

Институт проблем точной механики и управления — обособленное структурное
подразделение Федерального государственного бюджетного учреждения науки
Федерального исследовательского центра «Саратовский научный центр
Российской академии наук»

На правах рукописи

Шнайдер Илья Андреевич

**Математическая модель и численный метод для
решения задачи локализации источника
атмосферного загрязнения**

Специальность 1.2.2 —

«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, доцент
Богомолов Алексей Сергеевич

Саратов — 2026

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
1 Задачи локализации источников промышленных атмосферных выбросов	14
1.1 Обзор моделей распространения загрязняющих веществ в атмосфере	14
1.2 Обзор существующих методов локализации источников атмосфер- ного загрязнения	22
1.3 Обзор методов экологического мониторинга атмосферного воздуха.	26
1.3.1 Методы измерений и наблюдений	26
1.3.2 Категории контролируемых параметров	27
1.3.3 Обработка и анализ данных	28
1.3.4 Используемые в настоящем исследовании данные	28
1.4 Задачи, решаемые по локализации источников атмосферного загряз- нения	29
1.5 Постановка задачи локализации источников атмосферного загряз- нения	32
Выводы по главе 1	33
2 Продукционная математическая модель расчета распространения атмосферного загрязнителя.....	35
2.1 Общая характеристика проблемы расчета распространения атмо- сферных загрязнителей	35
2.2 Разработка модели	36
2.3 Анализ поведения коэффициента влияния на концентрацию повы- шенной влажности воздуха при осадках K_{RH}	52
2.4 Анализ основных математических свойств и ограничений модели переноса примеси	54
2.5 Влияние классов устойчивости атмосферы	57
Выводы по главе 2	59
3 Решение задачи локализации источника атмосферного загрязнения.....	61
3.1 Алгоритм решения задачи	61
3.2 Анализ используемой функции	66
3.3 Применение метода роя частиц для решения задачи оптимизации...	71

3.3.1	Влияние компонент на поведение частиц.....	72
3.3.2	Применимость метода роя частиц к задаче локализации источников атмосферного загрязнения.....	74
3.4	Многоуровневый иерархический метод роя частиц с пространственной декомпозицией области поиска	75
3.5	Методика преобразования координат для учёта направления ветра..	85
	Выводы по главе 3	86
4	Комплекс программ для локализации источников атмосферных выбросов	89
4.1	Программная реализация	89
4.2	Архитектура комплекса программ.....	89
4.3	Схема практического использования.....	104
4.4	Анализ вычислительной сложности решаемой задачи локализации источника промышленных атмосферных выбросов.....	105
4.5	Оценка точности продукционной модели	108
4.6	Результаты моделирования распространения атмосферных загрязнителей	109
4.7	Оценка вычислительной эффективности многоуровневого иерархического метода роя частиц	112
4.8	Оценка точности решения задачи локализации	114
4.9	Результаты локализации источников на промышленной территории	117
	Выводы по главе 4	118
	СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	121
	ПРИЛОЖЕНИЕ 1. АКТ ВНЕДРЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ В ОАО "Лига".....	134
	ПРИЛОЖЕНИЕ 2. АКТ ВНЕДРЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ В ИПТМУ ФИЦ СНЦ РАН.....	135
	ПРИЛОЖЕНИЕ 3. СВИДЕТЕЛЬСТВО О ГОСУДАРСТВЕННОЙ РЕГИСТРАЦИИ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ.....	136

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях распространения промышленных производств и изменения климата вопросы загрязнения атмосферного воздуха остаются нерешенной проблемой. Атмосфера является наиболее динамичным компонентом природной среды, и любые изменения в её составе мгновенно отражаются как на здоровье человека, так и на функционировании экосистем. Загрязнение воздуха промышленными выбросами оказывает негативное влияние на здоровье населения и экономику: от роста заболеваемости органов дыхания и сердечно-сосудистой системы до ухудшения условий ведения хозяйственной деятельности и нарушения устойчивости социально-экономического развития регионов.

Актуальность проблемы возрастает и в связи с глобальными тенденциями урбанизации и индустриализации. Современные промышленные предприятия всё чаще сосредоточены в пределах крупных городов или в непосредственной близости от них, где проживает значительная часть населения страны. По данным Роспотребнадзора постоянному токсическому воздействию из-за близости вредных производств подвержены 83,8 млн россиян в 42 регионах страны [1]. Это создаёт дополнительные риски для экологической безопасности, так как в таких условиях формируются зоны сложного взаимодействия множества источников загрязнения, а уровень концентраций вредных примесей может существенно превышать установленные санитарные нормы. Особую опасность представляют неучтённые или нелегальные источники выбросов, которые затрудняют соблюдение государственных нормативов по охране атмосферного воздуха и подрывают эффективность существующей системы экологического контроля.

Традиционные методы экологического мониторинга ориентированы прежде всего на регистрацию концентраций загрязняющих веществ в фиксированных точках. Несмотря на высокую точность приборных измерений, такие данные сами по себе не позволяют установить источник загрязнения и его характеристики. Для интерпретации результатов мониторинга необходимы математические модели распространения примесей в атмосфере и методы обратного моделирования, которые позволят по информации о концентрациях в контрольных точках восстанавливать параметры источников. Однако решение подобных задач осложняется рядом факторов. На формирование и пространственное распределение шлейфов загрязнителей существенное влияние оказывают метеорологические факторы, в частности атмосферные осадки, которые способствуют процессам вымывания и

осаждения примесей. Исследования показывают, что пренебрежение влиянием осадков может приводить к недооценке уровня загрязнения, особенно в районах с повышенной влажностью и частыми дождями, что, в свою очередь, усложняет оценку реального состояния атмосферного воздуха [2]. Традиционные модели рассеивания не всегда позволяют корректно определить координаты источников выбросов, особенно при сочетании множества факторов — рельефа местности, скорости и направления ветра, температуры и осадков.

Проблема оперативной локализации источников становится особенно актуальной при аварийных выбросах на химически опасных объектах. Однако существующие подходы нередко ограничиваются использованием упрощенных моделей и не учитывают динамику осадков, что приводит к существенным погрешностям в оценке зон воздействия [3].

Анализ нормативных документов, включая Приказ Минприроды России от 06.06.2017 №273, показывает, что существующие методики ориентированы преимущественно на оценку воздействия стационарных источников в процессе проектирования промышленных объектов [4]. При этом влияние переменных метеорологических факторов, в том числе осадков, учитывается лишь в ограниченном объеме. В настоящее время отсутствуют систематические рекомендации, касающиеся локализации источников выбросов в реальном времени с учетом вымывания загрязнителей.

В связи с этим актуальной научной задачей является разработка математических моделей распространения загрязнителя, учитывающих влияние осадков и программных комплексов, использующих такие модели для локализации новых источников загрязнения. Решение этой задачи позволит повысить точность локализации, своевременно выявлять источники загрязнения и обосновывать меры по снижению экологических рисков.

Уровень разработанности проблематики

В области моделирования процессов рассеивания примесей при различных метеорологических условиях следует отметить труды А.В. Семакиной [5], в которых предложены математические подходы к описанию динамики загрязнителей в атмосферном воздухе. В работах В.И. Рязанова разработаны методологические основы численного моделирования атмосферных загрязнений с использованием дистанционных измерений и обратных задач для оценки качества воздуха

[6]. Методы численного решения обратных задач, позволяющие определять параметры источников по данным наблюдений концентраций, развиваются в работах Е.А. Панасенко и А.В. Старченко [7], А.А. Чубатова и В.Н. Кармазина [8].

Для описания пространственного распределения примеси применяются аналитические модели гауссовского типа, учитывающие параметры источника, характеристики турбулентной диффузии и метеорологические условия [11–13, 22, 23]. Развиваются также модели, учитывающие подъём факела, особенности атмосферного пограничного слоя и процессы взаимодействия примеси с земной поверхностью [35, 37, 42, 48]. Более детальное описание процессов переноса обеспечивается численными моделями, включая модели вычислительной гидродинамики, позволяющие учитывать неоднородность воздушного потока, особенности рельефа и городской застройки [24, 26, 29–33].

Отдельное направление составляют лагранжевы модели распространения примеси, основанные на расчёте движения частиц в атмосферном потоке. Данный подход используется для моделирования переноса и рассеивания загрязняющих веществ на различных пространственных масштабах и реализован, в частности, в современных моделях FLEXPART и HYSPLIT [98, 108–110, 119, 120]. Для повышения физической полноты моделей рассматривается учёт процессов сухого осаждения частиц и газообразных примесей [107, 112–114, 123], а также влияния атмосферных осадков на концентрацию загрязняющего вещества [10, 111]. Существенное влияние на формирование и распространение шлейфа оказывают метеорологические характеристики, включая устойчивость атмосферы и относительную влажность [34, 49, 121, 122].

При решении обратных задач определения характеристик источников применяются статистические, байесовские и регуляризационные методы, позволяющие восстанавливать координаты, мощность и другие параметры источника по данным измерений [14–17, 81–85]. Для поиска параметров источника используются также методы глобальной оптимизации, в том числе генетические алгоритмы и метод роя частиц [18, 38, 93–97]. Исследования показывают возможность применения роевых алгоритмов для решения задач идентификации источников при использовании моделей атмосферного рассеивания [18, 94].

Несмотря на значительные достижения в области моделирования атмосферного переноса загрязняющих веществ, вопросы учёта влияния сухого

осаждения [9] и осадков при решении задач локализации источников выбросов остаются недостаточно исследованными [10] в части влияния состава частиц, взаимодействия сухого и влажного осаждения, а также точности коэффициентов осаждения и их валидации экспериментальными данными. Актуальность настоящей работы обусловлена необходимостью автоматизации обработки больших объёмов данных, учёта погодных факторов в моделировании и обеспечения точного и оперативного определения параметров источников выбросов.

Цель исследования

Целью исследования является разработка математической модели, численного метода и комплекса программ для решения задачи локализации источников атмосферного загрязнения на промышленной территории с учётом сухого осаждения и влияния влажности на распространение загрязнителей при осадках.

Задачи исследования

Для достижения поставленной цели в диссертации решаются следующие задачи:

1. Разработать математическую модель распространения загрязняющих веществ в атмосфере с учетом сухого осаждения и влияния влажности при жидких осадках.
2. Найти алгоритм решения задачи локализации источников распространения загрязняющих веществ в атмосфере с учетом переменных метеоусловий, а также влияния сухого осаждения и влияния влажности при жидких осадках.
3. Разработать комплекс программ для автоматизированного решения задачи локализации источников атмосферного загрязнения с учетом сухого осаждения и влияния влажности при жидких осадках.
4. Проверить точность и подтвердить на практике преимущество разработанных математических моделей и алгоритмов с использованием актуальных данных экологического мониторинга.

Объект исследования

Объектами исследования являются участки промышленной территории с источниками промышленных атмосферных выбросов.

Предмет исследования

Предметом исследования выступают математические модели и численные методы для решения задач локализации источников атмосферного загрязнения.

Научная новизна

1. Предложена постановка задачи локализации источников атмосферного загрязнения как обратной задачи математического моделирования распространения шлейфа загрязнителя, отличающаяся совместным учётом вкладов известных (задекларированных) и неизвестных (неинвентаризованных) источников, а также разреженности и зашумлённости результатов наблюдений, позволяющая свести поиск координат и интенсивности новых источников к задаче глобальной оптимизации целевой функции рассогласования модельных и наблюдаемых концентраций.
2. Разработана продукционная математическая модель распространения атмосферных загрязнителей, отличающаяся возможностью учёта процессов сухого осаждения и влияния влажности при выпадении жидких атмосферных осадков и позволяющая повысить точность расчётов распространения загрязнителей при изменяющихся метеоусловиях.
3. Развита иерархический численный метод на основе метода роя частиц (МРЧ) для решения задачи локализации источников атмосферного загрязнения, отличающийся пространственной декомпозицией области поиска, использованием локальных роёв для формирования информированной начальной популяции глобального роя и позволяющий сократить время решения задачи за счёт параллельного выполнения локальных этапов и использования информированной начальной популяции глобального роя.
4. Для рассматриваемой задачи доказана лемма о монотонном невозрастании целевой функции лучшего решения и теорема о сходимости метода к минимуму целевой функции на всей области поиска при условии сходимости стандартного метода роя частиц, что обеспечивает математическую обоснованность метода.

Теоретическая ценность

Теоретическая ценность научной работы состоит в развитии подходов к математическому моделированию процессов распространения загрязнителей в

средах с переменными погодными условиями и локализации новых источников атмосферных загрязнителей в виде различных химических веществ.

Практическая ценность

Практическая ценность диссертационной работы состоит в возможности повышения эффективности государственного экологического контроля за счет:

- выявления нелегальных и неучтённых источников выбросов;
- поддержки принятия решений по снижению техногенной нагрузки на окружающую среду;
- визуализации экологической обстановки на промышленных территориях в форме картосхем и тепловых карт.

Тема диссертации соответствует направлению из Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации (Утверждена Указом Президента Российской Федерации от 28 февраля 2024 г. № 145 «О Стратегии научно-технологического развития Российской Федерации»), Н8 объективная оценка выбросов и поглощения климатически активных веществ, снижение их негативного воздействия на окружающую среду и климат, повышение возможности качественной адаптации экосистем, населения и отраслей экономики к климатическим изменениям.

Тема диссертации и ее результаты непосредственно связаны с направлением «Адаптация к изменениям климата, сохранение и рациональное использование природных ресурсов» из Указа Президента Российской Федерации от 18 июня 2024 г. № 529 «Об утверждении приоритетных направлений научно-технологического развития и перечня важнейших наукоемких технологий».

Результаты диссертационной работы соответствуют темам научных исследований ИПТМУ ФИЦ СНЦ РАН и использованы в отчетах о научно-исследовательской работе по теме «Разработка интеллектуальных моделей и методов управления сложными человеко-машинными системами в условиях критических ситуаций» (FFNM-2022-0010).

Соответствие паспорту специальности

Диссертация соответствует п. 1, 2, 3, 8 паспорта научной специальности 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Реализация и внедрение результатов работы

Разработанные математические модели и методы признаны эффективными и внедрены в производственную и научную деятельность ОАО «Лига», ФГБОУ ВО СГУ им. Н.Г. Чернышевского, ФИЦ СНЦ РАН.

Положения и результаты, выносимые на защиту

1. Постановка задачи локализации источников атмосферного загрязнения как обратной задачи математического моделирования распространения шлейфа загрязнителя, в которой искомые параметры источника (координаты, высота, интенсивность и длительность выброса) восстанавливаются по наблюдениям концентраций на разреженной сети датчиков, а вклады инвентаризованных источников предварительно вычитаются из данных мониторинга.
2. Гетерогенная математическая модель распространения атмосферных загрязнителей, учитывающая процессы сухого осаждения и выпадения жидких атмосферных осадков, а также её математические свойства и границы применимости.
3. Развитый многоуровневый иерархический численный метод на основе метода роя частиц для решения задачи локализации источников атмосферного загрязнения, отличающийся пространственной декомпозицией области поиска и формированием информированной начальной популяции глобального роя на основе локальных роёв.
4. Математическое обоснование разработанного метода: лемма о монотонном невозрастании целевой функции лучшего найденного решения и теорема о сходимости метода к минимуму целевой функции на всей области поиска при условии сходимости стандартного метода роя частиц.
5. Алгоритм и комплекс программ, реализующие разработанную модель и многоуровневый иерархический метод роя частиц и обеспечивающие автоматизированное решение задачи локализации источников атмосферного загрязнения с визуализацией результатов на картосхемах заданных территорий.

Апробация работы

Основные результаты работы докладывались на следующих научных конференциях и семинарах:

1. XIV научно-практическая конференция «Presenting Academic Achievements to the World» (Саратов, 2023).
2. XVI – XVIII международные конференции «Управление развитием крупномасштабных систем» (MLSD) (Москва, ИПУ РАН, 2023, 2024, 2025).
3. XI всероссийская научно-практическая конференция по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности «Имитационное моделирование. Теория и практика» ИММОД-2023 (Казань, 2023).
4. Всероссийская научно-практическая конференция «Экологический мониторинг опасных промышленных объектов: современные достижения, перспективы и обеспечение экологической безопасности населения» (Саратов, 2024).
5. Семинары лаборатории № 33 крупномасштабных систем ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН; семинар лабораторий системного анализа и управления и лаборатории комплексных научных исследований ИПТМУ ФИЦ СНЦ РАН.

Публикации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 12 печатных изданиях, в том числе трех из перечня ВАК по данной специальности (I, II и III уровни), а также кроме этого – 4 публикаций, индексированных в Scopus.

Личный вклад автора

Соискатель самостоятельно

1. установил, что задача локализации новых источников атмосферного загрязнения может решаться как обратная задача математического моделирования распространения шлейфа загрязнителя с использованием оптимизации методом роя частиц;
2. предположил и обосновал, что учет сухого осаждения и влияния влажности при жидких осадках позволяет существенно более точно моделировать распространение шлейфа загрязнителей атмосферы;
3. разработал математическую модель распространения загрязнителей в атмо-

- сфере с учётом сухого осаждения и влияния влажности при жидких осадках;
4. построил алгоритм решения задачи локализации источников атмосферного загрязнения, основанный на применении разработанной модели и многоуровневого иерархического метода роя частиц;
 5. сформулировал и доказал лемму о монотонном невозрастании целевой функции лучшего решения и теорему о сходимости метода к минимуму целевой функции на всей области поиска при условии сходимости стандартного метода роя частиц;
 6. разработал проблемно-ориентированный комплекс программ, обеспечивающий автоматизацию поиска источников загрязнения и визуализацию результатов на картосхемах заданных территорий.

Достоверность и обоснованность результатов диссертационной работы обеспечиваются корректным применением известных математических методов и алгоритмов, а также подтверждаются их опубликованием в ведущих рецензируемых научных журналах категорий К1 и К2, рекомендованных ВАК при Минобрнауки России, а также в научных изданиях, входящих в международную базу данных Scopus.

Структура и объем работы.

Диссертация включает введение, 4 главы, заключение, список литературы из 124 наименований и приложения. Работа изложена на 136 страницах, содержит 23 рисунка, 9 таблиц.

Основное содержание работы

Во введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится краткий обзор современного состояния изучаемой проблемы, формулируется цель, ставятся задачи работы, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

В первой главе проведён обзор актуальных проблем и подходов в области моделирования распространения атмосферных загрязнителей и локализации источников выбросов. Рассмотрены классические и современные модели дисперсии, включая гауссов шлейф, модели Эрмака и подходы Лагранжа и Эйлера. Проведен анализ методов экологического мониторинга и показано, какие группы параметров фиксируются современными системами датчиков для оценки состояния атмосферы на промышленных территориях.

Вторая глава посвящена разработке модели расчета распространения загрязнителей в атмосферном воздухе с учетом влияния сухого осаждения и жидких атмосферных осадков. В основу модели была положена модель расчета распространения атмосферных загрязнителей в атмосферном воздухе с учетом влияния сухого осаждения, также известная как модель Д.Л. Эрмака.

В **третьей главе** предлагается алгоритм численного решения задачи локализации источников атмосферного загрязнения на основе разработанной продукционной модели расчёта распространения загрязнителя и многоуровневого иерархического метода роя частиц с пространственной декомпозицией области поиска. Рассматривается сведение к задаче поиска минимума целевой функции, исследование целевой функции, а также разработка многоуровневого иерархического метода роя частиц, отличающегося последовательным применением локального и глобального поиска и позволяющего повысить эффективность поиска положения источника в области значительного размера.

