. — P. 123625.
78. AC&DC optimal power flow incorporating centralized/decentralized multi-region grid control employing the whale algorithm / R.A. Swief, Nada Mamdouh Hassan, Hany M. Hasanien et al. // *Ain Shams Engineering Journal*. — 2021. — Vol. 12. — Pp. 1907–1922.
79. Joachim Lehner Tobias Weißbach. Global and local effects of decentralised electric power generation on the grid in the Western Balkan Countries (WBC) // *Energy*. — 2009. — Vol. 34. — Pp. 555–563.
80. Pagani Giuliano Andrea, Aiello Marco. Towards Decentralization: A Topological Investigation of the Medium and Low Voltage Grids // *IEEE Trans. Smart Grid*. — 2011. — Vol. 2. — Pp. 538–547.
81. Ghahremani Esmail, Kamwa Innocent. Local and Wide-Area PMU-Based Decentralized Dynamic State Estimation in Multi-Machine Power Systems // *IEEE Transactions on Power Systems*. — 2015. — Vol. 99. — Pp. 1–16.

82. How dead ends undermine power grid stability / Peter Menck, Jobst Heitzig, Juergen Kurths, Hans Schellnhuber // *Nature communications*. — 2014. — Vol. 5. — P. 3969.
83. Mondal Md Alam Hossain, Denich Manfred. Hybrid systems for decentralized power generation in Bangladesh // *Energy for Sustainable Development*. — 2010. — Vol. 14. — Pp. 48–55.
84. Locating critical lines in high-voltage electric power grids / Paolo Crucitti, Vito Latora, Werner Ebeling, Bernardo Spagnolo // *Fluctuation and Noise Letters*. — 2005. — Vol. 05.
85. Co-optimizing generation and transmission expansion with wind power in large-scale power grids—Implementation in the US Eastern Interconnection / Shutang You, Stanton Hadley, Mallikarjun Shankar, Yilu Liu // *Electric Power Systems Research*. — 2016. — Vol. 133. — Pp. 209–218.
86. Fortuna Luigi, Frasca Mattia, Sarra Fiore Angelo. A network of oscillators emulating the Italian high-voltage power grid // *International Journal of Modern Physics B*. — 2012. — Vol. 26, no. 25. — P. 1246011.
87. A Secure Decentralized Data-Centric Information Infrastructure for Smart Grid / Young-Jin Kim, Marina Thottan, Vladimir Kolesnikov, Wonsuck Lee // *IEEE Communications Magazine*. — 2010. — Vol. 48. — Pp. 58–65.
88. Taming Instabilities in Power Grid Networks by Decentralized Control / Benjamin Schäfer, Carsten Grabow, Sabine Auer et al. // *The European Physical Journal Special Topics*. — 2015. — Vol. 225.
89. Lo Chun-Hao, Ansari Nirwan. Decentralized Controls and Communications for Autonomous Distribution Networks in Smart Grid // *Smart Grid, IEEE Transactions on*. — 2013. — Vol. 4. — Pp. 66–77.

90. Self-Organized Synchronization in Decentralized Power Grids / Martin Rohden, Andreas Sorge, Marc Timme, Dirk Witthaut // *Physical Review Letters*. — 2012. — Vol. 109. — P. 64101.
91. Vaccaro Alfredo, Velotto Giovanni, Zobaa Ahmed. A Decentralized and Cooperative Architecture for Optimal Voltage Regulation in Smart Grids // *IEEE Transactions on Industrial Electronics - IEEE TRANS IND ELECTRON*. — 2011. — Vol. 58. — Pp. 4593–4602.
92. Impact of network topology on synchrony of oscillatory power grids / Martin Rohden, Andreas Sorge, Dirk Witthaut, Marc Timme // *Chaos (Woodbury, N.Y.)*. — 2014. — Vol. 24. — P. 13123.
93. Decentralized control of units in smart grids for the support of renewable energy supply / Michael Sonnenschein, Ontje Lünsdorf, Jörg Bremer, Martin Tröschel // *Environmental Impact Assessment Review*. — 2015. — Vol. 52. — Pp. 40–52.
94. Cascade failure analysis of power grid using new load distribution law and node removal rule / Hai Ren, Jihong Song, Rong Yang et al. // *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*. — 2016. — Vol. 442. — Pp. 239–251.
95. Wang Jian-Wei, Rong Li-Li. Cascade-based attack vulnerability on the US power grid // *Safety Science - SAF SCI*. — 2009. — Vol. 47. — Pp. 1332–1336.
96. Yang Yang, Nishikawa Takashi, Motter Adilson. Small vulnerable sets determine large network cascades in power grids // *Science*. — 2017. — Vol. 358. — P. eaan3184.
97. Sakaguchi Hidetsugu, Matsuo Tatsuma. Cascade Failure in a Phase Model of Power Grids // *Journal of the Physical Society of Japan*. — 2012. — Vol. 81.

