

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени
Н.Г.Чернышевского»

На правах рукописи



Яковлев Дмитрий Дмитриевич

**СВОЙСТВА РАССЕЯНИЯ СВЕТА АНИЗОТРОПНЫМИ СЛОЯМИ, СОСТОЯЩИМИ ИЗ
КВАЗИПОДОБНЫХ ДОМЕНОВ СО СЛУЧАЙНОЙ АЗИМУТАЛЬНОЙ ОРИЕНТАЦИЕЙ**

Специальность 1.3.6. – Оптика

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д.ф.-м.н., проф. Тучин В. В.

Саратов - 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	6
Глава 1. Обзор объектов и методов исследования.....	13
1.1. Мезоморфные среды.....	13
1.1.1. Нематические и холестерические жидкие кристаллы.....	13
1.1.2 Жидкокристаллические полимеры.....	15
1.1.3. Ориентация ЖК у границ раздела. RPA-слои.....	15
1.1.4. Шлирен-текстура низкомолекулярных и полимерных нематических ЖК.....	17
1.1.5. Основные типы холестерических текстур, реализующихся при планарных граничных условиях.....	18
1.1.6. Ориентация ЖК электрическим полем.....	19
1.2. Кооперативные эффекты при рассеянии на статистически вращательно-инвариантных случайно-неоднородных двулучепреломляющих слоях	20
1.2.1. Статистически вращательно-инвариантные слои. Типичные картины рассеяния ортогонально-поляризованных компонент для статистически вращательно-инвариантных слоев.....	20
1.2.2. Спектрально-селективное рассеяние и электроуправляемое селективное рассеяние.....	22
1.2.3. Гигантское оптическое вращение и электроуправляемое оптическое вращение.....	24
1.3. Теоретические подходы, используемые при рассмотрении задачи дифракции на неоднородных слоях двулучепреломляющих материалов.....	25
1.3.1. Приближение Релея-Ганса-Дебая.....	25
1.3.2. Приближение прямых лучей.....	27
1.3.3. RIJM-теория. Эквидоменные и квазиэквидоменные модели RPA-слоев.....	30
1.4. Математический аппарат единой теории когерентности и поляризации случайных волновых пучков.....	38
1.5. Простые модели электромагнитных пучков, используемые в статистической оптике.....	41
1.5.1. Когерентные гауссовские пучки.....	41
1.5.2. Гауссовские пучки модели Шелла.....	42
1.6. Методики поляризационных исследований, использующих схему «поляризатор-образец-анализатор».....	43

1.6.1. Теоретические основы методик.....	43
1.6.2. Микроскопическое поляризационное картирование.....	45
Глава 2. Корреляционная теория рассеяния света на мозаичных двулучепреломляющих слоях.....	52
2.1. Обобщенные матрицы Мюллера для рассеянной и нерассеянной компонент прошедшего света.....	52
2.2. Коэффициенты диффузного и направленного пропускания.....	58
2.3. Общий вид обобщенной матрицы Мюллера для статистически вращательно- инвариантных слоев.....	59
2.4. Угловая зависимость матрицы рассеяния.....	61
2.5. Удобное представление обобщенной матрицы Мюллера для эквидоменных и квазиэквидоменных слоев.....	63
2.6. Особенности рассеяния света на вращательно-инвариантных эквидоменных слоях.....	68
2.6.1. Обобщенные матрицы Мюллера рассеянной и нерассеянной компоненты.....	68
2.6.2. Состояние поляризации рассеянной и нерассеянной компонент.....	69
2.6.3. Угловой спектр рассеянной компоненты.....	70
2.6.4. Диффузное и направленное пропускание.....	70
2.7. Особенности рассеяния света вращательно-инвариантными SMB и NPMB слоями.....	71
2.7.1. Угловой спектр рассеянной компоненты. Селективное рассеяние.....	71
2.7.2. Численные примеры. Симметрия картин рассеяния для вращательно-инвариантных SMB слоев.....	72
2.8. Особенности рассеяния света вращательно-неинвариантными SMB и NPMB слоями.....	81
2.9. Границы применимости приближения прямых лучей.....	84
2.9.1. Рассматриваемые типы ЖК структур.....	84
2.9.2. Методы.....	86
2.9.2.1. Общая постановка задачи.....	86
2.9.2.2. DRA-метод.....	89
2.9.2.3. Модальный метод решеток.....	89
2.9.2.4. Исходные параметры и анализ результатов.....	94
2.9.3. Результаты.....	95

2.9.3.1. АМОА решетки.....	95
2.9.3.2. ТМОА решетки.....	97
2.9.3.3. СМОА решетки.....	100
2.9.3.4. Эффективность дифракции в нечетные порядки.....	101
2.10. Заключение к главе 2.....	103
Глава 3. Особенности рассеяния света на статистически вращательно-инвариантных, статистически нехиральных мозаичных слоях: сравнение теоретических и экспериментальных данных.....	105
3.1. Образцы нематических RPA-слоев.....	105
3.2. Микроскопические измерения.....	106
3.2.1. Повышение точности обработки данных микроскопического поляризационного картирования.....	106
3.2.2. Методика определения степени подобия доменов и степени ориентационной упорядоченности доменов.....	107
3.2.3. Результаты картирования нематических RPA-ячеек.....	109
3.3. Свойства рассеянной компоненты.....	123
3.3.1. Угловой спектр рассеянной компоненты.....	123
3.3.2. Состояние поляризации рассеянной компоненты.....	128
3.3.3. Влияние зарегистрированной части рассеянной компоненты на измеряемое значение направленного пропускания.....	130
3.4. Свойства нерассеянной компоненты статистически нехиральных мозаичных слоев.....	132
3.4.1. Обобщенная матрица Мюллера для нерассеянной компоненты для SNCM слоев.....	132
3.4.2. Степень подобия доменов и экстремальные значения коэффициента направленного пропускания.....	133
3.5. Заключение к главе 3.....	134
Глава 4. Особенности рассеяния света на статистически вращательно-инвариантных, статистически хиральных мозаичных слоях.....	136
4.1. Образцы.....	137
4.2. Состояние поляризации нерассеянной компоненты для LPC-RPA слоев.....	137
4.2.1. Экспериментальная установка и обработка экспериментальных данных.....	137

4.2.2. Результаты для случая линейно поляризованного падающего света.....	148
4.2.3. Результаты для случая неполяризованного падающего света.....	150
4.3. Состояние поляризации рассеянной компоненты для LPC-RPA слоев.....	151
4.4. Свойства нерассеянной компоненты для статистически хиральных мозаичных слоев.....	153
4.4.1. Обобщенная матрица Мюллера для нерассеянной компоненты в случае статистически хиральных слоев.....	153
4.4.2. Необходимые условия проявления кругового дихроизма.....	153
4.4.3. Условия, при которых степень проявления кругового дихроизма является максимальной.....	154
4.4.4. Угол поворота поляризации.....	155
4.5. Результаты картирования LPC-RPA ячеек.....	156
4.6. Заключение к главе 4.....	160
Заключение.....	161
Библиографический список используемой литературы.....	163

Введение

Актуальность темы. Цели и задачи работы

В настоящее время методы светорассеяния прочно зарекомендовали себя как удобный инструмент при изучении многих сложных систем. Методы теории рассеяния, позволяющие учесть оптическую анизотропию (двулучепреломление) среды, широко используются при изучении жидких кристаллов [1], полимеров [2,3], биотканей [4], а также при создании новых полимерных, жидкокристаллических (ЖК) и композитных материалов [5–7] и практических устройств на их основе. Особо следует отметить исключительно важную роль, которую сыграли методы теории рассеяния, основанные на применении приближения однократного рассеяния, при прояснении природы ЖК состояния [8] и изучении фазовых переходов в мезоморфных средах [1].

Часто при изучении жидких кристаллов и полимеров условия эксперимента делают адекватной постановку задачи о рассеянии на слое жидкого кристалла или полимерной пленке как задачи о дифракции светового пучка на слое сплошной локально одноосной среды с независимыми от пространственных координат главными показателями преломления и почти всюду плавно меняющейся в пространстве ориентацией оптической оси, причем это изменение носит случайный характер при движении вдоль направлений, параллельных границам слоя, и почти регулярный характер при движении в направлении, перпендикулярном границам слоя. Примерами реальных систем, допускающих такое модельное описание, являются нематические и холестерические слои с так называемой шпирен-текстурой, которая характерна как для низкомолекулярных ЖК, так и для ЖК-полимеров [8,9]. Относительно недавно было обнаружено, что при определенных условиях на такого рода слоях можно наблюдать ряд интересных спектральных и поляризационных эффектов, связанных с рассеянием света [10,11], которые не могут быть объяснены в рамках традиционного подхода к рассмотрению рассеяния на таких структурах, основанного на использовании приближения Релея-Ганса-Дебая [3]. Опыты проводились на тонких мелкодоменных нематических и холестерических ЖК-слоях со случайными планарными граничными условиями (RPA (random planar alignment) слоях), которые реализуются в ЖК-ячейках с ненатертыми полимерными ориентирующими слоями. В работах [10,11] было продемонстрировано, что нематические RPA-слои могут обладать смешанным, диффузно-направленным, характером пропускания с ярко выраженной квазипериодической зависимостью коэффициента пропускания нерассеянной компоненты (коллимированного пропускания) от частоты падающего света (спектрально-селективное рассеяние). Ещё одним интересным эффектом является гигантское оптическое вращение,

наблюдавшееся на холестерических RPA-слоях с большим по сравнению с длиной волны естественным шагом спирали ЖК-материала [10,11]. В работе [10] основные особенности спектрально-селективного рассеяния и гигантского оптического вращения были объяснены в рамках теоретического подхода, в котором RPA-слой представляется как монослой доменов, идентичных по структуре, но имеющих случайную азимутальную ориентацию (*эквидоменный слой*). Наличие и свойства нерассеянной компоненты были объяснены присутствием у матриц Джонса, характеризующих пропускание света микродоменом, составляющей, инвариантной относительно азимутальных поворотов этого домена. Далее этот теоретический подход будет именоваться *RIJM (Rotationally Invariant Jones Matrix) теорией*.

При дальнейшем исследовании RPA-слоев было экспериментально установлено, что возможность наблюдать некоторые из указанных оптических эффектов сохраняется и при значительных отклонениях структуры ЖК-слоя от эквидоменной; уменьшается только степень проявления этих эффектов. Например, было показано [11,12], что приложение к нематическим RPA-слоям электрического напряжения, превышающего по величине пороговое напряжение перехода Фредерикса для планарных структур, приводит к смещению экстремумов и понижению высоты максимумов коллимированного пропускания. При этом величина смещения экстремумов достаточно хорошо предсказывается RIJM-теорией [11]. Понижение максимумов коллимированного пропускания и сопряженное с ним усиление рассеяния на длинах волн максимумов коллимированного пропускания, было объяснено на качественном уровне увеличением отклонения структуры ЖК-слоя от эквидоменной под действием напряжения, что было подтверждено результатами исследования изменения структуры RPA-слоев в электрическом поле методами поляризационной микроскопии. В случае RPA-слоев холестерических ЖК с большим по сравнению с длиной волны естественным шагом спирали в [11] была продемонстрирована возможность реализации режима, когда плавное изменение величины электрического напряжения, приложенного к ЖК-слою, приводит к плавному повороту плоскости поляризации нерассеянной компоненты прошедшего света с сохранением его линейной поляризации, что находится в хорошем соответствии с предсказаниями RIJM-теории [11]. Однако для некоторых из исследованных образцов (образцы отличались толщиной ЖК слоя) существовал определенный диапазон напряжений, в котором при падении на слой линейно поляризованного квазимонохроматического света нерассеянная компонента прошедшего через слой света имела не линейную, а эллиптическую поляризацию, что противоречит теоретическим результатам, полученным в предположении об эквидоменности структуры, и также свидетельствует о существенном отклонении структуры слоя от эквидоменной. Одной из **целей** настоящей работы являлась разработка теоретического

аппарата, позволяющего предсказывать изменения свойств рассеяния RPA-слоев при уменьшении степени подобия составляющих их элементов.

По своей сути указанные оптические эффекты представляют собой явления одного класса. Они наблюдаются в условиях, когда радиус когерентности падающего светового пучка во много раз превышает радиус корреляции ориентации локальных характеристических осей структуры в плоскости слоя, и обусловлены интерференцией вторичных волн, выходящих из разных областей слоя с площади, охватывающей очень большое число доменов. Когерентность этих вторичных волн в значительной степени определяется структурным подобием доменов, и именно подобие является ключевым условием для проявления этих эффектов. В связи с этим развитие адекватной теории явлений этого класса, нацеленной на выявление закономерностей рассеяния света на квазиэквидоменных слоях разных типов и разработку общих принципов и подходов, которые бы позволили использовать эти закономерности для характеристики структуры оптически анизотропных объектов разной природы, представляется актуальной задачей.

Основной целью данной работы явилась разработка статистической теории рассеяния света на квазиэквидоменных слоях, соотносящей структурные свойства слоев с их свойствами рассеяния и позволяющей учесть отклонения структуры случайно-неоднородных анизотропных слоев от эквидоменной в реальных ситуациях.

Достижение целей работы потребовало решения следующих **основных задач**:

1. Разработать теоретический подход, позволяющий при известных статистических свойствах структуры слоя и заданных свойствах падающего на слой в нормальном направлении коллимированного пучка предсказать спектральные, поляризационные и угловые характеристики света, прошедшего через слой.
2. Установить характер связи формы угловых спектров линейно поляризованных компонент света, рассеянного статистически вращательно-инвариантным двулучепреломляющим слоем, с корреляционными структурными характеристиками слоя.
3. Выявить характерные особенности рассеяния света на эквидоменных и квазиэквидоменных мозаичных слоях с хиральными и нехиральными доменами для случая нормального падения света.
4. Экспериментально оценить статистические структурные параметры реальных холестерических и нематических RPA-слоев, требуемые для численного моделирования оптических характеристик этих слоев в соответствии с разрабатываемым подходом, методами поляризационной микроскопии.

5. Экспериментально проверить справедливость полученных с помощью разрабатываемого подхода теоретических формул для характеристик рассеяния RPA-слоев.
6. Сравнить теоретические результаты с известными из литературы экспериментальными данными. Оценить возможность интерпретации литературных экспериментальных данных на основе разработанной теории.
7. Оценить границы применимости приближения прямых лучей при рассмотрении задачи о дифракции света на неоднородных двулучепреломляющих слоях.

Научная новизна работы

1. Разработан новый эффективный теоретический подход к задаче о рассеянии света на случайно-неоднородных анизотропных слоях в условиях нормального освещения слоя коллимированным световым пучком, позволяющий учесть кооперативные эффекты при рассеянии света на таких слоях и связать статистические структурные характеристики слоя с его характеристиками рассеяния.
2. Впервые получено явное выражение для обобщенной матрицы Мюллера пропускания квазиэквидоменного слоя, позволяющее разделить вклады флуктуаций ориентации характеристических осей доменов и флуктуаций структуры доменов при рассмотрении спектрально-поляризационных свойств нерассеянной компоненты и угловых и поляризационных свойств рассеянной компоненты прошедшего поля.
3. Впервые в терминах статистической оптики интерпретированы селективное рассеяние света на нематических RPA-слоях и эффект гигантского оптического вращения, наблюдаемый на холестерических RPA-слоях с естественным шагом спирали, существенно превосходящим длину волны падающего света.
4. Теоретически предсказан и экспериментально подтвержден эффект инверсии поляризации при рассеянии на статистически вращательно-инвариантном мозаичном слое света с круговой поляризацией.
5. Экспериментально обнаружен и теоретически объяснен эффект электроиндуцированного циркулярного дихроизма на RPA-слоях непоглощающих холестерических ЖК с естественным шагом спирали, существенно превосходящим длину волны падающего света.
6. Разработана оригинальная методика, позволяющая на основе данных микроскопического поляризационного картирования оценивать степень подобия доменов в сложно-неоднородных анизотропных слоях и степень их ориентационной упорядоченности.
7. Впервые показано, что в случае статистически вращательно-инвариантных эквидоменных слоев без локальных поляризационно-зависимых потерь форма углового распределения

ортогонально поляризованных составляющих рассеянной компоненты не зависит от структуры домена-прототипа.

Научно-практическая значимость работы

Результаты, полученные в работе, существенно расширяют представления об особенностях рассеяния света на сложно неоднородных слоях оптически анизотропных материалов. Теоретические результаты, полученные в настоящей работе, могут быть использованы при анализе экспериментальных данных и выработке условий эксперимента для характеристики случайно-неоднородных анизотропных сред методами малоуглового рассеяния света. Выявленные особенности рассеяния света на мозаичных двулучепреломляющих слоях могут быть использованы при разработке эффективных оптических методов исследования и характеристики слоев анизотропных материалов. Знание закономерностей взаимодействия света со случайно-неоднородными двулучепреломляющими средами также важно с точки зрения применения их специфических свойств рассеяния в оптических устройствах. Теоретический подход, разработанный в ходе исследований, может быть использован при разработке новых электрооптических устройств на основе случайно-неоднородных жидкокристаллических слоев.

Достоверность научных результатов и выводов, полученных в работе, обуславливается использованием апробированных методик измерения, адекватностью используемых теоретических моделей, соответствием теоретических выводов экспериментальным данным, воспроизводимостью результатов экспериментов.

Основные положения и результаты, выносимые на защиту

1. В случае нормального падения коллимированного светового пучка на мозаичный двулучепреломляющий слой соотношение между спектрально-поляризационными характеристиками нерассеянной компоненты света, прошедшего через слой, и падающего пучка в условиях применимости приближения прямых лучей может быть оценено по спектральной зависимости матрицы, получаемой усреднением матрицы Джонса локального пропускания слоя по площади слоя.
2. Для статистически вращательно-инвариантных эквидоменных слоев без локальных поляризационно-зависимых потерь в условиях нормального освещения слоя коллимированным пучком поляризационные свойства рассеянной компоненты зависят от корреляционных свойств поля угла ориентации доменов и состояния поляризации

падающего света, но не зависят от внутренней структуры доменов.

3. При рассмотрении рассеяния света на статистически вращательно-инвариантном эквидоменном слое без локальных поляризационно-зависимых потерь при нормальном падении света форма индикатрисы рассеяния может быть предсказана по значениям среднего по площади слоя косинуса удвоенной разности значений угла азимутальной ориентации характеристической оси доменов в разных точках слоя как функции расстояния между этими точками.
4. При нормальном падении на случайный статистически вращательно-инвариантный эквидоменный слой коллимированного светового пучка с правой (левой) круговой поляризацией рассеянная компонента прошедшего через слой света имеет левую (правую) круговую поляризацию.
5. Необходимыми условиями проявления кругового дихроизма статистически вращательно-инвариантными мозаичными слоями, состоящими из хиральных доменов, в отсутствие поляризационно-зависимых отражения и поглощения в условиях нормального освещения слоя коллимированным пучком являются наличие вариации поляризационно-среднего фазового сдвига по площади слоя и хиральность слоя как системы доменов.

Личный вклад соискателя состоит в участии в постановке задач исследования, разработке теоретических подходов, проведении численного моделирования, подготовке и проведении экспериментов, обработке и анализе полученных результатов.

Апробация результатов

Основные результаты работы докладывались и обсуждались на международных конференциях:

1. Международной школе для студентов и молодых ученых по оптике, лазерной физике и биофизике (Saratov Fall Meeting' 2012) (Саратов, РФ, 2012);
2. Международной школе для студентов и молодых ученых по оптике, лазерной физике и биофизике (Saratov Fall Meeting' 2013) (Саратов, РФ, 2013);
3. Международной школе для студентов и молодых ученых по оптике, лазерной физике и биофизике (Saratov Fall Meeting' 2014) (Саратов, РФ, 2014);
4. Международной школе для студентов и молодых ученых по оптике, лазерной физике и биофизике (Saratov Fall Meeting' 2015) (Саратов, РФ, 2015);
5. Международной конференции молодых ученых и специалистов (Оптика - 2015) (Санкт-Петербург, РФ, 2015);

6. Международной школе для студентов и молодых ученых по оптике, лазерной физике и биофизике (Saratov Fall Meeting' 2016) (Саратов, РФ, 2016);
7. Европейской конференции по жидким кристаллам (14th European Conference on Liquid Crystals) (Москва, РФ, 2017).
8. Международной школе для студентов и молодых ученых по оптике, лазерной физике и биофизике (Saratov Fall Meeting' 2017) (Саратов, РФ, 2017);
9. Международной школе для студентов и молодых ученых по оптике, лазерной физике и биофизике (Saratov Fall Meeting' 2018) (Саратов, РФ, 2018);
10. Международной школе для студентов и молодых ученых по оптике, лазерной физике и биофизике (Saratov Fall Meeting' 2019) (Саратов, РФ, 2019).

Публикации

По материалам исследований, выполненных в рамках диссертационной работы, опубликовано 9 статей, из них 4 статьи в журналах из списка, рекомендованного ВАК, и 3 статьи в изданиях, индексируемых в базах данных Web of Science и Scopus. Основные результаты изложены в работах [13–21].

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и списка цитируемой литературы, состоящего из 158 наименований. Работа изложена на 174 страницах текста, содержит 72 рисунка.

Глава 1. Обзор объектов и методов исследования

Основным предметом исследования в настоящей работе являются светорассеивающие свойства статистически вращательно-инвариантных случайно-неоднородных двулучепреломляющих слоев. В разделе 1.2 обзревается эффекты, которые наблюдались при рассеянии на статистически вращательно-инвариантных слоях низкомолекулярных ЖК и ЖК-полимеров. Краткий обзор положений физики жидких кристаллов, необходимый при рассмотрении структуры таких слоев, дан в разделе 1.1. В разделе 1.3 рассматриваются методы и приближения, которые были использованы в литературе для объяснения эффектов, перечисленных в разделе 1.2, в том числе ограничения этих методов. В разделе 1.3.3 рассматриваются эквидоменные и квазиэквидоменные модели случайно-неоднородных ЖК слоев. Эти модели будут использоваться и в настоящей работе, но в рамках подходов, используемых в единой теории когерентности и поляризации случайных электромагнитных пучков. В разделе 1.4 представлены используемые в данной работе элементы единой теории когерентности и поляризации, в частности, определяются понятия обобщенного вектора Стокса и обобщенной матрицы Мюллера. В разделе 1.5 дан краткий обзор свойств когерентных гауссовых пучков и гауссовых пучков модели Шелла, которые будут рассматриваться в качестве модельных пучков в главе 2. В разделе 1.6 рассматриваются основы используемых нами экспериментальных методов, использующих схему «поляризатор-образец-анализатор».

1.1. Мезоморфные среды

1.1.1. Нематические и холестерические жидкие кристаллы

Жидкокристаллические вещества (ЖК) – это вещества, совмещающие в себе свойства жидкостей и твердых тел [8,22–25]. Жидкокристаллическое состояние вещества является термодинамически стабильным состоянием, занимающим промежуточное положение между состоянием изотропной (аморфной) жидкости и твердым кристаллическим состоянием. Это состояние также называют *мезоморфным состоянием*, или *мезофазой*. [8,22–25]. Вещества в мезофазе обладают текучестью, поверхностным натяжением и вязкостью, что характерно для жидкостей. В то же время, для веществ в мезофазе характерна анизотропия физических (магнитных, диэлектрических, оптических) свойств, что присуще кристаллам. Основной особенностью молекул жидких кристаллов является несферичность (анизометричность) их формы. Наиболее известны и широко распространены жидкие кристаллы с молекулами стержнеобразной формы – так называемые *каламатик* [25] (ЖК материалы E7 и СЖК-1, используемые в экспериментальных образцах в настоящей работе, являются каламатиками). По

принципу реализации ЖК состояния различают *термотропные* ЖК (переходят в ЖК фазу при изменении температуры) и *лиотропные* ЖК (образуются при растворении некоторых соединений в определенных растворителях; переходят в ЖК фазу при изменении концентрации). Все упоминаемые в настоящей работе мезоморфные вещества являются термотропными.

Анизотропия свойств веществ в мезофазе обусловлена наличием ориентационного порядка. Каламатики имеют тенденцию к преимущественному расположению молекул длинными осями параллельно друг другу. Единичный вектор \mathbf{n} , указывающий направление преимущественной ориентации длинных осей молекул в физически бесконечно малом объеме с центром в заданной точке, называется ЖК-директором в данной точке. Описание конфигурации надмолекулярной структуры ЖК в жидкокристаллических объектах обычно производится посредством указания пространственного распределения ЖК-директора.

В зависимости от характера упорядоченности молекул различают три класса ЖК: нематические, холестерические, и смектические ЖК [8,22–25]. В настоящей работе будут рассматриваться только нематические и холестерические ЖК. В *нематических* ЖК (нематики, НЖК) имеется дальний одномерный порядок расположения длинных осей молекул, но центры тяжести молекул расположены хаотично и молекулы могут свободно вращаться вокруг своих длинных (в случае каламатиков) осей [8,22–25]. Для нематиков в отсутствие внешних воздействий наиболее энергетически выгодным является состояние с однородным полем директора $\mathbf{n}(\mathbf{r}) = \text{const}$, где \mathbf{r} – радиус-вектор. Холестерические ЖК (холестерики, ХЖК) имеют в своем составе хиральные молекулы. Наиболее энергетически выгодной структурой для холестериков является спиральная структура: ЖК-директор \mathbf{n} перпендикулярен оси спирали и равномерно поворачивается при движении вдоль оси спирали. В мономолекулярном слое, перпендикулярном оси спирали, как и в нематиках, имеется ориентационная упорядоченность молекул и отсутствует пространственная упорядоченность центров масс молекул. Расстояние вдоль оси спирали, на котором ЖК-директор совершает поворот на 360° , называется *естественным шагом спирали*. Одним из распространенных способов получения холестерических ЖК является добавление в нематический ЖК небольшого количества хиральной добавки. Как нематики, так и холестерики оптически проявляют себя как локально-одноосный кристалл, направление ориентации локальной оптической оси в котором совпадает с направлением \mathbf{n} . Поэтому при анализе оптических свойств нематических и холестерических ЖК-структур их рассматривают как локально-одноосные кристаллы.

Благодаря своим свойствам, характерным для жидкости, вещества в мезофазе способны легко изменять свою надмолекулярную структуру под влиянием слабых внешних воздействий. Равновесная конфигурация ЖК-директора определяется взаимодействием молекул ЖК со

средами, с которыми находится в контакте ЖК-материал, внешними полями, температурой и т. д.

1.1.2 Жидкокристаллические полимеры

Молекулы полимеров состоят из фрагментов – мономеров, связанных друг с другом химическими связями. Мономеры могут быть как маленькими (например, CH_2 в случае полиэтилена), так и большими, со своей собственной внутренней структурой. Полимеры разделяются на *гомополимеры* и *сополимеры*. Гомополимеры состоят из идентичных мономеров, а сополимеры состоят из двух или более типов мономеров, причем мономеры разных типов могут как периодически чередоваться друг с другом, так и не иметь периодической упорядоченности [26]. По гибкости макромолекул полимеры подразделяют на *жесткоцепные* и *гибкоцепные*. В жесткоцепных полимерах повороты одних частей макромолекулы относительно других затруднены, а в гибкоцепных части макромолекулы могут относительно свободно поворачиваться относительно друг друга.

Одним из распространенных способов создания ЖК-полимеров является модификация гибкоцепных полимеров путем встраивания в полимерные цепочки жестких стержнеобразных молекул низкомолекулярных ЖК (мезогенных фрагментов). В зависимости от способа модификации полимера получают ЖК-полимеры одного из двух типов: ЖК-полимеры линейного строения в случае встраивания мезогенных фрагментов в основную цепь, или ЖК-полимеры разветвленного строения в случае связывания мезогенных фрагментов с основной цепью гибкими химическими связями. Именно упорядоченность ориентации мезогенных фрагментов в ЖК полимерах придает ЖК-полимерам свойства жидких кристаллов.

ЖК-полимеры в мезофазе легко изменяют свою конфигурацию при механических воздействиях или при воздействии на них электрическим или магнитным полем, подобно низкомолекулярным жидким кристаллам. Одной из интересных особенностей ЖК-полимеров заключается в том, что при охлаждении ЖК-полимера ниже температуры стеклования, он сохраняет структуру, которая была у него в мезофазе, в том числе в случаях, когда эта структура задана внешними полями [25].

1.1.3. Ориентация ЖК у границ раздела. RPA-слои

Когда ЖК находится в контакте с другими средами, существуют выделенные направления ЖК-директора, при которых плотность энергии взаимодействия ЖК со средой является минимальной. Если такое направление является единственным, это направление принято называть *осью легкого ориентирования*. При создании электрооптических устройств на

ЖК часто используются ЖК ячейки, в которых ориентация ЖК-директора на каждой границе ЖК слоя является однородной. Однородная ориентация может быть задана специальным образом обработанными полимерными (чаще всего полиимидными) слоями, между которыми располагается ЖК слой. Одним из наиболее распространенных способов обработки является однонаправленное натирание или полировка [8]. Для формирования разнообразных латерально периодических структур в жидкокристаллических слоях для создания дифракционных решеток на ЖК в настоящее время широко используется фотоориентация [27–50].

По ориентации оси легкого ориентирования по отношению к границе раздела выделяют три типа граничных условий. Если минимальная плотность поверхностной энергии достигается при ориентации ЖК директора перпендикулярно границе раздела, граничные условия называют *гомеотропными*. Если плотность поверхностной энергии минимальна при ориентации ЖК директора параллельно границе раздела, говорят о реализации *планарных* граничных условий. Если поверхностная энергия минимальна при наклонной ориентации ЖК директора относительно границы раздела, граничные условия называют *наклонными*. Раньше планарные граничные условия разделяли на *однородные* и *вырожденные*. В первом случае существует только одно направление азимутальной ориентации директора по отношению к границе раздела, соответствующее минимуму энергии поверхностного взаимодействия, а во втором – все направления азимутальной ориентации директора по отношению к границе раздела имеют одинаковую энергию поверхностного взаимодействия. В настоящее время выяснено, что на практике вырожденные граничные условия реализуются очень редко из-за адсорбции молекул ЖК на поверхности ориентирующих слоев. В литературе показано [51–58], что адсорбированные молекулы ЖК жестко фиксируются на поверхности полимера и влияют на ориентацию ЖК в приповерхностном слое, то есть существует локальная ось ориентирования, параллельная направлению преимущественной ориентации длинных осей адсорбированных молекул ЖК. Наличие адсорбции приводит к так называемому эффекту поверхностной памяти, который наблюдается для многих пар нематик – полиимид. Этот эффект заключается в следующем: при нагревании образца выше температуры перехода нематик – изотропная жидкость и последующем охлаждении до состояния мезофазы ориентация адсорбированных ЖК молекул не меняется и ориентация локальной оси легкого ориентирования остается неизменной. Ещё одна важная особенность структурообразования ЖК, связанная с эффектом поверхностной памяти, состоит в следующем. Если ячейку с полиимидными ориентирующими слоями, задающими планарную ориентацию, но не подвергнутыми какой-либо обработке, приводящей к появлению предпочтительного направления ориентации ЖК на поверхности полимера в макроскопическом масштабе, заполнить нематическим ЖК материалом, находящимся в мезофазе, то за счет адсорбции ориентированных потоком молекул ЖК на

поверхности полимера [59,60], в ячейке сформируются граничные условия с достаточно медленно меняющимся в пространстве направлением оси легкого ориентирования, совпадающим с направлением распространения фронта ЖК при заполнении ячейки, и в ЖК слое реализуется крупнодоменная структура с наличием выделенного направления ориентации ЖК директора в макроскопическом масштабе. Если же такую ячейку заполнить ЖК материалом в изотропном состоянии, потоковая ориентация ЖК будет отсутствовать [59,61], и при охлаждении ячейки возникнет мелкодоменная структура с планарной ориентацией ЖК молекул без выделенного направления азимутальной ориентации ЖК директора. Такой тип ориентации ЖК мы будем называть случайной планарной ориентацией (random planar alignment), а ЖК-слои, реализующиеся при таких граничных условиях, RPA-слоями.

1.1.4. Шлирен-текстура низкомолекулярных и полимерных нематических ЖК

Если нематический ЖК слой ограничен поверхностями, не задающими преимущественной азимутальной ориентации ЖК в макроскопическом масштабе, но предопределяющими планарную ориентацию ЖК молекул, то в ЖК слое, как правило, реализуется неоднородная структура, формируемая вокруг точечных и линейных дисклинаций – областей с резкими изменением ориентации ЖК директора [8]. При рассмотрении слоя с такой структурой в поляризационный микроскоп наблюдается картина, называемая шлирен-текстурой. Фотография типичной нематической шлирен-текстуры показана на рис. 1.1 (эта фотография взята из работы [62]). Точки, из которых выходят пучки темных полос, соответствуют линейным сингулярностям, перпендикулярным границам слоя [63,64]. При совместном повороте скрещенных поляризаторов положение точек не изменяется, а исходящие из этих точек темные полосы плавно поворачиваются. Если направление поворота полос совпадает с направлением поворота поляризаторов, сингулярность считается положительной, а если эти направления противоположны, сингулярность считается отрицательной. Каждой дисклинации приписывается сила $s = \pm m/4$, где m – число полос, исходящих из дисклинации, знак «+» соответствует положительным дисклинациям, а знак «-» – отрицательным. Дисклинации бывают только целой и полуцелой силы (m – всегда четное), причем чаще всего встречаются дисклинации с $s = \pm 1/2$ и $s = \pm 1$, а дисклинации с другими значениями s встречаются редко [65]. Соседние дисклинации, соединенные темными полосами, имеют противоположные знаки. Сумма сил всех дисклинаций в слое стремится быть равной нулю. Для RPA-слоев также характерна шлирен-текстура [11]. В нематических RPA-слоях, кроме дисклинаций целой и полуцелой силы, могут также присутствовать стенки, разделяющие области с ортогональной ориентацией директора [11].

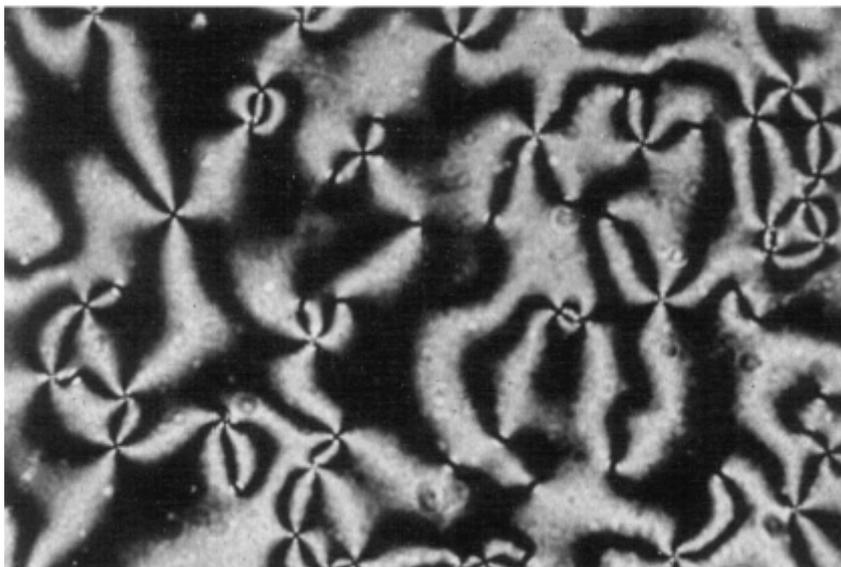


Рисунок 1.1. Типичное изображение шлирен-текстуры (ширина поля 560 мкм).

Шлирен-текстура характерна не только для низкомолекулярных ЖК, но и для ЖК полимеров. Число дисклинаций на единицу площади в ЖК-полимерах обычно намного больше, чем в низкомолекулярных ЖК, а скорость пространственного изменения азимутальной ориентации ЖК директора, соответственно – намного выше [9,66]. В работе [66] можно найти подробное обсуждение видов дисклинаций, присутствующих в нематических ЖК-полимерах, а также микрофотографии этих дисклинаций, сделанные с помощью электронного микроскопа, выявляющие надмолекулярную структуру ЖК полимера вблизи этих дисклинаций.

1.1.5. Основные типы холестерических текстур, реализующихся при планарных граничных условиях

В отличие от нематических ЖК в слоях холестерических ЖК при планарных граничных условиях может реализовываться большое количество различных текстур [8,67,68]. Даже при однородных граничных условиях возможна реализация непланарных структур, существенно неоднородных в направлениях, параллельных границам слоя [69–73]. Холестерические слои могут проявлять бистабильность или мультистабильность: при одних и тех же граничных условиях в отсутствие напряжения или при некотором фиксированном напряжении ЖК слой может находиться в различных стабильных состояниях, при этом слой может переходить из одного состояния в другое под действием внешних воздействий [71–73]. При определенных граничных условиях в холестерических слоях с однородными планарными граничными условиями может быть стабильной как регулярная планарная структура, так и структура с

пространственной вариацией направления оси холестерической спирали – так называемая *конфокальная (focal-conic) структура* [71,72].

В RPA-ячейках, в случае, когда естественный шаг спирали равен или превосходит толщину ЖК слоя, реализуется так называемая «аморфная» структура, в которой ориентация ЖК директора является планарной или почти планарной [74–76], а выделенная азимутальная ориентация ЖК директора по площади слоя отсутствует (почти планарную ориентацию в данном случае можно считать конфокальной, потому что вариация азимутальной ориентации ЖК директора при нестрогой планарной ориентации по сути соответствует вариации направления оси холестерической спирали). Когда шаг спирали намного превышает толщину ячейки, в холестерических ЖК слоях наблюдаются те же виды дефектов, что и в нематических ЖК [77].

1.1.6. Ориентация ЖК электрическим полем

Анизотропия диэлектрических свойств ЖК является причиной того, что в присутствии внешнего электрического поля свободная энергия ансамбля ЖК молекул принимает минимальное значение при определенной ориентации молекул по отношению к вектору напряжения поля [22]. Если значение $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}$, где ε_{\parallel} и ε_{\perp} – главные значения диэлектрической проницаемости ЖК материала, ЖК директор стремится установиться вдоль силовых линий поля (положительная диэлектрическая проницаемость), а при отрицательных – перпендикулярно ему. Возможность изменять ориентацию ЖК директора путем воздействия внешнего поля, тем самым изменяя оптические свойства ЖК слоя, очень часто используется на практике в электрооптических ЖК устройствах, в частности ЖК дисплеях.

Электроуправляемые ячейки сэндвичевого типа. Ориентационные и электрооптические эффекты в ЖК обычно исследуются при помощи ЖК ячеек сэндвичевого типа. Типичная структура ЖК ячейки сэндвичевого типа показана на рис. 1.2. В такой ячейке ЖК слой

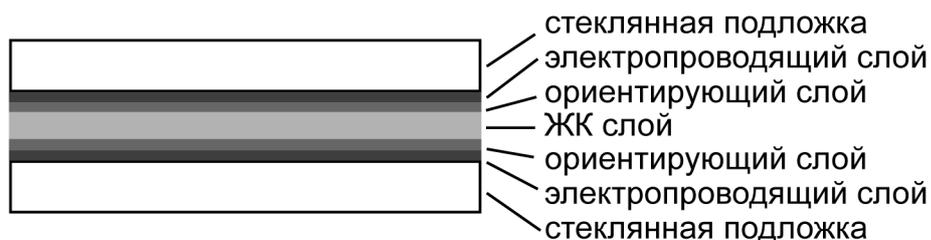


Рисунок 1.2. Структура ЖК ячейки сэндвичевого типа

расположен между двумя стеклянными подложками, на которые нанесены полимерные и проводящие слои. При изучении ориентационных и электрооптических эффектов к электропроводящим слоям прикладывается напряжение (обычно переменное), что создает электрическое поле, направленное перпендикулярно границам ЖК слоя. Материалом электропроводящих подложек обычно является ИТО (indium tin oxide).

1.2. Кооперативные эффекты при рассеянии на статистически вращательно-инвариантных случайно-неоднородных двулучепреломляющих слоях

1.2.1. Статистически вращательно-инвариантные слои. Типичные картины рассеяния ортогонально-поляризованных компонент для статистически вращательно-инвариантных слоев

Возможность характеризовать жидкокристаллические и полимерные материалы и изучать процессы структурообразования в таких материалах с помощью метода малоуглового рассеяния поляризованного света используется уже на протяжении нескольких десятилетий [2, 78]. В наиболее простом и наиболее часто используемом варианте этого метода информация об исследуемом слое извлекается из пары дифрактограмм V_v и H_v , получаемых при нормальном освещении слоя коллимированным пучком квазимонохроматического линейно поляризованного света после пропускания рассеянного слоем света через линейный анализатор при параллельной (V_v) и перпендикулярной (H_v) ориентации его оси пропускания относительно направления поляризации падающего на слой света [2, 78].

Низкомолекулярные ЖК и ЖК-полимеры со шпирен-текстурой [8,9] (в том числе RPA-слои) часто обладают *статистической вращательной инвариантностью*, которая оптически выражается в следующем. Если осветить слой линейно поляризованным квазимонохроматическим пучком и выделить с помощью анализатора какую-либо из ортогонально поляризованных компонент прошедшего света, то после азимутального поворота слоя на произвольный угол картина рассеяния будет в среднем, за исключением мелкомасштабных деталей (спеклов), такой же, как и до поворота (рис. 1.3). Для статистически вращательно-инвариантных слоев из нехиральных материалов в эксперименте чаще всего наблюдаются картины рассеяния, H_v и V_v , двух типов: обладающие круговой симметрией (рис. 1.4а) [79] и четырехлепестковые (рис.1.4б,в) [2,3,78,79]. Среди четырехлепестковых картин рассеяния наиболее часто встречаются дифрактограммы \times -типа (лепестки направлены под углами 45° , 135° , 225° и 315° относительно оси, указывающей направление поляризации падающего света) и $+$ -типа (два лепестка направлены параллельно указанной оси и два –

перпендикулярно ей), причем они встречаются как в сочетании { H_v - дифрактограмма \times -типа, V_v -дифрактограмма $+$ -типа} (рис. 1.4б) [78,80–82], так и в сочетании { H_v - дифрактограмма $+$ -типа, V_v -дифрактограмма \times -типа} (рис. 1.4в) [3,78, 83, 84].

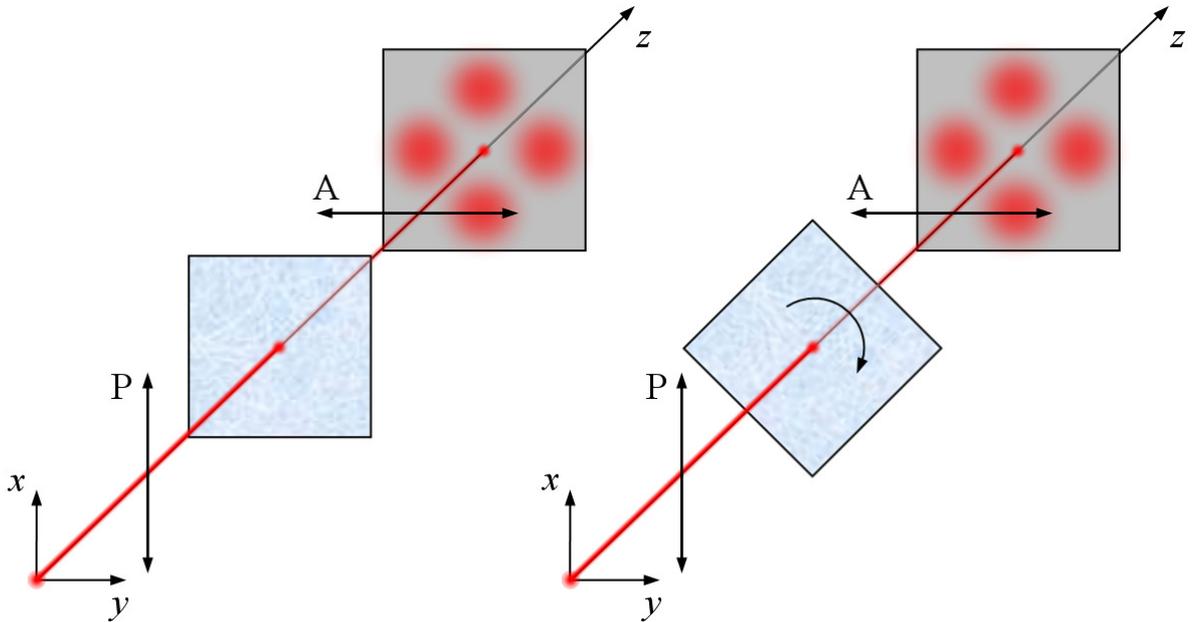


Рисунок 1.3. Оптическая статистическая вращательная инвариантность случайно-неоднородного двулучепреломляющего слоя. Стрелки показывают ориентацию оси пропускания поляризатора (P) и анализатора (A).

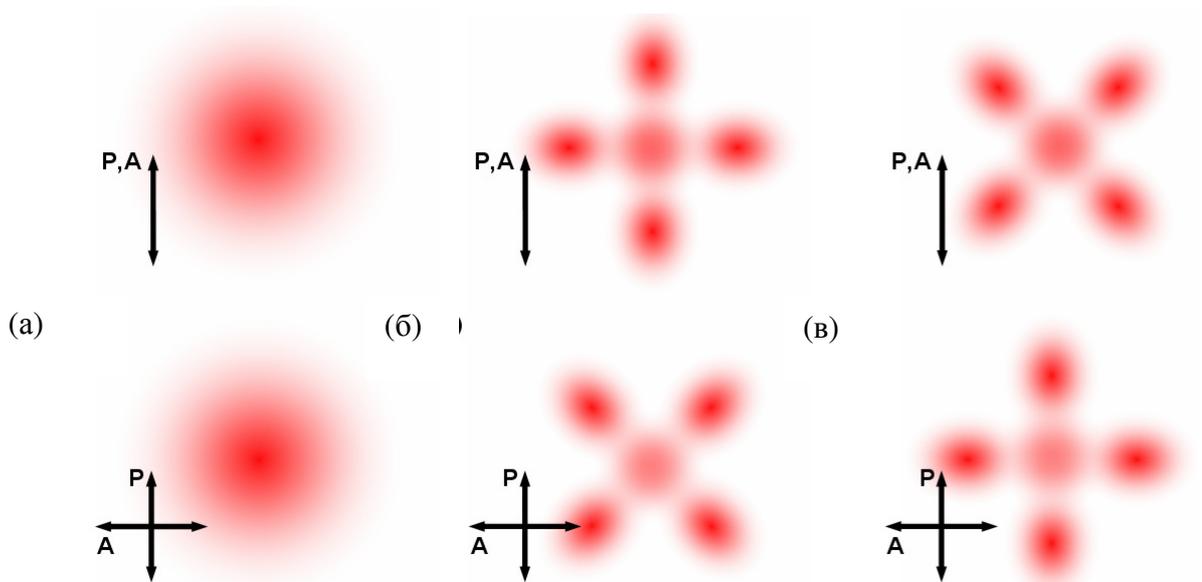


Рисунок 1.4. Типичные картины рассеяния V_v и H_v для статистически вращательно-инвариантных двулучепреломляющих слоев: (а) обладающие круговой симметрией, (б,в) – четырехлепестковые

1.2.2. Спектрально-селективное рассеяние и электроуправляемое селективное рассеяние

Впервые о наблюдении спектрально-селективного рассеяния на нематических RPA-слоях было сообщено в работе [85]. Затем этот эффект был детально экспериментально изучен в работах [10,11]. В этих работах было отмечено, что как нематические, так и холестерические RPA-слои могут обладать смешанным, диффузно-направленным, характером пропускания: при нормальном освещении такого слоя коллимированным ахроматическим пучком в прошедшем слое свете может присутствовать нерассеянная компонента – коллимированный пучок, являющийся “продолжением” падающего пучка (в более ранних работах [54,61,74–76,86,87] такой особенности рассеяния света на нематических и холестерических RPA-слоях отмечено не было). В работах [10,11,85] сообщалось о заметной невооруженным глазом окрашенности нерассеянной компоненты света, прошедшего нематический RPA-слой, в случае полихроматического освещения слоя. Спектральные измерения показали, что коэффициент направленного пропускания (отношение мощности нерассеянной компоненты к мощности падающего пучка) для нематических RPA-слоев обладает сильной квазипериодической зависимостью от частоты падающего света. В качестве иллюстрации на рис. 1.5 приведены взятые из работы [11] спектры направленного t_C и полного (интегрального) t_{TOT} пропускания для нематических RPA-ячеек с толщиной ЖК слоя около 3, 4 и 5 мкм (ячейки N3, N4 и N5), заполненных нематическим материалом E7 – эти ячейки были использованы в качестве экспериментальных образцов и в настоящей работе. Образцы представляли собой ЖК ячейки сэндвичевого типа (рис. 1.2) с ITO-слоями в качестве проводящих слоев и ненатертыми полиимидными слоями в качестве ориентирующих слоев. Из рис. 1.5 видно, что в спектральных областях, соответствующих максимумам коэффициента направленного пропускания, практически весь свет проходил слой без рассеяния, а в спектральных минимумах практически весь свет рассеивался слоем. В работах [11, 12] было также экспериментально показано, что приложение напряжения к RPA-слоям приводит к смещению положения экстремумов коэффициента направленного пропускания. В качестве иллюстрации на рис. 1.6 приведены спектры коэффициента направленного пропускания для ячейки N5 при различных значениях приложенного к проводящим слоям ЖК ячейки переменного напряжения (частота 1 кГц), взятые из работы [11]. Из рис. 1.6 видно, что с увеличением приложенного напряжения экстремумы смещаются в сторону ультрафиолетовой области спектра, и что это смещение сопровождается уменьшением величины коэффициента направленного пропускания в спектральных максимумах.

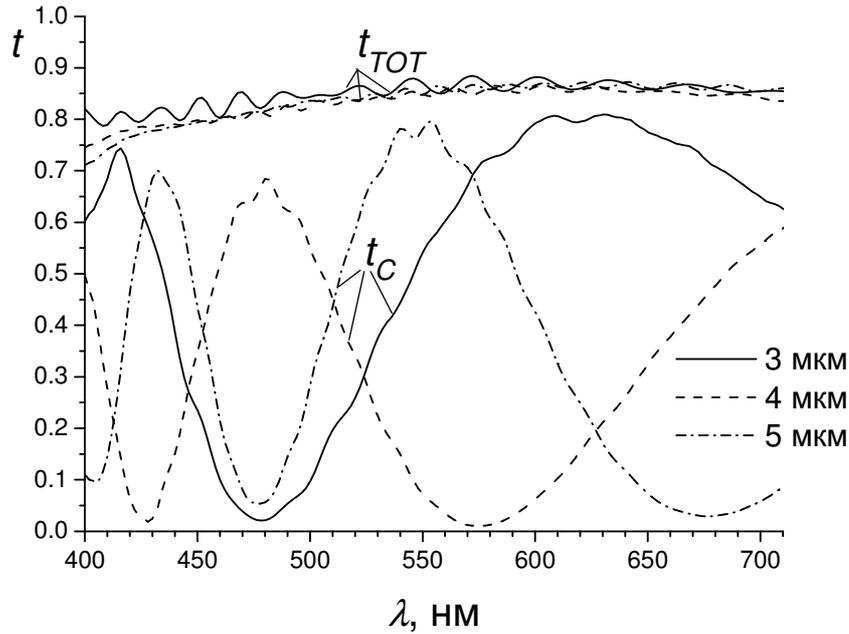


Рис. 1.5. Зависимость коэффициентов направленного (t_C) и интегрального (t_{TOT}) пропускания для нематических РРА-ячеек с толщиной ЖК слоя 3, 4 и 5 мкм (образцы N3, N4 и N5) от длины волны λ . Иллюстрация из работы [11].

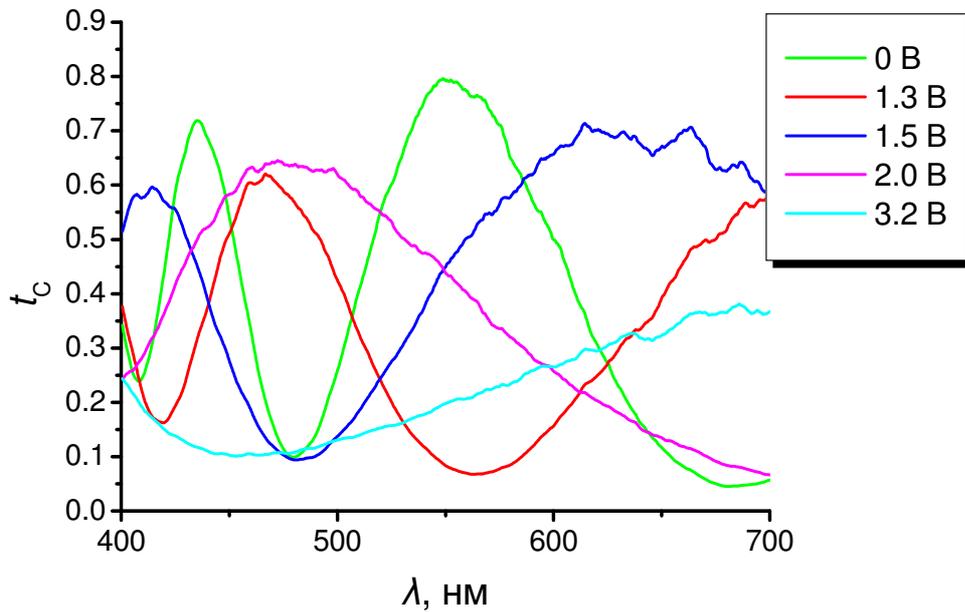


Рис. 1.6. Спектры направленного пропускания t_C для ячейки N5 при различных значениях приложенного к ЖК слою напряжения. Иллюстрация из работы [11].

В работах [88–90] сообщалось о наблюдении спектрально-селективного рассеяния на композитных слоях, состоящих из цилиндрических капель нематического ЖК материала, окруженных изотропной полимерной матрицей. Показатель преломления полимера был очень близок по значению к обыкновенному показателю преломления ЖК материала. Выделенной

азимутальной ориентации ЖК директора в каплях не было. Наблюдаемые эффекты были очень похожи на эффекты, наблюдаемые на RPA-слоях:

1) отмечалась видимая невооруженным глазом окрашенность нерассеянной компоненты прошедшего света;

2) из представленных экспериментальных данных видно, что спектры направленного пропускания композитных слоев по форме аналогичны спектрам направленного пропускания нематических RPA-слоев;

3) как и в случае нематических RPA-слоев, экстремумы направленного пропускания композитных слоев смещались под действием приложенного напряжения, причем при увеличении напряжения смещение происходило в сторону меньших длин волн.

В указанных работах [88–90] было сделано предположение, что спектрально-селективного рассеяние в случае композитных слоев имеет интерференционный характер, и что максимумы и минимумы на спектрах направленного пропускания связаны с интерференцией световых лучей, проходящих через области слоя, заполненные полимером, и лучей, проходящих области, заполненные ЖК. Этот вывод был сделан на основании сравнения спектров направленного пропускания образцов со спектрами излучения, прошедшего через интерферометр Майкельсона, при использовании широкополосного источника света.

1.2.3. Гигантское оптическое вращение и электроуправляемое оптическое вращение

В работах [10,85] было показано, что холестерические RPA-слои, имеющий диффузно-направленный характер пропускания, могут проявлять гигантское оптическое вращение. Было экспериментально продемонстрировано, что при падении на непоглощающий холестерический RPA-слой с шагом спирали, большим по сравнению с длинами волн спектральных компонент падающего света (LPC-RPA (long-pitch cholesteric RPA) слой), квазимонохроматического линейно поляризованного пучка нерассеянная компонента является линейно поляризованной, причем её плоскость поляризации является повернутой относительно плоскости поляризации падающего света, и угол между плоскостью поляризации падающего света и плоскостью поляризации нерассеянной компоненты сильно зависит от длины волны и толщины слоя. Заметим, что такое сочетание свойств абсолютно несвойственно монодоменным хиральным структурам при указанном соотношении шага спирали к длине волны [8].

В работе [11] было экспериментально показано, что при определенных условиях приложение напряжения к LPC-RPA слою приводит к повороту плоскости поляризации нерассеянной компоненты. В то же время было замечено, что для некоторых LPC-RPA ячеек в определенной области напряжений поляризация нерассеянной компоненты существенно

отличалась от линейной. В качестве примера на рис. 1.7 приведены зависимости угла поворота плоскости поляризации от значения приложенного к слою напряжения (1 кГц) для трех LPC-RPA ячеек с толщиной ЖК слоя $d \approx 3, 4$ и 5 мкм (ячейки С3, С4 и С5, соответственно; эти ячейки были использованы в качестве экспериментальных образцов и в настоящей работе) для длины волны $\lambda = 632.8$ нм, взятые из работы [11]. Конструкция ячеек была такая же, как у нематических RPA-ячеек N3, N4 и N5 (раздел 1.2.2), но в качестве ЖК-материала использовалась смесь нематика E7 и холестерической добавки ZLI-811 (~0.7%, левая). Естественный шаг спирали ЖК-материала составлял порядка 11 мкм. Из рис. 1.7 видно, что только для ячейки С3 поляризация нерассеянной компоненты была близка к линейной во всем диапазоне значений приложенного напряжения, а для ячеек С4 и С5 для диапазона напряжений 1.2–2.5 В нерассеянная компонента была эллиптически поляризованной. Параметры эллипса поляризации в этой области напряжений в работе [11] не определялись.

1.3. Теоретические подходы, используемые при рассмотрении задачи дифракции на неоднородных слоях двулучепреломляющих материалов

1.3.1. Приближение Релея-Ганса-Дебая

В подавляющем большинстве работ, посвященных рассеянию света на случайно-неоднородных слоях двулучепреломляющих материалов и интерпретации экспериментальных H_v - и V_v -дифрактограмм, используется подход, основанный на приближении Релея-Ганса-Дебая. Этот подход, являющийся обобщением теории Дебая и Бики [91] на случай оптически анизотропных сред, был разработан Голдстейном и Мэйчликом [92], а затем развит Стейном с соавторами [3,83,84,93]. Он заключается в следующем. Неоднородная среда рассматривается как совокупность элементарных рассеивающих объемов. Считается, что при падении на i -ый элементарный объем плоской волны с вектором электрической напряженности \mathbf{E} у рассеивающего объема индуцируется дипольный момент

$$\mathbf{M}_i = \boldsymbol{\alpha}_i \mathbf{E} = \nu_i (\mathbf{E} \mathbf{a}_i) \mathbf{a}_i - (\alpha_i - \nu_i / 3) \mathbf{E},$$

где $\boldsymbol{\alpha}_i$ – тензор поляризуемости i -го элементарного объема, α_i – средняя поляризуемость i -го элементарного объема, ν_i – разность главных компонентов тензора поляризуемости i -го элементарного объема, и \mathbf{a}_i – единичный вектор в направлении оптической оси i -го элементарного объема (элементарные объемы считаются одноосными). Вклад в поле,

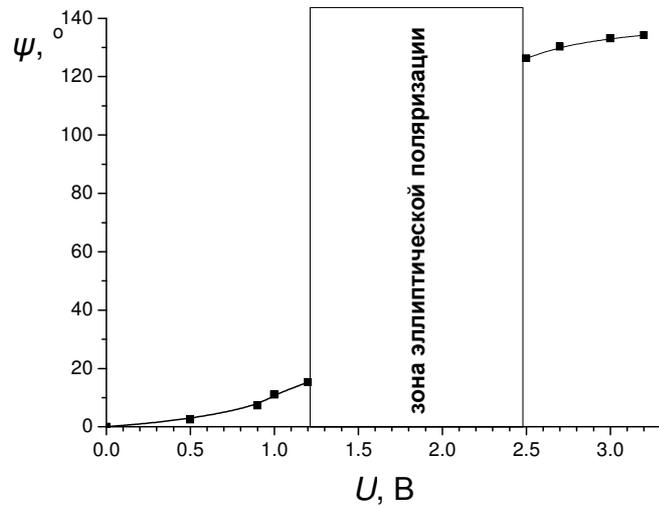
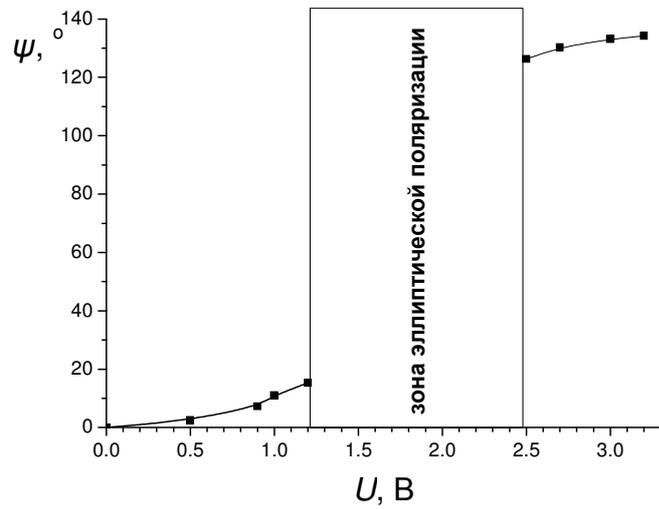
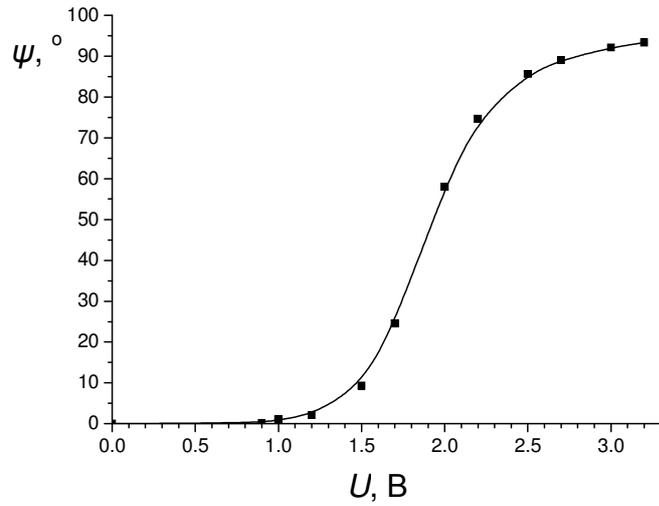


Рис. 1.7. Зависимость угла поворота плоскости поляризации ψ от приложенного напряжения U для LPC-RPA ячеек с толщиной ЖК слоя 3 (а), 4 (б) и 5 мкм (в) (образцы С3, С4 и С5) для длины волны $\lambda = 632.8$ нм. Иллюстрация из работы [11].

падающее на произвольный элементарный объем, составляющих, возникших в актах взаимодействия излучения с другими элементарными объемами, не учитывается. Интенсивность рассеянного излучения рассчитывается по формуле

$$I \propto \sum_i \sum_j (\mathbf{M}_i \mathbf{O})(\mathbf{M}_j \mathbf{O}) \cos[k \mathbf{r}_{ij} (\mathbf{s}_0 - \mathbf{s}')],$$

где \mathbf{M}_i и \mathbf{M}_j – индуцированные дипольные моменты i -го и j -го рассеивающих элементов, $k = 2\pi/\lambda_m$, λ_m – длина волны падающего света в рассматриваемой среде, \mathbf{r}_{ij} – вектор, идущий от центра i -го элементарного объема к центру j -го элементарного объема, \mathbf{s}' – единичный вектор в направлении распространения рассеянной волны, \mathbf{s}_0 – единичный вектор в направлении распространения падающей волны и \mathbf{O} – единичный вектор, перпендикулярный \mathbf{s}' , находящийся в одной плоскости с осью пропускания выходного поляризатора (анализатора). С помощью этого подхода в работе [83] было показано что для статистически вращательно-инвариантных слоев картины рассеяния H_v и V_v в общем случае являются инвариантными относительно азимутального поворота на 180° , но в определенных условиях они могут также быть инвариантными относительно азимутального поворота на 90° (см. рис. 1.4б,в) или обладать круговой симметрией (см. рис. 1.4а), что согласуется с экспериментальными данными (раздел 1.2.1).

Приближении Релея-Ганса-Дебая применимо только к очень тонким слоям сплошной среды, слоям с толщиной меньше длины волны [94]. Нематические и холестерические RPA-слои проявляют свои наиболее интересные свойства при толщине слоя, значительно превышающей длину волны, когда приближение Релея-Ганса-Дебая не может быть использовано.

1.3.2 Приближение прямых лучей

Анализ оптических свойств пространственно-неоднородных двулучепреломляющих слоев с относительно большим по сравнению с длиной волны падающего света характерным масштабом неоднородностей слоя в условиях, когда отражение в объеме слоя является пренебрежимо малым, часто осуществляется с помощью подходов, опирающихся на приближение прямых лучей (direct ray approximation, DRA) [11,32–39,41,42,44–49,95–104]. В этом приближении слой считается достаточно тонким, а латеральные вариации материальных параметров достаточно медленными, чтобы можно было приближенно считать, что при нормальном падении на слой плоской волны или светового пучка, радиус когерентности которого намного превышает характерный масштаб неоднородностей слоя, локальные характеристики проходящего через слой волнового поля в произвольной точке слоя A

полностью определяются свойствами этого поля в точке A_0 , являющейся проекцией точки A на плоскость границы слоя, от которой это поле распространяется, и материальными свойствами среды на отрезке A_0A (рис. 1.8).

DRA часто используется при анализе оптических свойств жидкокристаллических (ЖК) решеток [32–39,41,42,44–49,95–101]. В этом случае в DRA рассчитывается распределение напряженности электрического поля в плоскости, расположенной непосредственно за задней границей модулирующего слоя (или тонкослойной системы, содержащей этот слой), по которому стандартными методами Фурье-оптики вычисляются характеристики прошедшего поля в точках, расположенных вдали от модулирующего слоя. Этот подход, который мы будем условно называть здесь DRA-методом, очень удобен при решении оптимизационных задач и во многих интересных случаях позволяет получать аналитические выражения для характеристик поля дифракции через параметры падающей волны и модулирующего слоя.

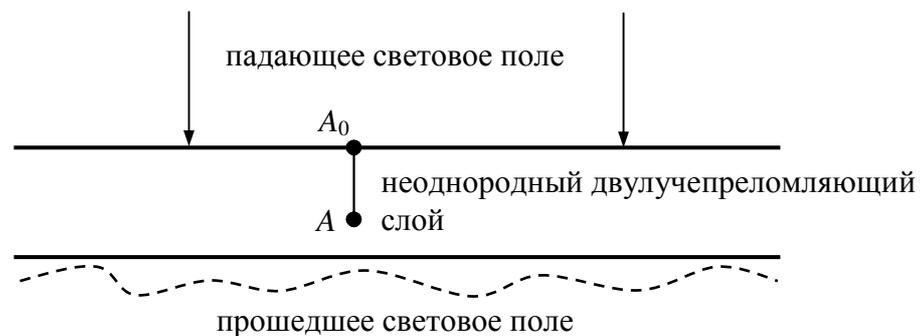


Рисунок 1.8. Связь падающего и прошедшего световых полей в приближении прямых лучей

В случае ЖК решеток параметром, определяющим характерный масштаб неоднородности слоя, является период решетки. Поскольку DRA опирается на лучевую картину распространения света в модулирующем слое, а это представление становится неадекватным при приближении периода решетки к величинам порядка длины волны падающего света, с уменьшением латерального периода структуры модулирующего слоя точность DRA-метода ухудшается. Для компьютерного моделирования свойств решеток ЖК решеток с периодом порядка длины волны используются строгие методы, основанные на численном решении уравнений Максвелла для периодических структур [95,105–111]. Строгие методы требуют гораздо больших вычислительных затрат, чем DRA-метод, и объем этих затрат быстро возрастает с увеличением периода решетки.

DRA часто используется и при рассмотрении ЖК слоев с произвольным характером латеральной неоднородности [102–104]. В работах [102,103] DRA использовалось для анализа

оптических свойств пространственных модуляторов света на ЖК, предназначенных для управления пространственной когерентностью световых пучков. В работе [104] с помощью DRA были найдены условия проявления слоями двулучепреломляющих материалов, толщина которых случайным образом варьируется по площади слоя, линейного и кругового дихроизма. В RIJM-теории, используемой в работах [10,11] для объяснения проявления спектрально-селективного рассеяния нематическими RPA-слоями и гигантского оптического вращения холестерическими RPA-слоями, также используется DRA (раздел 1.3.3).

Важные результаты для статистически вращательно-инвариантных слоев с использованием DRA были получены в работе [94]. В этой работе рассматривалось пропускание плоской волны слоем, состоящим из идентичных двулучепреломляющих фрагментов с различной азимутальной ориентацией, расположенным между скрещенными или параллельными поляризаторами. Каждый из фрагментов характеризовался фазовой задержкой $\delta = \pi \Delta n d / \lambda$, где Δn – разность главных показателей преломления любого из фрагментов, d – толщина фрагмента и λ – длина волны. Для произвольного i -го фрагмента в DRA рассчитывался передаточный коэффициент t_i , связывающий напряженность компоненты падающего поля, линейно поляризованной параллельно оси пропускания поляризатора, E_{incid} , и напряженность компоненты прошедшего поля, линейно поляризованной параллельно оси пропускания анализатора, E_{transi} :

$$E_{\text{transi}} = t_i E_{\text{incid}}.$$

Затем по формуле

$$I = K_P \sum_i E_{\text{transi}} \sum_j E_{\text{transj}}^*,$$

где K_P – некоторый коэффициент пропорциональности, была рассчитана суммарная интенсивность прошедшего поля для всего слоя для двух случаев: скрещенные поляризаторы (I_+) и параллельные поляризаторы (I_{\parallel}). Для данной геометрии слоя были найдены выражения для направленного пропускания слоя в скрещенных (T_+) и параллельных (T_{\parallel}) поляризаторах для случая статистически вращательно-инвариантных слоев:

$$T_+ \equiv \frac{I_+}{I_{\text{incid}}} = \frac{A_c}{A_0} \sin^2 \delta, \quad (1.1)$$

$$T_{\parallel} \equiv \frac{I_{\parallel}}{I_{\text{incid}}} = \cos^2 \delta + \frac{A_c}{A_0} \sin^2 \delta, \quad (1.2)$$

где $I_{\text{incid}} = K_P E_{\text{incid}} E_{\text{incid}}^*$, A_0 – полная площадь освещенной части слоя, и A_c – площадь корреляции, определенная как

$$A_c = \int \langle \cos 2(\varphi_i - \varphi_j) \rangle_{\mathbf{r}} d^2 \mathbf{r},$$

где φ_i и φ_j – углы азимутальной ориентации оптической оси i -го и j -го фрагментов, \mathbf{r} – вектор, соединяющий центры i -го и j -го фрагментов, и $\langle \dots \rangle_{\mathbf{r}}$ обозначает усреднение по всем парам фрагментов, центр одного из которых является смещенным относительно центра другого на вектор \mathbf{r} . Также в работе [94] было показано, что уравнение (1.1) согласуется с результатами, получаемыми для той же геометрии эксперимента в рамках приближения Релея-Ганса-Дебая, если $\Delta nd/\lambda \ll 1$.