В **четвертой главе** описана программная реализация разработанных моделей и методов в виде двух вариантов программного комплекса: веб и десктоп-приложения, проведена проверка результатов моделирования распространения атмосферного загрязнения, определены оптимальные параметры оптимизации для МРЧ, решена задача локализации источника на модельном примере.

1 Задачи локализации источников промышленных атмосферных выбросов

1.1 Обзор моделей распространения загрязняющих веществ в атмосфере

При решении задач определения источников загрязнений применяется комплекс математических методов и моделей для расчета распространения загрязнителей. Моделирование распространения загрязнений атмосферного воздуха проводилось еще с 30-х годов прошлого столетия, но остается актуальной темой для исследования и сейчас. Влияние значительного числа различных факторов на распространение загрязнителя делает эту задачу весьма сложной. Первые аналитические и статистические модели были выведены в работах Тэйлора [11], Робертса [12] и Сеттона [13]. Тэйлор первым применил диффузионное (параболическое) уравнение для описания движения примеси в сплошной среде. Распространение загрязнителя в приземном слое атмосферы может быть описано дифференциальным уравнением в частных производных, известным как уравнение турбулентной диффузии или уравнение переноса:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} + v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} \right), \quad (1.1)$$

где x, y, z — координаты точки расчета (м); C — концентрация вещества в точке пространства. Это уравнение положило начало использованию К-теории для оценки качества атмосферного воздуха и позволяет рассчитать распределение примеси в системе координат, связанной с центром облака примеси, которое движется вдоль оси X с постоянной скоростью ветра. Эта модель использует гипотезу о том, что поток массы примеси в турбулентной атмосфере линейно зависит от градиента концентрации и для моделирования турбулентного рассеивания в атмосфере можно применить закон молекулярной диффузии (закон Фика). Аналогичное приближение применялось ранее для решения уравнений гидродинамики Буссинеском.

Наиболее используемыми вариантами решения уравнения адвекции являются как простые эмпирические модели, так и аналитические и численные подходы, позволяющие оценить распределение загрязнителя в атмосфере. Экспоненциальные модели распространения загрязнителей описывают убывание концентрации вещества по мере удаления от источника с помощью простого

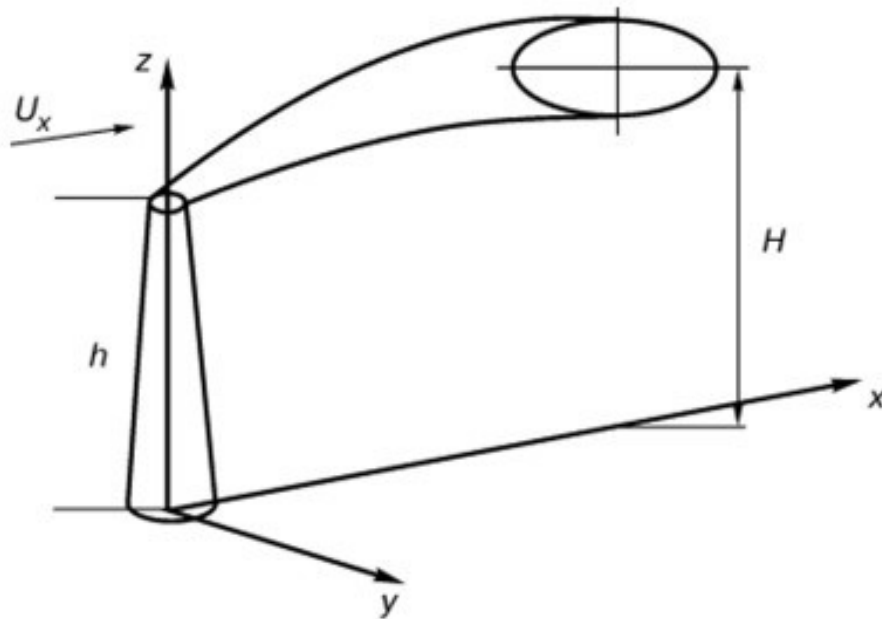


Рисунок 1 — Схематическое изображение шлейфа загрязнителя, исходящего из источника (трубы)

экспоненциального закона. Обычно концентрация C уменьшается по закону $C \sim C_0 \exp(-\lambda r)$, где r — расстояние от источника, а λ — эмпирический коэффициент ослабления. Такие модели применяются для предварительной оценки зон влияния выброса и для быстрого анализа опасных участков вокруг промышленных источников. Их основное преимущество — простота и наглядность, однако они не учитывают сложное взаимодействие ветра, турбулентности и вертикальной диффузии. Для более детального понимания пространственного распределения загрязнителя удобно использовать схематическое изображение шлейфа от источника, например трубы или дымовой трубы, представленное на рисунке 1, что позволяет наглядно представить форму и направление распространения облака загрязнения. В дальнейшем были разработаны более точные модели, включая модели Гауссова шлейфа, Д. Эрмака, Дорана и Херста, Лина и Хильдемана, которые используют физические законы переноса частиц для более реалистичного прогнозирования распределения вещества в атмосфере.

До середины 20 века более интенсивно развивались статистические модели, в которых наиболее признанной была модель Сеттона. Модель Сеттона представляет собой раннюю версию Гауссовой модели шлейфа, разработанную О. Г. Сеттоном в 1947 году для описания дисперсии загрязняющих веществ в атмосфере. Эта модель основана на теории турбулентной диффузии и используется для оценки концентрации загрязнителей на расстоянии от источника. Она

учитывает адвекцию ветром и диффузию, предполагая гауссово распределение концентрации в поперечном и вертикальном направлениях.

Уравнение выводится из уравнения адвекции-диффузии под предположениями о стационарности, постоянном ветре вдоль оси x ($\vec{u} = (u, 0, 0)$) и пренебрежении диффузией вдоль x , таким образом, уравнение упрощается до:

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = K \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + Q \delta(x) \delta(y) \delta(z - H), \quad (1.2)$$

где Q — интенсивность источника на высоте H [14].

Сеттон ввел зависимость коэффициента диффузии от расстояния: $K(x) \propto x^{2-n}/(n-1)$, где n - параметр турбулентности. Путем замены переменных $r = (1/u) \int_0^x K(\xi) d\xi$ уравнение сводится к форме с постоянным коэффициентом, решение которой имеет гауссов вид:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right], \quad (1.3)$$

где σ_y и σ_z стандартные отклонения, зависящие от x по степенному закону: $\sigma = Cx^m$, с параметрами C и m .

Модель представляет процесс переноса, комбинируя адвекцию (перенос ветром) и диффузию (рассеивание). Адвекция доминирует вдоль направления ветра, а диффузия — в поперечных направлениях. Отражение от земли учитывается добавлением зеркального источника. Параметры σ_y и σ_z определяются эмпирически на основе классов устойчивости атмосферы.

Содержательный обзор работ по моделированию распространения примеси в атмосфере до 1954 года представлен в материалах, подготовленных Департаментом Службы погоды США и опубликованных в книге [25]. Одной из наиболее распространённых моделей распространения загрязнителя атмосферы стала модель Гауссова шлейфа, в основе которой лежит предположение о нормальном распределении концентрации загрязнителя по поперечным координатам. В случае стационарной постановки делаются упрощающие предположения: скорость ветра u постоянна и направлена вдоль оси x , источник выбрасывает загрязнитель с постоянной интенсивностью Q , турбулентная диффузия изотропна ($K_x = K_y = K_z = K$) и зависит только от x , рельеф местности плоский, продольной

диффузией вдоль оси x можно пренебречь. Тогда уравнение турбулентной диффузии для источника в точке $(0, 0, H)$ запишется как

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = K_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}, \quad (1.4)$$

и интегрирование по времени для непрерывного источника приводит к установившемуся распределению концентрации

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right]. \quad (1.5)$$

Для описания нестационарного случая, когда выброс носит пульсовый характер, масса загрязнителя M мгновенно попадает в атмосферу в момент $t = 0$. Тогда учитывается временная зависимость, и уравнение принимает вид

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = K \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) + M \delta(x) \delta(y) \delta(z-H) \delta(t). \quad (1.6)$$

Его решение для $t > 0$ имеет вид

$$C(x, y, z, t) = \frac{M}{(\sqrt{4\pi K t})^3} \exp\left(-\frac{(x-ut)^2}{4Kt}\right) \exp\left(-\frac{y^2}{4Kt}\right) \exp\left(-\frac{(z-H)^2}{4Kt}\right), \quad (1.7)$$

что описывает перемещение центра облака вдоль оси x со скоростью u и его расширение во времени. При наличии подстилающей поверхности обычно добавляют симметричный «зеркальный» источник на высоте $-H$, чтобы удовлетворить условию отражения. Таким образом, стационарная модель описывает усреднённое установившееся поле концентраций от непрерывного источника, а нестационарная позволяет анализировать аварийные выбросы и динамику облака во времени. Обе модели основаны на гауссовом распределении и имеют схожие ограничения: однородный и постоянный ветер, отсутствие сложной топографии, химических реакций и оседания частиц. В более сложных условиях для прогноза применяются численные модели (CFD, LES и др.).

Впоследствии были получены модификации модели Гауссова шлейфа и для более строгих начальных условий. Модель Эрмака (D. L. Ermak, 1977) [14] является развитием гауссовой модели шлейфа и учитывает два ключевых

процесса: оседание (settling) частиц под действием силы тяжести и сухую депозицию (deposition) на подстилающую поверхность. Для тяжёлых частиц оседание происходит со скоростью w_{set} [м/с], которая для сферических частиц радиуса R и плотности ρ может быть приближённо оценена по закону Стокса

$$w_{set} = \frac{2\rho g R^2}{9\mu}, \quad (1.8)$$

где μ — динамическая вязкость воздуха [кг/(м·с)], g — ускорение свободного падения [м/с²].

Чтобы учесть оседание, скорость адвекции дополняется вертикальной компонентой $\vec{u} = (u, 0, -w_{set})$. Тогда уравнение адвекции–диффузии принимает вид

$$\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{w_{set}}{u} \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{K_y}{u} \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{K_z}{u} \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}. \quad (1.9)$$

Дополнительно, наблюдения показывают, что условие «нулевого потока» у поверхности $z = 0$ не является корректным, поскольку часть частиц действительно поглощается подстилающей поверхностью. Поэтому вводится условие сухой депозиции: вертикальный поток примеси пропорционален концентрации на поверхности:

$$\left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} + w_{set} C \right) \Big|_{z=0} = w_{dep} C|_{z=0}, \quad (1.10)$$

где w_{dep} [м/с] — скорость депозиции.

Эрмак с помощью преобразования Лапласа получил аналитическое решение задачи с учётом оседания и депозиции, которое можно записать в следующем виде:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{4\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{4\sigma_y^2}\right) \exp\left(-\frac{w_{set}(z-H)}{2K_z} - \frac{w_{set}^2 \sigma_z^2}{4K_z^2}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{4\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{4\sigma_z^2}\right) - \frac{2w_0}{K_z} \sqrt{\pi} \sigma_z \exp\left(\frac{w_0(z+H)}{K_z} + \frac{w_0^2 \sigma_z^2}{K_z^2}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{z+H}{2\sigma_z} + \frac{w_0 \sigma_z}{K_z}\right) \right], \quad (1.11)$$

где Q — интенсивность выброса, H — эффективная высота источника, σ_y, σ_z — дисперсии гауссового распределения, erfc — дополнительная функция ошибок, а

$$w_0 = w_{dep} - \frac{1}{2}w_{set}.$$

Это решение является обобщением классической гауссовой модели и сводится к ней при $w_{set} = w_{dep} = 0$. Основное преимущество модели Эрмака заключается в том, что она позволяет более реалистично описывать поведение тяжёлых частиц, для которых гравитационное оседание и захват поверхностью играют значительную роль. В отличие от традиционной гауссовой модели, здесь можно прогнозировать уменьшение концентраций в приземном слое за счёт депозиции и появление характерных «хвостов» распределения при наличии значительных скоростей оседания. Это особенно важно для аэрозолей и твёрдых выбросов (пыли, золы, радиоактивных частиц), где игнорирование оседания и депозиции ведёт к серьёзным ошибкам. Также модель Эрмака остаётся аналитически решаемой, что позволяет использовать её в инженерных расчётах и нормативной практике без сложного численного моделирования. Нестационарная версия модели Эрмака описывает случай, когда выброс носит импульсный характер и загрязнитель поступает в атмосферу в момент $t = 0$ в виде массы M . В отличие от стационарного гауссова шлейфа, здесь учитывается временная эволюция облака загрязнения, а также процессы оседания и депозиции. Уравнение адвекции–диффузии с источником в начальный момент времени имеет вид

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} - w_{set} \frac{\partial C}{\partial z} = K_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + M \delta(x) \delta(y) \delta(z - H) \delta(t). \quad (1.12)$$

Граничное условие на поверхности $z = 0$ аналогично стационарному случаю и задаётся через скорость депозиции w_{dep} :

$$\left(K_z \frac{\partial C}{\partial z} + w_{set} C \right) \Big|_{z=0} = w_{dep} C|_{z=0}. \quad (1.13)$$

Используя методы преобразования Лапласа и функций Грина, Эрмак получил аналитическое решение для $t > 0$, описывающее временную динамику

концентрации:

$$C(x, y, z, t) = \frac{M}{(4\pi Kt)^{3/2}} \exp\left(-\frac{(x-ut)^2 + y^2}{4Kt}\right) \exp\left(-\frac{w_{set}(z-H)}{2K} - \frac{w_{set}^2 t}{4K}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{4Kt}\right) + \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{4Kt}\right) - \frac{2w_0}{K} \sqrt{\pi Kt} \exp\left(\frac{w_0(z+H)}{K} + \frac{w_0^2 t}{K}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{z+H}{2\sqrt{Kt}} + \frac{w_0\sqrt{t}}{\sqrt{K}}\right) \right], \quad (1.14)$$

где $w_0 = w_{dep} - \frac{1}{2}w_{set}$, $\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-s^2} ds$, $x = \frac{z+H}{2\sqrt{Kt}} + \frac{w_0\sqrt{t}}{\sqrt{K}}$ — дополнительная функция ошибок.

Данное решение позволяет описывать эволюцию облака во времени и учитывать эффекты выпадения и оседания частиц. В отличие от стационарной модели, нестационарная версия даёт возможность анализировать динамику загрязнения сразу после выброса, оценивать задержку максимальной концентрации в приземном слое, а также прогнозировать временные масштабы рассеивания. Это необходимо при моделировании аварийных выбросов, когда важно предсказывать изменения концентрации во времени и пространстве. Таким образом, модель Эрмака в нестационарной постановке сочетает аналитическую решаемость с более полной физической картиной атмосферного переноса.

При наличии нескольких источников загрязнения концентрацию в любой точке можно оценивать как сумму вкладов от каждого источника. Соответственно, для случая нескольких источников выброса выражение для концентрации в точке примет вид

$$C_t(x, y, z) = \sum_{j=1}^n C(x'_j, y'_j, z'_j, Q_j, H_j),$$

где (x'_j, y'_j, z'_j) — координаты точки относительно j -го источника, Q_j — интенсивность выбросов j -го источника, H_j — высота j -го источника. Такой подход позволяет быстро получать приближённые оценки концентраций и зон влияния при сложной конфигурации источников на территории.

Также модель Гауссова шлейфа послужила основой для различных моделей и методов расчета концентраций загрязнителей атмосферного воздуха, полученных путем модификации и комбинации с другими подходами. Один из последних таких результатов описан в [15], где модель Гауссова шлейфа

улучшена путем комбинации с моделью PUFF-UAF. В данном исследовании была проанализирована модель PUFF-UAF, которая основана на лагранжевом подходе и применялась для расчета рассеивания выбросов вулканического пепла. Установлено, что количество частиц, используемых для трассировки, существенно влияет на результаты. Даже при наличии миллионов частиц концентрация пепла, предсказанная моделью PUFF-UAF, не точно отражает его распространение. Чтобы преодолеть данный недостаток и использовать вычислительную эффективность лагранжевой модели, была разработана модель PUFF-Gaussian, учитывающая мелкодисперсную природу пепла и применяющая модель Гауссова шлейфа к результатам модели PUFF-UAF. Модель PUFF – UAF представляет собой модель отслеживания вулканического пепла, основанную на лагранжиане. На этапах разработки модель Лагранжа была ограничена в размерах области расчетов и количестве частиц из-за большого количества времени и системных ресурсов, необходимых для расчета на территории среднего размера (площадью около 20–2000 км). Модель Лагранжа устанавливает некоторое количество частиц как начальное значение для расчета диффузии загрязнителя и учитывает оказываемое на нее влияние расстояния от источника и концентрации выброса. Модель PUFF–UAF также использует данные о скорости и направлении ветра для отслеживания диффузионного движения вулканического пепла, смоделированного для отдельных частиц, положение частиц вулканического пепла рассчитывается по формуле (1.15) на каждом временном шаге.

$$R_i(t + \Delta t) = R_i(t) + W(t)\Delta t + Z(t)\Delta t + S_i(t)\Delta t, \quad (1.15)$$

где R_i — вектор положения частицы, W — вектор скорости ветра, Z — компонент турбулентной диффузии, S_i — вектор вертикальной скорости частицы под действием силы тяжести. В приведенном выше уравнении вектор скорости ветра W может использовать различные данные о скорости и направлении ветра, такие как данные NCEP (National Centers for Environmental Prediction) и рассчитанные с помощью модели WRF (Weather Research and Forecasting), а диффузия частиц из-за турбулентности учитывается с использованием горизонтальной и вертикальной составляющих, применяемых при расчете. В PUFF–UAF модель случайного блуждания частиц вводится для учета эффекта диффузии, а уменьшение массы шлейфа за счет силы тяжести, действующей на частицы, описывается по закону Стокса (S_i в уравнении 1.15).

Результаты предлагаемого метода были сравнены с полевыми измерениями реальных вулканических извержений вулкана Пэктусан. Сравнение показало, что предлагаемый метод может давать достаточно точные прогнозы для расчета распространения пепла.

Этот подход позволил не только повысить точность прогнозирования концентраций, но и определить участки вокруг кратеров вулкана, которые могут являться потенциальными источниками более сильных выбросов пепла.

1.2 Обзор существующих методов локализации источников атмосферного загрязнения

Идея поиска неизвестных источников путём решения обратной задачи описана в исследовании [16]. Для решения обратной задачи в работе Khemka et al. используется компьютерная реализация модели, которая сочетает данные мониторинга с ЕМ-алгоритмом (Expectation-Maximization) для оценки интенсивности выбросов источника. На каждой итерации k ЕМ-алгоритма оценивается ожидаемое значение концентрации $\hat{C}^{(k)}$ по формулам:

$$\hat{C}^{(k)} = \mathbb{E}[C \mid \text{данные}, \theta^{(k)}], \quad (1.16)$$

после чего параметры источника θ обновляются:

$$\theta^{(k+1)} = \arg \max_{\theta} \mathbb{E}[\log p(C, \theta) \mid \text{данные}, \theta^{(k)}]. \quad (1.17)$$

В качестве моделей атмосферного переноса применяются Эйлеровы и Лагранжевы схемы, а также модель Гауссова шлейфа для прогнозирования пространственно-временных распределений концентраций. Авторы подробно рассматривают случай, когда информация о загрязнителях поступает с помощью случайно разбросанных датчиков на промышленной территории, что отражает практические условия ограниченного мониторинга. Основное преимущество подхода заключается в возможности восстановить параметры источников без заранее известного положения или интенсивности выбросов и адаптировать оценку к реальным измерениям. Использование ЕМ-алгоритма позволяет итеративно уточнять оценки интенсивности выбросов и получать вероятностное распределение исходных параметров. Комбинация различных моделей переноса (Эйлер, Лагранж, гауссов шлейф) обеспечивает гибкость применения, позволяя

учитывать как дискретные частицы, так и газообразные примеси, а также разнообразные условия турбулентности и ветрового поля.