98. Power Grid Vulnerability to Geographically Correlated Failures - Analysis and Control Implications / Andrey Bernstein, Daniel Bienstock, David Hay et al. // *Proceedings - IEEE INFOCOM*. — 2012.
99. Support-Vector-Machine-Based Proactive Cascade Prediction in Smart Grid Using Probabilistic Framework / Sudha Gupta, Ruta Kambli, Sushama Wagh, Faruk Kazi // *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*. — 2015. — Vol. 62. — Pp. 2478–2486.
100. *Ghanbari Ryan, Jalili Mahdi, Yu Xinghuo*. Correlation of cascade failures and centrality measures in complex networks // *Future Generation Computer Systems*. — 2017. — Vol. 83.
101. *J. Rocabert A. Luna F. Blaabjerg, Rodriguez P.* Control of Power Converters in AC Microgrids // *IEEE Transactions on Power Electronics*. — 2012. — Vol. 27, no. 11. — Pp. 4734–4749.
102. A Wireless Load Sharing Strategy for Islanded Microgrid Based on Feeder Current Sensing / Y. Zhu, F. Zhuo, F. Wang et al. // *IEEE Transactions on Power Electronics*. — 2015. — Vol. 30, no. 12. — Pp. 6706–6719.
103. *Hesse R., Turschner D., Beck H.* Micro grid stabilization using the virtual synchronous machine (VISMA) // *Renewable energy & power quality journal*. — 2009. — Vol. 1. — Pp. 676–681.
104. *D'Arco S., Suul J.* Virtual synchronous machines — Classification of implementations and analysis of equivalence to droop controllers for microgrids // *2013 IEEE Grenoble Conference*. — 2013. — Pp. 1–7.
105. An inertial droop control based on comparisons between virtual synchronous generator and droop control in inverter-based distributed generators / Junjie Xiao, Yaoqin Jia, Biao Jia et al. // *Energy Reports*. — 2020. — Vol. 6. — Pp. 104–112.

106. *Witthaut Dirk, Timme Marc*. Braess's paradox in oscillator networks, desynchronization and power outage // *New journal of physics*. — 2012. — Vol. 14, no. 8. — P. 083036.
107. *Lozano Sergi, Buzna Lubos, Díaz-Guilera Albert*. Role of network topology in the synchronization of power systems // *The European Physical Journal B*. — 2012. — Vol. 85, no. 7. — Pp. 1–8.
108. *Wolff Matthias F, Lind Pedro G, Maass Philipp*. Power grid stability under perturbation of single nodes: Effects of heterogeneity and internal nodes // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. — 2018. — Vol. 28, no. 10. — P. 103120.
109. *Dorfler Florian, Bullo Francesco*. Synchronization and transient stability in power networks and nonuniform Kuramoto oscillators // *SIAM Journal on Control and Optimization*. — 2012. — Vol. 50, no. 3. — Pp. 1616–1642.
110. *Khramenkov Vladislav, Dmitrichev Aleksei, Nekorkin Vladimir*. Dynamics and stability of two power grids with hub cluster topologies // *Cybernetics and Physics*. — 2019. — Vol. 8, no. 1. — Pp. 29–33.
111. *Khramenkov Vladislav, Dmitrichev Aleksei, Nekorkin Vladimir*. Partial stability criterion for a heterogeneous power grid with hub structures // *Chaos, Solitons & Fractals*. — 2021. — Vol. 152. — P. 111373. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S096007792100727X>.
112. *Nishikawa Takashi, Motter Adilson*. Comparative analysis of existing models for power-grid synchronization // *New Journal of Physics*. — 2015. — Vol. 17. — P. 15012.
113. *Kwatny H, Pasrija A, Bahar L*. Static bifurcations in electric power networks: Loss of steady-state stability and voltage collapse // *IEEE transactions on circuits and systems*. — 1986. — Vol. 33, no. 10. — Pp. 981–991.

