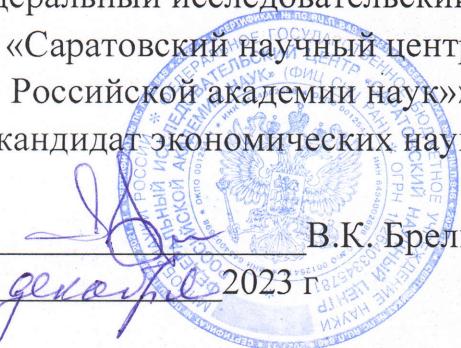


«УТВЕРЖДАЮ»

Заместитель директора Федерального  
государственного бюджетного  
учреждения науки  
«Федеральный исследовательский  
центр «Саратовский научный центр  
Российской академии наук»»  
кандидат экономических наук

В.К. Брель

«14» декабря 2023 г.



## ОТЗЫВ

ведущей организации о диссертации **Сафончик Марии Ильиничны**  
«Математическое моделирование нестационарного течения «запаздывающих»  
вязкопластических сред бингамовского типа с учетом эффекта «пристенного  
скольжения» на базе реологической модели Слибара-Паслай», представленной на  
соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по  
специальности 1.2.2 - «Математическое моделирование, численные методы и  
комплексы программ».

### **Актуальность темы диссертационного исследования.**

В различных отраслях химической, нефтяной, пищевой промышленности, медицине и т.д. используются вязкопластические материалы, которые проявляют свойства жидкости по достижении определенного внутреннего касательного напряжения, называемого пределом текучести, ниже которого материал испытывает лишь упругие деформации и ведет себя как твердое тело. Математическое моделирование поведения подобных сред имеет большое прикладное значение для оптимизации различных технологических процессов. Вместе с тем, классическая реологическая модель Шведова – Бингама для одномерного течения и обобщающая ее на пространственный случай модель Генки – Ильюшина не учитывают эффект гистерезиса при восстановлении структуры, когда разрушение структуры вязкопластических материалов происходит при одном пределе текучести, а восстановление при другом, значительно меньшем. Следовательно, для оптимизации ряда технологических процессов требуется развитие математических моделей типа модели Слибара – Паслай, а также соответствующих методов компьютерного моделирования. Также при построении математической модели и проведении компьютерного моделирования следует учитывать возможность резкого изменения

сопротивления при определенных скоростях движения и скольжения жидкости вдоль твердых стенок, что в представленной работе выполнено на основе гипотезы Н.П. Петрова. Математические модели неустановившихся многофазных течений вязкопластических сред представляют собой начально-краевые задачи типа Стефана с заранее неизвестной подвижной границей, и представляет интерес развитие методов их численного интегрирования. Поэтому тема диссертационной работы является актуальной и соответствует специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

**Научная новизна результатов диссертационного исследования.** Научная новизна работы обусловлена тем, что автором предложена математическая модель неустановившихся многофазных течений вязкопластических сред на основе модели Слибара – Паслая, отличающаяся от известных аналогов учетом возможного «проскальзывания» среды вдоль твердой стенки. Предложен метод численного моделирования для решения задач неустановившегося течения вязкопластических сред, отличающийся от известных решений отображением области с подвижной границей на неподвижную область, применением дискретизации по независимой пространственной переменной на основе проекционного метода Галеркина, и дальнейшим численным интегрированием по времени задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод позволяет определить положение границы раздела фаз течения, применим на всех этапах компьютерного моделирования и, как показывает сравнение с найденными автомодельными решениями, обладает высокой точностью. Для корректной постановки задачи развития течения из состояния покоя, когда требуется решать начально-краевые задачи с особой точкой, предложено использовать методы асимптотического интегрирования в малой окрестности особой точки. Разработан и реализован программный комплекс моделирования неустановившихся течений вязкопластических сред с подвижными границами раздела фаз. На основе разработанного программного комплекса для задач с гистерезисом деформации и возможным «проскальзыванием» вдоль твердой стенки впервые исследовано движение границы раздела фаз, а также влияние «проскальзывания» среды вдоль твердой стенки на параметры течения.