1.3.3. RIJM-теория. Эквидоменные и квазиэквидоменные модели RPA-слоев

В работе [10] была предложена так называемая RIJM-теория, объясняющая эффект селективного рассеяния для нематических RPA-слоев и эффект гигантского оптического вращения для холестерических RPA-слоев, опираясь на оптическую модель RPA-слоя как монослоя доменов, являющихся точной копией одного и того же домена-прототипа (рисунок 1.9). Такой модельный слой, следуя работе [11], мы будем называть *эквидоменным слоем*. В настоящей работе мы будем рассматривать только случаи локально-одноосных слоев и описывать структуру слоя пространственным распределением локальной оптической оси $\mathbf{c}(x, y, z)$. Для эквидоменных слоев функция $\mathbf{c}(x, y, z)$ может быть представлена в виде:

$$\mathbf{c}(x, y, z) = \mathbf{R}_z(\varphi(x, y))\mathbf{C}(z),$$

где $\mathbf{C}(z)$ – векторная функция, специфицирующая z -профиль (структуру) домена-прототипа в его собственной системе координат, привязанной к некоторой характерической детали его структуры, $\mathbf{R}_z(\alpha)$ – матрица поворота на угол α :

$$\mathbf{R}_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

и $\varphi(x, y)$ – угол азимутальной ориентации условной азимутальной оси домена. В качестве эквидоменной модели нематических RPA-слоев в отсутствие внешних воздействий в работах [10,11] рассматривался слой с пространственным распределением локальной оптической оси вида

$$\mathbf{c}(x, y, z) = \begin{pmatrix} c_x(x, y, z) \\ c_y(x, y, z) \\ c_z(x, y, z) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\varphi(x, y)) \\ \sin(\varphi(x, y)) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.3)$$

В этом случае домен-прототип имеет однородную структуру с планарной ориентацией локальной оптической оси (рис. 1.9а). Для эквидоменных слоев этого типа локальная оптическая ось во всех точках параллельна границам слоя и ее ориентация не зависит

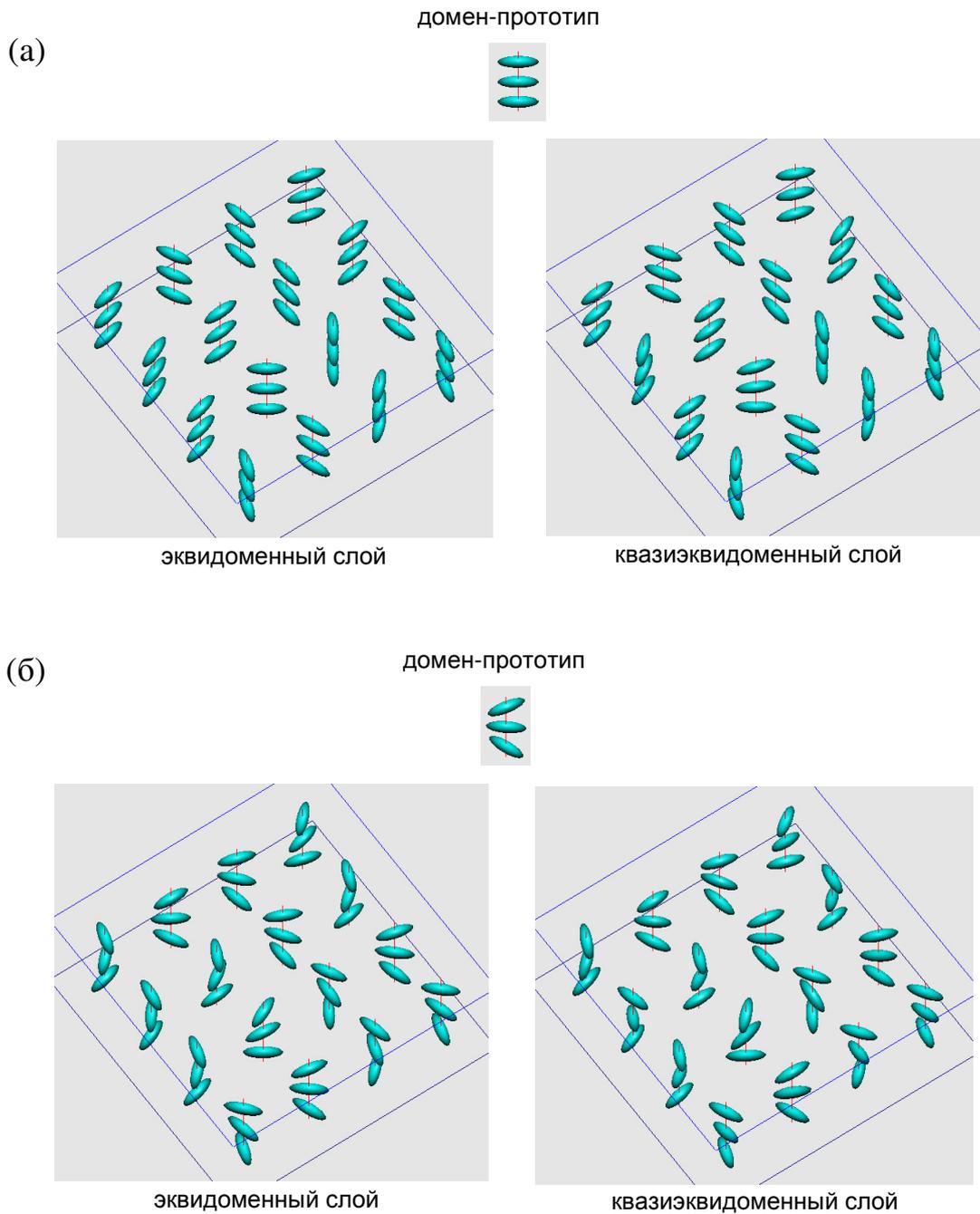


Рис. 1.9. Эквидоменные и квазиэквидоменные слои с нехиральным (а) и хиральным (б) доменом-прототипом. Длинные оси эллипсоидов показывают ориентацию локальной оптической оси.

от z (рис. 1.9а). Такие слои мы будем условно называть *простыми мозаичными двулучепреломляющими (SMB, Simple Mosaic Birefringent)* слоями. Для LPC-RPA слоев в

отсутствие внешних воздействий в [10,11] использовалась эквидоменная модель с доменом прототипом, имеющим планарную равномерно закрученную структуру (рис. 1.9б):

$$\mathbf{c}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \cos \chi(x, y, z) \\ \sin \chi(x, y, z) \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.4)$$

$$\chi(x, y, z) = \varphi(x, y) + \Phi(z/d - 0.5),$$

где d – толщина слоя и Φ – угол закрученности структуры (угол азимутального поворота локальной оптической оси при движении в направлении z от фронтальной границы ($z = 0$) к задней ($z = d$)). В настоящей работе такие слои будут называться равномерно закрученными мозаичными двулучепреломляющими (UTMB, Uniformly Twisted Mosaic Birefringent) слоями.

При описании прохождения света через слой в RIJM-теории используется метод матриц Джонса [117] и DRA: считается, что при нормальном падении на слой плоской монохроматической волны, характеризуемой вектором Джонса \mathbf{J}_{inc} , пространственное распределение прошедшего поля непосредственно за слоем может быть выражено как

$$\mathbf{J}_{\text{out}}(x, y) = \mathbf{T}(x, y)\mathbf{J}_{\text{inc}},$$

где $\mathbf{T}(x, y)$ – матрица Джонса локального пропускания слоя. Матрица Джонса локального пропускания эквидоменного слоя может быть представлена в виде:

$$\mathbf{T}(x, y) = \mathbf{R}(-\varphi(x, y))\mathbf{T}_{\text{dom}}\mathbf{R}(\varphi(x, y)), \quad (1.5)$$

где

$$\mathbf{R}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha \\ -\sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$$

и \mathbf{T}_{dom} – матрица пропускания домена-прототипа в его собственной системе координат (матрица пропускания любого из доменов при $\varphi(x, y) = 0$). В работе [10] показано, что выражение (1.5) может быть приведено к виду

$$\mathbf{T}(x, y) = \mathbf{T}_{\text{RI}} + \mathbf{T}_{\text{NRI}}(\varphi(x, y)), \quad (1.6)$$

$$\mathbf{T}_{\text{NRI}}(\varphi(x, y)) = \hat{\mathbf{a}} \cos 2\varphi(x, y) + \hat{\mathbf{b}} \sin 2\varphi(x, y), \quad (1.7)$$

где матрицы \mathbf{T}_{RI} , $\hat{\mathbf{a}}$ и $\hat{\mathbf{b}}$ не зависят от φ . Исходя из того, что в RPA-слоях отсутствуют выделенные направления ориентации доменов, в [10] был сделан вывод, что именно наличием компоненты \mathbf{T}_{RI} , инвариантной относительно азимутальных поворотов домена, объясняется

наличие нерассеянной компоненты в прошедшем свете, и что этой компоненте соответствует составляющая прошедшего света, описываемая вектором Джонса

$$\mathbf{J}_{\text{nonsc}} = \mathbf{T}_{\text{RI}} \mathbf{J}_{\text{inc}}. \quad (1.8)$$

Свойства нерассеянной компоненты прошедшего света объяснялись исходя из явного вида матрицы \mathbf{T}_{RI} для SMB и UTMB слоев. В общем случае, если свет, проходя через слой, не испытывает значительных поляризационно-зависимых потерь, то матрица \mathbf{T}_{dom} может быть представлена в виде произведения унитарной матрицы и скаляра [10]. Будем считать, что собственная система координат домена-прототипа выбрана так, чтобы в этой системе недиагональные элементы матрицы \mathbf{T}_{dom} отличались только знаком или были равны нулю (необходимо отметить, что в общем случае при использовании этого критерия для выбора собственной системы координат домена-прототипа ориентация осей этой системы может зависеть от длины волны; это не так, если у домена есть плоскость симметрии, перпендикулярная границам слоя, как в случае SMB слоев (1.3), или ось симметрии C_2 , параллельная границам слоя, как в случае UTMB слоев (1.4) [118,119]). Тогда матрица \mathbf{T}_{dom} может быть записана в виде [10,11,98]

$$\mathbf{T}_{\text{dom}} = K e^{i\gamma} \begin{pmatrix} A + iC & B \\ -B & A - iC \end{pmatrix}, \quad (1.9)$$

где K – вещественный множитель, учитывающий поляризационно-независимые потери, A , B и C – зависящие от структуры домена-прототипа действительные параметры, удовлетворяющие условию $A^2 + B^2 + C^2 = 1$ и γ – поляризационно-средний фазовый сдвиг. В этом случае матрицы \mathbf{T}_{RI} и \mathbf{T}_{NRI} имеют вид

$$\mathbf{T}_{\text{RI}} = K e^{i\gamma} \begin{pmatrix} A & B \\ -B & A \end{pmatrix}, \quad (1.10)$$

$$\mathbf{T}_{\text{NRI}}(x, y) = i K C e^{i\gamma} \begin{pmatrix} \cos 2\varphi(x, y) & \sin 2\varphi(x, y) \\ \sin 2\varphi(x, y) & -\cos 2\varphi(x, y) \end{pmatrix}. \quad (1.11)$$

Для SMB слоев параметры A , B , и C выражаются следующим образом [10]:

$$A = \cos \delta, \quad B = 0, \quad C = \sin \delta, \quad (1.12)$$

$$\delta = \pi \Delta n d / \lambda, \quad (1.13)$$

где λ – длина волны падающего света, $\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp}$, и n_{\parallel} и n_{\perp} – главные показатели преломления, а матрицы (1.10) и (1.11) принимают вид:

$$\mathbf{T}_{\text{RI}} = K e^{i\gamma} \cos \delta \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.14)$$

$$\mathbf{T}_{\text{NRI}}(x, y) = iK e^{i\gamma} \sin \delta \begin{pmatrix} \cos 2\varphi(x, y) & \sin 2\varphi(x, y) \\ \sin 2\varphi(x, y) & -\cos 2\varphi(x, y) \end{pmatrix}.$$

Из (1.8) и (1.14) в [10,11] был сделан вывод, что для SMB слоев нерассеянная компонента имеет такое же состояние поляризации, как и падающая волна, и что коэффициент направленного пропускания SMB слоя при любом состоянии поляризации падающего света выражается следующим образом:

$$t_C = K^2 \cos^2 \delta. \quad (1.15)$$

Подгонка теоретических спектров t_C , рассчитываемых по формуле (1.15), к экспериментальным путем вариации d , с учетом того, что для экспериментальных RPA-слоев можно принять $K^2 \approx t_{\text{TOT}}$ из-за малоуглового характера рассеяния, дала значения d , близкие к номинальным, и показала хорошее согласование в положении спектральных экстремумов и в форме экспериментальных спектров [11]. Основное качественное различие теоретических и экспериментальных спектров заключалось в том, что на экспериментальных спектрах t_C не было равно t_{TOT} в спектральных максимумах, а в спектральных минимумах t_C было отлично от нуля (см. рис. 1.5). Отличие t_C от нуля в спектральных минимумах в [10,11] было объяснено вкладом рассеянной компоненты в регистрируемый сигнал при измерении направленного пропускания. Отличие t_C от t_{TOT} в спектральных максимумах RIJM-теорией не объясняется; это требует использования более сложных моделей.

Для UTMB слоев параметры A , B , и C могут быть выражены следующим образом:

$$A = \cos Q \cos \Phi + \frac{\Phi_\Gamma}{Q} \sin Q \sin \Phi, \quad (1.16)$$

$$B = -\cos Q \sin \Phi + \frac{\Phi_\Gamma}{Q} \sin Q \cos \Phi, \quad (1.17)$$

$$C = \frac{\delta}{Q} \sin Q, \quad (1.18)$$

$$Q = \sqrt{\delta^2 + \Phi_\Gamma^2}, \quad \Phi_\Gamma = \Phi \Gamma, \quad (1.19)$$

$$\Gamma = \frac{1 + \xi/2}{\sqrt{1 + \xi}}, \quad \xi = \frac{n_{\parallel} - n_{\perp}}{n_{\perp}}. \quad (1.20)$$

В [10] было отмечено, что матрица (1.10) может быть представлена в форме произведения матрицы поворота на угол ψ , удовлетворяющий соотношениям

$$\cos \psi = A / \sqrt{A^2 + B^2}, \quad \sin \psi = -B / \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (1.21)$$

и скалярного множителя. В [10, 11] было показано, что формула (1.21) с подстановкой (1.16) и (1.17) хорошо предсказывает значения угла поворота плоскости поляризации для LPC-RPA слоев в отсутствие внешних воздействий.

Эффект электроуправляемого селективного рассеяния был изначально предсказан в рамках RIJM-теории, а затем подтвержден экспериментально. При теоретическом рассмотрении допускалось, что если ЖК слой в отсутствие внешних воздействий имеет эквидоменную структуру, то переориентация ЖК директора в каждом домене происходит так же, как в однородном в поперечных направлениях ЖК слое, структура которого соответствует структуре домена-прототипа. В качестве эквидоменной модели нематических RPA-слоев, находящихся под действием напряжения, использовался слой со следующей структурой:

$$\mathbf{c}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi(x, y)) \cos \theta(z) \\ \sin(\varphi(x, y)) \cos \theta(z) \\ \sin \theta(z) \end{pmatrix}, \quad (1.22)$$

где θ – угол наклона локальной оптической оси (угол между локальной оптической осью и плоскостью (x, y)). Параметры A , B и C для слоя со структурой (1.22) (такие слои будут также именоваться *непланарными мозаичными двулучепреломляющими* (NPMB, non-planar mosaic birefringent) слоями) можно также выразить формулами (1.12), если вместо (1.13) использовать следующее выражение для δ [11]:

$$\delta = \frac{\pi(n_e - n_\perp)d}{\lambda}, \quad (1.23)$$

$$n_e = \frac{1}{d} \int_0^d \frac{n_\parallel n_\perp}{\sqrt{n_\perp^2 \cos^2 \theta(z) + n_\parallel^2 \sin^2 \theta(z)}} dz, \quad (1.24)$$

то есть в рамках эквидоменной модели электрооптического отклика у нематических RPA-слоев под действием напряжения изменяется только значение δ . Поскольку при положительной анизотропии диэлектрической проницаемости ЖК на частоте приложенного напряжения, увеличение величины приложенного напряжения должно приводить к уменьшению δ (рис. 1.10), то, согласно (1.15), это должно приводить к смещению экстремумов направленного пропускания в сторону меньших длин волн, что и наблюдается в эксперименте (рис. 1.6). Численные расчеты, проведенные в работе [11], показали, что эквидоменная модель электрооптического отклика хорошо предсказывает величину смещения спектральных экстремумов под действием напряжения. В качестве наиболее вероятной причины понижения t_C в спектральных максимумах с увеличением величины приложенного напряжения (рис. 1.6) в [11] было указано появление в слое под действием напряжения так называемых стенок

Брошара-Леже, увеличивающих отклонение структуры ЖК слоя от эквидоменной. Наличие подобных дефектов в рамках RИМ-теории учесть нельзя.

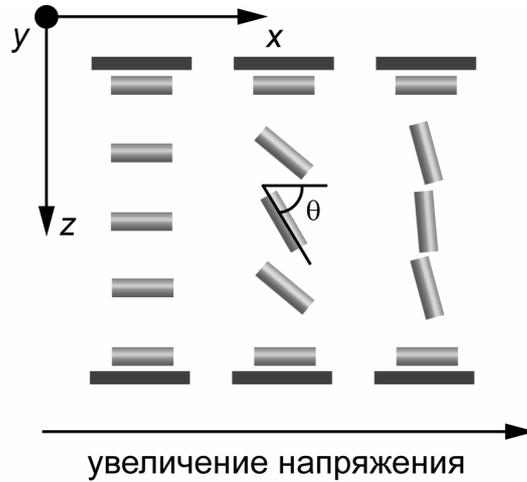


Рис. 1.10. Эквидоменная модель электрооптического отклика нематических RPA-слоев. Изменение структуры домена-прототипа под действием напряжения.

Электроуправляемое оптическое вращение было также изначально предсказано теоретически в рамках эквидоменной модели электрооптического отклика RPA-слоев. Эквидоменный слой, использовавшийся в [11] в качестве модели LPC-RPA слоя, находящегося под действием электрического поля, имел следующую структуру:

$$\mathbf{c}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \cos \chi(x, y, z) \cos \theta(z) \\ \sin \chi(x, y, z) \cos \theta(z) \\ \sin \theta(z) \end{pmatrix},$$

$$\chi(x, y, z) = \varphi(x, y) + \Delta\phi(z) - 0.5\Phi,$$

где $\Delta\phi$ – угол азимутального поворота ЖК директора в плоскости $z = \text{const}$ относительно его положения на фронтальной границе (рис. 1.11). Изменение функций $\theta(z)$ и $\Delta\phi(z)$ приводят к изменению значений параметров A , B и C , что, в свою очередь, приводит к изменению величины угла поворота плоскости поляризации (см. (1.21)). Численные расчеты показали, что для ячейки С3 (см. раздел 1.2.3 и рис. 1.7), для которой нерассеянная компонента была практически линейно поляризованной при линейно поляризованном падающем свете во всей области прикладываемых напряжений, формула (1.21) относительно хорошо предсказывает зависимость угла поворота плоскости поляризации прошедшего света от величины приложенного напряжения при расчете зависимости параметров A и B от напряжения в рамках континуальной теории ЖК [23] для однородного в поперечных направлениях слоя, в отсутствие напряжения имеющего планарную равномерную закрученную структуру. Наличие областей с эллиптической поляризацией для двух других образцов (ячейки С4 и С5), данные для которых

показаны на рис. 1.7, противоречит предсказаниям RIJM-теории. В работе [11] было сделано предположение, что наличие таких областей связано с увеличением отклонения структуры слоя от эквидоменной под действием электрического поля.

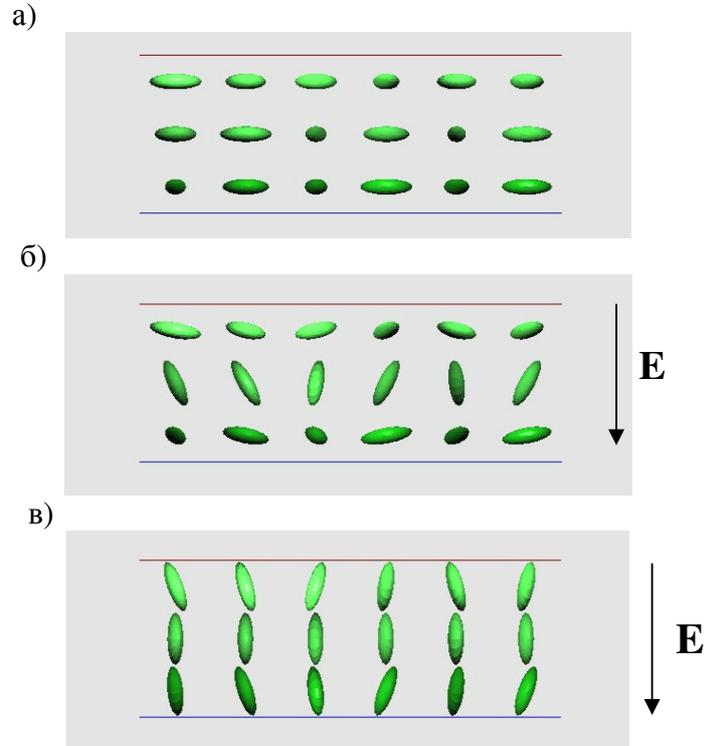


Рис. 1.11. Изменение конфигурации LPC-RPA слоя под действием напряжения в рамках эквидоменной модели: а – без напряжения, б – при напряжении, немного превышающем пороговое напряжение перехода Фредерикса, в – при большем напряжении.

Одна из целей настоящей работы – объяснить наблюдаемые в экспериментах на RPA-слоях эффекты, которые не объясняются RIJM-теорией, с использованием более реалистичных моделей слоев. В работе [11] на основе результатов исследования микроструктуры образцов было установлено, что реалистичной моделью холестерических и нематических RPA-слоев в отсутствие внешних воздействий является *квазиэквидоменный слой* – мозаичный слой, почти полностью состоящий из доменов, являющихся точной или приближенной копией одного и того же домена-прототипа – со следующей структурой:

$$\mathbf{c}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \cos \theta(x, y, z) \cos \chi(x, y, z) \\ \cos \theta(x, y, z) \sin \chi(x, y, z) \\ \sin \theta(x, y, z) \end{pmatrix}, \quad (1.25)$$

$$\chi(x, y, z) = \varphi(x, y) + \Phi(x, y)(z/d - 0.5),$$

где для нематических RPA-слоев в среднем по площади слоя угол закрученности Φ равен нулю (слой как система доменов является энантиоморфным), а для LPC-RPA слоев – отличен от нуля.

В отсутствие внешних воздействий для обоих типов слоев значения $\theta(x, y, z)$, как и отклонения $\Phi(x, y)$ от среднего по площади значения, на большей части слоя являются малыми (рис. 1.9).

Следует также отметить, что RIM-теория ничего не говорит о свойствах рассеянной компоненты прошедшего излучения. Для рассмотрения рассеянной компоненты необходимо учитывать корреляционные свойства структуры слоя, что возможно сделать в рамках единой теории когерентности и поляризации случайных волновых пучков (см. подраздел 1.4).

1.4. Математический аппарат единой теории когерентности и поляризации случайных волновых пучков

В работе [120] для одновременного описания пространственной когерентности и поляризации электромагнитных параксиальных пучков, стационарных хотя бы в широком смысле, Э. Вольфом были введены 2×2 матрицы взаимной спектральной плотности:

$$\vec{W}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \begin{bmatrix} W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) & W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \\ W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) & W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \end{bmatrix},$$

$$W_{ij}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \frac{c}{8\pi} \langle E_j(\mathbf{r}_1, \omega) E_i^*(\mathbf{r}_2, \omega) \rangle, \quad i, j = x, y,$$

где $E_x(\mathbf{r}, \omega)$ и $E_y(\mathbf{r}, \omega)$ – декартовы компоненты типичного элемента статистического ансамбля электрического поля в двух ортогональных направлениях x и y , перпендикулярных оси z (оси пучка), звездочка обозначает комплексное сопряжение, а угольковые скобки обозначают усреднение, взятое по ансамблю реализаций электрического поля в смысле теории когерентности в пространственно-частотной области [121]. В приведенном определении используется строгое определение матрицы взаимной спектральной плотности – множитель $c/8\pi$ для простоты часто опускают. В работе [122] были введены обобщенные двухточечные векторы Стокса, несущие в себе ту же информацию, что и матрица $\vec{W}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega)$. Обобщенные векторы Стокса [122] могут быть выражены через одноточечные векторы Джонса:

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \frac{c}{8\pi} \mathbf{L} \left(\langle \mathbf{J}(\mathbf{r}_1, \omega) \otimes \mathbf{J}^*(\mathbf{r}_2, \omega) \rangle \right), \quad (1.26)$$

где

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, \omega) = \begin{pmatrix} E_x(\mathbf{r}, \omega) \\ E_y(\mathbf{r}, \omega) \end{pmatrix}$$

– одноточечный вектор Джонса, характеризующий типичный элемент статистического ансамбля реализаций спектральной компоненты флуктуирующего электрического поля с угловой частотой ω в точке \mathbf{r} ,

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -i & i & 0 \end{pmatrix}$$

и \otimes – символ кронекеровского умножения матриц. Обобщенные векторы Стокса также могут быть выражены через элементы матрицы взаимной спектральной плотности:

$$\mathbf{S}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) = \begin{pmatrix} W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) + W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \\ W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) - W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \\ W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) + W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) \\ i(W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega) - W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega)) \end{pmatrix}.$$

При $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$ обобщенные векторы Стокса имеют смысл классических векторов Стокса $\mathbf{S}^{(1P)}(\mathbf{r}, \omega) = \mathbf{S}(\mathbf{r}, \mathbf{r}, \omega)$, характеризующих состояние поляризации поля в точке \mathbf{r} :

$$\mathbf{S}^{(1P)}(\mathbf{r}, \omega) = \begin{pmatrix} S_0(\mathbf{r}, \omega) \\ S_1(\mathbf{r}, \omega) \\ S_2(\mathbf{r}, \omega) \\ S_3(\mathbf{r}, \omega) \end{pmatrix} = \frac{c}{8\pi} \begin{pmatrix} \langle E_x(\mathbf{r}, \omega) E_x^*(\mathbf{r}, \omega) \rangle + \langle E_y(\mathbf{r}, \omega) E_y^*(\mathbf{r}, \omega) \rangle \\ \langle E_x(\mathbf{r}, \omega) E_x^*(\mathbf{r}, \omega) \rangle - \langle E_y(\mathbf{r}, \omega) E_y^*(\mathbf{r}, \omega) \rangle \\ 2 \operatorname{Re} \langle E_x(\mathbf{r}, \omega) E_y^*(\mathbf{r}, \omega) \rangle \\ 2 \operatorname{Im} \langle E_x(\mathbf{r}, \omega) E_y^*(\mathbf{r}, \omega) \rangle \end{pmatrix}.$$

Физический смысл элементов одноточечного вектора Стокса $\mathbf{S}^{(1P)}(\mathbf{r}, \omega)$ ясен из следующего представления:

$$S_0(\mathbf{r}, \omega) = I_0(\mathbf{r}, \omega), \quad (1.27)$$

$$S_1(\mathbf{r}, \omega) = I_x(\mathbf{r}, \omega) - I_y(\mathbf{r}, \omega), \quad (1.28)$$

$$S_2(\mathbf{r}, \omega) = I_{+\pi/4}(\mathbf{r}, \omega) - I_{-\pi/4}(\mathbf{r}, \omega), \quad (1.29)$$

$$S_3(\mathbf{r}, \omega) = I_r(\mathbf{r}, \omega) - I_l(\mathbf{r}, \omega), \quad (1.30)$$

где $I_0(\mathbf{r}, \omega)$ – полная спектральная плотность поверхностной плотности мощности поля в точке \mathbf{r} , $I_x(\mathbf{r}, \omega)$ и $I_y(\mathbf{r}, \omega)$ – спектральные плотности поверхностной плотности мощности линейно поляризованных компонент поля в точке \mathbf{r} , плоскости поляризации которых параллельны осям x и y , соответственно, $I_{+\pi/4}(\mathbf{r}, \omega)$ и $I_{-\pi/4}(\mathbf{r}, \omega)$ – спектральные плотности поверхностной плотности мощности линейно поляризованных компонент поля в точке \mathbf{r} , плоскости поляризации которых составляют угол $+45^\circ$ и -45° с осью x , соответственно, а $I_r(\mathbf{r}, \omega)$ и $I_l(\mathbf{r}, \omega)$ – спектральные плотности поверхностной плотности мощности циркулярно поляризованных компонент с правой и левой круговой поляризацией, соответственно.

Если в некотором сечении пучка (пусть, например, это будет плоскость $z = 0$) известны значения функции $\mathbf{S}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \omega)$, то пространственное распределение одноточечного вектора

Стокса в дальней зоне (в плоскости $z = z_d$, $z_d \gg R_b$, где R_b – радиус пучка в плоскости $z = 0$) может быть рассчитано по формуле [123,124]

$$\mathbf{S}^{(\infty)}(\mathbf{r}_s, \omega) = \frac{k^2}{(2\pi r_0)^2} \cos^2 \zeta \iint \mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) \exp[-iks_{\perp} \mathbf{R}] d^2 \boldsymbol{\rho}_1 d^2 \boldsymbol{\rho}_2,$$

где $\mathbf{r}_s = r_0 \mathbf{s}$ – радиус-вектор точки в плоскости $z = z_d$, от $\boldsymbol{\rho}_1 = (x_1, y_1)$ и $\boldsymbol{\rho}_2 = (x_2, y_2)$ – двумерные радиус-векторы в плоскости $z = 0$, \mathbf{s} – единичный вектор в направлении \mathbf{r}_s , ζ – угол между \mathbf{s} и положительной осью z , $k = 2\pi/\lambda$, s_{\perp} – проекция вектора \mathbf{s} на плоскость $z = 0$, $k = \omega/c$, c – скорость света в вакууме, и $\mathbf{R} = \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2$.

Для описания состояния поляризации пучка как целого удобно использовать интегральные векторы Стокса [125]:

$$\mathbf{S}_{\text{int}}(\omega) = \int \mathbf{S}^{(\text{IP})}(\mathbf{r}, \omega) d^2 \mathbf{r},$$

где интегрирование ведется по площади поперечного сечения пучка. В [125] было показано, что, если пучок распространяется в среде без диссипации энергии, то значения элементов векторов $\mathbf{S}_{\text{int}}(\omega)$ являются одинаковыми во всех сечениях пучка. Аналогично (1.27–1.30) элементы вектора $\mathbf{S}_{\text{int}}(\omega)$ выражаются как суммы и разности спектральных плотностей мощности поляризованных компонент пучка.

При рассмотрении задачи о рассеянии света на случайно-неоднородном анизотропном слое в рамках приближения прямых лучей слой можно аппроксимировать фазовым экраном (пусть этот фазовый экран расположен в плоскости $z = 0$). Тогда пространственная зависимость полного вектора Джонса \mathbf{J}_o [98] некоторой реализации монохроматической компоненты прошедшего через слой света от $\boldsymbol{\rho}$ может быть представлена следующим образом:

$$\mathbf{J}_o(\boldsymbol{\rho}, \omega) = \mathbf{T}(\boldsymbol{\rho}, \omega) \mathbf{J}_i(\boldsymbol{\rho}, \omega), \quad (1.31)$$

где \mathbf{J}_i – полный вектор Джонса соответствующей реализации монохроматической компоненты падающего света непосредственно перед слоем и \mathbf{T} – матрица Джонса локального пропускания слоя. В соответствии с (1.26) и (1.31) обобщенный вектор Стокса прошедшего через слой света $\mathbf{S}_o(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega)$ непосредственно за слоем может быть выражен следующим образом:

$$\mathbf{S}_o(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) \equiv \frac{c}{8\pi} \mathbf{L} \left\langle \mathbf{J}_o(\boldsymbol{\rho}_1, \omega) \otimes \mathbf{J}_o^*(\boldsymbol{\rho}_2, \omega) \right\rangle = \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) \mathbf{S}_i(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega),$$

где

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) = \mathbf{L} \left(\mathbf{T}(\boldsymbol{\rho}_1, \omega) \otimes \mathbf{T}^*(\boldsymbol{\rho}_2, \omega) \right) \mathbf{L}^{-1} \quad (1.32)$$

– обобщенная матрица Мюллера [126] и

$$\mathbf{S}_i(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) \equiv \mathbf{L} \left\langle \mathbf{J}_i(\boldsymbol{\rho}_1, \omega) \otimes \mathbf{J}_i^*(\boldsymbol{\rho}_2, \omega) \right\rangle$$

– обобщенный вектор Стокса падающего света непосредственно перед слоем.

1.5. Простые модели электромагнитных пучков, используемые в статистической оптике

В настоящем разделе мы приведем выражения для взаимной спектральной плотности для двух удобных моделей электромагнитных пучков, часто используемых в статистической оптике. Пучки обоих видов являются однородно поляризованными, и их обобщенные векторы Стокса в плоскости, перпендикулярной направлению распространения пучка (в плоскости $z = \text{const}$), могут быть представлены в виде:

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) = W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) \mathbf{S}_{\text{pol}}, \quad (1.33)$$

где $\boldsymbol{\rho}_1 = (x_1, y_1)$, $\boldsymbol{\rho}_2 = (x_2, y_2)$, $W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega)$ – скалярная функция взаимной спектральной плотности, а \mathbf{S}_{pol} – характеризующий состояние поляризации поля вектор Стокса, не зависящий от пространственных координат и нормированный так, чтобы его первый элемент был равен единице.

1.5.1. Когерентные гауссовские пучки

Когерентный гауссовский пучок, спектральная плотность поверхностной плотности мощности которого максимальна на оси z , характеризуется следующей функцией взаимной спектральной плотности [102,121]:

$$W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) = \frac{A^2}{[\Delta(z)]^2} \exp\left[-\frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{4\sigma_S^2 [\Delta(z)]^2}\right] \exp\left[\frac{ik(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{2R_G(z)}\right], \quad (1.34)$$

$$\Delta_G(z) = \sqrt{1 + \left(\frac{z - z_0}{2k\sigma_S^2}\right)^2}, \quad R_G(z_0) = z_0 \left[1 + \left(\frac{2k\sigma_S^2}{z - z_0}\right)^2\right],$$

где $z = z_0$ – плоскость, в которой пучок имеет наименьший радиус, равный σ_S (радиус пучка здесь определяется как расстояние в плоскости $z = z_0$ от центра пучка до любой из точек, в которой спектральная плотность в $e^{1/2}$ раз меньше спектральной плотности в центре пучка), A – вещественный параметр, такой что A^2 – спектральная плотность в центре пучка в плоскости $z = z_0$, $\rho_1 = |\boldsymbol{\rho}_1|$, $\rho_2 = |\boldsymbol{\rho}_2|$, $k = \omega/c$, и c – скорость света в вакууме. Из (1.34) видно, что взаимная спектральная плотность когерентного гауссова пучка представляет собой произведение двух гауссовых функций:

$$W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) = U(\boldsymbol{\rho}_1, \omega) U^*(\boldsymbol{\rho}_2, \omega),$$

$$U(\boldsymbol{\rho}, \omega) = \frac{A}{\Delta(z)} \exp \left[-\rho^2 \left(\frac{1}{4\sigma_s^2 [\Delta(z)]^2} + \frac{ik}{2R_C(z)} \right) \right].$$

В плоскости $z = z_0$ функции $U(\boldsymbol{\rho}, \omega)$ являются вещественными. Спектральная плотность гауссовского пучка в любой плоскости $z = \text{const}$ выражается гауссовой функцией:

$$S(\boldsymbol{\rho}, \omega) = W(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}, \omega) = \frac{A^2}{[\Delta(z)]^2} \exp \left[-\frac{\boldsymbol{\rho}^2}{2\sigma_s^2 [\Delta(z)]^2} \right]. \quad (1.35)$$

Спектральная степень когерентности:

$$\tau(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) \equiv \frac{W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega)}{\sqrt{W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_1, \omega)} \sqrt{W(\boldsymbol{\rho}_2, \boldsymbol{\rho}_2, \omega)}},$$

для когерентных гауссовских пучков выражается как

$$\tau(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) = \exp \left[\frac{ik(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{2R_C(z)} \right].$$

Выполнение равенства

$$|\tau(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega)| = 1. \quad (1.36)$$

говорит о полной пространственной когерентности поля когерентного гауссовского пучка.

1.5.2. Гауссовские пучки модели Шелла

Гауссовские пучки модели Шелла являются наиболее простой моделью частично когерентного пучка. Функция взаимной спектральной плотности гауссовского пучка модели Шелла, значения максимальной спектральной плотности поверхностной плотности мощности для которого лежат на оси z , может быть выражена следующим образом [102,121]:

$$\begin{aligned} W(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2, \omega) &= \frac{A^2}{[\Delta_{GS}(z)]^2} \exp \left[-\frac{(\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2)^2}{8\sigma_s^2 [\Delta_{GS}(z)]^2} \right] \\ &\times \exp \left[-\frac{(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1)^2}{2\mu^2 [\Delta_{GS}(z)]^2} \right] \exp \left[\frac{ik(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{2R_{GS}(z)} \right], \end{aligned} \quad (1.37)$$

$$\frac{1}{\mu^2} = \frac{1}{(2\sigma_s)^2} + \frac{1}{\sigma_g^2}, \quad \Delta(z_0) = \sqrt{1 + \left(\frac{z - z_0}{k\sigma_s\mu} \right)^2}, \quad R_{GS}(z) = z_0 \left[1 + \left(\frac{k\sigma_s\mu}{z - z_0} \right)^2 \right],$$

где σ_g – поперечная длина когерентности в плоскости $z = z_0$. Особенностью гауссовых пучков модели Шелла является то, что их спектральная плотность является гауссовой функцией от $\boldsymbol{\rho}$:

$$S(\mathbf{p}, \omega) = \frac{A^2}{[\Delta_{GS}(z)]^2} \exp\left[-\frac{\mathbf{p}^2}{2\sigma_S^2 [\Delta_{GS}(z)]^2}\right], \quad (1.38)$$

а модуль их спектральной функции когерентности является гауссовой функцией от разностного вектора $\mathbf{R} = \mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2$

$$|\tau(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \omega)| = \exp\left[-\frac{\mathbf{R}^2}{2\mu^2 [\Delta_{GS}(z)]^2}\right]. \quad (1.39)$$

При $\sigma_g \rightarrow \infty$ выражения (1.37–1.39) сводятся к аналогичным выражениям (1.34–1.36) для когерентного гауссовского пучка.

1.6. Методики поляризационных исследований, использующих схему «поляризатор-образец-анализатор»

Два экспериментальных метода, которые были использованы в экспериментах, описанных в главах 3 и 4, используют схему измерений «поляризатор-образец-анализатор» и имеют общую теоретическую подоплеку [127–131]. Один из этих методов использовался для определения параметров несовершенной составной фазовой пластинки, необходимых для внесения поправок на несовершенство её сборки (раздел 4.2.1). Вторым методом является метод микроскопического поляризационного картирования, использованный для количественной характеристики микроструктуры образцов (разделы 3.2 и 4.5). Теоретические основы этих методов представлены в разделе 1.6.1, а в разделе 1.6.2 вкратце описывается используемая система измерений для микроскопического поляризационного картирования и основы методики обработки данных.

1.6.1. Теоретические основы методик

Рассмотрим идеализированную схему измерений, представленную на рис. 1.12. Падающий пучок является квазимонохроматическим и неполяризованным. После прохождения через поляризатор пучок попадает на образец. Прошедший свет (или его часть) проходит через анализатор и регистрируется фотодетектором. Можно показать, что при такой геометрии зависимость спектральной плотности мощности излучения, регистрируемого фотодетектора (i_{PD}) от углов ориентации поляризатора (ϑ) и анализатора (ϑ') может быть выражена следующим образом:

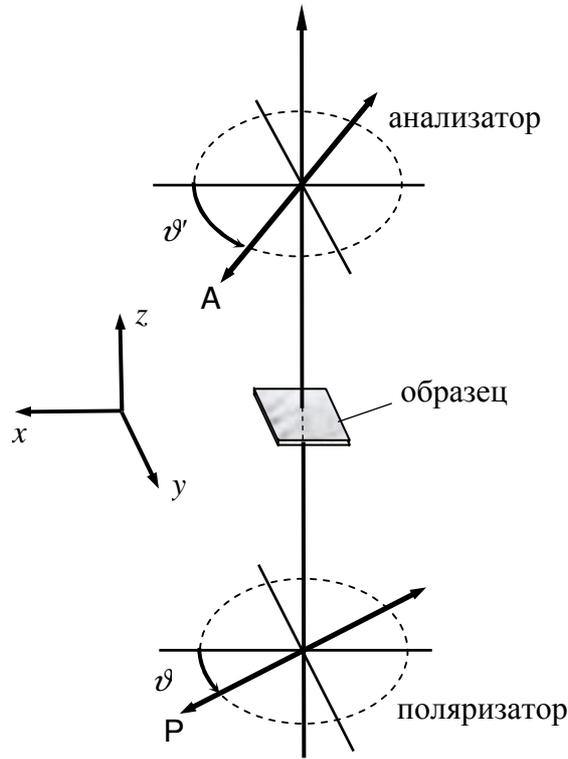


Рис. 1.12. Геометрия эксперимента. P и A – оси пропускания поляризатора и анализатора, соответственно.

$$i_{PD} = kI_0 \left(\tilde{B}_0 + \tilde{B}_1 \cos \eta + \tilde{B}_2 \cos \zeta + \tilde{B}_3 \sin \eta + \tilde{B}_4 \sin \zeta + \right. \\ \left. + \tilde{B}_5 \cos 2\vartheta + \tilde{B}_6 \sin 2\vartheta + \tilde{B}_7 \cos 2\vartheta' + \tilde{B}_8 \sin 2\vartheta' \right), \\ \eta = 2(\vartheta - \vartheta'), \quad \zeta = 2(\vartheta + \vartheta'),$$

где \tilde{B}_j ($j = 0, 1, \dots, 8$) – коэффициенты, зависящие от поляризационно-оптических свойств образца в зондируемой области, I_0 – спектральная плотность мощности падающего излучения, и k – коэффициент, зависящий от условий измерения. Углы ϑ и ϑ' отмеряются от одной оси. Параметры \tilde{B}_j связаны с элементами матрицы Мюллера $\mathbf{M}_S = [m_{Sij}]$ пропускания образца в зондируемой области следующим образом:

$$\tilde{B}_0 = 2m_{S11}, \quad (1.40)$$

$$\tilde{B}_1 = m_{S22} + m_{S33}, \quad \tilde{B}_2 = m_{S22} - m_{S33}, \quad (1.41)$$

$$\tilde{B}_3 = m_{S23} - m_{S32}, \quad \tilde{B}_4 = m_{S23} + m_{S32}, \quad (1.42)$$

$$\tilde{B}_5 = 2m_{12}, \quad \tilde{B}_6 = 2m_{13}, \quad \tilde{B}_7 = 2m_{21}, \quad \tilde{B}_8 = 2m_{31}. \quad (1.43)$$

Если поляризационно-зависимые потери отсутствуют, коэффициенты \tilde{B}_5 , \tilde{B}_6 , \tilde{B}_7 , \tilde{B}_8 равны нулю. Удобными при решении обратных задач относительно структуры неоднородных в

направлении просвечивания двулучепреломляющих слоев являются так называемые приведенные поляризационные транспортные коэффициенты

$$\tilde{A}_j \equiv \tilde{B}_j / \tilde{C} \quad (j=1,2,3,4), \quad (1.44)$$

где

$$\tilde{C} = \sqrt{\tilde{B}_1^2 + \tilde{B}_3^2} + \sqrt{\tilde{B}_2^2 + \tilde{B}_4^2}.$$

В работе [127] показано, что при рассмотрении ЖК-ячеек на величину параметров \tilde{A}_j практически не влияют слабые поляризационно-зависимые потери. Наличие таких потерь характерно для ЖК-ячеек сэндвичевого типа [127]; в частности, они возникают за счет многократных отражений от тонкослойных систем, окружающих ЖК-слой. Если распространение света через слой в зондируемой области можно описать матрицей Джонса, представимой в виде произведения скалярного множителя и унитарной матрицы, то параметры \tilde{A}_j выражаются через параметры представлений (1.5) и (1.9) следующим образом [98]:

$$\tilde{A}_1 = A^2 - B^2, \quad \tilde{A}_2 = C^2 \cos 4\varphi, \quad \tilde{A}_3 = 2AB, \quad \tilde{A}_4 = C^2 \sin 4\varphi.$$

1.6.2. Микроскопическое поляризационное картирование

Для оценки характеристик локального пропускания образцов в настоящей работе используется методика микроскопического поляризационного картирования, разработанная в Саратовском государственном университете. Аппаратура и особенности обработки изображений подробно описаны в работе [132]. Методика реализуется на поляризационном микроскопе и использует схему измерений "линейный поляризатор – образец – линейный анализатор". Образец освещается светом от широкополосного источника, пропущенным через спектральный фильтр, выделяющий нужную область спектра. Изображения образца, получаемые с помощью поляризационного микроскопа, регистрируются видеокамерой. По изображениям образца, полученным при различных ориентациях поляризатора и анализатора, рассчитываются карты параметров, характеризующих зависимость регистрируемой яркости изображения от ориентации поляризатора и анализатора, по которым далее рассчитываются карты вращательно-инвариантных характеристик и характеристических углов.

В данной методике предполагается, что локальное пропускание образца может быть описано матрицей Мюллера \mathbf{M}_S , которая в данном случае связывает вектор Стокса света, падающего на образец и вектор Стокса компоненты исходящего из данного домена образца света, которая попадает в объектив микроскопа и участвует в формировании изображений этой области. Считается, что область каждого пикселя изображения соответствует приблизительно

однородной по поперечным координатам области исследуемого слоя, и вариации матриц Мюллера и матриц Джонса локального пропускания слоя внутри этой области не учитываются. Для описания зависимости яркости пикселя от углов ориентации поляризатора и анализатора используется следующее представление:

$$I_{\text{pix}}(\mathbf{\rho}'') = B_0(\mathbf{\rho}'') + B_1(\mathbf{\rho}'') \cos \eta + B_2(\mathbf{\rho}'') \cos \zeta + B_3(x'', y'') \sin \eta + \\ + B_4(\mathbf{\rho}'') \sin \zeta + B_5(\mathbf{\rho}'') \cos 2\vartheta + B_6(\mathbf{\rho}'') \sin 2\vartheta + \\ + B_7(\mathbf{\rho}'') \cos 2\vartheta' + B_8(\mathbf{\rho}'') \sin 2\vartheta',$$

где $\mathbf{\rho}'' = (x'', y'')$ – радиус-вектор пикселя на изображении. Принимается, что коэффициенты $B_j(\mathbf{\rho}'')$ ($j=0,1,\dots,8$) могут быть выражены следующим образом:

$$B_j(\mathbf{\rho}'') = \int \tilde{B}_j(\mathbf{\rho}, \lambda) I_0(\lambda) t_F(\lambda) K_C(\lambda) d\lambda,$$

где $I_0(\lambda)$ – спектральная плотность мощности источника освещения, $t_F(\lambda)$ – коэффициент пропускания светофильтра, $K_C(\lambda)$ – аппаратная функция, учитывающая спектральную чувствительность камеры и другие приборные факторы, $\mathbf{\rho}$ – радиус-вектор точки предметной плоскости, отображаемый в точку $\mathbf{\rho}'' = (x'', y'')$; $\tilde{B}_j(\mathbf{\rho}, \lambda)$ – коэффициенты передачи поляризованных компонент, выражаемые через элементы матрицы Мюллера \mathbf{M}_S по формулам (1.40–1.43). В настоящей работе использовались интерференционные светофильтры с узкой полосой пропускания, поэтому в дальнейшем мы будем считать, что полоса пропускания используемых светофильтров столь мала, что изменением коэффициентов $\tilde{B}_j(\mathbf{\rho}, \lambda)$ в пределах этой полосы можно пренебречь, так что коэффициенты B_j можно представить в виде

$$B_j(\mathbf{\rho}'') = k_p \tilde{B}_j(\mathbf{\rho}, \lambda_F), \quad (1.45)$$

где λ_F – длина волны максимального пропускания фильтра и k_p – некоторая константа. В дальнейшем аргумент λ_F у функции $\tilde{B}_j(\mathbf{\rho}, \lambda_F)$ для краткости будет опущен. При анализе карт будет использоваться следующее свойство коэффициентов $\tilde{B}_j(\mathbf{\rho})$: при азимутальном повороте некоторого домена образца на угол ξ коэффициенты \tilde{B}_j , характеризующие его пропускание, преобразуются следующим образом [98]:

$$\tilde{B}_{0AR} = \tilde{B}_{0BR}, \quad \tilde{B}_{1AR} = \tilde{B}_{1BR}, \quad \tilde{B}_{3AR} = \tilde{B}_{3BR}, \quad (1.46)$$

$$\tilde{B}_{2AR} = \tilde{B}_{2BR} \cos 4\xi - \tilde{B}_{4BR} \sin 4\xi, \quad (1.47)$$

$$\tilde{B}_{4AR} = \tilde{B}_{2BR} \sin 4\xi + \tilde{B}_{4BR} \cos 4\xi, \quad (1.48)$$

$$\tilde{B}_{5AR} = \tilde{B}_{5BR} \cos 2\xi - \tilde{B}_{6BR} \sin 2\xi, \quad (1.49)$$

$$\tilde{B}_{6AR} = \tilde{B}_{5BR} \sin 2\xi + \tilde{B}_{6BR} \cos 2\xi, \quad (1.50)$$

$$\tilde{B}_{7\text{AR}} = \tilde{B}_{7\text{BR}} \cos 2\xi - \tilde{B}_{8\text{BR}} \sin 2\xi, \quad (1.51)$$

$$\tilde{B}_{8\text{AR}} = \tilde{B}_{7\text{BR}} \sin 2\xi + \tilde{B}_{8\text{BR}} \cos 2\xi, \quad (1.52)$$

где $\tilde{B}_{j\text{BR}}$ – значение коэффициента \tilde{B}_j до поворота домена, $\tilde{B}_{j\text{AR}}$ – значение коэффициента \tilde{B}_j после поворота домена. Из формул (1.46–1.52) видно, что коэффициенты \tilde{B}_0 , \tilde{B}_1 , \tilde{B}_3 , а также величины $\sqrt{\tilde{B}_1^2 + \tilde{B}_3^2}$, $\sqrt{\tilde{B}_2^2 + \tilde{B}_4^2}$, $\sqrt{\tilde{B}_5^2 + \tilde{B}_6^2}$ и $\sqrt{\tilde{B}_7^2 + \tilde{B}_8^2}$ являются инвариантными относительно азимутальной ориентации домена.

Получение карт коэффициентов $B_j(\boldsymbol{\rho}'')$ является ключевым этапом методики. Кроме карт этих параметров, в данной методике используются карты характеристических углов $\nu(\boldsymbol{\rho}'')$ и $\phi(\boldsymbol{\rho}'')$, а также приведенной фазовой задержки $\Delta_r(\boldsymbol{\rho}'')$, которые рассчитываются через коэффициенты $B_j(\boldsymbol{\rho}'')$ следующим образом:

$$\cos 4\nu(\boldsymbol{\rho}'') = \frac{B_2(\boldsymbol{\rho}'')}{C_2(\boldsymbol{\rho}'')}, \quad \sin 4\nu(\boldsymbol{\rho}'') = \frac{B_4(\boldsymbol{\rho}'')}{C_2(\boldsymbol{\rho}'')}, \quad (1.53)$$

$$\sin 2\phi(\boldsymbol{\rho}'') = -\frac{B_3(\boldsymbol{\rho}'')}{C_1(\boldsymbol{\rho}'')}, \quad \cos 2\phi(\boldsymbol{\rho}'') = \frac{B_1(\boldsymbol{\rho}'')}{C_1(\boldsymbol{\rho}'')}, \quad (1.54)$$

$$\cos\left(\frac{\Delta_r(\boldsymbol{\rho}'')}{2}\right) = \frac{\sqrt{C_1(\boldsymbol{\rho}'')}}{C_0(\boldsymbol{\rho}'')}, \quad \sin\left(\frac{\Delta_r(\boldsymbol{\rho}'')}{2}\right) = \frac{\sqrt{C_2(\boldsymbol{\rho}'')}}{C_0(\boldsymbol{\rho}'')}, \quad (1.55)$$

где

$$C_1(\boldsymbol{\rho}'') = \sqrt{B_1^2(\boldsymbol{\rho}'') + B_3^2(\boldsymbol{\rho}'')}, \quad C_2(\boldsymbol{\rho}'') = \sqrt{B_2^2(\boldsymbol{\rho}'') + B_4^2(\boldsymbol{\rho}'')},$$

$$C_0(\boldsymbol{\rho}'') = C_1(\boldsymbol{\rho}'') + C_2(\boldsymbol{\rho}''),$$

$$\nu(\boldsymbol{\rho}'') \in [-\pi/4, \pi/4], \quad \phi(\boldsymbol{\rho}'') \in [-\pi/2, \pi/2],$$

$$\Delta_r(\boldsymbol{\rho}'') \in [0, \pi].$$

Характеристические углы ν и ϕ имеют простой физический смысл, когда поляризационно-зависимые потери в ЖК слое являются пренебрежимо малыми. В этом случае эти углы специфицируют ориентацию так называемых первичной и вторичной характеристических осей [133–135] (направлений ориентации поляризатора и анализатора, при которых домен выглядит наиболее ярким, см. рис. 1.13). Угол ν специфицирует ориентацию так называемых поляризационных срединных осей (оси 1 и 2 на рис. 1.14). Для нехиральных доменов, а также в условиях реализации так называемого квазиadiaбатического режима распространения света (adiaбатический режим характеризуется тем, что при падении на слой линейно поляризованного света с плоскостью поляризации, параллельной главной оптической плоскости

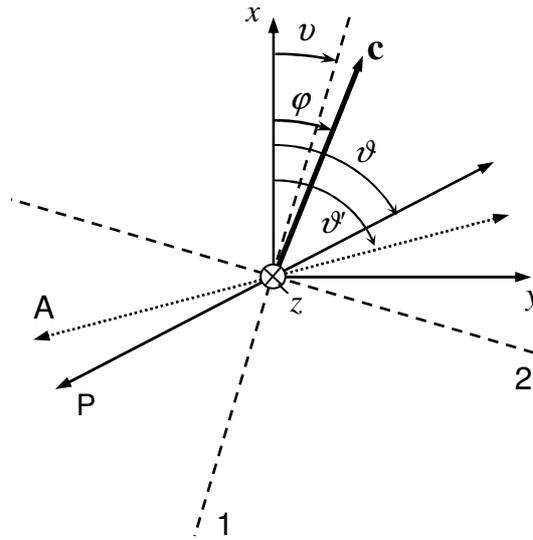


Рис. 1.13. Ориентация поляризатора и анализатора, при которой домен выглядит наиболее ярким

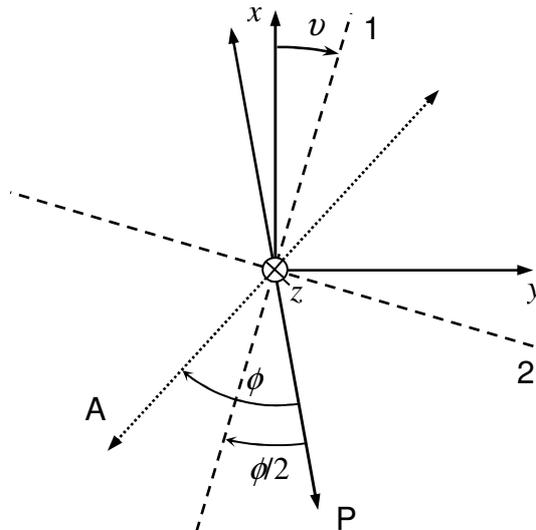


Рис. 1.14. Спецификация ориентации поляризатора, анализатора, поляризационных срединных осей (1 и 2) и оптической оси c .

на фронтальной границе слоя, прошедший свет будет иметь линейную поляризацию с плоскостью поляризации, параллельной главной оптической плоскости на задней границе слоя; квазиadiaбатическим называют близкий к этому режим распространения света), приведенная фазовая задержка Δ_r связана с реальной фазовой задержкой δ домена, определяемой выражениями (1.23) и (1.24), следующим соотношением:

$$\cos^2(\Delta_r/2) = \cos^2 \delta. \quad (1.56)$$

При реализации адиабатического режима также выполняются следующие соотношения [11,132]:

$$\cos 2\phi = \cos 2\Phi, \quad \sin 2\phi = \sin 2\Phi, \quad (1.57)$$

где Φ – угол закрученности структуры. Кроме того, в настоящей работе используется подход, основанный на анализе карт параметров

$$A_j(\rho'') \equiv B_j(\rho'') / C_0(\rho'') \quad (j=1,2,3,4). \quad (1.58)$$

Из (1.44), (1.45) и (1.58) видно, что

$$A_j(\rho'') = \tilde{A}_j(\rho). \quad (1.59)$$

Ниже приведены некоторые свойства характеристических параметров $\mathcal{U}(\rho'')$, $\phi(\rho'')$, $\Delta_r(\rho'')$, а также параметров $A_j(\rho'')$ которые являются полезными для количественной и качественной характеристики структуры ЖК слоя:

1. Для оптически изотропных доменов и ЖК доменов с гомеотропной ориентацией параметры A_2, A_3, A_4, ϕ и Δ_r равны 0, а $A_1 = 1$ (угол ν является неопределенным).
2. Параметры A_1, A_3, ϕ и Δ_r для домена с любой структурой являются инвариантными по отношению к любым азимутальным поворотам этого домена. Поэтому эти параметры будут одинаковыми для доменов с идентичной структурой, но различной азимутальной ориентацией.
3. Параметры A_1, A_3, ϕ и Δ_r для любого домена инвариантны относительно поворота домена на 180° вокруг оси, параллельной границам ЖК слоя.
4. Для энантиоморфных доменов значения параметров A_1 и Δ_r равны, а параметры A_3 и ϕ отличаются только знаком.
5. Если у домена есть плоскость симметрии или центр симметрии, A_3 и ϕ равны нулю.
6. Если у домена имеется плоскость симметрии, перпендикулярная границам слоя, одна из срединных осей (рис. 1.14) является параллельной этой плоскости.
7. Если у домена есть ось симметрии C_2 , параллельная границам слоя (см. рис. 1.15), одна из срединных поляризационных осей параллельна этой оси. В этом случае ν не зависит от λ (это надежный показатель наличия такой оси симметрии у хиральных доменов).

Техническая реализация и методика измерений. Измерительная часть экспериментальной установки для картирования создана на основе поляризационного микроскопа ПОЛАМ Л-213 (ЛОМО, Санкт-Петербург). К микроскопу с помощью тубусной насадки подсоединена измерительная 12-битная цифровая видеокамера Видеоскан-285/П-2001 (Видеоскан, Москва).

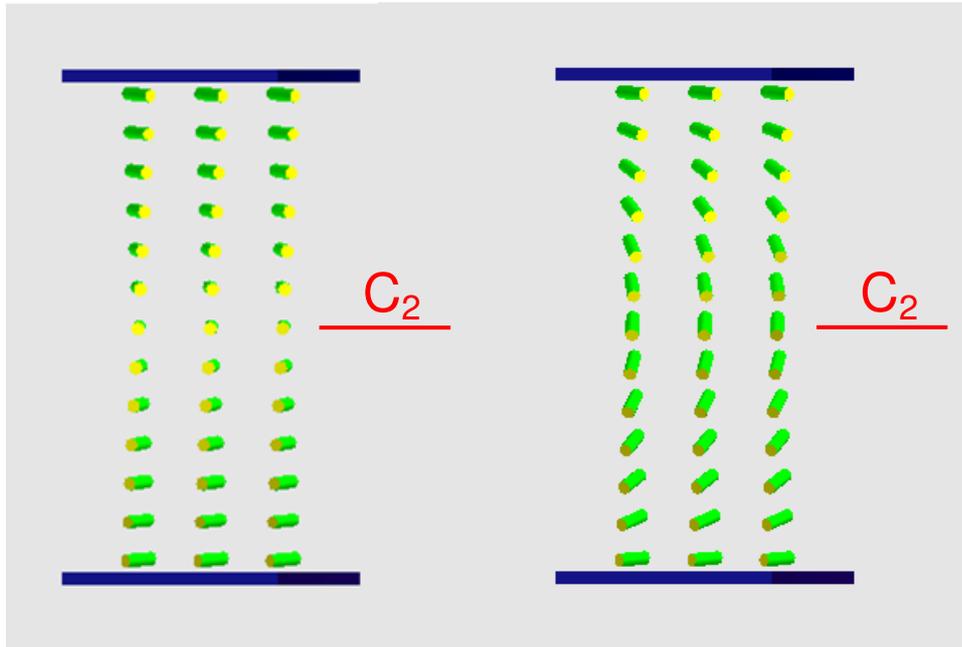


Рис. 1.15. Ось симметрии C_2 для хиральных доменов.

Сигнал с видеокамеры поступает в компьютер, снабженный программами для захвата и обработки изображений. При измерениях используется особый способ регистрации данных, позволяющий учитывать флуктуации интенсивности источника и темнового тока ПЗС-матрицы камеры. Этот способ регистрации и сама установка подробно описаны в работе [132]. При обработке исходных изображений вводятся поправки на частичную поляризацию света, падающего на поляризатор, и на смещения изображения при повороте анализатора.

В стандартной методике коэффициенты B_i рассчитываются по 16 изображениям исследуемого образца, снятым при следующих 16 установках поляризатора и анализатора (ϑ , ϑ'): $(0^\circ, 0^\circ)$, $(0^\circ, 45^\circ)$, $(0^\circ, 90^\circ)$, $(0^\circ, -45^\circ)$, $(45^\circ, 0^\circ)$, $(45^\circ, 45^\circ)$, $(45^\circ, 90^\circ)$, $(45^\circ, -45^\circ)$, $(90^\circ, 0^\circ)$, $(90^\circ, 45^\circ)$, $(90^\circ, 90^\circ)$, $(90^\circ, -45^\circ)$, $(-45^\circ, 0^\circ)$, $(-45^\circ, 45^\circ)$, $(-45^\circ, 90^\circ)$, $(-45^\circ, -45^\circ)$. В одном из реализованных в программе вариантов расчета карт коэффициентов B_i по откорректированным изображениям, эти коэффициенты вычисляются с помощью следующих выражений [132]:

$$B_0 = (v_{0022} + v_{0220} + v_{1133} + v_{1331} + v_{1032} + v_{1230} + v_{0321} + v_{0123}) / 8,$$

$$B_1 = (q_{12p} + q_{12m}) / 4,$$

$$B_2 = (q_{12p} - q_{12m}) / 4,$$

$$B_3 = (q_{34p} + q_{34m}) / 4, \quad B_4 = (q_{34p} - q_{34m}) / 4,$$

$$B_5 = (w_{0022} + w_{0220} + w_{0123} + w_{0321}) / 4,$$

$$B_6 = (w_{0022} - w_{0220} + w_{1032} - w_{1230}) / 4,$$

$$B_7 = (w_{1032} + w_{1230} + w_{1133} + w_{1331}) / 4,$$

$$B_8 = (w_{0123} - w_{0321} + w_{1133} - w_{1331}) / 4,$$

где

$$w_{0022} = I(0^\circ, 0^\circ) - I(90^\circ, 90^\circ), \quad v_{0022} = I(0^\circ, 0^\circ) + I(90^\circ, 90^\circ),$$

$$w_{0220} = I(0^\circ, 90^\circ) - I(90^\circ, 0^\circ), \quad v_{0220} = I(0^\circ, 90^\circ) + I(90^\circ, 0^\circ),$$

$$w_{0123} = I(0^\circ, 45^\circ) - I(90^\circ, -45^\circ), \quad v_{0123} = I(0^\circ, 45^\circ) + I(90^\circ, -45^\circ),$$

$$w_{0321} = I(0^\circ, -45^\circ) - I(90^\circ, 45^\circ), \quad v_{0321} = I(0^\circ, -45^\circ) + I(90^\circ, 45^\circ),$$

$$w_{1032} = I(45^\circ, 0^\circ) - I(-45^\circ, 90^\circ), \quad v_{1032} = I(45^\circ, 0^\circ) + I(-45^\circ, 90^\circ),$$

$$w_{1230} = I(45^\circ, 90^\circ) - I(-45^\circ, 0^\circ), \quad v_{1230} = I(45^\circ, 90^\circ) + I(-45^\circ, 0^\circ),$$

$$w_{1133} = I(45^\circ, 45^\circ) - I(-45^\circ, -45^\circ), \quad v_{1133} = I(45^\circ, 45^\circ) + I(-45^\circ, -45^\circ),$$

$$w_{1331} = I(45^\circ, -45^\circ) - I(-45^\circ, 45^\circ), \quad v_{1331} = I(45^\circ, -45^\circ) + I(-45^\circ, 45^\circ),$$

$$q_{12p} = v_{0022} - v_{0220}, \quad q_{12m} = v_{1133} - v_{1331},$$

$$q_{34p} = v_{1032} - v_{1230}, \quad q_{34m} = v_{0321} - v_{0123},$$

$I(\alpha, \beta)$ – яркость в данной точке изображения для снимка, полученного при $\vartheta = \alpha$ и $\vartheta = \beta$.

При выполнении настоящей работы для улучшения точности определения картируемых параметров в программу обработки изображений были внесены изменения. Они перечислены в разделе 3.2.1.

Глава 2. Корреляционная теория рассеяния света на мозаичных двулучепреломляющих слоях

В настоящей главе предлагается новый теоретический подход к задаче о рассеянии света на мозаичных двулучепреломляющих слоях, основанный на методе обобщенных матриц Мюллера (раздел 1.4) и использующий приближение прямых лучей (раздел 1.3.2). Сам подход описан в разделах 2.1–2.2. В разделах 2.3–2.4 исследуется связь формы угловых спектров линейно поляризованных компонент света, рассеянного на статистически-вращательно инвариантных случайно-неоднородных мозаичных двулучепреломляющих слоях с корреляционными структурными характеристиками слоев. В разделе 2.5 выводится удобное представление обобщенной матрицы Мюллера для эквидоменных и квазиэквидоменных слоев. В разделах 2.6–2.7 выявляются особенности рассеяния света на статистически вращательно-инвариантных эквидоменных слоях. В разделе 2.8 рассматриваются свойства рассеяния статистически вращательно-неинвариантных SMB и NPMB слоев (см. раздел 1.3.3). В разделе 2.9 оцениваются границы применимости приближения прямых лучей.

2.1. Обобщенные матрицы Мюллера для рассеянной и нерассеянной компонент прошедшего света

Пусть однородно поляризованный коллимированный пучок падает в нормальном направлении на мозаичный слой. Следуя [10,11,32–39,41,42,44–49,95–104], мы аппроксимируем слой плоским бесконечно протяженным амплитудно-фазовым экраном, находящимся в плоскости $z=0$ декартовой системы координат (x, y, z) , характеристики локального пропускания которого соответствуют характеристикам пропускания слоя в приближении прямых лучей (direct ray approximation, DRA; см. раздел 1.3.2). Это приближение применимо, если характерный масштаб неоднородностей слоя намного больше длины волны падающего света и если слой настолько тонок, что расходимостью падающего пучка внутри него можно пренебречь [97,98]. Проведенные нами численные эксперименты (см. разд. 2.9) показали, что DRA способно обеспечить хорошую точность оценки параметров рассеяния SMB и NPMB слоев с толщиной до десяти длин волн и $\Delta n=0.2$ (типичное значение Δn для низкомолекулярных ЖК), если на расстояниях порядка длины волны изменение угла φ не превышает 15° в случае SMB слоев и 8° в случае NPMB слоев. Эти условия часто выполняются для слоев низкомолекулярных ЖК, гораздо реже – для слоев полимерных ЖК [9,66].

Для описания спектральных и корреляционных свойств падающего и прошедшего полей мы будем использовать обобщенные векторы Стокса (раздел 1.4). Здесь и далее мы опускаем аргумент ω (круговая частота) у всех функций и записываем обобщенные векторы Стокса в плоскости $z = 0$ как функции от $\mathbf{\rho}_1=(x_1, y_1)$ и $\mathbf{\rho}_2=(x_2, y_2)$. Обобщенный вектор Стокса поля в плоскости $z = 0$ непосредственно за экраном может быть выражен следующим образом:

$$\mathbf{S}_o(\mathbf{\rho}_1, \mathbf{\rho}_2) = \mathbf{M}(\mathbf{\rho}_1, \mathbf{\rho}_2) \mathbf{S}_i(\mathbf{\rho}_1, \mathbf{\rho}_2), \quad (2.1)$$

где $\mathbf{M}(\mathbf{\rho}_1, \mathbf{\rho}_2)$ – обобщенная матрица Мюллера [126] (раздел 1.4). Здесь и далее считаем, что все векторы состояния и матричные операторы представлены в системе координат (x, y, z) .

Представим обобщенный вектор Стокса падающего пучка $\mathbf{S}_i(\mathbf{\rho}_1, \mathbf{\rho}_2)$ в плоскости $z = 0$ непосредственно перед экраном в виде

$$\mathbf{S}_i(\mathbf{\rho}_1, \mathbf{\rho}_2) = g(\mathbf{\rho}_1, \mathbf{\rho}_2) \mathbf{S}_{P-i}, \quad (2.2)$$

где $g(\mathbf{\rho}_1, \mathbf{\rho}_2)$ – скалярная функция, удовлетворяющая условию:

$$\int g(\mathbf{\rho}, \mathbf{\rho}) d^2 \mathbf{\rho} = 1, \quad (2.3)$$

и \mathbf{S}_{P-i} – интегральный вектор Стокса [125] падающего пучка (раздел 1.4). Если спектральная компонента падающего пучка имеет форму гауссовского пучка (полная пространственная когерентность; раздел 1.5.1), то, используя (1.33), (1.34), (2.2) и (2.3), а также математическое свойство [136]

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}}, \quad (2.4)$$

находим, что

$$g(\mathbf{\rho}_1, \mathbf{\rho}_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_S^2\Delta_G^2(z_0)} \exp\left[-\frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{4\sigma_S^2\Delta_G^2(z_0)}\right] \exp\left[\frac{ik(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{2R_G(z_0)}\right], \quad (2.5)$$

$$\Delta_G(z_0) = \sqrt{1 + \left(\frac{z_0}{2k\sigma_S^2}\right)^2}, \quad R_G(z_0) = z_0 \left[1 + \left(\frac{2k\sigma_S^2}{z_0}\right)^2\right],$$

где z_0 – расстояние от минимальной перетяжки пучка до плоскости $z = 0$, σ_S – минимальный радиус пучка, $\rho_1 = |\mathbf{\rho}_1|$, $\rho_2 = |\mathbf{\rho}_2|$, $k = \omega/c$, и c – скорость света в вакууме. Если спектральная компонента падающего пучка имеет форму гауссовского пучка модели Шелла (частичная пространственная когерентность; раздел 1.5.2) [121], то, используя (1.33), (1.37) и (2.2–2.4), находим

$$g(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_s^2\Delta^2(z_0)} \exp\left[-\frac{(\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2)^2}{8\sigma_s^2\Delta^2(z_0)}\right] \exp\left[-\frac{(\boldsymbol{\rho}_2 - \boldsymbol{\rho}_1)^2}{2\mu^2\Delta^2(z_0)}\right] \exp\left[\frac{ik(\rho_2^2 - \rho_1^2)}{2R_{GS}(z_0)}\right], \quad (2.6)$$

$$\frac{1}{\mu^2} = \frac{1}{(2\sigma_s)^2} + \frac{1}{\sigma_g^2},$$

$$\Delta(z_0) = \sqrt{1 + \left(\frac{z_0}{k\sigma_s\mu}\right)^2}, \quad R_{GS}(z_0) = z_0 \left[1 + \left(\frac{k\sigma_s\mu}{z_0}\right)^2\right], \quad (2.7)$$

где σ_g – поперечная длина когерентности. Если

$$\sigma_g \rightarrow \infty,$$

и, следовательно, $\mu = 2\sigma_s$, (2.6) сводится к (2.5).