114. *Chang Yu, Wang Xiaoli, Xu Dashun.* Bifurcation analysis of a power system model with three machines and four buses // *International Journal of Bifurcation and Chaos.* — 2016. — Vol. 26, no. 05. — P. 1650082.
115. *Dörfler Florian, Bullo Francesco.* Kron Reduction of Graphs With Applications to Electrical Networks // *Computing Research Repository - CORR.* — 2011. — Vol. 60.
116. *Filatrella Giovanni, Nielsen A, Pedersen Niels.* Analysis of a power grid using a Kuramoto-like model // *The European Physical Journal B - Condensed Matter and Complex Systems.* — 2008. — Vol. 61. — Pp. 485–491.
117. *Choi Y.-P., Ha S.-Y., Yun S.-B.* Complete synchronization of Kuramoto oscillators with finite inertia // *Phys. D.* — 2011. — Vol. 240. — P. 32–44.
118. *Carareto R., Baptista M. S., Grebogi C.* Natural synchronization in power-grids with anti-correlated units // *Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul.* — 2013. — Vol. 18. — P. 1035–1046.
119. *Dörfler F., Bullo F.* Synchronization in complex oscillator networks: A survey // *Automatica.* — 2014. — Vol. 50. — P. 1539–1564.
120. *Li Zh., Xue X., Yu D.* Synchronization and Transient Stability in Power Grids Based on Lojasiewicz Inequalities // *SIAM Journal on Control and Optimization.* — 2014. — Vol. 52. — Pp. 2482–2511.
121. *Grzybowski J. M. V. Macau E. E. N. Yoneyama T.* On synchronization in power-grids modelled as networks of second-order Kuramoto oscillators // *Chaos.* — 2016. — Vol. 26. — P. 113113.
122. *Dmitrichev AS, Zakharov DG, Nekorkin VI.* Global stability of a synchronous regime in hub clusters of the power networks // *Radiophysics and Quantum Electronics.* — 2017. — Pp. 1–7.

123. Bridging between load-flow and Kuramoto-like power grid models: A flexible approach to integrating electrical storage units / Katrin Schmietendorf, Oliver Kamps, Matthias Wolff et al. // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. — 2019. — Vol. 29. — P. 103151.
124. Anvari Mehrnaz, Hellmann Frank, Zhang Xiaozhu. Introduction to Focus Issue: Dynamics of modern power grids // *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*. — 2020. — Vol. 30, no. 6. — P. 063140.
125. Храменков В. А. Дмитричев А. С. Некоркин В. И. Пороговая устойчивость синхронного режима энергосети с топологией хаб-кластера // *Известия вузов. ПНД*. — 2020. — Vol. 28. — P. 120–139.
126. Molnar Ferenc, Nishikawa Takashi, Motter Adilson E. Asymmetry underlies stability in power grids // *Nature communications*. — 2021. — Vol. 12, no. 1. — Pp. 1–9.
127. Lacerda J.C., Dias J., Freitas C. Vulnerability and stability of power grids modeled by second-order Kuramoto model: a mini review // *Eur. Phys. J. Spec. Top.* — 2021. — Vol. 230. — P. 3509–3517.
128. Tumash L., Olmi S., Schöll E. Effect of disorder and noise in shaping the dynamics of power grids // *EPL (Europhysics Letters)*. — 2018. — aug. — Vol. 123, no. 2. — P. 20001.
129. Milan Patrick, Wächter Matthias, Peinke Joachim. Turbulent Character of Wind Energy // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Vol. 110. — P. 138701.
130. Anvari M., Wächter M., Peinke J. Phase locking of wind turbines leads to intermittent power production // *EPL (Europhysics Letters)*. — 2016. — Vol. 116, no. 6. — P. 60009.