Среди ограничений метода авторы отмечают высокую чувствительность к шуму измерений и разреженности датчиков: случайное расположение сенсоров может приводить к недоопределённости задачи и увеличению неопределённости оценок источников. Использование упрощённых моделей переноса, таких как модель Гауссова шлейфа, ограничивает точность восстановления параметров источника в сложных условиях рельефа или нестабильной атмосферы. Тем не менее предложенный подход демонстрирует, что даже при ограниченном наборе данных возможно получение количественных оценок параметров источников загрязнения, что является существенным шагом для мониторинга и управления промышленной средой.

В данной работе подробно изучена ситуация, в которой информация извлекается с помощью случайно разбросанных на промышленной территории датчиков. Ранее методы оценки концентрации загрязнителей либо включали использование моделей атмосферного транспорта с известными источниками и скоростями ветра, либо позволяли оценить источник и концентрацию на основе ограниченных измерений концентрации. Второй метод относится к категории обратных задач.

Решение обратных задач в атмосфере основаны на двух методиках: методах обратной траектории, применимых к лагранжевым моделям, и инверсии на основе присоединенных уравнений, применимых к эйлеровым моделям. Оба метода полагаются на точные измерения в местах интереса. Термин "случайно разбросанные датчики", использованный выше, означает, что локации датчиков моделируются пространственным точечным процессом. В данной работе использовалось предположение, что датчики разбросаны в соответствии с двумерным однородным процессом Пуассона. Также предполагается, что они являются простыми устройствами, которые могут только обнаруживать временной промежуток, когда концентрация загрязнителя превышает определенный порог. Авторами предложено использование комбинации гауссовой модели и ЕМ-алгоритма для оценки местоположения и интенсивности источника на основе серии измерений во времени с помощью случайно разбросанных датчиков.

Более удобный алгоритм оценки интенсивности выбросов неизвестного источника на основе наблюдений и применения улучшенной версии модели

Гауссова шлейфа с учетом оседания загрязнителя - модели Д. Эрмака - предложен американскими исследователями [17]. В данном исследовании авторы предлагают метод для оценки уровня выбросов загрязняющих веществ в атмосферу из нескольких источников, используя измерения осадков материала на поверхности земли. Метод основан на решении уравнения переноса в виде модели Д. Эрмака (1.11), который учитывает оседание поллютанта на приземном уровне от известных источники выбросов на территории.

Для оценки уровня выбросов авторы разработали обратный алгоритм на основе линейного метода наименьших квадратов. Этот алгоритм использует измеренные данные об осадках, а также метеорологические данные, необходимые для оценки уровня выбросов для каждого источника. Алгоритм разработан для обеспечения надежности и способности генерировать точные оценки общего уровня выбросов загрязняющих веществ. Предложенный метод был проверен с использованием измеренных данных об осадках и метеорологических данных с крупной свинцово-цинковой плавильной фабрики в городе Трэйл, Британская Колумбия. Результаты показывают, что алгоритм способен генерировать достаточно точные оценки общего уровня выбросов загрязняющих веществ на относительно небольших расстояниях, которые были рассмотрены в данном исследовании. В целом, данное исследование представляет устойчивый алгоритм оценки уровня выбросов загрязняющих веществ на основе измерений осадков на поверхности земли. Показано, что метод эффективен для оценки выбросов из нескольких источников и может предоставить ценную информацию для оценки и управления воздушным загрязнением.

Важным аспектом при решении задачи поиска источников также является сбор и обработка данных измерений при мониторинге качества воздуха. В статье [20] описывается разработка автоматизированной системы для анализа данных измерений с помощью алгоритмов искусственного интеллекта, позволяющей прогнозировать состояние окружающей среды с высокой точностью. В данном исследовании авторы предлагают метод оптимизации размещения станций мониторинга качества воздуха на основе многокритериального подхода. Метод использует алгоритм генетической оптимизации с недоминирующей сортировкой для определения числа и конфигурации станций мониторинга, которые максимизируют площадь покрытия, минимизируют перекрытие и обнаруживают нарушения норм качества воздуха. Для прогнозирования дисперсии загрязни-

телей от различных источников выброса авторы используют многоклеточный подход на основе эйлеровой модели, основанной на К-теории. Эта модель позволяет прогнозировать распространение таких загрязнителей, как SO_2 , CO и NO_x . Метод оптимизации учитывает две целевые функции: максимизацию площади покрытия и минимизацию перекрытия, а также обнаружение нарушений норм качества воздуха. Концепция зоны влияния используется для определения пространственного покрытия каждой станции мониторинга, а весовая функция используется для измерения способности сети обнаруживать нарушения норм. Результаты исследования показывают, что для изучаемого региона подходит сеть из трех станций мониторинга с эффективностью покрытия 80%. Также показано, что увеличение коэффициента корреляции приводит к уменьшению площади покрытия, но лучшему представлению покрытого региона и уменьшению перекрытия. В целом данное исследование представляет метод оптимизации размещения станций мониторинга качества воздуха, учитывающий множество критериев, и предоставляет информацию о компромиссах между площадью покрытия, перекрытием и обнаружением нарушений норм.

Обзор моделей распространения загрязняющих веществ в атмосфере показал, что на протяжении последних десятилетий сформировались как классические аналитические подходы, так и современные численные методы. Классические экспоненциальные модели шлейфа, позволяют описывать процессы адвекции, турбулентной диффузии, отражения от поверхности, оседания и сухой депозиции, а их нестационарные версии применимы для анализа аварийных выбросов и временной динамики облака загрязнения. Лагранжевые и комбинированные модели демонстрируют большую гибкость при сложной топографии и переменном ветре, но требуют гораздо более значительных вычислительных ресурсов и точных метеоданных.

Методы обратного моделирования, включая ЕМ-алгоритмы с использованием случайно разбросанных датчиков, позволяют оценивать параметры источников загрязнения даже при отсутствии предварительной информации о их положении и интенсивности. Такой подход расширяет возможности мониторинга и управления качеством воздуха, однако ограничен чувствительностью к шуму данных, разреженности датчиков и упрощениями в моделях переноса.

Основные выводы по обзору.

- Классические и модифицированные экспоненциальные модели дают осно-

ву для инженерных расчетов и нормативного прогнозирования концентрации загрязнителей в воздухе.

- Нестационарные и численные модели обеспечивают анализ динамики шлейфа загрязнителя, требуя при этом значительно больше вычислительных ресурсов.
- Обратные задачи и ЕМ-подходы позволяют оценивать неизвестные источники на основе ограниченных измерений, однако показывают высокие значения ошибки при недостатке входных данных.
- В целом, ограничения существующих моделей включают чувствительность к шуму, разреженность и недостаток датчиков и упрощённые предположения о влиянии осадков и других метеорологических факторов.

Таким образом, продолжение исследований в области моделирования атмосферного загрязнения является актуальным. Перспективны разработки гибридных моделей, объединяющих аналитические, лагранжевые и численные подходы, улучшенные методы обработки данных мониторинга и оптимизацию размещения сенсоров. Это позволит повышать точность прогнозов, учитывать физические процессы переноса и оседания частиц, обеспечивать надёжное управление качеством атмосферного воздуха.

1.3 Обзор методов экологического мониторинга атмосферного воздуха

Экологический мониторинг атмосферы является важнейшим инструментом для оценки качества воздуха, выявления источников загрязнений и принятия управленческих решений. Современные системы мониторинга позволяют получать как пространственные, так и временные данные о концентрациях различных загрязнителей, а также о метеорологических и эксплуатационных параметрах, влияющих на процесс переноса и дисперсии загрязняющих веществ.

1.3.1 Методы измерений и наблюдений

Существует несколько основных подходов к экологическому мониторингу атмосферного воздуха [28].

- **Стационарные посты мониторинга.** Это измерительные станции, оборудованные автоматическими датчиками, способными непрерывно регистрировать концентрации различных газов, аэрозолей и других загрязнителей. Стационарные посты позволяют получать высокочастотные данные, необходимые для анализа динамики загрязнения и моделирования переноса

примесей.

- **Мобильные измерения.** Используются лаборатории на колесах или переносные приборы для оценки качества воздуха в местах, где нет стационарных постов. Мобильные измерения позволяют охватывать большие территории и выявлять локальные источники загрязнения.
- **Дистанционное зондирование.** Включает использование спутниковых данных, лазерных систем LIDAR и других методов, позволяющих получать информацию о концентрациях загрязнителей на больших масштабах, включая вертикальное распределение частиц и газов.
- **Периодические отборы проб.** Традиционный метод, когда воздух собирается в специальных емкостях для последующего анализа в лаборатории. Применяется для верификации данных автоматических систем и анализа компонентов, которые сложно измерить онлайн.

1.3.2 Категории контролируемых параметров

В современных системах мониторинга измеряются как загрязняющие вещества, так и метеорологические и эксплуатационные параметры. Для упрощения анализа их принято объединять в группы:

- **Газовые загрязнители.** К ним относятся диоксиды и оксиды серы и азота (SO_2 , H_2S , NO_2 , NO), озон (O_3), оксид углерода (CO), летучие органические соединения. Эти данные позволяют оценивать химическое состояние атмосферы и выявлять источники промышленных и транспортных выбросов.
- **Метеорологические параметры.** Включают температуру воздуха, относительную влажность, атмосферное давление, скорость и направление ветра, интенсивность осадков. Эти данные необходимы для моделирования переноса загрязняющих веществ и оценки рассеивания облаков загрязнения.
- **Эксплуатационные параметры поста.** К ним относятся входное напряжение, нагрузка на систему, ориентация поста по сторонам света, температура и влажность внутри поста, контроль дверей, что важно для оценки корректности работы измерительных систем.
- **Специфические соединения.** Например, аммиак (NH_3) и другие локальные загрязнители, которые важны для оценки влияния конкретных производств на атмосферу.

1.3.3 Обработка и анализ данных

Сбор данных с различных датчиков осуществляется в автоматическом режиме с высокой частотой (от секундных до часовых интервалов). Для анализа используются как статистические методы (средние значения, медианы, проценти-ли, корреляции), так и методы машинного обучения и численного моделирования. В частности данные могут применяться для:

- построения пространственно-временных полей концентраций;
- оценки соответствия фактических концентраций нормативам качества воз-духа;
- калибровки и верификации моделей атмосферного переноса загрязнителей;
- решения обратных задач по выявлению источников загрязнений.

1.3.4 Используемые в настоящем исследовании данные

В рамках данного исследования использовались актуальные данные эко-логического мониторинга, полученные с датчиков, расположенных на промыш-ленных территориях. Измерения проводились в моменты времени и включали следующие группы параметров:

- **Показатели концентрации по веществам:** сероводород (H_2S), диоксиды и оксиды серы и азота (SO_2 , NO_2 , NO).
- **Метеорологические параметры:** скорость и направление ветра, темпера-тура воздуха, относительная влажность, атмосферное давление, интенсив-ность осадков, инсоляция.
- **Эксплуатационные параметры поста:** географические координаты, коор-динаты на задаваемой координатной сетке участка.

Использование таких данных позволяет не только проводить статисти-ческий и численный анализ текущего состояния атмосферного воздуха, но и использовать их в моделях переноса загрязнителей, решении обратных задач и прогнозировании концентраций в условиях промышленных выбросов. В даль-нейшем эти данные служат основой для калибровки моделей, верификации результатов и построения систем предупреждения и управления качеством воздуха на промышленных площадках.

1.4 Задачи, решаемые по локализации источников атмосферного загрязнения

Задача локализации источников атмосферного загрязнения заключается в определении положения и характеристик выбросов загрязняющих веществ на основе наблюдаемых данных о концентрациях и метеорологических условиях. В научной и инженерной практике к решению этой задачи подходят различными способами, которые можно классифицировать по нескольким критериям.

По характеру источника

- **Непрерывные источники.** Источники, выброс которых происходит постоянно или с относительно длительным периодом, например трубы заводов или дымовые трубы электростанций. Для них часто применяются стационарные модели распространения, такие как гауссов шлейф и его модификации, а также аналитические решения с учётом оседания частиц.
- **Импульсные источники.** Источники, выброс которых происходит временно, например аварийные выбросы, взрывы или разливы химических веществ. Для этих случаев применяются нестационарные модели, учитывающие временную эволюцию облака загрязнения.

По типу используемой модели переноса

- **Эйлеровы модели.** Рассматривают концентрацию загрязнителя как поле, изменяющееся во времени и пространстве. Применяются уравнения адвекции–диффузии с учётом турбулентности, ветрового поля и оседания частиц. Эти модели удобны для обработки пространственно распределённых данных и работы с сетевыми измерениями.
- **Лагранжевы модели.** Ориентированы на отслеживание траекторий отдельных частиц или «пакетов» вещества. Используются для моделирования дискретных выбросов и сложных турбулентных условий, позволяют учитывать взаимодействие с подстилающей поверхностью и оседание.
- **Смешанные подходы.** Включают комбинации Эйлеровых и Лагранжевых методов, а также упрощённые аналитические модели, такие как модифицированные гауссовы шлейфы, позволяющие быстро получать приближённые решения и служащие для первичной оценки источников.

По характеру данных наблюдений

- **Плотная сеть датчиков.** Используются для точного определения положения источника и распределения концентраций. Обычно применяются на промышленных или урбанизированных территориях с большим количеством измерительных постов.
- **Разреженная или случайная сеть датчиков.** Соответствует реальным условиям ограниченного мониторинга, где датчики расположены нерегулярно. Для анализа таких данных применяются статистические методы, методы обратной траектории, ЕМ-алгоритмы и методы решения обратных задач с учётом вероятностной неопределённости.
- **Комбинированные данные.** Включают измерения с наземных постов, мобильных лабораторий и дистанционных источников (спутники, LIDAR). Позволяют получать полное представление о распределении загрязнителей в пространстве и времени.

По способу решения задачи

- **Прямые методы.** Используют данные о концентрациях и известные модели переноса для оценки положения источника, исходя из наблюдаемых полей концентрации. Например, метод наименьших квадратов для сопоставления измеренных и смоделированных полей.
- **Обратные методы.** Основаны на решении обратной задачи переноса, когда по наблюдаемым концентрациям восстанавливаются характеристики источника (положение, интенсивность, профиль выброса). Эти методы включают использование ЕМ-алгоритмов, регуляризацию, методы Байеса, обратные лагранжевые и эйлеровы подходы.
- **Гибридные методы.** Комбинируют прямые и обратные подходы, включая статистические оценки, фильтры Калмана, вероятностные карты концентраций, что повышает устойчивость к шуму данных и разреженности сети измерений.

Ключевые особенности современных подходов

Современные методы локализации источников учитывают несколько аспектов:

- **Влияние турбулентности и ветрового поля** на перенос загрязнителя,

включая вариабельность по времени и пространству.

- **Оседание и депозицию частиц**, особенно для аэрозолей и твёрдых выбросов.
- **Неопределённость и шум измерений**, а также разреженность сенсорной сети, что требует применения вероятностных и статистических методов.
- **Возможность интеграции разных источников данных**, включая стационарные и мобильные посты, дистанционное зондирование и данные метеостанций.

Таблица 1: Классификация методов локализации источников атмосферного загрязнения

Критерий	Классы	Ключевые особенности
Характер источника	Непрерывный Импульсный	Постоянные выбросы, стационарные модели Кратковременные выбросы, нестационарные модели
Тип модели переноса	Эйлеровы	Поле концентраций, удобно для сетевых измерений
	Лагранжевы Смешанные	Траектории частиц, учитываются турбулентность и оседание Комбинация Эйлера, Лагранжа и аналитических моделей
Данные наблюдений	Плотная сеть Разреженная/случайная Комбинированные	Высокая точность локализации, регулярная сетка датчиков Вероятностные методы, ЕМ-алгоритмы, регуляризация Наземные посты + мобильные датчики + дистанционное зондирование
Способ решения	Прямые Обратные Гибридные	Сопоставление измеренных и моделируемых концентраций Восстановление положения и характеристик источника, ЕМ, байесовские методы Комбинация прямых и обратных методов, фильтры, вероятностные карты

Постановка задачи локализации источника загрязнения может быть сформулирована в различных вариациях, в зависимости от характера источника, выбранной модели переноса и доступности данных. В последующих разделах будет представлена конкретная постановка задачи, основанная на использовании данных с датчиков промышленных территорий, включающих измерения концентраций основных загрязнителей, метеорологических и эксплуатационных параметров. Эта постановка учитывает реальные условия наблюдений и позволяет применять как прямые, так и обратные методы анализа.

1.5 Постановка задачи локализации источников атмосферного загрязнения

Общая задача локализации источников повышенного атмосферного выброса может быть формально представлена следующим образом. Пусть территория S подвергается загрязнению поллютантом P вследствие функционирования на территории S' множества источников загрязнения Ω . Множество Ω включает подмножество Ω' источников загрязнения с известными координатами и задекларированными интенсивностями выброса. Также на территории S расположена система датчиков $\Sigma(t)$ в известных контрольных точках. Требуется по наблюдениям метеоданных $X(t)$ и концентрации поллютанта $Y(t)$ на датчиках $\Sigma(t)$ в течение интервала времени $[t_n, t_k]$ определить:

- координаты источников из Ω' , которые на достаточно длительных интервалах из $[t_n, t_k]$ превышали задекларированную интенсивность выбросов поллютанта P ;
- координаты источников из $\Omega \setminus \Omega'$ (то есть новых, незарегистрированных источников), которые на достаточно длительных интервалах из $[t_n, t_k]$ осуществляли выбросы поллютанта P , а также интенсивность этих источников.

Варианты решения этой задачи могут быть частью итерационного процесса, сопровождающегося решением вспомогательных задач. Среди таких вспомогательных задач рассмотрим следующий частный случай. Предположим, что выбросы источников из множества Ω' не превышают задекларированных значений, при которых суммарное загрязнение от источников из этого множества не превышает некоторого известного значения, наблюдаемого ранее. При этом на некоторых датчиках системы $\Sigma(t)$ наблюдается достаточно большое превышение данного значения. Требуется найти источник из $\Omega \setminus \Omega'$, выбросы которого повлекли это превышение, с заданной точностью. При этом при достаточно частом повторении циклов мониторинга и сравнительно небольших территориях можем предполагать, что источник единичный. Содержательно такая задача состоит в определении участков исследуемой территории, на которых может находиться новый незарегистрированный источник загрязнения.

При решении задачи мы делаем предположение, что концентрация поллютанта является наибольшей в том месте, где происходит его выброс. Поэтому, для решения рассматриваемой задачи мы будем решать задачу оптимизации целе-

вой функции, представляющей среднеквадратичное отклонение предсказанной концентрации от измеренной на датчиках:

$$J(\theta) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [C_{\text{прог}}(x_i, y_i, z_i; \theta) - C_{\text{наб}}(x_i, y_i, z_i)]^2} \longrightarrow \min_{\theta},$$

где

- $\theta = (x, y, z, Q)$ — вектор параметров нового источника, включающий координаты (x, y, z) , предполагаемую интенсивность выброса Q ;
- $C_{\text{прог}}$ — концентрация, рассчитанная продукционной моделью шлейфа с учётом сухого осаждения и осадков;
- $C_{\text{наб}}$ — наблюдаемая концентрация на i -м датчике;
- N — количество контрольных точек наблюдений.