Спектральные и поляризационные свойства прошедшего поля в дальней зоне ($z_d \gg R_b$, где R_b – радиус пучка, z_d – расстояние от экрана до плоскости детектирования; см. рис. 2.1) могут быть описаны с помощью одноточечного спектрального вектора Стокса $\mathbf{S}_o^{(\infty)}(\mathbf{r}_s)$, который может быть выражен через $\mathbf{S}_o(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)$ следующим образом [123] (раздел 1.4):

$$\mathbf{S}_o^{(\infty)}(\mathbf{r}_s) = \frac{k^2}{(2\pi r_0)^2} \cos^2 \zeta \iint \mathbf{S}_o(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \exp[-iks_{\perp} \mathbf{R}] d^2\boldsymbol{\rho}_1 d^2\boldsymbol{\rho}_2, \quad (2.8)$$

где $\mathbf{r}_s = r_0 \mathbf{s}$ – радиус-вектор точки в плоскости $z = z_d$, \mathbf{s} – единичный вектор в направлении \mathbf{r}_s , ζ – угол между \mathbf{s} и положительной осью z , $k = 2\pi/\lambda$, \mathbf{s}_{\perp} – проекция вектора \mathbf{s} на плоскость $z = 0$ и $\mathbf{R} = \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2$ (рис. 2.1). Интегрирование ведется по освещенной площади фазового экрана. Подстановка (2.1) и (2.2) в (2.8) и замена переменных $\boldsymbol{\rho}_1$ и $\boldsymbol{\rho}_2$ на $\boldsymbol{\rho}_0 = (\boldsymbol{\rho}_1 + \boldsymbol{\rho}_2)/2$ и $\mathbf{R} = \boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2$ приводят к следующему выражению:

$$\mathbf{S}_o^{(\infty)}(\mathbf{r}_s) = \frac{k^2}{(2\pi r_0)^2} \cos^2 \zeta \left[\int \exp(-iks_{\perp} \mathbf{R}) \left(\int \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_0, \mathbf{R}) g(\boldsymbol{\rho}_0, \mathbf{R}) d^2\boldsymbol{\rho}_0 \right) d^2\mathbf{R} \right] \mathbf{S}_{P-i}, \quad (2.9)$$

Для того чтобы иметь возможность анализировать свойства нерассеянной и рассеянной компонент отдельно, сделаем некоторые допущения относительно структуры экрана. Будем считать, что экран является макроскопически однородным в масштабе R_{hom} (*масштаб гомогенизации*) и что свойства падающего поля на масштабе R_{hom} изменяются медленно. Уточним, что здесь имеется в виду. Обозначим среднее от $\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_0, \mathbf{R})$, взятое по области $\boldsymbol{\rho}_0 \in \Omega_{\boldsymbol{\rho}', R'}$, где $\Omega_{\boldsymbol{\rho}', R'}$ – круговая область с центром в $\boldsymbol{\rho}'$ и радиусом R' , как

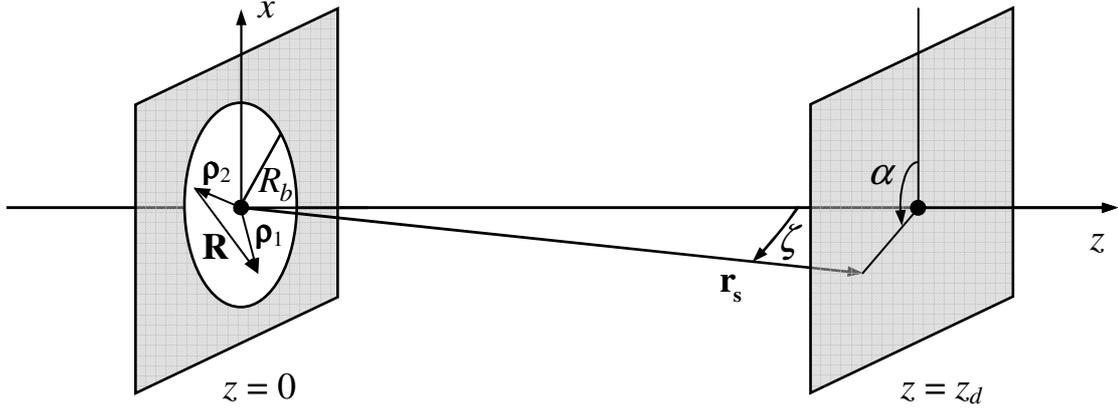


Рисунок 2.1. Рассматриваемая геометрия эксперимента.

$\langle \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_0, \mathbf{R}) \rangle_{\boldsymbol{\rho}', R'}$. Под макроскопической однородностью мы понимаем то, что при достаточно больших значениях R' $\langle \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_0, \mathbf{R}) \rangle_{\boldsymbol{\rho}', R'}$ изменяется с изменением $\boldsymbol{\rho}'$ незначительно, слегка флуктуируя вокруг значения $\mathbf{M}_A(\mathbf{R}) = \langle \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_0, \mathbf{R}) \rangle_A$, где $\langle \cdot \rangle_A$ обозначает усреднение по всей площади фазового экрана. Масштаб R_{hom} может быть определен как наименьшее значение R' , при котором, как и при любых больших R' , зависимость $\langle \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_0, \mathbf{R}) \rangle_{\boldsymbol{\rho}', R'}$ от $\boldsymbol{\rho}'$ можно пренебречь, то есть при любом $\boldsymbol{\rho}'$

$$\langle \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_0, \mathbf{R}) \rangle_{\boldsymbol{\rho}', R'} \approx \mathbf{M}_A(\mathbf{R}), \quad (2.10)$$

и область $\Omega_{\boldsymbol{\rho}', R_{\text{hom}}}$ может считаться репрезентативной. Скорость пространственного изменения параметров падающего пучка в нашем рассмотрении определяется функцией $g(\boldsymbol{\rho}_0, \mathbf{R})$. Ее, как функцию от $\boldsymbol{\rho}_0$, мы считаем медленной функцией в масштабе R_{hom} . Пусть, например, рассматриваемая монохроматическая компонента падающего пучка является гауссовским пучком модели Шелла. Тогда подстановка (2.6) в (2.9) дает

$$\mathbf{S}_0^{(\infty)}(\mathbf{r}_s) = \frac{k^2}{(2\pi r_0)^2} \cos^2 \zeta \mathbf{I}_1(\mathbf{s}_\perp) \mathbf{S}_{P-i},$$

$$\mathbf{I}_1(\mathbf{s}_\perp) = \frac{1}{2\pi\sigma_S^2 \Delta^2(z_0)} \int \mathbf{I}_R(\mathbf{R}) \exp(-iks_\perp \mathbf{R}) \exp\left[-\frac{R^2}{2\mu^2 [\Delta(z_0)]^2}\right] d^2 \mathbf{R}, \quad (2.11)$$

$$\mathbf{I}_R(\mathbf{R}) = \int \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_0, \mathbf{R}) \exp\left[-\frac{\rho_0^2}{2\sigma_S^2 [\Delta(z_0)]^2}\right] \exp\left[\frac{ik\mathbf{R}\boldsymbol{\rho}_0}{R_{GS}(z_0)}\right] d^2 \boldsymbol{\rho}_0. \quad (2.12)$$

В интеграл в (2.12) входят все множители $g(\boldsymbol{\rho}_0, \mathbf{R})$, которые зависят от $\boldsymbol{\rho}_0$. Мы считаем, что эти множители при любых \mathbf{R} и z_0 практически не изменяются при изменении $\boldsymbol{\rho}_0$ на вектор, длина которого меньше или равна R_{hom} . Из (2.7) и (2.12) следует, что это условие выполняется, если

$$R_{\text{hom}} \ll \delta,$$

то есть когда масштаб гомогенизации намного меньше, чем ширина пучка в перетяжке и радиус когерентности пучка в перетяжке.

Сделанные предположения позволяют заменить матрицу $\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_0, \mathbf{R})$ на $\langle \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}, \mathbf{R}) \rangle_{\boldsymbol{\rho}_0, R_{\text{hom}}}$ при интегрировании по $\boldsymbol{\rho}_0$ в (2.9) и воспользоваться соотношением (2.10), что приводит к следующему выражению:

$$\mathbf{S}_0^{(\infty)}(\mathbf{r}_s) \approx \frac{k^2}{(2\pi r_0)^2} \cos^2 \zeta \left[\int \mathbf{M}_A(\mathbf{R}) G(\mathbf{R}) \exp(-iks_{\perp} \mathbf{R}) d^2 \mathbf{R} \right] \mathbf{S}_{P-i}, \quad (2.13)$$

где

$$G(\mathbf{R}) = \int g(\boldsymbol{\rho}_0, \mathbf{R}) d^2 \boldsymbol{\rho}_0.$$

Представим матрицу Джонса локального пропускания слоя в виде

$$\mathbf{T}(\boldsymbol{\rho}) = \bar{\mathbf{T}} + \tilde{\mathbf{T}}(\boldsymbol{\rho}), \quad (2.14)$$

где

$$\bar{\mathbf{T}} = \langle \mathbf{T}(\boldsymbol{\rho}) \rangle_A$$

$$\tilde{\mathbf{T}}(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{T}(\boldsymbol{\rho}) - \bar{\mathbf{T}}.$$

Тогда функцию $\mathbf{M}_A(\mathbf{R})$ можно представить в виде суммы:

$$\mathbf{M}_A(\mathbf{R}) = \bar{\mathbf{M}} + \tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{R}), \quad (2.15)$$

где

$$\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{L}(\bar{\mathbf{T}} \otimes \bar{\mathbf{T}}^*) \mathbf{L}^{-1}, \quad (2.16)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{R}) = \left\langle \mathbf{L}(\tilde{\mathbf{T}}(\boldsymbol{\rho}_0 + \mathbf{R}/2) \otimes \tilde{\mathbf{T}}^*(\boldsymbol{\rho}_0 - \mathbf{R}/2)) \mathbf{L}^{-1} \right\rangle_A, \quad (2.17)$$

Из (2.15) и (2.16) видно, что нерассеянная компонента присутствует в прошедшем свете тогда и только тогда, когда $\bar{\mathbf{T}}$ не является нулевой матрицей. Одноточечный вектор Стокса этой компоненты может быть выражен как

$$\mathbf{S}_{\text{nonsc}}(\mathbf{r}_s) \approx \frac{k^2}{(2\pi r_0)^2} \cos^2 \zeta \bar{\mathbf{M}} \mathbf{S}_{P-i} \int G(\mathbf{R}) \exp(-iks_{\perp} \mathbf{R}) d^2 \mathbf{R}. \quad (2.18)$$

Одноточечный вектор Стокса падающего поля в плоскости $z = z_d$ в отсутствие фазового экрана может быть выражен следующим образом:

$$\mathbf{S}_{\text{inc}}(\mathbf{r}_s) = \frac{k^2}{(2\pi r_0)^2} \cos^2 \zeta \mathbf{S}_{\text{P-i}} \int G(\mathbf{R}) \exp(-iks_{\perp} \mathbf{R}) d^2 \mathbf{R}. \quad (2.19)$$

Из сравнения (2.18) и (2.19) видно, что

$$\mathbf{S}_{\text{nonsc}}(r_0, \mathbf{s}_{\perp}) \approx \bar{\mathbf{M}} \mathbf{S}_{\text{inc}}(r_0, \mathbf{s}_{\perp}). \quad (2.20)$$

Интегрирование (2.20) по плоскости $z = z_d$ дает

$$\mathbf{S}_{\text{Pnonsc}} \approx \bar{\mathbf{M}} \mathbf{S}_{\text{P-i}}.$$

где $\mathbf{S}_{\text{Pnonsc}}$ – интегральный вектор Стокса нерассеянной компоненты.

Будем считать, что корреляции флуктуаций $\tilde{\mathbf{T}}(\boldsymbol{\rho})$ являются существенными только при значениях \mathbf{R} , лежащих в пределах круга радиусом R_{cor} (*радиус корреляции*), и, следовательно, при любом \mathbf{R} с $|\mathbf{R}| > R_{\text{cor}}$ отличием элементов $\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{R})$ от нуля можно пренебречь. Сделанные предположения относительно свойств падающего пучка позволяют говорить о $G(\mathbf{R})$ как о достаточно медленной функции в масштабе R_{cor} , чтобы предположить, что

$$G(\mathbf{R}) \approx G(\mathbf{0}) = 1 \quad (2.21)$$

для всех \mathbf{R} с $|\mathbf{R}| < R_{\text{cor}}$, где $\mathbf{0} \equiv (0, 0)$. Подставляя (2.15) в (2.13) и используя (2.21) при интегрировании, получаем следующую удобную оценку для одноточечного вектора Стокса рассеянной компоненты в дальней зоне:

$$\mathbf{S}_{\text{sc}}(\mathbf{r}_s) \approx \frac{k^2}{(2\pi r_0)^2} \cos^2 \zeta \left[\int \tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{R}) \exp(-iks_{\perp} \mathbf{R}) d^2 \mathbf{R} \right] \mathbf{S}_{\text{P-i}}. \quad (2.22)$$

Для примера определим условие выполнения приближенного равенства (2.21) в случае, когда спектральная компонента падающего пучка имеет форму гауссовского пучка модели Шелла. Подстановка (2.12) в (2.11) с учетом (2.10) и математического соотношения [136]

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-ax^2} e^{2bx} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} e^{\frac{b^2}{a}}, \quad (2.23)$$

дает

$$\mathbf{I}_1(\mathbf{s}_{\perp}) = \int \mathbf{M}_A(\mathbf{R}) \exp\left(-\frac{R^2}{2\mu^2}\right) \exp(-iks_{\perp} \mathbf{R}) d^2 \mathbf{R}. \quad (2.24)$$

В (2.24) можно считать, что приближенное равенство

$$\exp\left(-\frac{R^2}{2\mu^2}\right) \approx 1$$

выполняется, если выполняется соотношение

$$R_{\text{cor}} \ll \delta. \quad (2.25)$$

2.2. Коэффициенты диффузного и направленного пропускания

Первый элемент интегрального вектора Стокса падающего пучка \mathbf{S}_{P-i} имеет смысл полного потока энергии F_i спектральной компоненты (точнее, спектральной плотности потока энергии) падающего пучка, переносимого через поперечное сечение пучка:

$$F_i = S_{P-i0},$$

где S_{P-i0} – первый элемент \mathbf{S}_{P-i} . Полный поток энергии спектральной компоненты прошедшего поля через плоскость $z = \text{const}$ может быть выражен через $\mathbf{S}_o(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)$ (2.1) следующим образом:

$$F_o = \left[\int \mathbf{S}_o(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}) d^2\boldsymbol{\rho} \right]_0, \quad (2.26)$$

где $[\mathbf{S}]_0$ – первый элемент вектора Стокса \mathbf{S} . Интеграл берется по освещенной площади фазового экрана в плоскости $z = 0$, как и в (2.8). Подстановка (2.1) в (2.26) и использование представления (2.2) дают

$$F_o = \left[\left(\int g(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}) \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}) d^2\boldsymbol{\rho} \right) \mathbf{S}_{P-i} \right]_0,$$

Используя (2.10) и (2.3), находим

$$F_o \approx [\mathbf{M}_A(\mathbf{0}) \mathbf{S}_{P-i}]_0. \quad (2.27)$$

Представление (2.15) позволяет представить (2.27) в виде суммы

$$F_o \approx F_{\text{nonsc}} + F_{\text{sc}},$$

где

$$F_{\text{nonsc}} = [\mathbf{S}_{P\text{nonsc}}]_0$$

– поток энергии спектральной компоненты нерассеянной компоненты и

$$F_{\text{sc}} = [\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{0}) \mathbf{S}_{P-i}]_0$$

– поток энергии спектральной компоненты рассеянной компоненты. Тогда коэффициент направленного (коллимированного) пропускания фазового экрана выражается следующим образом:

$$t_C \equiv \frac{F_{\text{nonsc}}}{F_i} \approx \frac{[\bar{\mathbf{M}} \mathbf{S}_{P-i}]_0}{S_{P-i0}}, \quad (2.28)$$

а коэффициент диффузного пропускания – следующим образом:

$$t_D \equiv \frac{F_{\text{sc}}}{F_i} \approx \frac{[\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{0}) \mathbf{S}_{P-i}]_0}{S_{P-i0}}. \quad (2.29)$$

Коэффициент полного (интегрального) пропускания, определяемый как отношение потока энергии спектральной компоненты прошедшего поля к потоку энергии спектральной компоненты падающего пучка через плоскость $z = \text{const}$ может быть выражен как

$$t_{\text{TOT}} \equiv \frac{F_o}{F_i} \approx \frac{[\bar{\mathbf{M}}\mathbf{S}_{P-i}]_0 + [\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{0})\mathbf{S}_{P-i}]_0}{S_{P-i0}}. \quad (2.30)$$

2.3. Общий вид обобщенной матрицы Мюллера для статистически вращательно-инвариантных слоев

Сначала рассмотрим, как преобразуется функция $\mathbf{M}_A(\mathbf{R})$ при азимутальном повороте фазового экрана вокруг оси z на произвольный угол θ . Допустим, что до поворота экрана произвольно взятые радиус-векторы ρ_1 и ρ_2 указывали на точки A_1 и A_2 экрана. Длину разностного вектора $\mathbf{R} = \rho_1 - \rho_2$ обозначим R , а угол, который составляет вектор \mathbf{R} с осью x , обозначим β (рис. 2.2а). После поворота экрана эти же радиус-векторы ρ_1 и ρ_2 будут указывать на точки B_1 и B_2 экрана, на которые до поворота указывали радиус-векторы ρ_{1B} и ρ_{2B} (рис. 2.2). Вектор $\mathbf{R}_B = \rho_{1B} - \rho_{2B}$ имеет длину R и составляет угол $\beta - \theta$ с осью x . Элементарные фрагменты фазового экрана, соответствующие точкам B_1 и B_2 , также оказываются повернутыми на угол θ . Отсюда следует соотношение:

$$\mathbf{M}_{AR}(R, \beta) = \hat{\mathbf{R}}(-\theta)\mathbf{M}_{BR}(R, \beta - \theta)\hat{\mathbf{R}}(\theta), \quad (2.31)$$

где \mathbf{M}_{AR} и \mathbf{M}_{BR} – значения матрицы \mathbf{M}_A до и после поворота экрана (аргументы у \mathbf{M}_{AR} и \mathbf{M}_{BR} определяют векторы \mathbf{R} и \mathbf{R}_B), а $\hat{\mathbf{R}}(\theta)$ – матрица поворота вида

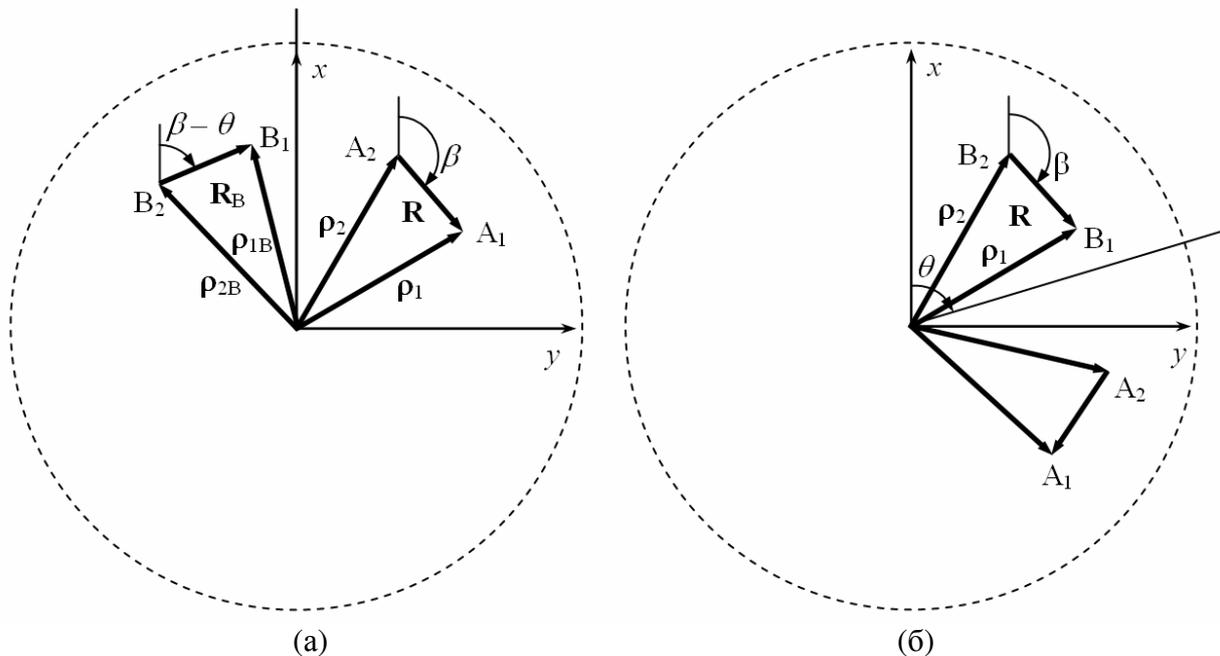


Рис. 2.2. К соотношению (2.31). Положение точек A_1 , A_2 , B_1 , B_2 на фазовом экране до (а) и после (б) поворота фазового экрана.

$$\widehat{\mathbf{R}}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\theta & \sin 2\theta & 0 \\ 0 & -\sin 2\theta & \cos 2\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Если фазовый экран является статистически вращательно-инвариантным, то при любом значении угла поворота θ должно выполняться равенство

$$\mathbf{M}_{\text{AR}}(R, \beta) = \mathbf{M}_{\text{BR}}(R, \beta). \quad (2.32)$$

Из (2.31) и (2.32) следует, что функция $\mathbf{M}_{\text{A}}(R, \beta)$ в этом случае должна отвечать условию

$$\mathbf{M}_{\text{A}}(R, \beta' - \theta) = \widehat{\mathbf{R}}(\theta) \mathbf{M}_{\text{A}}(R, \beta') \widehat{\mathbf{R}}(-\theta) \quad (2.33)$$

при любых значениях β' и θ . Поскольку зависимость элементов матрицы $\mathbf{M}_{\text{A}} = [m_{ij}]$ от β должна быть периодической с периодом 2π , каждый из этих элементов можно представить в виде ряда Фурье:

$$m_{ij}(R, \beta) = \sum_{l=0}^{\infty} c_l^{(ij)}(R) \cos l\beta + s_l^{(ij)}(R) \sin l\beta. \quad (2.34)$$

Подставив (2.34) в (2.33), можно увидеть, что матрица $\mathbf{M}_{\text{A}}(R, \beta)$ удовлетворяет условию (2.33) тогда и только тогда, когда она представима в виде:

$$\mathbf{M}_{\text{A}}(R, \beta) = \mathbf{M}_{\text{R}}(R) + \mathbf{M}_{2\beta}(R, \beta) + \mathbf{M}_{4\beta}(R, \beta), \quad (2.35)$$

$$\mathbf{M}_{\text{R}}(R) = \begin{pmatrix} a_{11}(R) & 0 & 0 & a_{41}(R) \\ 0 & a_{22}(R) & a_{23}(R) & 0 \\ 0 & -a_{23}(R) & a_{22}(R) & 0 \\ a_{14}(R) & 0 & 0 & a_{44}(R) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{2\beta}(R, \beta) = \begin{pmatrix} 0 & b_{12}(R, \beta) & b_{13}(R, \beta) & 0 \\ b_{21}(R, \beta) & 0 & 0 & b_{24}(R, \beta) \\ b_{31}(R, \beta) & 0 & 0 & b_{34}(R, \beta) \\ 0 & b_{42}(R, \beta) & b_{43}(R, \beta) & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{4\beta}(R, \beta) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_{22}(R, \beta) & b_{23}(R, \beta) & 0 \\ 0 & b_{23}(R, \beta) & -b_{22}(R, \beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$b_{12}(R, \beta) = s_D(R) \sin 2\beta + c_D(R) \cos 2\beta, \quad b_{13}(R, \beta) = c_D(R) \sin 2\beta - s_D(R) \cos 2\beta,$$

$$b_{21}(R, \beta) = s_P(R) \sin 2\beta + c_P(R) \cos 2\beta, \quad b_{31}(R, \beta) = c_P(R) \sin 2\beta - s_P(R) \cos 2\beta,$$

$$b_{24}(R, \beta) = s_V(R) \sin 2\beta + c_V(R) \cos 2\beta, \quad b_{34}(R, \beta) = c_V(R) \sin 2\beta - s_V(R) \cos 2\beta,$$

$$b_{42}(R, \beta) = s_H(R) \sin 2\beta + c_H(R) \cos 2\beta, \quad b_{43}(R, \beta) = c_H(R) \sin 2\beta - s_H(R) \cos 2\beta,$$

$$b_{22}(R, \beta) = c_B(R) \cos 4\beta + s_B(R) \sin 4\beta, \quad b_{23}(R, \beta) = c_B(R) \sin 4\beta - s_B(R) \cos 4\beta,$$

где $a_{11}, a_{14}, a_{22}, a_{23}, a_{41}, a_{44}, s_D, c_D, c_P, s_P, c_V, s_V, c_H, s_H, c_B$ и s_B не зависят от β . Выражение (2.35) определяет общий вид обобщенной матрицы Мюллера пропускания статистически вращательно-инвариантного слоя.

2.4. Угловая зависимость матрицы рассеяния

Перепишем выражение (2.22) следующим образом:

$$\mathbf{S}_{sc}(\zeta, \alpha) = \mathbf{M}_{far}(\zeta, \alpha) \mathbf{S}_{P-i}, \quad (2.36)$$

где

$$\mathbf{M}_{far}(\zeta, \alpha) = \frac{k^2}{(2\pi r_0)^2} \cos^2 \zeta \left[\int \tilde{\mathbf{M}}(R, \beta) \exp(-ik \sin \zeta R \cos(\beta - \alpha)) R d\beta dR \right]. \quad (2.37)$$

Исходя из последнего выражения, найдем общую форму угловой зависимости матрицы рассеяния \mathbf{M}_{far} для вращательно-инвариантных экранов. Если матрица $\mathbf{M}_A(R, \beta)$ имеет вид (2.35), матрица $\tilde{\mathbf{M}}(R, \beta)$ также может быть представлена в форме (2.35). С учетом этого, воспользовавшись математическим свойством

$$\iint f(R) \begin{Bmatrix} \sin l\beta \\ \cos l\beta \end{Bmatrix} \exp(-ik \sin \zeta R \cos(\beta - \alpha)) R d\beta dR = F(\zeta) \begin{Bmatrix} \sin l\alpha \\ \cos l\alpha \end{Bmatrix}, \quad l=0, 1, 2, 3, \dots,$$

где $f(R)$ – произвольная функция от R и $F(\zeta)$ – функция только от ζ [137], находим, что функция $\mathbf{M}_{far}(\zeta, \alpha)$ в рассматриваемом случае может быть представлена в виде

$$\mathbf{M}_{far}(\zeta, \alpha) = \mathbf{M}_\zeta(\zeta) + \mathbf{M}_{2\alpha}(\zeta, \alpha) + \mathbf{M}_{4\alpha}(\zeta, \alpha), \quad (2.38)$$

где

$$\mathbf{M}_\zeta(\zeta) = \begin{pmatrix} \tilde{a}_{11}(\zeta) & 0 & 0 & \tilde{a}_{41}(\zeta) \\ 0 & \tilde{a}_{22}(\zeta) & \tilde{a}_{23}(\zeta) & 0 \\ 0 & -\tilde{a}_{23}(\zeta) & \tilde{a}_{22}(\zeta) & 0 \\ \tilde{a}_{14}(\zeta) & 0 & 0 & \tilde{a}_{44}(\zeta) \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{2\alpha}(\zeta, \alpha) = \begin{pmatrix} 0 & \tilde{b}_{DC}(\zeta, \alpha) & \tilde{b}_{DS}(\zeta, \alpha) & 0 \\ \tilde{b}_{PC}(\zeta, \alpha) & 0 & 0 & \tilde{b}_{VC}(\zeta, \alpha) \\ \tilde{b}_{PS}(\zeta, \alpha) & 0 & 0 & \tilde{b}_{VS}(\zeta, \alpha) \\ 0 & \tilde{b}_{HC}(\zeta, \alpha) & \tilde{b}_{HS}(\zeta, \alpha) & 0 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{M}_{4\alpha}(\zeta, \alpha) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{b}_{BC}(\zeta, \alpha) & \tilde{b}_{BS}(\zeta, \alpha) & 0 \\ 0 & \tilde{b}_{BS}(\zeta, \alpha) & -\tilde{b}_{BC}(\zeta, \alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

$$\tilde{b}_{DC}(\zeta, \alpha) = b_D(\zeta) \cos(2\alpha - \gamma_D(\zeta)), \quad \tilde{b}_{DS}(\zeta, \alpha) = b_D(\zeta) \sin(2\alpha - \gamma_D(\zeta)),$$

$$\tilde{b}_{PC}(\zeta, \alpha) = b_P(\zeta) \cos(2\alpha - \gamma_P(\zeta)), \quad \tilde{b}_{PS}(\zeta, \alpha) = b_P(\zeta) \sin(2\alpha - \gamma_P(\zeta)),$$

$$\tilde{b}_{VC}(\zeta, \alpha) = b_V(\zeta) \cos(2\alpha - \gamma_V(\zeta)), \quad \tilde{b}_{VS}(\zeta, \alpha) = b_V(\zeta) \sin(2\alpha - \gamma_V(\zeta)),$$

$$\tilde{b}_{HC}(\zeta, \alpha) = b_H(\zeta) \cos(2\alpha - \gamma_H(\zeta)), \quad \tilde{b}_{HS}(\zeta, \alpha) = b_H(\zeta) \sin(2\alpha - \gamma_H(\zeta)),$$

$$\tilde{b}_{BC}(\zeta, \alpha) = b_B(\zeta) \cos(4\alpha - \gamma_B(\zeta)), \quad \tilde{b}_{BS}(\zeta, \alpha) = b_B(\zeta) \sin(4\alpha - \gamma_B(\zeta)).$$

Выражение (2.38) определяет общие ограничения на вид функции $\mathbf{M}_{\text{far}}(\zeta, \alpha)$ для статистически вращательно-инвариантных слоев.

Из (2.38) следует, что в общем случае любая из картин рассеяния, N_v или V_v , для статистически вращательно-инвариантных фазовых экранов в среднем представляет собой наложение трех картин рассеяния: инвариантной относительно азимутального поворота на 180° (определяемой функцией $\mathbf{M}_{2\alpha}(\zeta, \alpha)$), инвариантной относительно азимутального поворота на 90° ($\mathbf{M}_{4\alpha}(\zeta, \alpha)$), и обладающей круговой симметрией ($\mathbf{M}_\zeta(\zeta, \cdot)$). Аналогичный вывод о симметрии картин рассеяния был сделан в работе [83] в результате анализа, опирающегося на приближение Релея-Ганса-Дебая. Функции $\mathbf{M}_{2\alpha}(\zeta, \alpha)$ и $\mathbf{M}_{4\alpha}(\zeta, \alpha)$, отвечающие за картины рассеяния, не обладающие круговой симметрией, имеют ненулевые значения, если имеют ненулевые значения функции $\mathbf{M}_{2\beta}(R, \beta)$ и $\mathbf{M}_{4\beta}(R, \beta)$, соответственно. Таким образом, картина рассеяния будет обладать круговой симметрией, если функции $\mathbf{M}_{2\beta}(R, \beta)$ и $\mathbf{M}_{4\beta}(R, \beta)$ не имеют ненулевых значений. Если функция $\mathbf{M}_{2\beta}(R, \beta)$ не имеет ненулевых значений, а функция $\mathbf{M}_{4\beta}(R, \beta)$ имеет ненулевые значения, то картина рассеяния будет инвариантной относительно азимутального поворота на 90° , но не будет обладать круговой симметрией. Если функция $\mathbf{M}_{2\beta}(R, \beta)$ имеет ненулевые значения, то картина рассеяния будет инвариантной только относительно азимутального поворота на 180° . Отметим также, что, согласно (2.38), в случае падения циркулярно поляризованного света при отсутствии поляризационно-селективных элементов или наличии циркулярного поляризатора за экраном картина рассеяния будет всегда обладать круговой симметрией.

2.5. Удобное представление обобщенной матрицы Мюллера для эквидоменных и квазиэквидоменных слоев

В случае эквидоменных слоев удобно использовать представление (1.6) для матрицы Джонса локального пропускания слоя. Подстановка (1.6) в (1.32) дает

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \mathbf{M}^{(1)} + \mathbf{M}^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) + \mathbf{M}^{(3)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2), \quad (2.39)$$

где

$$\mathbf{M}^{(1)} = \mathbf{L}(\mathbf{T}_{\text{RI}} \otimes \mathbf{T}_{\text{RI}}^*) \mathbf{L}^{-1},$$

$$\mathbf{M}^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \mathbf{L}(\mathbf{T}_{\text{NRI}}(\boldsymbol{\rho}_1) \otimes \mathbf{T}_{\text{RI}}^*) \mathbf{L}^{-1} + \mathbf{L}(\mathbf{T}_{\text{RI}} \otimes \mathbf{T}_{\text{NRI}}^*(\boldsymbol{\rho}_2)) \mathbf{L}^{-1},$$

$$\mathbf{M}^{(3)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \mathbf{L}(\mathbf{T}_{\text{NRI}}(\boldsymbol{\rho}_1) \otimes \mathbf{T}_{\text{NRI}}^*(\boldsymbol{\rho}_2)) \mathbf{L}^{-1}.$$

Используя (2.39), можно представить матрицу $\mathbf{M}_A(\mathbf{R})$ в виде

$$\mathbf{M}_A(\mathbf{R}) = \mathbf{M}_A^{(1)} + \mathbf{M}_A^{(2)} + \mathbf{M}_A^{(3)}(\mathbf{R}), \quad (2.40)$$

где

$$\mathbf{M}_A^{(1)} = \mathbf{M}^{(1)},$$

$$\mathbf{M}_A^{(2)} = \mathbf{L}(\bar{\mathbf{T}}_{\text{NRI}} \otimes \mathbf{T}_{\text{RI}}^*) \mathbf{L}^{-1} + \mathbf{L}(\mathbf{T}_{\text{RI}} \otimes \bar{\mathbf{T}}_{\text{NRI}}^*) \mathbf{L}^{-1},$$

$$\mathbf{M}_A^{(3)}(\mathbf{R}) = \mathbf{L} \left\langle \left(\mathbf{T}_{\text{NRI}}(\boldsymbol{\rho}_0 + \mathbf{R}/2) \otimes \mathbf{T}_{\text{NRI}}^*(\boldsymbol{\rho}_0 - \mathbf{R}/2) \right) \right\rangle_A \mathbf{L}^{-1},$$

$$\bar{\mathbf{T}}_{\text{NRI}} = \langle \mathbf{T}_{\text{NRI}}(\boldsymbol{\rho}) \rangle_A.$$

Матрица $\mathbf{M}_A^{(1)}$ не зависит от статистических свойств случайного поля угла азимутальной ориентации характеристических осей доменов φ , матрица $\mathbf{M}_A^{(2)}$ зависит только от начальных моментов этого поля, а матрица $\mathbf{M}_A^{(3)}$ зависит ещё и корреляционных моментов этого поля. Из сравнения (2.14) и (1.6) находим, что

$$\bar{\mathbf{T}} = \mathbf{T}_{\text{RI}} + \bar{\mathbf{T}}_{\text{NRI}}, \quad (2.41)$$

$$\tilde{\mathbf{T}}(\boldsymbol{\rho}) = \tilde{\mathbf{T}}_{\text{NRI}}(\boldsymbol{\rho}), \quad (2.42)$$

$$\tilde{\mathbf{T}}_{\text{NRI}}(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{T}_{\text{NRI}}(\boldsymbol{\rho}) - \bar{\mathbf{T}}_{\text{NRI}}.$$

Подстановка (2.41) и (2.42) в (2.15–2.17) и сравнение результата с (2.40) дают

$$\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{M}_A^{(1)} + \mathbf{M}_A^{(2)} + \bar{\mathbf{M}}_A^{(3)}, \quad (2.43)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{R}) = \tilde{\mathbf{M}}_A^{(3)}(\mathbf{R}), \quad (2.44)$$

$$\bar{\mathbf{M}}_A^{(3)} = \mathbf{L} \left\langle \left(\bar{\mathbf{T}}_{\text{NRI}} \otimes \bar{\mathbf{T}}_{\text{NRI}}^* \right) \right\rangle_A \mathbf{L}^{-1}, \quad (2.45)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}_A^{(3)}(\mathbf{R}) = \mathbf{L} \left\langle \left(\tilde{\mathbf{T}}_{\text{NRI}}(\boldsymbol{\rho}_0 + \mathbf{R}/2) \otimes \tilde{\mathbf{T}}_{\text{NRI}}^*(\boldsymbol{\rho}_0 - \mathbf{R}/2) \right) \right\rangle_A \mathbf{L}^{-1}. \quad (2.46)$$

Для статистически вращательно-инвариантных слоев

$$\langle \cos 2\varphi(\boldsymbol{\rho}) \rangle_A = 0, \quad \langle \sin 2\varphi(\boldsymbol{\rho}) \rangle_A = 0. \quad (2.47)$$

Из (2.47), а также из (1.7) следует, что для вращательно-инвариантных слоев $\bar{\mathbf{T}}_{\text{NRI}}$ является нулевой матрицей, то есть $\bar{\mathbf{T}} = \mathbf{T}_{\text{RI}}$ и $\tilde{\mathbf{T}}(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{T}_{\text{NRI}}(\boldsymbol{\rho})$, откуда следует, что

$$\bar{\mathbf{M}} = \mathbf{M}_A^{(1)}, \quad (2.48)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{R}) = \tilde{\mathbf{M}}_A^{(3)}(\mathbf{R}). \quad (2.49)$$

Таким образом, матрицы $\mathbf{M}_A^{(2)}$ и $\bar{\mathbf{M}}_A^{(3)}$ определяют вклад вращательно-неинвариантной части матрицы Джонса в нерассеянную компоненту в случае, когда имеется выделенное направление ориентации доменов.

В случае квазиэквидоменных слоев в отсутствие локальных поляризационно-зависимых потерь матрицу Джонса локального пропускания в DRA по аналогии с (1.5) и (1.9) можно представить в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{T}(\boldsymbol{\rho}) &= \mathbf{R}(-\varphi(\boldsymbol{\rho})) \mathbf{T}_{\text{dd}}(\boldsymbol{\rho}) \mathbf{R}(\varphi(\boldsymbol{\rho})), \\ \mathbf{T}_{\text{dd}}(\boldsymbol{\rho}) &= K e^{i\gamma(\boldsymbol{\rho})} \begin{pmatrix} A(\boldsymbol{\rho}) + iC(\boldsymbol{\rho}) & B(\boldsymbol{\rho}) \\ -B(\boldsymbol{\rho}) & A(\boldsymbol{\rho}) - iC(\boldsymbol{\rho}) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (2.50)$$

$A^2(\boldsymbol{\rho}) + B^2(\boldsymbol{\rho}) + C^2(\boldsymbol{\rho}) = 1$. В этом случае также удобно использовать представление матрицы Джонса локального пропускания слоя, аналогичное (1.6), (1.10) и (1.11):

$$\mathbf{T}(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{T}_{\text{RI}}(\boldsymbol{\rho}) + \mathbf{T}_{\text{NRI}}(\boldsymbol{\rho}), \quad (2.51)$$

$$\mathbf{T}_{\text{RI}} = K(\boldsymbol{\rho}) e^{i\gamma(\boldsymbol{\rho})} \begin{pmatrix} A(\boldsymbol{\rho}) & B(\boldsymbol{\rho}) \\ -B(\boldsymbol{\rho}) & A(\boldsymbol{\rho}) \end{pmatrix}, \quad (2.52)$$

$$\mathbf{T}_{\text{NRI}}(\boldsymbol{\rho}) = iKC(\boldsymbol{\rho}) e^{i\gamma(\boldsymbol{\rho})} \begin{pmatrix} \cos 2\varphi(\boldsymbol{\rho}) & \sin 2\varphi(\boldsymbol{\rho}) \\ \sin 2\varphi(\boldsymbol{\rho}) & -\cos 2\varphi(\boldsymbol{\rho}) \end{pmatrix}.$$

(здесь и далее считаем, что K не зависит от $\boldsymbol{\rho}$). Подстановка (2.51) в (1.32) дает представление, аналогичное (2.39):

$$\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \mathbf{M}^{(1)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) + \mathbf{M}^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) + \mathbf{M}^{(3)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2),$$

где

$$\mathbf{M}^{(1)} = \mathbf{L} \left(\mathbf{T}_{\text{RI}}(\boldsymbol{\rho}_1) \otimes \mathbf{T}_{\text{RI}}^*(\boldsymbol{\rho}_2) \right) \mathbf{L}^{-1},$$

$$\mathbf{M}^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \mathbf{L} \left(\mathbf{T}_{\text{NRI}}(\boldsymbol{\rho}_1) \otimes \mathbf{T}_{\text{RI}}^*(\boldsymbol{\rho}_2) \right) \mathbf{L}^{-1} + \mathbf{L} \left(\mathbf{T}_{\text{RI}}(\boldsymbol{\rho}_1) \otimes \mathbf{T}_{\text{NRI}}^*(\boldsymbol{\rho}_2) \right) \mathbf{L}^{-1},$$

$$\mathbf{M}^{(3)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \mathbf{L} \left(\mathbf{T}_{\text{NRI}}(\boldsymbol{\rho}_1) \otimes \mathbf{T}_{\text{NRI}}^*(\boldsymbol{\rho}_2) \right) \mathbf{L}^{-1},$$

ИЛИ В ЯВНОМ ВИДЕ

$$\mathbf{M}^{(1)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = K^2 e^{i(\gamma(\boldsymbol{\rho}_1) - \gamma(\boldsymbol{\rho}_2))} \begin{pmatrix} \Upsilon_{AABB+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 & 0 & i\Upsilon_{ABBA-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \\ 0 & \Upsilon_{AABB-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & \Upsilon_{ABBA+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 \\ 0 & -\Upsilon_{ABBA+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & \Upsilon_{AABB-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 \\ i\Upsilon_{ABBA-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 & 0 & \Upsilon_{AABB+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \end{pmatrix}, \quad (2.53)$$

$$\mathbf{M}^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = iK^2 e^{i(\gamma(\boldsymbol{\rho}_1) - \gamma(\boldsymbol{\rho}_2))} \times \left\{ C(\boldsymbol{\rho}_1) \begin{pmatrix} 0 & \Upsilon_{AcBs21-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & \Upsilon_{AsBc21+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 \\ \Upsilon_{AcBs21+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 & 0 & -i\Upsilon_{AsBc21-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \\ \Upsilon_{AsBc21-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 & 0 & i\Upsilon_{AcBs21+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \\ 0 & i\Upsilon_{AsBc21+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & -i\Upsilon_{AcBs21-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 \end{pmatrix} - \right. \\ \left. C(\boldsymbol{\rho}_2) \begin{pmatrix} 0 & \Upsilon_{AcBs12-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & \Upsilon_{AsBc12+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 \\ \Upsilon_{AcBs12+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 & 0 & i\Upsilon_{AsBc12-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \\ \Upsilon_{AsBc12-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 & 0 & -i\Upsilon_{AcBs12+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \\ 0 & -i\Upsilon_{AsBc12+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & i\Upsilon_{AcBs12-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 \end{pmatrix} \right\}, \quad (2.54)$$

$$\mathbf{M}^{(3)}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = K^2 e^{i(\gamma(\boldsymbol{\rho}_1) - \gamma(\boldsymbol{\rho}_2))} C(\boldsymbol{\rho}_1) C(\boldsymbol{\rho}_2) \begin{pmatrix} c_{\varphi-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 & 0 & -is_{\varphi-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \\ 0 & c_{\varphi+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & s_{\varphi+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 \\ 0 & s_{\varphi+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & -c_{\varphi+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 \\ is_{\varphi-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) & 0 & 0 & -c_{\varphi-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \end{pmatrix}, \quad (2.55)$$

$$\Upsilon_{AABB+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = A(\boldsymbol{\rho}_1)A(\boldsymbol{\rho}_2) + B(\boldsymbol{\rho}_1)B(\boldsymbol{\rho}_2), \quad \Upsilon_{AABB-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = A(\boldsymbol{\rho}_1)A(\boldsymbol{\rho}_2) - B(\boldsymbol{\rho}_1)B(\boldsymbol{\rho}_2),$$

$$\Upsilon_{ABBA-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \equiv A(\boldsymbol{\rho}_1)B(\boldsymbol{\rho}_2) - B(\boldsymbol{\rho}_1)A(\boldsymbol{\rho}_2), \quad \Upsilon_{ABBA+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = A(\boldsymbol{\rho}_1)B(\boldsymbol{\rho}_2) + B(\boldsymbol{\rho}_1)A(\boldsymbol{\rho}_2),$$

$$\Upsilon_{AcBs21-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = A(\boldsymbol{\rho}_2) \cos 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_1) - B(\boldsymbol{\rho}_2) \sin 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_1),$$

$$\Upsilon_{AcBs21+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = A(\boldsymbol{\rho}_2) \cos 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_1) + B(\boldsymbol{\rho}_2) \sin 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_1),$$

$$\Upsilon_{AsBc21-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = A(\boldsymbol{\rho}_2) \sin 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_1) - B(\boldsymbol{\rho}_2) \cos 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_1),$$

$$\Upsilon_{AsBc21+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = A(\boldsymbol{\rho}_2) \sin 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_1) + B(\boldsymbol{\rho}_2) \cos 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_1),$$

$$\Upsilon_{AcBs12-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = A(\boldsymbol{\rho}_1) \cos 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_2) - B(\boldsymbol{\rho}_1) \sin 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_2),$$

$$\Upsilon_{AcBs12+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = A(\boldsymbol{\rho}_1) \cos 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_2) + B(\boldsymbol{\rho}_1) \sin 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_2),$$

$$\Upsilon_{AsBc12-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = A(\boldsymbol{\rho}_1) \sin 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_2) - B(\boldsymbol{\rho}_1) \cos 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_2),$$

$$\Upsilon_{AsBc12+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) \equiv A(\boldsymbol{\rho}_1) \sin 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_2) + B(\boldsymbol{\rho}_1) \cos 2\varphi(\boldsymbol{\rho}_2),$$

$$c_{\varphi-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \cos 2(\varphi(\boldsymbol{\rho}_1) - \varphi(\boldsymbol{\rho}_2)), \quad c_{\varphi+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \cos 2(\varphi(\boldsymbol{\rho}_1) + \varphi(\boldsymbol{\rho}_2)),$$

$$s_{\varphi-}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \sin 2(\varphi(\boldsymbol{\rho}_1) - \varphi(\boldsymbol{\rho}_2)), \quad s_{\varphi+}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \sin 2(\varphi(\boldsymbol{\rho}_1) + \varphi(\boldsymbol{\rho}_2)).$$

Тогда усредненная по площади обобщенная матрица Мюллера может быть представлена в виде

$$\mathbf{M}_A(\mathbf{R}) = \mathbf{M}_A^{(1)}(\mathbf{R}) + \mathbf{M}_A^{(2)}(\mathbf{R}) + \mathbf{M}_A^{(3)}(\mathbf{R}), \quad (2.56)$$

$$\mathbf{M}_A^{(1)} = \left\langle \left(\mathbf{M}^{(1)}(\boldsymbol{\rho}_0 + \mathbf{R}/2, \boldsymbol{\rho}_0 - \mathbf{R}/2) \right) \right\rangle_A, \quad \mathbf{M}_A^{(2)} = \left\langle \left(\mathbf{M}^{(2)}(\boldsymbol{\rho}_0 + \mathbf{R}/2, \boldsymbol{\rho}_0 - \mathbf{R}/2) \right) \right\rangle_A,$$

$$\mathbf{M}_A^{(3)} = \left\langle \left(\mathbf{M}^{(3)}(\boldsymbol{\rho}_0 + \mathbf{R}/2, \boldsymbol{\rho}_0 - \mathbf{R}/2) \right) \right\rangle_A.$$

Из сравнения (2.35) с (2.56) с учетом (2.53–2.55) можно видеть, что для вращательно-инвариантных квазиэквидоменных слоев матрица $\mathbf{M}_A^{(1)}(\mathbf{R})$ не должна зависеть от направления \mathbf{R} , а все элементы матрицы $\mathbf{M}_A^{(2)}(\mathbf{R})$ равны нулю (при достаточно общем дополнительном условии, что в среднем по площади слоя отсутствуют выделенные направления ориентации доменов со значениями параметров A , B , C , и γ лежащими в узких диапазонах $(A_0 - \Delta A, A_0 + \Delta A)$, $(B_0 - \Delta B, B_0 + \Delta B)$, $(C_0 - \Delta C, C_0 + \Delta C)$, и $(\gamma_0 - \Delta\gamma, \gamma_0 + \Delta\gamma)$, при любых значениях A_0 , B_0 , C_0 и γ_0 ; при невыполнении этого условия вращательная инвариантность может иметь место, если матрица $\mathbf{M}_A^{(2)}(\mathbf{R})$ представима в виде матрицы $\mathbf{M}_{2\beta}(R, \beta)$ (2.35), что требует наличия специфических корреляционных свойств – слои с такими корреляционными свойствами в настоящей работе рассматриваться не будут), то есть

$$\mathbf{M}_A(\mathbf{R}) = \mathbf{M}_A^{(1)}(R) + \mathbf{M}_A^{(3)}(\mathbf{R}). \quad (2.57)$$

В данном случае

$$\bar{\mathbf{T}} = \bar{\mathbf{T}}_{\text{RI}}, \quad (2.58)$$

$$\tilde{\mathbf{T}}(\boldsymbol{\rho}) = \tilde{\mathbf{T}}_{\text{RI}}(\boldsymbol{\rho}) + \mathbf{T}_{\text{NRI}}(\boldsymbol{\rho}), \quad (2.59)$$

$$\bar{\mathbf{T}}_{\text{RI}} = \left\langle \mathbf{T}_{\text{RI}}(\boldsymbol{\rho}) \right\rangle_A, \quad \tilde{\mathbf{T}}_{\text{RI}}(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{T}_{\text{RI}}(\boldsymbol{\rho}) - \bar{\mathbf{T}}_{\text{RI}}.$$

Сравнение результата подстановки (2.58) и (2.59) в (2.15–2.17) с (2.57) дает

$$\bar{\mathbf{M}} = \bar{\mathbf{M}}_A^{(1)}, \quad (2.60)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{R}) = \tilde{\mathbf{M}}_A^{(1)}(R) + \mathbf{M}_A^{(3)}(\mathbf{R}). \quad (2.61)$$

где

$$\bar{\mathbf{M}}_A^{(1)} = \mathbf{L} \left\langle \left(\bar{\mathbf{T}}_{\text{RI}} \otimes \bar{\mathbf{T}}_{\text{RI}}^* \right) \right\rangle_A \mathbf{L}^{-1},$$

$$\tilde{\mathbf{M}}_A^{(1)}(R) = \mathbf{L} \left\langle \left(\tilde{\mathbf{T}}_{\text{RI}}(\boldsymbol{\rho}_0 + \mathbf{R}/2) \otimes \tilde{\mathbf{T}}_{\text{RI}}^*(\boldsymbol{\rho}_0 - \mathbf{R}/2) \right) \right\rangle_A \mathbf{L}^{-1}.$$

Из (2.61) следует, что для статистически вращательно-инвариантных квазиэквидоменных слоев без локальных поляризационно зависимых потерь рассеянная компонента состоит из двух составляющих, одна из которых присутствует из-за флуктуаций ориентации доменов (матрица $\mathbf{M}_A^{(3)}(\mathbf{R})$), а вторая – из-за флуктуаций ориентации структуры доменов (матрица $\tilde{\mathbf{M}}_A^{(1)}(R)$). Отметим, что, согласно (2.61), составляющая рассеянной компоненты, наличие которой

обусловлено флуктуациями ориентации структуры доменов, для вращательно-инвариантных слоев должна обладать круговой симметрией.

В случае эквидоменных слоев при использовании представлений (1.6), (1.10) и (1.11) матрицы $\mathbf{M}_A^{(1)}$, $\mathbf{M}_A^{(2)}$ и $\mathbf{M}_A^{(3)}(\mathbf{R})$ имеют вид:

$$\mathbf{M}_A^{(1)} = K^2 \begin{pmatrix} A^2 + B^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A^2 - B^2 & 2AB & 0 \\ 0 & -2AB & A^2 - B^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A^2 + B^2 \end{pmatrix}, \quad (2.62)$$

$$\mathbf{M}_A^{(2)} = 2K^2 C \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & As_{A2\varphi} - Bc_{A2\varphi} \\ 0 & 0 & 0 & -Ac_{A2\varphi} - Bs_{A2\varphi} \\ 0 & -As_{A2\varphi} - Bc_{A2\varphi} & Ac_{A2\varphi} - Bs_{A2\varphi} & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.63)$$

$$\mathbf{M}_A^{(3)}(\mathbf{R}) = K^2 C^2 \begin{pmatrix} c_{A\varphi-}(\mathbf{R}) & 0 & 0 & -is_{A\varphi-}(\mathbf{R}) \\ 0 & c_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & s_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & 0 \\ 0 & s_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & -c_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & 0 \\ is_{A\varphi-}(\mathbf{R}) & 0 & 0 & -c_{A\varphi-}(\mathbf{R}) \end{pmatrix}, \quad (2.64)$$

где $c_{A2\varphi}$ и $s_{A2\varphi}$ – средние по площади слоя значения косинуса и синуса двойного угла ориентации домена, соответственно:

$$c_{A2\varphi} = \langle \cos 2\varphi(\boldsymbol{\rho}) \rangle_A, \quad s_{A2\varphi} = \langle \sin 2\varphi(\boldsymbol{\rho}) \rangle_A,$$

а $c_{A\varphi-}(\mathbf{R})$, $c_{A\varphi+}(\mathbf{R})$, $s_{A\varphi-}(\mathbf{R})$ и $s_{A\varphi+}(\mathbf{R})$ – корреляционные характеристики поля $\varphi(\boldsymbol{\rho})$:

$$c_{A\varphi-}(\mathbf{R}) = \left\langle \cos 2 \left[\varphi \left(\boldsymbol{\rho}_0 - \frac{\mathbf{R}}{2} \right) - \varphi \left(\boldsymbol{\rho}_0 + \frac{\mathbf{R}}{2} \right) \right] \right\rangle_A, \quad (2.65)$$

$$c_{A\varphi+}(\mathbf{R}) = \left\langle \cos 2 \left[\varphi \left(\boldsymbol{\rho}_0 - \frac{\mathbf{R}}{2} \right) + \varphi \left(\boldsymbol{\rho}_0 + \frac{\mathbf{R}}{2} \right) \right] \right\rangle_A, \quad (2.66)$$

$$s_{A\varphi+}(\mathbf{R}) = \left\langle \sin 2 \left[\varphi \left(\boldsymbol{\rho}_0 - \frac{\mathbf{R}}{2} \right) + \varphi \left(\boldsymbol{\rho}_0 + \frac{\mathbf{R}}{2} \right) \right] \right\rangle_A, \quad (2.67)$$

$$s_{A\varphi-}(\mathbf{R}) = \left\langle \sin 2 \left[\varphi \left(\boldsymbol{\rho}_0 - \frac{\mathbf{R}}{2} \right) - \varphi \left(\boldsymbol{\rho}_0 + \frac{\mathbf{R}}{2} \right) \right] \right\rangle_A.$$

Для слоев из нехиральных доменов $B = 0$ и выражения (2.62–2.64) принимают вид

$$\mathbf{M}_A^{(1)} = K^2 A^2 \mathbf{U}, \quad (2.68)$$

$$\mathbf{M}_A^{(2)} = 2K^2 CA \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{A2\varphi} \\ 0 & 0 & 0 & -c_{A2\varphi} \\ 0 & -s_{A2\varphi} & c_{A2\varphi} & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.69)$$

$$\mathbf{M}_A^{(3)}(\mathbf{R}) = K^2 C^2 \begin{pmatrix} c_{A\varphi-}(\mathbf{R}) & 0 & 0 & -is_{A\varphi-}(\mathbf{R}) \\ 0 & c_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & s_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & 0 \\ 0 & s_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & -c_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & 0 \\ is_{A\varphi-}(\mathbf{R}) & 0 & 0 & -c_{A\varphi-}(\mathbf{R}) \end{pmatrix}, \quad (2.70)$$

где \mathbf{U} – единичная матрица.

2.6. Особенности рассеяния света на вращательно-инвариантных эквидоменных слоях

2.6.1. Обобщенные матрицы Мюллера рассеянной и нерассеянной компоненты

Из (2.48), (2.49), (2.62) и (2.64) следует, что матрица $\bar{\mathbf{M}}$ и функция $\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{R})$ для вращательно-инвариантных эквидоменных слоев без локальных поляризационно-зависимых потерь могут быть выражены следующим образом:

$$\bar{\mathbf{M}} = K^2 \begin{pmatrix} A^2 + B^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A^2 - B^2 & 2AB & 0 \\ 0 & -2AB & A^2 - B^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A^2 + B^2 \end{pmatrix}, \quad (2.71)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{R}) = K^2 C^2 \begin{pmatrix} c_{A\varphi-}(\mathbf{R}) & 0 & 0 & -is_{A\varphi-}(\mathbf{R}) \\ 0 & c_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & s_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & 0 \\ 0 & s_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & -c_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & 0 \\ is_{A\varphi-}(\mathbf{R}) & 0 & 0 & -c_{A\varphi-}(\mathbf{R}) \end{pmatrix}. \quad (2.72)$$

Из (2.48) и (2.68) следует, что для эквидоменных слоев с нехиральными доменами,

$$\bar{\mathbf{M}} = K^2 A^2 \mathbf{U}, \quad (2.73)$$

Сравнение (2.72) и (2.35) показывает, что статистическая вращательная инвариантность слоя предполагает следующую форму функций $c_{A\varphi-}(\mathbf{R})$, $c_{A\varphi+}(\mathbf{R})$, $s_{A\varphi-}(\mathbf{R})$ и $s_{A\varphi+}(\mathbf{R})$:

$$s_{A\varphi-}(\mathbf{R}) = 0, \quad (2.74)$$

$$c_{A\varphi-}(\mathbf{R}) = a(R), \quad (2.75)$$

$$c_{A\varphi+}(\mathbf{R}) = c(R) \cos 4(\beta - \chi(R)), \quad s_{A\varphi+}(\mathbf{R}) = c(R) \sin 4(\beta - \chi(R)), \quad (2.76)$$

то есть значение $c_{A\varphi-}$ не зависит от направления вектора \mathbf{R} , а $c_{A\varphi+}(\mathbf{R})$ и $s_{A\varphi+}(\mathbf{R})$ являются периодическими функциями от угла направления этого вектора β с периодом $\pi/2$.

2.6.2. Состояние поляризации рассеянной и нерассеянной компонент

Выражения (2.71–2.73) проясняют, как состояние поляризации рассеянной и нерассеянной компонент прошедшего света зависит от состояния поляризации падающего пучка в случае эквидоменных слоев без локальных поляризационно-зависимых потерь. Ниже перечислены наиболее важные выводы из этих формул:

- 1) При падении на эквидоменный слой линейно-поляризованного света нерассеянная компонента также является линейно-поляризованной, причем угол ψ между плоскостью поляризации падающего света и плоскостью поляризации нерассеянной компоненты удовлетворяет соотношениям (1.21). Если домен-прототип является нехиральным, нерассеянная компонента всегда имеет такое же состояние поляризации, как и падающий пучок. Эти выводы полностью согласуются с результатами, полученными в рамках RIJM-теории в работах [10,11] (раздел 1.3.3).
- 2) Состояние поляризации рассеянной компоненты не зависит значений A , B , C и χ , а зависит только от корреляционных характеристик поля $\varphi(\mathbf{r})$ и от состояния поляризации падающего света.
- 3) Когда падающий свет является циркулярно поляризованным, рассеянная компонента также является циркулярно поляризованной, но с противоположным направлением вращения (инверсия круговой поляризации при рассеянии).
- 4) Когда падающий пучок является неполяризованным, рассеянная компонента также является неполяризованной.
- 5) Если падающий пучок линейно поляризован, состояние поляризации зависит от того, равна ли нулю функция $c(R)$ (2.76) при всех R или нет. Слои, для которых $c(R) = 0$ при всех R мы будем называть слоями *типа I*, а слои, для которых $c(R)$ имеет ненулевые значения в некотором диапазоне R , мы будем называть слоями *типа II*. Если линейно поляризованный пучок падает на слой *типа I*, рассеянная компонента является неполяризованной при всех значениях полярного угла рассеяния ζ и азимутального угла рассеяния α (рис. 2.1). Для таких слоев H_v - и V_v -дифрактограммы обладают круговой симметрией (рис. 1.4а). Если слой *типа II* осветить линейно поляризованным пучком, состояние поляризации рассеянной компоненты будет зависеть как от ζ , так и от α . Для слоев *типа II* H_v - и V_v -дифрактограммы не обладают круговой симметрией, но являются инвариантными относительно поворота на 90° . Если χ не зависит от R , картины рассеяния H_v и V_v имеют вид четырехлистника, причем

угол между плоскостью поляризации падающего света и направлением двух из четырех лепестков четырехлистника рассеяния составляет χ на V_v -дифрактограмме и $\chi+45^\circ$ на H_v -дифрактограмме. Так, например, если $\chi=0^\circ$ при всех R , будет наблюдаться H_v -дифрактограмма \times -типа (четырёхлистник рассеяния повернут на 45° по отношению к плоскости поляризации падающего света; см. рис. 1.4б), а если при всех R $\chi = \pm 45^\circ$, то H_v -дифрактограмма будет иметь $+$ -форму (направления лепестков четырехлистника совпадают с направлениями осей пропускания поляризатора и анализатора; см. рис.1.4в). В этих двух случаях и H_v - дифрактограмма, и V_v -дифрактограмма будут симметричными относительно плоскости поляризации падающего света. В большинстве других случаев ни одна из плоскостей симметрии картин рассеяния H_v и V_v не будет параллельна плоскости поляризации падающего света, а если χ изменяется с R , плоскостей симметрии у картин рассеяния H_v , и V_v может не быть вообще.

2.6.3. Угловой спектр рассеянной компоненты

Из (2.36), (2.37), (2.72) и (2.74–2.76), следует, что угловая зависимость спектральной плотности мощности рассеянной компоненты определяется функцией $a(R)$:

$$S_{sc0}(r_0, \zeta) = \left[\mathbf{S}_{sc}(r_0, \mathbf{s}_\perp) \right]_0 = \frac{K^2 k^2}{(2\pi r_0)^2} C^2 \cos^2 \zeta \left[\int a(R) \exp(-iks_\perp \mathbf{R}) d^2 \mathbf{R} \right] S_{P-10}. \quad (2.77)$$

Отметим, что ширина углового спектра рассеянной компоненты не зависит от значения C . Поскольку $a(R)$ не зависит от направления вектора \mathbf{R} , первый элемент одноточечного вектора Стокса $\mathbf{S}_{sc}(r_0, \mathbf{s}_\perp)$, S_{sc0} , зависит только от полярного угла рассеяния ζ и не зависит от азимутального угла рассеяния α . Если $a(R)$ – монотонно убывающая функция от R , радиус корреляции R_{cor} угла φ может быть определен из условия $a(R_{cor}) = e^{-1}$. Чем меньше значение R_{cor} , тем шире угловой спектр рассеянной компоненты. Например, если $a(R) = \exp(-R^2 / R_{cor}^2)$, то (2.77) с учетом (2.23) дает, что $S_{sc0}(r_0, \zeta) \propto \cos^2 \zeta \exp(-k^2 R_{cor}^2 \sin^2 \zeta / 4)$.

2.6.4. Диффузное и направленное пропускание

Из (2.28), (2.29), (2.71), (2.72) и (2.74) следует, что для вращательно-инвариантных эквидоменных слоев без локальных поляризационно-зависимых потерь коэффициенты диффузного и направленного пропускания могут быть выражены следующим образом:

$$t_C = K^2 (A^2 + B^2), \quad (2.78)$$

$$t_D = K^2 C^2. \quad (2.79)$$

Из (2.30), (2.78) и (2.79) следует, что для таких слоев $t_{\text{ТОТ}} = K^2$. Формула (2.78) хорошо согласуется с результатами, полученными в работах [10,11] в рамках RIJM-теории (раздел 1.3.3).

2.7. Особенности рассеяния света вращательно-инвариантными SMB и NPMB слоями

2.7.1. Угловой спектр рассеянной компоненты. Селективное рассеяние

Поскольку SMB (1.3) и NPMB (1.22) слои относятся к классу эквидоменных слоев с нехиральными доменами, все выводы, сделанные в разделе 2.6, справедливы и для них. Параметры A , B и C для SMB и NPMB слоев имеют вид (1.12) с δ , выражаемой формулой (1.13) в случае SMB слоев и формулой (1.23) в случае NPMB слоев. Из (1.12) и (2.72–2.76) следует, что матрица $\bar{\mathbf{M}}$ и функция $\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{R})$ для вращательно-инвариантных SMB и NPMB слоев могут быть выражены следующим образом:

$$\bar{\mathbf{M}} = K^2 \cos^2 \delta \mathbf{U}, \quad (2.80)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}(\mathbf{R}) = K^2 \sin^2 \delta \begin{pmatrix} c_{A\varphi-}(R) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & s_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & 0 \\ 0 & s_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & -c_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_{A\varphi-}(R) \end{pmatrix}. \quad (2.81)$$

Согласно (1.12) и (2.77), угловая зависимость спектральной плотности мощности рассеянной компоненты в дальней зоне для данных классов слоев может быть выражена следующим образом:

$$S_{\text{sc}0}(r_0, \zeta) = \frac{K^2 k^2}{(2\pi r_0)^2} \sin^2 \delta \cos^2 \zeta \left[\int a(R) \exp(-iks_{\perp} \mathbf{R}) d^2 \mathbf{R} \right] S_{\text{P-i}0}. \quad (2.82)$$

Подстановка (1.12) в (2.78) и (2.79) дает

$$t_C = K^2 \cos^2 \delta, \quad (2.83)$$

$$t_D = K^2 \sin^2 \delta. \quad (2.84)$$

Из (2.83) и (2.84) видно, что величина δ определяет распределение спектральной плотности мощности прошедшего поля между рассеянной и нерассеянной компонентой. Если $\delta = l\pi$ ($l = 1, 2, 3, \dots$), то в прошедшем свете будет присутствовать только нерассеянная компонента, а если

$\delta = \pi/2 + l\pi$, то в прошедшем свете будет присутствовать только рассеянная компонента (спектрально-селективное рассеяние). Имеется полное соответствие между формулой (2.83) и формулой (1.15), полученной в рамках RIJM-теории. Формулы (2.80) и (2.81) находятся в хорошем соответствии с формулами для коэффициентов направленного пропускания эквидоменного SMB слоя в скрещенных и параллельных поляризаторах (1.1) и (1.2), полученными в работе [94]. При выводе формул (1.1) и (1.2) прошедший свет не разделялся на рассеянную и нерассеянную компоненту, и при расчете коэффициентов направленного пропускания учитывался не только вклад нерассеянной компоненты, но и рассеянного вперед света. Слагаемое $\cos^2 \delta$ в (1.1), согласно (2.80), соответствует вкладу нерассеянной компоненты, поляризованной так же, как и падающий на слой свет, а слагаемое $(A_c/A_0)\sin^2 \delta$ в (1.1) и (1.2) соответствует вкладу рассеянной компоненты (см. (2.37) и (2.81)).

2.7.2. Численные примеры. Симметрия картин рассеяния для вращательно-инвариантных SMB слоев

SMB слои с дискретными доменами. На рисунках 2.3а,б сравниваются функции $s_{A\varphi+}(\mathbf{R})$, полученные для численно сгенерированных реализаций двух моделей слоев с различным характером изменения $\varphi(\mathbf{r})$. В первой модели (модель 1) слой состоит из однородных доменов, в пределах каждого из которых $\varphi(\mathbf{r})$ имеет постоянную величину (рисунок 2.3в), а во второй модели (модель 2) – из неоднородных доменов с радиальной ориентацией локальной оптической оси (рисунок 2.3г) относительно некоторой точки в пределах домена (цилиндрических сферолитов [93]). Для модели 2 видна периодичность $s_{A\varphi+}(\mathbf{R})$ как функции от угла азимутальной ориентации β вектора \mathbf{R} , в то время как для модели 1 функция $s_{A\varphi+}(\mathbf{R})$ равна нулю при всех β и R . На рисунке 2.4 для рассматриваемых моделей показаны картины дифракции плоской волны на прямоугольном отверстии площадью 150×150 мкм², затянутом SMB-экраном с соответствующим пространственным распределением $\varphi(\mathbf{r})$. Угловые распределения спектральной плотности мощности на картинах рассеяния V_v и H_v , $I_V(\zeta, \alpha)$ и $I_H(\zeta, \alpha)$, рассчитывались в приближении Фраунгофера при $\delta = \pi/2$ (2.82) по формулам:

$$I_V(\zeta, \alpha) = K_I I_{\text{inc}} \left| \iint \cos 2\varphi(x, y) \exp(-ik \sin \zeta (x \cos \alpha + y \sin \alpha)) dx dy \right|^2, \quad (2.85)$$

$$I_H(\zeta, \alpha) = K_I I_{\text{inc}} \left| \iint \sin 2\varphi(x, y) \exp(-ik \sin \zeta (x \cos \alpha + y \sin \alpha)) dx dy \right|^2, \quad (2.86)$$

где $K_I = |K|^2 k^2 \cos^2 \zeta / (2\pi r_0)^2$ и I_{inc} – интенсивность падающей волны. Для удобства сравнения на рисунках показаны значения $I_V(\zeta, \alpha)/I_{\text{max}}$ и $I_H(\zeta, \alpha)/I_{\text{max}}$, где I_{max} – наибольшее из максимальных значений функций $I_V(\zeta, \alpha)$ и $I_H(\zeta, \alpha)$. Если пренебречь мелкомасштабной модуляцией, которая

при нашем теоретическом рассмотрении сглаживается за счет использования приближения (2.10), можно видеть, что, в согласии с теорией, картины рассеяния для модели 1 обладают круговой симметрией, а для модели 2 – являются инвариантными только относительно поворота на 90° .

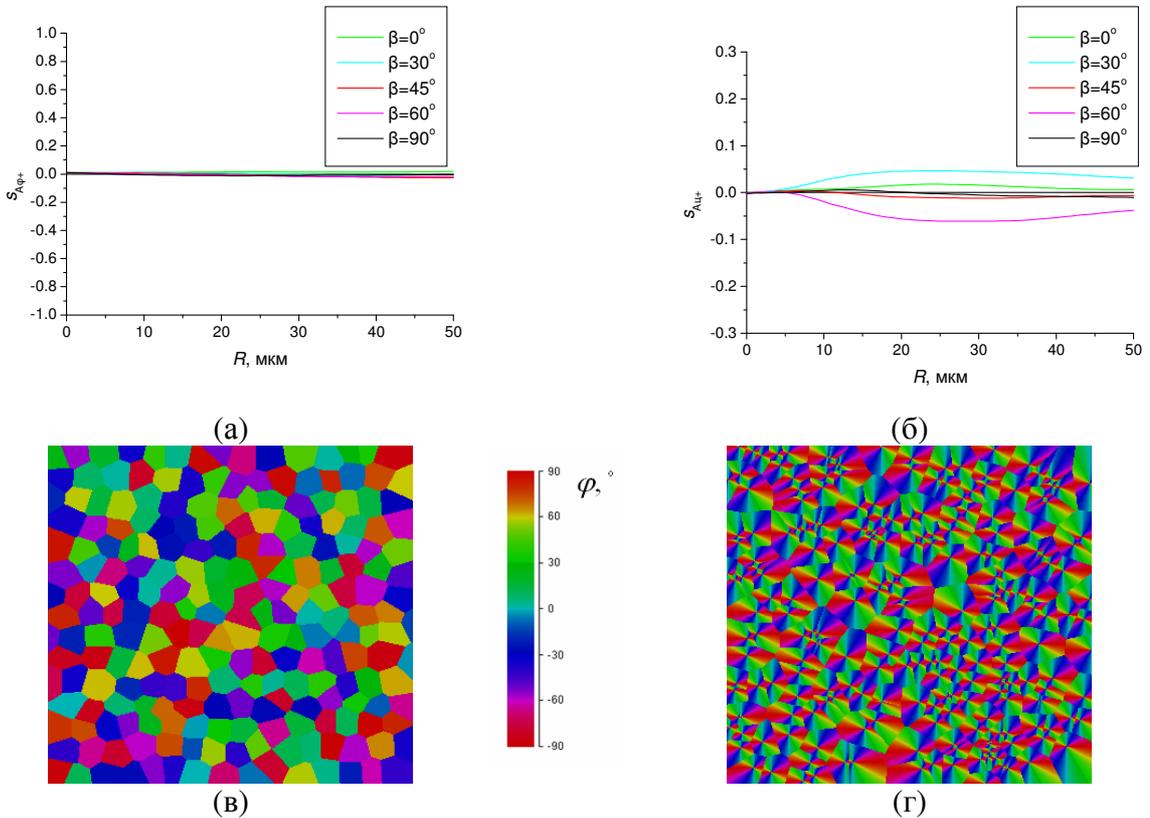


Рис. 2.3. (а,б) Функции $s_{A\varphi+}(\mathbf{R})$ для численно сгенерированных реализаций слоев моделей 1 (а) и 2 (б) при различных значениях β . (в,г) Пространственное распределение $\varphi(\mathbf{r})$ для рассматриваемого слоя моделей 1 (в) и 2 (г). Здесь (и далее на аналогичных картах) ось x направлена вправо, положительное направление отсчета угла φ – по часовой стрелке. Ширина поля 317 μm .