131. Short term fluctuations of wind and solar power systems / M Anvari, G Lohmann, M Wächter et al. // *New Journal of Physics*. — 2016. — Vol. 18, no. 6. — P. 063027.
132. *Tanaka H. Lichtenberg A. Oishi S.* First order phase transition resulting from finite inertia in coupled oscillator systems // *Phys. Rev. Lett.* — 1997. — Vol. 78. — Pp. 2104–2107.
133. *Acebrón J.A., Spigler R.* Adaptive frequency model for phase-frequency synchronization in large populations of globally coupled nonlinear oscillators // *Phys. Rev. Lett.* — 1998. — Vol. 81. — Pp. 2229–2231.
134. *Acebrón J.A. Bonilla L.L. Spigler R.* Synchronization in populations of globally coupled oscillators with inertial effects // *Phys. Rev. E*. — 2000. — Vol. 62. — Pp. 3437–3454.
135. *Hong H., Choi M.* Phase synchronization and noise-induced resonance in systems of coupled oscillators // *Phys. Rev. E*. — 2000. — Vol. 62. — Pp. 6462–6468.
136. *Ha S.-Y. Kim Y., Z. Li.* Large-time dynamics of Kuramoto oscillators under the effects of inertia and frustration // *SIAM Journal on Appl. Dynamical Systems*. — 2014. — Vol. 13. — Pp. 466–492.
137. *Belykh Vladimir Nikolaevich, Bolotov Maxim Il'ich, Osipov Grigorii Vladimirovich.* Kuramoto phase model with inertia: bifurcations leading to the loss of synchrony and to the emergence of chaos // *Моделирование и анализ информационных систем*. — 2015. — Vol. 22, no. 5. — Pp. 595–608.
138. *Belykh I.V. Brister B.N. Belykh V.N.* Bistability of patterns of synchrony in Kuramoto oscillators with inertia // *Chaos*. — 2016. — Vol. 26. — P. 094822.

139. Analysis of cluster explosive synchronization in complex networks / P. Ji, T.K. DM. Peron, F.A. Rodrigues, J. Kurths // *Phys. Rev. E.* — 2014. — Vol. 90. — P. 062810.
140. Influence of stochastic perturbations on the cluster explosive synchronization of second-order Kuramoto oscillators on networks / L. Cao, C. Tian, Z. Wang et al. // *Phys. Rev. E.* — 2018. — Vol. 97. — P. 022220.
141. Multistable states in a system of coupled phase oscillators with inertia / D. Yuan, F. Lin, L. Wang, et al. // *Sci. Rep.* — 2017. — Vol. 7. — P. 42178.
142. *Goldschmidt R.J. Pikovsky A. Politi A.* Blinking chimeras in globally coupled rotators // *Chaos.* — 2019. — Vol. 29. — P. 5105367.
143. *S. Olmi.* Chimera states in coupled Kuramoto oscillators with inertia // *Chaos.* — 2015. — Vol. 25. — P. 123125.
144. *Jaros P. Maistrenko Y., T. Kapitaniak.* Chimera states on the route from coherence to rotating waves // *Phys. Rev. E.* — 2015. — Vol. 91. — P. 022907.
145. Solitary states for coupled oscillators with inertia / Jaros P., Brezetsky S., Levchenko R. et al. // *Chaos.* — 2018. — Vol. 28. — P. 5019792.
146. *Maistrenko Y. Penkovsky B. Rosenblum M.* Solitary state at the edge of synchrony in ensembles with attractive and repulsive interaction // *Phys. Rev. E.* — 2014. — Vol. 89. — P. 060901.
147. *Teichmann E. Rosenblum M.* Solitary states and partial synchrony in oscillatory ensembles with attractive and repulsive interactions featured // *Chaos.* — 2019. — Vol. 29. — P. 093124.
148. *Шепелев И.А. Вадивасова Т. Е.* Уединенные состояния в 2D-решетке бистабильных элементов при глобальном и близком к глобальному