Таким образом, постановка задачи относится к классу обратных задач с разреженной сетью наблюдений и использованием вероятностно-оптимизационных методов. В рамках этой постановки оцениваются как координаты потенциальных новых источников загрязнения, так и их интенсивность выбросов. Такой подход позволяет формализовать задачу поиска источников на основе реальных измерений и служит базой для последующей разработки метода решения задач экомониторинга по локализации источников и анализа загрязнения промышленной территории.

Выводы по главе 1

В первой главе проведён обзор актуальных проблем и подходов в области моделирования распространения атмосферных загрязнителей и локализации источников выбросов. Рассмотрены классические и современные модели дисперсии, включая модель Гауссова шлейфа, модели Д. Эрмака, подходы Лагранжа и Эйлера. Проведен анализ методов экологического мониторинга, в результате которого показано, какие группы параметров фиксируются современными системами датчиков для оценки состояния атмосферы на промышленных территориях.

Рассмотрена классификация и анализ постановок задачи локализации источников загрязнения, определены ключевые критерии, влияющие на выбор подхода (тип источника, плотность и распределение датчиков, тип модели переноса, способ решения). На основе проведенного обзора предложена собственная

формальная постановка задачи, учитывающая известные и новые источники загрязнения, а также необходимость оценки их координат и интенсивности выбросов.

2 Продукционная математическая модель расчета распространения атмосферного загрязнителя

2.1 Общая характеристика проблемы расчета распространения атмосферных загрязнителей

Разработка математической модели распространения атмосферных загрязнителей для задач локализации источников промышленных выбросов требует учёта целого комплекса физических процессов, протекающих в атмосфере. Ключевая цель подобных моделей заключается в описании пространственно-временного распределения концентраций загрязняющих веществ с учётом особенностей атмосферной динамики, оседания твёрдых частиц и удаления поллютантов из атмосферы под действием жидких осадков. Построение модели в таком виде позволяет обеспечить более реалистичное воспроизведение наблюдаемых концентраций на промышленных территориях и повысить точность алгоритмов локализации источников загрязнения.

Фундаментальной основой для описания переноса примесей в атмосфере является уравнение адвекции–диффузии, описывающее совместное действие транспортировки воздушным потоком и турбулентного рассеивания. Наиболее распространённым аналитическим решением является гауссова модель шлейфа, которая, однако, отражает лишь базовые механизмы переноса и ограничено применима при необходимости учитывать более сложные физические процессы. Дальнейшее развитие подходов связано с модификациями, включающими механизмы сухого осаждения (оседания под действием силы тяжести), сухой депозиции (осаждения частиц на подстилающую поверхность) и вымывания загрязнителей атмосферными осадками.

Учёт процесса осаждения имеет принципиальное значение как для прогнозирования распределения концентраций, так и для решения обратных задач поиска источников. Сухое осаждение приводит к асимметрии загрязняющего факела и постепенному снижению концентраций в верхних слоях атмосферы. Если этот процесс не учитывать, модель систематически завышает концентрации вблизи источника на высотах выше средней линии факела и недооценивает приземные концентрации на удалении. Для задачи поиска источников это означает, что оптимизация может смещать параметры выброса в сторону меньших интенсивностей Q или большей высоты z_s , чтобы искусственно «снизить» модельные концентрации в области сравнения с наблюдениями. В результате

фактическое положение источника и его характеристики будут определены с существенной ошибкой.

Не менее важен учёт влияния жидких атмосферных осадков. Дождь и снег играют роль эффективного механизма очистки атмосферы, захватывая и выводя частицы из воздушной среды. В условиях осадков пространственно-временная динамика концентраций изменяется значительно быстрее, чем при сухой погоде. Для задачи локализации источников это особенно критично: если модель не учитывает осадки, оптимизация по данным датчиков приводит к смещённым оценкам положения и мощности источника, так как фактическое снижение концентраций будет объяснено неверными параметрами выброса. Например, в условиях дождя наблюдаемые концентрации снижаются быстрее, чем предсказывает модель без осадков. В таком случае алгоритм инверсии может ошибочно увеличить оценку интенсивности выброса Q , чтобы компенсировать «недостающую» концентрацию, либо сместить положение источника ближе к датчикам, чтобы согласовать расчёты с измерениями. Оба сценария приводят к существенным ошибкам в определении параметров источника.

Таким образом, задачи расчёта концентраций и задачи поиска источников тесно взаимосвязаны. Корректное описание процессов сухого осаждения и влияния осадков на распространение загрязнителей позволяет обеспечить не только физическую адекватность модели, но и устойчивость инверсных алгоритмов к шуму измерений и вариациям метеоусловий. Без включения этих процессов точность локализации источников снижается, что делает разработку модифицированных моделей неизбежным этапом построения надёжной методологии.

2.2 Разработка модели

В качестве базовой основы для продукционной модели расчета распространения атмосферного загрязнителя с учетом сухого осаждения и влияния влажности при жидких атмосферных осадках используем модель Д. Эрмака, которая позволяет единым образом учесть процессы сухого осаждения и депозиции. Эта модель представляет собой расширение Гауссовой модели шлейфа и обладает аналитической формой, что делает её удобной для интеграции в инверсные алгоритмы для решения задачи локализации источника. В таблице 2 приведены переменные, используемые при выводе продукционной модели распространения загрязнителя.

Таблица 2: Переменные, используемые при выводе модели распространения загрязнителя

Переменная	Описание	Единицы измерения
$C(x, y, z)$	Концентрация загрязнителя в точке (x, y, z)	кг/м ³
x, y, z	Пространственные координаты	м
H	Высота источника выброса	м
Q	Интенсивность выброса загрязнителя	кг/с
u	Скорость ветра	м/с
σ_y, σ_z	Параметры гауссовой дисперсии по направлениям y, z	м
K_z	Коэффициент турбулентной диффузии по вертикали	м ² /с
ρ	Плотность частицы	кг/м ³
d	Диаметр частицы	м
g	Ускорение свободного падения	м/с ²
W_{set}	Скорость сухого осаждения по закону Стокса	м/с
W_{dep}	Скорость сухого осаждения (эмп.)	м/с
W_0	Композитный параметр, связанный с осаждением и седиментацией	м/с
C_1	Повышенная концентрация при осадках	кг/м ³
C_0	Начальная концентрация	кг/м ³
m_s	Масса частицы с учётом воды	кг
m_p	Масса сухой частицы загрязнителя	кг
M_w	Молярная масса воды	кг/моль
M_p	Молярная масса загрязнителя	кг/моль
ν_p	Количество вещества (загрязнителя)	моль
ν_w	Количество вещества (воды)	моль
RH	Относительная влажность	безразмерная (0–1)
ϑ	Гигроскопический коэффициент (связывание с водой)	безразмерная

Рассмотрим стационарное уравнение адвекции-диффузии:

$$U \frac{\partial C}{\partial x} + w_s \frac{\partial C}{\partial z} = K_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - \lambda C + Q \delta(x) \delta(y) \delta(z - H), \quad (2.1)$$

где

- x — координата по направлению ветра ($U > 0$).
- y — поперечная горизонтальная координата.
- z — вертикальная координата (земля при $z = 0$, воздух $z > 0$).
- K_y, K_z — коэффициенты турбулентной диффузии (предполагаем постоянными для простоты вывода; в разделе обобщений обсудим переменные).
- w_s — вертикальная скорость оседания частиц (положительная вниз).
- $\lambda \geq 0$ — коэффициент первого порядка распада (опционально).
- Q — интенсивность стационарного источника (масса/время).

Граничные условия для концентрации загрязняющего вещества формулируются следующим образом. При удалении от оси выброса выполняется условие затухания решения:

$$C(x, y, z) \rightarrow 0 \quad \text{при} \quad \sqrt{y^2 + z^2} \rightarrow \infty, \quad x > 0. \quad (2.2)$$

На подстилающей поверхности $z = 0$ рассматриваются различные варианты постановки краевых условий:

- условие типа Неймана (невозмущаемая поверхность):

$$\left. \frac{\partial C}{\partial z} \right|_{z=0} = 0, \quad (2.3)$$

- условие типа Робина (учёт сухого осаждения):

$$K_z \left. \frac{\partial C}{\partial z} \right|_{z=0} = \beta C(x, y, 0). \quad (2.4)$$

Для дальнейшего анализа вводится соглашение о преобразовании Фурье по поперечным координатам y, z . Используется неприведённое двустороннее преобразование Фурье:

$$\widehat{f}(k_y, k_z) = \iint_{\mathbb{R}^2} f(y, z) e^{-i(k_y y + k_z z)} dy dz,$$

при этом обратное преобразование имеет вид

$$f(y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{\mathbb{R}^2} \widehat{f}(k_y, k_z) e^{i(k_y y + k_z z)} dk_y dk_z.$$

Данное соглашение является стандартным при анализе задач с точечными (дельта-) источниками и обеспечивает удобство при выводе аналитических решений.

Сначала рассмотрим частный случай $w_s = 0$ (нет оседания). Переход к общему случаю с $w_s \neq 0$ будет сделан далее.

Выполним преобразование Фурье по y, z в уравнении (2.1). Пусть

$$\widehat{C}(x, k_y, k_z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} C(x, y, z) e^{-i(k_y y + k_z z)} dy dz.$$

Выполним преобразование в правой части. Интегрирование выполняется по всей плоскости $y, z \in \mathbb{R}$. Применяя свойство дельта-функции, имеем

$$\begin{aligned} & \iint_{-\infty}^{\infty} Q \delta(x) \delta(y) \delta(z - H) e^{-i(k_y y + k_z z)} dy dz = \\ & = Q \delta(x) \left(\int_{-\infty}^{\infty} \delta(y) e^{-ik_y y} dy \right) \left(\int_{-\infty}^{\infty} \delta(z - H) e^{-ik_z z} dz \right). \end{aligned}$$

Поскольку

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(y) e^{-ik_y y} dy = 1, \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(z - H) e^{-ik_z z} dz = e^{-ik_z H},$$

следует

$$\iint_{-\infty}^{\infty} Q \delta(x) \delta(y) \delta(z - H) e^{-i(k_y y + k_z z)} dy dz = Q \delta(x) e^{-ik_z H}.$$

Преобразованное уравнение (при $w_s = 0$):

$$U \frac{d\widehat{C}}{dx} = -(K_y k_y^2 + K_z k_z^2 + \lambda) \widehat{C} + Q \delta(x) e^{-ik_z H}.$$

Это ОДУ по x с правой частью, содержащей $\delta(x)$. Для $x \neq 0$ уравнение

однородное:

$$U \frac{d\hat{C}}{dx} + \alpha(k_y, k_z) \hat{C} = 0, \quad \alpha(k_y, k_z) := K_y k_y^2 + K_z k_z^2 + \lambda.$$

Решение однородной ОДУ:

$$\hat{C}(x, k_y, k_z) = A(k_y, k_z) \exp \left[- \frac{\alpha(k_y, k_z)}{U} x \right].$$

Для корректной постановки задачи необходимо учесть физическое условие однонаправленности переноса загрязняющего вещества, обусловленное положительным направлением скорости ветра $U > 0$. Оно формулируется как

$$\hat{C}(x < 0) = 0,$$

что означает отсутствие «возврата» или распространения концентрации за областью, расположенной выше по потоку относительно источника.

Для определения амплитудного множителя в решении воспользуемся интегральной формой уравнения в окрестности источника. Рассмотрим интегрирование по переменной x на симметричном интервале $[-\varepsilon, +\varepsilon]$ с последующим переходом к пределу $\varepsilon \rightarrow 0^+$:

$$U(\hat{C}(0^+) - \hat{C}(0^-)) = \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} Q \delta(x) e^{-ik_z H} dx.$$

Поскольку интеграл от дельта-функции равен значению подынтегрального множителя в точке её сосредоточения, получаем

$$U(\hat{C}(0^+) - \hat{C}(0^-)) = Q e^{-ik_z H}.$$

Согласно условию однонаправленности переноса, решение для области «выше по потоку» отсутствует, то есть $\hat{C}(0^-) = 0$. Следовательно,

$$\hat{C}(0^+) = \frac{Q}{U} e^{-ik_z H}.$$

Подставляя это значение в общее решение дифференциального уравнения,

получаем выражение для функции Фурье-образа концентрации:

$$\widehat{C}(x, k_y, k_z) = \frac{Q}{U} e^{-ik_z H} \exp\left[-\frac{\alpha(k_y, k_z)}{U} x\right], \quad x > 0,$$

и

$$\widehat{C}(x, k_y, k_z) = 0, \quad x < 0.$$

Таким образом, условие однонаправленности фиксирует одностороннее распространение решения, а скачок Фурье-образа на границе $x = 0$ определяется интенсивностью источника Q и высотой его расположения H .

Далее необходимо выполнить обратное преобразование для расчета интегралов по k_y и k_z . Необходимо взять интеграл

$$C_0(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \widehat{C}(x, k_y, k_z) e^{i(k_y y + k_z z)} dk_y dk_z.$$

Подставим найденную $\widehat{C}$:

$$C_0(x, y, z) = \frac{Q}{(2\pi)^2 U} e^{-\lambda x/U} \iint \exp\left(ik_y y - \frac{K_y k_y^2}{U} x\right) \exp\left(ik_z(z-H) - \frac{K_z k_z^2}{U} x\right) dk_y dk_z.$$

Интегралы по k_y и k_z отделяются. Рассмотрим общий шаблон гауссова интеграла с линейным членом в показателе:

$$I(a, b) := \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ak^2 + bk) dk, \quad a > 0.$$

выделим полный квадрат:

$$-ak^2 + bk = -a\left(k^2 - \frac{b}{a}k\right) = -a\left[\left(k - \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2}\right] = -a\left(k - \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{b^2}{4a}.$$

Следовательно,

$$I(a, b) = \exp\left(\frac{b^2}{4a}\right) \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-a\left(k - \frac{b}{2a}\right)^2\right) dk.$$

Сдвиг переменной $u = k - \frac{b}{2a}$ даёт стандартный гауссов интеграл:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-au^2} du = \sqrt{\frac{\pi}{a}}.$$

Таким образом,

$$I(a, b) = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(\frac{b^2}{4a}\right).$$

Теперь применим шаблон к интегралам. Для k_y имеем $a = \frac{K_y x}{U}$ и $b = iy$. Отсюда

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_y y} e^{-\frac{K_y x}{U} k_y^2} dk_y = \sqrt{\frac{\pi U}{K_y x}} \exp\left(-\frac{U y^2}{4 K_y x}\right).$$

Аналогично для k_z :

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{ik_z(z-H)} e^{-\frac{K_z x}{U} k_z^2} dk_z = \sqrt{\frac{\pi U}{K_z x}} \exp\left(-\frac{U(z-H)^2}{4 K_z x}\right).$$

Подставив в выражение для C_0 получаем:

$$C_0(x, y, z) = \frac{Q}{(2\pi)^2 U} e^{-\lambda x/U} \cdot \pi \frac{U}{\sqrt{K_y K_z x}} \exp\left(-\frac{U y^2}{4 K_y x} - \frac{U(z-H)^2}{4 K_z x}\right).$$

Упростим множители: $(2\pi)^2 = 4\pi^2$, умножая на π даёт $\pi/(4\pi^2) = 1/(4\pi)$ и т.д. Проще ввести дисперсии:

$$\sigma_y^2(x) := \frac{2K_y x}{U}, \quad \sigma_z^2(x) := \frac{2K_z x}{U}.$$

Тогда

$$\frac{U y^2}{4 K_y x} = \frac{y^2}{2 \sigma_y^2(x)}, \quad \frac{U(z-H)^2}{4 K_z x} = \frac{(z-H)^2}{2 \sigma_z^2(x)}.$$

Также фактор перед экспонентой упрощается до $\frac{Q}{2\pi U \sigma_y \sigma_z}$. В итоге получаем классическое выражение:

$$C_0(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi U \sigma_y(x) \sigma_z(x)} \exp\left(-\frac{y^2}{2 \sigma_y^2(x)} - \frac{(z-H)^2}{2 \sigma_z^2(x)}\right) \exp\left(-\frac{\lambda x}{U}\right), \quad x > 0. \quad (2.5)$$

Это решение для полного пространства ($z \in \mathbb{R}$). Оно показывает, что при прохождении вдоль x профиль по y, z остаётся гауссовым с растущими дисперсиями $\sigma_{y,z}^2 \sim x$ т.е. $\sigma_{y,z}^2$ возрастает с x .

Решение при граничных условиях Неймана. Получим решение в полупространстве $z \geq 0$ при граничных условиях Неймана. (2.3). Метод изображений позволяет построить решение этой задачи на основе решения в полном пространстве. Идея метода состоит в том, что если к реальному источнику в точке $(0, 0, H)$ добавить зеркальный источник той же интенсивности в точке $(0, 0, -H)$, то результирующее поле концентрации будет симметрично относительно плоскости $z = 0$, а значит, вертикальная производная концентрации в этой плоскости будет равна нулю и выполняется граничное условие Неймана (2.3).

$$C(x, y, z) = C_0(x, y, z - H) + C_0(x, y, z + H), \quad (2.6)$$

где $C_0(x, y, z)$ — решение для точечного источника в полном пространстве $\mathbb{R}^3$ без граничных условий.

Запишем это выражение в виде

$$C_{\text{img}}(x, y, z) = C_0(x, y, -z), \quad C(x, y, z) = C_0(x, y, z) + C_{\text{img}}(x, y, z) \Big|_{H \rightarrow H},$$

что эквивалентно суперпозиции двух источников одинаковой силы, расположенных симметрично относительно поверхности $z = 0$.

Подставляя явное выражение для $C_0(x, y, z)$ из (2.5), получаем окончательную форму решения в полупространстве $z \geq 0$:

$$C(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi U \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{\lambda x}{U}\right) \left[\exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right]. \quad (2.7)$$

Покажем, что функция (2.7) действительно удовлетворяет условию Неймана (2.3). Вычислим производную по z :

$$\frac{\partial C}{\partial z} = \frac{Q}{2\pi U \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{\lambda x}{U}\right) \cdot \frac{1}{\sigma_z^2} \left[-(z-H)e^{-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}} - (z+H)e^{-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}} \right].$$

Подставим $z = 0$:

$$\frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{Q}{2\pi U \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{\lambda x}{U}\right) \cdot \frac{1}{\sigma_z^2} \left[-(-H)e^{-\frac{H^2}{2\sigma_z^2}} - (H)e^{-\frac{H^2}{2\sigma_z^2}} \right].$$

Так как $(-(-H)) = H$, получаем:

$$\frac{1}{\sigma_z^2} \left(H e^{-\frac{H^2}{2\sigma_z^2}} - H e^{-\frac{H^2}{2\sigma_z^2}} \right) = 0.$$

Следовательно,

$$\left. \frac{\partial C}{\partial z} \right|_{z=0} = 0,$$

то есть краевое условие Неймана выполнено.

Выражение (2.7) представляет собой решение задачи о распространении загрязнителя в полупространстве $z \geq 0$ при граничных условиях Неймана, построенное методом изображений.