SMB слои с непрерывной функцией $\varphi(\mathbf{r})$. На рис. 2.5–2.9 представлены пять численных примеров, которые подтверждают справедливость выводов раздела 2.6.2 о связи симметрии картин рассеяния H_v и V_v с корреляционными свойствами слоя. Площадь прямоугольного отверстия, затянутого *SMB*-экраном, в данных примерах составляла $300 \times 300 \mu\text{m}^2$. Генерация реализаций функции $\varphi(\mathbf{r})$ с различными корреляционными свойствами производилась с помощью компьютерной программы, работающей по алгоритму, состоящему из двух этапов.

Первый этап:

1. Вводятся желаемые корреляционные характеристики поля $\varphi(\mathbf{r})$, $a_p(R)$ и $c_p(R)$: сгенерированная реализация $\varphi(\mathbf{r})$ должна иметь $a(R) \approx a_p(R)$ и $c(R) \approx c_p(R)$ (2.75–2.76).

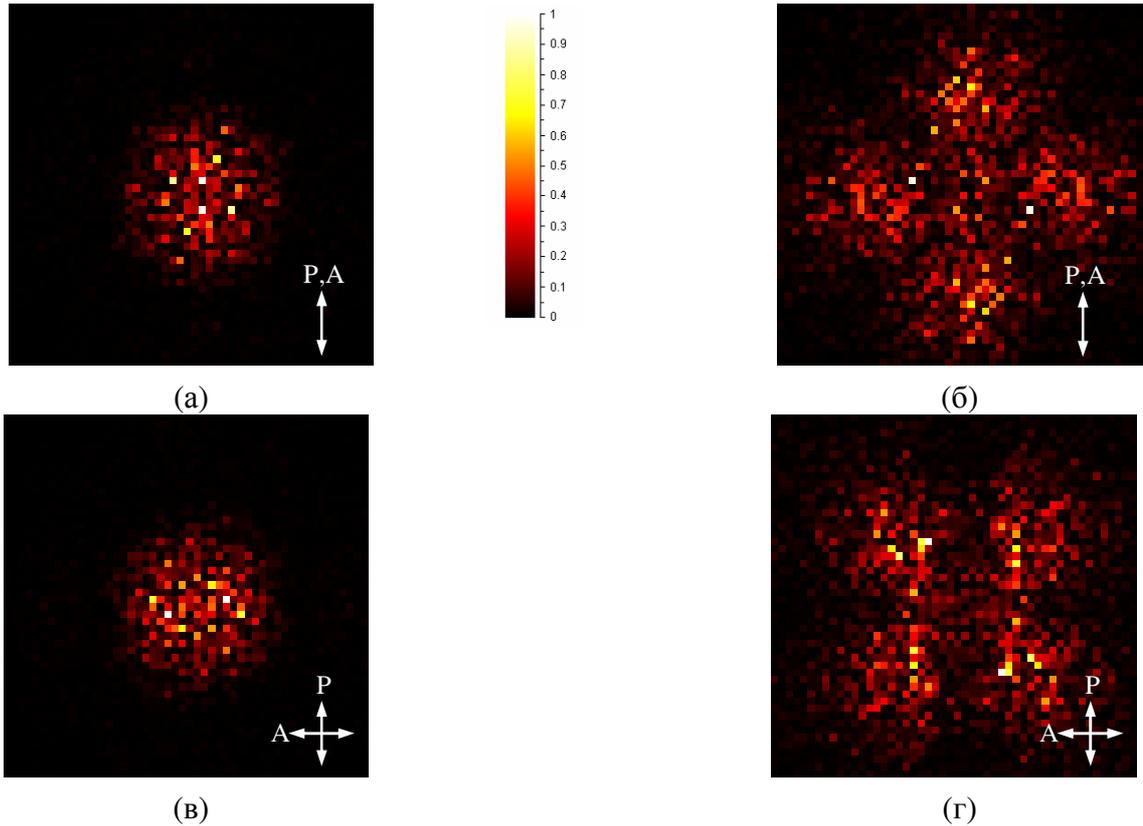


Рис. 2.4. Рассчитанные дифрактограммы V_v (а,б) и H_v (в,г) для рассматриваемых реализаций слоев моделей 1 (а,в) и 2 (б,г). Стрелки показывают ориентацию оси пропускания поляризатора (P) и анализатора (A). Ширина поля в угловой мере составляет примерно 6° .

2. Задается прямоугольная сетка $x_i = i\Delta x$, $y_j = j\Delta y$, $i = 1, 2, \dots, N$, $j = 1, 2, \dots, M$ (для приведенных здесь примеров $N = 300$, $M = 300$, $\Delta x = 1$ мкм, $\Delta y = 1$ мкм).
3. С помощью генератора случайных чисел случайным образом выбирается узел (x_i, y_j) , и в этом узле задается случайное значение φ_{ij} из диапазона $[0, 2\pi]$.
4. Значения φ_{ij} во всех остальных узлах задаются следующим циклом:
 - 4.1. Случайным образом выбирается один из узлов сетки, в которых задано значение φ (один из заполненных узлов) – обозначим координаты выбранного узла (x_{i1}, y_{j1}) .
 - 4.2. Случайным образом выбирается вектор смещения $\Delta \mathbf{r} = (w\Delta x, p\Delta y)$, где w и p – целочисленные случайные величины из диапазона $[-1, 1]$.
 - 4.3. Находится ближайший к точке (x_{i1}, y_{j1}) узел в направлении $\Delta \mathbf{r}$, в котором не задано значение φ . Обозначим координаты этого узла (x_{i2}, y_{j2}) . Если в этом направлении все узлы заполнены, шаги 4.1–4.3 выполняются заново.
 - 4.4. В узле (x_{i2}, y_{j2}) задается такое значение $\varphi(x_{i2}, y_{j2})$, при котором достигается минимум функции

$$s(\varphi_2) = \frac{1}{3} (\Delta c_{\varphi_-}(\varphi_2) + \Delta c_{\varphi_+}(\varphi_2) + \Delta s_{\varphi_+}(\varphi_2)), \quad (2.87)$$

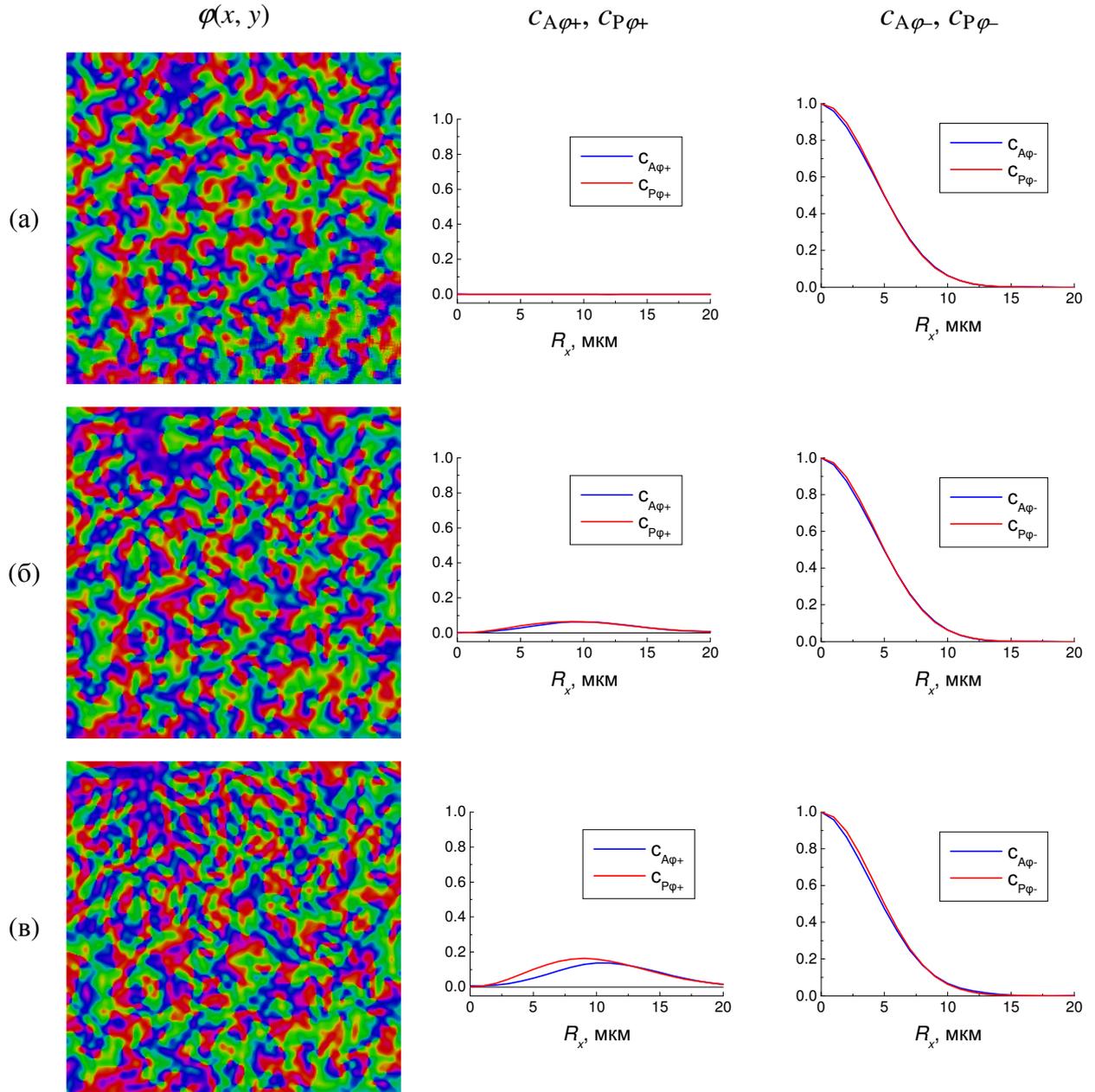


Рис. 2.5. Сгенерированные поля $\varphi(x, y)$ и функции $c_{A\varphi-}(R_x, 0)$, $c_{A\varphi+}(R_x, 0)$, $c_{P\varphi-}(R_x, 0)$ и $c_{P\varphi+}(R_x, 0)$ для случаев $C_c = 0$ (а), $C_c = 2.5 \cdot 10^{-3}$ (б) и $C_c = 5 \cdot 10^{-3}$ (в). Цветовая шкала такая же, как на рис. 2.3. Ширина поля 300 мкм.

где $\varphi_2 = \varphi(x_2, y_2)$,

$$\Delta c_{\varphi-}(\varphi_2) = \frac{1}{(2L+1)^2} \sum_{l,q=-L}^L (c_{Q\varphi-}(\varphi_2, R_{lx}, R_{qy}) - c_{P\varphi-}(R_{lx}, R_{qy}))^2,$$

$$\Delta s_{\varphi+}(\varphi_2) = \frac{1}{(2L+1)^2} \sum_{l,q=-L}^L (s_{Q\varphi+}(\varphi_2, R_{lx}, R_{qy}) - s_{P\varphi+}(R_{lx}, R_{qy}))^2,$$

$$\Delta c_{\varphi+}(\varphi_2) = \frac{1}{(2L+1)^2} \sum_{l,q=-L}^L (c_{Q\varphi+}(\varphi_2, R_{lx}, R_{qy}) - c_{P\varphi+}(R_{lx}, R_{qy}))^2,$$

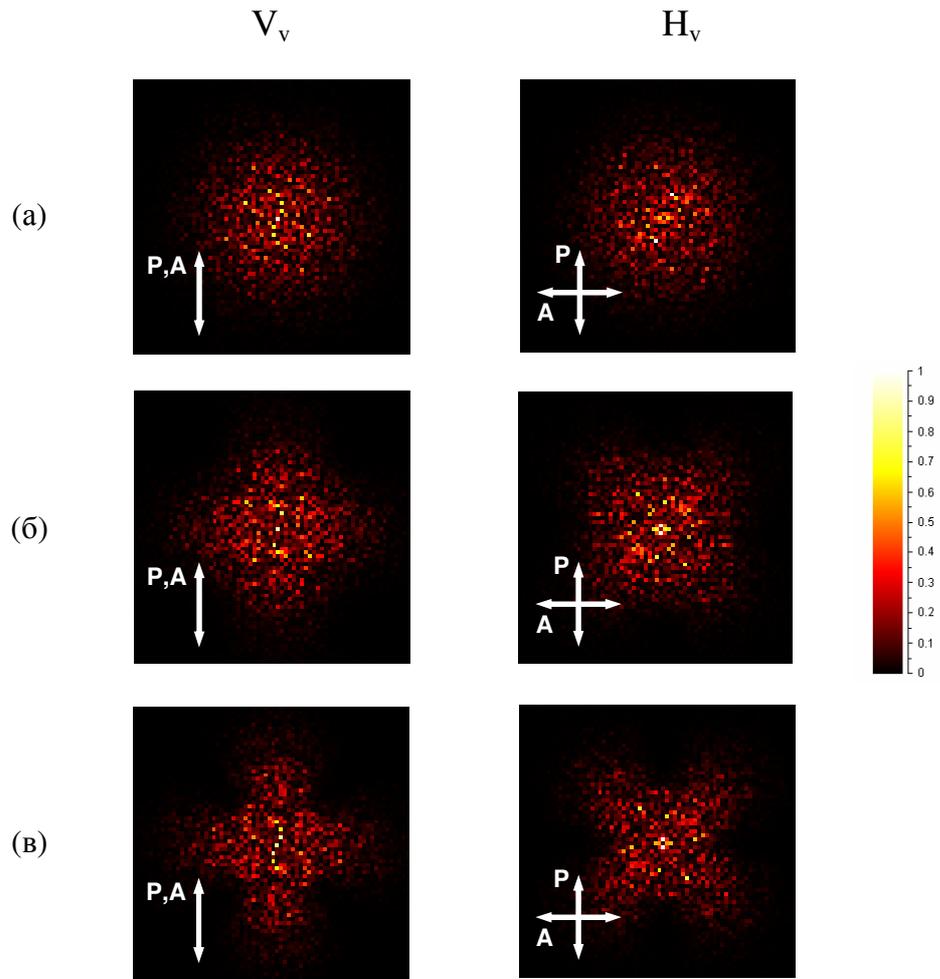


Рис. 2.6. Картины рассеяния H_v и V_v для случаев $C_c = 0$ (а), $C_c = 2.5 \cdot 10^{-3}$ (б) и $C_c = 5 \cdot 10^{-3}$ (в) при $\lambda = 632.8$ нм. Ширина поля в угловой мере составляет 8.5° .

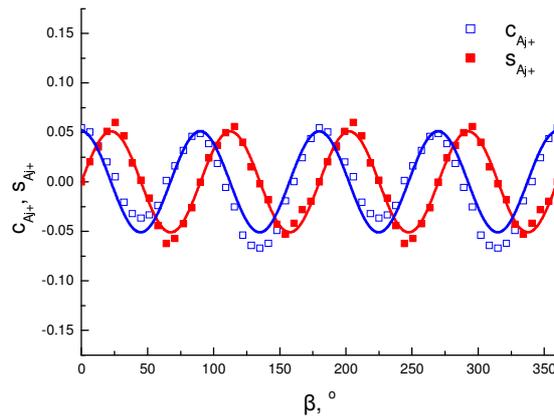


Рисунок 2.7. Значения функций $c_{A\varphi+}(R, \beta)$ и $s_{A\varphi+}(R, \beta)$ при $R = 10$ мкм для реализации $\varphi(x, y)$, показанной на рис. 2.5в (случай $\chi \approx 0^\circ$). Точками показаны рассчитанные значения функций, а сплошными линиями – соответствующие аппроксимационные кривые вида (2.76).

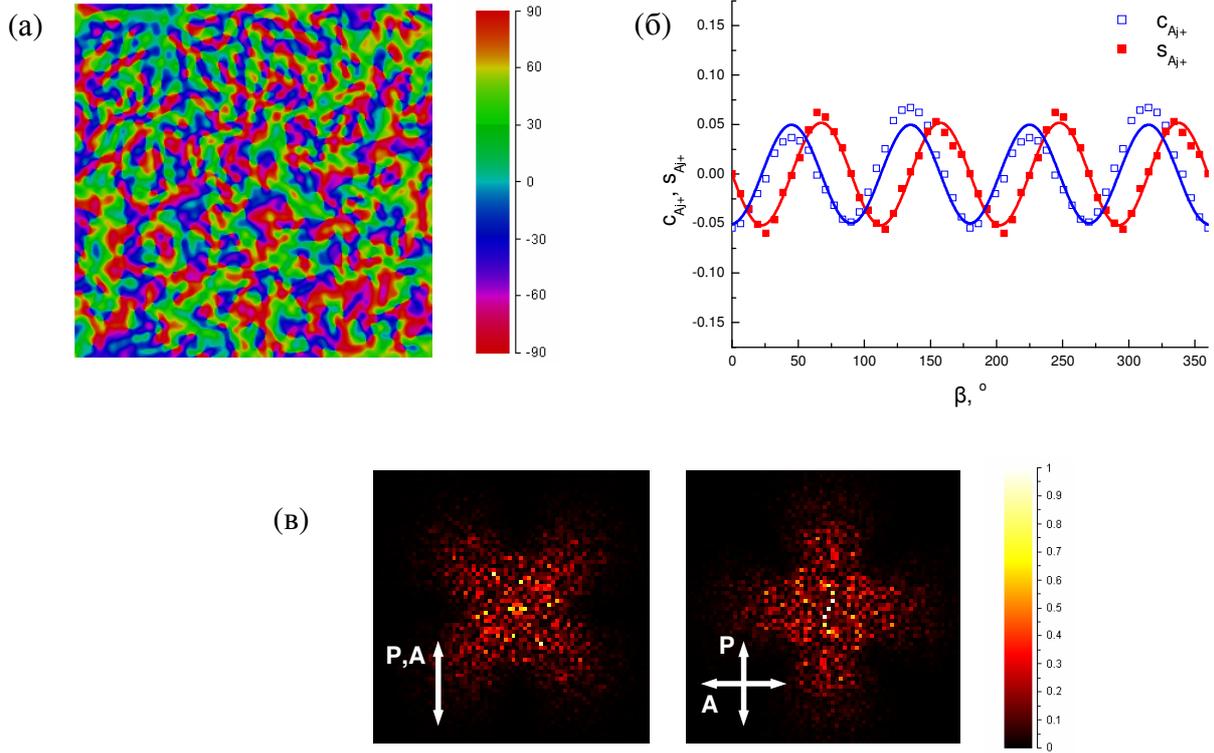


Рисунок 2.8. Результаты численного моделирования для SMB-слоя с $\chi \approx 45^\circ$. (а) Пространственное распределение угла $\varphi(x, y)$. Ширина поля 300 мкм. (б) Значения функций $c_{A\varphi+}(R, \beta)$ и $s_{A\varphi+}(R, \beta)$ при $R = 10$ мкм. Точками показаны рассчитанные значения функций, а сплошными линиями – соответствующие аппроксимационные кривые вида (2.76). (в) Рассчитанные картины рассеяния V_v и H_v при $\lambda = 632.8$ нм. Ширина поля в угловой мере составляет 8.5° .

$$c_{P\varphi-}(R_{lx}, R_{qy}) = a_P \left(\sqrt{R_{lx}^2 + R_{qy}^2} \right), \quad (2.88)$$

$$c_{P\varphi+}(R_{lx}, R_{qy}) = c_P \left(\sqrt{R_{lx}^2 + R_{qy}^2} \right) \cos 4\beta_{lq}, \quad (2.89)$$

$$s_{P\varphi+}(R_{lx}, R_{qy}) = c_P \left(\sqrt{R_{lx}^2 + R_{qy}^2} \right) \sin 4\beta_{lq}, \quad (2.90)$$

$$\cos \beta_{lq} = \frac{R_{lx}}{\sqrt{R_{lx}^2 + R_{qy}^2}}, \quad \sin \beta_{lq} = \frac{R_{qy}}{\sqrt{R_{lx}^2 + R_{qy}^2}},$$

$$c_{Q\varphi-}(\varphi_2, R_{lx}, R_{qy}) = \frac{1}{M_{lq}} \sum_{i,j} \cos 2(\varphi(x_i + R_{lx}, y_j + R_{qy}) - \varphi(x_i, y_j)),$$

$$c_{Q\varphi+}(\varphi_2, R_{lx}, R_{qy}) = \frac{1}{M_{lq}} \sum_{i,j} \cos 2(\varphi(x_i + R_{lx}, y_j + R_{qy}) + \varphi(x_i, y_j)),$$

$$s_{Q\varphi+}(\varphi_2, R_{lx}, R_{qy}) = \frac{1}{M_{lq}} \sum_{i,j} \sin 2(\varphi(x_i + R_{lx}, y_j + R_{qy}) + \varphi(x_i, y_j)),$$

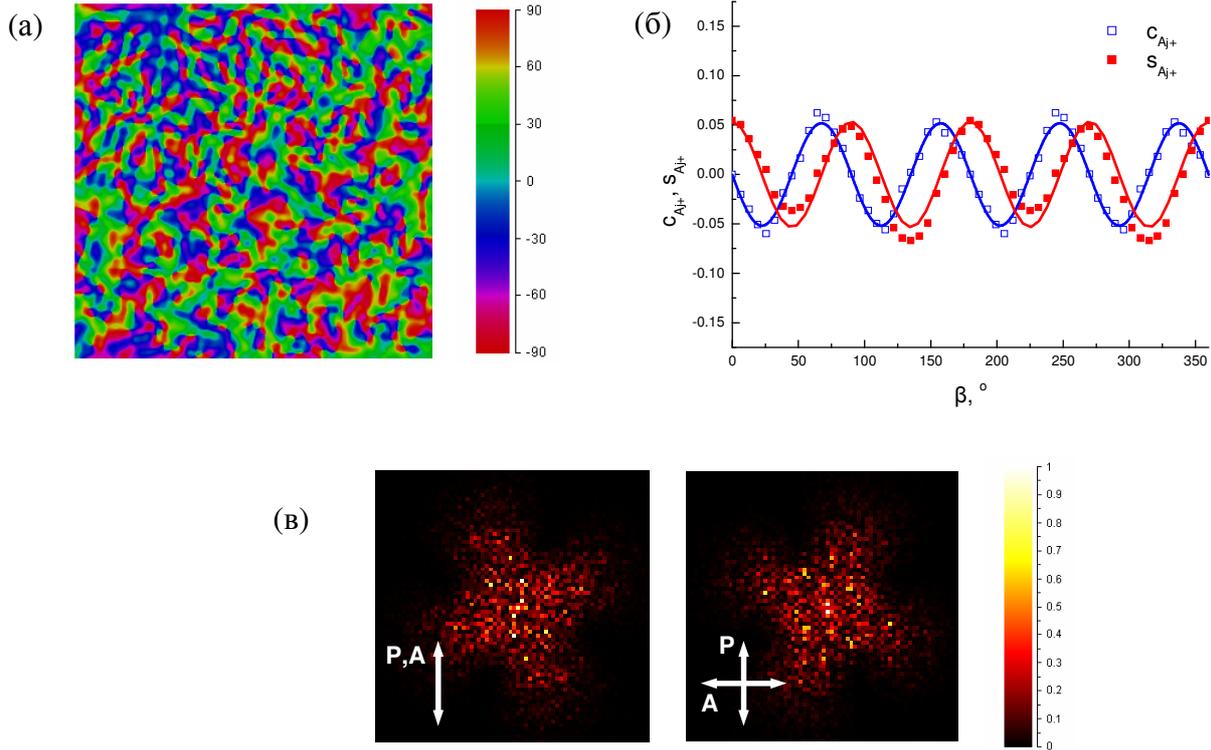


Рисунок 2.9. Результаты численного моделирования для SMB-слоя с $\chi \approx -22.5^\circ$. Масштабы такие же, как на рис. 2.8. На (б) $R = 10$ мкм.

$$R_{lx} = l\Delta x, R_{qy} = q\Delta y$$

суммирование идет по всем возможным значениям i и j для данных l и q по заполненным узлам решетки, M_{ql} – число слагаемых в сумме для данных l и q , L – такое число, что при всех $l \geq L$ $a(l\Delta x) \ll 1$ и $c(l\Delta x) \ll 1$ (в рассматриваемых примерах L было взято равным 20, поскольку функции $a_p(R)$ и $c_p(R)$ были таковыми, что $a(l\Delta x) \leq 1.5 \cdot 10^{-5}$ и $c(l\Delta x) \leq 1.5 \cdot 10^{-2}$ при всех $l \geq L$). Поиск минимума функции (2.87) производится методом половинного деления с точностью $\pi/180$. Шаги 4.1–4.4 повторяются до тех пор, пока значение φ не будет задано во всех узлах решетки.

Второй этап:

1. При заданном во всех узлах решетки распределении $\varphi(x, y)$ для каждого узла – пусть это будет узел (x_{i3}, y_{j3}) (внешний цикл по $j3$ пробегает по всем строкам, а внутренний цикл по $i3$ для текущей строки $j3$ перебирает все ее элементы) – задается новое значение $\varphi(x_{i3}, y_{j3})$, при котором достигается минимум функции

$$s = \frac{1}{3} (\Delta c_{1\varphi-} + \Delta c_{1\varphi+} + \Delta s_{1\varphi+}), \quad (2.91)$$

$$\Delta c_{1\varphi-} = \frac{1}{(2L+1)^2} \sum_{l,q=-L}^L \left(c_{A\varphi-}(\varphi_3, R_{lx}, R_{qy}) - c_{P\varphi-}(R_{lx}, R_{qy}) \right)^2, \quad (2.92)$$

$$\Delta s_{1\varphi+} = \frac{1}{(2L+1)^2} \sum_{l,q=-L}^L \left(s_{A\varphi+}(\varphi_3, R_{lx}, R_{qy}) - s_{P\varphi+}(R_{lx}, R_{qy}) \right)^2, \quad (2.93)$$

$$\Delta c_{1\varphi+} = \frac{1}{(2L+1)^2} \sum_{l,q=-L}^L \left(c_{A\varphi+}(\varphi_3, R_{lx}, R_{qy}) - c_{P\varphi+}(R_{lx}, R_{qy}) \right)^2, \quad (2.94)$$

$$c_{A\varphi-}(R_{lx}, R_{qy}) = \frac{1}{N_{lq}} \sum_{i,j} \cos 2 \left(\varphi(x_i + R_{lx}, y_j + R_{qy}) - \varphi(x_i, y_j) \right), \quad (2.95)$$

$$c_{A\varphi+}(R_{lx}, R_{qy}) = \frac{1}{N_{lq}} \sum_{i,j} \cos 2 \left(\varphi(x_i + R_{lx}, y_j + R_{qy}) + \varphi(x_i, y_j) \right), \quad (2.96)$$

$$s_{A\varphi+}(R_{lx}, R_{qy}) = \frac{1}{N_{lq}} \sum_{i,j} \sin 2 \left(\varphi(x_i + R_{lx}, y_j + R_{qy}) + \varphi(x_i, y_j) \right), \quad (2.97)$$

В (2.95–2.97) N_{lq} – число слагаемых в сумме при данных l и q , суммирование идет по всем значениям i и j , при которых $1 \leq x_i + l\Delta x \leq N$ и $1 \leq y_j + q\Delta x \leq M$. Минимум функции (2.91) ищется методом половинного деления с точностью $\pi/180$.

2. Шаг 1 второго этапа повторяется до тех пор, пока значение s не перестанет существенно изменяться.

Сгенерированное в результате выполнения второго этапа поле $\varphi(x, y)$ имеет корреляционные характеристики $c_{A\varphi-}(R_x, R_y)$, $c_{A\varphi+}(R_x, R_y)$ и $s_{A\varphi+}(R_x, R_y)$ (2.95–2.97).

На рис. 2.5 показаны функции $\varphi(x, y)$, сгенерированные при

$$a_P(R) = \exp(-R^2 / R_{\text{cor}}^2), \quad c_P(R) = C_c R^2 \exp(-R^2 / R_w^2) \quad (2.98)$$

с $R_{\text{cor}} = 6$ мкм и $R_w = 9$ мкм для случаев $C_c = 0$, $C_c = 2 \cdot 10^{-3}$ и $C_c = 5 \cdot 10^{-3}$. Функция $\varphi(x, y)$ для случая $C_c = 0$ была сгенерирована в результате выполнения обоих этапов алгоритма программы. При генерации функций $\varphi(x, y)$ для случаев $C_c > 0$ выполнялся только второй этап алгоритма программы: в качестве начального приближения бралась функция $\varphi(x, y)$, сгенерированная для меньшего значения C_c , а функции $c_{P\varphi-}(R_x, R_y)$, $c_{P\varphi+}(R_x, R_y)$ и $s_{P\varphi+}(R_x, R_y)$ в (2.92–2.94) пересчитывались для новых функций $a_P(R)$ и $c_P(R)$ (2.98) по формулам (2.88–2.90). На рис. 2.5 также показаны корреляционные характеристики полей $\varphi(x, y)$ $c_{A\varphi-}(R_x, 0)$ и $c_{A\varphi+}(R_x, 0)$ (2.95–2.96) и задаваемые функции $c_{P\varphi-}(R_x, 0)$ и $c_{P\varphi+}(R_x, 0)$ (2.88–2.90), вычисленные по заданным на вход программы функциям (2.98). Рассчитанные по формулам (2.85) и (2.87) картины рассеяния H_v и V_v для реализаций поля $\varphi(x, y)$, показанных на рисунке 2.5, показаны на рисунке 2.6. Из

рис. 2.5 видно, что корреляционные характеристики $c_{A\varphi-}(R_x)$ и $c_{A\varphi+}(R_x)$ сгенерированного поля $\varphi(x, y)$ близки к изначально заданным функциям $c_{R\varphi-}(R_x)$ и $c_{R\varphi+}(R_x)$. Во всех трех случаях

$$\left| c_{A\varphi-}(R, \beta) - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} c_{A\varphi-}(R, \beta') d\beta' \right| < 0.05$$

при всех R и β . В случае $C_c = 0$ значения $c_{A\varphi+}(R, \beta)$ и $s_{A\varphi+}(R, \beta)$ не превышают 0.02 при всех R и β , и картины рассеяния H_v и V_v обладают круговой симметрией (рис. 2.6а). Из рис. 2.6б,в видно, что в случаях с $C_c = 2 \cdot 10^{-3}$ и $C_c = 5 \cdot 10^{-3}$ соотношение между вкладами в картину рассеяния компоненты, не обладающей круговой симметрией, и компоненты, обладающей круговой симметрией, отличается – при $C_c = 5 \cdot 10^{-3}$ вклад компоненты, не обладающей круговой симметрией, больше, чем при $C_c = 2 \cdot 10^{-3}$.

В примерах, показанных на рис. 2.5б,в, функция $\varphi(x, y)$ такова, что для нее χ при всех R близко к нулю (отклоняется от нуля не более чем на 0.2° ; см. рис. 2.7), в соответствии с видом функций $c_{R\varphi-}(\mathbf{R})$, $c_{R\varphi+}(\mathbf{R})$ и $s_{R\varphi+}(\mathbf{R})$ (2.88–2.90). Функции $\varphi(x, y)$, взятые в примерах, показанных на рис. 2.8 и 2.9, рассчитывались по формуле $\varphi(x, y) = \varphi_1(x, y) + \varphi_0$ с $\varphi_0 = 45^\circ$ в примере на рис. 2.8 и $\varphi_0 = 22.5^\circ$ в примере на рис. 2.9, где $\varphi_1(x, y)$ – реализация $\varphi(x, y)$, показанная на рис. 2.5в. При замене $\varphi(x, y) = \varphi_1(x, y)$ на $\varphi(x, y) = \varphi_1(x, y) + \varphi_0$ функции $a(R)$ и $c(R)$ не изменяются [см. (2.75) и (2.76)], а значение χ уменьшается на φ_0 . Таким образом, в примерах, показанных на рис. 2.8 и 2.9, при всех R $\chi \approx -45^\circ$ и $\chi \approx -22.5^\circ$, соответственно. На рисунках 2.7, 2.8б и 2.9б показаны значения $c_{A\varphi+}(R, \beta)$ и $s_{A\varphi+}(R, \beta)$ (2.96–2.97) при $R = 10$ мкм и разных значениях β , а также аппроксимирующие кривые вида $A\cos(4\beta + \phi)$ и $A\sin(4\beta + \phi)$ [см. (2.75) и (2.76)]. Указанный выбор функций $\varphi(x, y)$ был обусловлен желанием убедиться, что при ненулевом χ , не зависящем от R , четырехлистники рассеяния действительно будут повернутыми относительно плоскости поляризации падающего света на угол χ на V_v -дифрактограмме и на угол $\chi + 45^\circ$ на H_v -дифрактограмме. Как видно из рис. 2.6в, в случае $\chi \approx 0^\circ$ на V_v -дифрактограмме два лепестка четырехлистника рассеяния ориентированы параллельно плоскости поляризации падающего света и два – перпендикулярно ей (дифрактограмма +-типа), тогда как на H_v -дифрактограмме четырехлистник повернут на 45° относительно направления поляризации падающего света (дифрактограмма \times -типа). В случае $\chi \approx -45^\circ$ (рис. 2.8в), наоборот, H_v -дифрактограмма имеет +-форму, а V_v -дифрактограмма – \times -форму, то есть можно говорить о повороте четырехлистников рассеяния на $\pm 45^\circ$ относительно их положения в предыдущем случае. На рис. 2.9в ($\chi \approx -22.5^\circ$) четырехлистники рассеяния на дифрактограммах V_v и H_v повернуты относительно направления поляризации падающего света приблизительно на -22.5° и 22.5° , соответственно. Все это

полностью согласуется с выводами раздела 2.6.2 о зависимости ориентации четырехлепестковых картин рассеяния от величины χ .

2.8. Особенности рассеяния света вращательно-неинвариантными SMB и NPMВ слоями

Рассмотрим случай, когда у SMB или NPMВ слоя присутствует некоторое выделенное направление ориентации доменов. Подстановка (1.12) в (2.68–2.70) дает

$$\mathbf{M}_A^{(1)} = K^2 c_\delta^2 \mathbf{U}, \quad (2.99)$$

$$\mathbf{M}_A^{(2)} = 2K^2 c_\delta s_\delta \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{A2\varphi} \\ 0 & 0 & 0 & -c_{A2\varphi} \\ 0 & -s_{A2\varphi} & c_{A2\varphi} & 0 \end{pmatrix}, \quad (2.100)$$

$$\mathbf{M}_A^{(3)}(\mathbf{R}) = K^2 s_\delta^2 \begin{pmatrix} c_{A\varphi-}(\mathbf{R}) & 0 & 0 & -is_{A\varphi-}(\mathbf{R}) \\ 0 & c_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & s_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & 0 \\ 0 & s_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & -c_{A\varphi+}(\mathbf{R}) & 0 \\ is_{A\varphi-}(\mathbf{R}) & 0 & 0 & -c_{A\varphi-}(\mathbf{R}) \end{pmatrix},$$

$$c_\delta = \cos \delta, \quad s_\delta = \sin \delta$$

Допустим, что $\mathbf{M}_A^{(3)}(\mathbf{R})$ не зависит от направления вектора \mathbf{R} , тогда $s_{A\varphi+}(\mathbf{R}) = 0$, поскольку $s_{A\varphi+}(\mathbf{R}) = -s_{A\varphi+}(-\mathbf{R})$:

$$\mathbf{M}_A^{(3)}(R) = K^2 s_\delta^2 \begin{pmatrix} c_{A\varphi-}(R) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{A\varphi+}(R) & s_{A\varphi+}(R) & 0 \\ 0 & s_{A\varphi+}(R) & -c_{A\varphi+}(R) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_{A\varphi-}(R) \end{pmatrix}. \quad (2.101)$$

Из (2.45), (2.46) и (2.101) находим, что

$$\bar{\mathbf{M}}_A^{(3)} = K^2 s_\delta^2 \begin{pmatrix} \bar{c}_{A\varphi-} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \bar{c}_{A\varphi+} & \bar{s}_{A\varphi+} & 0 \\ 0 & \bar{s}_{A\varphi+} & -\bar{c}_{A\varphi+} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\bar{c}_{A\varphi-} \end{pmatrix}, \quad (2.102)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}_A^{(3)}(R) = K^2 s_\delta^2 \begin{pmatrix} \tilde{c}_{A\varphi-}(R) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{c}_{A\varphi+}(R) & \tilde{s}_{A\varphi+}(R) & 0 \\ 0 & \tilde{s}_{A\varphi+}(R) & -\tilde{c}_{A\varphi+}(R) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\tilde{c}_{A\varphi-}(R) \end{pmatrix}. \quad (2.103)$$

$$\bar{c}_{A\varphi-} = c_{A2\varphi}^2 + s_{A2\varphi}^2, \quad \bar{c}_{A\varphi+} = c_{A2\varphi}^2 - s_{A2\varphi}^2, \quad \bar{s}_{A\varphi+} = 2c_{A2\varphi}s_{A2\varphi},$$

$$\tilde{c}_{A\varphi-}(R) = c_{A\varphi-}(R) - \bar{c}_{A\varphi-}, \quad \tilde{c}_{A\varphi+}(R) = c_{A\varphi+}(R) - \bar{c}_{A\varphi+}, \quad \tilde{s}_{A\varphi+}(R) = s_{A\varphi+}(R) - \bar{s}_{A\varphi+}.$$

Подстановка (2.99), (2.100), (2.102) и (2.103) в (2.43) и (2.44) дает

$$\bar{\mathbf{M}} = K^2 \begin{pmatrix} c_\delta^2 + s_\delta^2 \bar{c}_{A\varphi-} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_\delta^2 + s_\delta^2 \bar{c}_{A\varphi+} & s_\delta^2 \bar{s}_{A\varphi+} & 2c_\delta s_\delta s_{A2\varphi} \\ 0 & s_\delta^2 \bar{s}_{A\varphi+} & c_\delta^2 - s_\delta^2 \bar{c}_{A\varphi+} & -2c_\delta s_\delta c_{A2\varphi} \\ 0 & -2c_\delta s_\delta s_{A2\varphi} & 2c_\delta s_\delta c_{A2\varphi} & c_\delta^2 - s_\delta^2 \bar{c}_{A\varphi-} \end{pmatrix},$$

$$\tilde{\mathbf{M}}(R) = K^2 s_\delta^2 \begin{pmatrix} \tilde{c}_{A\varphi-}(R) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tilde{c}_{A\varphi+}(R) & \tilde{s}_{A\varphi+}(R) & 0 \\ 0 & \tilde{s}_{A\varphi+}(R) & -\tilde{c}_{A\varphi+}(R) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\tilde{c}_{A\varphi-}(R) \end{pmatrix}.$$

Допустим, что угол φ имеет симметричное распределение, и обозначим

$$\bar{\varphi} = \langle \varphi(\mathbf{p}) \rangle_A, \quad \tilde{\varphi}(\mathbf{p}) = \varphi(\mathbf{p}) - \bar{\varphi}.$$

Тогда $\langle \sin 2\tilde{\varphi}(\mathbf{p}) \rangle_A = 0$,

$$s_{A2\varphi} = U s_{2\bar{\varphi}}, \quad c_{A2\varphi} = U c_{2\bar{\varphi}}, \quad \bar{c}_{A\varphi-} = U^2, \quad \bar{c}_{A\varphi+} = U^2 c_{4\bar{\varphi}}, \quad \bar{s}_{A\varphi+} = U^2 s_{4\bar{\varphi}},$$

$$\tilde{c}_{A\varphi-}(R) = \Psi(R) - U^2,$$

$$\tilde{c}_{A\varphi+}(R) = c_{4\bar{\varphi}} (\Xi(R) - U^2) + s_{4\bar{\varphi}} \Theta(R), \quad \tilde{s}_{A\varphi+}(R) = s_{4\bar{\varphi}} (\Xi(R) - U^2) - c_{4\bar{\varphi}} \Theta(R),$$

$$s_{2\bar{\varphi}} = \sin 2\bar{\varphi}, \quad c_{2\bar{\varphi}} = \cos 2\bar{\varphi}, \quad s_{4\bar{\varphi}} = \sin 4\bar{\varphi}, \quad c_{4\bar{\varphi}} = \cos 2\bar{\varphi},$$

$$U = \langle \cos 2\tilde{\varphi}(\mathbf{p}) \rangle_A,$$

$$\Psi(R) = \left\langle \cos 2 \left(\tilde{\varphi} \left(\mathbf{p}_0 - \frac{\mathbf{R}}{2} \right) - \tilde{\varphi} \left(\mathbf{p}_0 + \frac{\mathbf{R}}{2} \right) \right) \right\rangle_A, \quad \Xi(R) = \left\langle \cos 2 \left(\tilde{\varphi} \left(\mathbf{p}_0 - \frac{\mathbf{R}}{2} \right) + \tilde{\varphi} \left(\mathbf{p}_0 + \frac{\mathbf{R}}{2} \right) \right) \right\rangle_A,$$

$$\Theta(R) = \left\langle \sin 2 \left(\tilde{\varphi} \left(\mathbf{p}_0 - \frac{\mathbf{R}}{2} \right) + \tilde{\varphi} \left(\mathbf{p}_0 + \frac{\mathbf{R}}{2} \right) \right) \right\rangle_A,$$

и матрицы $\bar{\mathbf{M}}$ и $\tilde{\mathbf{M}}(R)$ имеют вид

$$\bar{\mathbf{M}} = K^2 \begin{pmatrix} c_\delta^2 + s_\delta^2 U^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_\delta^2 + s_\delta^2 U^2 c_{4\bar{\varphi}} & s_\delta^2 U^2 s_{4\bar{\varphi}} & 2c_\delta s_\delta U s_{2\bar{\varphi}} \\ 0 & s_\delta^2 U^2 s_{4\bar{\varphi}} & c_\delta^2 - s_\delta^2 U^2 c_{4\bar{\varphi}} & -2c_\delta s_\delta U c_{2\bar{\varphi}} \\ 0 & -2c_\delta s_\delta U s_{2\bar{\varphi}} & 2c_\delta s_\delta U c_{2\bar{\varphi}} & c_\delta^2 - s_\delta^2 U^2 \end{pmatrix}, \quad (2.104)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}(R) = K^2 s_\delta^2 \begin{pmatrix} \tilde{\Psi}(R) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{4\bar{\varphi}} \tilde{\Xi}(R) + s_{4\bar{\varphi}} \Theta(R) & s_{4\bar{\varphi}} \tilde{\Xi}(R) - c_{4\bar{\varphi}} \Theta(R) & 0 \\ 0 & s_{4\bar{\varphi}} \tilde{\Xi}(R) - c_{4\bar{\varphi}} \Theta(R) & -c_{4\bar{\varphi}} \tilde{\Xi}(R) - s_{4\bar{\varphi}} \Theta(R) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\tilde{\Psi}(R) \end{pmatrix}, \quad (2.105)$$

$$\widehat{\Psi}(R) = \Psi(R) - U^2, \quad \widehat{\Xi}(R) = \Xi(R) - U^2.$$

Из (2.28), (2.29), (2.104) и (2.105) следует, что коэффициенты направленного и диффузного пропускания такого слоя выражаются следующим образом:

$$t_C = K^2 (c_\delta^2 + s_\delta^2 U^2),$$

$$t_D = K^2 s_\delta^2 (1 - U^2).$$

В частном случае, когда $\bar{\varphi} = 0$, то есть ось преимущественной ориентации локальных оптических осей – обозначим её x_φ – параллельна оси x лабораторной системы координат, матрицы (2.104) и (2.105) принимают вид:

$$\bar{\mathbf{M}} = K^2 \begin{pmatrix} c_\delta^2 + s_\delta^2 U^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_\delta^2 + s_\delta^2 U^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_\delta^2 - s_\delta^2 U^2 & -2c_\delta s_\delta U \\ 0 & 0 & 2c_\delta s_\delta U & c_\delta^2 - s_\delta^2 U^2 \end{pmatrix}, \quad (2.106)$$

$$\tilde{\mathbf{M}}(R) = K^2 s_\delta^2 \begin{pmatrix} \widehat{\Psi}(R) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \widehat{\Xi}(R) & -\Theta(R) & 0 \\ 0 & -\Theta(R) & -\widehat{\Xi}(R) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\widehat{\Psi}(R) \end{pmatrix}. \quad (2.107)$$

Выражения (2.106) и (2.107) позволяют проанализировать зависимость состояния поляризации нерассеянной и рассеянной компоненты от состояния поляризации падающего света для статистически вращательно-неинвариантных эквидоменных слоев без локальных поляризационно-зависимых потерь. Выделим следующие четыре случая:

1. Падающий свет неполяризован. Из (2.106) и (2.107) видно, что в этом случае и рассеянная, и нерассеянная компоненты являются неполяризованными.
2. Падающий свет линейно поляризован, причем плоскость поляризации параллельна или перпендикулярна x_φ . В этом случае нерассеянная компонента является линейно-поляризованной, а рассеянная компонента в общем случае имеет преимущественную линейную поляризацию. Плоскость поляризации нерассеянной компоненты параллельна плоскости поляризации падающего света. Если $\Theta(R) = 0$ при всех R , а $\widehat{\Xi}(R) \neq 0$ в определенном диапазоне значений R , плоскость поляризации рассеянной компоненты параллельна плоскости поляризации падающего света. Если $\Theta(R) = 0$ и $\widehat{\Xi}(R) = 0$ при всех R , рассеянная компонента является неполяризованной.
3. Падающий свет линейно поляризован, причем плоскость поляризации составляет угол 45° или -45° с осью x_φ . В этом случае нерассеянная компонента в общем случае эллиптически поляризована, а рассеянная компонента имеет преимущественную линейную поляризацию.

Если $\Theta(R) = 0$ при всех R , а $\hat{\Xi}(R) \neq 0$ в некотором диапазоне значений R , плоскость поляризации поляризованной части рассеянной компоненты ортогональна плоскости поляризации падающего света. Если $\Theta(R) = 0$ и $\hat{\Xi}(R) = 0$ при всех R , рассеянная компонента является неполяризованной.

4. Падающий свет циркулярно поляризован. В этих условиях нерассеянная компонента в общем случае эллиптически поляризована, а рассеянная компонента имеет циркулярную поляризацию, ортогональную поляризации падающего света.

2.9. Границы применимости приближения прямых лучей

Основное ограничение используемого в настоящей работе теоретического подхода связано с использованием DRA. Оценка границ применимости DRA производилась нами посредством сравнения результатов, полученных с помощью DRA-метода, с результатами, полученными с помощью модального метода решеток, для латерально периодических структур, реализуемых в ЖК слоях (ЖК решеток). Описание используемых вариантов модального метода решеток и DRA-метода дано в разделе 2.9.2. В разделе 2.9.3 на конкретных примерах мы показываем, как влияет на точность DRA-метода характер модуляции локальной оптической оси, и для разных случаев очерчиваем область параметров модулирующего слоя, подходящую для применения DRA-метода. Полученные оценки предельных скоростей вариации локальной оптической оси, допускающих применение DRA, применимы и к ЖК слоям с произвольным характером латеральной неоднородности.

2.9.1. Рассматриваемые типы ЖК структур

Мы будем рассматривать ЖК решетки трех типов, отличающиеся характером латеральной модуляции ориентации локальной оптической оси (ЛОО): 1) решетки с латеральной модуляцией только азимутальной ориентации ЛОО, 2) решетки с латеральной модуляцией только наклона ЛОО и 3) решетки с латеральной модуляцией как наклона, так и азимутальной ориентации ЛОО.

Решетки первого типа мы будем называть АМОА решетками (azimuthally-modulated-optic-axis gratings). Для АМОА решеток с линейным изменением угла азимутальной ориентации ЛОО (см. раздел 2.9.3.1) – планарный вариант структуры такой решетки показан на рис. 2.10а (цилиндры показывают ориентацию ЛОО) – с помощью DRA был теоретически предсказан ряд практически интересных свойств [32,34,36,37,39,41,42], таких как сильная зависимость дифракционной эффективности нулевого порядка от длины волны (отметим, что этот эффект

очень близок к эффекту спектрально селективного рассеяния на нематических RPA-слоях). [32,37,41], циркулярная поляризация дифрагированных волн порядков +2 и -2 [32,42] и сильная зависимость дифракционных эффективностей порядков +2 и -2 от степени и знака циркулярной поляризации падающей волны [32]. Эти предсказания нашли свое подтверждение в экспериментах, выполненных на слоях нематических жидких кристаллов (ЖК), модуляция азимутальной ориентации локальной оптической оси (ЖК директора) в которых задавалась с помощью фотоориентируемых покрытий [31–42].

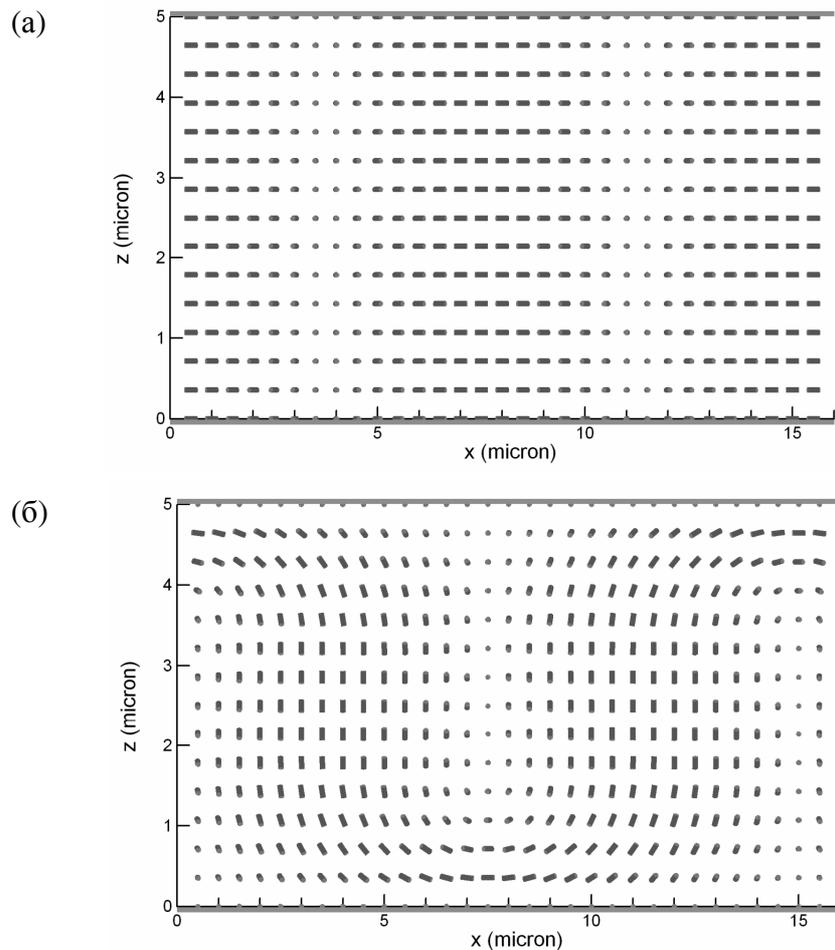


Рисунок 2.10. Примеры латерально-периодических двулучепреломляющих слоев. (а) АМОА решетка ($\theta_{\max} = 0$; см. раздел 2.9.3.1) (б) SFLH решетка. Толщина слоя 5 мкм, период 15 мкм.

Решетки с латеральной вариацией только наклона ЛОО мы будем условно называть ТМОА решетками (tilt-modulated-optic-axis gratings). Такой тип модуляции характерен, например, ЖК слоям с так называемыми доменами Вильямса (один из видов периодических структур, возникающих в слоях нематических ЖК под действием электрического поля) [96,138].

Разнообразные и многочисленные примеры структур с одновременной периодической латеральной модуляцией как азимутальной ориентации ЛОО, так и её наклона, – слои с таким характером модуляции мы будем называть СМОА решетками (complexly-modulated-optic-axis gratings) – можно найти среди структур, возникающих в слоях холестерических ЖК под действием внешнего электрического или магнитного поля [69,139–145]. В частности, к такого типа структурам относятся структуры типа «поверхностно-возмущенная лежащая спираль» (SFLH, surface-frustrated lying-helix) [139,145] (рис. 2.106).

2.9.2. Методы

2.9.2.1. Общая постановка задачи

Пусть на латерально-модулированный слой двулучепреломляющей немагнитной ($\mu = 1$) среды, имеющий толщину d и ограниченный плоскостями $z = z_0$ и $z = z_d$ ($z_d - z_0 = d$) декартовой системы координат (x, y, z) , в нормальном направлении из полупространства $z < z_0$ падает плоская монохроматическая волна с вектором электрической напряженности

$$\mathbf{E}_{\text{inc}}(z, t) = \mathbf{E}_{0\text{inc}}(z) \exp(-i\omega t),$$

где ω – круговая частота и t – время. Будем считать, что среды, с которыми граничит слой, являются однородными и изотропными и имеют показатель преломления n_{sur} . Волновой вектор решетки \mathbf{k}_g считаем направленным вдоль оси x . В этом случае тензор диэлектрической проницаемости среды $\boldsymbol{\varepsilon}$ не зависит от y и является периодической функцией от x : при любых заданных значениях x и z

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, z) = \boldsymbol{\varepsilon}(x + \Lambda, z),$$

где Λ – период решетки. Будем считать, что слой является локально-одноосным и что его главные показатели преломления, n_{\parallel} и n_{\perp} , не зависят от пространственных координат. Ориентацию ЛОО в слое будем характеризовать единичным вектором

$$\mathbf{c}(x, z) = \begin{pmatrix} \cos \varphi(x, z) \cos \theta(x, z) \\ \sin \varphi(x, z) \cos \theta(x, z) \\ \sin \theta(x, z) \end{pmatrix},$$

где φ – угол азимутальной ориентации ЛОО и θ – угол наклона ЛОО. Тензор диэлектрической проницаемости $\boldsymbol{\varepsilon}(x, z)$ выражается через $\mathbf{c}(x, z)$ следующим образом:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, z) = \varepsilon_{\perp} \mathbf{I} + \Delta \boldsymbol{\varepsilon} \mathbf{c}(x, z) \otimes \mathbf{c}(x, z),$$

$$\Delta \boldsymbol{\varepsilon} = \varepsilon_{\parallel} - \varepsilon_{\perp}, \quad \varepsilon_{\perp} = n_{\perp}^2, \quad \varepsilon_{\parallel} = n_{\parallel}^2,$$

где \mathbf{I} – единичная 3×3 матрица. В силу своей периодичности функция $\boldsymbol{\varepsilon}(x, z)$ может быть представлена в виде ряда:

$$\boldsymbol{\varepsilon}(x, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \boldsymbol{\varepsilon}_m(z) \exp(imk_0 px), \quad (2.108)$$

где $k_0 = 2\pi n_{\text{sur}}/\lambda$ и $p = |\mathbf{k}_g|/k_0 = 2\pi/(\Lambda k_0)$. Согласно теореме Блоха–Флоке, векторы напряженности электрического и магнитного полей как снаружи, так и внутри рассматриваемого слоя можно также представить в виде рядов Фурье [106,107]:

$$\mathbf{E}(x, z, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_m(z) \exp[i(mk_0 px - \omega t)], \quad \mathbf{H}(x, z, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathbf{H}_m(z) \exp[i(mk_0 px - \omega t)]. \quad (2.109)$$

В соответствии с этим поле за слоем может рассматриваться как суперпозиция плоских волн (разложение Рэлея):

$$\mathbf{E}_{\text{out}}(x, z, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_{\text{out}m} \exp[i(k_{zm}z + mk_0 px - \omega t)], \quad \mathbf{H}_{\text{out}}(x, z, t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \mathbf{H}_{\text{out}m} \exp[i(k_{zm}z + mk_0 px - \omega t)],$$

$$k_{zm} = k_0 \sqrt{1 - m^2 p^2}.$$

Плосковолновые компоненты прошедшего поля с действительным k_{zm} являются распространяющимися, а компоненты с мнимым k_{zm} – затухающими. Для распространяющихся волн представим $\mathbf{E}_{\text{out}m}$ в виде

$$\mathbf{E}_{\text{out}m} = \mathbf{e}_{1m} A_{1m} + \mathbf{e}_{2m} A_{2m}, \quad (2.110)$$

где \mathbf{e}_{1m} и \mathbf{e}_{2m} – единичные действительные базисные векторы, такие что \mathbf{e}_{1m} и \mathbf{e}_{2m} образуют правую тройку векторов с волновой нормалью рассматриваемой волны \mathbf{l}_m (направление вектора \mathbf{l}_0 совпадает с направлением волновой нормали падающей волны \mathbf{l}_{inc}), и A_{1m} и A_{2m} – скалярные комплексные амплитуды соответствующих компонент волн. Для $\mathbf{E}_{0\text{inc}}$ будем использовать аналогичное представление

$$\mathbf{E}_{0\text{inc}} = \mathbf{e}_{1\text{inc}} A_{1\text{inc}} + \mathbf{e}_{2\text{inc}} A_{2\text{inc}}, \quad (2.111)$$

и выберем базисные векторы $\mathbf{e}_{1\text{inc}}$ и $\mathbf{e}_{2\text{inc}}$ сонаправленными с осями x и y , как и векторы \mathbf{e}_{10} и \mathbf{e}_{20} . Для дифрагированных волн с $m \neq 0$ удобно выбрать \mathbf{e}_{1m} параллельным плоскости дифракции (p -поляризация), а \mathbf{e}_{2m} – перпендикулярным плоскости дифракции (s -поляризация). Падающее поле и распространяющиеся плосковолновые компоненты прошедшего поля будем характеризовать векторами Стокса

$$\mathbf{S}_{\text{inc}} = \frac{cn_{\text{sur}} \mathbf{l}_{\text{inc}} \mathbf{z}}{8\pi} \begin{pmatrix} A_{1\text{inc}} A_{1\text{inc}}^* + A_{2\text{inc}} A_{2\text{inc}}^* \\ A_{1\text{inc}} A_{1\text{inc}}^* - A_{2\text{inc}} A_{2\text{inc}}^* \\ 2 \operatorname{Re}(A_{1\text{inc}} A_{2\text{inc}}^*) \\ 2 \operatorname{Im}(A_{1\text{inc}} A_{2\text{inc}}^*) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{S}_{\text{out}m} = \frac{cn_{\text{sur}} \mathbf{l}_m \mathbf{z}}{8\pi} \begin{pmatrix} A_{1m} A_{1m}^* + A_{2m} A_{2m}^* \\ A_{1m} A_{1m}^* - A_{2m} A_{2m}^* \\ 2 \operatorname{Re}(A_{1m} A_{2m}^*) \\ 2 \operatorname{Im}(A_{1m} A_{2m}^*) \end{pmatrix},$$

где \mathbf{z} – единичный вектор в положительном направлении оси z и c – скорость света в вакууме. Первый элемент рассчитываемых таким образом векторов Стокса равен плотности потока энергии рассматриваемой волны через плоскость $z = \text{const}$. Дифракционные свойства слоя будем характеризовать набором матриц Мюллера \mathbf{M}_m , связывающих векторы Стокса дифрагированных волн \mathbf{S}_{outm} с вектором Стокса падающей волны \mathbf{S}_{inc} :

$$\mathbf{S}_{outm} = \mathbf{M}_m \mathbf{S}_{inc}.$$

Значения матриц \mathbf{M}_m , полученные модальным методом решеток, обозначим \mathbf{M}_{grm} , а их значения, полученные с помощью DRA, \mathbf{M}_{DRAm} .

Меру отклонения значения вектора Стокса дифрагированной волны порядка m , полученного с помощью DRA-метода, от его точного значения можно охарактеризовать следующим параметром:

$$e_{DRAm} = \frac{\|\mathbf{S}_{outm} - \mathbf{S}_{DRAm}\|_E}{\|\mathbf{S}_{inc}\|_E},$$

где $\mathbf{S}_{DRAm} = \mathbf{M}_{DRAm} \mathbf{S}_{inc}$ и $\|\mathbf{S}\|_E$ – евклидова норма вектора \mathbf{S} . Воспользовавшись общим соотношением $\|\mathbf{AB}\|_E \leq \|\mathbf{A}\|_S \|\mathbf{B}\|_E$, где \mathbf{A} – матрица, \mathbf{B} – вектор и $\|\mathbf{A}\|_S$ – спектральная норма матрицы \mathbf{A} ($\|\mathbf{A}\|_S = (\lambda_{\max}[\mathbf{A}^\dagger \mathbf{A}])^{1/2}$, где $\lambda_{\max}[\mathbf{A}^\dagger \mathbf{A}]$ – наибольшее собственное значение матрицы $\mathbf{A}^\dagger \mathbf{A}$), находим, что

$$e_{DRAm} \leq \chi_m,$$

где

$$\chi_m = \|\mathbf{M}_m - \mathbf{M}_{DRAm}\|_S.$$

В отличие от e_{DRAm} , параметр χ_m не зависит от состояния поляризации падающей волны, поэтому именно его мы использовали как меру погрешности DRA-метода. В качестве "точных" значений матриц \mathbf{M}_m мы брали оценки, полученные модальным методом решеток (см. раздел 2.9.2.4).

Во всех рассматриваемых нами примерах доминирующими являются дифракционные порядки с номерами 0 и ± 2 (что характерно для ЖК решеток), поэтому в качестве основных параметров, характеризующих погрешность расчетов, мы использовали параметры χ_0 и $\chi_{0,2} = \max(\chi_0, \chi_2)$. По величине параметра χ_0 можно судить о применимости DRA для расчета матрицы \mathbf{M}_0 , по величине $\chi_{0,2}$ – применимо ли DRA для оценки как матрицы \mathbf{M}_0 , так и матрицы \mathbf{M}_2 .

2.9.2.2. DRA-метод

Обозначим \mathbf{T}_m матрицу Джонса, связывающую вектор Джонса дифрагированной волны порядка m

$$\mathbf{J}_{outm} = \begin{pmatrix} A_{1m} \\ A_{2m} \end{pmatrix}$$

с вектором Джонса падающей волны

$$\mathbf{J}_{inc} = \begin{pmatrix} A_{1inc} \\ A_{2inc} \end{pmatrix}$$

($\mathbf{J}_{outm} = \mathbf{T}_m \mathbf{J}_{inc}$). В DRA-методе матрица \mathbf{T}_m для параксиальных мод рассчитывается по следующей приближенной формуле:

$$\mathbf{T}_m \approx \mathbf{T}_{DRAm} = \frac{1}{\Lambda} \int_0^\Lambda \mathbf{T}_{1D}(x) \exp(-imk_0 px) dx,$$

где $\mathbf{T}_{1D}(x)$ – матрица локального пропускания слоя [32,100], вычисляемая как матрица Джонса пропускания слоя с тензором диэлектрической проницаемости ($\boldsymbol{\epsilon}_{1Dx}$), зависящим только от z , $\boldsymbol{\epsilon}_{1Dx}(z) = \boldsymbol{\epsilon}(x, z)$. Обычно матрица \mathbf{T}_{1D} рассчитывается с помощью классического метода фазовых матриц Джонса [32–39,41,42,44–49,95–98]. Мы для этой цели использовали более точный метод, основанный на методе собственноволновых матриц Джонса [98] и приближении пренебрежимой малости объемного отражения [146–148]. Матрица \mathbf{T}_{1D} вычислялась как произведение трех матриц:

$$\mathbf{T}_{1D} = \mathbf{T}_{int2x} \mathbf{T}_{bulkx} \mathbf{T}_{int1x}, \quad (2.112)$$

где \mathbf{T}_{int1x} и \mathbf{T}_{int2x} – собственноволновые матрицы Джонса пропускания границ раздела $z = z_0$ и $z = z_d$, а \mathbf{T}_{bulkx} – собственноволновая матрица Джонса, описывающая распространение света в толще слоя от плоскости $z = z_0$ до плоскости $z = z_d$ в приближении пренебрежимой малости объемного отражения [146–148]. Матрицы \mathbf{T}_{int1x} и \mathbf{T}_{int2x} (2.112) рассчитывались по формулам работы [149]. Матрица \mathbf{T}_{bulkx} вычислялась методом аппроксимирующего многослойника [146].

Искомая матрица Мюллера \mathbf{M}_{DRAm} выражается через матрицу \mathbf{T}_{DRAm} следующим образом:

$$\mathbf{M}_{DRAm} = \cos \theta_m \mathbf{L} (\mathbf{T}_{DRAm} \otimes \mathbf{T}_{DRAm}^*) \mathbf{L}^{-1},$$

где $\cos \theta_m = \mathbf{I}_m \mathbf{z} = (1 - (m\lambda/(n_{sur}\Lambda))^2)^{1/2}$ – косинус угла дифракции для дифрагированной волны m -го порядка.

2.9.2.3. Модальный метод решеток

Подстановка (2.108) и (2.109) в материальные уравнения и уравнения Максвелла приводит к следующему обыкновенному дифференциальному уравнению:

$$\frac{d\Phi}{dz} = ik_0 \hat{\mathbf{D}} \Phi, \quad (2.113)$$

где Φ – вектор-столбец вида

$$\Phi = \begin{pmatrix} \bar{\mathbf{E}}_x \\ \bar{\mathbf{H}}_y \\ \bar{\mathbf{E}}_y \\ -\bar{\mathbf{H}}_x \end{pmatrix};$$

$$\bar{\mathbf{E}}_x = \begin{pmatrix} \vdots \\ E_{x,-1} \\ E_{x,0} \\ E_{x,1} \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad \bar{\mathbf{E}}_y = \begin{pmatrix} \vdots \\ E_{y,-1} \\ E_{y,0} \\ E_{y,1} \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad \bar{\mathbf{H}}_x = \begin{pmatrix} \vdots \\ H_{x,-1} \\ H_{x,0} \\ H_{x,1} \\ \vdots \end{pmatrix}, \quad \bar{\mathbf{H}}_y = \begin{pmatrix} \vdots \\ H_{y,-1} \\ H_{y,0} \\ H_{y,1} \\ \vdots \end{pmatrix},$$

Здесь $E_{x,m}$ и $E_{y,m}$ – компоненты вектора \mathbf{E}_m , а $H_{x,m}$ и $H_{y,m}$ – компоненты вектора \mathbf{H}_m (см. (2.109)).

Матрица $\hat{\mathbf{D}}$ в случае нормального падения имеет вид

$$\hat{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} \mathbf{D}_{11} & \mathbf{D}_{12} & \mathbf{D}_{13} & \mathbf{0} \\ \mathbf{D}_{21} & \mathbf{D}_{22} & \mathbf{D}_{23} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{U} \\ \mathbf{D}_{41} & \mathbf{D}_{42} & \mathbf{D}_{43} & \mathbf{0} \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{D}_{11} = -\zeta_x \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{zz}^{-1} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_x, \quad \mathbf{D}_{12} = \mathbf{U} - \zeta_x \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{zz}^{-1} \zeta_x, \quad \mathbf{D}_{13} = -\zeta_x \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{zz}^{-1} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{zy}, \quad \mathbf{D}_{21} = \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{xx} - \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{xz} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{zz}^{-1} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{zx}, \quad \mathbf{D}_{22} = -\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{xz} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{zz}^{-1} \zeta_x,$$

$$\mathbf{D}_{23} = \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{xy} - \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{xz} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{zz}^{-1} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{zy}, \quad \mathbf{D}_{41} = \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{yx} - \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{yz} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{zz}^{-1} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{zx}, \quad \mathbf{D}_{42} = -\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{yz} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{zz}^{-1} \zeta_x, \quad \mathbf{D}_{43} = \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{yy} - \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{yz} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{zz}^{-1} \bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{zy} - \zeta_{xx},$$

где $\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{lq}$ ($l, q = x, y, z$) – матрицы, составленные из компонентов тензоров $\boldsymbol{\epsilon}_m$:

$$[\bar{\boldsymbol{\epsilon}}_{lq}]_{ij} = [\boldsymbol{\epsilon}_{i-j}]_{lq};$$

ζ_x и ζ_{xx} – диагональные матрицы с элементами $[\zeta_x]_{mm} = mp$ и $[\zeta_{xx}]_{mm} = m^2 p^2$, $\mathbf{0}$ – нулевая матрица и \mathbf{U} – единичная матрица.

Уравнение (2.113) лежит в основе используемого в настоящей работе варианта модального метода решеток. В этом методе ограничиваются учетом конечного числа гармоник разложения $\mathbf{E}(x)$ и $\mathbf{H}(x)$ в ряды Фурье, полагая, что бесконечные ряды в (2.108) и (2.109) можно без существенной потери точности заменить отрезками рядов Фурье размерности $m_{\text{hrmn}} = 2m_{\text{aprx}} + 1$, где m_{aprx} – номер высшей гармоники, которая учитывается в вычислениях. Индекс m у $E_{x,m}$, $E_{y,m}$, $H_{x,m}$ и $H_{y,m}$ тогда пробегает значения от $-m_{\text{aprx}}$ до m_{aprx} , а матрица $\hat{\mathbf{D}}$ имеет размер $4m_{\text{hrmn}} \times 4m_{\text{hrmn}}$.

Для вычисления оптических характеристик модулирующего слоя мы, как и в случае DRA-метода, использовали метод аппроксимирующего многослойника. Применимо к решеткам лежащее в основе этого метода приближение часто именуется ступенчатым приближением

(staircase approximation). В этом приближении рассматриваемый неоднородный слой разбивается на подслои, настолько тонкие, чтобы внутри каждого из них ϵ очень мало изменялось с z , и, в пренебрежении этими изменениями, в качестве расчетной модели слоя используется система из однородных по z подслоев.

При модальном подходе поле внутри каждого из подслоев рассматривается как суперпозиция собственных волн слоя. В соответствии с этим вектор Φ представляется в виде:

$$\Phi = \Psi \mathbf{A},$$

где Ψ – матрица, столбцами которой являются нормированные собственные векторы Ψ_j ($j = 1, 2, \dots, 4m_{\text{hrmn}}$) матрицы $\hat{\mathbf{D}}$ (соответствующее вектору Ψ_j собственное значение матрицы $\hat{\mathbf{D}}$ обозначим σ_j), и \mathbf{A} – вектор, компоненты A_j которого являются скалярными амплитудами соответствующих собственных волн. Вектор \mathbf{A} рассматривается в качестве основной характеристики состояния поля. Операторы пространственной эволюции вектора \mathbf{A} рассчитываются через собственные векторы и собственные значения матрицы $\hat{\mathbf{D}}$.