- характере взаимодействия // *Нелинейная динамика*. — 2017. — Vol. 13. — Pp. 317–329.
149. Transition from complete synchronization to spatio-temporal chaos in coupled chaotic systems with nonhyperbolic and hyperbolic attractors / Rybalova E., Semenova N., Strelkova G., Anishchenko V. // *Eur. Phys. J. Special Topics*. — 2017. — Vol. 226. — Pp. 1857–1866.
150. *Semenova N. Vadivasova T. Anishchenko V.* Mechanism of solitary state appearance in an ensemble of nonlocally coupled Lozi maps // *Eur. Phys. J. Spec. Top.* — 2018. — Vol. 227. — Pp. 1173–1183.
151. *Rybalova E.V. Strelkova G.I. Anishchenko V.S.* Mechanism of realizing a solitary state chimera in a ring of nonlocally coupled chaotic maps // *Chaos. Solitons and Fractals*. — 2018. — Vol. 115. — Pp. 300–305.
152. *Аринущкин П. А. Анищенко В. С.* Анализ синхронных режимов работы цепочки связанных осцилляторов энергосетей // *Известия вузов. ПНД*. — 2018. — Vol. 26. — Pp. 62–77.
153. *Аринущкин П. А. Анищенко В. С.* Влияние выходной мощности генераторов на частотные характеристики энергосети в кольцевой топологии // *Известия вузов. ПНД*. — 2019. — Vol. 27. — Pp. 25–38.
154. *Вадивасова Т. Е. Аринущкин П. А. Анищенко В. С.* Взаимная синхронизация сложных структур во взаимодействующих ансамблях нелокально-связанных ротаторов // *Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия Физика*. — 2019. — Vol. 21. — Pp. 4–20.
155. *Arinushkin P.A., Vadivasova T.E.* Nonlinear damping effects in a simplified power grid model based on coupled Kuramoto-like oscillators with inertia //

- Chaos, Solitons & Fractals*. — 2021. — Vol. 152. — Pp. 1–9. <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0960077921006974>.
156. Аринушкин П. А., Вадивасова Т. Е. Влияние реактивной мощности на динамику ансамбля генераторов, моделируемых фазовыми уравнениями с инерцией // *Известия высших учебных заведений. Радиофизика*. — 2022. — Vol. 65. — Pp. 1–14.
157. Аринушкин П. А. Вадивасова Т.Е. Эффекты нелинейной диссипации в модели энергосистемы на основе связанных Курамото-подобных осцилляторов с инерцией // *Нелинейные дни в Саратове для молодых : сборник статей*. — Издательство Саратовского университета, 2021. — С. 62–63.
158. Аринушкин П.А., Вадивасова Т.Е. Программа для численного анализа пространственно-временной динамики ансамблей фазовых осцилляторов с инерцией. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2021619850. Официальный бюллетень Реестра программ для ЭВМ. Москва. 18.06.2021. — 2021.
159. Ю. В. Хрущев К. И. Заподовников А. Ю. Юшков. Электроэнергетические системы и сети. Электромеханические переходные процессы : учебное пособие для прикладного бакалавриата. — 2019. — P. 153.
160. *Stevenson W, Grainger J. Power System Analysis*. — McGraw-Hill Education, 1994. <https://books.google.ru/books?id=NB1oAQAAMAAJ>.
161. А.А. Усольцев. Общая электротехника. — 2009. — P. 301.
162. R. D. Zimmerman, C. E. Murillo-Sanchez (2020). MATPOWER (Version 7.1) [Software]. // Available: <https://matpower.org> DOI 10.5281/zenodo.4074135. — 2020.

163. *Mamis Mehmet, Meral M.* State-space modeling and analysis of fault arcs // *Electric Power Systems Research*. — 2005. — Vol. 76. — Pp. 46–51.
164. *Zimmerman Ray, Murillo-Sanchez Carlos, Thomas Robert.* MATPOWER: Steady-State Operations, Planning, and Analysis Tools for Power Systems Research and Education // *IEEE Transactions on Power Systems*. — 2011. — Vol. 26. — Pp. 12–19.
165. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. — 2014.
166. *В. Кабышев А.* Компенсация реактивной мощности в электроустановках промышленных предприятий: учебное пособие // *Томск: Изд-во Томского политехнического университета*. — 2012. — Р. 234.
167. *Tyloo M., Delabays R., Jacquod Ph.* Noise-induced desynchronization and stochastic escape from equilibrium in complex networks // *Phys. Rev. E*. — 2019. — Jun. — Vol. 99. — P. 062213. <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevE.99.062213>.
168. Conditions for stability of droop-controlled inverter-based microgrids / Johannes Schiffer, Romeo Ortega, Alessandro Astolfi et al. // *Automatica*. — 2014. — oct. — Vol. 50, no. 10. — Pp. 2457–2469.
169. Synchronization of droop-controlled microgrids with distributed rotational and electronic generation / Johannes Schiffer, Darina Goldin, Jörg Raisch, Tefik Sezi // *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*. — Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2013. — Pp. 2334–2339.