Включение вертикальной скорости оседания w_s . Теперь вернёмся к исходному уравнению переноса (2.1) с $w_s \neq 0$:

$$U \frac{\partial C}{\partial x} + w_s \frac{\partial C}{\partial z} = K_y \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} - \lambda C + Q \delta(x) \delta(y) \delta(z - H).$$

Выполним преобразование Фурье по y, z :

$$\hat{C}(x, k_y, k_z) = \iint C(x, y, z) e^{-i(k_y y + k_z z)} dy dz.$$

Преобразованная ОДУ по x :

$$U \frac{d\hat{C}}{dx} = -(K_y k_y^2 + K_z k_z^2 + i w_s k_z + \lambda) \hat{C} + Q \delta(x) e^{-i k_z H}.$$

Для $x > 0$ решение (аналогично ранее) с начальным условием $\hat{C}(0^+) = Q e^{-i k_z H} / U$:

$$\hat{C}(x, k_y, k_z) = \frac{Q}{U} e^{-i k_z H} \exp \left[- \frac{K_y k_y^2 + K_z k_z^2 + i w_s k_z + \lambda}{U} x \right].$$

Обратное преобразование даёт

$$\begin{aligned} C_0(x, y, z) = & \frac{Q}{(2\pi)^2 U} e^{-\lambda x / U} \iint \exp \left(i k_y y - \frac{K_y k_y^2}{U} x \right) \\ & \times \exp \left(i k_z (z - H) - \frac{K_z k_z^2}{U} x - i \frac{w_s}{U} k_z x \right) dk_y dk_z. \end{aligned}$$

Сгруппируем члены в k_z :

$$\exp\left(ik_z(z-H) - \frac{K_z x}{U}k_z^2 - i\frac{w_s x}{U}k_z\right) = \exp\left(-\frac{K_z x}{U}k_z^2 + ik_z\left[(z-H) - \frac{w_s x}{U}\right]\right).$$

То есть линейный член в показателе имеет коэффициент

$$b = i\left[(z-H) - \frac{w_s x}{U}\right].$$

Применим общий шаблон $I(a, b)$ с $a = \frac{K_z x}{U}$ и b . Тогда получаем

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-ak_z^2 + bk_z\right) dk_z = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \exp\left(\frac{b^2}{4a}\right).$$

Подставим $b = i\left[(z-H) - \frac{w_s x}{U}\right]$. Вычислим

$$\frac{b^2}{4a} = -\frac{\left[(z-H) - \frac{w_s x}{U}\right]^2}{4a} = -\frac{U\left[(z-H) - \frac{w_s x}{U}\right]^2}{4K_z x}.$$

Раскроем квадрат в числителе:

$$\left[(z-H) - \frac{w_s x}{U}\right]^2 = (z-H)^2 - 2(z-H)\frac{w_s x}{U} + \frac{w_s^2 x^2}{U^2}.$$

Разделяя члены, получаем три вклада в экспоненту. После упрощения (аналогично вычислению интеграла по k_y) итоговое выражение для C_0 можно записать в виде:

$$\begin{aligned} C_0(x, y, z) = & \frac{Q}{2\pi U \sigma_y(x) \sigma_z(x)} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2(x)}\right) \exp\left(-\frac{\lambda x}{U}\right) \\ & \times \exp\left(\frac{w_s(z-H)}{2K_z}\right) \exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2(x)}\right) \exp\left(-\frac{w_s^2 x}{4K_z U}\right). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Последний множитель в экспоненте $\exp(-w_s^2 x / 4K_z U)$ учитывает дополнительное затухание концентрации при наличии вертикального оседания частиц со скоростью w_s . Он появляется при решении уравнения переноса с членом $w_s \partial C / \partial z$ и отражает потери вещества вследствие осаждения.

При учёте всех числовых коэффициентов и переходе к более компактной

записи ядро решения часто представляют в виде:

$$C_0(x, y, z) = \frac{Q}{2\pi U \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{\lambda x}{U}\right) \exp\left(\frac{w_s(z-H)}{2K_z}\right) \exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right), \quad (2.9)$$

где $\sigma_{y,z}(x)$ определяются как функции координаты x , характеризующие дисперсию шлейфа по горизонтали и вертикали. (Отметим, что последняя экспонента уже содержит основной вклад от квадрата $b^2/(4a)$; лишние члены в виде $\exp(-w_s^2 \cdot \dots)$ либо могут быть собраны в множитель зависимости от x и K_z , но в инженерных формулах обычно их объединяют в конце в виде ослабления по x ; точная форма полноразмерного множителя легко восстанавливается возвращением к формуле $b^2/(4a)$ и сокращением с оставшимися предэкспонентами.) Таким образом, w_s вносит фактор $\exp(w_s(z-H)/(2K_z))$, что сдвигает вертикальный профиль и делает распределение асимметричным по вертикали (вниз смещённый хвост для положительного w_s).

Робиново граничное условие и коэффициент отражения. Рассмотрим теперь задачу с граничным условием типа Робина (2.4):

$$K_z \left. \frac{\partial C}{\partial z} \right|_{z=0} = \beta C(x, y, 0).$$

Мы ищем решение в виде суперпозиции основного источника и зеркал с коэффициентом отражения ρ :

$$C(x, y, z) = \sum_{n=0}^{\infty} \rho^n [C_0(x, y, z_n^+) + C_0(x, y, z_n^-)],$$

где $z_n^{\pm}$ — положения образов (подробнее о разбиении ниже). Однако для получения выражения ρ достаточно рассмотреть простейшую суперпозицию одного источника и одного зеркального источника с неизвестным множителем A и потребовать выполнение Robin-условия в $z = 0$.

Для упрощения положим (локальная аппроксимация):

$$C(x, y, z) \approx C_0(x, y, z) + A C_0(x, y, -z) \Big|_{H \mapsto H},$$

потребуем также, чтобы при $z = 0$ выполнялось $K_z \partial_z C = \beta C$. Подставим и

оценим обе части при $z = 0$.

Обозначим $f(z) := \exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \exp\left(\frac{w_s(z-H)}{2K_z}\right)$. Тогда при $z = 0$:

$$C_0(x, y, 0) = \mathcal{N} f(0), \quad C_0(x, y, -0)|_{H \mapsto -H} = \mathcal{N} f(-0)|_{H \mapsto -H},$$

где $\mathcal{N} = \frac{Q}{2\pi U \sigma_y \sigma_z} e^{-y^2/(2\sigma_y^2)} e^{-\lambda x/U}$ — общая нормировка, одинаковая для обоих вкладов.

Вычислим нормальный поток вниз (с учётом w_s) у одного ядра при $z \rightarrow 0^+$:

$$\Phi_{\downarrow} = w_s C_0 - K_z \partial_z C_0.$$

Используем выражение для нормального потока частиц: конвекционный вклад $w_s C$ вниз и диффузионный вклад $-K_z \partial_z C$. В граничном условии Робина поток в поверхность приравнивают к $v_d C$ (скорости депозиции умноженной на концентрацию), откуда можно вывести $w_s C - K_z \partial_z C = v_d C$. Перепишем это в форме, используемой выше:

$$K_z \partial_z C = (w_s - v_d) C.$$

Сравнивая с нашим обозначением $K_z \partial_z C = \beta C$, видим $\beta = w_s - v_d$. Однако в разных источниках соглашения о знаке w_s и v_d могут отличаться, поэтому мы ранее оставили β общим. Чтобы избежать путаницы, далее используем формулу для коэффициента отражения в общем виде:

$$\rho = \frac{\beta - w_s}{\beta + w_s}.$$

Этот результат получается решением линейного уравнения на A при равенстве потоков и концентраций при $z = 0$ и может быть получен прямо: подставим суммарное поле $C = C_0 + A C_{\text{img}}$ в Robin-условие в $z = 0$ и раскроем, разделив на общую нормировку $\mathcal{N}$. Получим линейное уравнение для A вида

$$K_z (\partial_z C_0 + A \partial_z C_{\text{img}}) \Big|_0 = \beta (C_0 + A C_{\text{img}}) \Big|_0.$$

Используя симметрию ядра и выражения для производных при $z = 0$, подставим производные от основного и зеркального слагаемых в граничное условие. С учётом различия знаков линейных членов, обусловленного зависимостью от

$(z - H)$ и $(z + H)$, после приведения подобных членов и сокращения общих множителей получаем алгебраическое соотношение между A , β и w_s . Его решение имеет вид $A = \rho$.

Итоговая запись модели с одним зеркальным членом :

$$C(x, y, z) \approx \frac{Q}{2\pi U \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2} - \frac{\lambda x}{U}\right) \times \left\{ \exp\left(\frac{w_s(z - H)}{2K_z}\right) \exp\left(-\frac{(z - H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \rho \exp\left(\frac{w_s(z + H)}{2K_z}\right) \exp\left(-\frac{(z + H)^2}{2\sigma_z^2}\right) \right\}. \quad (2.10)$$

Это выражение также называют моделью *D.L. Ermak* для стационарного непрерывного источника с учётом оседания и частичного поглощения на поверхности.

Если требуется учёт множественных отражений и верхней крышки, то суммируют серию:

$$C(x, y, z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \rho^{|m|} C_0(x, y, z_m), \quad z_m = (-1)^m H + 2mZ_i,$$

где Z_i — высота инверсии/крышки (если такая имеется). Для $Z_i \rightarrow \infty$ остаётся только отражение от $z = 0$.

Проверка краевых условий.

- $w_s = 0$, $\beta = 0$ (Нейман, невозмущаемая поверхность): $\rho = 1$, формула (2.10) даёт $C = C_0(x, y, z) + C_0(x, y, -z)$ — совпадает с (2.7).
- $w_s = 0$, $\beta \rightarrow \infty$ (Dirichlet $C(0) = 0$ в предельном смысле): $\rho \rightarrow -1$ (в формальной записи) и зеркальные члены складываются с минусом, давая нулевое значение в поверхности в предельном случае.
- При больших x дисперсии $\sigma_{y,z} \rightarrow \infty$, норма $1/(\sigma_y \sigma_z)$ убывает как $1/x$, поэтому концентрация на больших расстояниях убывает как $1/x$ (в интегральном смысле), что согласуется с наблюдениями.

Если K_y, K_z зависят от x , то дисперсии выражаются как накопление:

$$\sigma_y^2(x) = \frac{2}{U} \int_0^x K_y(\xi) d\xi, \quad \sigma_z^2(x) = \frac{2}{U} \int_0^x K_z(\xi) d\xi.$$

Эта замена сохраняет формально вид решений (2.5) и (2.10), но требует, чтобы в процессе обратного преобразования и аппроксимаций принималось, что K медленно меняются по x (квазистационарное приближение).

Учет влияния повышенной влажности воздуха при осадках. Аэрозольные частицы в атмосфере никогда не существуют в изолированном виде: они находятся в динамическом взаимодействии с окружающим водяным паром. При этом ключевыми процессами, определяющими равновесное содержание воды в частице, являются:

- **Эффект Рауля:** растворённое вещество понижает давление насыщенного пара воды над каплей. Это облегчает конденсацию молекул воды на частице и способствует её росту.
- **Эффект Кельвина (кривизны):** чем меньше радиус капли, тем выше давление насыщенного пара над её поверхностью. Этот эффект препятствует конденсации и особенно важен для частиц нанометрового и субмикронного диапазона.
- **Комбинация эффектов в уравнении Кёльера:** одновременно действуют оба механизма — понижение давления за счёт растворённых веществ и повышение давления из-за кривизны. Итоговое равновесие описывается уравнением Кёльера.

Влажность воздуха (RH) определяет, в какой мере эти процессы будут развиваться. При низкой влажности частицы остаются сухими, но по мере увеличения RH они начинают набирать воду. Вблизи насыщения ($RH \rightarrow 1$) наблюдается резкий рост количества конденсированной воды и переход частиц в капельное состояние. Это изменение массы можно описать коэффициентом

$$K_{RH} = \frac{m_s}{m_p},$$

который показывает, во сколько раз увеличилась масса частицы (а вместе с ней и эффективная концентрация загрязнителя) при данной влажности.

Пошаговый вывод коэффициента K_{RH} Масса сухой сферической частицы загрязнителя диаметра d_p равна:

$$m_p = \frac{\pi}{6} \rho_p d_p^3, \quad (2.11)$$

где ρ_p — плотность вещества частицы.

Зная массу частицы и молярную массу вещества M_p , можно определить количество вещества загрязнителя в частице:

$$\nu_p = \frac{m_p}{M_p}. \quad (2.12)$$

Закон Рауля утверждает, что равновесное парциальное давление воды над раствором пропорционально её мольной доле:

$$x_w = \frac{\nu_w}{\nu_w + \vartheta \nu_p}.$$

Здесь ν_w — число молей воды в растворе (капле), а множитель ϑ отражает тот факт, что одна молекула загрязнителя может давать более одной частицы в растворе (например, при диссоциации электролитов). Таким образом, $\vartheta \nu_p$ — это эффективное число молей растворённых частиц.

Для равновесия предполагается, что мольная доля растворителя x_w численно равна относительной влажности воздуха:

$$x_w \approx \text{RH}.$$

Это приближение справедливо, если не учитывать кривизну (то есть для достаточно крупных частиц). Тогда из уравнения получаем выражение для числа молей воды:

$$\nu_w = \frac{\text{RH}}{1 - \text{RH}} \vartheta \nu_p. \quad (2.13)$$

Данное соотношение показывает, что при увеличении влажности число молекул воды в капле возрастает нелинейно, стремясь к бесконечности при $\text{RH} \rightarrow 1$.

Далее перейдём от молей воды к её массе. Используя молярную массу воды M_w , получаем:

$$m_w = \nu_w M_w = \frac{\text{RH} \cdot \vartheta \cdot \nu_p \cdot M_w}{1 - \text{RH}}. \quad (2.14)$$

Это выражение показывает прямую зависимость массы связанной воды от влажности. Чем выше RH, тем большее количество воды конденсируется на частице.

Суммарная масса частицы с учётом конденсированной воды равна:

$$m_s = m_p + m_w. \quad (2.15)$$

Подставляя (2.12) и (2.14) в (2.15), получаем:

$$m_s = \nu_p M_p + \frac{RH \cdot \vartheta \cdot \nu_p \cdot M_w}{1 - RH}. \quad (2.16)$$

Таким образом, масса капли складывается из сухого загрязнителя и присоединённой воды. Теперь определим коэффициент увеличения массы:

$$K_{RH} = \frac{m_s}{m_p}. \quad (2.17)$$

Подставляем выражение для m_s с учетом того, что $m_p = \nu_p M_p$:

$$K_{RH} = \frac{\nu_p M_p + \frac{RH \cdot \vartheta \cdot \nu_p \cdot M_w}{1 - RH}}{\nu_p M_p}. \quad (2.18)$$

После сокращений получаем:

$$K_{RH} = 1 + \frac{RH \cdot \vartheta \cdot M_w}{M_p(1 - RH)}. \quad (2.19)$$

Эта формула показывает, что при увеличении влажности вклад массы воды возрастает и концентрация загрязнителя в атмосфере фактически пересчитывается через данный коэффициент.

Для мелких частиц необходимо учитывать эффект кривизны. В этом случае мольная доля растворителя выражается как

$$x_w = S \exp\left(-\frac{A}{r}\right),$$

где S — относительная влажность с поправкой на перенасыщение, $A = \frac{2\sigma M_w}{\rho_w R T}$ — параметр Кельвина, r — радиус частицы. Тогда коэффициент принимает вид:

$$K_{RH}^{(Köhler)} = 1 + \frac{x_w \vartheta M_w}{M_p(1 - x_w)}. \quad (2.20)$$

Эта форма корректно описывает поведение малых капель и переход к активации.

Коэффициент K_{RH} позволяет учитывать влияние влажности на массу частиц и корректировать концентрацию загрязнителя в атмосфере. Полученные формулы имеют два варианта: упрощённый (только закон Рауля) и обобщённый (учёт кривизны в уравнении Кельера). Их применение зависит от рассматриваемых размеров частиц и задач моделирования.

2.3 Анализ поведения коэффициента влияния на концентрацию повышенной влажности воздуха при осадках K_{RH}

Для оценки физического смысла полученного выражения (2.19) рассмотрим зависимость коэффициента

$$K_{RH} = 1 + \frac{RH \vartheta M_w}{M_p(1 - RH)}$$

от относительной влажности RH. График зависимости представлен на рисунке 2.

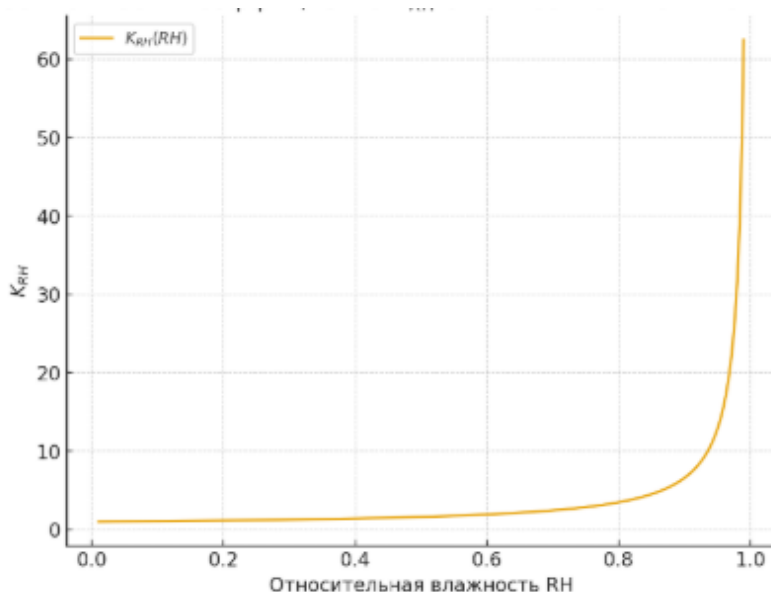


Рисунок 2 — Зависимость значения коэффициента K_{RH} от влажности воздуха

- **Поведение при низкой влажности** Если $RH \ll 1$, то член $\frac{RH}{1 - RH}$ приблизительно равен RH. В этом случае

$$K_{RH} \approx 1 + \frac{\vartheta M_w}{M_p} RH.$$

При малых значениях влажности рост массы капли почти линейный и весьма слабый. Частицы сохраняют почти сухую форму, их масса лишь незначительно превышает исходную массу сухого загрязнителя.

- **Область умеренной влажности** При увеличении влажности ($RH \sim 0.5$) рост коэффициента становится всё более выраженным. Это отражает тот факт, что частицы начинают активно связывать воду, образуя устойчивые гидратированные оболочки. Влияние растворимости и диссоциации загрязнителя (параметр ϑ) играет существенную роль: электролиты и гигроскопичные вещества будут сильнее увеличивать массу, чем гидрофобные частицы.
- **Поведение при высокой влажности** При приближении влажности к насыщению ($RH \rightarrow 1$) знаменатель $(1 - RH)$ стремится к нулю, что приводит к резкому росту K_{RH} . На практике именно здесь наблюдается активация частиц и переход к образованию облачных капель, что является ключевым процессом в атмосферной физике.

Физическая интерпретация Таким образом, график зависимости $K_{RH}(RH)$ имеет следующие характерные черты:

- медленный линейный рост при низкой влажности;
- ускорение увеличения массы при переходе в область умеренной влажности;
- резкий рост (асимптотический разрыв) при приближении к насыщению.

С физической точки зрения это отражает конкуренцию двух процессов: сначала частица немного гидратируется, но затем образование жидкой оболочки резко ускоряет конденсацию, и система переходит в облачную фазу. Именно в этой области особенно важно учитывать теорию Кёльера, так как кривизна поверхности капли и дисперсионные свойства аэрозолей существенно изменяют положение критической точки. Отсюда делаем вывод о целесообразности применения коэффициента в случаях выпадения жидких осадков или очень высокого уровня влажности.