Векторы состояния \mathbf{A} внутри q -го подслоя, ограниченного плоскостями $z = z_q$ и $z = z_{q+1}$ ($z_q < z_{q+1}$), у его границ связаны соотношением

$$\mathbf{A}(z_{q+1} - 0) = \tilde{\mathbf{T}}_{\text{bulk}q} \mathbf{A}(z_q + 0),$$

где $\tilde{\mathbf{T}}_{\text{bulk}q}$ – диагональная матрица с элементами

$$\left[\tilde{\mathbf{T}}_{\text{bulk}q} \right]_{jj} = \exp\left(ik_0 \sigma_{jq} (z_{q+1} - z_q) \right),$$

σ_{jq} – значение σ_j для q -го подслоя. Значения вектора \mathbf{A} в соседних подслоях у границы между подслоями (пусть, например, это будет граница $z = z_q$) связаны следующим образом:

$$\mathbf{A}(z_q + 0) = \tilde{\mathbf{T}}_{\text{int}q} \mathbf{A}(z_q - 0),$$

где

$$\tilde{\mathbf{T}}_{\text{int}q} = \Psi(z_q + 0)^{-1} \Psi(z_q - 0). \quad (2.114)$$

Зная матрицы $\tilde{\mathbf{T}}_{\text{bulk}q}$ и $\tilde{\mathbf{T}}_{\text{int}q}$ для всех подслоев, можно найти матричные операторы, связывающие характеристики плосковолновых компонент прошедшего поля с характеристиками падающего поля. Мы для этой цели использовали алгоритм добавления [98], поскольку он отличается высокой численной стабильностью (хотя и не является самым быстрым среди подобных алгоритмов; см. Таблицу 1 в работе [108], где этот алгоритм называется $W \rightarrow t \rightarrow s \rightarrow \tilde{s} \rightarrow S$ вариантом алгоритма S-матриц). В этом алгоритме собственноволновый базис задается таким образом, чтобы вектор состояния \mathbf{A} имел следующий вид:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} \mathbf{a}^\downarrow \\ \mathbf{a}^\uparrow \end{pmatrix}, \quad (2.115)$$

где \mathbf{a}^\downarrow и \mathbf{a}^\uparrow – векторы, содержащие скалярные амплитуды собственных волн, распространяющихся вперед (от полупространства, из которого падает свет), и собственных волн, распространяющихся назад (в сторону полупространства, из которого падает свет), соответственно. Векторы \mathbf{a}^\downarrow и \mathbf{a}^\uparrow состоят из $2m_{\text{hrmn}}$ элементов. Матрицы $\tilde{\mathbf{T}}_{\text{int}q}$ (2.114) представляются в блочном виде

$$\tilde{\mathbf{T}}_{\text{int}q} = \begin{pmatrix} \tilde{\mathbf{T}}_{11q} & \tilde{\mathbf{T}}_{12q} \\ \tilde{\mathbf{T}}_{21q} & \tilde{\mathbf{T}}_{22q} \end{pmatrix}.$$

Через блоки $\tilde{\mathbf{T}}_{ijq}$ рассчитываются операторы пропускания и отражения для данной границы раздела:

$$\tilde{\mathbf{T}}_{Bq} = \tilde{\mathbf{T}}_{22q}^{-1}, \quad \tilde{\mathbf{R}}_{Fq} = -\tilde{\mathbf{T}}_{22q}^{-1} \tilde{\mathbf{T}}_{21q}, \quad \tilde{\mathbf{R}}_{Bq} = \tilde{\mathbf{T}}_{12q} \tilde{\mathbf{T}}_{22q}^{-1}, \quad \tilde{\mathbf{T}}_{Fq} = \tilde{\mathbf{T}}_{11q} - \tilde{\mathbf{T}}_{12q} \tilde{\mathbf{T}}_{22q}^{-1} \tilde{\mathbf{T}}_{21q}.$$

Операторы $\tilde{\mathbf{T}}_{Fq}$ и $\tilde{\mathbf{R}}_{Fq}$ являются операторами пропускания и отражения для волновых полей, распространяющихся вперед, а $\tilde{\mathbf{T}}_{Bq}$ и $\tilde{\mathbf{R}}_{Bq}$ – операторами пропускания и отражения для волновых полей, распространяющихся назад. Для всей рассматриваемой системы, включающей в себя L подслоев, такие операторы пропускания и отражения вычисляются с помощью рекуррентных соотношений. Пусть для подсистемы, включающей в себя $j-1$ границ раздела и $j-1$ толщ подслоев известны операторы $\tilde{\mathbf{T}}_{F(j-1)}$, $\tilde{\mathbf{R}}_{F(j-1)}$, $\tilde{\mathbf{T}}_{B(j-1)}$ и $\tilde{\mathbf{R}}_{B(j-1)}$ и известны операторы для j -ой границы раздела между этой подсистемой и следующим подслоем (с номером j) $\tilde{\mathbf{T}}_{Fj}$, $\tilde{\mathbf{R}}_{Fj}$, $\tilde{\mathbf{T}}_{Bj}$ и $\tilde{\mathbf{R}}_{Bj}$. Тогда операторы, описывающие подсистему, включающую в себя $j-1$ толщ подслоев и j границ раздела, рассчитываются следующим образом:

$$\tilde{\mathbf{T}}_{F(j)\text{int}} = \tilde{\mathbf{T}}_{Fj} \left(\mathbf{U} - \tilde{\mathbf{R}}_{B(j-1)} \tilde{\mathbf{R}}_{Fj} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{T}}_{F(j-1)}, \quad (2.116)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{F(j)\text{int}} = \tilde{\mathbf{R}}_{F(j-1)} + \tilde{\mathbf{T}}_{B(j-1)} \tilde{\mathbf{R}}_{Fj} \left(\mathbf{U} - \tilde{\mathbf{R}}_{B(j-1)} \tilde{\mathbf{R}}_{Fj} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{T}}_{F(j-1)}, \quad (2.117)$$

$$\tilde{\mathbf{T}}_{B(j)\text{int}} = \tilde{\mathbf{T}}_{B(j-1)} \left(\mathbf{U} - \tilde{\mathbf{R}}_{Fj} \tilde{\mathbf{R}}_{B(j-1)} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{T}}_{Bj}, \quad (2.118)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{B(j)\text{int}} = \tilde{\mathbf{R}}_{Bj} + \tilde{\mathbf{T}}_{Fj} \tilde{\mathbf{R}}_{B(j-1)} \left(\mathbf{U} - \tilde{\mathbf{R}}_{Fj} \tilde{\mathbf{R}}_{B(j-1)} \right)^{-1} \tilde{\mathbf{T}}_{Bj}. \quad (2.119)$$

Если j -ая граница раздела не является последней ($j \neq N$), то учитывается набег фаз при распространении собственных волн через толщу j -го слоя:

$$\tilde{\mathbf{T}}_{F(j)} = \mathbf{C}_{Fj} \tilde{\mathbf{T}}_{F(j)\text{int}}, \quad \tilde{\mathbf{T}}_{B(j)} = \tilde{\mathbf{T}}_{B(j)\text{int}} \mathbf{C}_{Bj}, \quad (2.120)$$

$$\tilde{\mathbf{R}}_{B(j)} = \mathbf{C}_{Fj} \tilde{\mathbf{R}}_{B(j)\text{int}} \mathbf{C}_{Bj}, \quad \tilde{\mathbf{R}}_{F(j)} = \tilde{\mathbf{R}}_{F(j)\text{int}}, \quad (2.121)$$

где \mathbf{C}_{Fj} и \mathbf{C}_{Bj} – диагональные матрицы с элементами $[\mathbf{C}_{Fj}]_{ii} = \exp(ik_0 \sigma_{ij} d_j)$ и $[\mathbf{C}_{Bj}]_{ii} = \exp(-ik_0 \sigma_{ij} d_j)$, d_j – толщина j -го подслоя. Полубесконечной среде, занимающей полупространство $z < z_0$, приписывается номер $j = 0$ и набор операторов $\tilde{\mathbf{T}}_{F(0)} = \mathbf{U}$, $\tilde{\mathbf{T}}_{B(0)} = \mathbf{U}$, $\tilde{\mathbf{R}}_{F(0)} = \mathbf{0}$, $\tilde{\mathbf{R}}_{B(0)} = \mathbf{0}$, а затем по рекуррентным формулам (2.116–2.121) вычисляются операторы $\tilde{\mathbf{T}}_{F(N)\text{int}}$, $\tilde{\mathbf{R}}_{F(N)\text{int}}$, $\tilde{\mathbf{T}}_{B(N)\text{int}}$ и $\tilde{\mathbf{R}}_{B(N)\text{int}}$. Матрица $\tilde{\mathbf{T}}_{F(N)\text{int}}$ разбивается на 2×2 матричные блоки

$$\mathbf{T}_{Fm,n} = \left[\tilde{\mathbf{T}}_{F(N)\text{int}} \right]_{m,n},$$

где индексы m и n принимают значения от $-m_{\text{aprx}}$ до m_{aprx} . Если векторы $\boldsymbol{\Psi}_j$ для окружающих сред выбраны так, чтобы входящие в вектор \mathbf{A} собственные амплитуды были эквивалентны собственным амплитудам, используемым в представлениях (2.110) и (2.111), то матрица $\mathbf{T}_{Fm,0}$ по сути представляет собой матрицу Джонса \mathbf{T}_m , связывающую вектор Джонса падающего поля \mathbf{J}_{inc} с вектором Джонса m -ой плосковолновой компоненты прошедшего поля $\mathbf{J}_{\text{out}m}$. Тогда искомые матрицы Мюллера \mathbf{M}_{grm} могут быть вычислены через матрицы $\mathbf{T}_{Fm,0}$ по формуле

$$\mathbf{M}_{grm} = \cos \theta_m \mathbf{L} \left(\mathbf{T}_{Fm,0} \otimes \mathbf{T}_{Fm,0}^* \right) \mathbf{L}^{-1}.$$

Классификация собственных мод подслоев на распространяющиеся вперед и назад при задании собственноволновых базисов для представления вектора \mathbf{A} в виде (2.115) осуществлялась нами с использованием одного из двух следующих критериев в зависимости от того, равняется нулю мнимая часть константы распространения моды σ (собственного значения матрицы $\hat{\mathbf{D}}$) или нет. При $\text{Im}(\sigma) \neq 0$ волны с $\text{Im}(\sigma) > 0$ считались распространяющимися вперед, а волны с $\text{Im}(\sigma) < 0$ – распространяющимися назад. При $\text{Im}(\sigma) = 0$ направление распространения собственной волны определялось по знаку величины

$$s_z = \left\langle 2 \text{Re} \left(\mathbf{z} \left(\mathbf{E}(x) \times \mathbf{H}(x) \right) \right) \right\rangle_{\Lambda} = \boldsymbol{\Psi}^\dagger \mathbf{I}_0 \boldsymbol{\Psi},$$

где $\langle \dots \rangle_{\Lambda}$ обозначает усреднение по периоду:

$$\langle f(x) \rangle_{\Lambda} = \frac{1}{\Lambda} \int_{-\Lambda/2}^{\Lambda/2} f(x) dx.$$

Поскольку s_z всегда совпадает по знаку с усредненной по времени и по периоду решетки z -компонентой вектора Пойнтинга рассматриваемой собственной волны, волны с $s_z > 0$ считались распространяющимися вперед, а волны с $s_z < 0$ – распространяющимися назад. Заметим, что в литературе часто используются и другие критерии определения направления распространения собственных волн, основанные только на анализе собственных значений. Например, в работе [108] распространяющимися вперед считаются собственные волны, для которых

$\text{Im}(\sigma) + \text{Re}(\sigma) > 0$, а распространяющимся назад – волны, для которых $\text{Im}(\sigma) + \text{Re}(\sigma) < 0$. Использование этого критерия может привести к физически некорректным результатам вблизи так называемых аномальных сингулярностей [98], когда собственная волна может иметь, например, $\text{Im}(\sigma) = 0$ и $\text{Re}(\sigma) > 0$, но $s_z < 0$.

Программа для расчетов была написана на языке Fortran 90. Для вычислений DRA-методом использовались процедуры из библиотеки LMOPTICS [98].

2.9.2.4. Исходные параметры и анализ результатов

Расчеты проводились для слоев двулучепреломляющих материалов с $n_{\perp} = 1.5$ при $\Delta n \equiv n_{\parallel} - n_{\perp} = 0.05, 0.1$ и 0.2 (типичные значения Δn для ЖК материалов), d от 0.1 мкм до 15 мкм и длине волны падающего света $\lambda = 550$ нм. Для минимизации влияния отражений на внешних границах слоя на результаты значение n_{sur} бралось равным $(n_{\perp}n_{\parallel})^{1/2}$ [98]. И в случае DRA-метода, и в случае модального метода решеток слой ЖК аппроксимировался стопой из 201 подслоя, однородного по z . Толщины приграничных подслоев (с номерами 1 и 201) задавались в два раза меньшими, чем толщины остальных подслоев. Использованные в расчетах значения параметра $m_{\text{аргх}}$, определяющего число учитываемых гармоник, для рассматриваемых типов слоев приведены в таблице 2.1. Точность расчета элементов матриц \mathbf{M}_0 и \mathbf{M}_2 для аппроксимирующих многослойников при указанных значениях $m_{\text{аргх}}$ была не хуже, чем 10^{-4} .

Таблица 2.1. Используемые значения $m_{\text{аргх}}$ для рассматриваемых видов решеток

	АМОА, $\theta_{\text{max}}=0^{\circ}$	АМОА, $\theta_{\text{max}}=90^{\circ}$	ТМОА (2.123)	ТМОА (2.124), $\theta_0=0^{\circ}$	ТМОА (2.124), $\theta_0=90^{\circ}$	НН	НН⊥	SFLH
$\Delta n=0.2$	6	6	26	7	8	8	9	18
$\Delta n=0.1$	4	5	14	5	5	6	7	12
$\Delta n=0.05$	4	4	10	4	4	5	4	8

Для каждого набора значений d и Δn определялись наименьшие (критические) значения периода решетки, Λ_{cr0} и $\Lambda_{\text{cr0,2}}$, для которых выполнялись условия $\chi_0 \leq 0,01$ при всех $\Lambda \geq \Lambda_{\text{cr0}}$ и $\chi_{0,2} \leq 0,01$ при всех $\Lambda \geq \Lambda_{\text{cr0,2}}$. В случаях, когда функции $\Lambda_{\text{cr0}}(d)$ и $\Lambda_{\text{cr0,2}}(d)$ имели узкие локальные минимумы, в качестве оценок Λ_{cr0} и $\Lambda_{\text{cr0,2}}$ мы брали несколько завышенные, но остающиеся надежным при малых изменениях структурных параметров слоя, значения, определенные по значениям истинных функций $\Lambda_{\text{cr0}}(d)$ и $\Lambda_{\text{cr0,2}}(d)$ в соседних локальных максимумах. Поскольку для рассматриваемого в каждом из примеров параметрического множества слоев одновременное изменение толщины слоя d , периода структуры Λ и длины волны λ , сохраняющее величину отношений d/λ и Λ/λ , при фиксированных n_{\perp} и n_{\parallel} не изменяет

результатов вычислений, полученные результаты представляются с использованием приведенных параметров $d_\lambda = d/\lambda$, $\Lambda_\lambda = \Lambda/\lambda$, $\Lambda_{\text{acr}0} = \Lambda_{\text{acr}0}/\lambda$ и $\Lambda_{\text{acr}0,2} = \Lambda_{\text{acr}0,2}/\lambda$.

Под периодом решетки Λ во всех примерах мы понимали период векторного поля $\mathbf{c}(x, z)$ (см. раздел 2.9.3.4).

2.9.3. Результаты

2.9.3.1. АМОА решетки

Для данного случая численные тесты проводились на множестве слоев со следующим видом поля локальной оптической оси:

$$\mathbf{c}(x, z) = \begin{pmatrix} \cos \varphi(x) \cos \theta(z) \\ \sin \varphi(x) \cos \theta(z) \\ \sin \theta(z) \end{pmatrix}$$

с φ , линейно зависящим от x :

$$\varphi(x) = 2\pi x / \Lambda.$$

Слои с такой структурой рассматриваются в качестве моделей ЖК слоя при моделировании электрооптического отклика нематических АМОА решеток [31–42]. При рассмотрении ЖК слоев в отсутствие приложенного электрического поля значения функции $\theta(z)$ обычно принимаются равными нулю при всех z [32–39,41] (рис. 2.10а). Искаженные приложенным электрическим полем структуры характеризуются функциями $\theta(z)$, которые обращаются в ноль при $z = z_0$ и $z = z_d$ и имеют максимальное значение θ_{max} при $z = (z_0 + z_d)/2$ [32,35–37,39,41] (рис. 2.11).

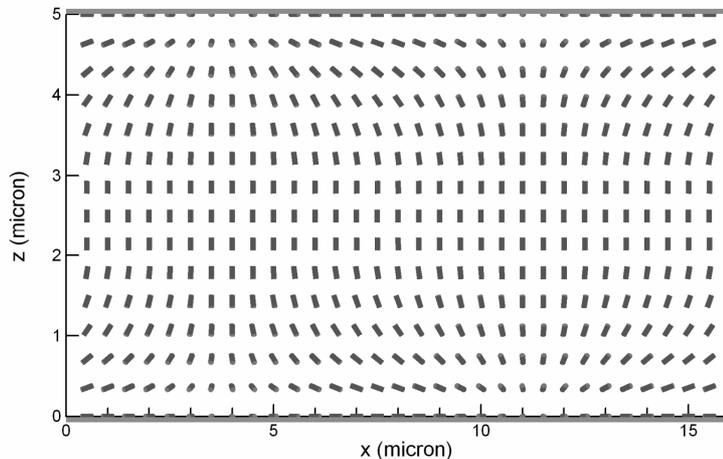


Рисунок 2.11. АМОА решетка с $\theta_{\text{max}} = 90^\circ$.

В данном случае больший интерес представляют не критические значения периода решетки, $\Lambda_{\text{кр}0}$ и $\Lambda_{\text{кр}0,2}$, а соответствующие критические значения скорости латерального изменения азимутальной ориентации локальной оптической оси $\varphi_{x\lambda} = 360^\circ/\Lambda_\lambda$ (эта величина показывает, на сколько изменяется угол азимутальной ориентации локальной оптической оси при изменении x на величину λ), $\varphi_{x\lambda 0} = 360^\circ/\Lambda_{\text{кр}0}$ и $\varphi_{x\lambda 0,2} = 360^\circ/\Lambda_{\text{кр}0,2}$. На рис. 2.12 представлены полученные оценки $\varphi_{x\lambda 0}$ и $\varphi_{x\lambda 0,2}$ для слоев с

$$\theta(z) = \theta_{\text{max}} \sin[\pi(z - z_0)/d]$$

при $\theta_{\text{max}} = 0^\circ$ и 90° . Из рис. 2.12 видно, что для очень тонких слоев (с толщиной до 2λ в случае $\theta_{\text{max}} = 0^\circ$ и до 4λ в случае $\theta_{\text{max}} = 90^\circ$) DRA является применимым даже при $\varphi_{x\lambda} > 90^\circ$. Для слоев с толщиной больше 15λ $\varphi_{x\lambda 0}$ и $\varphi_{x\lambda 0,2}$ очень медленно уменьшаются с увеличением d , и DRA

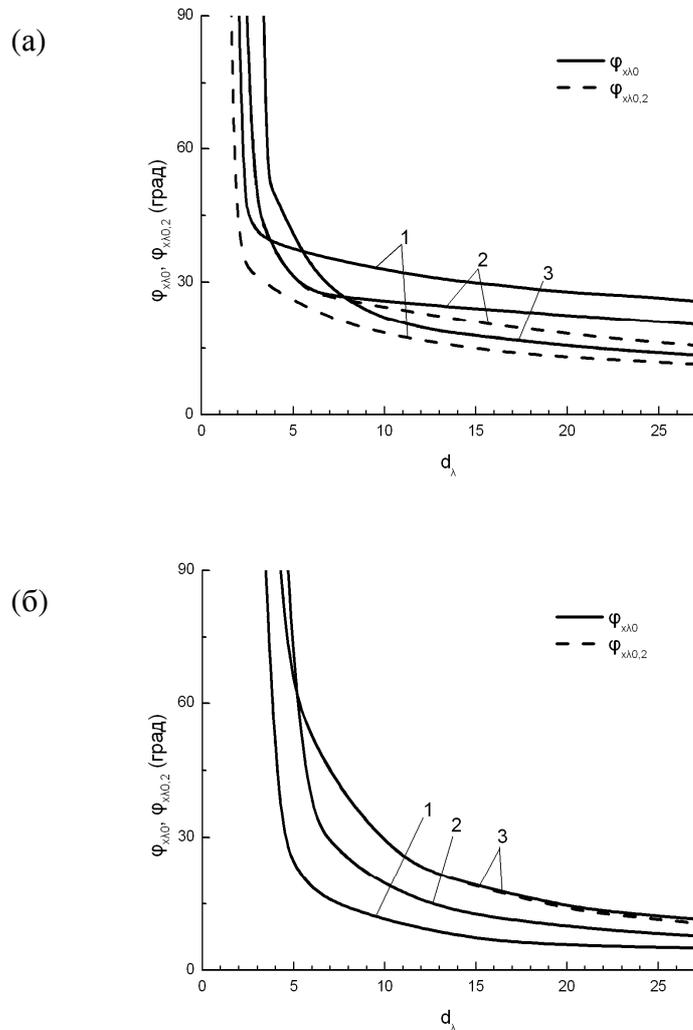


Рисунок 2.12. Зависимости $\varphi_{x\lambda 0}$ и $\varphi_{x\lambda 0,2}$ от d_λ для АМОА решеток с $\theta_{\text{max}} = 0^\circ$ (а) и 90° (б) при $\Delta n = 0.2$ (1), 0.1 (2) и 0.05 (3).

является надежным, если $\varphi_{x\lambda}$ не превышает 11° и 5° при $\theta_{\max} = 0^\circ$ и 90° , соответственно. Практически используемые нематические АМОА решетки обычно имеют толщину d от 6λ до 10λ . В этом диапазоне $\varphi_{x\lambda_0}$ и $\varphi_{x\lambda_0,2}$ сильно зависят от d . Согласно данным, представленным на рис. 2.12, для этого диапазона толщин DRA является применимым при выполнении условия $\lambda(d\varphi/dx) < 8^\circ$. Эту оценку можно использовать как оценку границы применимости DRA для SMB и NPMB слоев. Эффекты, описанные в разделах 1.2.2–1.2.3 также наблюдались на RPA-слоях с толщиной именно в этом диапазоне (от 6λ до 10λ).

2.9.3.2. ТМОА решетки

Для данного типа решеток оценки проводились на слоях со структурой вида

$$\mathbf{c}(x, z) = \begin{pmatrix} \cos(\theta(x, z)) \\ 0 \\ \sin(\theta(x, z)) \end{pmatrix}. \quad (2.122)$$

Сначала приведем результаты для слоев с θ , не зависящим от z и линейно зависящим от x :

$$\theta(x, z) = 2\pi x / \Lambda \quad (2.123)$$

(рис. 2.13а). Как показали расчеты, для данного типа слоев при всех значениях d_λ и Δn χ_2 меньше, чем χ_0 ($\Lambda_{\lambda_{cr0,2}} = \Lambda_{\lambda_{cr0}}$), то есть в условиях применимости DRA-метода для оценки характеристик 0-го порядка дифракции он применим и для оценки характеристик 2-го порядка дифракции. На рис. 2.14 показана зависимость максимальной приемлемой для DRA скорости изменения угла θ , $\theta_{x\lambda_0} = 360^\circ / \Lambda_{\lambda_{cr0}}$, от d_λ . Из сравнения рис. 2.12а и 2.14 видно, что при всех d_λ максимальная приемлемая для DRA скорость изменения θ в данном случае, когда модулируется только θ , оказывается меньше, чем соответствующая критическая скорость изменения φ в случае модуляции только φ . Этот пример указывает на то, что латеральная вариация угла наклона локальной оптической оси является более критичной с точки зрения DRA, чем вариация её азимутальной ориентации.

Далее мы приведем результаты для ТМОА слоев вида (2.122), у которых θ является периодической функцией от x :

$$\theta(x, z) = \theta_0 + \theta_a \sin(\pi z / d) \sin(2\pi x / \Lambda) \quad (2.124)$$

(см. примеры на рис. 2.13). ТМОА слои с такой структурой часто рассматриваются в качестве моделей нематических ЖК слоев с доменами Вильямса [96,138]. Параметр θ_a характеризует амплитуду модуляции, а θ_0 – ориентацию локальной оптической оси на границах слоя. $\theta_0 = 0$

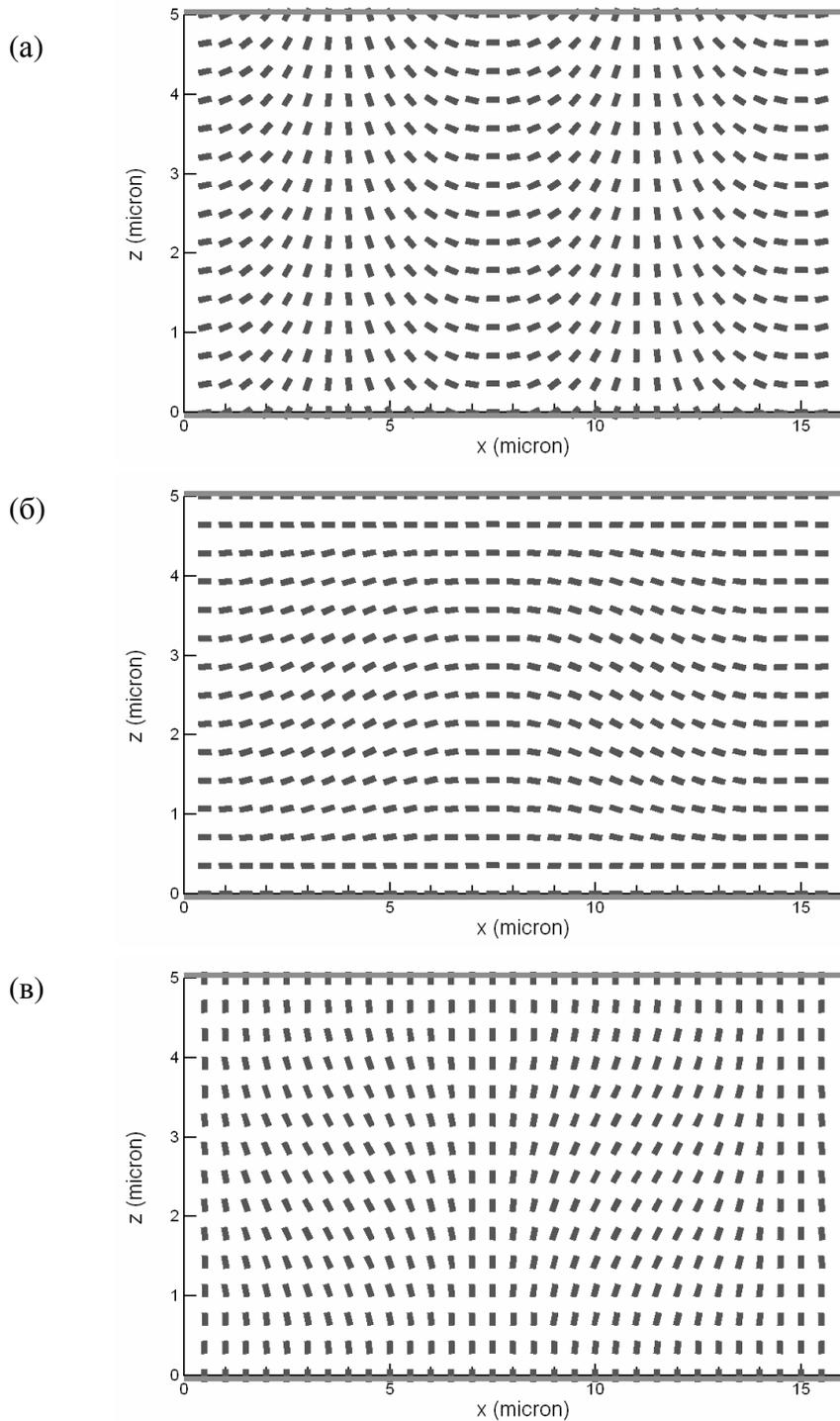


Рисунок 2.13. ТМОА решетки с линейной зависимостью θ от x (а) и с синусоидальной зависимостью θ от x при $\theta_0 = 0^\circ$ (б) и 90° (в).

соответствует планарной ориентации (рис. 2.13б), а $\theta_0 = 90^\circ$ – гомеотропной ориентации (рис. 2.13в).

На рис. 2.15 показаны рассчитанные кривые $\Lambda_{\text{cr}0}(d_\lambda)$ и $\Lambda_{\text{cr}0,2}(d_\lambda)$ для случаев $\theta_0 = 0$ (рис. 2.15а) и $\theta_0 = 90^\circ$ (рис. 2.15б) при $\theta_a = 30^\circ$. Из рисунка видно, что в обоих случаях критические

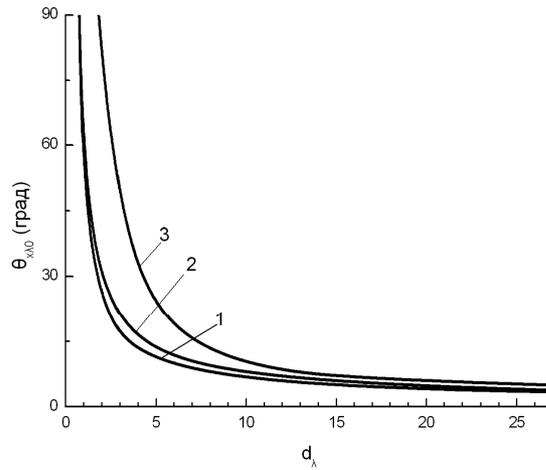


Рисунок 2.14. Функции $\theta_{x,\lambda_0}(d_\lambda)$ для ТМОА решеток с линейной зависимостью θ от x при $\Delta n=0,2$ (1), 0,1 (2) и 0,05 (3).

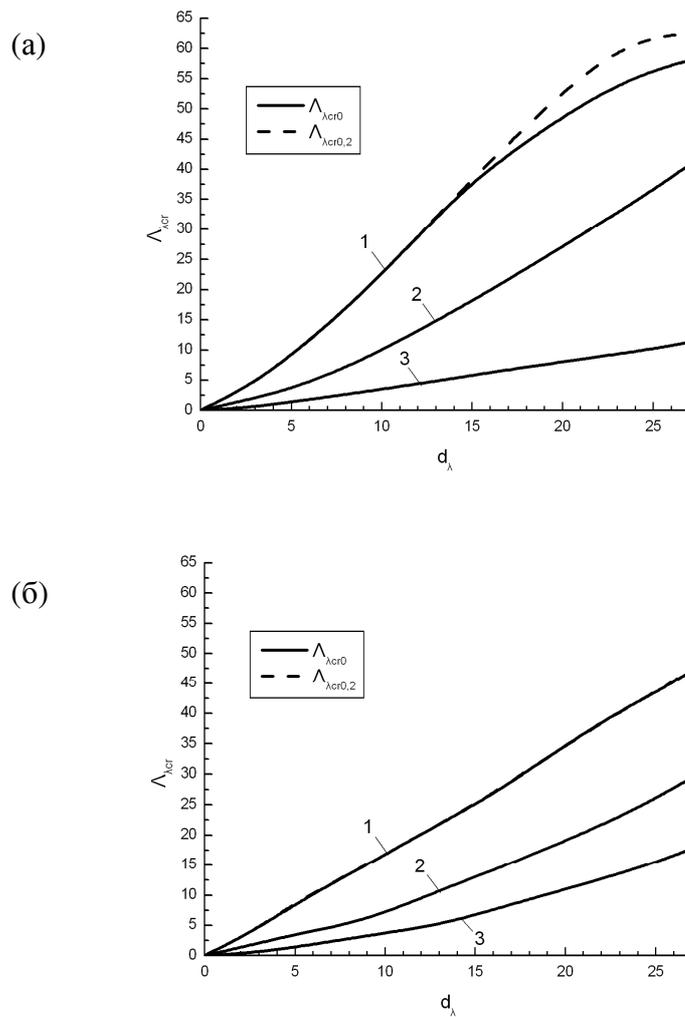


Рисунок 2.15. Зависимости φ_{x,λ_0} и $\varphi_{x,\lambda_0,2}$ от d_λ для АМОА решеток с $\theta_{\max} = 0^\circ$ (а) и 90° (б) при $\Delta n=0.2$ (1), 0.1 (2) и 0.05 (3).

значения периода решетки увеличиваются как с увеличением Δn , так и с увеличением d_λ (это не является общим правилом; см., например, рис. 2.12). Отметим, что для $\theta_0 = 90^\circ$ кривые $\Lambda_{\text{лcr0}}(d_\lambda)$ и $\Lambda_{\text{лcr0,2}}(d_\lambda)$ совпадают при всех Δn , а для $\theta_0 = 90^\circ$ они не совпадают только в случае наибольшего Δn ($\Delta n = 0.2$).

2.9.3.3. СМОА решетки

В данном случае мы рассматривали слои с модуляцией, характерной для полосатых доменных структур в слоях холестерических ЖК, возникающих под действием электрического поля, а именно, SFLH структур [139,145] (рис. 2.10б) и полосатых доменов Хелфриха-Гуро (НН-решетки; Helfrich-Hurault gratings) [69,139–144] (рис. 2.16). На рис. 2.16а приведен пример НН-деформации, при которой слой оказывается однородным в направлении, параллельном вектору ориентации локальной оптической оси на границах слоя (НН||), а на рис. 2.16б – пример НН-деформации с перпендикулярным этому вектору направлением однородности (НН⊥). Поля $\mathbf{c}(x, z)$ для слоев, показанных на рис. 2.10б и 2.16, были взяты нами как базовые. При вариации толщины слоя и периода структуры эти базовые поля подвергались соответствующим масштабным преобразованиям. Результаты расчетов представлены на рис. 2.17. На этом рисунке критические значения Λ_λ приводятся как функции от параметра $\delta_\lambda = \Delta n d_\lambda$, поскольку значения $\Lambda_{\text{лcr0}}$ и $\Lambda_{\text{лcr0,2}}$ для слоев с разными Δn и d_λ , но одинаковыми δ_λ , оказались очень близкими друг к другу. Существенное отличие наблюдалось только в области малых значений параметра δ_λ : когда толщина d была меньше 2λ , а $\Delta n = 0.2$, условие $\chi_0 \leq 0.01$ не выполнялось ни при каких значениях Λ , тогда как при меньших значениях Δn такого не наблюдалось. Это связано с тем, что в рассматриваемых условиях при малых значениях δ_λ вариация азимутальной ориентации локальной оптической оси в направлении z является столь быстрой, что при достаточно больших Δn , в том числе при $\Delta n = 0.2$, объемное отражение, которое не учитывается в DRA-методе, может быть существенным. Исключая область существенных объемных отражений, $\Lambda_{\text{лcr0}}$ и $\Lambda_{\text{лcr0,2}}$ для всех трех типов модуляции являются возрастающими функциями от δ_λ . Отметим, что для реальных SFLH структур Λ обычно составляет от d до $2d$ [139]. Из рисунка 2.17в следует, что DRA применимо к SFLH слоям с таким периодом только при очень малых Δn . Для реальных слоев с НН структурой условия применимости DRA часто удовлетворяются, поскольку период НН структур бывает во много раз большим, чем толщина слоя.

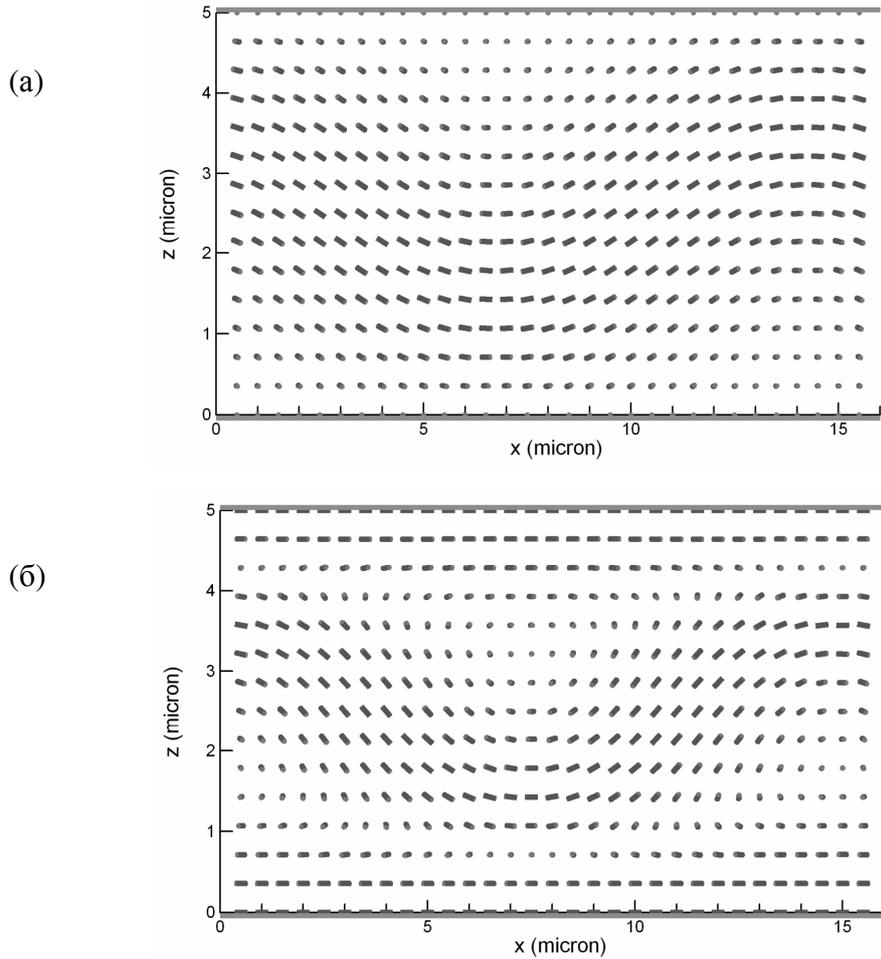


Рисунок 2.16. Структура $\text{NH}\parallel$ (а) и $\text{NH}\perp$ (б) решеток.

2.9.3.4. Эффективность дифракции в нечетные порядки

Говоря о DRA-методе нельзя не отметить следующую его особенность. Для всех рассмотренных подвидов АМОА и ТМОА решеток DRA дает нулевые матрицы \mathbf{M}_m для нечетных m , как если бы период структуры (период тензорного поля $\boldsymbol{\epsilon}(x, z)$) равнялся $\Lambda/2$. В двух из рассмотренных случаев период структуры действительно равнялся не Λ , а $\Lambda/2$. Это случай АМОА решеток с планарной структурой ($\theta(z) = 0$; рис. 2.10а) и случай ТМОА слоев с линейной зависимостью θ от x (рис. 2.13а). В этих случаях оба метода давали нулевые матрицы \mathbf{M}_m для нечетных m . Для АМОА решеток с $\theta_{\max} \neq 0^\circ$ (рис. 2.11) и ТМОА решеток с синусоидальной зависимостью θ от x (рис. 2.13б,в) – в этих случаях реальный период структуры равнялся Λ – наблюдалась иная картина: модальный метод решеток при относительно малых Λ давал существенно ненулевые значения для матриц \mathbf{M}_m с $m = \pm 1$, в то время как DRA-метод при любых Λ давал строго нулевые значения для этих матриц. Последнее связано с тем, что в этих случаях, в силу выполнения соотношений

$$c_z(x+\Lambda/2, z) = c_z(x, z), c_x(x+\Lambda/2, z) = -c_x(x, z), c_y(x+\Lambda/2, z) = -c_y(x, z),$$

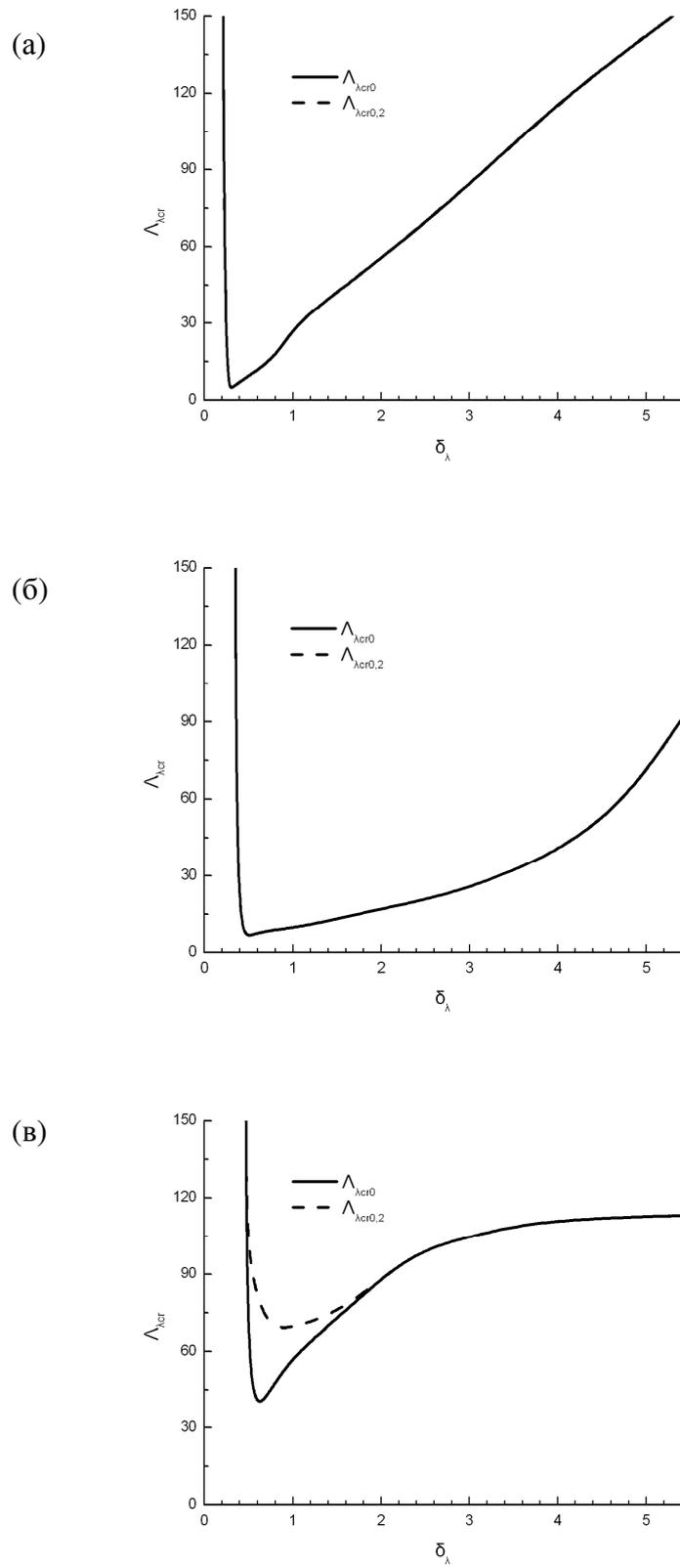


Рисунок 2.17. Зависимости $\Lambda_{\text{cr}0}$ и $\Lambda_{\text{cr}0,2}$ от δ_λ для НИИ (а), НИ \perp (б) и SFLH (в) решеток.

период функции $T_{1D}(x)$ равнялся $\Lambda/2$, то есть был в два раза меньшим, чем период поля $\epsilon(x, z)$. Такая ситуация типична для ЖК решеток, и указанная особенность DRA упоминалась в литературе [96,138].

На рис. 2.18 в качестве примера приведена зависимость дифракционной эффективности первого порядка $\eta_1 = [M_1]_{11}$, рассчитанной модальным методом решеток, от Λ_λ для АМОА решеток с $\theta_{\max} = 0^\circ$ (период структуры равен $\Lambda/2$) и $\theta_{\max} = 90^\circ$ (период структуры равен Λ) при $\Delta n = 0.2$ и $d = 20\lambda$. Из этого рисунка видно, что в случае $\theta_{\max} = 0^\circ$ при всех Λ $\eta_1 = 0$, в то время как в случае $\theta_{\max} = 90^\circ$ в большой области значений Λ ($\Lambda < 40\lambda$) значения η_1 являются существенно ненулевыми, причем при $\Lambda < 20\lambda$ η_1 достигает больших значений. DRA-метод в обоих случаях дает нулевое значение η_1 .

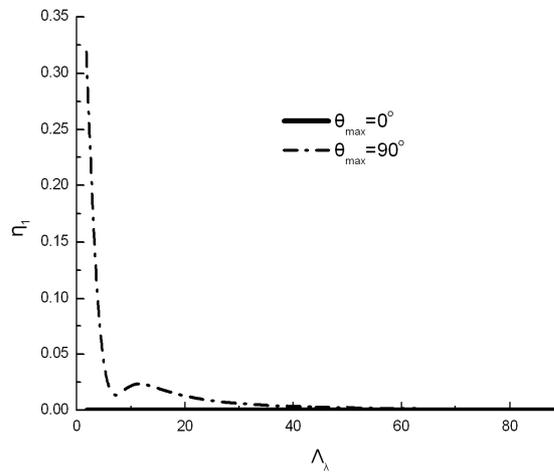


Рисунок 2.18. Дифракционная эффективность первого порядка η_1 для АМОА решетки как функция от Λ_λ при $\Delta n = 0.2$ и $d = 20\lambda$

2.10. Заключение к главе 2

Таким образом, в настоящей главе представлен новый теоретический подход к задаче о рассеянии света на мозаичных двулучепреломляющих слоях. С помощью этого подхода установлено соотношение формы угловых спектров линейно поляризованных компонент света, рассеянного на статистически вращательно-инвариантных мозаичных двулучепреломляющих слоях с корреляционными структурными характеристиками слоев. Получено удобное аналитическое представление обобщенной матрицы Мюллера для эквидоменных и квазиэквидоменных слоев без локальных поляризационно-зависимых потерь. Это представление использовано для выявления особенностей рассеяния света на статистически вращательно-инвариантных эквидоменных слоях, а также на статистически вращательно-

неинвариантных SMB и NPMB слоях. С помощью численных экспериментов оценены границы применимости приближения прямых лучей, используемого в рамках предлагаемого подхода.

Глава 3. Особенности рассеяния света на статистически вращательно-инвариантных, статистически нехиральных мозаичных слоях: сравнение теоретических и экспериментальных данных

В настоящей главе приводятся результаты экспериментальных исследований, направленных на проверку теоретических заключений, полученных для статистически вращательно-инвариантных эквидоменных слоев с нехиральными доменами в разделах 2.6 и 2.7 (в первую очередь, предсказаний, касающихся рассеянной компоненты прошедшего слой света). В качестве образцов нами использовались те же самые ЖК ячейки с нематическими RPA-слоями, что и в работе [11] (раздел 3.1). Данные поляризационно-микроскопических исследований, показывающих, что структура этих слоев близка к эквидоменной, представлены в разделе 3.2. Экспериментальные данные по характеристикам рассеяния сравниваются с теоретическими предсказаниями в разделе 3.3. В разделе 3.4 с помощью теоретического подхода, представленного в главе 2, исследуется, как отклонения структуры реальных RPA-слоев от эквидоменной влияют на форму спектров направленного пропускания слоев и значения коэффициента направленного пропускания слоев в спектральных максимумах.

3.1. Образцы нематических RPA-слоев

В настоящей главе будут приведены данные для двух ЖК ячеек, заполненных нематическим ЖК E7, с толщиной ЖК слоя $d \approx 3$ мкм (ячейка N3) и $d \approx 5$ мкм (ячейка N5). Микроструктура и особенности направленного пропускания этих образцов исследовались ранее в работе [11] (раздел 1.2.2). Ячейки были собраны из промышленных стеклянных пластин с ITO покрытием. Случайная планарная ориентация ЖК обеспечивалась ненатертыми полиимидными слоями (полиимид PIA 3744, Chisso LIXON aligner), нанесенными на поверхность ITO слоев методом центрифугирования. После нанесения полиимидные слои не подвергались какой-либо обработке, способной привести к появлению выделенного направления азимутальной ориентации ЖК молекул в макроскопическом масштабе. Ячейки заполнялись ЖК материалом в изотропной фазе, чтобы предотвратить ориентацию потоком [59,60]. После охлаждения на ЖК ячейку подавалось напряжение 4 В, после отключения которого в ячейке реализовывалось некоторое стабильное состояние, которое воспроизводилось при следующих переключениях напряжения. Наличие такого состояния говорит о реализации эффекта поверхностной памяти в слое [51]. При изучении

электрооптического отклика ячеек к электродам ячейки прикладывалось переменное напряжение в диапазоне 0–3.2 В (частота 1 кГц).

3.2. Микроскопические измерения

Для оценки характеристик локального пропускания образцов мы пользовались методикой микроскопического поляризационного картирования [132] (раздел 1.6.2). При получении карт параметров $B_i(x'', y'')$ использовались следующие светофильтры: синий с $\lambda_F \approx 466$ нм и шириной на полувысоте $\Delta\lambda \approx 11$ нм (ИФ466), зеленый с $\lambda_F \approx 538$ нм и $\Delta\lambda \approx 7$ нм (ИФ538), зеленый с $\lambda_F \approx 544$ нм и $\Delta\lambda \approx 7$ нм (ИФ544) и красный с $\lambda_F \approx 667$ нм и полушириной на полувысоте $\Delta\lambda \approx 10$ нм (ИФ667). При измерениях использовался 10× объектив с числовой апертурой 0.2. Для повышения точности определения картируемых параметров в программу обработки данных были внесены изменения, указанные в разделе 3.2.1.

3.2.1. Повышение точности обработки данных микроскопического поляризационного картирования

Программа обработки данных была дополнена процедурами, позволяющими рассчитывать коэффициенты B_i в соответствии с методом наименьших квадратов. В этом случае расчет осуществляется следующим образом. Сначала рассчитываются элементы матрицы $\mathbf{G}=[g_{kl}]$ по следующей формулам:

$$g_{kl} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N h_{kj} h_{lj},$$

$$h_{1j} = 1, \quad h_{2j} = \cos \eta_j, \quad h_{3j} = \cos \zeta_j, \quad h_{4j} = \sin \eta_j, \quad h_{5j} = \sin \zeta_j,$$

$$h_{6j} = \cos 2\vartheta_j, \quad h_{7j} = \sin 2\vartheta_j, \quad h_{8j} = \cos 2\vartheta'_j, \quad h_{9j} = \sin 2\vartheta'_j.$$

$$\eta_j = 2(\vartheta_j - \vartheta'_j), \quad \zeta_j = 2(\vartheta_j + \vartheta'_j),$$

где ϑ_j и ϑ'_j – значения углов ориентации поляризатора ϑ и анализатора ϑ' для j -го снимка.

Затем рассчитывается матрица $\mathbf{V} = \mathbf{G}^{-1}$. После этого осуществляется попиксельный расчет коэффициентов B_i по формулам

$$\mathbf{B} = \mathbf{V} \mathbf{c},$$

где $\mathbf{B} = [B_i]$ ($i = 0, 1, \dots, 8$), $\mathbf{c} = [c_k]$ ($k = 1, 2, \dots, 9$),

$$c_k = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N I_j h_{kj}$$

и I_j - яркость данного пикселя на j -том снимке. Этот метод расчета коэффициентов B_i в общем случае более точен, чем метод, используемый в работах [11,132] (раздел 1.6.2). Еще одним существенным достоинством этого метода является следующее. При длительных измерениях взаимная ориентация шкал отсчета углов ориентации поляризатора и анализатора может сбиваться. Угол взаимного смещения шкал легко экспериментально измеряется, однако устранение этого смещения представляет собой довольно трудоемкую процедуру. Использование описанного выше метода расчета позволяет учитывать известное смещение шкал в процессе обработки данных.

Используемая в экспериментальной установке видекамера Видеоскан-285/П-2001 имеет аналогово-цифровой преобразователь с разрядностью 12 бит/пиксель, что дает возможность сохранять изображения, используя 4096 уровней серого. Программа захвата позволяет сохранять изображения с 12-битной разрядностью изображений в файлах формата TIFF разрядностью 16 бит/пиксель. Предыдущая версия программы обработки данных системы картирования, используемая в работах [11, 132] работала только с 8-битными BMP-файлами. Для повышения точности определения картируемых характеристик за счет снижения уровня ошибок, обусловленных квантованием входных данных, были созданы программные модули, обеспечивающие обработку 16-битных входных TIFF-файлов с использованием повышенной точности представления исходных данных в указанном формате. Использование этих модулей значительно повышает точность оценки выходных характеристик. В частности, стала возможной достаточно точная оценка значений карт характеристических углов в областях с низкой средней яркостью на исходных снимках (меньше 1/20 от максимального уровня серого), что было невозможно при работе с 8-битными файлами.

3.2.2. Методика определения степени подобия доменов и степени ориентационной упорядоченности доменов

В настоящей работе нами была использована оригинальная экспериментальная методика характеристики мозаичных слоев, использующая параметры A_j ($j = 1,2,3,4$) (1.58). Эта методика ориентирована главным образом на то, чтобы оценить степень подобия и ориентацию доменов в исследуемом случайно-неоднородном ЖК слое, а параметры A_j используются в качестве характеристик состояния доменов. Для непоглощающих ЖК слоев эти параметры варьируются в пределах от -1 до 1 и связаны между собой равенством

$$\sqrt{A_1^2 + A_3^2} + \sqrt{A_2^2 + A_4^2} = 1.$$

Для доменов с незакрученной структурой $A_3 = 0$. Параметры A_1 и A_3 домена не изменяются при его азимутальном вращении. Поэтому плотность вероятности распределения векторной

величины (A_1, A_3) для эквидоменного слоя имеет вид дельта-функции (рис. 3.1). Вектор (A_2, A_4) домена при азимутальном вращении последнего на некоторый угол ψ поворачивается на угол 4ψ без изменения длины. Поэтому для эквидоменного слоя все точки (A_2, A_4) , характеризующие присутствующие в нем домены лежат на окружности радиусом $\sqrt{A_2^2 + A_4^2}$ с центром в точке $(0,0)$ (рис. 3.1). В случае квазиэквидоменного слоя, для подавляющей доли доменов характеризующие их точки в пространстве (A_1, A_3) локализуются в узкой окрестности вокруг некоторого среднего значения, тогда как соответствующие точки в пространстве (A_2, A_4) должны лежать около некоторой окружности. Точки, характеризующие нехиральные домены, в пространстве (A_1, A_3) лежат на прямой $A_3=0$. Для статистически

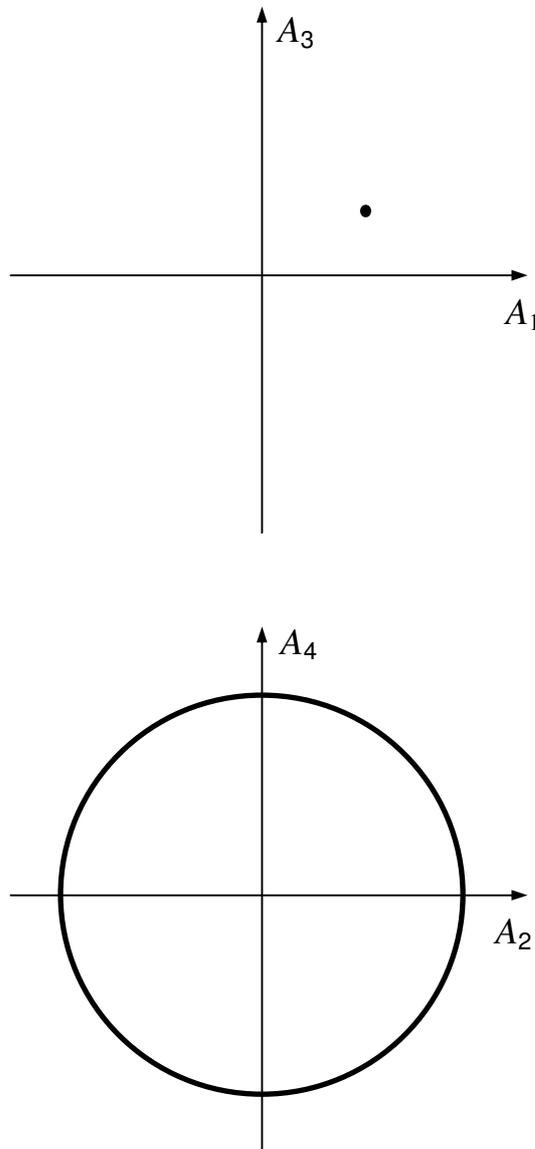


Рисунок 3.1. Точки состояния доменов в пространствах (A_1, A_3) и (A_2, A_4) для эквидоменного слоя.

нехиральных слоев прямая $A_3=0$ является осью симметрии множества точек, характеризующих домены слоя в пространстве (A_1, A_3) . В представляемой методике слои характеризуются двумерными гистограммами распределения векторных величин (A_1, A_3) и (A_2, A_4) .

Представим два примера. Образцом была ЖК ячейка сэндвичевого типа со случайными планарными граничными условиями без электродов, заполненная нематическим материалом СЖК-1 (НИОПИК, Москва), практически не поглощающим свет в видимом диапазоне. Главные показатели преломления СЖК-1 при комнатной температуре: $n_{\perp} \approx 1.526$ и $n_{\parallel} \approx 1.755$ при $\lambda = 589$ нм. В этой ячейке присутствовали два типа областей. Области первого типа были заполнены ЖК материалом в изотропном состоянии, и имели мелкодоменную структуру со случайной ориентацией доменов (RPA-области; рис. 3.2а). Области второго типа были заполнены ЖК материалом в мезофазе, и в этих областях наблюдалась частичная упорядоченность азимутальной ориентации доменов (*частично упорядоченные области*; рис. 3.2б). На рис. 3.3 приведены гистограммы (A_1, A_3) и (A_2, A_4) для частично упорядоченной области, показанной на рис. 3.2а, а на рис. 3.4 – для RPA-области, показанной на рис. 3.2б. Частота попадания точек состояния в ячейку гистограммы выражена градациями серого. Черным окрашена ячейка гистограммы с наибольшим числом попавших точек состояния, белым окрашены ячейки, в которые не попала ни одна из точек состояния. Из гистограмм (A_1, A_3) видно, что обе области являются статистически нехиральными и что структура частично упорядоченной области ближе к эквидоменной, чем структура RPA-области. Из гистограмм (A_2, A_4) видно отсутствие преимущественной ориентации доменов в RPA-области и наличие таковой в частично упорядоченной области.

3.2.3. Результаты картирования нематических RPA-ячеек

На рис. 3.5 и 3.6 показаны гистограммы (A_1, A_3) и (A_2, A_4) для ячейки N3 и ячейки N5, соответственно. Как видно из этих рисунков, структура ЖК слоев в обеих ячейках близка к эквидоменной и выделенные направления ориентации доменов в макроскопическом масштабе отсутствуют. Из гистограмм (A_1, A_3) на рис. 3.5 и 3.6 также видно, что ЖК слои являются статистически нехиральными. На рисунке 3.7 представлены карты параметров $\phi(\mathbf{r}'')$, $\psi(\mathbf{r}'')$ и $\Delta_r(\mathbf{r}'')$ для ячейки N3 для участка размером примерно 0.5×0.5 мкм², а на рисунке 3.8 приведены гистограммы распределения $p(\phi)$, $p(\psi)$ и $p(\Delta_r)$, рассчитанные по этим картам. Соответствующие карты и гистограммы для ячейки N5 приведены на рисунках 3.9 и 3.10. Для обработки этих данных мы использовали квазиэквидоменную модель (1.25). Для слоя модели (1.25) параметры

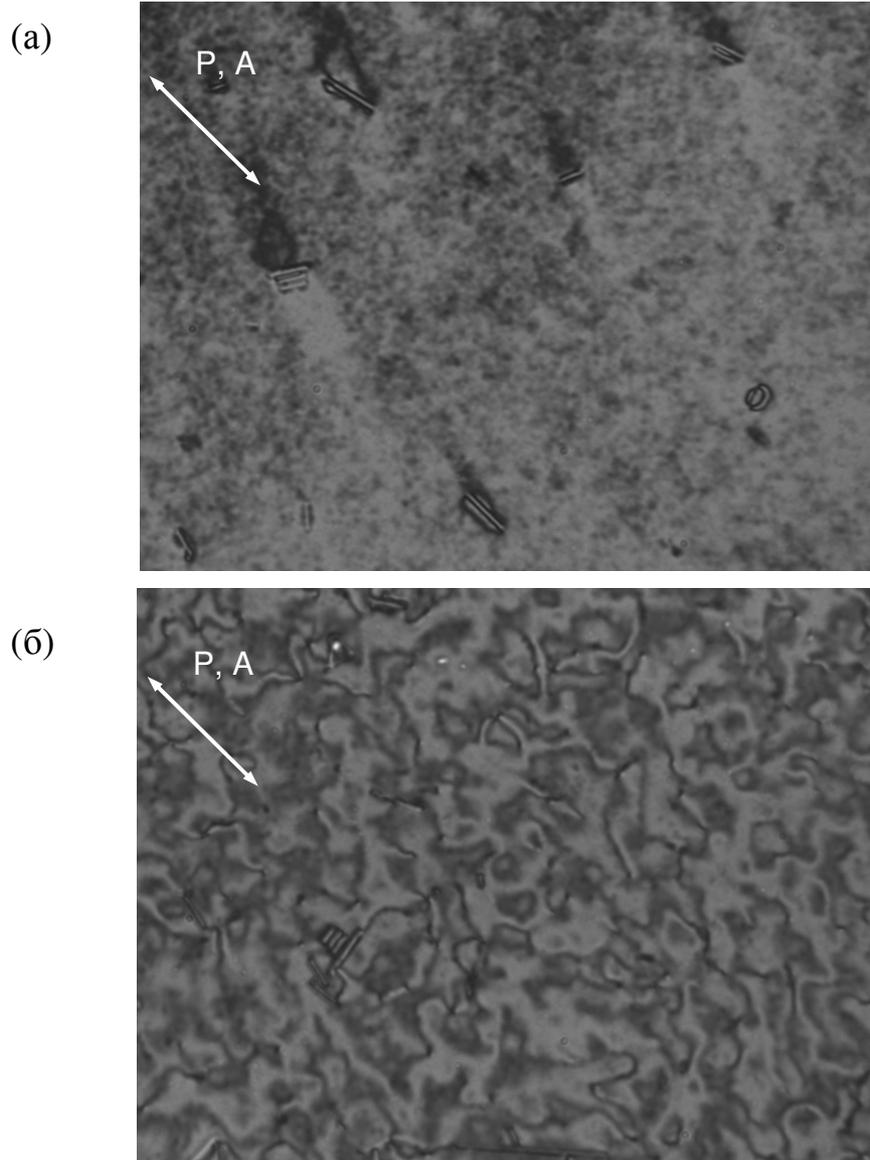


Рисунок 3.2. Изображение одной из частично упорядоченных областей (а) и одной из RPA-областей (б) в параллельных поляризаторах. Ширина поля 0.385 мм. $\lambda_F \approx 538$ нм

$A(\boldsymbol{\rho})$, $B(\boldsymbol{\rho})$, $C(\boldsymbol{\rho})$ и $\chi(\boldsymbol{\rho})$ представления (2.50) при малых $\theta(\boldsymbol{\rho}, z)$ могут быть выражены следующим образом [127]:

$$A(\boldsymbol{\rho}) = \cos Q(\boldsymbol{\rho}) \cos \Phi(\boldsymbol{\rho}) + \frac{\bar{\Phi}(\boldsymbol{\rho})}{Q(\boldsymbol{\rho})} \sin Q(\boldsymbol{\rho}) \sin \Phi(\boldsymbol{\rho}), \quad (3.1)$$

$$B(\boldsymbol{\rho}) = -\cos Q(\boldsymbol{\rho}) \sin \Phi(\boldsymbol{\rho}) + \frac{\bar{\Phi}(\boldsymbol{\rho})}{Q(\boldsymbol{\rho})} \sin Q(\boldsymbol{\rho}) \cos \Phi(\boldsymbol{\rho}), \quad (3.2)$$

$$C(\boldsymbol{\rho}) = \frac{\delta(\boldsymbol{\rho})}{Q(\boldsymbol{\rho})} \sin Q(\boldsymbol{\rho}), \quad (3.3)$$

$$Q(\boldsymbol{\rho}) = \sqrt{\delta^2(\boldsymbol{\rho}) + \bar{\Phi}^2(\boldsymbol{\rho})}, \quad \bar{\Phi}(\boldsymbol{\rho}) = \Phi(\boldsymbol{\rho})\Gamma, \quad (3.4)$$

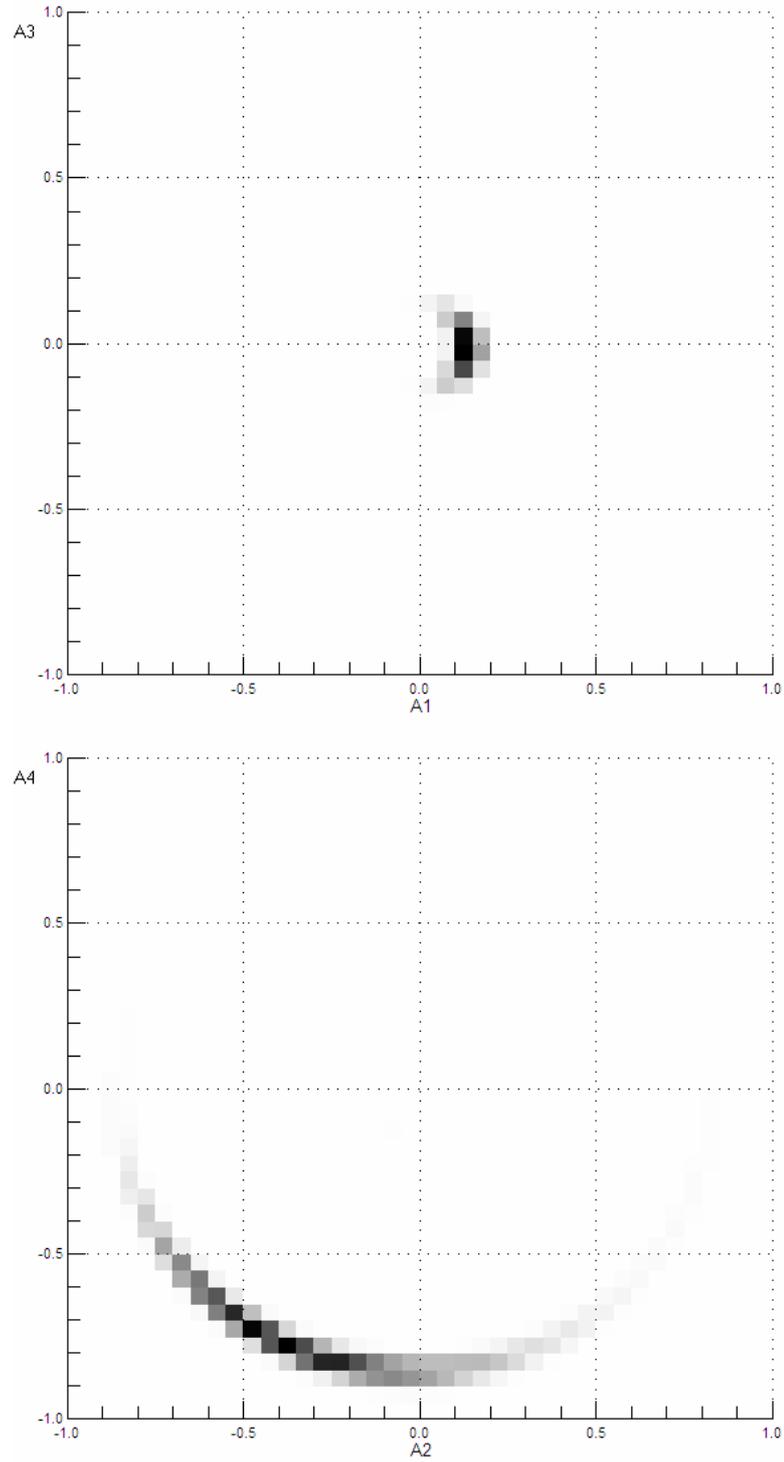


Рисунок 3.3. Гистограммы величин (A_1, A_3) и (A_2, A_4) для частично упорядоченной области. $\lambda_F \approx 538$ нм

$$\Gamma = \frac{1 + \xi/2}{\sqrt{1 + \xi}}, \quad \xi = \frac{n_{\parallel} - n_{\perp}}{n_{\perp}}, \quad (3.5)$$

$$\gamma(\mathbf{p}) = \frac{\pi(n_{\perp} + n_e(\mathbf{p}))d}{\lambda}, \quad (3.6)$$

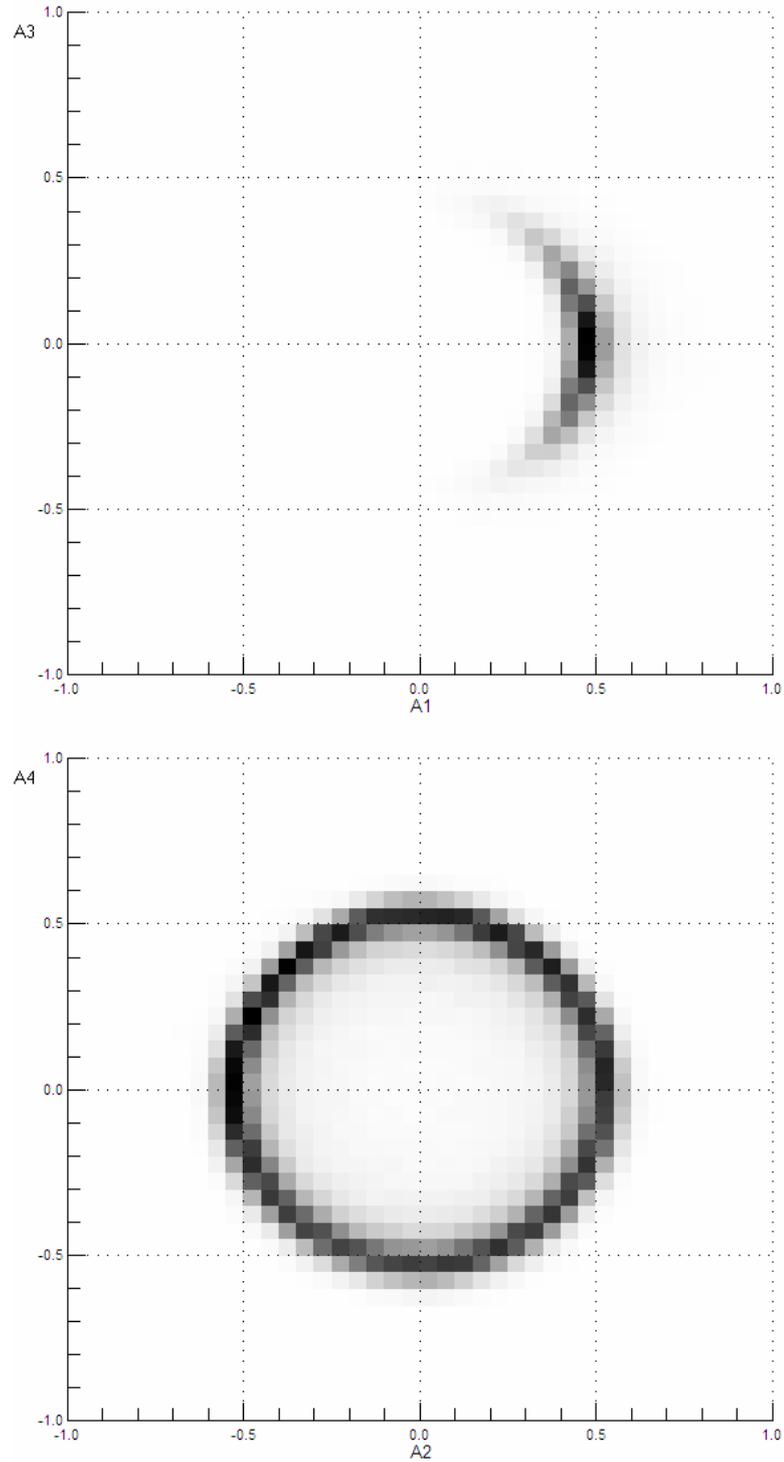


Рисунок 3.4. Гистограммы величин (A_1, A_3) и (A_2, A_4) для RPA-области. $\lambda_F \approx 538$ нм

$$\delta(\mathbf{\rho}) = \frac{\pi(n_e(\mathbf{\rho}) + n_{\perp})d}{\lambda}, \quad (3.7)$$

$$n_e(\mathbf{\rho}) = \frac{1}{d} \int_0^d \frac{n_{\parallel} n_{\perp}}{\sqrt{n_{\perp}^2 \cos^2 \theta(\mathbf{\rho}, z) + n_{\parallel}^2 \sin^2 \theta(\mathbf{\rho}, z)}} dz = \bar{n}_e + \tilde{n}_e(\mathbf{\rho}).$$