**Значимость результатов диссертации для науки и практики.** Теоретическая значимость работы связана с тем, что развита теория, проведена постановка задач, разработаны математические модели и методы численного моделирования в задачах нестационарных многофазных течений вязкопластических сред с подвижными границами. Проведенная разработка является основой для дальнейшего развития методов численного анализа и компьютерного моделирования для начально-краевых задач типа Стефана с подвижной границей, в том числе и для сред с более сложными свойствами. Тематика работы обусловлена выполнением исследований по гранту РФФИ «Математические модели и компьютерное моделирование течений

вязкопластических жидкостей» (проект РФФИ № 20-31-90040). Практическая значимость связана с тем, что полученные результаты могут быть использованы при проектировании и математическом моделировании технологических процессов в различных производствах, таких как добыча нефти и торфа, изготовление цемента, пластмасс, стекла, различных пищевых продуктов, прокат металлов и других, связанных с использованием вязкопластических материалов. Разработанный комплекс программ (свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2023662977) позволяет решать практико-ориентированные задачи исследования течения вязкопластических жидкостей по системам коммуникаций, моделирование технологических процессов в нефтяной, пищевой и других отраслях промышленности.

**Достоверность и обоснованность результатов.** Достоверность и обоснованность полученных результатов обеспечивается корректной математической постановкой задач, адекватно описывающей рассматриваемые физические процессы, применением апробированных методов качественного и численного анализа математических моделей и подтверждается расчетами на основе численного моделирования, а также согласованием полученных результатов с данными экспериментальных и численных исследований других авторов.

**Структура и содержание диссертации, ее завершенность.** Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения, библиографического списка и приложений.

Во введении на основе выполненного обзора работ отечественных и зарубежных ученых автором сформулирована цель исследования и его основные задачи.

В первой главе приводится обзор различных реологических моделей вязкопластических сред и обосновывается выбор модели Слибара – Паслай в качестве основы для построения математической модели неустановившихся многофазных течений вязкопластических сред с учетом гистерезиса деформации при нагружении и разгрузке. Рассматривается возможность моделирования «проскальзывания» вязкопластической среды вдоль твердой стенки на основе подхода, аналогичного гипотезе Н.П. Петрова для вязкой жидкости. Приводятся сведения о разработанном проблемно-ориентированном комплексе для моделирования неустановившихся многофазных течений вязкопластических сред с подвижными границами раздела фаз.

Во второй главе поставлена и решена задача о моделировании неустановившегося «запаздывающего» течения вязкопластической жидкости по наклонной плоскости с учетом эффекта «пристенного скольжения». Для численного интегрирования задач типа Стефана с подвижной границей предложен метод на основе отображения на область с неподвижной границей, дискретизации по независимой пространственной переменной при помощи

проекционного метода Галеркина и дальнейшего численного интегрирования по времени задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Для корректной постановки начально-краевой задачи с особой точкой, моделирующей развитие течения, применялся метод асимптотического интегрирования в малой окрестности особой точки. Рассмотрены все возможные этапы течения, приведены результаты численного моделирования.

В третьей главе поставлена и решена задача о моделировании неустановившегося «запаздывающего» течения вязкопластической жидкости в неподвижной трубе круглого сечения под действием перепада давления с учетом эффекта «пристенного скольжения». Для этого развиты методы, предложенные во второй главе. Рассмотрены все возможные этапы течения, приведены результаты численного моделирования.

В четвертой главе, с целью дальнейшей проверки точности и эффективности предложенных численных методов, рассматриваются пять автомодельных решений для задач течений вязкопластических сред: для этапа развития течения по одному решению для плоскопараллельного и осесимметричного движения среды, два решения для этапа восстановления структуры при плоскопараллельном движении и одно решение для этапа восстановления структуры при осесимметричном движении среды. По результатам тестирования алгоритмов компьютерного моделирования показана их высокая точность. Для проверки корректности численных алгоритмов автомодельные решения модифицировались так, чтобы учесть влияние распределенных по объему внешних сил в плоскопараллельном случае и градиента давления – в осесимметричном.