Итоговый вид разработанной продукционной модели может быть представ-

лен следующим образом(2.21):

$$C(x, y, z) = \begin{cases} \frac{Q}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \cdot e_1 \cdot \left[e_2 - \sqrt{2\pi} \frac{W_0 \sigma_z}{K_z} \cdot e_3 \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{W_0}{\sqrt{2}K_z} + \frac{z+H}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) \right], \\ \text{без осадков} \\ \frac{Q}{2\pi u \sigma_y \sigma_z} \exp\left(-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}\right) \cdot e_1 \cdot \left[e_2 - \sqrt{2\pi} \frac{W_0 \sigma_z}{K_z} \cdot e_3 \cdot \operatorname{erfc}\left(\frac{W_0}{\sqrt{2}K_z} + \frac{z+H}{\sqrt{2}\sigma_z}\right) \right] \cdot \\ \cdot K_{RH}, \quad \text{в случае осадков,} \end{cases} \quad (2.21)$$

где

$$\begin{aligned} e_1 &= \exp\left(-\frac{W_{\text{set}}(z-H)}{2K_z} - \frac{W_{\text{set}}^2 \sigma_z^2}{8K_z^2}\right), \\ e_2 &= \exp\left(-\frac{(z-H)^2}{2\sigma_z^2}\right) + \exp\left(-\frac{(z+H)^2}{2\sigma_z^2}\right), \\ e_3 &= \exp\left(\frac{W_0(z+H)}{K_z} + \frac{W_0^2 \sigma_z^2}{2K_z^2}\right). \end{aligned}$$

Для расчётов в атмосферных моделях коэффициент K_{RH} можно интерпретировать как множитель, корректирующий концентрацию загрязнителя с учётом влажности. При $RH < 0.6$ поправка мала, и концентрацию можно считать близкой к исходной. При $RH > 0.8$ поправка становится значительной и должна учитываться в прогнозах дисперсии, при $RH \rightarrow 1$ влияние осадков значительно, масса частиц, связанная с конденсированной водой, многократно превышает массу сухого вещества, и поправка резко возрастает. Такие условия, как правило, наблюдаются при выпадении жидких осадков, поэтому в модели наличие осадков используется как индикатор применения коэффициента.

2.4 Анализ основных математических свойств и ограничений модели переноса примеси

Разработанная продукционная модель является вариантом экспоненциальной модели распространения с учётом вертикального оседания частиц и влияния атмосферной влажности через коэффициент K_{RH} .

Непрерывность и гладкость решения. Функция $C(x, y, z)$ строится через суммы экспонент и функцию ошибок $\operatorname{erfc}(\cdot)$, которые являются аналитическими на всей вещественной оси. Следовательно:

- решение **непрерывно** по всем координатам $x > 0, y \in \mathbb{R}, z \geq 0$;
- решение **гладкое** (дифференцируемое) по переменным y и z на всём пространстве, за исключением точки $x = 0$, где реализован дельта-источник.

Условие однонаправленности $C(x < 0, y, z) = 0$ обеспечивает физически корректное распространение загрязнения и вводит разрыв только в интегральной форме.

Поведение при больших и малых значениях координат. Вертикальная координата z :

- Член e_2 обеспечивает симметрию относительно источника и реализует метод изображений для граничного условия на поверхности;
- Член e_1 вносит экспоненциальное затухание по вертикали за счёт оседания W_{set} ;
- Функция ошибок erfc корректирует концентрацию на поверхности, учитывая депозицию W_0 , и гарантирует конечность концентрации при $z \rightarrow 0$.

Горизонтальные координаты y и x :

- Профиль по y остаётся гауссовым с дисперсией $\sigma_y^2(x) \propto x$;
- Для больших x концентрация убывает как $1/(\sigma_y \sigma_z) \sim 1/x$, что согласуется с законами массового баланса.

Ограничения модели.

1. **Стационарность потока:** модель предполагает постоянную скорость ветра u и коэффициенты турбулентной диффузии K_y, K_z , которые в реальной атмосфере изменяются.
2. **Линейность диффузии:** не учитываются нелинейные взаимодействия частиц и химические реакции.
3. **Вертикальные границы:** верхняя граница атмосферы не задана; в случае конечной высоты может быть применен метод зеркальных источников.
4. **Влияние влажности:** коэффициент K_{RH} учитывает мгновенное увеличение массы частиц, динамика конденсации не моделируется.
5. **Малые высоты источника:** для $H \rightarrow 0$ возникают сильные градиенты концентрации на поверхности, что может приводить к численным расхождениям.

Асимптотические свойства.

- При $z \rightarrow \infty$: экспоненты и $\operatorname{erfc}(\cdot) \rightarrow 0$, концентрация спадает экспоненциально.
- При больших x : дисперсия $\sigma_{y,z}$ растёт, пик концентрации уменьшается.
- При $W_{\text{set}} \rightarrow 0$ и $W_0 \rightarrow 0$ модель сводится к классической Гауссовской форме без вертикальной асимметрии.

Ограничения модели необходимо учитывать при прогнозировании концентраций на больших расстояниях, в сложных метеоусловиях или при динамических изменениях потока. Для более точного учёта турбулентности и осадков может потребоваться численное моделирование с пространственно-зависимыми коэффициентами $K_y(x)$, $K_z(x)$.



Рисунок 3 — Горизонтальный профиль концентрации на высоте источника

Основные преимущества модели. Разработанная продукционная модель сочетает аналитическую простоту и физическую интерпретируемость. К основным преимуществам можно отнести:

- гладкость и интегрируемость по координатам;
- учёт сухого осаждения частиц загрязнителя;
- учёт влияния повышенной влажности при осадках.

Для иллюстрации поведения модели приведем горизонтальный и вертикальный профили концентрации на фиксированном расстоянии от источника (Рис. 2 и 3).

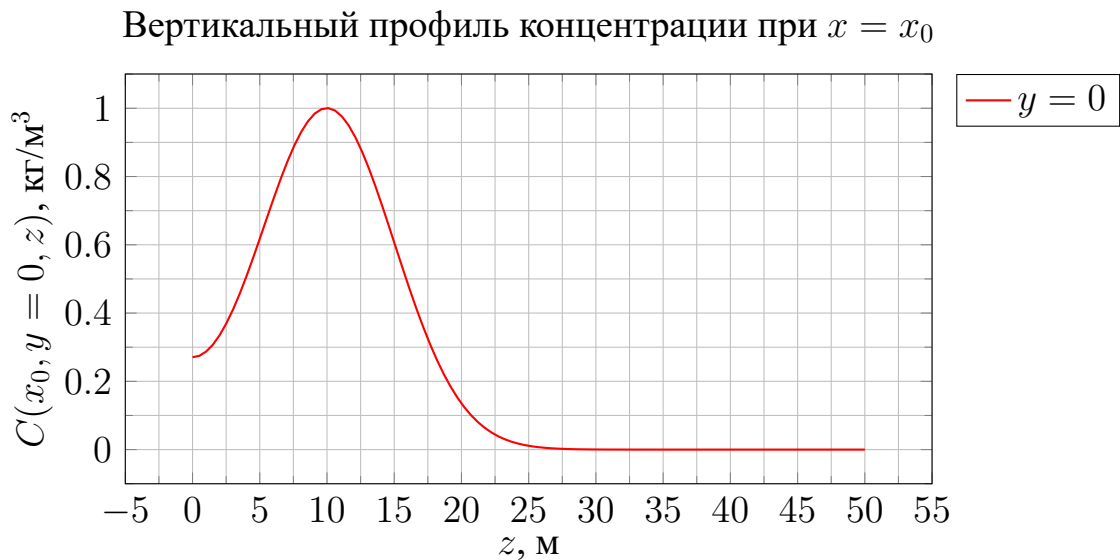


Рисунок 4 — Вертикальный профиль концентрации с учётом отражения от поверхности

2.5 Влияние классов устойчивости атмосферы

В модели переноса примеси горизонтальное и вертикальное рассеивание описывается параметрами σ_y и σ_z , которые определяют ширину гауссовского распределения концентрации по горизонтали и вертикали соответственно. Эти параметры зависят от расстояния x от источника и характеристик турбулентности атмосферы.

Параметр σ_y характеризует горизонтальное расширение шлейфа и определяется как функция от x , отражающая накопление турбулентных флуктуаций вдоль потока ветра:

$$\sigma_y = f_y(x, \text{класс устойчивости}).$$

Аналогично вертикальное рассеивание задается через σ_z , которое учитывает как турбулентное перемешивание, так и процессы сухого осаждения:

$$\sigma_z = f_z(x, \text{класс устойчивости}, H, W_{\text{set}}).$$

Классы устойчивости атмосферы были введены Паккардом и Паскуиллом и широко используются для оценки турбулентного смешения в приземном слое. Они делятся на семь категорий (от A до G), которые характеризуют интенсивность турбулентности и склонность атмосферы к вертикальному перемешиванию:

- A , B , C — крайне нестабильная и нестабильная атмосфера, сильное вертикальное перемешивание, быстрый рост σ_z с расстоянием x .

- D — нейтральная атмосфера, умеренное рассеивание.
- E, F, G — стабильная атмосфера, слабое вертикальное перемешивание, медленный рост σ_z , повышенное накопление концентрации вблизи источника.

Таблица выбора класса устойчивости атмосферы (Pasquill) представлена ниже (Таблица 3):

Таблица 3: Классы устойчивости атмосферы в зависимости от инсоляции и скорости ветра

Инсоляция / Облачность	Скорость ветра (м/с)			
	< 2	2 – 3	3 – 5	> 5
Сильное солнечное излучение	A	A-B	B	C
Умеренная солнечная активность	B	B-C	C	D
Облачно / сумерки	C	C-D	D	D-E
Пасмурно / ночь	E	E-F	F	G

На практике используются эмпирические зависимости, полученные по серии наблюдений (модель Паскуилля–Гифса). Для каждого класса атмосферы $A-F$ параметры Гауссовского распределения $\sigma_y(x)$ и $\sigma_z(x)$ определяются следующим образом:

- **Класс А (очень нестабильная, солнечная погода, слабый ветер):**

$$\sigma_y(x) = 0.22 x (1 + 0.0001 x)^{-0.5}, \quad \sigma_z(x) = 0.20 x$$

- **Класс В (нестабильная, солнечно/умеренно солнечно):**

$$\sigma_y(x) = 0.16 x (1 + 0.0001 x)^{-0.5}, \quad \sigma_z(x) = 0.12 x$$

- **Класс С (умеренно нестабильная, солнечно/облачно):**

$$\sigma_y(x) = 0.11 x (1 + 0.0001 x)^{-0.5}, \quad \sigma_z(x) = 0.08 x (1 + 0.0002 x)^{-0.5}$$

- **Класс D (нейтральная, пасмурно/умеренный ветер):**

$$\sigma_y(x) = 0.08 x (1 + 0.0001 x)^{-0.5}, \quad \sigma_z(x) = 0.06 x (1 + 0.0015 x)^{-0.5}$$

- **Класс Е (слабо стабильная, слабая облачность, низкий ветер):**

$$\sigma_y(x) = 0.06 x (1 + 0.0001 x)^{-0.5}, \quad \sigma_z(x) = 0.03 x (1 + 0.0003 x)^{-1}$$

- **Класс F (очень стабильная, ночь, безветрие):**

$$\sigma_y(x) = 0.04 x (1 + 0.0001 x)^{-0.5}, \quad \sigma_z(x) = 0.016 x (1 + 0.0003 x)^{-1}$$

Здесь x — расстояние по ветру от источника выброса (в метрах).

Эти зависимости позволяют корректно учитывать влияние атмосферной турбулентности через классы устойчивости, обеспечивая реалистичное моделирование шлейфа примеси как в приземном слое, так и на высотах, где доминирует вертикальное рассеивание. При моделировании с учетом осадков можно дополнительно модифицировать σ_z , учитывая эффекты влажности и гидроскопического роста частиц.

Выбор параметров σ_y и σ_z является критически важным для адекватного описания пространственного распределения концентрации. Эмпирические зависимости позволяют корректно учитывать влияние атмосферной турбулентности через классы устойчивости, что обеспечивает реалистичное моделирование шлейфа примеси как в приземном слое, так и на высотах, где доминирует вертикальное рассеивание.

Выводы по главе 2

В данной главе была построена и детально проанализирована модель переноса примеси в атмосфере с учётом процессов сухого осаждения и влияния влажности при жидких осадках. Основные результаты и выводы можно сформулировать следующим образом:

1. Выведена аналитическая форма концентрации $C(x, y, z)$ с учётом влияния влажности при жидких осадках и сухого осаждения, включающая параметры скорости ветра, коэффициентов турбулентной диффузии, скорости сухого осаждения и коэффициентов депозиции. Показано, что модель адекватно описывает распределение примеси как по горизонтали, так и по вертикали.
2. Проведен детальный анализ математических свойств модели. Установлено соблюдение условия ($\hat{C}(x < 0) = 0$), что исключает некорректное

«обратное» распространение за источником. Рассмотрены граничные условия различного типа (Неймана и Робина), что обеспечивает гибкость при моделировании взаимодействия загрязнителя с поверхностью.

3. Исследованы ограничения применимости модели, связанные с использованием гауссовских аппроксимаций для турбулентного рассеивания, а также условия корректного учёта эффектов осадков и осаждения. Подчеркнута критическая зависимость точности расчётов от выбора параметров $\sigma_y(x)$ и $\sigma_z(x)$.
4. Рассмотрено влияние классов стабильности атмосферы на распределение примеси. Для каждого класса (A–F) приведены эмпирические зависимости ширины гауссовского распределения по горизонтали и вертикали, что позволяет учитывать вариации турбулентности, вызванные инсоляцией и скоростью ветра.
5. На основании анализа зависимостей $\sigma_y(x)$ и $\sigma_z(x)$ сформулированы рекомендации по корректному выбору параметров гауссовского распределения для различных метеоусловий. Эти рекомендации обеспечивают реалистичное представление рассеивания примеси в атмосфере и позволяют повысить точность последующих расчетов концентраций загрязняющих веществ.

Построенная модель и проведённый анализ создают теоретическую и практическую основу для последующих численных расчётов концентраций загрязняющих веществ с учётом атмосферных условий и процессов осаждения.

3 Решение задачи локализации источника атмосферного загрязнения

В данной главе предлагается алгоритм решения задачи локализации источников атмосферного загрязнения, сочетающий предварительную обработку мониторинговых данных, прямое моделирование с использованием разработанной продукционной модели расчета распространения загрязнителя и решение обратной задачи расчета распространения загрязнителя методом оптимизации роєм частиц. Даётся детальное описание логики предлагаемого алгоритма решения, формализация обратной задачи и сведение её к задаче поиска минимума целевой функции, решаемой методами стохастической оптимизации, в частности с применением алгоритма МРЧ.

3.1 Алгоритм решения задачи

Для решения задачи локализации источников атмосферного загрязнения предлагается алгоритм, состоящий из следующих последовательных этапов:

- анализ и очистка данных измерений и метеорологических наблюдений;
- прямое моделирование вкладов известных (задекларированных) источников на выбранных временных интервалах;
- вычисление поля отклонений наблюдений от вкладов известных источников и формирование задачи поиска неизвестных источников;
- решение полученной задачи оптимизации параметров источника(ов) (координаты, интенсивность, длительность) посредством МРЧ;
- интерпретация и визуализация результатов.

Каждый из перечисленных этапов формализован далее.

Предобработка данных и выделение интервалов превышений. Поступающие с датчиков системы мониторинга временные ряды концентраций подвергаются стандартной процедуре контроля качества: отбор валидных измерений, коррекция смещения/калибровки, аппроксимация пропусков и фильтрация выбросов. На основании предопределённых порогов (ПДК, порог детектирования) и статистической обработки выделяются интервалы времени $\mathcal{T} = [t_n, t_k]$, на которых фиксируются значимые превышения концентраций, требующие дальнейшего разбора. Для каждого интервала вычисляются агрегированные показатели на датчиках (например, максимумы, средние за интервал или интегральные значения), которые далее используются как наблюдаемые данные $y \in \mathbb{R}^N$ (вектор

значений по N датчикам на данном интервале).

Прямое моделирование вкладов известных источников. Для каждого зарегистрированного источника с известными параметрами (координаты, задекларированная интенсивность, высота) выполняется прямое моделирование с использованием продукционной модели расчета шлейфа загрязнителя с учётом сухого осаждения и осадков. Обозначим оператор модели как

$$C : \Theta \rightarrow \mathbb{R}^N,$$

где Θ — пространство параметров источника (например, $\Theta \ni \theta = (x_s, y_s, z_s, Q, \tau)$: координаты, интенсивность, длительность). Для набора известных источников $\{\theta_j^{\text{known}}\}$ вычисляются их вкладовые векторы $C(\theta_j^{\text{known}})$, суммарный вклад известных источников вычитается из наблюдений:

$$r := C_{\text{набл}} - \sum_{j \in \Omega'} C(\theta_j^{\text{known}}),$$

где $r \in \mathbb{R}^N$ — вектор остатков (ресидуалов), служащий целевым полем для последующей инверсии. Такой предварительный вычет уменьшает размерность задачи и фокусирует поиск на вклад, не объяснённый задекларированными источниками.

Формализация обратной задачи и целевая функция. Предполагается, что источник выброса расположен в области максимальных концентраций загрязняющего вещества, что связано с общим характером уменьшения концентрации поллютанта с увеличением расстояния от источника загрязнения.

Задачу локализации источника атмосферного загрязнения сведём к поиску вектора параметров источника

$$\theta = (x_s, y_s, z_s, Q)^T,$$

при котором минимизируется целевая функция, характеризующая соответствие прогнозируемых и наблюдаемых концентраций:

$$J(\theta) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [C_{\text{прог}}(x_i, y_i, z_i; \theta) - C_{\text{набл}}(x_i, y_i, z_i)]^2}, \quad (3.1)$$

где N — количество контрольных точек сети экологического мониторинга; $C_{\text{прог}}(x_i, y_i, z_i; \theta)$ — прогнозируемая концентрация загрязняющего вещества в i -й контрольной точке, рассчитанная при заданном векторе параметров источника θ ; $C_{\text{набл}}(x_i, y_i, z_i)$ — соответствующее наблюдаемое значение концентрации; x_s, y_s, z_s — координаты источника; Q — интенсивность выброса.

Для удобства оптимизации часто используется квадратичная форма без извлечения корня:

$$\tilde{J}(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [C_{\text{прог}}(x_i, y_i, z_i; \theta) - C_{\text{набл}}(x_i, y_i, z_i)]^2. \quad (3.2)$$

В практических реализациях целевая функция дополняется регуляризацией и ограничениями для повышения устойчивости решения:

$$\tilde{J}_\alpha(\theta) = \tilde{J}(\theta) + \alpha R(\theta), \quad (3.3)$$

где $R(\theta)$ — функция регуляризации (например, штраф за чрезмерно большие интенсивности, штраф за расположение вне допустимой области), $\alpha \geq 0$ — параметр регуляризации.