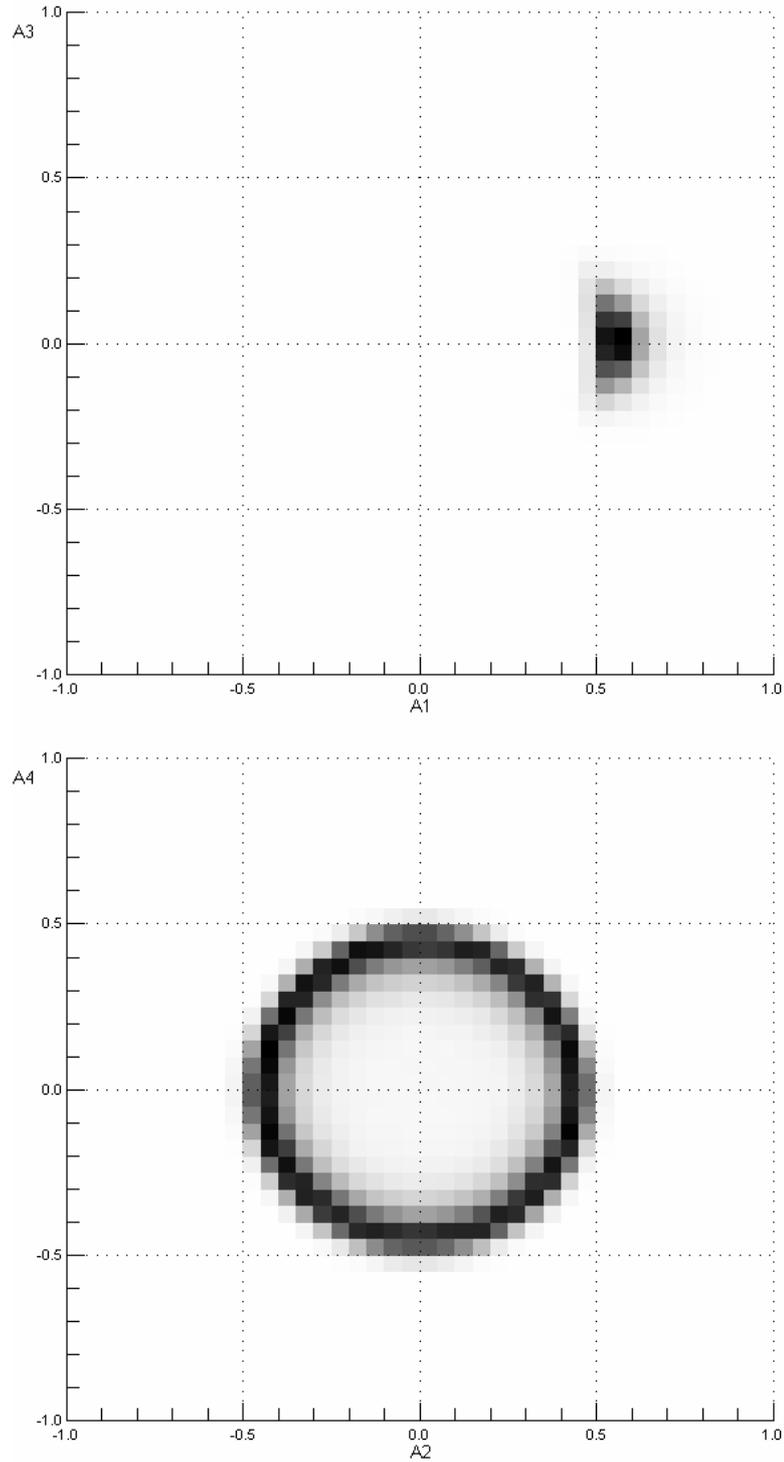


Рисунок 3.5. Гистограммы величин (A_1, A_3) и (A_2, A_4) для ячейки N3. $\lambda_F \approx 544$ нм

Подставляя (1.40–1.43) в (1.44) и (1.59), а также учитывая, что в DRA $\mathbf{M}_S(\boldsymbol{\rho}) = \mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho})$, где обобщенная матрица Мюллера $\mathbf{M}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)$ связана с матрицей Джонса локального пропускания слоя $\mathbf{T}(\boldsymbol{\rho})$ соотношением (1.32), находим, что параметры A_j могут быть выражены через

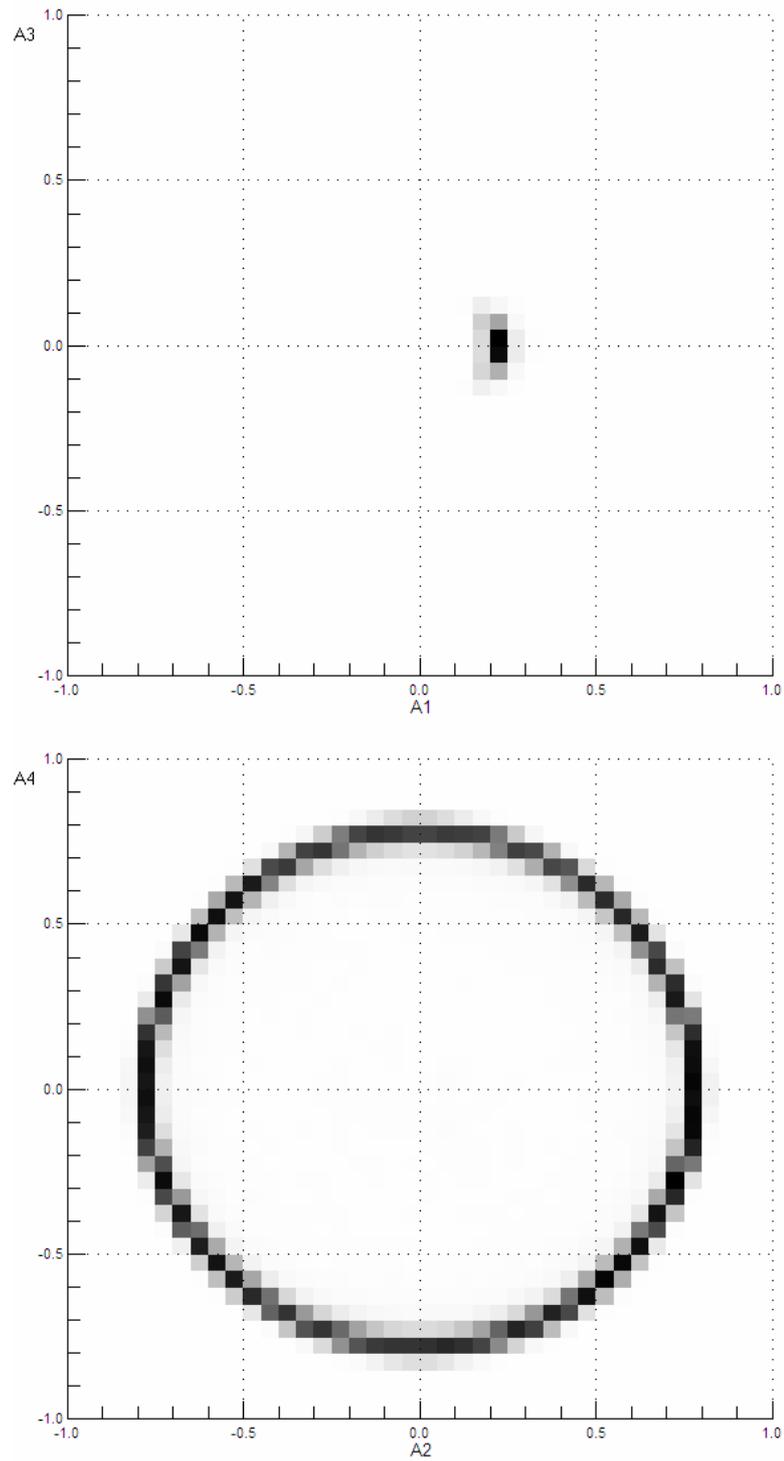


Рисунок 3.6. Гистограммы величин (A_1, A_3) и (A_2, A_4) для ячейки N5. $\lambda_F \approx 466$ нм

параметры A , B , C и угол φ как

$$A_1(\rho'') = A^2(\rho) - B^2(\rho), \quad A_2(\rho'') = C^2(\rho) \cos 4\varphi(\rho), \quad (3.8)$$

$$A_3(\rho'') = 2A(\rho)B(\rho), \quad A_4(\rho'') = C^2(\rho) \sin 4\varphi(\rho). \quad (3.9)$$

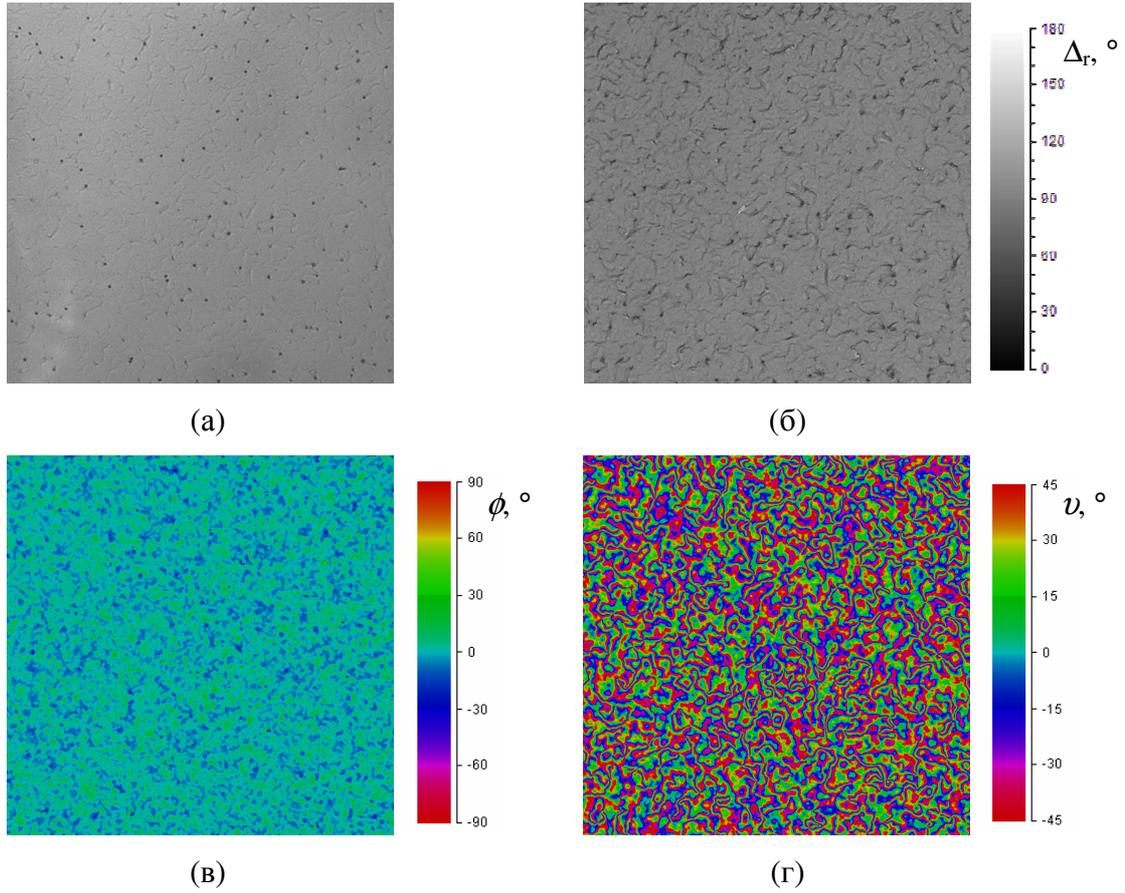


Рисунок 3.7. Карты параметров B_0 (изображение в неполяризованном свете) (а), Δ_r (б), ϕ (в) и ν (г) для ячейки N3. Ширина поля 0.5 мм. $\lambda_F \approx 544$ нм.

Используя (1.53–1.55) и (1.58), можно выразить характеристические углы $\phi(\rho'')$, $\nu(\rho'')$ и $\Delta_r(\rho'')$ через параметры $A_j(\rho'')$ следующим образом:

$$\cos 4\nu(\rho'') = \frac{A_2(\rho'')}{C_{A_2}(\rho'')}, \quad \sin 4\nu(\rho'') = \frac{A_4(\rho'')}{C_{A_2}(\rho'')}, \quad (3.10)$$

$$\cos 2\phi(\rho'') = \frac{A_1(\rho'')}{C_{A_1}(\rho'')}, \quad \sin 2\phi(\rho'') = -\frac{A_3(\rho'')}{C_{A_1}(\rho'')}, \quad (3.11)$$

$$\cos\left(\frac{\Delta_r(\rho'')}{2}\right) = \sqrt{C_{A_1}(\rho'')}, \quad \sin\left(\frac{\Delta_r(\rho'')}{2}\right) = \sqrt{C_{A_2}(\rho'')}, \quad (3.12)$$

$$C_{A_1}(\rho'') = \sqrt{A_1^2(\rho'') + A_3^2(\rho'')}, \quad C_{A_2}(\rho'') = \sqrt{A_2^2(\rho'') + A_4^2(\rho'')}. \quad (3.13)$$

Подстановка (3.8) и (3.9) в (3.10–3.13) дает

$$\cos 4\nu(\rho'') = \cos 4\phi(\rho), \quad \sin 4\nu(\rho'') = \sin 4\phi(\rho), \quad (3.14)$$

$$\cos 2\phi(\rho'') = \frac{A^2(\rho) - B^2(\rho)}{A^2(\rho) + B^2(\rho)}, \quad \sin 2\phi(\rho'') = -\frac{2A(\rho)B(\rho)}{A^2(\rho) + B^2(\rho)}, \quad (3.15)$$

$$\cos\left(\frac{\Delta_r(\rho'')}{2}\right) = \sqrt{A^2(\rho) + B^2(\rho)}, \quad \sin\left(\frac{\Delta_r(\rho'')}{2}\right) = |C(\rho)|.$$

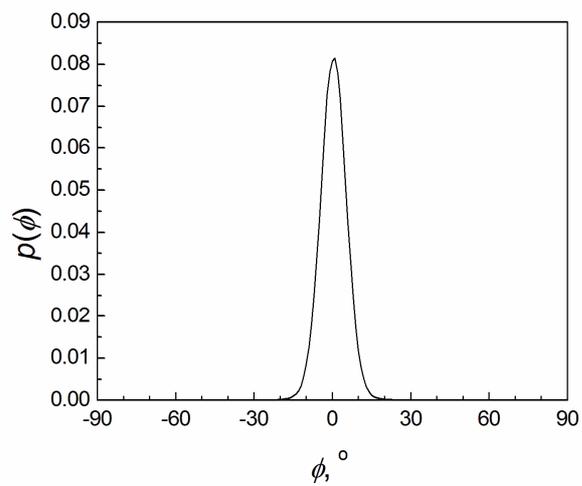
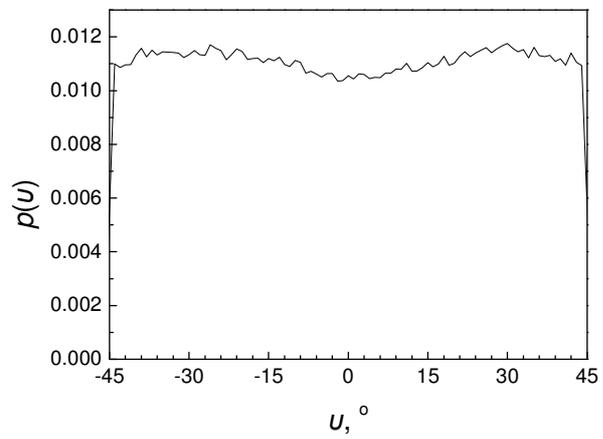
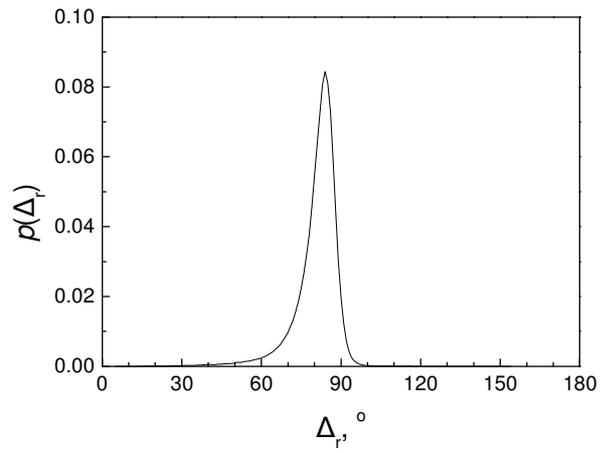


Рисунок 3.8. Гистограммы распределения параметров Δ_r , ν и ϕ для ячейки N3. Ширина поля 0.5 мм. $\lambda_F \approx 544$ нм. Размер ячейки гистограммы составляет 0.5° для гистограммы $p(\Delta_r)$ и 1° для гистограмм $p(\nu)$ и $p(\phi)$.

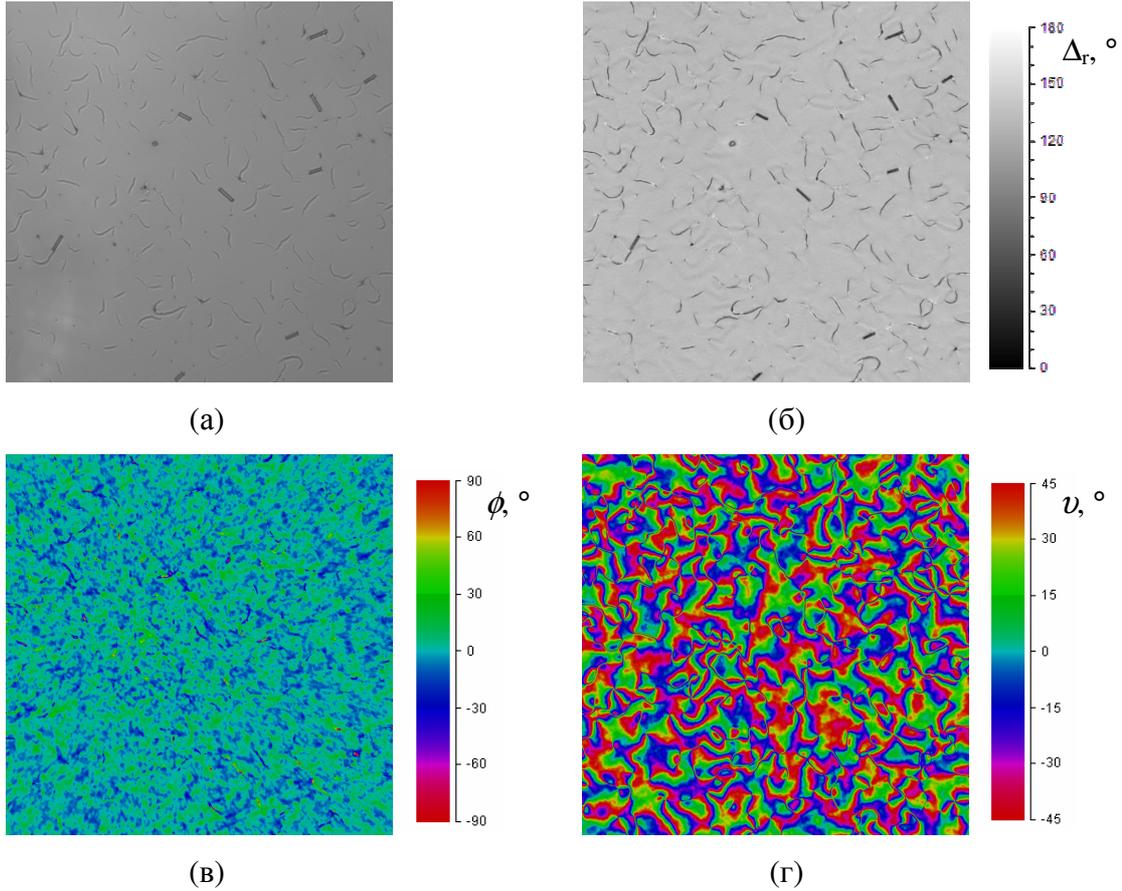


Рисунок 3.9. Карты параметров B_0 (изображение в неполяризованном свете) (а), Δ_r (б), ϕ (в) и ν (г) для ячейки N5. Ширина поля 0.5 мм. $\lambda_F \approx 466$ нм.

Формулы (3.1), (3.2) и (3.15) позволяют численно рассчитать функцию $\Phi(\phi)$ и с её помощью вычислить пространственное распределение $\Phi(\rho)$ по карте $\phi(\rho')$. Необходимые для этого данные о n_{\perp} и $\Delta n = n_{\parallel} - n_{\perp}$ для ЖК материала E7 были взяты из работы [150]: $\Delta n(450 \text{ нм}) = 0.2645$, $\Delta n(550 \text{ нм}) = 0.2306$, $\Delta n(650 \text{ нм}) = 0.2166$, $n_{\perp}(550 \text{ нм}) = 1.5263$. Значения Δn для промежуточных значений λ рассчитывались по формуле Коши второго порядка:

$$\frac{\Delta n(\lambda)}{\Delta n(550 \text{ нм})} = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}.$$

При расчете зависимости $\Phi(\phi)$ мы пренебрегали дисперсией n_{\perp} и отклонениями структуры ЖК слоя от планарной. Здесь и далее при расчетах использовались оценки для толщины ЖК слоя исследуемых ячеек, полученные в работе [11]: $d = 2.85$ мкм для ячейки N3 и $d = 4.74$ мкм для ячейки N5. На рисунке 3.11 представлена рассчитанная зависимость $\phi(\lambda)$ для исследуемых ячеек при $\Phi = 10^\circ$. Из рисунка 3.11 видно, что выполнение равенства $\phi = \Phi$ (см. (1.57)), свидетельствующее о реализации адиабатического режима распространения света, выполняется

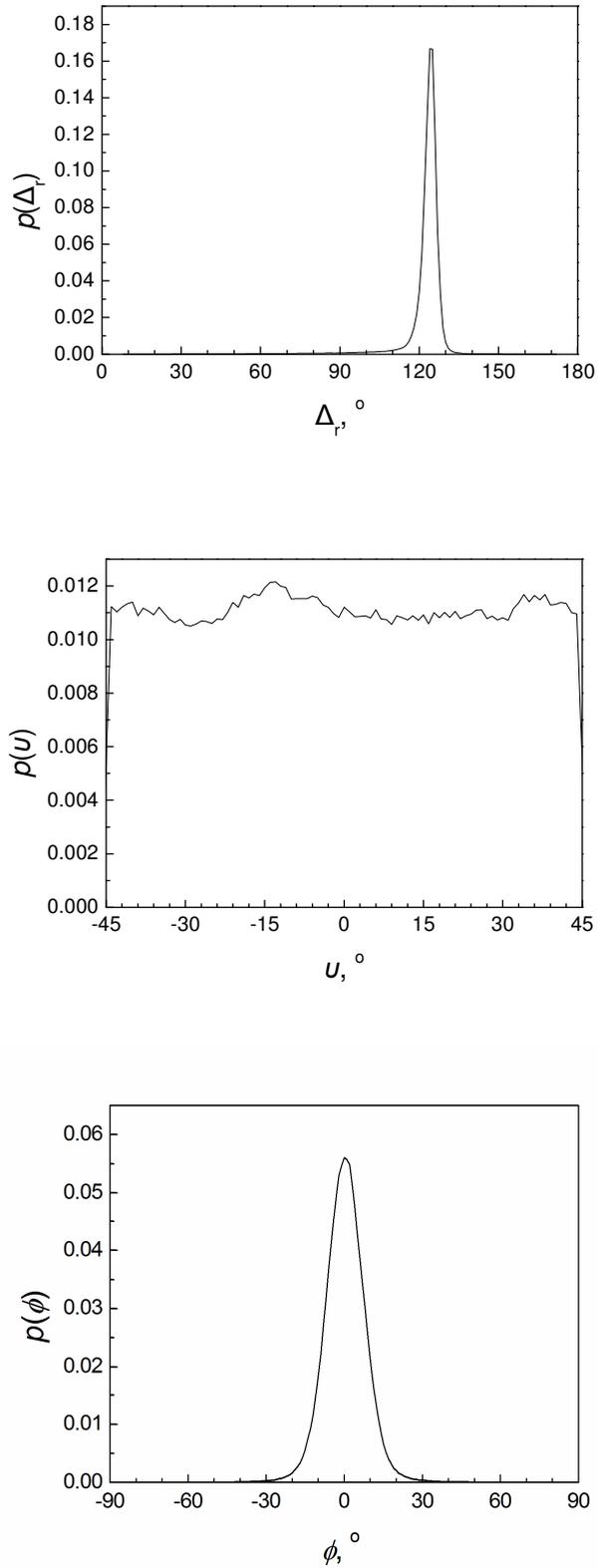


Рисунок 3.10. Функции распределения параметров Δ_r , u и ϕ для ячейки N5. Ширина поля 0.5 мм. $\lambda_F \approx 466$ нм. Размер ячейки гистограммы составляет 0.5° для гистограммы $p(\Delta_r)$ и 1° для гистограмм $p(u)$ и $p(\phi)$.

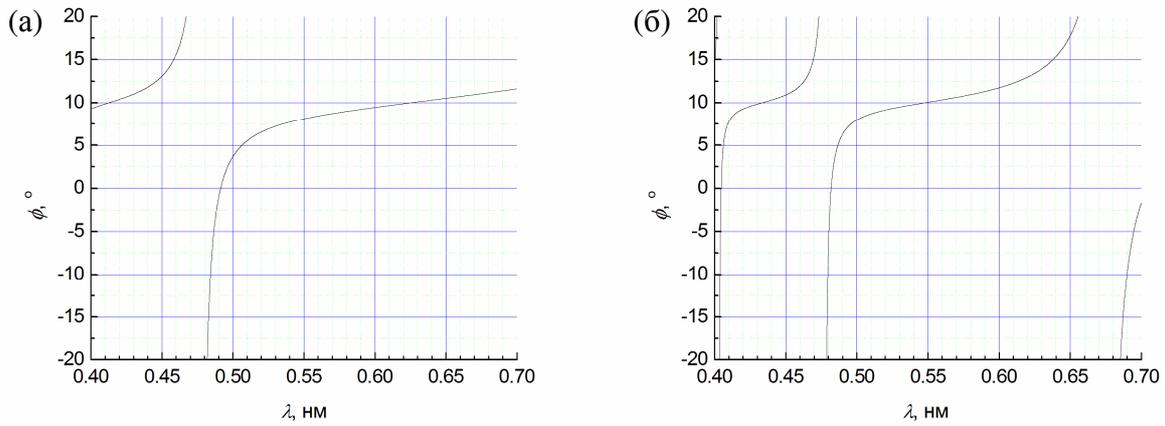


Рисунок 3.11. Рассчитанная зависимость $\phi(\lambda)$ при $\Phi = 10^\circ$ для ячейки N3 (а) и ячейки N5 (б).

только на длинах волн, на которых $\Delta nd = m\lambda$ и приближенно выполняется вблизи этих длин волн. На 3.12 представлены рассчитанные функции $\phi(\Phi)$ для ячейки N3 при $\lambda = 544$ нм и для ячейки N5 при $\lambda = 466$ нм. Поправочная кривая $\Phi(\phi)$ для ячейки N5 была получена из монотонного участка кривой $\phi(\Phi)$, пересекающего точку $(\Phi = 0, \phi = 0)$, поскольку в нематических слоях не реализуются структуры с $|\Phi| > \pi/2$ [8]. На рисунке 3.13 показаны карты $\Phi(\rho)$ для ячеек N3 и N5, полученные из карт $\phi(\rho)$, показанных на рис. 3.7в и 3.9в, с помощью поправочных кривых $\Phi(\phi)$.

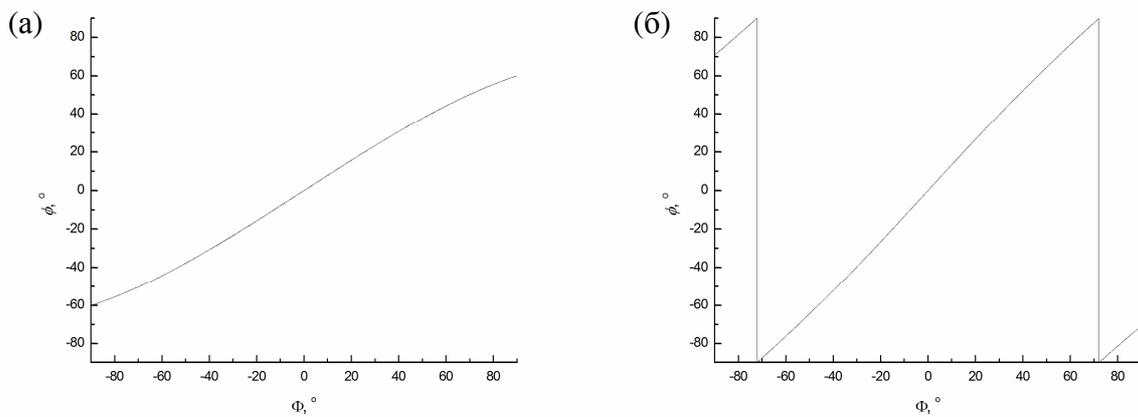


Рисунок 3.12. Рассчитанная зависимость $\phi(\Phi)$ для ячейки N3 при $\lambda = 544$ нм (а) и для ячейки N5 при $\lambda = 466$ нм (б).

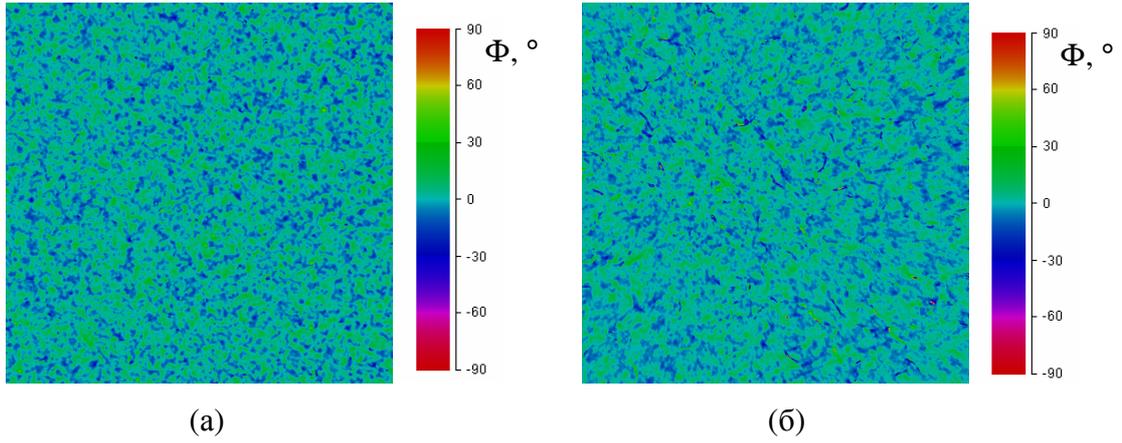


Рисунок 3.13. Карты Φ для ячейки N3 (а) и ячейки N5 (б).

На рисунках 3.14 показаны карты $\varphi(\mathbf{p})$, рассчитанные по картам $\mathcal{U}(\mathbf{p}'')$ для ячеек N3 и N5 с помощью соотношений (3.14) с учетом непрерывности изменения ориентации ЖК директора в слоях и типичной структуры дисклинаций в нематиках [8]. По пяти аналогичным картам для каждой из ячеек был определен масштаб гомогенизации R_{hom} из следующего условия: при любых $R' > R_{\text{hom}}$ и любых ρ'_1 и ρ'_2

$$\sqrt{\frac{1}{R_{\text{max}}} \int_0^{R_{\text{max}}} (c_{(\rho'_1, R')\varphi_-}(R) - c_{(\rho'_2, R')\varphi_-}(R))^2 dR} < 0.05,$$

$$c_{(\rho', R')\varphi_-}(R) = \left\langle \cos 2 \left[\varphi \left(\mathbf{p}_0 - \frac{\mathbf{R}}{2} \right) - \varphi \left(\mathbf{p}_0 + \frac{\mathbf{R}}{2} \right) \right] \right\rangle_{\rho', R'},$$

где расстояние R_{max} таково, что при $R > R_{\text{max}}$ значения функции $c_{A\varphi}(R)$ пренебрежимо малы (предварительные оценки показали, что $R_{\text{max}} \approx 18$ мкм для ячейки N3 и $R_{\text{max}} \approx 30$ мкм для ячейки N5). Полученные значения масштаба гомогенизации: $R_{\text{hom}} \approx 100$ мкм для ячейки N3 и $R_{\text{hom}} \approx 200$

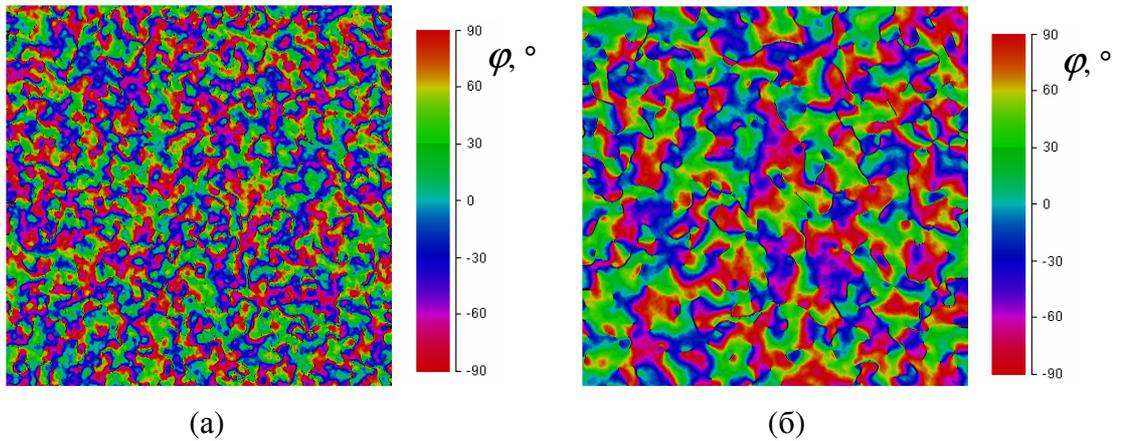


Рисунок 3.14. Карты φ для ячейки N3 (а) и ячейки N5 (б). Черным обозначены исключенные области вблизи дисклинаций и спейсеров.

мкм для ячейки N5. Таким образом, размеры картируемых участков на рисунках 3.7, 3.9, 3.13 и 3.14 являются достаточно большими (500×500 мкм²), чтобы с хорошей точностью оценить статистические структурные свойства слоев по полученным для этих участков картам.

По картам $\Delta_r(\mathbf{r}')$ была оценена вариация $\delta(\mathbf{r})$. Численные расчеты показали, что для рассматриваемых ячеек на заданных длинах волн хорошо выполняется соотношение (1.56) (см. рис. 3.15). Используя это соотношение, мы рассчитали гистограмму распределения $p(\delta)$ для рассматриваемых ячеек (считалось, что домены, в которых δ отклоняется от своего среднего по площади значения более чем на $\pi/2$, занимают очень малую площадь; области вблизи дисклинаций и спейсеров, где такие отклонения, скорее всего, присутствуют, исключались при расчете гистограмм распределений). Рассчитанные гистограммы распределения $p(\delta)$, $p(\varphi)$ и $p(\Phi)$ показаны на рисунке 3.16. Из гистограммы распределения δ видно, что вариация δ по площади слоя мала (рис. 3.16а,б), то есть локальная оптическая ось была всюду или почти всюду параллельной границам слоя. Для обоих образцов среднее по площади значение Φ с большой точностью было равным нулю, а среднеквадратичное значение Φ составляло около 8° (рис. 3.16в,г). Из гистограмм распределения φ (рис. 3.16д,е) видно, в обоих ЖК слоях отсутствует направление преимущественной ориентации доменов в макроскопическом масштабе. Таким образом, ЖК слой в обеих ячейках был очень близок по структуре к статистически вращательно-инвариантному SMB слою.

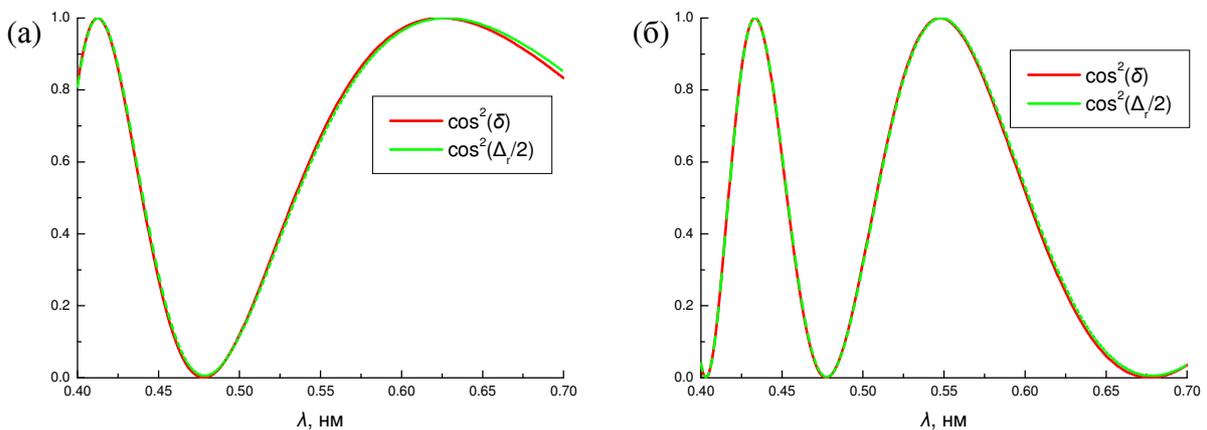


Рисунок 3.15. Рассчитанные зависимости $\cos^2 \delta(\lambda)$ и $\cos^2(\Delta_r(\lambda)/2)$ при $\Phi = 20^\circ$ для ячейки N3 (а) и ячейки N5 (б).

Корреляционные характеристики $c_{A\varphi-}(\mathbf{R})$, $c_{A\varphi+}(\mathbf{R})$ и $s_{A\varphi+}(\mathbf{R})$ (2.65–2.67), которые определяют угловое распределение и состояние поляризации SMB слоя (разделы 2.6.2 и 2.6.3)

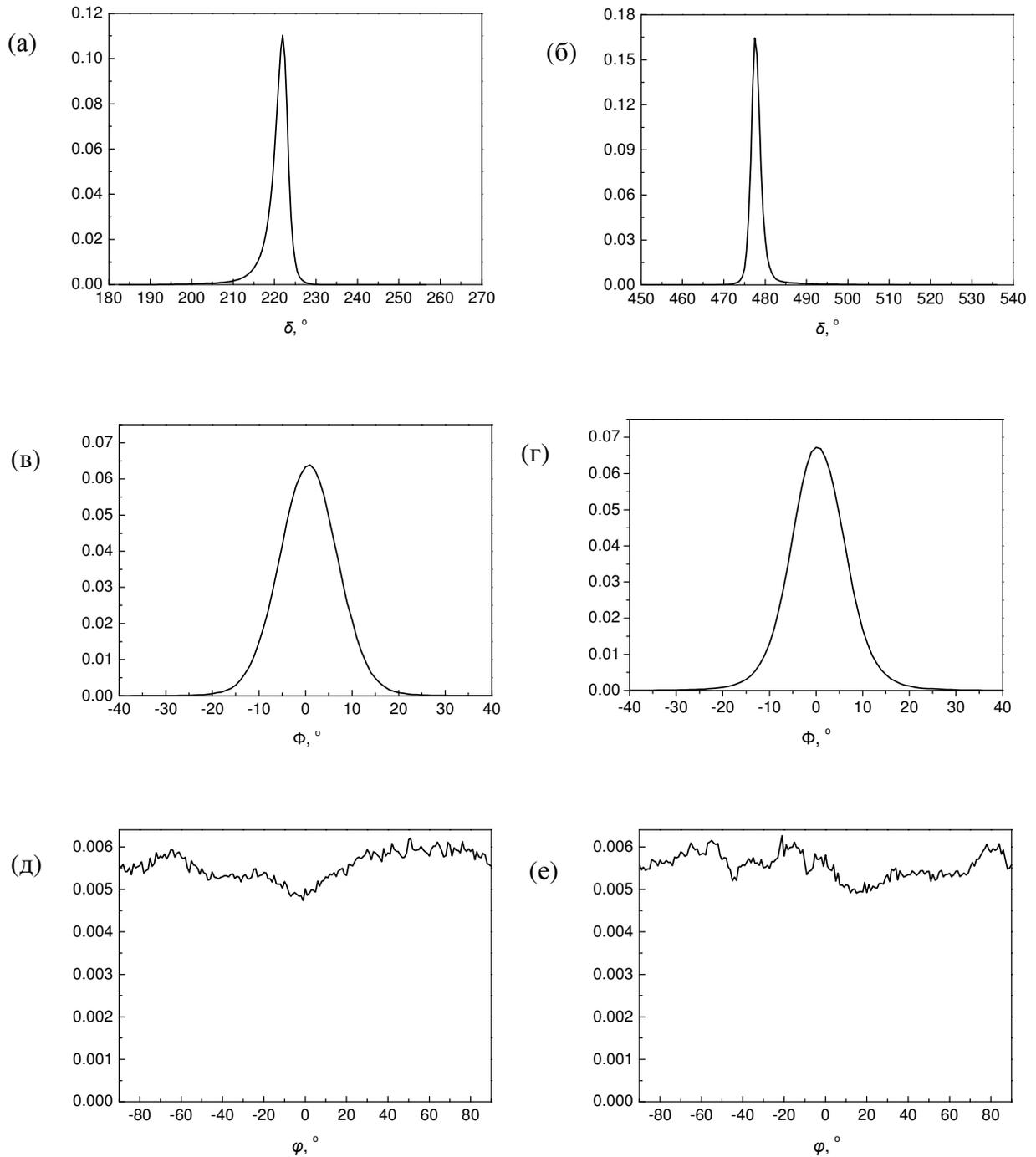


Рисунок 3.16. (а, б) Гистограммы распределения δ для ячейки N3 при $\lambda = 544$ нм (а) и для ячейки N5 при $\lambda = 466$ нм (б). (в, г) Гистограммы распределения Φ для ячейки N3 (в) и для ячейки N5 (г). (д, е) Гистограммы распределения φ для ячейки N3 (д) и ячейки N5 (е). Размер ячейки гистограммы составляет 0.5° на (а, б) и 1° на (в–е).

были рассчитаны из карт φ усреднением по круглой области, радиус которой составлял 230 мкм в случае ячейки N3 и 220 мкм в случае ячейки N5. Для обоих образцов, всех областей усреднения и всех \mathbf{R} по абсолютной величине оценки $c_{A\varphi+}(\mathbf{R})$ и $s_{A\varphi+}(\mathbf{R})$ не превышали 0.015 (рис. 3.17). Это означает, что ЖК слои были близки по структуре к SMB слоям *muna I* (см.разд.

2.6.2). Оценки $c_{A\varphi-}(R)$ (2.65), полученные путем усреднения по нескольким различным областям образцов, показаны на рис. 3.18. При всех R эти оценки были близки друг другу, поэтому мы вычисляли $a(R)$ (2.75) как среднее по этим оценкам. Найденные функции $a(R)$ показаны на рис. 3.18 жирными линиями. Из этих функций мы определили, что $R_{\text{cor}} \approx 6$ мкм для ячейки N3 и $R_{\text{cor}} \approx 11$ мкм для ячейки N5.

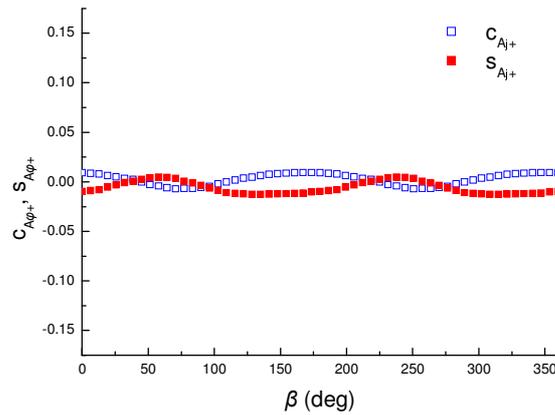


Рисунок 3.17. Рассчитанные значения $c_{\varphi+}(R, \beta)$ и $s_{\varphi+}(R, \beta)$ при $R = 10$ мкм для ячейки N5.

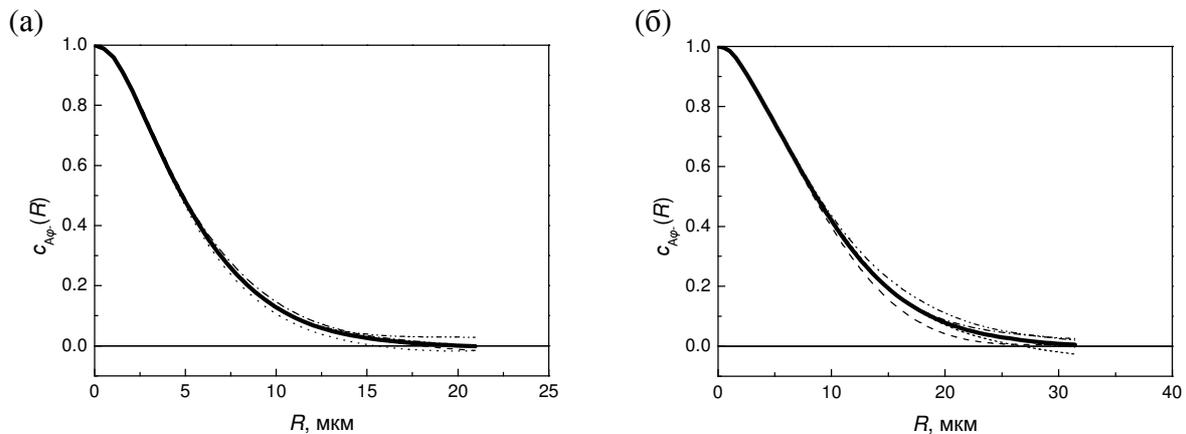


Рисунок 3.18. Экспериментальные функции $a(R)$ для ячеек N3 (а) и N5 (б). Оценки $c_{A\varphi-}(R)$, полученные усреднением по различным участкам образца, показаны пунктирными линиями; функции $a(R)$, полученные путем усреднения по приведенным оценкам $c_{A\varphi-}(R)$, показаны жирными линиями.

3.3. Свойства рассеянной компоненты

3.3.1. Угловой спектр рассеянной компоненты

Для экспериментального измерения индикатрис рассеяния была собрана установка, показанная на рисунке 3.19. Держатель образца 2 устроен таким образом, что ячейку можно было вращать вокруг оси z , а также смещать в плоскости (x, y) . Ячейка освещалась

коллимированным пучком от лазерного источника. Интенсивность рассеянной компоненты регистрировалась с помощью фотодиода ФД-256. При измерении индикатрис фотодиод перемещался в плоскости, перпендикулярной пучку. Расстояние от образца до плоскости перемещения фотодиода составляло $l = 89$ см. Входное отверстие фотодиода составляло 4 мм. Сигнал фотодиода усиливался усилителем тока и регистрировался микроамперметром. При измерении угловых зависимостей интенсивности фотодиод перемещался вдоль оси y (см. рисунок 3.19) с шагом 5 мм. Нами использовались два лазерных источника излучения: гелий-неоновый лазер ЛГН-207А с длиной волны 633 нм и твердотельный лазер с диодной накачкой Optronic YLM-532/SLN-30 с длиной волны 532 нм. В измерениях с использованием гелий-неонового лазера между лазером и ячейкой располагались телескоп и диафрагма. Диаметр пучка на ячейке при использовании обоих лазеров составлял примерно 2 мм.

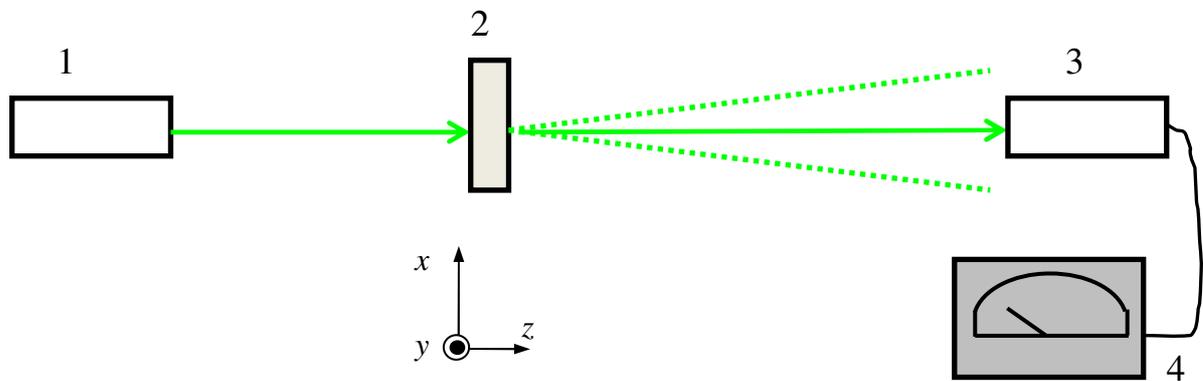


Рисунок 3.19. Схема экспериментальной установки для измерения индикатрис рассеяния: 1 – лазер, 2 – держатель с ЖК ячейкой, 3 – фотодиод ФД-256, 4 – усилитель тока фотодиода

При измерении индикатрис рассеянной компоненты для ячейки N3 при $\lambda = 633$ нм, мы прикладывали к электродам образца напряжение 1.85 В, поскольку в отсутствие приложенного поля мощность рассеянной компоненты на этой длине волны была слишком малой. На рис. 3.20 сравниваются экспериментальные индикатрисы рассеяния с теоретическими, рассчитанными подстановкой экспериментальных функций $a(R)$ (рис. 3.18) в уравнение (2.82). Параметр S_{P-i0} выбирался исходя из условия наилучшего согласования с экспериментальными данными. Из рис. 3.20 видно, что полученные теоретические и экспериментальные индикатрисы близки по форме. Ячейка N3 имеет меньший радиус R_{cor} , а следовательно более широкий конус рассеяния, что хорошо согласуется с выводами раздела 2.6.3.

На рисунке 3.21 представлены экспериментальные индикатрисы рассеяния для ячейки N5 при различных значениях напряжения. Для этой ячейки в рассматриваемом диапазоне

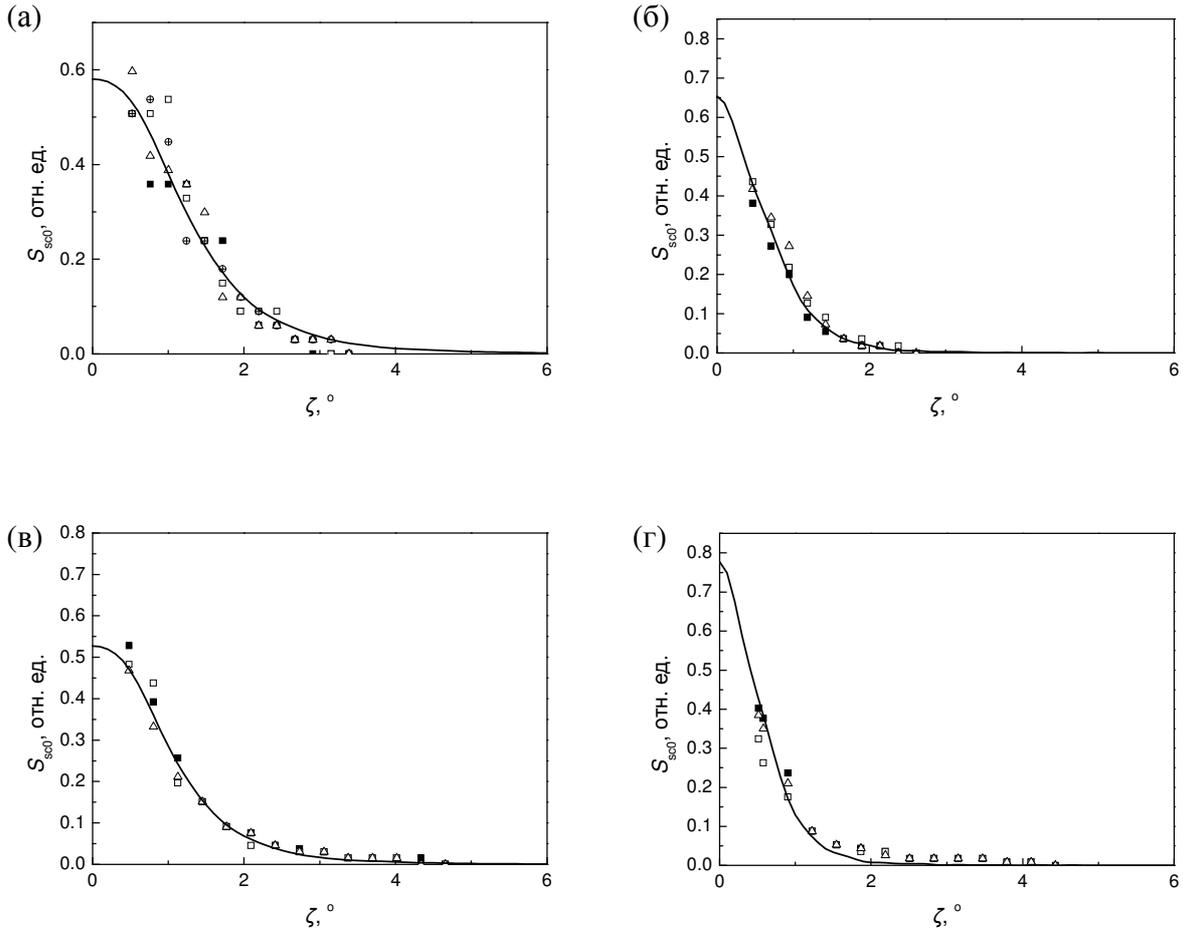


Рисунок 3.20. Теоретические (сплошные линии) и экспериментальные (символы) индикатрисы рассеяния для ячеек N3 (а,в) и N5 (б,г) при $\lambda = 633$ нм (а, б) и 532 нм (в, г). Индикатрисы, измеренные при освещении разных участков образцов, обозначены различными символами.

напряжений наблюдались два максимума рассеяния и один минимум рассеяния. Максимумы рассеяния достигались при $U = 1.4$ В и $U = 2.7$ В, а минимум рассеяния – при $U = 1.8$ В. Из графиков виден пороговый характер явления: индикатрисы рассеяния при $U = 0$ В и $U = 1$ В практически идентичны (пороговое напряжение для данной ячейки чуть больше 1 В [11]). Наличие максимумов и минимумов у $S_{sc0}(\zeta)$ как функции от U хорошо согласуется с эквидоменной моделью электрооптического отклика нематических RPA-слоев (раздел 1.3.3). В этой модели нематический RPA-слой рассматривается как NPBM слой, у которого при изменении U изменяется распределение $\theta(z)$, что приводит к уменьшению δ при увеличении U , а распределение $\varphi(\rho)$ при этом не изменяется. При изменении δ с изменением U , согласно (2.82), должно изменяться значение $S_{sc0}(\zeta)$. Так, например, $S_{sc0}(0.5^\circ)$ при $U = 2.7$ В примерно в 6 раз больше, чем $S_{sc0}(0.5^\circ)$ при $U = 1.82$ В, и в 3 раза больше, чем $S_{sc0}(0.5^\circ)$ при $U = 2$ В (см. рисунок 3.22). При этом для значений U , соответствующих одинаковым значениям $\sin^2 \delta$, функции $S_{sc0}(\zeta)$ должны совпадать. Из рисунка 3.23 видно, что индикатрисы рассеяния, при

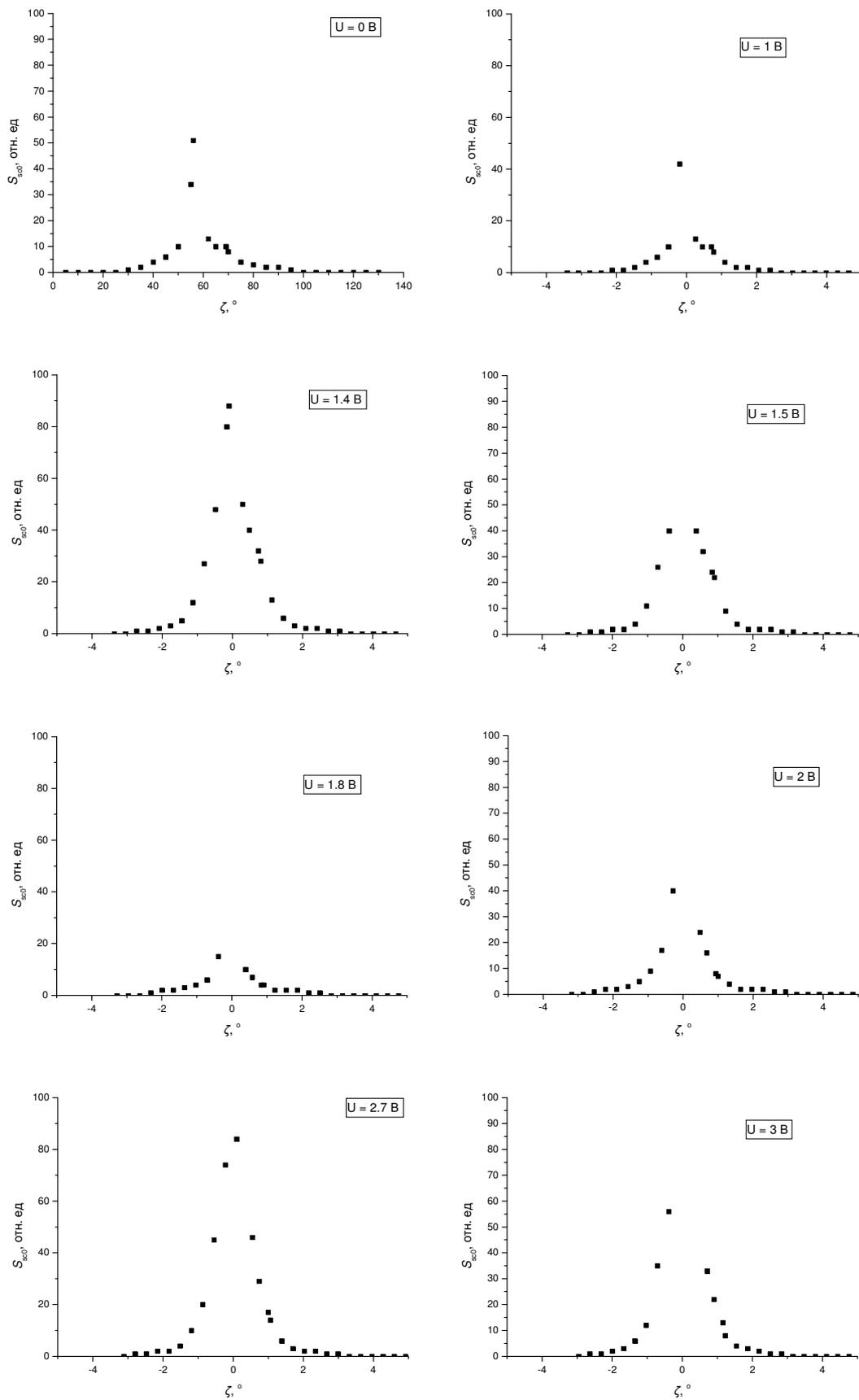


Рисунок 3.21. Индикатрисы рассеяния при разных значениях напряжения, приложенного к ячейке N5.

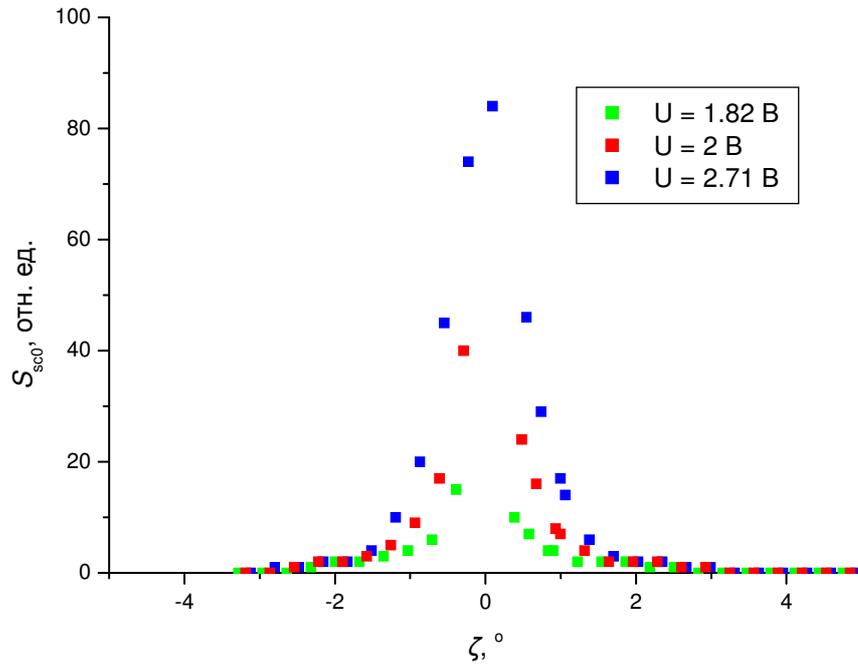


Рисунок 3.22. Сравнение индикатрис рассеяния при различных значениях приложенного напряжения для ячейки N5.

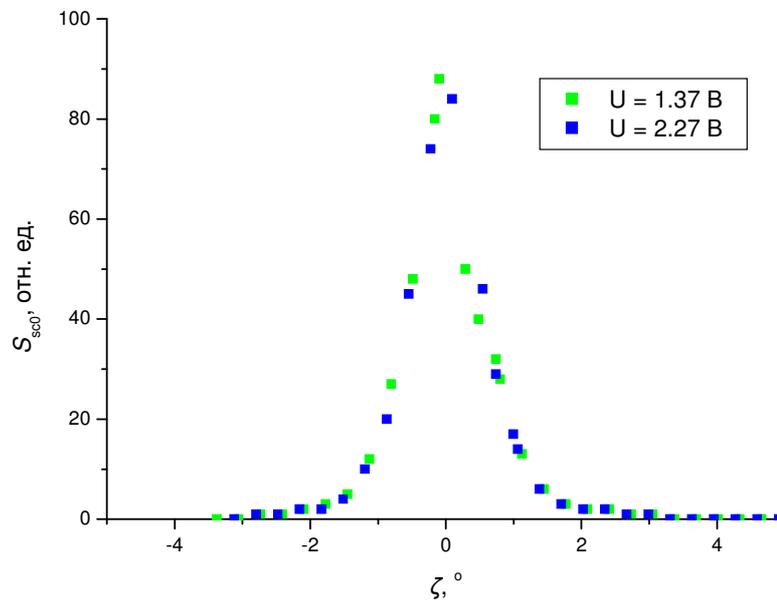


Рисунок 3.23. Сравнение индикатрис рассеяния при двух значениях напряжения, соответствующих максимумам рассеяния, для ячейки N5.

двух значениях напряжения, соответствующих максимумам рассеяния ($\sin^2 \delta = 1$), действительно очень похожи одна на другую.

3.3.2. Состояние поляризации рассеянной компоненты

Поскольку образцы близки по структуре к SMB слоям *типа I* (раздел 3.2.3), они хорошо подходят для проверки теоретических результатов, представленных в разделе 2.6.2.

Для исследования состояния поляризации рассеянной компоненты была собрана установка, показанная на рисунке 3.24. В данной серии экспериментов в качестве источника излучения использовался гелий-неоновый лазер с длиной волны 633 нм. Фазовые пластинки 3 и 6 являются четвертьволновыми для длины волны 633 нм. Ось пропускания поляризатора была ориентирована по оси x . Эксперименты проводились на ячейке N5. После анализатора размещался бумажный экран, за которым стоял фотоаппарат, фиксирующий изображение пятна рассеяния на экране.

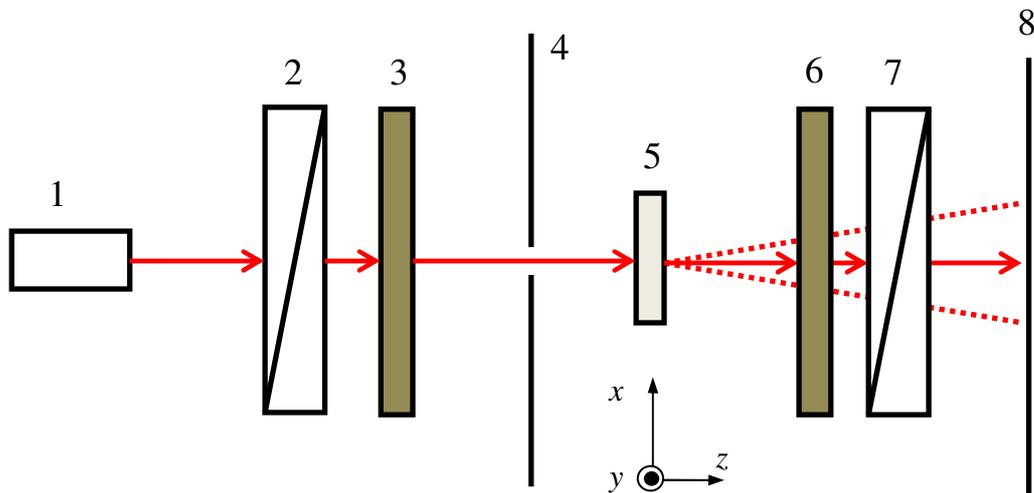


Рисунок 3.24. Схема экспериментальной установки для определения состояния поляризации рассеянной компоненты: 1 – гелий-неоновый лазер, 2 – поляризатор, 3 – четвертьволновая фазовая пластинка, 4 – диафрагма, 5 – держатель с ЖК-ячейкой, 6 – четвертьволновая фазовая пластинка, 7 – анализатор, 8 – экран.

Серия экспериментов состояла из трех этапов. На первых двух этапах исследовалось состояние поляризации рассеянного ячейкой света при линейно поляризованном падающем пучке. На третьем этапе исследовалось состояние поляризации рассеянной компоненты при циркулярно поляризованным падающем на ячейку свете. На каждом этапе проводилась серия измерений для четырех ориентаций оси пропускания анализатора (ϑ') по отношению к оси x : $\vartheta' = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, -45^\circ$.

На первом этапе проверялось, имеет ли рассеянная компонента преимущественную линейную поляризацию при линейно поляризованном падающем свете. Для этого из установки, показанной на рисунке 3.24 были убраны фазовые пластины 3 и 6. Результаты, полученные на этом этапе, представлены на рисунке 3.25а. Видно, что нерассеянная компонента линейно поляризована с азимутом 0° – при ориентации анализатора $\chi = 90^\circ$ нерассеянная компонента гасится. В то же время из этих фотографий видно, что рассеянная компонента не имеет какой-либо преимущественной линейной поляризации – индикатрисы рассеяния при различных ориентациях анализатора, в среднем (при сглаженных спекл-флуктуациях), одинаковы.

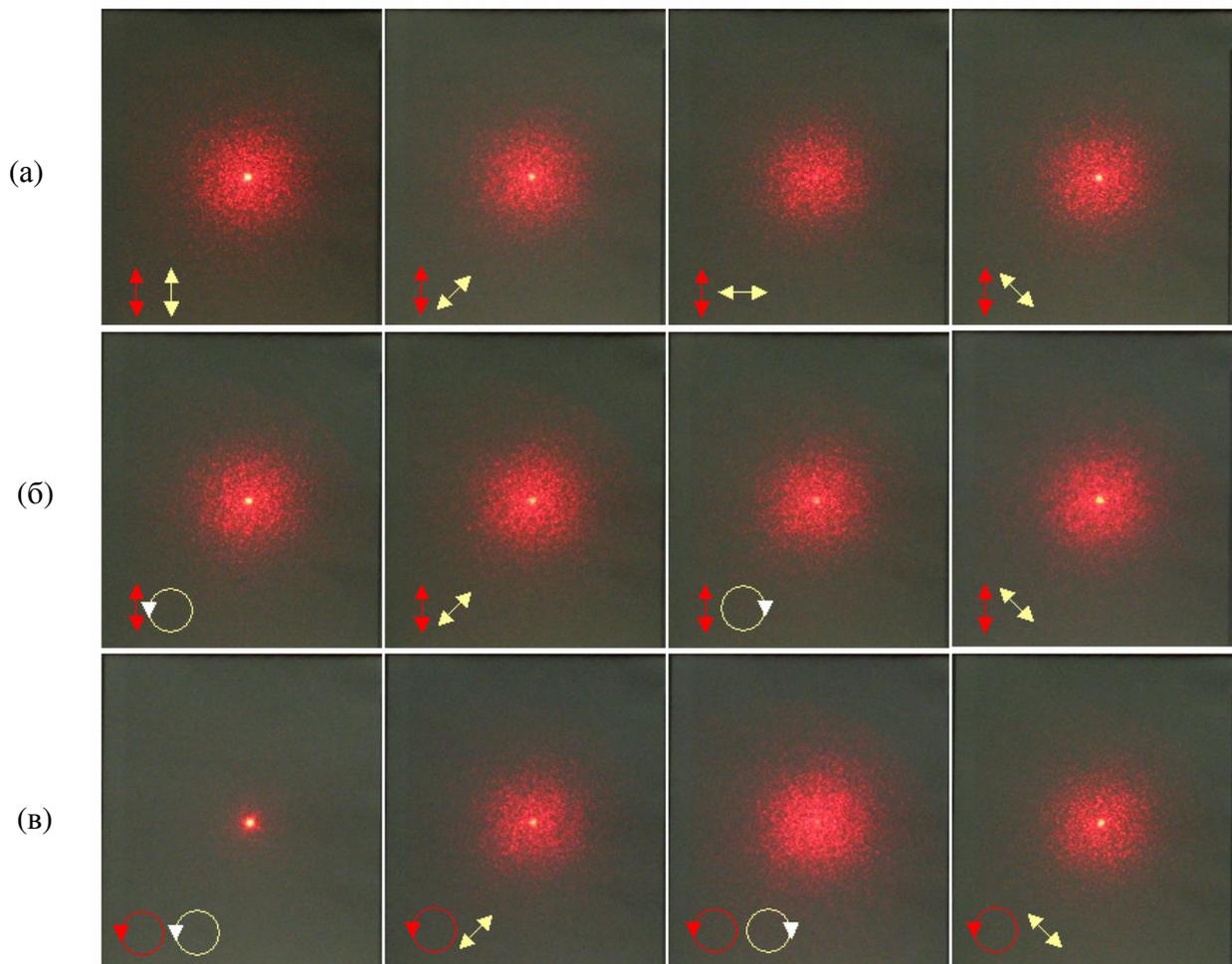


Рисунок 3.25. Фотографии пятен рассеяния для ячейки N5: желтыми стрелками показано состояние поляризации падающего света, красными стрелками – состояние поляризации, которое пропускает система фазовая пластина (6) – анализатор (7).

Чтобы проверить, имеет ли рассеянная компонента преимущественную циркулярную поляризацию при линейно поляризованном падающем свете, между анализатором и ячейкой была помещена фазовая четвертьволновая пластинка 5, медленной осью сориентированная под

45°, и изображение на экране было сфотографировано при том же наборе ориентаций анализатора, что и раньше. При наличии преимущества какой-либо циркулярно поляризованной компоненты, индикатрисы, полученные при $\vartheta' = 0^\circ$ и $\vartheta' = 90^\circ$, должны отличаться друг от друга, поскольку система "фазовая пластина-анализатор" при этих ориентациях анализатора действует соответственно как правый и левый циркулярные поляризаторы. Результаты представлены на рисунке 3.25б. Как видно из рисунков, индикатрисы, полученные при этих ориентациях анализатора, не имеют значительных отличий друг от друга, т.е. рассеянная компонента не имеет какой-либо преимущественной циркулярной поляризации.

Совсем иная картина наблюдалась на третьем этапе, когда образец освещался циркулярно поляризованным светом. Мы добавили фазовую четвертьволновую пластинку 3 после поляризатора, ориентированную медленной осью под -45° . В результате свет, падающий на образец, имел правую циркулярную поляризацию. Результаты представлены на рисунке 3.25в. Видно, что при $\vartheta' = 90^\circ$ рассеянная компонента имеет максимальную мощность рассеянной компоненты, а при $\vartheta' = 0^\circ$ рассеянная компонента практически полностью гасится. Из этого следует, что рассеянный ячейкой свет левациркулярно поляризован.