В заключении приведены основные выводы по результатам диссертационного исследования.

Диссертация является законченной научно-квалификационной работой, написанной ясным научным языком с представлением результатов моделирования в виде большого числа расчетов и графиков. Работа изложена последовательно, а полученные автором в ходе диссертационного исследования результаты и выводы обоснованы.

**Соответствие автореферата основным положениям диссертации, отражение результатов работы в научной печати.** В автореферате полно отражены основные положения диссертации. По результатам исследования опубликовано 13 статей в рецензируемых изданиях, из них 3 в изданиях, рекомендованных ВАК РФ (две категории К2 и одна категория К1). Получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ. Опубликованные работы правильно и достаточно полно отражают содержание диссертации.

### **Замечания.**

1. Применяемые в работе методы математического и компьютерного

моделирования нестационарных многофазных течений вязкопластических сред не ограничены исключительно линейной связью напряжений и скоростей деформаций.

2. Представляет интерес сравнение эффективности использования в качестве базисных функций предложенного варианта проекционного метода Галеркина наряду со смещенными ортогональными полиномами Чебышева 1-го рода других полных систем ортогональных полиномов, например, ортогональных полиномов Лежандра и т.д.
3. Строго говоря, частные решения (4.80) и (4.81) на стр. 109 диссертации выражаются через модифицированные цилиндрические функции первого и третьего рода порядков 0 и 1.

Замечания касаются оформления работы либо направлений дальнейших исследований, и не затрагивают существа работы и полученных в ней результатов.

### **Заключение.**

Диссертация Сафончик Марии Ильиничны «Математическое моделирование нестационарного течения «запаздывающих» вязкопластических сред бингамовского типа с учетом эффекта «пристенного скольжения» на базе реологической модели Слибара-Пасляя» является завершенной научно-квалификационной работой, в которой содержится решение научной задачи включающей построение математических моделей и компьютерное моделирование неустановившихся течений вязкопластических жидкостей, а также развитие методов численного анализа для начально-краевых задач типа Стефана с подвижной границей, и имеющей существенное значение для математического моделирования многофазных нестационарных течений вязкопластических сред. Диссертация соответствует паспорту специальности 1.2.2 – «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ». Она выполнена самостоятельно на высоком научном уровне и является законченной научно-квалификационной работой. Полученные автором результаты достоверны, выводы и заключения обоснованы. Автореферат и опубликованные работы соответствует основному содержанию диссертации.

Диссертационная работа Сафончик Марии Ильиничны на тему «Математическое моделирование нестационарного течения «запаздывающих» вязкопластических сред бингамовского типа с учетом эффекта «пристенного скольжения» на базе реологической модели Слибара-Пасляя» отвечает требованиям п.п. 9-11, 13, 14 «Положения о присуждении ученых степеней», утвержденного Правительством Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Автор диссертационной работы Сафончик Мария Ильинична заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-

математических наук по специальности 1.2.2 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Отзыв обсужден и одобрен после его рассмотрения на научном семинаре лаборатории механики, навигации и управления движением от 11 декабря 2023 г.

Заведующий лабораторией  
механики, навигации  
и управления движением  
д.ф.-м.н., профессор

Челноков Юрий Николаевич

Главный научный сотрудник,  
д.ф.-м.н., профессор

Ольшанский Владимир Юрьевич

Подписи Челнокова Ю.Н. и Ольшанского В.Ю. заверяю.



*Сведения о ведущей организации:*

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Федеральный исследовательский центр «Саратовский научный центр Российской академии наук»

Адрес: 410028, г. Саратов, ул. Рабочая, 24

Тел. (845-2)27-14-36; (845-2)23-45-10

E-mail: [sncransar@san.ru](mailto:sncransar@san.ru); [sncransar@yandex.ru](mailto:sncransar@yandex.ru)

Сайт: <http://СНЦРАН.рф>