При учёте нескольких потенциальных источников $\theta^{(1)}, \dots, \theta^{(m)}$ прогнозируемая концентрация определяется суммой их вкладов, а целевая функция принимает вид

$$\tilde{J}_\alpha(\theta^{(1)}, \dots, \theta^{(m)}) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N \left[\sum_{j=1}^m C_{\text{прог}}(x_i, y_i, z_i; \theta^{(j)}) - C_{\text{набл}}(x_i, y_i, z_i) \right]^2 + \alpha \sum_{j=1}^m R(\theta^{(j)}). \quad (3.4)$$

Сведение к задаче численной оптимизации. Задачу поиска параметров источника сведём к поиску

$$\theta^* = \arg \min_{\theta \in \Theta_{\text{adm}}} \tilde{J}_\alpha(\theta),$$

где Θ_{adm} — множество допустимых параметров (ограничения по области поиска, по интенсивностям и т. п.). Функция $\tilde{J}_\alpha$ в общем случае является нелинейной по координатам источника и может иметь множественные локальные минимумы вследствие шумов наблюдений, разреженности сети датчиков и особенностей прямого оператора C . По этой причине в качестве метода поиска глобального минимума целесообразно использовать стохастические, популяционные алгоритмы — в частности МРЧ, который подробно описан в последующем разделе. Выбор МРЧ обусловлен его свойствами: относительной простотой реализации, возможностью эффективной глобальной разведки пространства параметров и хорошей переносимостью на параллельные вычислительные архитектуры.

Алгоритмическая схема решения (пошагово).

1. **Сбор и предобработка данных.** Валидация измерений, удаление очевидных артефактов, агрегация значений на временном интервале $\mathcal{T}$; отбор датчиков с удовлетворительным уровнем качества.
2. **Выделение интервалов превышений.** Определение $\mathcal{T}$, формирование наблюдаемого вектора y и вычисление остатков r после вычета вкладов известных источников.
3. **Формулировка оптимизационной задачи.** Задание параметрического пространства Θ_{adm} (границы по координатам, интенсивностям, длительности), выбор формы целевой функции $\tilde{J}_\alpha$ и регуляризатора $R(\theta)$.
4. **Инициализация роя частиц.** Задание популяции частиц (или иных стартовых точек), распределение начальных значений в Θ_{adm} .
5. **Вычисления концентрации согласно разработанной продукционной модели.** Для каждого рассматриваемого вектора параметров θ вычисляется $\mathcal{G}(\theta)$ (скорость ветра и его направление подставляются из метеоданных за интервал $\mathcal{T}$, класс стабильности атмосферы и соответствующие ему параметры гауссовского распределения рассчитываются на основе данных о ветре и инсоляции, поправка на влияние жидких осадков производится при наличии информации о их выпадении на данном временном интервале).
6. **Оценка целевой функции и обновление алгоритма (МРЧ).** По рассчитанным значениям $\mathcal{G}(\theta)$ вычисляется $\tilde{J}_\alpha(\theta)$; алгоритм МРЧ обновляет позиции/скорости частиц согласно своей схеме.

7. Критерий остановки и постобработка полученных данных моделирования. Остановка алгоритма по достижению заданного числа итераций, по сходимости значения целевой функции или по вычислительному лимиту, оценка полученного результата специалистом-оператором, визуализация найденного источника(ов) и прогнозного поля концентраций.

Возможные ограничения предлагаемого алгоритма включают в себя следующее:

- Шум и разреженность данных. Наличие шума и малое число датчиков приводят к вырождению обратной задачи; регуляризация и априорная информация (картосхемы промышленной инфраструктуры, допустимые зоны размещения источников) критичны для получения устойчивых решений.
- Линейность по интенсивности и нелинейность по координатам. Во многих продукционных моделях вклад от источника линейно зависит от интенсивности Q при фиксированных координатах, что облегчает оптимизацию по Q при известном местоположении; однако зависимость от координат и высоты источника остаётся строго нелинейной.
- Множественные источники. При наличии нескольких незарегистрированных источников число неизвестных параметров растёт, повышая размерность задачи и требуя либо жёсткой регуляризации, либо поэтапной стратегии (итеративное выделение наиболее вероятного источника с последующим вычитанием его вклада).
- Выбор агрегированной метрики. В зависимости от цели (наиболее вероятная пиковая концентрация, интегральная масса на землю, среднее значение во времени) целевая функция может быть сконструирована по-разному; это влияет на поведение оптимизатора и интерпретацию результата.

Итоговая операционная роль метода роя частиц в рамках предложенного алгоритма — численное решение задачи

$$\min_{\theta \in \Theta_{\text{adm}}} \tilde{J}_{\alpha}(\theta),$$

где каждая оценка целевой функции требует однократного вызова прямой модели $\mathcal{G}$. В следующем подразделе будет приведена подробная теория метода роя частиц и обсуждены практические аспекты его настройки для рассматриваемого класса задач (выбор размера роя, управляющих коэффициентов, стратегий инициализации и ускорения).

Предложенный подход организует решение задачи локализации как воспроизводимый многоэтапный процесс: предобработка данных $\rightarrow$ вычёт известных вкладов $\rightarrow$ формирование невязки $\rightarrow$ сведение к задаче оптимизации параметров источника и её решение методом популяционной стохастической оптимизации. Такая структура обеспечивает ясную декомпозицию задач ответственности (обработка данных, прямое моделирование, инверсия) и даёт гибкую платформу для внедрения дополнительных улучшений (множественные источники, пространственные априоры, адаптивная регуляризация и т.п.).

3.2 Анализ используемой функции

В рамках задачи локализации источников загрязнения рассмотрим целевую функцию

$$J(\theta) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [C_{\text{прогноз}}(x_i, y_i, z_i; \theta) - C_{\text{набл}}(x_i, y_i, z_i)]^2},$$

которая оценивает среднеквадратичное отклонение прогнозируемой концентрации от наблюдаемой в N контрольных точках сети экомониторинга. Вектор параметров источника $\theta = (x_s, y_s, z_s, Q)$ включает координаты, интенсивность и длительность выброса.

Функция $J(\theta)$ является непрерывной по всем компонентам θ , так как продукционная модель $C_{\text{прогноз}}$ непрерывна относительно координат источника и его интенсивности. При условии гладкости параметров распределения $\sigma_y(x), \sigma_z(x)$ и коэффициентов сухого осаждения функция кусочно-дифференцируема. Следует учитывать, что из-за дискретной структуры сети датчиков глобальная дифференцируемость может нарушаться вблизи точек наблюдений, что вызывает локальные резкие изменения градиента функции.

Функция $J(\theta)$ неотрицательна для любых $\theta \in \Theta_{\text{adm}}$ и достигает нуля только при идеальном согласовании модели с наблюдениями, что на практике невозможно из-за шумов измерений, разреженности сети и неучтённых факторов.

Используемая модель распространения атмосферного загрязнения является непрерывной по оптимизируемым параметрам источника $\theta = (x_s, y_s, z_s, Q)$ при фиксированных метеорологических условиях. Это следует из структуры модели, включающей непрерывные элементарные функции, экспоненту и дополнительную функцию ошибок erfc . При $u > 0$, $\sigma_y > 0$, $\sigma_z > 0$ и $K_z \neq$

0 соответствующие выражения определены и непрерывны. Поскольку наличие или отсутствие осадков в рассматриваемом временном интервале является заданным метеорологическим условием, в процессе оптимизации используется соответствующая ветвь модели: без множителя K_{RH} при отсутствии осадков либо с множителем K_{RH} при их наличии. Поэтому возможное изменение режима осадков не приводит к разрыву зависимости модели по оптимизируемым параметрам источника.

Таким образом, для каждого фиксированного набора метеорологических условий функция концентрации $C(\theta)$ непрерывна по θ . Поскольку целевая функция определяется через конечную сумму квадратов разностей расчётных и наблюдаемых концентраций, она также является непрерывной на допустимой области поиска

$$\Theta_{\text{adm}} = \{(x_s, y_s, z_s, Q) : (x_s, y_s, z_s) \in \Omega, 0 \leq Q \leq Q_{\max}\}.$$

Непрерывность целевой функции, однако, не означает её выпуклость. Зависимость $J(\theta)$ от пространственных координат источника является нелинейной вследствие экспоненциальных зависимостей, функции erfc , а также зависимости параметров рассеивания и других характеристик модели от условий распространения загрязняющего вещества. Поэтому глобальная выпуклость целевой функции по всему вектору θ в общем случае не утверждается.

Отдельно следует отметить зависимость целевой функции от интенсивности выброса Q . При фиксированных координатах источника модель имеет линейную зависимость от Q , то есть для каждого пункта наблюдения может быть записана в виде

$$C_i(\theta) = Q f_i(x_s, y_s, z_s).$$

Следовательно, квадрат целевой функции как функция Q имеет вид

$$J^2(Q) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [Q f_i - C_i^{\text{набл}}]^2.$$

Его вторая производная равна

$$\frac{\partial^2 J^2}{\partial Q^2} = \frac{2}{N} \sum_{i=1}^N f_i^2.$$

При ненулевой концентрационной чувствительности хотя бы одного пункта наблюдения к источнику данная величина положительна. Поэтому при фиксированных координатах источника $J^2(Q)$ является строго выпуклой функцией на отрезке $Q \in [0, Q_{\max}]$, а соответствующее оптимальное значение Q определяется единственным образом.

Однако данный результат не распространяется на полный вектор параметров $\theta = (x_s, y_s, z_s, Q)$ и не означает единственности положения источника. В общем случае целевая функция может иметь несколько локальных минимумов, а при определённых конфигурациях датчиков и метеорологических условиях — несколько глобальных минимумов. Поэтому необходимо различать единственность минимального значения целевой функции и единственность набора параметров, на котором это значение достигается.

В результате работы МРЧ находится допустимый набор параметров источника, минимизирующий целевую функцию на рассматриваемой области поиска. При этом получение одного итогового решения как глобально лучшего найденного решения роя не означает математической единственности соответствующей точки в непрерывной области поиска. Единственность набора θ определяется не алгоритмом оптимизации, а идентифицируемостью обратной задачи, конфигурацией датчиков и информативностью измерений.

Если при многократном поиске выявляется несколько близких по значению целевой функции вариантов, они рассматриваются как альтернативные гипотезы о местоположении и параметрах источника. Их пространственная близость или различие оцениваются непосредственно по результатам вычислений с учётом конкретных метеорологических условий. Окончательная проверка сформированных вычислительных гипотез осуществляется средствами экологического мониторинга: предполагаемые участки расположения источника могут быть обследованы специалистами непосредственно на местности с целью установления фактического наличия потенциального источника загрязнения.

Проведем анализ чувствительности к параметрам:

- **Горизонтальные координаты x_s, y_s :** Малые смещения источника существенно изменяют прогнозируемую концентрацию вблизи точек наблюдений, поэтому функция высокочувствительна к этим параметрам.
- **Высота источника z_s :** Изменение высоты корректирует вертикальный профиль концентрации и скорость сухого осаждения. При измерениях

на уровне земли чувствительность умеренная, но при многовысотных наблюдениях может быть заметной.

- **Интенсивность выброса Q :** Влияние линейно. В реализации алгоритма МРЧ интенсивность ограничена интервалом $[0, Q_{\max}]$, что исключает некорректные отрицательные значения.
- **Длительность выброса τ :** Определяет интегральное количество вещества и распределение концентрации во времени. При высокочастотных измерениях функция более чувствительна к τ .
- **Сухое осаждение и осадки:** Модифицируют вертикальный и горизонтальный профиль концентрации, увеличивая локальные градиенты функции по координатам источника и высоте.
- **Разреженность сети датчиков:** В областях вне покрытия градиенты функции плоские, чувствительность к параметрам снижается. Плотная сеть повышает разрешающую способность.

Для визуализации приведем схематический анализ чувствительности функции по отдельным параметрам. Приведенные рисунки отображают примерный характер зависимости $J(\theta)$ от каждого параметра.



Рисунок 5 — Схематическая чувствительность функции $J(\theta)$ по горизонтальной координате источника

Графики демонстрируют неравномерную чувствительность функции к параметрам источника, что объясняет необходимость глобального стохастического поиска оптимума с помощью метода роя частиц, способного эффективно исследовать многомерное пространство параметров и обходить локальные минимумы.

Высота источника z_s оказывает умеренное влияние, изменяя вертикальный профиль концентрации и скорость сухого осаждения частиц. В сетях, где датчики располагаются на разных высотах, изменение z_s приводит к заметным вариациям

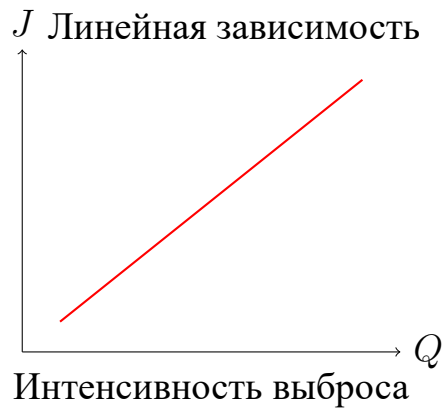


Рисунок 6 — Схематическая чувствительность функции $J(\theta)$ по интенсивности выброса



Рисунок 7 — Схематическая чувствительность функции $J(\theta)$ по высоте источника

функции, а при измерениях на уровне земли чувствительность снижается.

Интенсивность выброса Q влияет на функцию линейно. В области допустимых параметров интенсивность ограничена $[0, Q_{\max}]$, что исключает физически некорректные отрицательные значения и задаёт границы поиска для алгоритма МРЧ.

Длительность выброса τ воздействует на интегральное количество вещества в атмосфере и распределение концентрации во времени. В сетях с высокой частотой наблюдений функция чувствительна к τ , в противном случае влияние на $J(\theta)$ слабо.

Для повышения устойчивости минимизации удобно использовать квадратичную форму функции без извлечения корня:

$$\tilde{J}(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N [C_{\text{прогноз}}(x_i, y_i, z_i; \theta) - C_{\text{набл}}(x_i, y_i, z_i)]^2,$$

а также добавлять регуляризационные члены, штрафующие некорректные значения параметров. Это сглаживает ландшафт функции и снижает влияние шумов, уменьшая вероятность застревания алгоритма в локальных минимумах.

Сухое осаждение частиц и осадки модифицируют вертикальный и горизонтальный профиль концентрации, увеличивая локальные градиенты функции по координатам источника и высоте, что повышает чувствительность к реальным источникам. Игнорирование этих процессов может создавать ложные локальные минимумы.

Разреженность сети датчиков создаёт области с плоскими градиентами вне зон покрытия, снижая чувствительность функции к параметрам источника. Напротив, плотная сеть усиливает разрешающую способность при локализации.

Минимизация проводится в области Θ_{adm} , где координаты ограничены исследуемой территорией, интенсивность $Q \in [0, Q_{\text{max}}]$, а длительность выброса $\tau \in [\tau_{\text{min}}, \tau_{\text{max}}]$. Ограничения обеспечивают физическую осмысленность решений и сокращают размерность пространства поиска.

Таким образом, целевая функция $J(\theta)$ обладает сложной многомерной структурой с многочисленными локальными минимумами, высокой чувствительностью к горизонтальным координатам источника, умеренной чувствительностью к высоте и длительности выброса, линейной чувствительностью по интенсивности. Эти свойства говорят о целесообразности использования глобальных стохастических методов оптимизации (например, МРЧ) и требуют тонкой настройки параметров алгоритма для эффективного поиска оптимальных источников загрязнения.

3.3 Применение метода роя частиц для решения задачи оптимизации

Для минимизации целевой функции

$$J(\theta) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [C_{\text{прогноз}}(x_i, y_i, z_i; \theta) - C_{\text{набл}}(x_i, y_i, z_i)]^2}$$

используется метод роя частиц. В 1995 году алгоритм был предложен Р. Эберхартом и Дж. Кеннеди как эвристический подход к решению задач нелинейной оптимизации, основанный на коллективном поведении биологических систем. Алгоритм моделирует динамику агентов (частиц), аппроксимирующих координату индивидов в стаях птиц, косяках рыб и других самоорганизую-

щихся группах. Каждая частица рассматривается как допустимое решение в пространстве параметров источника Θ , а рой частиц совместно осуществляет поиск глобального оптимума целевой функции.

Каждая частица i на итерации t описывается вектором позиции $x_i^{(t)}$ и скорости $v_i^{(t)}$:

$$x_i^{(t)} \in \Theta, \quad v_i^{(t)} \in \mathbb{R}^d,$$

где d — размерность задачи (количество параметров источника $\theta = (x_s, y_s, z_s, Q, \tau)$). Позиция частицы соответствует текущей аппроксимации параметров источника, а скорость определяет направление и шаг перемещения.

Движение каждой частицы задаётся следующими формулами:

$$v_i^{(t+1)} = \omega v_i^{(t)} + c_1 r_1 (p_i^{\text{best}} - x_i^{(t)}) + c_2 r_2 (g^{\text{best}} - x_i^{(t)}), \quad (3.5)$$

$$x_i^{(t+1)} = x_i^{(t)} + v_i^{(t+1)}, \quad (3.6)$$

где

- ω — коэффициент инерции, регулирующий сохранение направления движения;
- c_1, c_2 — коэффициенты обучения, определяющие вклад когнитивной и социальной составляющих;
- $r_1, r_2 \sim U(0, 1)$ — случайные числа для стохастического поиска;
- p_i^{best} — личная лучшая позиция частицы;
- g^{best} — глобальная лучшая позиция роя.

3.3.1 Влияние компонент на поведение частиц

Инерционная компонента $\omega v_i^{(t)}$ удерживает частицу на прежней траектории, препятствует резким изменениям и позволяет аккумулировать информацию о предыдущих шагах поиска. Высокое значение ω усиливает глобальное исследование пространства, низкое — ускоряет локальную сходимость.

Когнитивная составляющая $c_1 r_1 (p_i^{\text{best}} - x_i^{(t)})$ отвечает за использование личного опыта частицы. Она обеспечивает локальную оптимизацию вблизи ранее найденных лучших решений, позволяя частице уточнять своё положение.

Социальная составляющая $c_2 r_2 (g^{\text{best}} - x_i^{(t)})$ стимулирует частицу двигаться к коллективно найденному лучшему решению. Она ускоряет глобальную конвер-

генцию роя и способствует обмену информацией между частицами.

В рассматриваемой задаче каждая частица кодирует координаты источника (x_s, y_s, z_s) и параметры выброса Q и τ . Задаются физически осмысленные границы: $Q \in [0, Q_{\max}]$, $\tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}]$. Целевая функция $J(\theta)$ минимизируется с помощью МРЧ для локализации источника, который обеспечивает наилучшее согласование прогнозируемых концентраций $C_{\text{прогноз}}$ с измеренными $C_{\text{набл}}$.



Рисунок 8 — Схема работы метода роя частиц для поиска параметров источника загрязнения

Стохастическая природа алгоритма позволяет эффективно исследовать глобальное пространство решений и избегать преждевременной сходимости. Возможность распараллеливания оценок $J(\theta)$ для всех частиц ускоряет вычисления, что критично при использовании ресурсоёмких продукционных моделей. Метод роя частиц представляет собой адаптивный, масштабируемый и устойчивый метод для решения задачи локализации, позволяя учитывать физические границы параметров, особенности модели распространения и стохастичность наблюдений.

3.3.2 Применимость метода роя частиц к задаче локализации источников атмосферного загрязнения

Обсудим аспекты применения МРЧ к задаче поиска источников:

1. Каждая частица кодирует координаты источника (x_s, y_s, z_s) и параметры выброса Q и τ . В реализации задаются физически осмысленные ограничения: $Q \in [0, Q_{\max}]$, $\tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}]$, что предотвращает получение некорректных отрицательных значений и сокращает размерность пространства поиска.
2. Целевая функция $J(\theta)$ может быть высоконелинейной и иметь множество локальных минимумов из-за шума измерений, ограниченной сети датчиков и особенностей прямого оператора модели распространения загрязнителя.
3. Стохастическая природа МРЧ позволяет частицам избегать преждевременной сходимости и исследовать глобальное пространство решений.
4. Метод хорошо масштабируется для многомерных задач: каждая частица оценивается независимо, что облегчает параллельную реализацию и ускоряет расчёты при использовании ресурсоёмких продукционных моделей.
5. При учёте нескольких потенциальных источников частицы могут кодировать вектор параметров $(\theta^{(1)}, \dots, \theta^{(m)})$, а целевая функция формируется через суперпозицию прогнозов $C_{\text{прогноз}}(\theta^{(j)})$.