Таким образом, данные на рисунке 3.25 хорошо согласуются с теоретическими выводами, сделанными для SMB слоев *типа I*. Во-первых, картины рассеяния обладают круговой симметрией, когда слой помещен между параллельными или скрещенными поляризаторами (если пренебречь мелкомасштабной модуляцией, которая в нашем теоретическом рассмотрении "сглаживается" за счет использования приближения (2.10)). Во-вторых, рассеянная компонента является неполяризованной, если падающий пучок является линейно поляризованным. В-третьих, когда падающий пучок является циркулярно поляризованным, рассеянная компонента также имеет круговую поляризацию, но с обратным направлением вращения. Наконец, нерассеянная компонента поляризована так же, как и падающий свет, как при линейно поляризованном, так и при циркулярно поляризованном падающем пучке.

3.3.3 Влияние зарегистрированной части рассеянной компоненты на измеряемое значение направленного пропускания

RIJM-теория предсказывает, что в минимумах направленного пропускания SMB и NPMB слоев значения t_C должны быть равны нулю (раздел 1.3.3); тот же результат для SMB и NPMB слоев получается в рамках подхода, используемого в настоящей работе (раздел 2.7.1). На экспериментальных спектрах, представленных в работах [10,11], значение t_C существенно отличается от нуля (см. рис. 1.5 и 1.6). В [10,11] отклонение t_C от нуля в спектральных минимумах объяснялось тем, что при измерении коэффициента направленного пропускания

детектируется не только нерассеянная компонента, но и часть рассеянной компоненты. Для того чтобы проверить это, мы измеряли параметры Стокса детектированной части света $S_{\text{det}j}$ ($j = 0,1,2,3$) при линейно поляризованном падающем пучке, используя методику и аппаратуру, описанные далее в разделе 4.2. На рис. 3.26 показаны измеренные спектральные зависимости $S_{\text{det}0}/S_{P-i0}$ и $S_{\text{det}P}/S_{P-i0}$, где $S_{\text{det}P} = \sqrt{S_{\text{det}1}^2 + S_{\text{det}2}^2 + S_{\text{det}3}^2}$ – спектральная плотность мощности поляризованной составляющей детектированной части света и S_{P-i0} – спектральная плотность мощности падающего пучка, для ячейки N3. Из результатов раздела 2.7.1 следует, что в данной геометрии эксперимента для SMB или NPMB слоев *mu*на I

$$S_{\text{det}0} / S_{P-i0} = K^2 \cos^2 \delta + K^2 Y^2 \sin^2 \delta, \quad (3.16)$$

$$S_{\text{det}P} / S_{P-i0} = K^2 \cos^2 \delta, \quad (3.17)$$

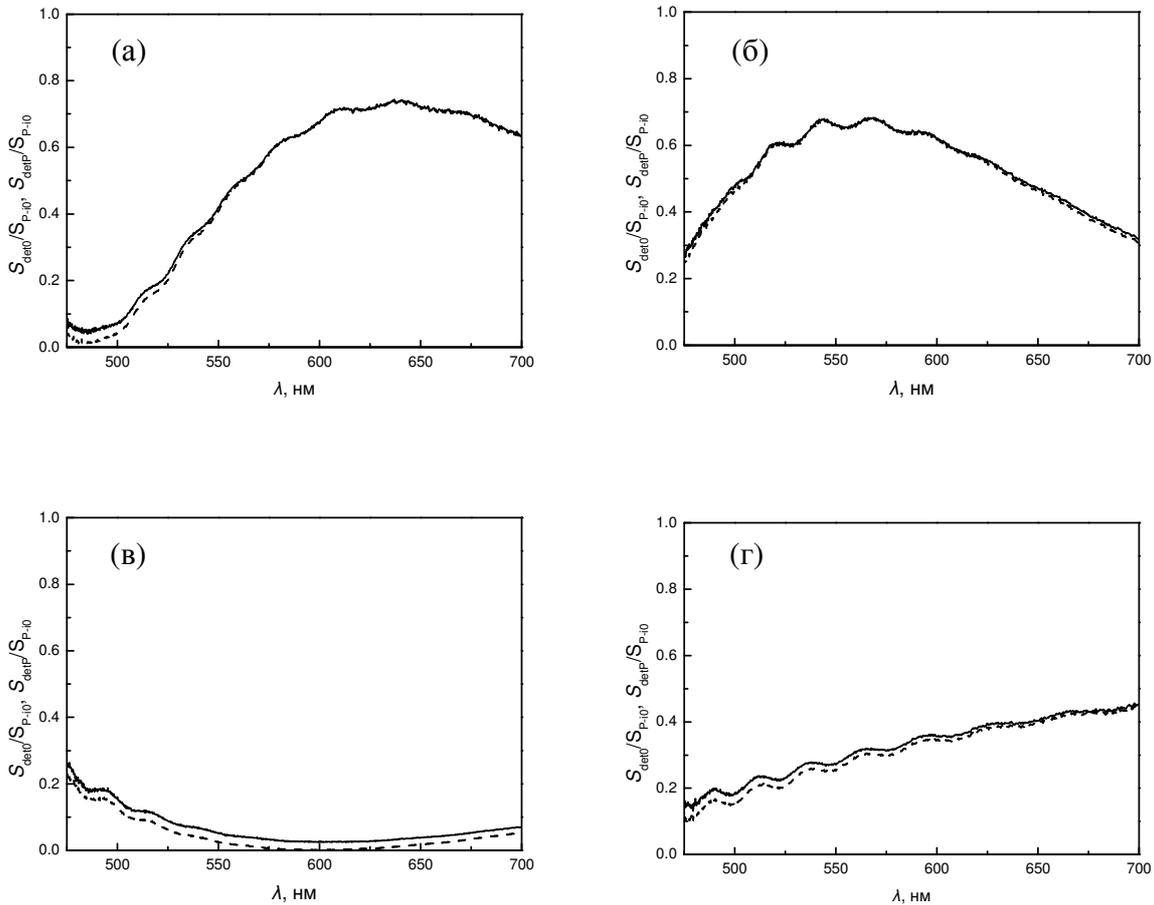


Рисунок 3.26. Полная спектральная плотность мощности $S_{\text{det}0}$ и спектральная плотность мощности поляризованной части $S_{\text{det}P}$ зарегистрированного сигнала, нормированные на спектральную плотность мощности падающего света S_{P-i0} для ячейки N3 при различных значениях напряжения, приложенного к ЖК слою: (а) 0 В, (б) 1.3 В, (в) 2 В, (г) 3 В.

где Y – доля зарегистрированной части рассеянной компоненты. Из (3.16) и (3.17) следует, что для SMB и NPMB слоев в спектральных максимумах (когда $\cos^2 \delta = 1$) отношение $S_{\text{detP}}/S_{\text{det0}}$ должно равняться единице, а в спектральных минимумах (когда $\sin^2 \delta = 1$) отношения $S_{\text{detP}}/S_{\text{P-i0}}$ и $S_{\text{detP}}/S_{\text{detP0}}$ должны равняться нулю. Данные, представленные на рис. 3.26, хорошо согласуются с этими результатами. В спектральных максимумах отношение $S_{\text{detP}}/S_{\text{det0}}$ было равно единице в пределах ошибки измерений (около 0.002). В спектральных минимумах отношение $S_{\text{detP}}/S_{\text{P-i0}}$ было меньше 0.005, а степень поляризации $S_{\text{detP}}/S_{\text{det0}}$ была порядка 0.05. Это означает, что существенное отклонение t_C от нуля в минимумах на экспериментальных спектрах коэффициента направленного пропускания в основном обусловлено вкладом части рассеянной компоненты в зарегистрированный сигнал и что спектральная плотность мощности нерассеянной компоненты в спектральных минимумах действительно очень близка к нулю.

3.4. Свойства нерассеянной компоненты статистически нехиральных мозаичных слоев

В этом разделе сравниваются свойства рассеяния статистически вращательно инвариантных квазиэквидоменных статистически нехиральных мозаичных (statistically non-chiral mosaic, SNCM) слоев со свойствами рассеяния близких им по структуре эквидоменных (SMB или NPMB) слоев. Мы ограничимся рассмотрением только нерассеянной компоненты прошедшего света.

3.4.1. Обобщенная матрица Мюллера для нерассеянной компоненты для SNCM слоев

Подстановка (2.50) и (2.60), с учетом того, что для статистически нехиральных слоев $\langle e^{i\chi(\mathbf{p})} B(\mathbf{p}) \rangle_A = 0$, дает

$$\bar{\mathbf{M}} = K^2 \bar{\Upsilon}_{AA} \mathbf{U}, \quad (3.18)$$

где $\bar{\Upsilon}_{AA} = \Upsilon_{cA}^2 + \Upsilon_{sA}^2$, $\Upsilon_{cA} = \langle \cos \tilde{\gamma}(\mathbf{p}) A(\mathbf{p}) \rangle_A$, $\Upsilon_{sA} = \langle \sin \tilde{\gamma}(\mathbf{p}) A(\mathbf{p}) \rangle_A$ и $\tilde{\gamma}(\mathbf{p}) = \gamma(\mathbf{p}) - \langle \gamma(\mathbf{p}) \rangle_A$.

Уравнение (3.18) является общим выражением для матрицы Мюллера направленного пропускания SNCM слоев. Сравнение (3.18) с (2.68) показывает, что для SNCM слоев, как и для эквидоменных слоев, состоящих из нехиральных доменов (SMB и NPMB слоев), нерассеянная компонента всегда имеет такое же состояние поляризации, как и падающий пучок. Таким образом, в отношении нерассеянной компоненты, SNCM слои отличаются от SMB и NPMB слоев только значением коэффициента направленного пропускания.

3.4.2. Степень подобия доменов и экстремальные значения коэффициента направленного пропускания

Согласно (2.28) и (3.18), коэффициент направленного пропускания SNCM слоев может быть выражен как

$$t_c = K^2 \bar{\Upsilon}_{AA}, \quad (3.19)$$

Для слоя со структурой (1.25) параметры $A(\mathbf{p})$ и $\chi(\mathbf{p})$ даны выражениями (3.1) и (3.6). Если значения $\Phi(\mathbf{p})$ малы везде по площади слоя, $A(\mathbf{p}) = \cos \delta(\mathbf{p}) + O(\Phi^2)$, и (3.19) принимает вид

$$t_c = \frac{1}{4} K^2 \left(\bar{s}_\Gamma^2 + \bar{c}_\Gamma^2 + 2\sqrt{\bar{s}_\Gamma^2 + \bar{c}_\Gamma^2} \cos(\Delta\bar{\Gamma} + \xi) + 1 \right) + O(\Phi^2), \quad (3.20)$$

где $\Delta\bar{\Gamma} = 2\langle \delta(\mathbf{p}) \rangle_A$, $\bar{c}_\Gamma = \langle \cos \tilde{\Gamma}_e(\mathbf{p}) \rangle_A$, $\bar{s}_\Gamma = \langle \sin \tilde{\Gamma}_e(\mathbf{p}) \rangle_A$, $\tilde{\Gamma}_e(\mathbf{p}) = 2\delta(\mathbf{p}) - \Delta\bar{\Gamma}$ и ξ – такой угол, что

$$\cos \xi = \frac{\bar{c}_\Gamma}{\sqrt{\bar{s}_\Gamma^2 + \bar{c}_\Gamma^2}}, \quad \sin \xi = \frac{\bar{s}_\Gamma}{\sqrt{\bar{s}_\Gamma^2 + \bar{c}_\Gamma^2}},$$

если $\bar{s}_\Gamma^2 + \bar{c}_\Gamma^2 \neq 0$, и $\xi = 0$, если $\bar{s}_\Gamma^2 + \bar{c}_\Gamma^2 = 0$. Из (3.20) видно, что при малых значениях Φ и $\tilde{\Gamma}_e$ SNCM слои, как и SMB и NPMB слои, могут проявлять селективное рассеяние света [см. (2.83)]. Если распределение $\tilde{\Gamma}_e(\mathbf{p})$ является симметричным, положение спектральных максимумов t_c (3.20) является таким же, как и для NPMB слоя с $\delta = \Delta\bar{\Gamma}$ (2.83); в остальных случаях положения экстремумов смещены относительно этих положений. Отметим, что в (3.20) отношение $t_{c\max}/K^2$, где $t_{c\max}$ – максимальное значение направленного пропускания, является меньшим, чем единица, и выражается как $t_{c\max}/K^2 = \left(\sqrt{\bar{s}_\Gamma^2 + \bar{c}_\Gamma^2} + 1 \right)^2 / 4 + O(\Phi^2)$. Чем больше отклонение структуры SNCM слоя от структуры NPMB слоя (то есть чем меньше степень подобия доменов), тем меньше отношение $t_{c\max}/K^2$. Если структура слоя настолько искажена по сравнению со структурой NPMB слоя, что $\bar{c}_\Gamma = 0$ и $\bar{s}_\Gamma = 0$ из-за большой дисперсии $\delta(\mathbf{p})$, селективное рассеяние не наблюдается и $t_c = K^2/4 + O(\Phi^2)$. Интересно отметить, что даже в этом случае нерассеянная компонента присутствует в прошедшем свете. Экспериментальные данные, подтверждающие этот вывод, можно найти в работе [54]. В [54] исследовались свойства рассеяния толстых нематических RPA-слоев с большим числом дефектов на единицу площади. Большая дисперсия $\delta(\mathbf{p})$ характерна для таких слоев. Когда плотность дефектов была относительно малой, так что приближение прямых лучей, скорее всего, было применимым, экспериментальное значение отношения t_c/K^2 было близко к 1/4 и оставалось неизменным при изменении Δn с температурой (см. рисунок 3 в [54]).

В случае, когда значения $\Phi(\mathbf{p})$ не являются малыми, удобное для анализа выражение можно получить в рамках адиабатического приближения, которое применимо для квазиэквидоменных слоев с малой вариацией $\delta(\mathbf{p})$, на длинах волн, на которых $\delta(\mathbf{p}) \approx m\pi$ (m – целое число; см. раздел 3.2.3) при всех \mathbf{p} (узкие спектральные области вокруг максимумов направленного пропускания). В адиабатическом приближении [98]:

$$A(\mathbf{p}) = \cos \Phi(\mathbf{p}) \cos \delta(\mathbf{p}). \quad (3.21)$$

Подстановка (3.21) в (3.19) дает

$$t_c = \frac{1}{4} K^2 \bar{c}_\Phi^2 \left(\bar{s}_\Gamma^2 + \bar{c}_\Gamma^2 + 2\sqrt{\bar{s}_\Gamma^2 + \bar{c}_\Gamma^2} \cos(\Delta\bar{\Gamma} + \xi) + 1 \right). \quad (3.22)$$

Одним из основных отличий экспериментальных спектров $t_c/t_{\text{ТОТ}}$ и теоретических спектров, полученных в рамках эквидоменной модели, в работах [10,11] является отличие значения $t_c/t_{\text{ТОТ}}$ от единицы в спектральных максимумах. Из (3.20) следует, что это отличие, скорее всего, вызвано вариацией δ по площади слоя, которая присутствует даже в отсутствие приложенного поля (в выключенном состоянии) (раздел 3.2.3). Более того, в [11] было отмечено, что значение t_c в спектральных максимумах уменьшается с увеличением U (раздел 1.2.2), что не объясняется эквидоменной моделью электрооптического отклика нематических РРА-слоев (см. раздел 1.3.3). Согласно (3.20), это может быть вызвано увеличением дисперсии δ . Такое увеличение действительно имеет место в эксперименте (см. главу 4.2 в работе [11]); оно в основном связано с появлением дефектных областей, в частности, так называемых стенок Брошара-Леже [64,151], появляющихся при структурной перестройке ЖК слоя под действием электрического поля. Эти индуцированные полем дефекты хорошо видны в микроскоп (см. рис. 4.14 в работе [11]).

С нашей точки зрения, проявление электроуправляемого селективного рассеяния композитными слоями, состоящими из цилиндрических капель нематического ЖК материала, наблюдавшееся в работах [88–90] (раздел 1.2.2), может быть также объяснено с помощью выражений (3.20) и (3.22). Судя по всему, электроуправляемое селективное рассеяние света наблюдалось на таких слоях потому, что в отсутствие напряжения большая часть площади слоя была занята структурно подобными доменами, значительная степень подобия которых сохранялась при приложении к слою напряжения.

3.5. Заключение к главе 3

Таким образом, в настоящей главе проведено сравнение характеристик рассеяния реальных нематических РРА-слоев, структура которых близка к эквидоменной, с предсказываемыми теорией, предложенной в главе 2, для статистически вращательно-

инвариантных SMB и NPMB слоев. Теоретически исследовано влияние отклонений структуры реальных нематических RPA-слоев от эквидоменной на форму спектров направленного пропускания слоев и значения коэффициента направленного пропускания слоев в спектральных максимумах.

Глава 4. Особенности рассеяния света на статистически вращательно-инвариантных, статистически хиральных мозаичных слоях

В работе [11] было экспериментально показано, что, если на LPC-RPA слой в нормальном направлении падает линейно поляризованный пучок и к слою приложено электрическое напряжение, то нерассеянная компонента может быть эллиптически поляризованной (раздел 1.2.3). Это противоречит эквидоменной модели электрооптического отклика RPA-слоев (раздел 1.3.3). Нами было проведено более детальное экспериментальное исследование характеристик образцов, на которых наблюдался указанный эффект. Результаты исследования зависимости состояния поляризации нерассеянной компоненты от приложенного напряжения для этих образцов для случаев линейно-поляризованного и неполяризованного падающего света приведены в разделе 4.2. Это результаты указывают на то, что LPC-RPA слои могут проявлять круговой дихроизм. Вообще, наблюдаемый в эксперименте круговой дихроизм обычно расценивают как свидетельство молекулярного дихроизма структурных составляющих среды [152–155]. Другим известным источником кругового дихроизма является брэгговское отражение одной из циркулярно-поляризованных компонент падающего света в случае, когда имеется винтовая упорядоченность ориентации главных осей тензора диэлектрической проницаемости и шаг спиральной закрученности структуры сравним с длиной волны падающего света [152,156–158]. Этот тип кругового дихроизма характерен, в частности, холестерическим жидким кристаллам. В данном случае дихроизм обусловлен особенностями надмолекулярной структуры образца, то есть здесь уместно говорить не о молекулярном, а о надмолекулярном круговом дихроизме. В случае LPC-RPA слоев круговой дихроизм наблюдается при отсутствии поляризационно-зависимых поглощения и объемного отражения и проявляется в свойствах нерассеянной слои компоненты прошедшего света. Из результатов, приведенных в разделе 2.6, ясно, что статистически вращательно-инвариантные эквидоменные слои без локальных поляризационно-зависимых потерь не могут проявлять такого рода круговой дихроизм. Структурные свойства, необходимые для проявления кругового дихроизма неэквидоменными слоями, установлены в разделе 4.4. В разделе 4.5 представлены данные микроскопического поляризационного картирования, показывающие, что в условиях, когда при падении на LPC-RPA слой неполяризованного пучка нерассеянная компонента оказывалась циркулярно поляризованной или почти циркулярно поляризованной, структура слоя действительно сильно отклонялась от эквидоменной.

В разделе 4.3 настоящей главы приведены результаты экспериментальной проверки вывода раздела 2.6.2 относительно независимости состояния поляризации рассеянной компоненты от структуры домена-прототипа для эквидоменных слоев.

4.1. Образцы

Здесь мы представим экспериментальные данные для трех образцов LPC-RPA слоев различной толщины ($d \approx 3, 4, \text{ и } 5$ мкм; ячейки C3, C4 и C5, соответственно). Методика изготовления и заполнения ЖК ячеек была такой же, как в случае нематических RPA-ячеек (раздел 3.1). В качестве холестерического материала использовалась смесь нематика E7 и холестерической добавки ZLI-811 (~0.7%, левая). Естественный шаг спирали холестерического материала при комнатной температуре составлял около 11 мкм. Электрооптические свойства этих образцов исследовались ранее в работе [11] (раздел 1.2.3), как и их микроструктура в выключенном состоянии.

4.2. Состояние поляризации нерассеянной компоненты для LPC-RPA слоев

4.2.1. Экспериментальная установка и обработка экспериментальных данных

Для характеристики состояния поляризации нерассеянной компоненты прошедшего через ячейку света нами измерялись спектры параметров Стокса $S_{j\text{nonsc}}$ ($j = 0, 1, 2, 3$) этой компоненты. Измерения проводились в диапазоне длин волн от 525 нм до 700 нм при нормальном падении света на образец на установке, использующей схему «линейный поляризатор – образец – компенсатор – линейный анализатор» (рис. 4.1). На оптической скамье располагались выходной конец волоконно-оптического жгута, доставляющего излучение от широкополосного источника света (галогеновая лампа), две диафрагмы, формирующие узкий коллимированный пучок (диаметром около 2.5 мм в области его падения на образец), поляризатор, столик для крепления образца, четвертьволновая фазовая пластина (на длине волны 633 нм, Thorlabs), анализатор и собирающая линза с фокусным расстоянием 94 мм, фокусирующая нерассеянную компоненту на приемный конец световода спектрометра Ocean Optics USB4000. Используемая в установке четвертьволновая фазовая пластина является составной, состоящей из двух кварцевых волновых пластин высокого порядка. Как показывают эксперименты, даже небольшие неточности сборки таких составных пластин могут существенно влиять на результаты измерений. Разработанный нами алгоритм обработки данных позволяет учесть эти неточности.

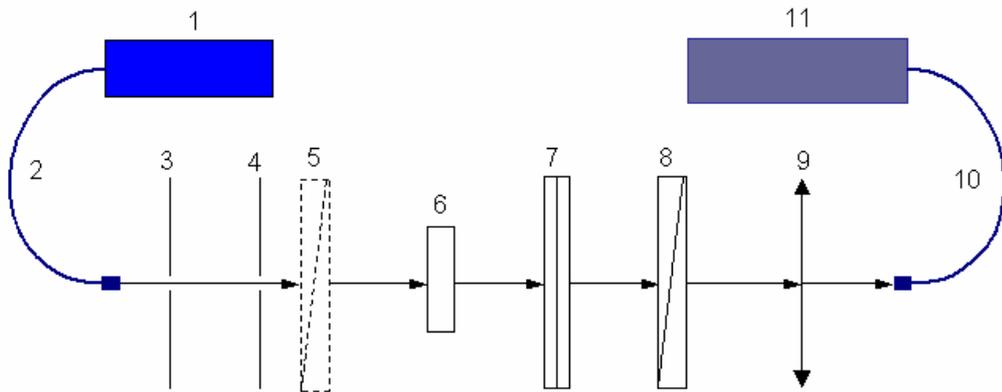


Рисунок 4.1. Экспериментальная установка. 1 – Источник света, 2, 10 – оптические волокна, 3, 4 – диафрагмы, 5 – поляризатор, 6 – образец, 7 – компенсатор, 8 – анализатор, 9 – линза, 11 – спектрометр

Спектры параметров Стокса нерассеянной компоненты рассчитывались по шести экспериментальным спектрам мощности этой компоненты после её прохождения через систему «компенсатор-анализатор», измеренным при следующих установках анализатора и фазовой пластины:

$$\begin{aligned}
 (\alpha, \vartheta') &= (\alpha_j, \beta_j), \quad j=1,2,\dots,6; \\
 (\alpha_1, \beta_1) &= (0^\circ, 0^\circ), \quad (\alpha_2, \beta_2) = (90^\circ, 0^\circ), \quad (\alpha_3, \beta_3) = (0^\circ, 45^\circ), \\
 (\alpha_4, \beta_4) &= (0^\circ, -45^\circ), \quad (\alpha_5, \beta_5) = (-45^\circ, -45^\circ), \quad (\alpha_6, \beta_6) = (45^\circ, -45^\circ),
 \end{aligned}$$

где α и ϑ' – углы ориентации компенсатора и анализатора: ϑ' – угол между лабораторной осью отсчета (ось x) и осью пропускания анализатора и α – угол между осью x и эффективной медленной осью фазовой пластины.

Используемый алгоритм нахождения параметров Стокса основывается на следующем. Пусть

$$\mathbf{M}_{\text{ca}} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & m_{34} \\ m_{41} & m_{42} & m_{43} & m_{44} \end{pmatrix}$$

– матрица Мюллера системы «компенсатор-анализатор» на данной длине волны λ . Тогда измеренные значения спектральной плотности мощности нерассеянной компоненты могут быть выражены через параметры Стокса нерассеянной компоненты следующим образом:

$$\begin{pmatrix} m_{11}(\alpha_1, \beta_1) & m_{12}(\alpha_1, \beta_1) & m_{13}(\alpha_1, \beta_1) & m_{14}(\alpha_1, \beta_1) \\ m_{11}(\alpha_2, \beta_2) & m_{12}(\alpha_2, \beta_2) & m_{13}(\alpha_2, \beta_2) & m_{14}(\alpha_2, \beta_2) \\ m_{11}(\alpha_3, \beta_3) & m_{12}(\alpha_3, \beta_3) & m_{13}(\alpha_3, \beta_3) & m_{14}(\alpha_3, \beta_3) \\ m_{11}(\alpha_4, \beta_4) & m_{12}(\alpha_4, \beta_4) & m_{13}(\alpha_4, \beta_4) & m_{14}(\alpha_4, \beta_4) \\ m_{11}(\alpha_5, \beta_5) & m_{12}(\alpha_5, \beta_5) & m_{13}(\alpha_5, \beta_5) & m_{14}(\alpha_5, \beta_5) \\ m_{11}(\alpha_6, \beta_6) & m_{12}(\alpha_6, \beta_6) & m_{13}(\alpha_6, \beta_6) & m_{14}(\alpha_6, \beta_6) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{0\text{nonsc}} \\ S_{1\text{nonsc}} \\ S_{2\text{nonsc}} \\ S_{3\text{nonsc}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \end{pmatrix},$$

где $m_{kl}(\alpha_j, \beta_j)$ – значения элементов матрицы \mathbf{M}_{ca} при $\alpha = \alpha_j$ и $\vartheta = \beta_j$, а t_j – спектральная плотность мощности нерассеянной компоненты после прохождения системы «компенсатор-анализатор» при $\alpha = \alpha_j$ и $\vartheta = \beta_j$. Вектор Стокса

$$\mathbf{S}_{\text{nonsc}} = \begin{pmatrix} S_{0\text{nonsc}} \\ S_{1\text{nonsc}} \\ S_{2\text{nonsc}} \\ S_{3\text{nonsc}} \end{pmatrix}$$

рассчитывался методом наименьших квадратов по формуле

$$\mathbf{S}_{\text{nonsc}} = (\mathbf{N}^T \mathbf{N})^{-1} \mathbf{N}^T \mathbf{J}_e, \quad (4.1)$$

где

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} m_{11}(\alpha_1, \beta_1) & m_{12}(\alpha_1, \beta_1) & m_{13}(\alpha_1, \beta_1) & m_{14}(\alpha_1, \beta_1) \\ m_{11}(\alpha_2, \beta_2) & m_{12}(\alpha_2, \beta_2) & m_{13}(\alpha_2, \beta_2) & m_{14}(\alpha_2, \beta_2) \\ m_{11}(\alpha_3, \beta_3) & m_{12}(\alpha_3, \beta_3) & m_{13}(\alpha_3, \beta_3) & m_{14}(\alpha_3, \beta_3) \\ m_{11}(\alpha_4, \beta_4) & m_{12}(\alpha_4, \beta_4) & m_{13}(\alpha_4, \beta_4) & m_{14}(\alpha_4, \beta_4) \\ m_{11}(\alpha_5, \beta_5) & m_{12}(\alpha_5, \beta_5) & m_{13}(\alpha_5, \beta_5) & m_{14}(\alpha_5, \beta_5) \\ m_{11}(\alpha_6, \beta_6) & m_{12}(\alpha_6, \beta_6) & m_{13}(\alpha_6, \beta_6) & m_{14}(\alpha_6, \beta_6) \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J}_e = \begin{pmatrix} t_{e1} \\ t_{e2} \\ t_{e3} \\ t_{e4} \\ t_{e5} \\ t_{e6} \end{pmatrix},$$

t_{ej} – измеренное значение спектральной плотности мощности нерассеянной компоненты.

Выражение (4.1) лежит в основе методики обработки данных, используемой для оценки параметров Стокса. Данная методика допускает применение несовершенных волновых пластин, однако требует знания матрицы Мюллера используемой волновой пластины в собственной системе отсчета с главной осью отсчета, параллельной "эффективной" медленной оси волновой пластины, обозначим эту матрицу \mathbf{M}_{WP} , для всех длин волн, для которых определяются векторы Стокса. При обычных способах нормировки данных матрица \mathbf{M}_{WP} может задаваться в расчетах с точностью до скалярного множителя. Поэтому в приводимых ниже выражениях для матрицы \mathbf{M}_{WP} мы опускаем скалярные множители, учитывающие поляризационно-независимые потери.

В случае однослойной волновой пластины "эффективная" медленная ось совпадает с реальной медленной осью пластины, и спектральная зависимость матрицы \mathbf{M}_{WP} может быть представлена следующим образом

$$\mathbf{M}_{\text{WP}}(\lambda) = \mathbf{M}_{\delta} \left(\frac{2\pi\Delta n(\lambda)d}{\lambda} \right), \quad (4.2)$$

где

$$\mathbf{M}_{\delta}(\zeta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos 2\pi\zeta & -\sin 2\pi\zeta \\ 0 & 0 & \sin 2\pi\zeta & \cos 2\pi\zeta \end{pmatrix},$$

$\Delta n = n_s - n_f$, где n_s и n_f – медленный и быстрый показатели преломления пластины.

Рассматривая составную волновую пластину, состоящую из двух кварцевых пластин, и обозначая d_1 (d_2) толщину более толстой (тонкой) из этих пластин – назовем ее пластиной 1 (2) – и φ_1 (φ_2) угол между "эффективной" медленной осью составной пластины и медленной осью пластины 1 (2), матрица \mathbf{M}_{WP} составной пластины как функция длины волны может быть выражена следующим образом:

$$\mathbf{M}_{\text{WP}}(\lambda) = \mathbf{R}(-\varphi_2)\mathbf{M}_{\delta} \left(\frac{\Delta n(\lambda)d_2}{\lambda} \right) \mathbf{R}(\varphi_2)\mathbf{R}(-\varphi_1)\mathbf{M}_{\delta} \left(\frac{\Delta n(\lambda)d_1}{\lambda} \right) \mathbf{R}(\varphi_1), \quad (4.3)$$

если фронтальной является пластина 1 – этот случай мы назовем случаем 1-2, – и

$$\mathbf{M}_{\text{WP}}(\lambda) = \mathbf{R}(-\varphi_1)\mathbf{M}_{\delta} \left(\frac{\Delta n(\lambda)d_1}{\lambda} \right) \mathbf{R}(\varphi_1)\mathbf{R}(-\varphi_2)\mathbf{M}_{\delta} \left(\frac{\Delta n(\lambda)d_2}{\lambda} \right) \mathbf{R}(\varphi_2), \quad (4.4)$$

если фронтальной является пластина 2 – этот случай мы будем называть случаем 2-1. В (4.3) и (4.4)

$$\mathbf{R}(\zeta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\zeta & \sin 2\zeta & 0 \\ 0 & -\sin 2\zeta & \cos 2\zeta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

В случае идеальной сборки составной пластины медленные оси пластин 1 и 2 строго перпендикулярны одна другой, и "эффективная" медленная ось составной пластины параллельна медленной оси пластины 1, то есть в этом случае $\varphi_1 = 0$ и $\varphi_2 = \pi/2$ и независимо от порядка расположения пластин

$$\mathbf{M}_{\text{WP}}(\lambda) = \mathbf{M}_{\delta} \left(\frac{\Delta n(\lambda)(d_1 - d_2)}{\lambda} \right). \quad (4.5)$$

При неидеальной сборке оси кварцевых пластин не являются строго перпендикулярными, и "эффективная" медленная ось составной пластины не параллельна медленной оси пластины 1 ($\varphi_1 \neq 0$). В качестве параметра реальной составной пластины удобно использовать угол

$$\Delta\varphi \equiv \varphi_2 - \varphi_1 - \pi/2, \quad (4.6)$$

равный нулю в случае идеальной сборки. Для промышленно выпускаемых составных пластин $|\Delta\varphi|$ может достигать 0.5° .

Для того чтобы использовать при обработке экспериментальных данных представление (4.3–4.4) матрицы \mathbf{M}_{WP} , необходимо знать параметры d_1 , d_2 , φ_1 и φ_2 , а также порядок расположения пластин 1 и 2 для используемой составной волновой пластины. Нами был разработан экспериментальный метод, позволяющий достаточно точно оценивать параметры d_1 , d_2 , φ_1 и φ_2 и определять порядок расположения пластин.

В данном методе информация о неизвестных параметрах извлекается из экспериментальных спектров четырех поляризационных транспортных коэффициентов (\tilde{B}_j , $j=1,2,3,4$) (см. раздел 1.6.1) тестируемой составной волновой пластины. Спектры коэффициентов \tilde{B}_j могут быть получены с использованием схемы "поляризатор-образец-анализатор". В нашем случае мы использовали для их получения методику, описанную в работе [127]. В этой методике коэффициенты \tilde{B}_j рассчитываются по 16 спектрам коэффициентов передачи поляризованных компонент t_{PA} (отношение мощности света, попадающего в фотодетектор после его прохождения через систему «поляризатор – образец – анализатор», к мощности света, проходящего через систему «поляризатор – анализатор» при параллельной ориентации осей пропускания поляризатора и анализатора в отсутствие образца), измеренных при следующих значениях углов ориентации поляризатора и анализатора: $\vartheta = -45^\circ, 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ и $\vartheta' = -45^\circ, 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$, методом наименьших квадратов. Измерения проводились на описанной выше установке (рис. 4.1), только в качестве образца выступала сама волновая пластина. При измерении коэффициентов \tilde{B}_j тестируемая волновая пластина устанавливается так, чтобы ее "эффективная" медленная ось была параллельной лабораторной оси отсчета x (рис. 4.2). При такой ориентации собственная система координат пластины совпадает с лабораторной, а матрица \mathbf{M}_S , выраженная в базисе с главной осью отсчета x , с точностью до коэффициента равняется матрице \mathbf{M}_{WP} , выражаемой формулой (4.3) в случае 1-2 или формулой (4.4) в случае 2-1. Исходя из этого, с учетом малости углов $\Delta\varphi$ и φ_1 можно показать, что при указанной ориентации тестируемой пластины приведенные поляризационные транспортные коэффициенты \tilde{A}_j ($j=1,2,3,4$) (1.44) с достаточно высокой точностью выражаются через параметры пластин 1 и 2 как

$$\begin{aligned}\tilde{A}_1 &= \cos^2(\delta_1 - \delta_2), & \tilde{A}_2 &= \sin^2(\delta_1 - \delta_2), \\ \tilde{A}_3 &= A_{3s} \pm 2\Delta\varphi \cos(\delta_1 - \delta_2) \cos(\delta_1 + \delta_2), \\ \tilde{A}_4 &= A_{4s} - 2\Delta\varphi \sin(\delta_1 - \delta_2) \sin(\delta_1 + \delta_2),\end{aligned}\tag{4.7}$$

$$A_{3s} = \mp 2\Delta\varphi \cos^2(\delta_1 - \delta_2), \quad A_{4s} = (2\Delta\varphi + 4\varphi_1) \sin^2(\delta_1 - \delta_2),$$

$$\delta_1 = \frac{2\pi\Delta n d_1}{\lambda}, \quad \delta_2 = \frac{2\pi\Delta n d_2}{\lambda}.$$

Верхние знаки в этих формулах и ниже, в (4.8), соответствуют случаю 1-2, нижние - случаю 2-1.

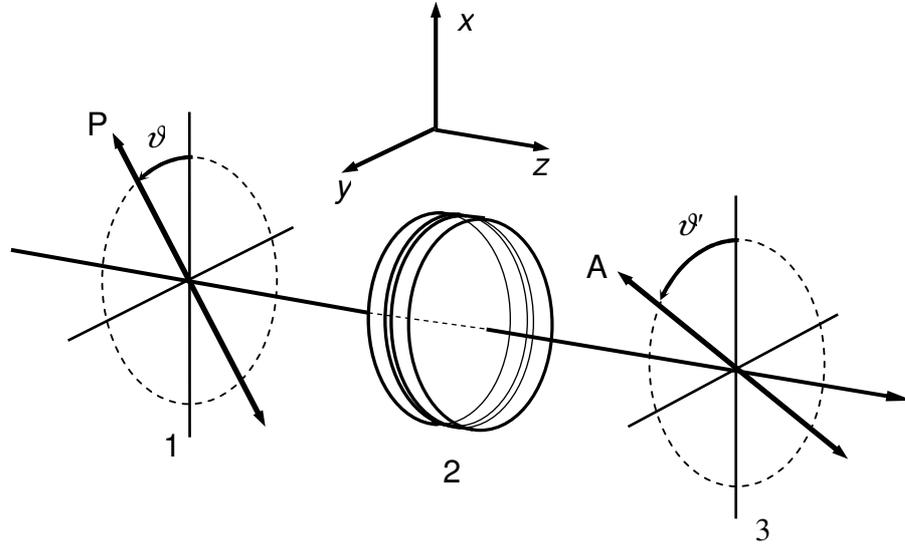


Рисунок 4.2. Геометрия эксперимента. 1 – входной поляризатор, 2 – волновая пластина; 3 – выходной поляризатор (анализатор), P – ось пропускания входного поляризатора, A – ось пропускания выходного поляризатора

Экспериментальные спектры \tilde{A}_j для составной волновой пластины, используемой нами (см. описание измерительной установки, данное выше), представлены на рис. 4.3.

Для волновых пластин рассматриваемого типа фазовая задержка $\delta = \delta_1 - \delta_2$ в рабочем спектральном диапазоне положительна и не превышает $\pi/2$. Следовательно, $\cos(\delta_1 - \delta_2)$ и $\sin(\delta_1 - \delta_2)$ в этом диапазоне имеют положительные значения. Это, в частности, позволяет использовать для оценки разности $d_1 - d_2$ следующую формулу:

$$d_1 - d_2 = \frac{\lambda}{\pi\Delta n(\lambda)} \arccos \sqrt{A_1(\lambda)}$$

(см. (4.7)). Как видно из рисунка 4.3, спектры \tilde{A}_3 и \tilde{A}_4 содержат достаточно быстрые осцилляции, свидетельствующие, согласно (4.7), о том, что $d_1 + d_2 \gg d_1 - d_2$. Анализируя выражения для \tilde{A}_3 и \tilde{A}_4 в (4.7), можно заметить, что для длин волн, при которых достигаются локальные минимумы $\tilde{A}_4(\lambda)$, функция $\tilde{A}_3(\lambda)$ является возрастающей в случае 1-2 и убывающей в случае 2-1, что позволяет легко определить, с каким из случаев мы имеем дело в

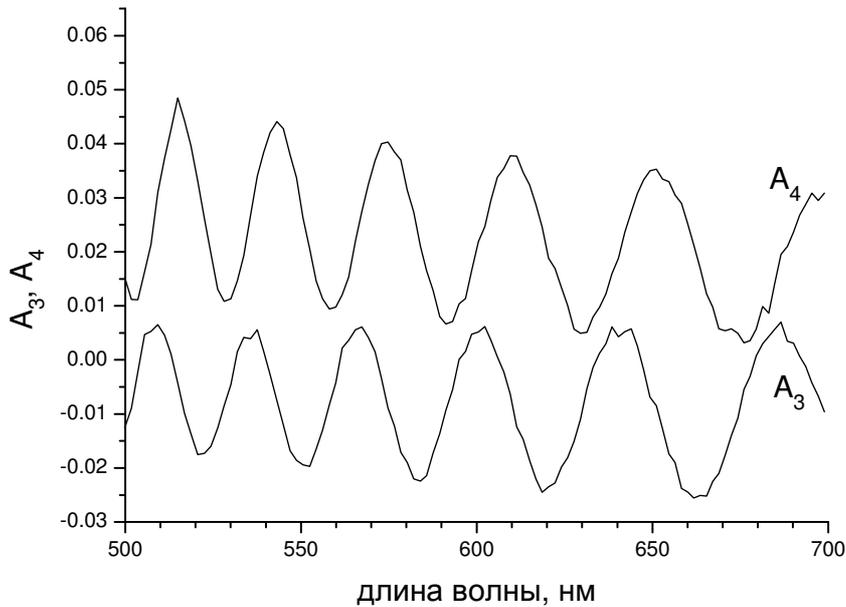
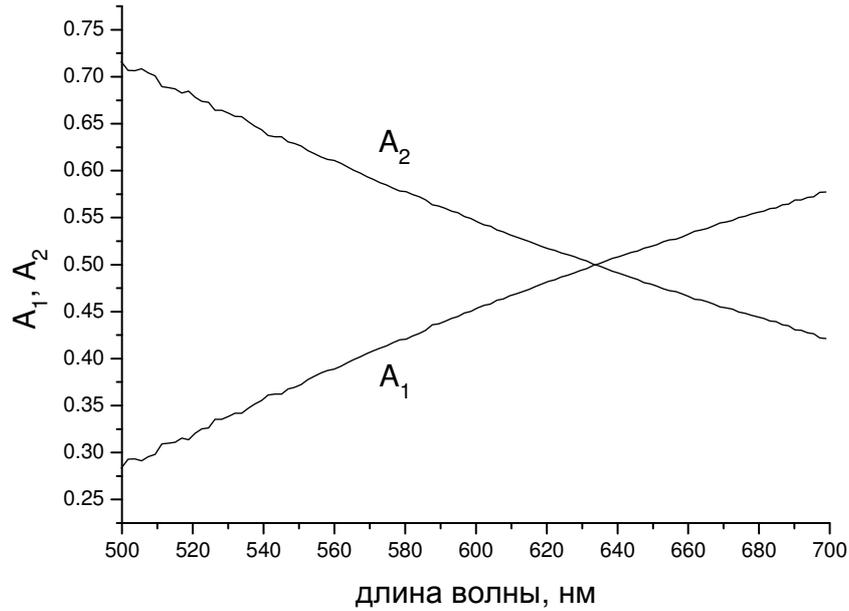


Рисунок 4.3. Экспериментальные спектры параметров \tilde{A}_j образца промышленной составной волновой пластины нулевого порядка

эксперименте. Так, например, из экспериментальных спектров \tilde{A}_3 и \tilde{A}_4 , представленных на рис. 4.3, видно, что в этом эксперименте мы имеем дело со случаем 1-2, то есть фронтальной является более толстая пластина. Углы $\Delta\varphi$ и φ_1 могут быть относительно просто оценены посредством выделения медленных компонент функций $\tilde{A}_3(\lambda)$ и $\tilde{A}_4(\lambda)$, которые обозначены в

(4.7) $A_{3s}(\lambda)$ и $A_{4s}(\lambda)$, соответственно (см. рис. 4.4). Экспериментальные значения $A_{js}(\lambda)$ ($j=3,4$) могут быть найдены графически по спектру \tilde{A}_j , например как $A_{js}(\lambda)=[A_{jU}(\lambda)+A_{jL}(\lambda)]/2$, где $A_{jU}(\lambda)$ и $A_{jL}(\lambda)$ - соответственно верхняя и нижняя огибающие $\tilde{A}_j(\lambda)$. Углы $\Delta\varphi$ и φ_1 могут быть вычислены по найденным A_{3s} и A_{4s} с помощью следующих выражений

$$\Delta\varphi = \mp \frac{A_{3s}}{\tilde{A}_1}, \quad \varphi_1 = \frac{1}{4} \left(\frac{A_{4s}}{\tilde{A}_2} - 2\Delta\varphi \right). \quad (4.8)$$

Значение суммы d_1+d_2 может быть найдено путем подгонки теоретической функции $\tilde{A}_4(\lambda)$ (или $\tilde{A}_3(\lambda)$) при найденных φ_1 , $\Delta\varphi$ и d_1-d_2 к экспериментальной. По найденным d_1+d_2 и d_1-d_2 рассчитываются d_1 и d_2 . По найденным φ_1 и $\Delta\varphi$ рассчитывается угол φ_2 (см. (4.6)). В результате все необходимые параметры тестируемой волновой пластины оказываются найденными.

Для используемой нами составной волновой пластины, следуя описанной процедуре, мы получили следующие оценки: $\Delta\varphi = 0.58^\circ$, $\varphi_1 = 0.3^\circ$, $d_1 = 1000$ мкм, $d_2 = 983$ мкм. На рисунке 4.5 сравниваются экспериментальные спектры коэффициентов A_1 , A_2 , A_3 и A_4 с теоретическими, рассчитанными при найденных значениях параметров. Хорошее соответствие теоретических и экспериментальных спектров подтверждает надежность данной методики.

Теоретические оценки и тестовые измерения показали, что в стандартных условиях при измерении параметров Стокса в соответствии с описанной выше методикой при применении протестированного нами образца волновой пластины погрешность определения отношений S_j/S_0 ($j=1,2,3$) может достигать 0.05, если, пренебрегая несовершенствами этой пластины, использовать при обработке данных формулу (4.5) для матрицы Мюллера этой пластины, и не превышает 0.003 при обработке данных с учетом несовершенств волновой пластины, а именно, с использованием представления (4.3–4.4) и приведенных выше оценок параметров $\Delta\varphi$, φ_1 , d_1 и d_2 . Показательный пример, показывающий необходимость учета несовершенств волновой пластины при обработке данных и эффективность коррекции, представлен на рис. 4.6. В данном случае измерения векторов Стокса проводились на описанной выше установке (рис. 4.1) в соответствии с описанной выше методикой в отсутствие образца, угол поворота поляризатора ϑ (рис. 4.2) составлял 45° , то есть падающий на волновую пластину свет был линейно поляризован и для него во всем рассматриваемом спектральном диапазоне $S_1 = 0$, $S_2 = S_0$ и $S_3 = 0$. Как видно из рисунка 4.6, в отсутствие коррекции погрешность определения величины S_1/S_0 является весьма значительной (для некоторых значений λ она больше 0.06). При использовании коррекции максимальная погрешность уменьшается приблизительно в 20 раз.

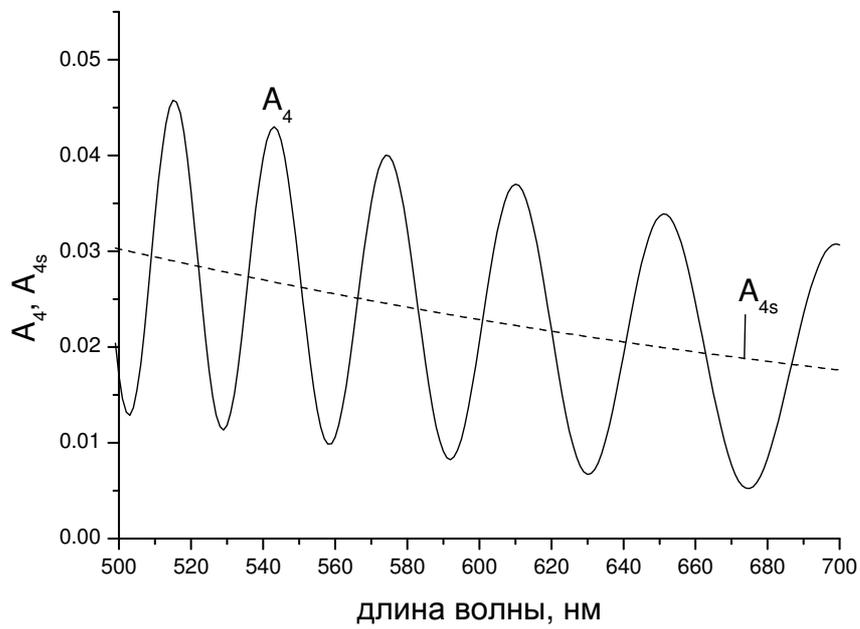
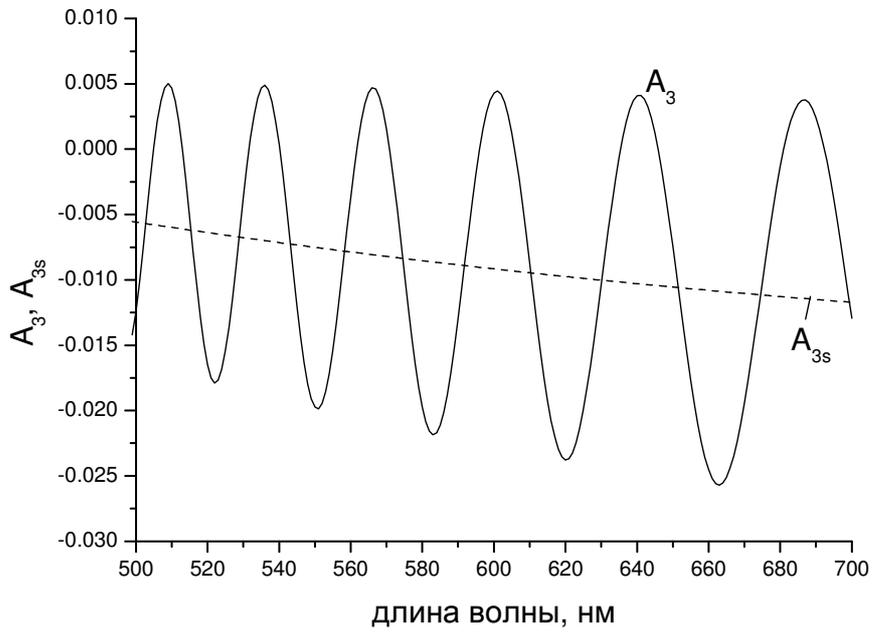


Рисунок 4.4. Теоретические спектры параметров \tilde{A}_3 , A_{3s} , \tilde{A}_4 и A_{4s}

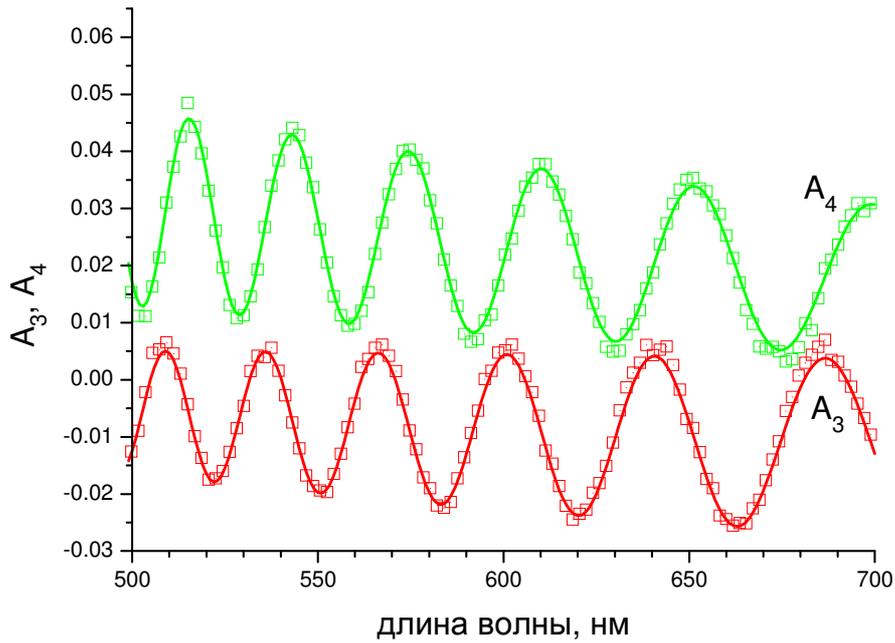
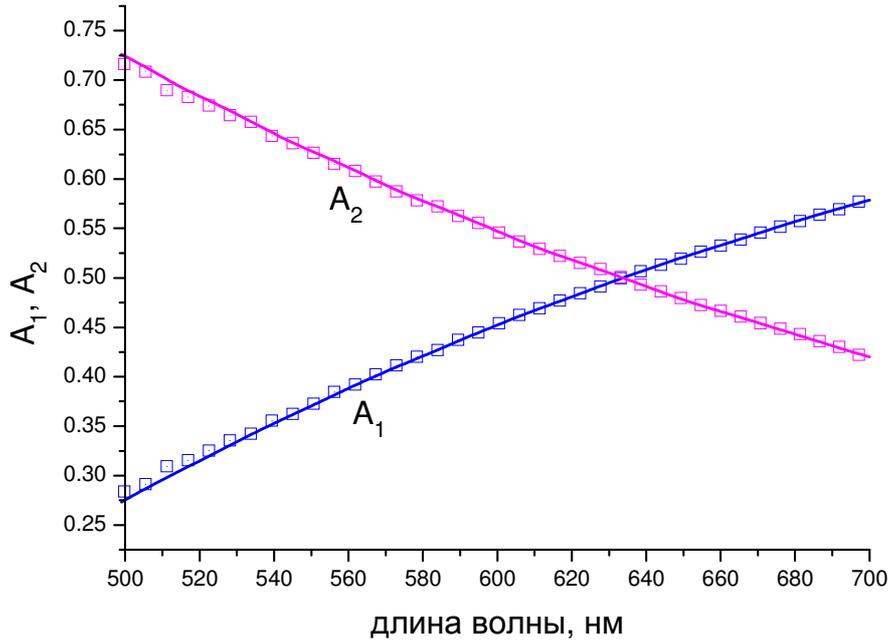


Рисунок 4.5. Экспериментальные и теоретические спектры параметров \tilde{A}_1 , \tilde{A}_2 , \tilde{A}_3 и \tilde{A}_4 составной волновой пластины. Экспериментальные значения показаны квадратиками, теоретические – сплошными линиями.

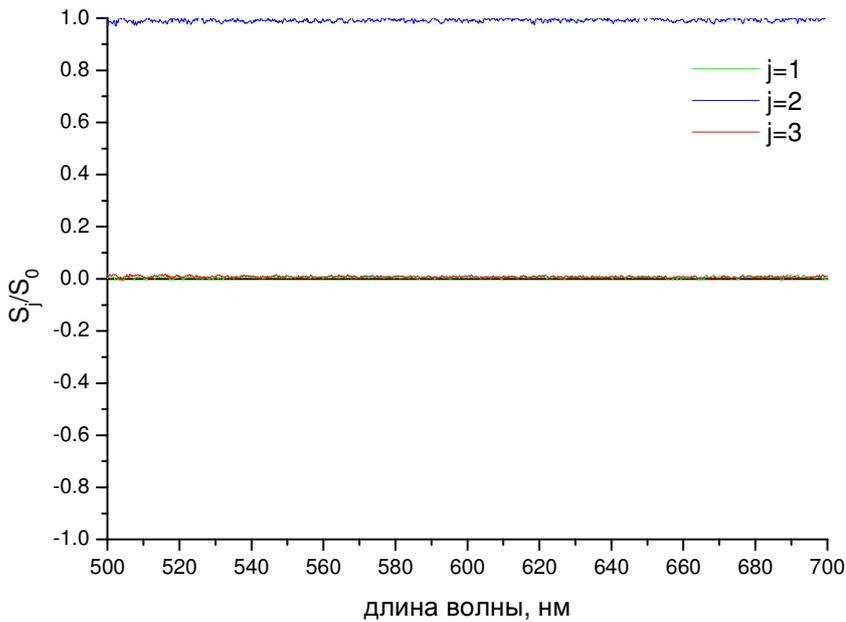
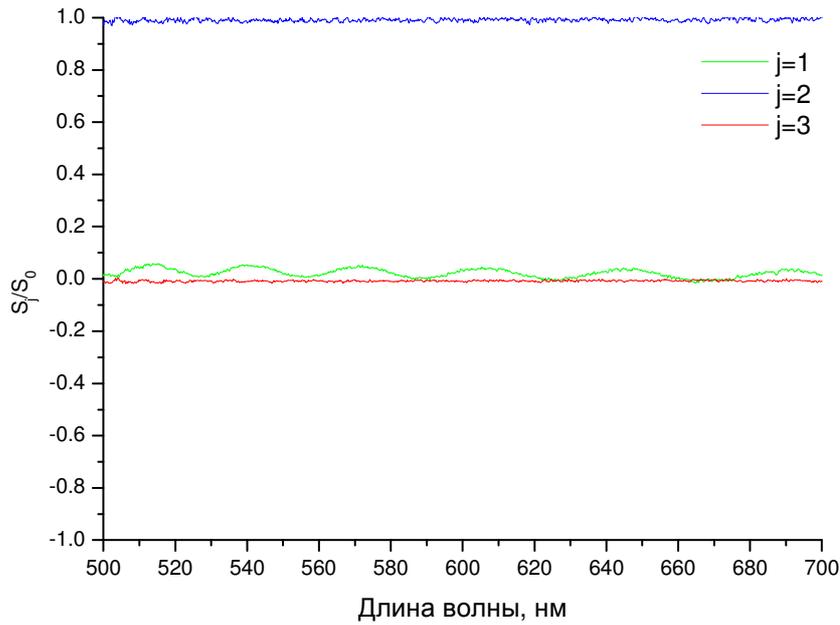


Рисунок 4.6. Результаты тестовых измерений. Экспериментальные спектры приведенных параметров Стокса S_j/S_0 ($j = 1, 2, 3$) светового пучка с $S_1/S_0 = 0$, $S_2/S_0 = 1$ и $S_3/S_0 = 0$, полученные без учета реальной структуры волновой пластины (а) и с ее учетом (б).

Измерения с холестерическими РРА-слоями проводились при двух вариантах освещения. В первом случае падающий на ячейку свет был линейно поляризован параллельно лабораторной оси отсчета x (раздел 4.2.2), а во втором – неполяризован (раздел 4.2.3). При

изучении электрооптического отклика ячеек мы прикладывали к ним переменное напряжение (1 кГц, от 0 до 3.2 В). По измеренным значениям параметров Стокса оценивались степень поляризации нерассеянной компоненты и параметры эллипса поляризации её поляризованной составляющей, исходя из следующего представления:

$$S_{0\text{nonsc}} = I_{0\text{nonsc}}, \quad S_{1\text{nonsc}} = S_{\text{Pnonsc}} \cos 2\gamma_e \cos 2\nu, \quad (4.9)$$

$$S_{2\text{nonsc}} = S_{\text{Pnonsc}} \sin 2\gamma_e \cos 2\nu, \quad S_{3\text{nonsc}} = S_{\text{Pnonsc}} \sin 2\nu, \quad (4.10)$$

где $I_{0\text{nonsc}}$ – полная спектральная плотность мощности нерассеянной компоненты, $S_{\text{Pnonsc}} = \sqrt{S_{1\text{nonsc}}^2 + S_{2\text{nonsc}}^2 + S_{3\text{nonsc}}^2}$ – спектральная плотность мощности поляризованной составляющей, γ_e – угол азимутальной ориентации большой оси эллипса поляризации и ν – угол эллиптичности.

4.2.2. Результаты для случая линейно поляризованного падающего света

В случае линейно-поляризованного падающего света оценивалась степень круговой поляризации нерассеянной компоненты P_C (рис. 4.7) и угол между плоскостью поляризации падающего света и большой осью эллипса поляризации нерассеянной компоненты χ (*угол поворота поляризации*; когда нерассеянная компонента линейно поляризована, χ имеет смысл угла поворота плоскости поляризации ψ ; см. разделы 1.2.3 и 1.3.3) (рис. 4.8). Для всех трех ячеек при всех значениях приложенного напряжения U нерассеянная компонента была полностью поляризованной практически во всем рассматриваемом спектральном диапазоне ($S_{\text{Pnonsc}} = S_{0\text{nonsc}}$ в пределах экспериментальной ошибки), за исключением спектральных областей вблизи минимумов направленного пропускания. Опираясь на теоретические результаты раздела 4.4.1, мы предполагали, что нерассеянная компонента является полностью поляризованной, а наличие неполяризованной составляющей в регистрируемом излучении обусловлено попаданием во входное отверстие световода спектрометра рассеянной компоненты, которая является неполяризованной при линейно-поляризованном падающем пучке (см. раздел 4.3). С учетом этого степень круговой поляризации нерассеянной компоненты вычислялась по формуле $P_C = S_{3\text{nonsc}}/S_{\text{Pnonsc}}$, где $S_{\text{Pnonsc}} = \sqrt{S_{1\text{nonsc}}^2 + S_{2\text{nonsc}}^2 + S_{3\text{nonsc}}^2}$ – спектральная плотность мощности поляризованной составляющей нерассеянной компоненты. Угол поворота поляризации χ рассчитывался по спектрам угла γ (4.9–4.10).

На рис. 4.7 показаны спектры P_C при различных значениях приложенного напряжения U для всех трех образцов. Отметим, что во всех рассмотренных случаях поляризация нерассеянной компоненты оказалась левой ($P_C < 0$). Из рисунка видно, что при $U = 0$ В (в

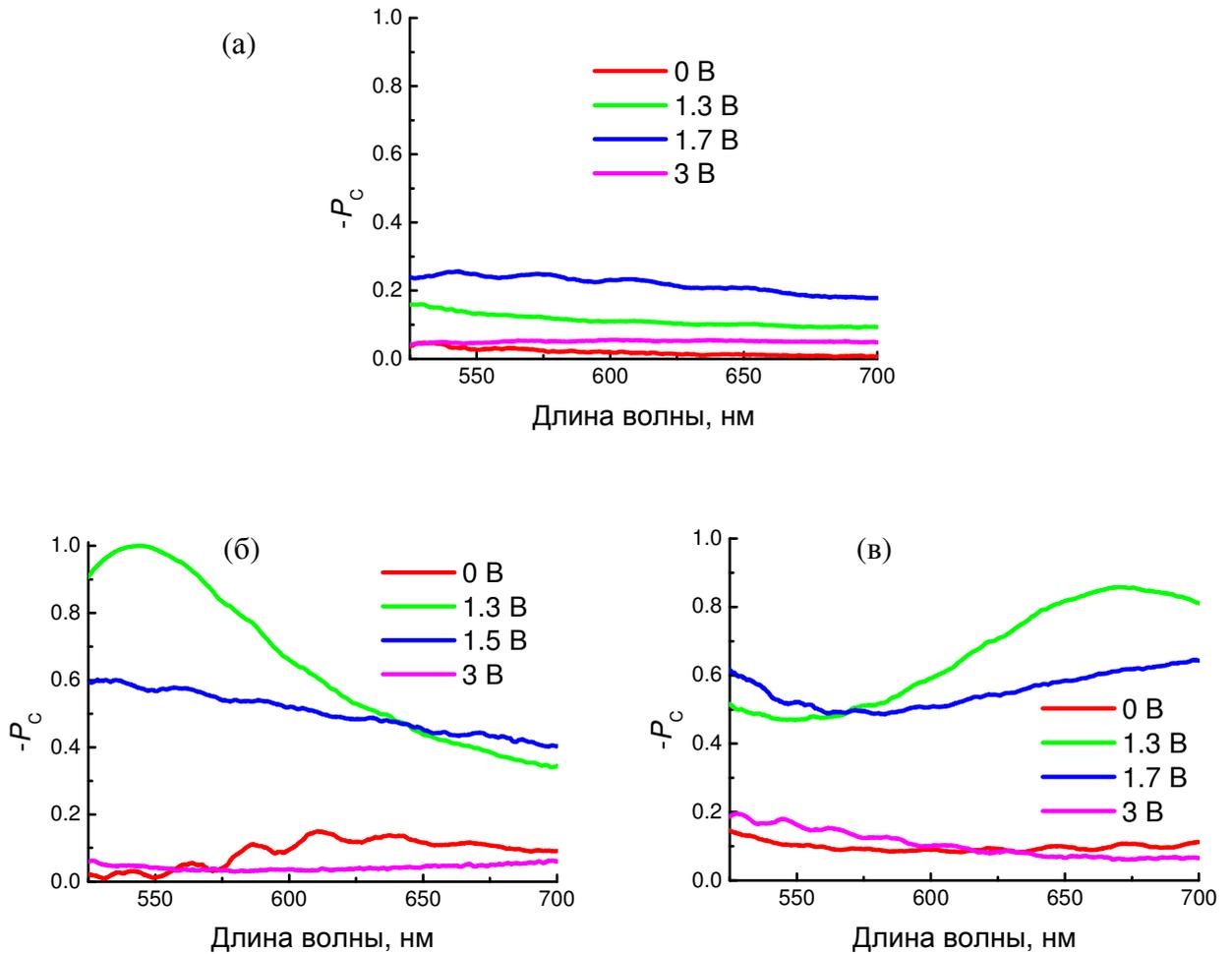


Рисунок 4.7. Спектры степени циркулярной поляризации P_C для ячеек С3 (а), С4 (б) и С5 (в) при различных значениях приложенного напряжения. Падающий свет линейно поляризован.

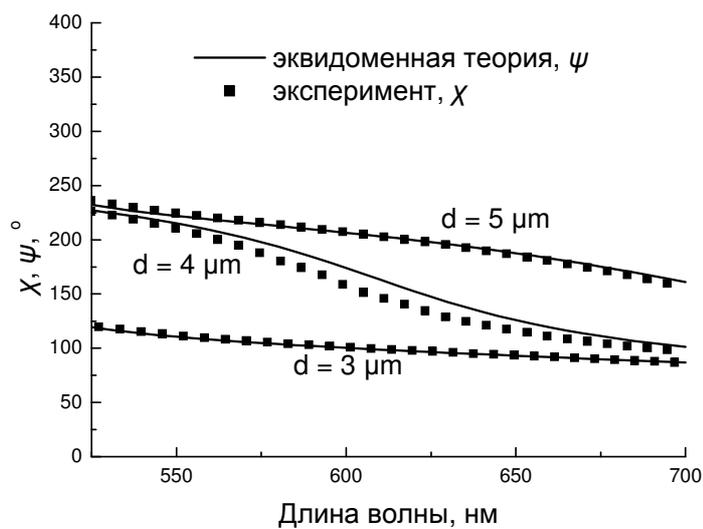


Рисунок 4.8. Экспериментальные спектры угла поворота поляризации χ и теоретические спектры угла поворота плоскости поляризации ψ для ячеек С3, С4 и С5.

выключенном состоянии), а также при $U > 3$ В, эллипс поляризации был сильно вытянутым (для всех ячеек значение $|P_C|$ не превышало 0.2, причем для ячеек С3 и С4 при $U > 3$ В значение $|P_C|$ было меньше 0.1). Для ячейки С3 степень круговой поляризации была относительно малой во всем диапазоне напряжений ($|P_C| < 0.3$). Для ячеек с С4 и С5 в определенном диапазоне напряжений и длин волн степень круговой поляризации нерассеянной компоненты превышала 0.8 (рис. 4.7б и 4.7в), причем для ячейки С4 при $U \approx 1.3$ В и $\lambda \approx 560$ нм нерассеянная компонента имела строго круговую поляризацию ($P_C = -1$ в пределах экспериментальной ошибки).

На рис. 4.8 для ячеек в выключенном состоянии показаны спектры угла поворота поляризации χ , а также соответствующие теоретические кривые для угла поворота плоскости поляризации ψ , рассчитанные по формулам (1.16–1.21) с использованием оценок для толщины ЖК слоя и угла закрученности для ячеек, полученных в работе [11] (см. табл. 4.1). Из рис. 4.8 видно, что для ячеек С3 и С5 теоретические спектры ψ , полученные для эквидоменной модели, хорошо согласуются с экспериментальными спектрами угла χ . Отметим, что особо хорошее совпадение имеет место в тех областях спектра, где $|P_C| < 0.1$ (см. рис. 4.7).

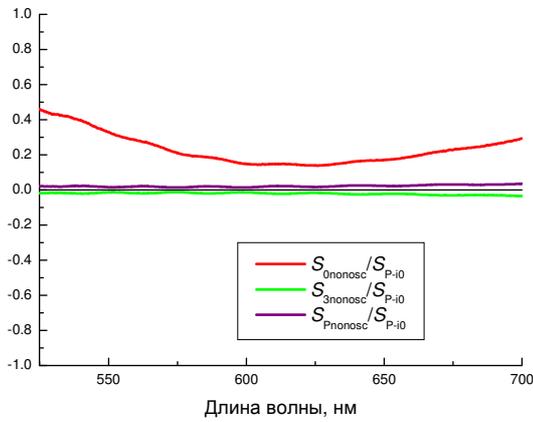
Таблица 4.1. Оценки толщины и угла закрутки ЖК слоя в холестерических RPA-ячейках, полученные в работе [11].

Ячейка	Толщина d	Угол закрученности Φ
С3	2.68 мкм	-88.7°
С4	3.81 мкм	-121.7°
С5	4.58 мкм	-143.5°

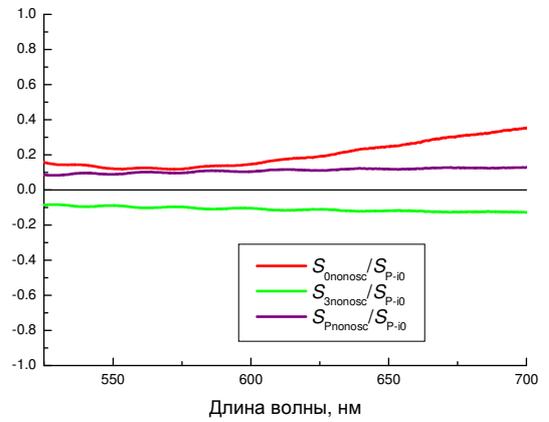
4.2.3. Результаты для случая неполяризованного падающего света

В случае неполяризованного падающего света для всех ячеек при всех U и λ с высокой точностью выполнялись следующие соотношения: $S_{1\text{nonsc}}/S_{0\text{nonsc}} = 0$, $S_{2\text{nonsc}}/S_{0\text{nonsc}} = 0$ и $S_{3\text{nonsc}}/S_{P\text{nonsc}} = -1$, то есть нерассеянная компонента была частично циркулярно поляризованной, причем поляризация была левой. На рис. 4.9 для ячейки С4 приведены спектры параметров $S_{\text{nonsc}0}$, $S_{3\text{nonsc}}$ и $S_{P\text{nonsc}}$, нормированные на спектр мощности падающего света S_{P-i0} , при различных значениях U . Из рис. 4.9 видно, что при $U \approx 0$ В и $U \approx 3.2$ В нерассеянная компонента была практически полностью неполяризованной. При $U \approx 1.3$ В и $U \approx 1.5$ В степень циркулярной

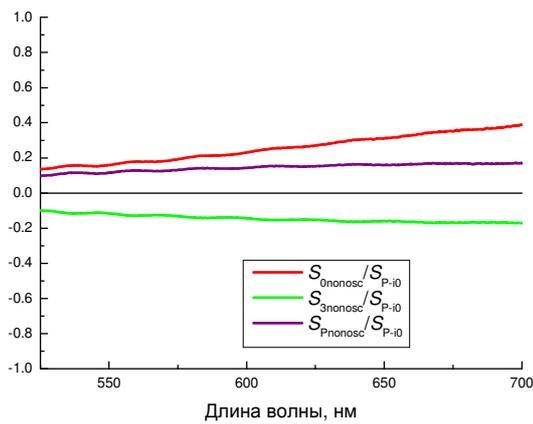
поляризации нерассеянной компоненты была большой во всем рассматриваемом спектральном диапазоне (значение $|S_{3\text{nonosc}}|$ было сравнимо с $S_{0\text{nonosc}}$). При $U \approx 1.3$ В и $\lambda \approx 550$ нм нерассеянная компонента была практически полностью циркулярно поляризованной.



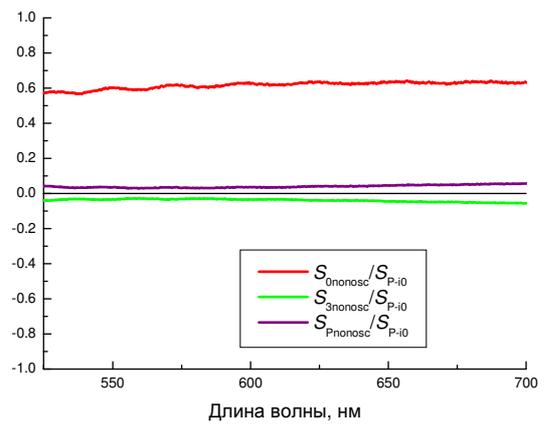
(а)



(б)



(в)



(г)

Рисунок 4.9. Параметры Стокса $S_{0\text{nonosc}}$, $S_{3\text{nonosc}}$ и спектральная плотность мощности полностью поляризованной составляющей $S_{P\text{nonosc}}$ нерассеянной компоненты, нормированные на спектральную плотность мощности падающего пучка S_{P-i0} для ячейки С4 при различных значениях приложенного напряжения: $U = 0$ (а), $U \approx 1.3$ В (б) $U \approx 1.5$ В (в) и $U \approx 3.2$ В (г). Падающий свет является неполяризованным.

4.3. Состояние поляризации рассеянной компоненты для LPC-RPA слоев

На рисунке 4.10 показаны фотографии пятен рассеяния для ячейки С4 для случаев линейно и циркулярно поляризованного падающего света. Структура этой ячейки в выключенном состоянии близка к эквидоменной (см. раздел 4.5) Измерения проводились по

методике, описанной в разделе 3.3.2. Из рисунка 4.10 видно, что при линейно поляризованном падающем свете рассеянная компонента является неполяризованной, а при циркулярно поляризованном падающем свете – циркулярно поляризованной с противоположным направлением вращения вектора напряженности электрического поля. То же, напомним, наблюдалось ранее для нематической RPA-ячейки (ср. рис. 3.25 в разделе 3.3.2 и рис. 4.10). Это подтверждает теоретическое заключение раздела 2.6.2 относительно того, что состояние поляризации рассеянной компоненты для эквидоменных слоев не зависит структуры домена-прототипа (напомним, что эквидоменная модель нематического RPA-слоя в выключенном состоянии, SMB-слой, имеет домен-прототип с незакрученной структурой, а эквидоменная модель LPC-RPA слоя в выключенном состоянии, UTMB-слой, имеет домен-прототип с закрученной структурой; см. раздел 1.3.3 и рис 1.9).

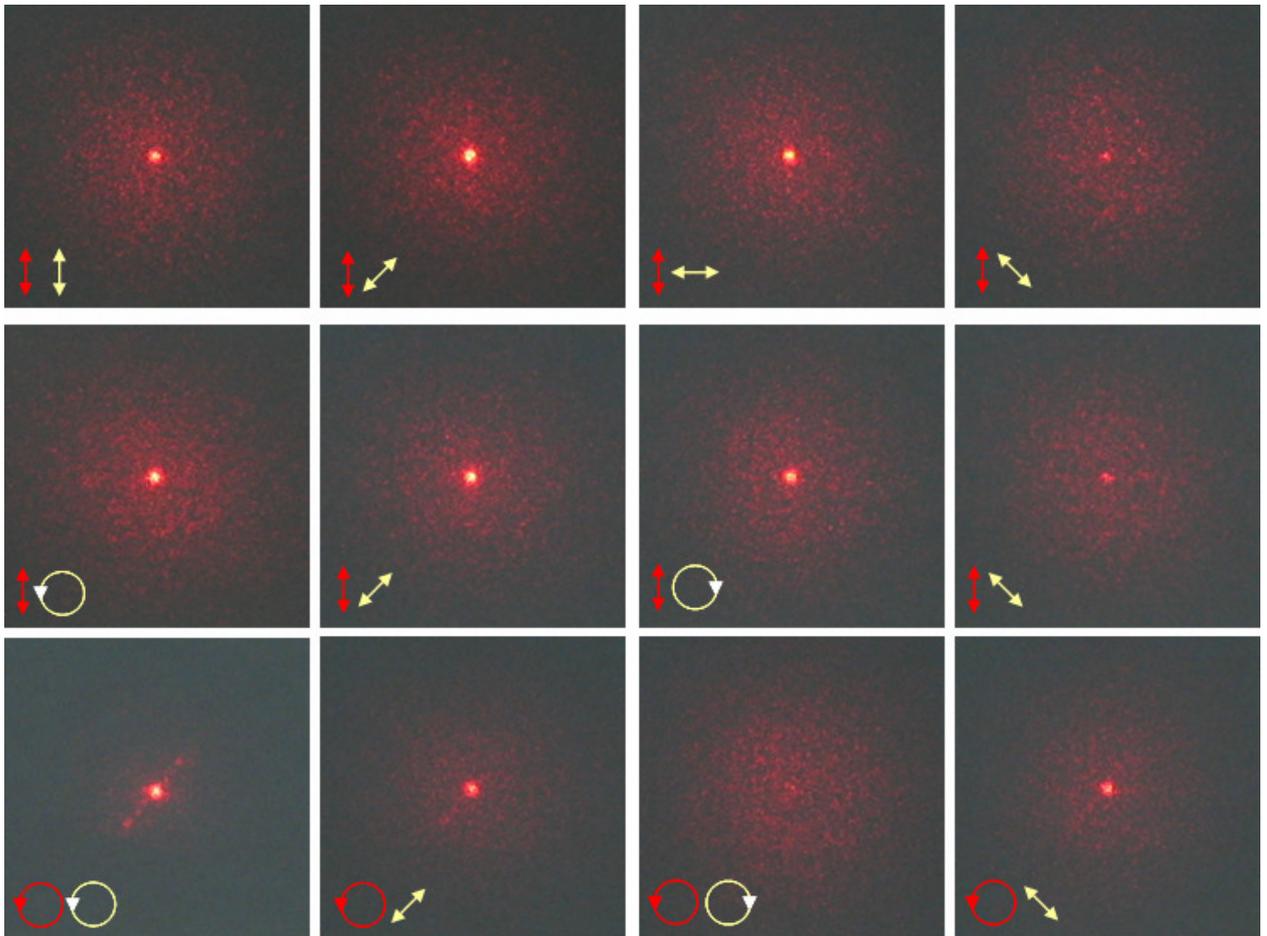


Рисунок 4.10. Фотографии пятен рассеяния для ячейки С4: желтыми стрелками показано состояние поляризации падающего света, красными стрелками – состояние поляризации, которое пропускает система фазовая пластина (6) – анализатор (7) (см. рис. 3.24).

4.4. Свойства нерассеянной компоненты для статистически хиральных мозаичных слоев

4.4.1. Обобщенная матрица Мюллера для нерассеянной компоненты в случае статистически хиральных слоев

Подстановка (2.52) в (2.60) для статистически хиральных слоев дает

$$\bar{\mathbf{M}} = K^2 \begin{pmatrix} \bar{\Upsilon}_{AABB+} & 0 & 0 & -\bar{\Upsilon}_{ABBA-} \\ 0 & \bar{\Upsilon}_{AABB-} & \bar{\Upsilon}_{ABBA+} & 0 \\ 0 & -\bar{\Upsilon}_{ABBA+} & \bar{\Upsilon}_{AABB-} & 0 \\ -\bar{\Upsilon}_{ABBA-} & 0 & 0 & \bar{\Upsilon}_{AABB+} \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

где

$$\bar{\Upsilon}_{AABB+} = \Upsilon_{cA}^2 + \Upsilon_{cB}^2 + \Upsilon_{sA}^2 + \Upsilon_{sB}^2, \quad \bar{\Upsilon}_{ABBA-} = 2\Upsilon_{sA}\Upsilon_{cB} - 2\Upsilon_{sB}\Upsilon_{cA}, \quad (4.12)$$

$$\bar{\Upsilon}_{ABBA+} = 2\Upsilon_{cA}\Upsilon_{cB} + 2\Upsilon_{sA}\Upsilon_{sB}, \quad \bar{\Upsilon}_{AABB-} = \Upsilon_{cA}^2 - \Upsilon_{cB}^2 + \Upsilon_{sA}^2 - \Upsilon_{sB}^2, \quad (4.13)$$

$$\Upsilon_{cA} = \langle \cos \tilde{\gamma}(\boldsymbol{\rho}) A(\boldsymbol{\rho}) \rangle_A, \quad \Upsilon_{cB} = \langle \cos \tilde{\gamma}(\boldsymbol{\rho}) B(\boldsymbol{\rho}) \rangle_A, \quad (4.14)$$

$$\Upsilon_{sA} = \langle \sin \tilde{\gamma}(\boldsymbol{\rho}) A(\boldsymbol{\rho}) \rangle_A, \quad \Upsilon_{sB} = \langle \sin \tilde{\gamma}(\boldsymbol{\rho}) B(\boldsymbol{\rho}) \rangle_A, \quad (4.15)$$

$$\tilde{\gamma}(\boldsymbol{\rho}) = \gamma(\boldsymbol{\rho}) - \langle \gamma(\boldsymbol{\rho}) \rangle_A$$

– компонента функции $\gamma(\boldsymbol{\rho})$, флуктуирующая относительно среднего по площади слоя значения $\langle \gamma(\boldsymbol{\rho}) \rangle_A$. Из (4.11) следует, что в общем случае при падении на квазиэквидоменный слой линейно-поляризованного пучка нерассеянная компонента является эллиптически поляризованной, а при падении неполяризованного пучка – частично циркулярно поляризованной. Параметры $\bar{\Upsilon}_{AABB+}$, $\bar{\Upsilon}_{ABBA-}$, $\bar{\Upsilon}_{ABBA+}$ и $\bar{\Upsilon}_{AABB-}$ удовлетворяют соотношению $\bar{\Upsilon}_{AABB+}^2 = \bar{\Upsilon}_{AABB-}^2 + \bar{\Upsilon}_{ABBA+}^2 + \bar{\Upsilon}_{ABBA-}^2$, из чего следует, что нерассеянная компонента всегда является полностью поляризованной при линейно-поляризованном падающем свете (это было использовано при обработке экспериментальных данных в разделе 4.2.2).

4.4.2. Необходимые условия проявления кругового дихроизма

Из (4.11) следует, что как в случае линейно-поляризованного, так и в случае циркулярно-поляризованного падающего пучка степень круговой поляризации нерассеянной компоненты $P_C \equiv S_{3\text{nonsc}}/S_{0\text{nonsc}}$ ($S_{j\text{nonsc}}$ ($j = 0, 1, 2, 3$) – элементы интегрального вектора Стокса $\mathbf{S}_{\text{nonsc}}$) может быть выражена как

$$P_C = -\frac{\bar{\Upsilon}_{ABBA-}}{\bar{\Upsilon}_{AABB+}}. \quad (4.16)$$

Отсюда следует, что квазиэквидоменный слой не может проявлять круговой дихроизм, если

$$\bar{\Upsilon}_{ABBA-} = 0. \quad (4.17)$$

В этом случае при неполяризованном падающем свете нерассеянная компонента будет неполяризованной, а при линейно-поляризованном падающем свете – линейно поляризованной. Согласно (4.12–4.15), условие (4.17) выполняется, если отсутствует вариация поляризационно-среднего фазового сдвига по площади слоя ($\tilde{\gamma}(\mathbf{p})=0$ при всех \mathbf{p}). Также условие (4.17) выполняется, если слой является статистически нехиральным (слой как система доменов является энантиоморфным), поскольку в этом случае $\Upsilon_{cB} = 0$ и $\Upsilon_{sB} = 0$ (см. (4.12–4.15)). Таким образом, наличие вариации поляризационно-среднего фазового сдвига и статистическая хиральность слоя являются необходимыми условиями для того, чтобы слой проявлял круговой дихроизм.

Реальные LPC-RPA слои даже в случае отсутствия приложенного электрического поля могут иметь вариацию $\tilde{\gamma}(\mathbf{p})$. При планарных граничных условиях для холестерических ЖК может быть устойчивой не только строго планарная структура, но и конфокальная (focal conic) структура (структура с пространственной вариацией направления оси холестерической спирали) [71–73]. Для слоев с конфокальной структурой γ изменяется с \mathbf{p} , то есть присутствует вариация $\tilde{\gamma}(\mathbf{p})$. Конфокальность структуры, скорее всего, и является причиной ненулевой эллиптичности нерассеянной компоненты на спектрах, приведенных на рис. 4.7, для случая $U = 0$ В.

4.4.3. Условия, при которых степень проявления кругового дихроизма является максимальной

Согласно (4.16), степень проявления кругового дихроизма является максимальной, если $|\bar{\Upsilon}_{ABBA-}| = \bar{\Upsilon}_{AABB+}$. Используя (4.12–4.15), можно выразить это условие одной из следующих систем уравнений в зависимости от знака $\bar{\Upsilon}_{ABBA-}$:

$$\begin{cases} \Upsilon_{sA} - \Upsilon_{cB} = 0, \\ \Upsilon_{cA} + \Upsilon_{sB} = 0, \end{cases} \quad (4.18)$$

если $\bar{\Upsilon}_{ABBA-} > 0$, или

$$\begin{cases} \Upsilon_{sA} + \Upsilon_{cB} = 0, \\ \Upsilon_{cA} - \Upsilon_{sB} = 0, \end{cases} \quad (4.19)$$

если $\bar{\Upsilon}_{ABBA-} < 0$. Знак $\bar{\Upsilon}_{ABBA-}$ определяет, является ли поляризация нерассеянной компоненты правой или левой. Если $\bar{\Upsilon}_{ABBA-} > 0$, поляризация нерассеянной компоненты при линейно

поляризованном или неполяризованном падающем свете является левой (как в рассмотренных в разделах 4.2.2 и 4.2.3 экспериментальных примерах; см. рис. 4.7 и 4.9), а если $\bar{\Upsilon}_{ABBA-} < 0$, то поляризация является правой. Таким образом, система (4.18) соответствует левой круговой поляризации; а система (4.19) – правой круговой поляризации. По всей видимости в экспериментальном примере с ячейкой С4 при $U \approx 1.3$ В и $\lambda \approx 550$ нм мы столкнулись со случаем выполнения с хорошей точностью условий (4.18) (см. рис. 4.7б).

4.4.4. Угол поворота поляризации

Из (4.11) следует, что для квазиэквидоменных слоев угол поворота поляризации удовлетворяет следующим соотношениям:

$$\cos 2\chi = \frac{\bar{\Upsilon}_{AABB-}}{\sqrt{\bar{\Upsilon}_{AABB-}^2 + \bar{\Upsilon}_{ABBA+}^2}}, \quad \sin 2\chi = -\frac{\bar{\Upsilon}_{ABBA+}}{\sqrt{\bar{\Upsilon}_{AABB-}^2 + \bar{\Upsilon}_{ABBA+}^2}}. \quad (4.20)$$

В общем случае угол χ по величине отличается от угла ψ , рассчитываемого по формулам (1.16–1.21), но если структура слоя близка к эквидоменной, то и значения χ и ψ будут близкими. Покажем это на примере модели (1.25) в квазипланарном случае. Пусть значения $\tilde{\gamma}(\rho)$ и $\tilde{\Phi}(\rho) = \Phi(\rho) - \langle \Phi(\rho) \rangle_A$ являются малыми по всей площади слоя. Тогда подстановка выражений для $\bar{\Upsilon}_{AABB-}$ и $\bar{\Upsilon}_{ABBA+}$, рассчитанных по формулам (3.1–3.4), (3.6), (3.7) и (4.13–4.15), в (4.20) дает

$$\cos \chi = \bar{A} / \sqrt{\bar{A}^2 + \bar{B}^2} + O\left(\langle \tilde{\Phi}^2(\rho) + \tilde{\gamma}^2(\rho) + \tilde{\Phi}(\rho)\tilde{\gamma}(\rho) \rangle_A\right), \quad (4.21)$$

$$\sin \chi = -\bar{B} / \sqrt{\bar{A}^2 + \bar{B}^2} + O\left(\langle \tilde{\Phi}^2(\rho) + \tilde{\gamma}^2(\rho) + \tilde{\Phi}(\rho)\tilde{\gamma}(\rho) \rangle_A\right), \quad (4.22)$$

$$P_C = O\left(\langle \tilde{\Phi}^2(\rho) + \tilde{\gamma}^2(\rho) + \tilde{\Phi}(\rho)\tilde{\gamma}(\rho) \rangle_A\right). \quad (4.23)$$

$$\bar{A} = \cos \bar{Q} \cos \bar{\Phi} + \frac{\bar{\Phi}_\Gamma}{\bar{Q}} \sin \bar{Q} \sin \bar{\Phi}, \quad (4.24)$$

$$\bar{B} = -\cos \bar{Q} \sin \bar{\Phi} + \frac{\bar{\Phi}_\Gamma}{\bar{Q}} \sin \bar{Q} \cos \bar{\Phi}, \quad (4.25)$$

$$\bar{Q} = \sqrt{\bar{\delta}^2 + \bar{\Phi}_\Gamma^2}, \quad \bar{\Phi}_\Gamma = \bar{\Phi}_\Gamma, \quad (4.26)$$

где $\bar{\Phi} = \langle \Phi \rangle_A$, $\bar{\delta} = \langle \delta \rangle_A$. Выражение (4.23) показывает, что при малых $\tilde{\gamma}(\rho)$ и $\tilde{\Phi}(\rho)$ поляризация нерассеянной компоненты близка к линейной. При этом, как видно из сравнения (4.21) и (4.22) с (1.21), а также (4.24–4.26) с (1.16), (1.17) и (1.19), значения угла χ очень близки к значениям угла ψ для эквидоменного слоя с углом закрученности $\Phi = \bar{\Phi}$ и фазовой задержкой $\delta = \bar{\delta}$. Это

объясняет, почему RIJM-теория хорошо предсказывает угол поворота поляризации в тех случаях, когда значение P_C является малым (раздел 4.2.2).

4.5. Результаты картирования LPC-RPA ячеек

Оценка статистических структурных параметров Υ_{cA} , Υ_{cB} , Υ_{sA} и Υ_{sB} (4.12) и (4.13), от значений которых зависит степень проявления кругового дихроизма слоем (см. (4.16)), не может быть произведена напрямую с помощью микроскопического поляризационного картирования (разделы 1.6.2 и 3.2), поскольку эти параметры зависят от статистических свойств поляризационно-среднего фазового сдвига, который в общем случае не может быть оценен при этой технике измерений. Тем не менее, можно оценить, как различаются степень упорядоченности и степень подобия доменов холестерических LPC-RPA слоев в случае, когда круговой дихроизм практически не проявляется, и в случае, когда круговой дихроизм проявляется в максимальной степени.

На рисунке 4.11 для ячейки C4 приведены карты ν , ϕ и Δ_r измеренные в отсутствие напряжения и при напряжении $U \approx 1.3$ В, приложенном к ЖК слою при $\lambda_F = 544$ нм (напомним, что для ячейки C4 степень проявления кругового дихроизма была максимальной при $U \approx 1.3$ В и $\lambda = 544$ нм; см. рис. 4.7 и 4.9). Как видно из рисунка 4.11, распределение угла ν является практически равномерным, причем пространственное распределение этого угла практически не изменяется при приложении к слою напряжения. Из этого, а также из соотношения (3.14), можно сделать вывод, приложенное к ЖК слою электрическое поле практически не изменяло азимутальную ориентацию доменов слоя. При этом разброс значений ϕ и Δ_r при $U \approx 1.3$ В является намного большим, чем при $U = 0$ В. Это говорит о большем отклонении структуры ЖК слоя от эквидоменной при $U \approx 1.3$ В, чем при $U = 0$ В.

На рисунке 4.12 и 4.13 представлены гистограммы величин (A_2, A_4) и (A_1, A_3) для холестерической RPA-ячейки при напряжениях $U = 0$ В и $U \approx 1.3$ В соответственно, при $\lambda_F = 544$ нм. Из этих гистограмм видно, что структура слоя при $U = 0$ В близка к эквидоменной, тогда как при $U \approx 1.3$ В площадь, занимаемая доменами с конфигурациями, существенно отличными от наиболее вероятной, является очень значительной. Можно обратить внимание, что в последнем случае гистограмма для (A_1, A_3) имеет хребтообразный характер.

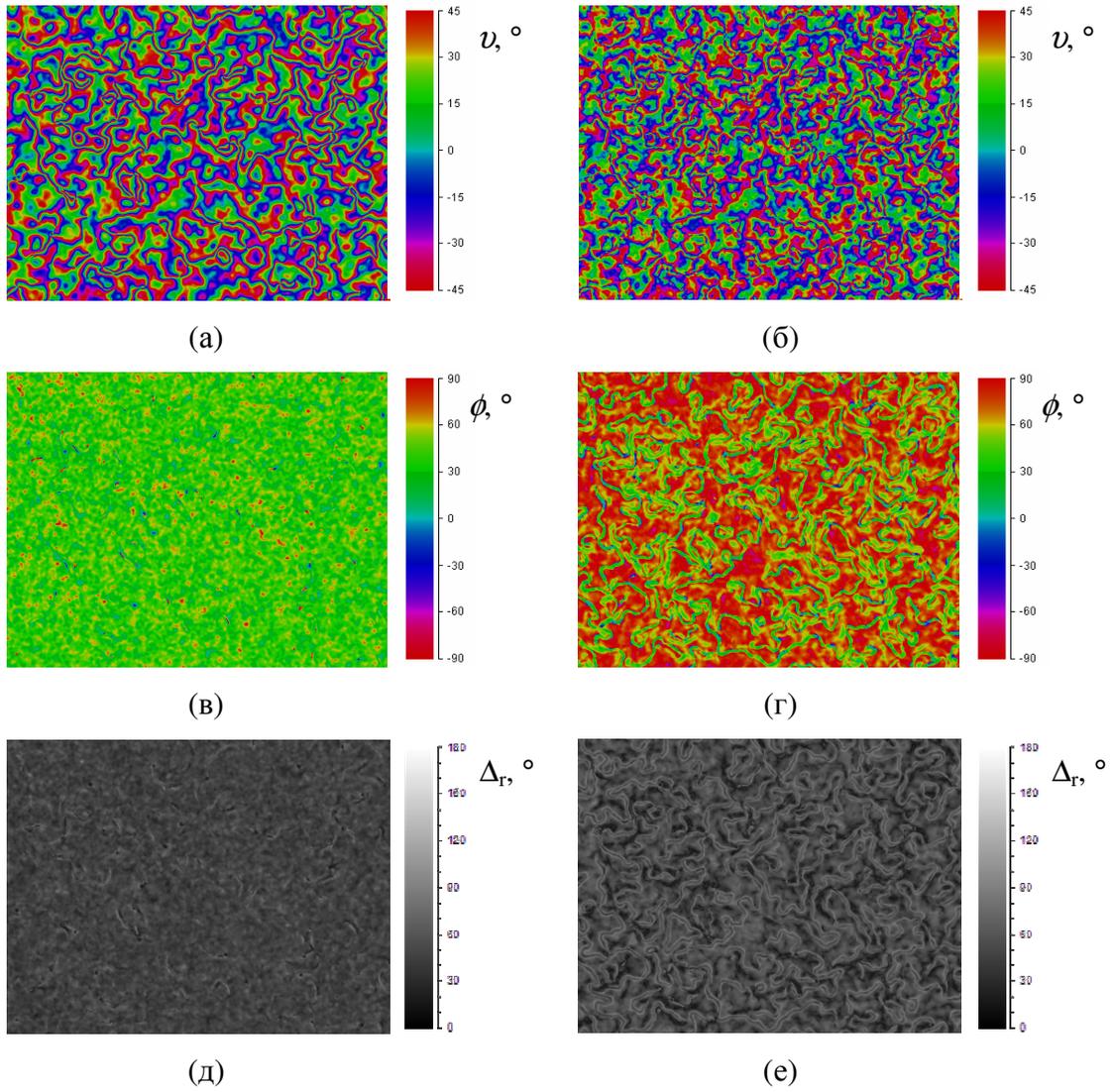


Рисунок 4.11. Карты параметров (а) v , $U = 0$ В, (б) v , $U = 1.3$ В, (в) ϕ , $U = 0$ В, (г) ϕ , $U = 1.3$ В, (д) Δ_Γ , $U = 0$ В, (е) Δ_Γ , $U = 1.3$ В для ячейки С4. Ширина поля 0.41 мм. $\lambda_F \approx 544$ нм.

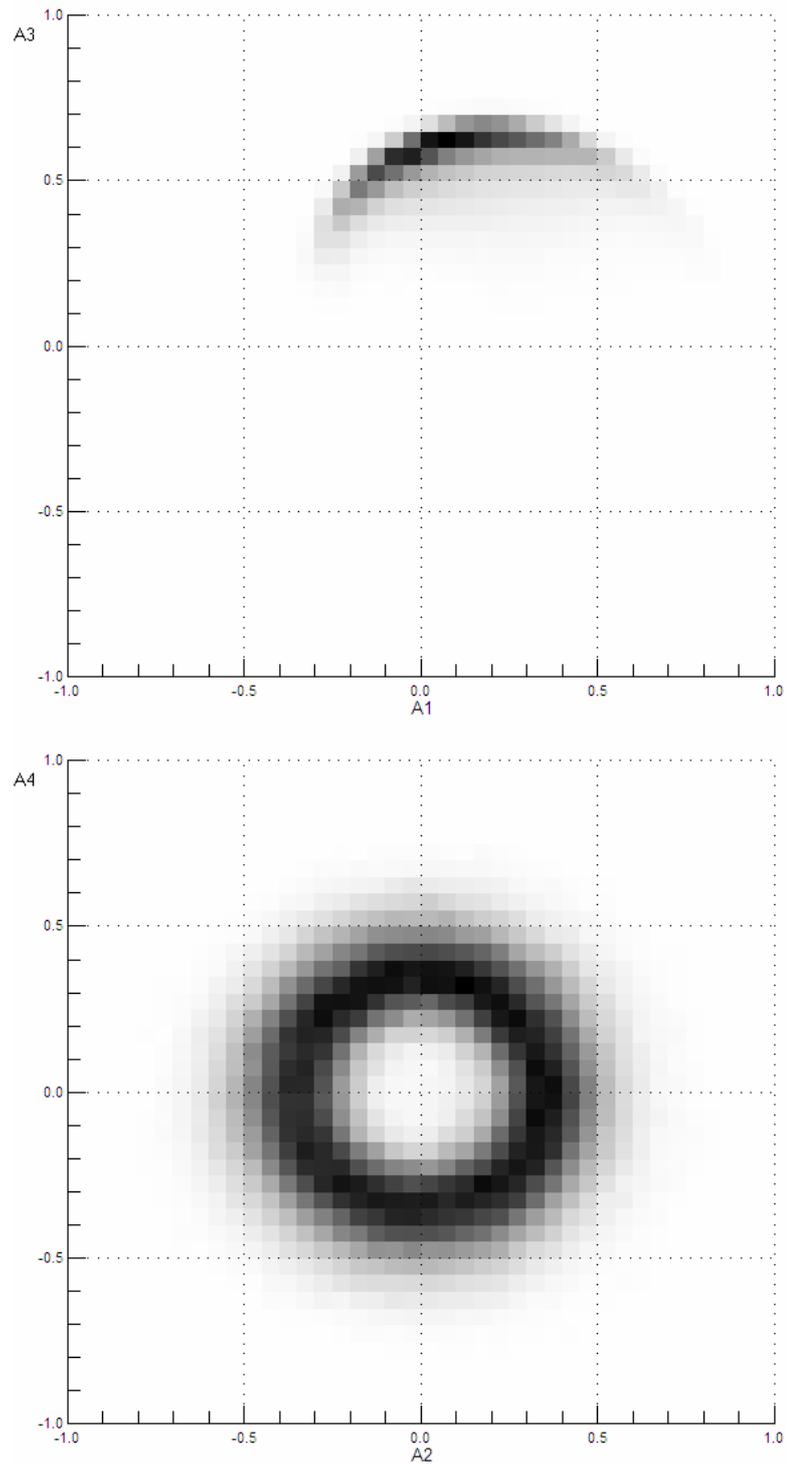


Рисунок 4.12. Гистограммы величин (A_1, A_3) и (A_2, A_4) для ячейки С4 при $U = 0$. $\lambda_F \approx 544$ нм

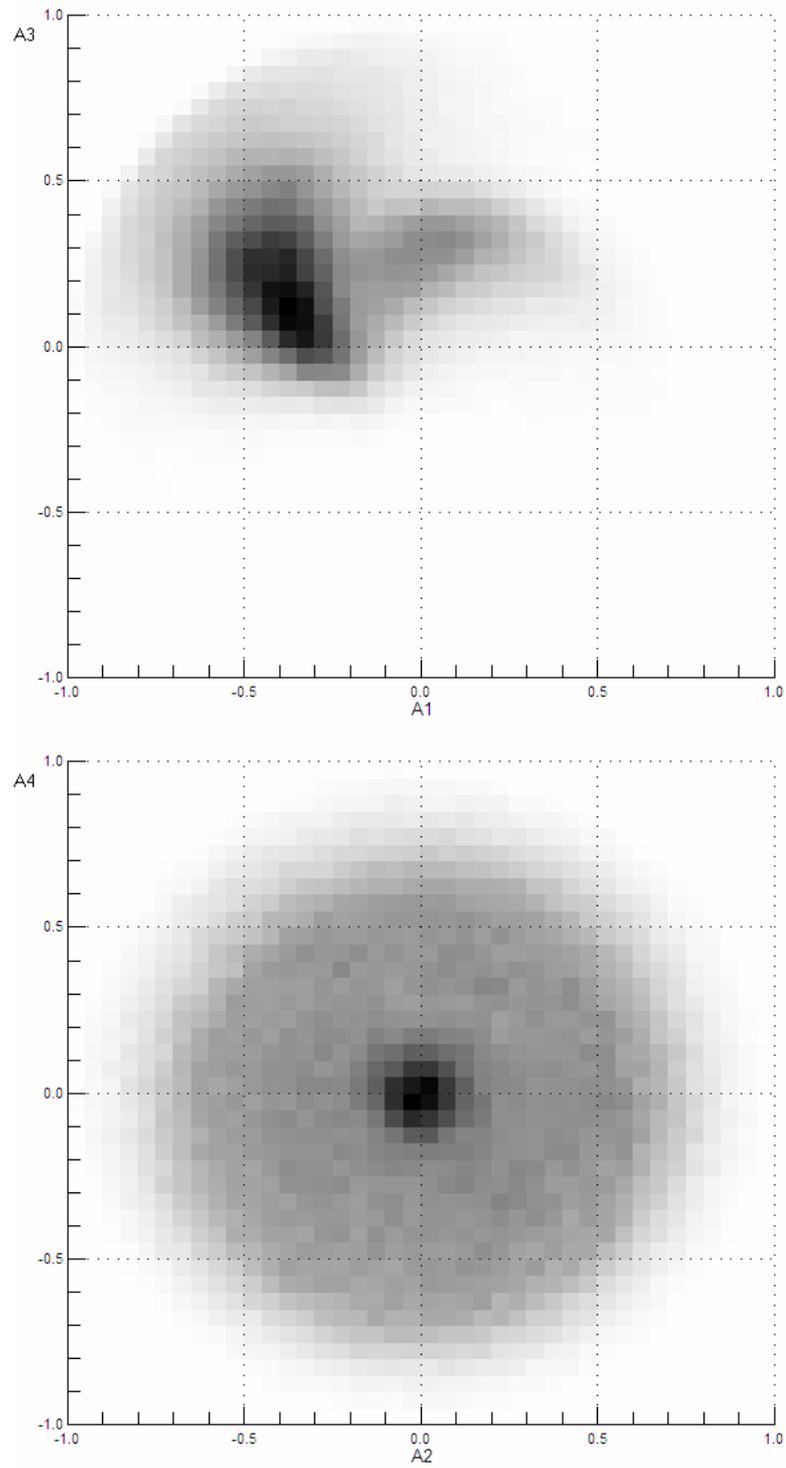


Рисунок 4.13. Гистограммы величин (A_1, A_3) и (A_2, A_4) для ячейки С4 при $U \approx 1.3$ В. $\lambda_F \approx 544$ нм

4.6. Заключение к главе 4

Таким образом, в настоящей главе приведены результаты детального экспериментального исследования электрооптических характеристик LPC-RPA слоев. Показано, что LPC-RPA слои вне полос поглощения ЖК материала могут проявлять круговой дихроизм. С помощью микроскопического поляризационного картирования установлено, что в условиях, когда при падении на LPC-RPA слой неполяризованного пучка нерассеянная компонента является циркулярно поляризованной или почти циркулярно поляризованной, структура слоя сильно отклоняется от эквидоменной. Установлены структурные свойства, необходимые для проявления кругового дихроизма неэквидоменными слоями. Проведена экспериментальная проверка вывода относительно независимости состояния поляризации рассеянной компоненты от структуры домена-прототипа для эквидоменных слоев.

Заключение

Суммируем основные результаты настоящей работы.

1. Разработана статистическая теория рассеяния света на мозаичных двулучепреломляющих слоях. Показано, что разработанная теория хорошо предсказывает характеристики рассеяния RPA-слоев исходя из их микроструктурных свойств.
2. Получено удобное представление обобщенной двухточечной матрицы Мюллера, позволяющее разделить вклад флуктуаций ориентации характеристических осей доменов и вклад флуктуаций структуры доменов в общую картину рассеяния, и в ряде случаев приводящее к удобным аналитическим формулам.
3. Найден общий вид средней обобщенной матрицы Мюллера $\mathbf{M}_A(\mathbf{R})$ статистически инвариантных квазиэквидоменных слоев и выявлены ограничения на вид картин рассеяния для таких слоев. Установлена форма функции $\mathbf{M}_A(\mathbf{R})$, при которой картины рассеяния H_v и V_v обладают круговой симметрией, а также форма этой функции, при которой картины рассеяния H_v и V_v являются инвариантными относительно азимутального поворота на 90° . Для мозаичных двулучепреломляющих слоев, состоящих из однородных фрагментов с разной азимутальной ориентацией оптической оси, найдены статистические структурные свойства слоев, при которых картины рассеяния H_v и V_v обладают круговой симметрией, а также статистическая структурная характеристика, ответственная за ориентацию четырехлистников рассеяния относительно направления поляризации падающего света на H_v - и V_v -дифрактограммах.
4. Показано, что при нормальном падении циркулярно поляризованного пучка на эквидоменный слой, не вносящий поляризационно-зависимых потерь, рассеянная компонента прошедшего света тоже является циркулярно поляризованной, но с противоположным направлением вращения вектора напряженности электрического поля.
5. Получено аналитическое выражение для коэффициента направленного пропускания статистически нехиральных мозаичных слоев, позволяющее объяснить отклонения экспериментальных спектров коэффициента направленного пропускания нематических RPA-слоев от предсказываемых RIJM-теорией.
6. Экспериментально показано, что LPC-RPA-слои могут проявлять круговой дихроизм вне полос поглощения ЖК-материала и брэгговского отражения. Наблюдались ситуации, когда при падении на слой неполяризованного пучка нерассеянная компонента прошедшего света была почти полностью циркулярно поляризованной.

7. С помощью разработанного теоретического подхода установлены условия проявления кругового дихроизма мозаичными двулучепреломляющими слоями в отсутствие локальных поляризационно-зависимых потерь. Найдены статистические структурные свойства слоя, при которых степень проявления кругового дихроизма является максимальной.

Представляются возможными следующие направления развития и варианты практического применения результатов, полученных в настоящей работе:

1. Применение предложенного в диссертационной работе теоретического подхода для разработки новых оптических методов характеристики структуры неоднородных анизотропных материалов (например, слоев низкомолекулярных жидких кристаллов и жидкокристаллических полимеров) по экспериментально измеренным значениям элементов матрицы Мюллера нерассеянной компоненты и матрицы рассеяния на нескольких длинах волн.

2. Разработка поляризационно-независимых оптических и электрооптических устройств, использующих особенности рассеяния света на квазиэквидоменных мозаичных слоях, такие как спектрально-селективное рассеяние, гигантское оптическое вращение и обусловленный рассеянием круговой дихроизм. Использование разработанного теоретического подхода для оценки оптимальных структурных параметров слоя, необходимых для достижения желаемых свойств рассеяния, и допустимого отклонения этих параметров от оптимальных.

3. Разработка на основе предложенного в диссертации подхода новых подходов и методов, применимых для анализа оптических свойств других классов анизотропных неоднородных слоев, в частности слоев с квазипериодической структурой.

Библиографический список:

1. Вальков, А. Ю. Флуктуации и рассеяние света в жидких кристаллах / А. Ю. Вальков, В. П. Романов, А. Н. Шалагинов // УФН. – 1994. – Т. 164. – С. 149–193.
2. Fakirov, S. *Oriented Polymer Materials* / S. Fakirov. – Weinheim: Wiley VCH, 2002. – 537 p.
3. Hashimoto, T. *Small-Angle Light Scattering from Nematic Liquid Crystals: Fluctuations of Director Field Due to Many-Body Interactions of Disclinations* / T. Hashimoto et al. // *Macromolecules*. – 1989. – Vol. 22. – P. 422–429.
4. Tuchin, V. V. *Tissue Optics: Light Scattering Methods and Instruments for Medical Diagnosis* / V. V. Tuchin. – Bellingham, Washington: SPIE press, 2007. – 882 p.
5. Loiko, V.A. *Polymer dispersed liquid crystal droplets: methods of calculation of optical characteristics* / V. A. Loiko, V. I. Molochko // *Liq. Cryst.* – 1998. – Vol. 25. – P. 603–612.
6. Лойко, В.А. Поляризация света полимерной пленкой, содержащей вытянутые капли жидкого кристалла с неоднородным межфазным поверхностным сцеплением / В. А. Лойко, А.В. Конколович, В.Я. Зырянов, А.А. Мискевич // *Опт. Спектр.* – 2017. – Т. 122. – С. 1016–1028.
7. Lin, Y.-H. *Polarisation-independent liquid crystal devices* / Y.-H. Lin, H. Ren, S.-T. Wu // *Liq. Cryst. Today*. – 2007. – Vol. 17. – P. 2–8.
8. Де Жен, П. *Физика жидких кристаллов* / П. де Жен; пер. А. А. Веденов. – М: Мир. – 1977. – 400 с.
9. Fridrikh, S. V. *Polydomain-monodomain transition in nematic elastomers.* / S. V. Fridrikh, E. M. Terentjev // *Phys. Rev. E*. – 1999. – Vol. 60. – P. 1847-1857.
10. Шерман, М. М. Особенности пропускания света монослоем одинаковых по структуре анизотропных доменов со случайной азимутальной ориентацией / М. М. Шерман, Д. А. Яковлев // *Опт. Спектр.* – 2010. – Т. 109. – С. 206–215.
11. Шерман, М. М. *Электрооптические свойства жидкокристаллических слоев со случайными планарными условиями на границах: дис. канд. физ.- мат. наук* / М. М. Шерман. – Саратов, 2012. – 186 с.
12. Sherman, M. M. *Electrically controlled transmission spectral filters for collimated beams on the base of nematic layers with schlieren structure* / M. M. Sherman et al. // *22nd International Liquid Crystal Conference: abstr.* – Korea, 2008. – P. 211.
13. Yakovlev, D. D. *Electrically induced circular dichroism of multidomain layers of a long-pitch cholesteric liquid crystal* / D. D. Yakovlev, M. M. Sherman, D. A. Yakovlev. // *Proc. SPIE*. – 2014. – Vol. 9031. – P. 90311B-1–90311B-6.

14. Yakovlev, D. D. Characterization of and correcting for imperfections of compound zero-order waveplates for spectral polarization measurements. // D. D. Yakovlev // Proc. SPIE. – 2014. – Vol. 9031. – P. 90311C-1–90311C-5.
15. Yakovlev, D. D. Electrically-controlled scattering of light by nematic liquid crystal layers with random planar alignment: transformation of the scattered component / D. D. Yakovlev, V. M. Ryabtsev, M. M. Sherman, D. A. Yakovlev // Proc. SPIE. – 2015. – Vol. 9448. – P. 94482F-1–94482F-5.
16. Яковлев, Д. Д. Оптическая характеристика структуры случайно-неоднородных жидкокристаллических слоев / Д. Д. Яковлев, Д. А. Яковлев // Сборник трудов IX Международной конференции молодых ученых и специалистов «Оптика-2015», СПб: Университет ИТМО, 2015 – С. 25–28.
17. Яковлев, Д. Д. Картины рассеяния ортогонально поляризованных компонент света для статистически вращательно-инвариантных двулучепреломляющих фазовых экранов / Д. Д. Яковлев, Д. А. Яковлев // Проблемы оптической физики и биофотоники. SFM-2017: материалы Международного симпозиума и Международной молодежной научной школы Saratov Fall Meeting 2017, Саратов: «Новый ветер», 2017 – С. 88–94.
18. Яковлев Д. Д., Яковлев Д. А. Картины рассеяния ортогонально поляризованных компонент света для статистически вращательно-инвариантных мозаичных двулучепреломляющих слоев / Д. Д. Яковлев, Д. А. Яковлев // Опт. Спектр. – 2019. – Т. 126. – С. 324–335.
19. Яковлев Д. Д. Особенности структуры статистически вращательно-инвариантных мозаичных двулучепреломляющих слоев, проявляющих круговой дихроизм / Д. Д. Яковлев // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Физика. – 2019. – Т. 19, № 3. – С. 188–200.
20. Яковлев Д. Д., Яковлев Д. А. Границы применимости приближения прямых лучей при моделировании оптических свойств жидкокристаллических дифракционных решеток / Д. Д. Яковлев, Д. А. Яковлев // Компьютерная оптика. – 2020. – Т. 24, № 1. – С. 40–52.
21. Yakovlev D. D. Features of light scattering on mosaic layers composed of structurally similar birefringent domains / D. D. Yakovlev, M. M. Sherman, A. A. Murauski, D. A. Yakovlev // J. Mod. Opt. – 2020. – Vol. 67, № 2. – P. 111–125.
22. Блинов, Л. М. Электро- и магнитооптика жидких кристаллов / Л. М. Блинов. – М.: Наука, 1978. – 384 с.
23. Сонин, А. С. Введение в физику жидких кристаллов / А. С. Сонин. – М.: Наука, 1983. – 320 с.
24. Пикин, С. А. Жидкие кристаллы / С. А. Пикин, Л. М. Блинов. – М.: Наука, 1982. – 208 с.

25. Шибаев, В. П. Жидкокристаллические полимеры: тенденции развития и фотоуправляемые материалы / В. П. Шибаев, А. Ю. Бобровский // *Успехи химии*. – 2017. – Т. 86, № 11. – С. 1024–1072.
26. Den Hollander, F. *Random polymers* / F. den Hollander. – Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. – 279 p.
27. Chigrinov, V. G. *Photoalignment of liquid crystalline materials: physics and applications* / V. G. Chigrinov, V. M. Kozenkov, H.-S. Kwok. – Chichester: J. Willey & Sons Ltd., 2008. – 231 p.
28. Dierking, I. *Textures of liquid crystals* / I. Dierking. – Weinheim: Wiley-VCH, 2003. – 218 p.
29. Takatoh, K. *Alignment technologies and applications of liquid crystal devices* / K. Takatoh, M. Hasegawa, M. Koden et al. – London: Taylor & Francis, 2005. – 255 p.
30. Schadt, M. *Optical patterning of multi-domain liquid-crystal displays with wide viewing angles* / M. Schadt, H. Seiberie, A. Schuster // *Nature*. – 1996. – Vol. 381. – P.212–215.
31. Eakin, J.N. *Zero voltage Freedericksz transition in periodically aligned liquid crystals* / J.N. Eakin, Y. Xie, R.A. Pelcovits, M.D. Radcliffe, G.P. Crawford // *Appl. Phys. Lett.* – 2004. – Vol. 85. – P. 1671–1673.
32. Escuti, M.J. *Polarization-Independent Switching With High Contrast From A Liquid Crystal Polarization Grating* / M.J. Escuti, W.M. Jones // *SID Dig. Tech. Pap.* – 2006. – Vol. 37. – P. 1443–1446.
33. Provenzano, C. *Highly efficient liquid crystal based diffraction grating induced by polarization holograms at the aligning surfaces* / C. Provenzano, P. Pagliusi, G. Cipparrone // *Appl. Phys. Lett.* – 2006. – Vol. 89. – P. 121105-1–121105-3.
34. Sarkissian, H. *Polarization-controlled switching between diffraction orders in transverse-periodically aligned nematic liquid crystals* / H. Sarkissian, S.V. Serak, N.V. Tabiryan, L.B. Glebov, V. Rotar, B.Ya. Zeldovich // *Opt. Lett.* – 2006. – Vol. 31. – P. 2248–2250.
35. Komanduri, R.K. *Elastic Continuum Analysis of the Liquid Crystal Polarization Grating* / R.K. Komanduri, M.J. Escuti // *Phys. Rev. E*. – 2007. – Vol. 76. – P. 021701-1–021701-8.
36. Komanduri, R.K. *Polarization-independent modulation for projection displays using small-period LC polarization gratings* / R.K. Komanduri, W.M. Jones, C. Oh, M.J. Escuti // *J. Soc. Inf. Display*. – 2007. – Vol. 15. – P. 589–594.
37. Nicolescu, E. *Polarization-independent tunable optical filters based on liquid crystal polarization gratings* / E. Nicolescu, M.J. Escuti // *Proc. SPIE*. – 2007. – Vol. 6654. – P. 665405-1–665405-11.
38. Serak, S. *High-efficiency 1.5 μm thick optical axis grating and its use for laser beam combining* / S. Serak, N. Tabiryan, B. Zeldovich // *Opt. Express*. – 2007. – Vol. 32. – P. 169–171.
39. Komanduri, R.K. *High efficiency reflective liquid crystal polarization gratings* / R.K. Komanduri, M.J. Escuti // *Appl. Phys. Lett.* – 2009. – Vol. 95. – P. 091106-1–091106-3.

40. Nersisyan, S.R. Characterization of optically imprinted polarization gratings / S.R. Nersisyan, N.V. Tabiryanyan, D.M. Steeves, B.R. Kimball // *Appl. Opt.* – 2009. – Vol. 48. – P. 4062–4067.
41. Nicolescu, E. Polarization-independent tunable optical filters using bilayer polarization gratings / E. Nicolescu, M.J. Escuti // *Appl. Opt.* – 2010. – Vol. 49. – P. 3900–3904.
42. Kudenov, M.W. White-light channeled imaging polarimeter using broadband polarization gratings / M.W. Kudenov, M.J. Escuti, E.L. Dereniak, K. Oka // *Appl. Opt.* – 2011. – Vol. 50. – P. 2283–2293.
43. Crawford, G.P. Liquid-crystal diffraction gratings using polarization holography alignment techniques / G.P. Crawford et al. // *J. Appl. Phys.* – 2005. – Vol. 98. – P. 123102-1–123102-10.
44. Wu, W.Y. Two-dimensional holographic polarization grating formed on azo-dye-doped polyvinyl alcohol films / W.Y. Wu, M.S. Li, H.C. Lin, A.Y.-G. Fuh // *J. Appl. Phys.* – 2008. – Vol. 103. – P. 083119-1–083119-6.
45. Hu, W. Polarization independent liquid crystal gratings based on orthogonal photoalignments / W. Hu et al. // *Appl. Phys. Lett.* – 2012. – Vol. 100(11). – P. 111116-1–111116-4.
46. Honma, M. Twisted nematic liquid crystal polarization grating with the handedness conservation of a circularly polarized state / M. Honma, T. Nose // *Opt. Express.* – 2012. – Vol. 20. – P. 18449–18458.
47. Kawai, K. Simple fabrication of liquid crystalline grating cells with homogeneous and twisted nematic structures and effects of orientational relaxation on diffraction properties / K. Kawai, T. Sasaki, K. Noda, N. Kawatsuki, H. Ono // *Appl. Opt.* – 2014. – Vol. 53. – P. 3679–3686.
48. Kawai, K. Diffraction properties of a vector grating liquid crystal cell fabricated using a one-step exposure of a nonorthogonal elliptically polarized interference beam / K. Kawai et al. // *J. Opt. Soc. Am. B* – 2015. – Vol. 32. – P. 2435-2440.
49. Kawai, K. Holographic binary grating liquid crystal cells fabricated by one-step exposure of photocrosslinkable polymer liquid crystalline alignment substrates to a polarization interference ultraviolet beam / K. Kawai et al. // *Appl. Opt.* – 2015. – Vol. 54. – P. 6010–6018.
50. Provenzano, C. Electrically tunable two-dimensional liquid crystals gratings induced by polarization holography / C. Provenzano, P. Pagliusi, G. Cipparrone // *Opt. Express.* – 2007. – Vol. 15. – P. 5872–5878.
51. Clark, N. A. Surface memory effects in liquid crystals: influence of surface composition / N. A. Clark // *Phys. Rev. Lett.* – 1985. – Vol. 55, № 3. – P. 292–295.
52. Lee, B.-W. Alignment of liquid crystals with patterned isotropic surfaces / W. Lee, N. A. Clark // *Science.* – 2001. – Vol. 291, №5513. – P. 2576–2580.
53. Vetter, P. Study of memory alignment of nematic liquid crystals on polyvinyl alcohol coatings / P. Vetter, Y. Ohmura, T. Uchida // *Jpn. J. Appl. Phys.* – 1993. – Vol. 32, № 9A. – P. L1239–L1241.

54. Nose, T. Scattering-type displays using memory effects in nematic LC cells without rubbing / T. Nose, Y. Ukawa, S. Sato // *J. Soc. Inf. Display.* – 1993. – Vol. 1, № 3. – P. 329–333.
55. Nych, A. B. Alignment memory of a nematic liquid crystal and thermal isotropization of the surface adsorbed layer / A. B. Nych et al. // *EPL.* – 2008. – Vol. 81, № 1. – P. 16001-p1–16001-p6.
56. Ouchi, Y. Surface memory effect at the liquid-crystal-polymer interface / Y. Ouchi, M. B. Feller, T. Moses et al. // *Phys. Rev. Lett.* – 1992. – Vol. 68, № 20. – P. 3040–3043.
57. Zhuang, X. Surface-monolayer-induced bulk alignment of liquid crystals / X. Zhuang, L. Marrucci, Y. R. Shen // *Phys. Rev. Lett.* – 1994. – Vol. 73, № 11. – P. 1513–1516.
58. Schuddeboom, P. C. Azimuthal anchoring of liquid crystals on surfaces with high symmetry / P. C. Schuddeboom, B. Jerome // *Phys. Rev. E.* – 1997. – Vol. 56, № 4. – P. 4294–4305.
59. Mi, X.-D. Capillary filling of nematic liquid crystals / X.-D. Mi, D.-K. Yang // *Phys. Rev. E.* – 1998. – Vol. 58, № 2. – P. 1992–2000.
60. Yokoyama, H. Role of surface adsorption in the surface-induced alignment of nematic liquid crystals on evaporated SiO films / H. Yokoyama, S. Kobayashi, H. Kamei // *J. Appl. Phys.* – 1984. – Vol. 56, № 10. – P. 2645–2654.
61. Aryasova, N. Orientation of nematic liquid crystals on random anchoring surface / N. Aryasova et al. // *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* – 2002. – Vol. 375. – P. 165–173.
62. Nehring, J. On the schlieren texture in nematic and smectic liquid crystals / J. Nehring, A. Saupe // *J. Chem. Soc., Faraday Trans. 2.* – 1972. – Vol. 68. – P. 1–15.
63. Чандрасекар, С. Жидкие кристаллы / С. Чандрасекар. – М.: Мир, 1980. – 328 с.
64. Brochard, F. Mouvements de parois dans une lame mince nématique / F. Brochard // *J. Phys.* – 1972. – Vol. 33, № 5–6. – P. 607–611.
65. Lavrentovich, O. D. Nematic liquid crystals: Defects / O. D. Lavrentovich // *Encyclopedia of Materials: Science and Technology.* – 2001. – P. 6071–6076.
66. Zhang, S. Disclinations and Their Interactions in Thin Films of Side-Chain Liquid Crystalline Polymers / S. Zhang, E. M. Terentjev, A. M. Donald // *Macromolecules.* – 2004. – Vol. 37. – P. 390–396.
67. Yang, D.-K. Fundamentals of liquid crystal devices / D.-K. Yang, S.-T. Wu. – Chichester: J. Wiley & Sons Ltd., 2006. – 387 p.
68. Chirality in liquid crystals / ed. by H.-S. Kitzerow, Ch. Bahr. – New York: Springer-Verlag, 2001. – 501 p.
69. Чигринов, В. Г. Неустойчивость холестерических жидких кристаллов в электрическом поле / В. Г. Чигринов, В. В. Беляев, С. В. Беляев и др. // *ЖЭТФ.* – 1979. – Т. 77. – С. 2081–2092.
70. Tsoy, V. I. Dielectric stripes in pretilted supertwisted layers / V. I. Tsoy, G. V. Simonenko, V. G. Chigrinov // *Liq. Cryst.* – 1993. – V. 13, № 2. – P. 227–231.

71. Yang, D. K. Cholesteric reflective display: drive scheme and contrast / D. K. Yang, J. W. Doane, Z. Yaniv et al. // *Appl. Phys. Lett.* – 1994. – Vol. 64, № 15. – P. 1905–1907.
72. Kim, K.-H. Long-pitch cholesteric liquid crystal cell for switchable achromatic reflection / K.-H. Kim, H.-J. Jin, K.-H. Park et al. // *Opt. Express.* – 2010. – Vol. 18, № 16. – P. 16745–16750.
73. Yabe, Y. Hysteresis behaviour of the nematic-cholesteric phase transition for liquid crystals on polyimide films without use of the rubbing technique / Y. Yabe, D.-Sh. Seo // *Liq. Cryst.* – 1994. – Vol. 17, № 6. – P. 847–854.
74. Чилая, Г. С. Влияние внешних воздействий и предпереходных явлений на структурные превращения холестерических жидких кристаллов / Г. С. Чилая // *Кристаллография.* – 2000. – Т. 45, № 5. – С. 944–960.
75. Chilaya, G. Optically active (cholesteric with intermediate chirality) LC structure for light modulation / G. Chilaya, A. Chanishvili, D. Sikharulidze // *SPIE.* – 1995. – Vol. 2372. – P. 96–99.
76. Chanishvili, A. Light modulator based on optically active nematic-chiral liquid crystal structure / A. Chanishvili, G. Chilaya, D. Sikharulidze // *Mol. Cryst. Liq. Cryst.* – 1991. – Vol. 207, № 1. – P. 53–57.
77. Lavrentovich, O. D. Cholesteric liquid crystals: defects and topology / O. D. Lavrentovich, M. Kleman // *Lavrentovich, O. D. Chirality in liquid crystals / O. D. Lavrentovich; ed. by H.-S. Kitzerow, Ch. Bahr.* – New York: Springer-Verlag, 2001. – Chapt. 5. – P. 115–158.
78. Ханчич, О. А. Анизотропные структуры в полимерах и их изучение методом малоуглового рассеяния поляризованного света. / О. А. Ханчич. – М.: Издательство МТИ, 2014. – 124 с.
79. Silvestri, R. A light scattering study on films of a nematic main chain thermotropic liquid crystalline polymer / R. Silvestri, L. L. Chapoy // *Polymer.* – 1992. – Vol. 33. – P. 2891–2896.
80. Keijzers, A. E. M. Light scattering by crystalline polystyrene and polypropylene / A. E. M. Keijzers, J. J. Van Aartsen W. Prins // *J. Am. Chem. Soc.* – 1968. – Vol. 90. – P. 3107–3113.
81. Meeten, G. H. Cholesteric hydroxypropylcellulose solutions: Microscopy and small-angle light scattering / G. H. Meeten, P. Navard // *J. Polym. Sci. B.* – 1988. – Vol. 26. – P. 413–419.
82. Romo-Uribe, A. A small-angle light scattering instrument to study soft condensed matter / A. Romo-Uribe, B. Alvarado-Tenorio, M. E. Romero-Guzmán // *Rev. Latinoam. Metal. Mater.* – 2010. – Vol. 30. – P. 190–200.
83. Stein, R. S. Scattering of light by films having nonrandom orientation fluctuations / R. S. Stein, P. F. Erhardt, S. B. Clough, C. Adams // *J. Appl. Phys.* – 1966. – Vol. 37. – P. 3980–3990.
84. Rojstaczer, S. Domain Growth in Thermotropic Liquid Crystalline Polymers by Small Angle Light Scattering / S. Rojstaczer, R. S. Stein // *Mol. Cryst. Liq. Cryst. Inc. Nonlin. Opt.* – 1988. – Vol. 157. – P. 293–301.

85. Sherman, M. M. Optical properties of multi-domain anisotropic layers with random in-plane orientation of domains / M. M. Sherman, D. A. Yakovlev // Proc. SPIE. – 2007. – Vol. 6536. – P. 65360H-1–65360H-6.
86. Toko, Y. Amorphous twisted nematic-liquid-crystal displays fabricated by nonrubbing showing wide and uniform viewing-angle characteristics accompanying excellent voltage holding ratios / Y. Toko et al. // J. Appl. Phys. – 1993. – Vol. 74. – P.2071–2075.
87. Aryasova, N. Alignment of nematic liquid crystal on the surface with spatial distribution of easy axis and anchoring energy / N. Aryasova et al. // Mol. Cryst. Liq. Cryst. – 2004. – Vol. 412. – P. 351–359.
88. Maksimyak, P. Coloring of radiation scattered by polymer-dispersed liquid crystals / P. Maksimyak, A. Maksimyak, A. Nehrych // Opt. Appl. – 2014. – Vol. 44. – P. 545–554.
89. Maksimyak, P. P. Polymer dispersed liquid crystals spectral filtering / P. P. Maksimyak, A. P. Maksimyak, A. L. Nehrych // Proc. SPIE – 2013. – Vol. 9066. – P. 90661D-1–90661D-8.
90. Maksimyak, P. P. Interference coloring effects of polymer dispersed liquid crystals / P. P. Maksimyak, A. P. Maksimyak, A. L. Nehrych // Proc. SPIE – 2014. – Vol. 9216. – P. 921616-1–921616-9.
91. Debye, P. Scattering by an inhomogeneous solid / P. Debye, A. Bueche // J. Appl. Phys. – 1949. – Vol.20. – P.518–525.
92. Goldstein, M. Theory of scattering solid possessing fluctuation in density and anisotropy / M. Goldstein, E. R. Michalik // J. Appl. Phys. – 1955. – Vol.26. – P.1450-1451.
93. Clough, S. Scattering of Light by Two-Dimensional Spherulites / S. Clough, J. J. Van Aartsen, R. S. Stein //Journal of Applied Physics. – 1965. – Vol. 36. – P. 3072-3085.
94. A114. Clough, S.; Rhodes, M.B.; Stein, R. S. The Transmission of Light by Films of Crystalline Polymers / S. Clough, M. B. Rhodes, R. S. Stein, // J. Polym. Sci., Polym. Symp. – 1967. – Vol. 18. – P. 1–32.
95. Yakovlev, D.A. 5.4: Advanced Tools for Modeling of 2D-Optics of LCDs / D.A. Yakovlev, V.I. Tsoy, V.G. Chigrinov // SID Dig. Tech. Pap. – 2005. – Vol. 36. – P. 58–61.
96. Carroll, T.O. Liquid-Crystal Diffraction Grating / T.O. Carroll // J. Appl. Phys. – 1972. – Vol. 43. – P. 767–770.
97. Desimpel, C. Optical transmission model for thin two-dimensional layers / C. Desimpel et al. // Mol. Cryst. Liq. Cryst.. – 2004. – Vol. 422. – P. 185/[455]–195/[465].
98. Yakovlev, D.A. Modeling and optimization of LCD optical performance / D.A. Yakovlev, V.G. Chigrinov, H.-S. Kwok. – Chichester: Wiley, 2015. – 584 p.
99. Luis, A. Spatial–angular Mueller matrices / A. Luis // Opt. Commun. –2006. – Vol. 263. – P. 141–146.

100. Tervo, J. Paraxial-domain diffractive elements with 100% efficiency based on polarization gratings / J. Tervo, J. Turunen, // *Opt. Lett.* – 2000. – Vol. 25. – P. 785–786.
101. Nikolova, L. Polarization Holography. / L. Nikolova, P. S. Ramanujam. – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2009. – 248 p.
102. Shirai, T. Coherence and polarization of electromagnetic beams modulated by random phase screens and their changes on propagation in free space / T. Shirai, E. Wolf // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2004. – Vol. 21. – P. 1907–1916.
103. Ostrovsky, A. S. Modulation of spatial coherence of optical field by means of liquid crystal light modulator / A. S. Ostrovsky, E. Hernández García // *Rev. Mex. Fis.* – 2005. – Vol. 51. – P. 442–446.
104. Savenkov, S. N. Effective dichroism in forward scattering by inhomogeneous birefringent medium / S. N. Savenkov et al. // *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer.* – 2009. – Vol. 110. – P. 30–42.
105. Rokushima, K. Analysis of anisotropic dielectric gratings / K. Rokushima, J. Yamakita // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1983. – Vol. 73. – P. 901–908.
106. Matsumoto, K. Three-dimensional rigorous analysis of dielectric grating waveguides for general cases of oblique propagation / K. Matsumoto, K. Rokushima, J. Yamakita // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1993. – Vol. 10. – P. 269–276.
107. Galatola, P. Symmetry properties of anisotropic di-electric gratings / P. Galatola, C. Oldano, P.B. Sunil Kumar // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1994. – Vol. 11. – P. 1332–1341.
108. Li, L. Formulation and comparison of two recursive matrix algorithms for modeling layered diffraction gratings/ L. Li // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1996. – Vol. 13. – P. 1024–1035.
109. Li, L. New formulation of the Fourier modal method for crossed surface-relief gratings / L. Li // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1997. – Vol. 14. – P. 2758–2767.
110. Peverini, O.A. Reduced-order model technique for the analysis of anisotropic inhomogeneous media: application to liquid-crystal displays/ O.A. Peverini et al. // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 2002. – Vol. 19. – P. 1901–1909.
111. Olivero, D. Numerical methods for light propagation in large LC cells: a new approach / D. Olivero, C. Oldano // *Liq. Cryst.* – 2003. – Vol. 30. – P. 345–353.
112. Moharam, M.G. Stable implementation of the rigorous coupled-wave analysis for surface-relief gratings: enhanced transmittance matrix approach / M.G. Moharam, D.A. Pommet, E.B. Grann, T.K. Gaylord // *J. Opt. Soc. Am. A.* – 1995. – Vol. 12. – P. 1077–1086.
113. Oh, C. Time-domain analysis of periodic anisotropic media at oblique incidence: an efficient FDTD implementation / C. Oh, M.J. Escuti // *Opt. Express.* – 2006. – Vol. 14. – P. 11870–11884.

114. Xiang, X. Numerical Modeling of Polarization Gratings by Rigorous Coupled Wave Analysis / X. Xiang, M.J. Escuti // Proc. SPIE – 2016. – Vol. 9769. – P. 976918-1–976918-7.
115. Xiang, X. Bragg polarization gratings for wide angular bandwidth and high efficiency at steep deflection angles / X. Xiang, J. Kim, M.J. Escuti // Sci. Rep. – 2018. – Vol. 8. – P. 1–6.
116. Дифракционная нанофотоника / А.В. Гаврилов, Д.Л. Головашкин, Л.Л. Досколович, П.Н. Дьяченко, А.А. Ковалев, В.В. Котляр, А.Г. Налимов, Д.В. Нестеренко, В.С. Павельев, Р.В. Скиданов, В.А. Сойфер, С.Н. Хонина, Я.О. Шуюпова; под ред. В.А. Сойфера. – М.: Физматлит, 2011. – 680 с.
117. Аззам, Р. Эллипсометрия и поляризованный свет / Р. Аззам, Н. Башара. – М.: Мир, 1981. – 584 с.
118. Яковлев, Д. А. Симметрия распределения директора и поляризационно-оптические свойства плоскопараллельного слоя жидкого кристалла / Д. А. Яковлев, И. С. Линькова // Кристаллография. – 1991. – Т. 36. – С. 982–986.
119. Yeh, P. Optics of liquid crystal displays / P. Yeh, C. Gu – New York: J. Wiley & Sons Ltd., 1999 – 456 p.
120. Wolf, E. Unified theory of coherence and polarization of random electromagnetic beams / E. Wolf // Phys. Lett. A – 2003. – Vol. 312. P. 263-267.
121. Мандель, Л. Оптическая когерентность и квантовая оптика / Л. Мандель, Э. Вольф. – М.: Физматлит, 2000. – 896 с.
122. Korotkova, O. Generalized Stokes parameters of random electromagnetic beams / O. Korotkova, E. Wolf // Opt. Lett. – 2005. – Vol. 30. – P. 198-200.
123. Korotkova, O. Coherence and polarization properties of far fields generated by quasi-homogeneous planar electromagnetic sources / O. Korotkova, B. G. Hoover, V. L. Gamiz, E. Wolf // J. Opt. Soc. Am. A. – 2005. – Vol. 22. – P. 2547–2556.
124. Wolf, E. Introduction to the Theory of Coherence and Polarization of Light / E. Wolf – Cambridge: Cambridge Univ. Press, 2007 – 222 p.
125. Korotkova, O. Conservation laws for stochastic electromagnetic free fields / O. Korotkova // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. – 2008. – Vol. 10. – P. 025003-1–025003-5.
126. Korotkova, O. Effects of linear non-image forming devices on spectra and on coherence and polarization properties of stochastic electromagnetic beams: part I: general theory / O. Korotkova, E. Wolf // J. Mod. Opt. – 2005. – Vol. 52. – P. 2659–2671.
127. Yakovlev, D. A. A robust polarization-spectral method for determination of twisted liquid crystal parameters / D. A. Yakovlev, V. G. Chigrinov // J. Appl. Phys. – 2007. – Vol. 102. – P. 023510-1–023510-16.

128. Pravdin, A. B. Mapping of optical properties of anisotropic biological tissues / A. B. Pravdin et al. // Proc. SPIE. – 2005. – Vol. 5695. – P. 303–310.
129. Spivak, A. V. Single-polarizer method for measurement of polarization characteristics of incoherent backscattering from anisotropic media / A. V. Spivak et al. // Proc. SPIE. – 2007. – Vol. 6535. – P. 653601.
130. Спивак, А. В. Система микроскопического поляризационного картографирования двулучепреломляющих биотканей / А. В. Спивак, Ю. П. Синичкин, Д. А. Яковлев // Методы компьютерной диагностики в биологии и медицине: материалы ежегод. Всерос. науч. школы-семинара, Саратов, 2009. – С. 178–180.
131. Синичкин, Ю. П. / Простые параметрические представления поляризационно-оптических свойств двулучепреломляющих биотканей в рамках методов отражательной поляризационной спектроскопии / Ю. П. Синичкин, А. В. Спивак, Д. А. Яковлев // Опт. Спектр. – 2009. – Т. 107, № 6. – С. 924–935.
132. Спивак А. В. Исследование влияния оптической анизотропии рассеивающих сред на поляризационные характеристики рассеянного света: дис. канд. физ.-мат. наук / А. В. Спивак. – Саратов, 2009. – 190 с.
133. Yakovlev, D.D. Quantitative mapping of collagen fiber alignment in thick tissue samples using transmission polarized-light microscopy. / D. D. Yakovlev et al. // J. Biomed. Opt. – 2016. – Vol. 21. – P. 0711111-1–0711111-12.
134. Aben, H. K. Optical phenomena in photoelastic models by the rotation of principal axes / H. K. Aben // Exp. Mech. – 1966. – Vol. 6. – P. 13–22.
135. Aben, H. K. Characteristic directions in optics of twisted birefringent media / H. K. Aben // J. Opt. Soc. Am. A. – 1986. – Vol. 3 – P. 1414–1421.
136. Градштейн, И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – М.: Наука, 1963. – 1108 с.
137. Cornacchio, J. V. On a Relation Between Two-Dimensional Fourier Integrals and Series of Hankel Transforms / J. V. Cornacchio, R. P. Soni // J. Res. Natl. Bur. Stand. Sec. B. – 1965. – Vol. 69. – P. 173–174.
138. Kosmopoulos, J.A. Geometrical optics approach to the nematic liquid crystal grating: numerical results / J.A. Kosmopoulos, H.M. Zenginoglou // Appl. Opt. – 1987. – Vol. 26. – P. 1714-1721.
139. Ryabchun, A. Dynamic diffractive patterns in helix-inverting cholesteric liquid crystals / A. Ryabchun, D. Yakovlev, A. Bobrovsky, N. Katsonis // ACS Appl. Mater. Interfaces. – 2019. – Vol. 11. – P. 10895–10904.
140. Helfrich, W. Deformation of cholesteric liquid crystals with low threshold voltage / W. Helfrich // Appl. Phys. Lett. – 1970. – Vol. 17. – P. 531–532.

141. Helfrich, W. Electrohydrodynamic and Dielectric Instabilities of Cholesteric Liquid Crystals / W. Helfrich // *J. Chem. Phys.* – 1971. – Vol. 55. – P. 839–842.
142. Hurault, J.P. Static distortions of a cholesteric planar structure induced by magnetic or ac electric fields / J.P. Hurault // *J. Chem. Phys.* – 1973. – Vol. 59. – P. 2068–2075.
143. Lavrentovich, O.D. Fast beam steering cholesteric diffractive devices / O.D. Lavrentovich, S.V. Shiyankovskii, D. Voloschenko // *Proc. SPIE.* – 1999. – Vol. 3787. – P. 149–155.
144. Senyuk, B. Electrically-controlled two-dimensional gratings based on layers undulations in cholesteric liquid crystals / B. Senyuk, I. Smalyukh, O. Lavrentovich // *Proc. SPIE.* – 2005. – Vol. 5936. – P. 5936W-1–5936W-9.
145. Scheffer, T.J. Electric and magnetic field investigations of the periodic grid-like deformation of a cholesteric liquid crystal / T.J. Scheffer // *Phys. Rev. Lett.* – 1972. – Vol. 28. – P. 593–596.
146. Яковлев, Д.А. Расчет характеристик пропускания плавно неоднородных анизотропных сред в приближении пренебрежимой малости объемного отражения. II. Численные методы / Д.А. Яковлев // *Опт. Спектр.* – 2003. – Т. 94. – С. 655–662.
147. Яковлев, Д.А. Расчет характеристик пропускания плавно-неоднородных анизотропных сред в приближении пренебрежимой малости объемного отражения. I. Исходное уравнение / Д.А. Яковлев // *Опт. Спектр.* – 1999. – Т. 87. – С. 990–995.
148. Яковлев, Д.А. Расчет характеристик пропускания плавно неоднородных анизотропных сред в приближении пренебрежимой малости объемного отражения. III. Аналитические решения / Д.А. Яковлев // *Опт. Спектр.* – 2003. – Т. 95. – С. 1010–1017.
149. Яковлев, Д.А. Простые формулы для амплитудных коэффициентов пропускания и отражения для границы раздела анизотропных сред / Д.А. Яковлев // *Опт. Спектр.* – 1998. – Т. 84. – С. 829–834.
150. Li, J. Infrared refractive indices of liquid crystals / J. Li et al. // *J. Appl. Phys.* – 2005. – Vol. 97. – P. 073501-1–073501-5.
151. Sun, Z. M. Dynamical characteristics of the Brochard-Leger wall in nematics / Z. M. Sun, X.-Y. Wang // *J. Phys. C.* – 1988. – Vol. 21. – P. L771–L775.
152. Arteaga, O. Natural optical activity vs circular Bragg reflection studied by Mueller matrix ellipsometry / O. Arteaga // *Thin Solid Films.* – 2016. – Vol. 617. – P. 14–19.
153. Eguchi, N. Lyotropic liquid crystal electrochemical polymerization of thiophene-based monomers: polymerization in cholesteric liquid crystal and columnar phase / N. Eguchi, H. Goto // *Soft.* – 2017. – Vol. 5. – P. 9–19.
154. Dong, J. Synthesis and characterization of a novel donor-acceptor-donor chiral inducer and application in electrochemical polymerization / J. Dong, K. Kawabata, H. Goto // *J. Mater. Chem. C.* – 2015. – Vol. 3. – P. 2024–2032.

155. Applications of circularly polarized radiation using synchrotron and ordinary sources / ed. by F. Allen, C. Bustamante – New York: Springer, 1985. – 193 p.
156. Vollick, B. From structure to properties of composite films derived from cellulose nanocrystals / B. Vollick, P.-Y. Kuo, M. Alizadehgiashi, N. Yan, E. Kumacheva // ACS Omega. – 2017. – Vol. 2. – P. 5928–5934.
157. Cheng, Z. Tuning chiral nematic pitch of bioresourced photonic films via coupling organic acid hydrolysis / Z. Cheng et al. // Adv. Mater. Interfaces. – 2019. – P. 1802010-1–1802010-12.
158. Mendoza-Galván, A. Mueller matrix spectroscopic ellipsometry study of chiral nanocrystalline cellulose films / A. Mendoza-Galván et al. // J. Opt. –2018. – Vol. 20. – P. 024001-1–024001-10.