Алгоритм МРЧ демонстрирует высокую адаптивность за счет следующих обстоятельств:

- Присутствие когнитивной и социальной составляющей позволяет частицам балансировать между локальным уточнением и глобальной разведкой пространства.
- Возможность задания границ на параметры источника обеспечивает физическую интерпретируемость решений.
- Регулировка коэффициентов инерции ω и обучения c_1, c_2 позволяет управлять скоростью сходимости и стабильностью поиска.

Таким образом, метод роя частиц представляет собой эффективный инструмент для инверсного моделирования источников загрязнения, обеспечивая надёжный поиск глобального минимума целевой функции в условиях ограниченных наблюдений, шума данных и высокой размерности пространства параметров.

3.4 Многоуровневый иерархический метод роя частиц с пространственной декомпозицией области поиска

Применение метода роя частиц для решения задачи локализации источника атмосферного загрязнения позволяет выполнять поиск координат источника в многомерном пространстве параметров без вычисления производных целевой функции. Однако при значительной области поиска существенным недостатком стандартного МРЧ является необходимость многократного исследования всей области допустимых значений параметров. В результате значительная часть вычислений может приходиться на области, в которых вероятность расположения источника относительно невелика.

Для повышения вычислительной эффективности разработана модификация метода — многоуровневый иерархический МРЧ, основанный на предварительной пространственной декомпозиции области поиска, проведении локального поиска в выделенных подучастках и последующем уточнении решения на всей исследуемой территории. Иерархическая организация метода заключается в последовательном переходе от локального уровня поиска к глобальному. На локальном уровне отдельные рои исследуют выделенные подучастки области, после чего полученные результаты используются для формирования начального состояния глобального роя. На глобальном уровне выполняется окончательный поиск по всей области с использованием полной совокупности доступных измерительных данных, относящихся к рассматриваемому временному интервалу.

Пусть исходная область поиска параметров источника определяется множеством

$$\Omega = \left\{ (x_s, y_s, z_s, Q, \tau) : \begin{array}{l} x_s \in [x_{\min}, x_{\max}], \ y_s \in [y_{\min}, y_{\max}], \ z_s \in [z_{\min}, z_{\max}], \\ Q \in [0, Q_{\max}], \ \tau \in [\tau_{\min}, \tau_{\max}] \end{array} \right\}. \quad (3.7)$$

В рассматриваемой задаче координаты источника являются основными искомыми параметрами, тогда как параметры Q и τ характеризуют интенсивность и временные характеристики выброса. Целевая функция определяется в соответствии с выражением (3.1) и характеризует отклонение прогнозируемых концентраций от результатов измерений.

Основная идея предлагаемого метода заключается в представлении исход-

ной области Ω в виде объединения нескольких пространственных подучастков:

$$\Omega = \bigcup_{j=1}^M \Omega_j, \quad (3.8)$$

где M — количество подучастков.

Пространственное разбиение выполняется преимущественно по горизонтальным координатам x и y , поскольку именно они определяют положение источника на исследуемой территории. Высотный диапазон z при этом может сохраняться общим для всех подучастков. Выбор числа и размеров подучастков определяется площадью исследуемой территории, количеством измерительных пунктов и пространственной неоднородностью метеорологических условий.

Для каждого подучастка Ω_j формируется локальная популяция частиц

$$\mathcal{P}_j^{(0)} = \left\{ \left(\mathbf{X}_{j,1}^{(0)}, \mathbf{V}_{j,1}^{(0)} \right), \dots, \left(\mathbf{X}_{j,n_j}^{(0)}, \mathbf{V}_{j,n_j}^{(0)} \right) \right\}, \quad (3.9)$$

где n_j — количество частиц в j -м рое, а положение частицы определяется вектором

$$\mathbf{X}_{j,i}^{(t)} = (x_{j,i}^{(t)}, y_{j,i}^{(t)}, z_{j,i}^{(t)}, Q_{j,i}^{(t)}, \tau_{j,i}^{(t)}). \quad (3.10)$$

Положение частицы $\mathbf{X}_{j,i}^{(t)}$ соответствует конкретному значению вектора параметров источника θ , поэтому при вычислении целевой функции используется соответствующее значение $\theta_{j,i}^{(t)} = \mathbf{X}_{j,i}^{(t)}$.

Для каждой частицы выполняется расчет прогнозируемых концентраций в точках расположения датчиков. При этом для j -го подучастка могут использоваться метеорологические данные, соответствующие его пространственному положению. Обозначим совокупность используемых метеорологических данных через

$$\mathbf{W}_j = (u_j, \varphi_j, RH_j, \chi_j), \quad (3.11)$$

где u_j — скорость ветра, φ_j — направление ветра, RH_j — относительная влажность, χ_j — признак наличия осадков.

Использование локальных метеорологических данных позволяет учитывать пространственную неоднородность условий переноса загрязняющего вещества. Значение целевой функции для частицы при этом определяется с учетом соответствующих метеорологических данных и используемых на локальном этапе

измерений:

$$J(\theta_{j,i}^{(t)}) = \sqrt{\frac{1}{N_j} \sum_{k=1}^{N_j} \left[C_{\text{прог}, \theta_{j,i}^{(t)}}(x_k, y_k, z_k; \mathbf{W}_j) - C_{\text{набл}}(x_k, y_k, z_k) \right]^2}, \quad (3.12)$$

где N_j — количество измерений, используемых на локальном этапе для j -го подучастка.

При этом локальные измерения могут формироваться с учетом расположения измерительных пунктов относительно соответствующего подучастка. Таким образом, на локальном уровне используется только необходимая для предварительного поиска часть доступной информации, тогда как окончательная оценка найденного решения выполняется на глобальном уровне с использованием всей совокупности измерений.

Локальный поиск не рассматривается как самостоятельное решение исходной задачи. Его назначение состоит в выявлении перспективных областей пространства поиска и формировании информированной начальной популяции для последующего глобального поиска.

Для каждого локального роя после выполнения заданного числа итераций сохраняются частицы, характеризующиеся наименьшими значениями целевой функции. Пусть множество таких частиц имеет вид

$$L_j = \left\{ (\mathbf{X}_{j,1}^*, \mathbf{V}_{j,1}^*), (\mathbf{X}_{j,2}^*, \mathbf{V}_{j,2}^*), \dots, (\mathbf{X}_{j,r_j}^*, \mathbf{V}_{j,r_j}^*) \right\}, \quad (3.13)$$

где $r_j \leq n_j$ — количество сохраняемых частиц.

Общее множество информированных частиц формируется объединением результатов локальных поисков:

$$L = \bigcup_{j=1}^M L_j. \quad (3.14)$$

Полученное множество используется для формирования начальной популяции глобального роя. В отличие от стандартного МРЧ, в котором начальные положения частиц выбираются независимо в пределах всей области Ω , предлагаемая инициализация использует результаты предварительного локального поиска.

Положение частицы глобального роя может быть задано непосредственно

одним из локальных решений:

$$\mathbf{X}_i^{(0)} = \mathbf{X}_{j,k}^*, \quad (3.15)$$

где j — номер локального подучастка, а k — номер выбранной частицы.

Кроме положения частицы может использоваться информация о направлении ее движения, полученная на локальном этапе. В МРЧ направление движения определяется вектором скорости частицы. Поэтому в качестве начальной скорости глобального роя может использоваться скорость соответствующей локальной частицы:

$$\mathbf{V}_i^{(0)} = \mathbf{V}_{j,k}^*. \quad (3.16)$$

Для сохранения исследовательской способности роя и предотвращения преждевременной концентрации частиц в одной области к локальной скорости может добавляться случайная составляющая:

$$\mathbf{V}_i^{(0)} = \alpha \mathbf{V}_{j,k}^* + (1 - \alpha) \boldsymbol{\varepsilon}_i, \quad (3.17)$$

где $\alpha \in [0, 1]$ — коэффициент использования информации локального поиска, $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ — случайный вектор.

Таким образом, результаты локальных роёв используются не для фиксации положения источника в найденных областях, а для формирования информированного начального состояния глобального роя. После начала глобального этапа частицы сохраняют возможность перемещения между подучастками, вследствие чего пространственная декомпозиция не ограничивает область последующего поиска.

После формирования начальной популяции выполняется глобальный этап МРЧ. На данном этапе целевая функция рассчитывается с использованием полной совокупности доступных измерительных данных:

$$J(\theta) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [C_{\text{прог},\theta}(x_k, y_k, z_k) - C_{\text{набл}}(x_k, y_k, z_k)]^2}. \quad (3.18)$$

Таким образом, локальные этапы позволяют предварительно исследовать отдельные области пространства, а заключительный глобальный этап обеспечивает согласование полученных результатов с данными всей сети наблюдений.

Окончательное положение источника определяется частицей, для которой достигается минимальное значение глобальной целевой функции.

Предлагаемый алгоритм имеет следующую последовательность:

1. формирование исходной области поиска параметров неизвестного источника;
2. пространственное разбиение исследуемой территории на M подучастков;
3. определение измерительных пунктов и метеорологических данных, используемых для каждого подучастка;
4. формирование локальных популяций частиц;
5. выполнение ограниченного числа итераций МРЧ независимо для каждого подучастка;
6. отбор частиц с наименьшими значениями локальной целевой функции;
7. объединение выбранных частиц и формирование информированной начальной популяции глобального роя;
8. формирование начальных скоростей глобального роя на основе результатов локальных поисков и, при необходимости, случайной составляющей;
9. выполнение глобального МРЧ на всей исследуемой территории с использованием данных всех измерительных пунктов;
10. определение положения источника по частице с минимальным значением глобальной целевой функции.

Схематично последовательность обработки может быть представлена следующим образом:

$$\Omega \longrightarrow \{\Omega_1, \dots, \Omega_M\} \longrightarrow \{\mathcal{P}_1, \dots, \mathcal{P}_M\} \longrightarrow L \longrightarrow \mathcal{P}_G^{(0)} \longrightarrow \mathbf{X}^*. \quad (3.19)$$

$\mathcal{P}_G^{(0)}$ обозначает начальную популяцию глобального роя, сформированную на основе результатов локальных поисков, а $\mathbf{X}^*$ — найденное положение и параметры источника.

Иерархическая структура предлагаемого метода определяется тем, что вычислительный процесс организован в виде последовательных уровней поиска. На первом уровне осуществляется независимое исследование отдельных подучастков, а на втором уровне результаты локальных поисков используются для инициализации единого глобального роя. При этом переход между уровнями не предполагает непосредственного выбора одного из локальных решений в качестве окончательного. Все отобранные локальные решения рассматриваются как исходная информация для последующего глобального поиска.

Применение пространственной декомпозиции позволяет уменьшить область, исследуемую отдельным локальным роём, и тем самым повысить эффективность использования вычислительных ресурсов. Дополнительным преимуществом является возможность независимого выполнения локальных поисков. Поскольку вычисления для различных подучастков не требуют обмена информацией до окончания локального этапа, они могут выполняться параллельно:

$$PSO(\Omega_1) \parallel PSO(\Omega_2) \parallel \dots \parallel PSO(\Omega_M). \quad (3.20)$$

Далее рассмотрим свойство сходимости предложенного метода. Поскольку после формирования начальной популяции глобального роя используются стандартные рекуррентные соотношения МРЧ, пространственная декомпозиция изменяет способ формирования начального состояния, но не изменяет механизм последующего движения частиц.

Теорема. Пусть исследуемая область поиска Ω является ограниченной и замкнутой, а целевая функция $J(\theta)$, определенная на Ω , непрерывна и ограничена снизу. Пусть область Ω разбита на M подучастков:

$$\Omega = \bigcup_{j=1}^M \Omega_j, \quad (3.21)$$

для каждого из которых выполняется локальная оптимизация методом роя частиц. Обозначим через L_j множество частиц, отобранных по результатам локального поиска в j -м подучастке.

Пусть начальная популяция глобального роя формируется на основе множества

$$L = \bigcup_{j=1}^M L_j, \quad (3.22)$$

при необходимости дополненного случайно сгенерированными частицами до заданной численности роя. После формирования $\mathcal{P}_G^{(0)}$ глобальный поиск осуществляется по стандартным уравнениям метода роя частиц с сохранением лучшего найденного положения.

Если МРЧ при используемых параметрах обновления положения и скорости частиц сходится к минимуму целевой функции J на области Ω при любом допустимом начальном состоянии роя, то многоуровневый иерархический МРЧ

также сходится к минимуму J на области Ω .

Доказательство. На первом этапе предложенного метода выполняется разбиение области поиска Ω на подучастки Ω_j и независимый локальный поиск:

$$PSO(\Omega_1) \parallel PSO(\Omega_2) \parallel \dots \parallel PSO(\Omega_M). \quad (3.23)$$

Результатом данного этапа является множество отобранных допустимых частиц L_j для каждого подучастка. После завершения локального этапа формируется начальное состояние глобального роя $\mathcal{P}_G^{(0)}$. При этом способ формирования $\mathcal{P}_G^{(0)}$ не изменяет область допустимых решений Ω и не изменяет уравнения движения частиц глобального роя.

В частности, после инициализации глобального роя для каждой частицы используются стандартные зависимости МРЧ:

$$\mathbf{V}_i^{(k+1)} = w\mathbf{V}_i^{(k)} + c_1r_1 \left(\mathbf{X}_i^{\text{best},k} - \mathbf{X}_i^{(k)} \right) + c_2r_2 \left(\mathbf{X}_G^{\text{best},k} - \mathbf{X}_i^{(k)} \right), \quad (3.24)$$

$$\mathbf{X}_i^{(k+1)} = \mathbf{X}_i^{(k)} + \mathbf{V}_i^{(k+1)}, \quad (3.25)$$

где $\mathbf{X}_i^{\text{best},k}$ — лучшее положение i -й частицы, $\mathbf{X}_G^{\text{best},k}$ — лучшее положение глобального роя, w — коэффициент инерции, c_1 и c_2 — коэффициенты ускорения, а r_1 и r_2 — независимые случайные величины, принимающие значения из интервала $[0, 1]$.

Таким образом, локальный этап влияет только на начальное состояние глобального роя и не изменяет последующую динамику МРЧ. Иными словами, после предварительного локального поиска предложенный метод эквивалентен стандартному МРЧ, запущенному из некоторого другого допустимого начального состояния:

$$\left\{ \mathcal{P}_G^{(0)}, \mathcal{V}_G^{(0)} \right\} \longrightarrow \left\{ \mathcal{P}_G^{(1)}, \mathcal{V}_G^{(1)} \right\} \longrightarrow \dots \quad (3.26)$$

По условию теоремы МРЧ сходится к минимуму целевой функции J при любом допустимом начальном состоянии. Поскольку состояние

$$\left\{ \mathcal{P}_G^{(0)}, \mathcal{V}_G^{(0)}, \right\}$$

сформированное предложенным методом, является допустимым начальным состоянием глобального роя, к нему применимо указанное свойство сходимости.

Следовательно,

$$\lim_{k \rightarrow \infty} J(\theta_G^{\text{best},k}) = J(\theta^*), \quad (3.27)$$

где θ^* — точка минимума целевой функции на области Ω .

Следовательно, предварительный локальный поиск и использование его результатов для инициализации глобального роя не нарушают условия сходимости МРЧ. Поэтому предложенный многоуровневый иерархический МРЧ сохраняет свойство сходимости к минимуму целевой функции J на всей исследуемой области Ω . $\square$

Доказанное утверждение устанавливает сохранение свойства сходимости метода при изменении способа формирования начального состояния глобального роя. При этом для практической реализации алгоритма существенным является сохранение лучшего найденного решения на протяжении последующих итераций. Данное свойство обеспечивает возможность использования результатов локального поиска без риска ухудшения уже найденного решения на глобальном этапе.

В частности, если одна из частиц, полученных на локальном этапе, имеет меньшее значение целевой функции, чем остальные частицы начальной популяции, соответствующее положение может быть использовано в качестве начального глобального лучшего решения. При последующих итерациях оно сохраняется до тех пор, пока не будет найдено решение с меньшим значением целевой функции.

Таким образом, локальные рои определяют информированное начальное состояние глобального роя, а механизм сохранения личных и глобального лучших положений обеспечивает последовательное улучшение найденного решения. Это свойство формализуется следующим утверждением.

Лемма. В многоуровневом иерархическом МРЧ значение целевой функции лучшего найденного решения не возрастает с увеличением числа итераций глобального роя.

Доказательство. Обозначим через $\mathbf{X}_G^{\text{best},k}$ лучшее решение глобального роя на k -й итерации. При выполнении очередной итерации для каждой частицы вычисляется новое положение $\mathbf{X}_i^{(k+1)}$ и соответствующее значение целевой функции.

Если выполняется условие

$$J\left(\theta_i^{(k+1)}\right) < J\left(\theta_i^{\text{best},k}\right), \quad (3.28)$$

то личное лучшее положение частицы заменяется новым:

$$\mathbf{X}_i^{\text{best},k+1} = \mathbf{X}_i^{(k+1)}. \quad (3.29)$$

В противном случае положение $\mathbf{X}_i^{\text{best},k}$ сохраняется.

Аналогично глобальное лучшее положение заменяется только при получении решения с меньшим значением целевой функции:

$$J\left(\theta_i^{\text{best},k+1}\right) < J\left(\theta_G^{\text{best},k}\right) \Rightarrow \mathbf{X}_G^{\text{best},k+1} = \mathbf{X}_i^{\text{best},k+1}. \quad (3.30)$$

При отсутствии такого решения выполняется

$$\mathbf{X}_G^{\text{best},k+1} = \mathbf{X}_G^{\text{best},k}. \quad (3.31)$$

Следовательно,

$$J\left(\theta_G^{\text{best},k+1}\right) \leq J\left(\theta_G^{\text{best},k}\right), \quad (3.32)$$

что доказывает монотонное невозрастание значения целевой функции лучшего решения. $\square$

Следовательно, использование результатов локальных поисков при формировании начальной популяции не нарушает монотонности изменения значения целевой функции глобального лучшего решения. В совокупности с теоремой о сходимости это позволяет рассматривать локальный этап как процедуру формирования информированного начального состояния глобального роя, не изменяющую механизм последующего итерационного поиска. При этом локальные решения не фиксируют область нахождения источника, поскольку на глобальном этапе поиск выполняется во всей области Ω .

Вычислительная эффективность предлагаемого подхода определяется количеством частиц и итераций на локальном и глобальном этапах. Если стандартный МРЧ использует N частиц и K итераций, то количество вычислений целевой функции оценивается как

$$N_{\text{eval}} = NK. \quad (3.33)$$

Для предлагаемого метода число вычислений целевой функции определяется выражением

$$N_{\text{eval}}^H = \sum_{j=1}^M N_j K_j + N_G K_G, \quad (3.34)$$

где N_j и K_j — количество частиц и итераций локального роя на j -м подучастке, N_G и K_G — соответствующие параметры глобального роя.

Параметры локальных роёв следует подбирать так, чтобы вычислительная сложность предварительного поиска была ниже, чем у полного запуска МРЧ. В этом случае основные вычислительные ресурсы сосредотачиваются на перспективных областях пространства поиска. Дополнительное сокращение времени выполнения может быть получено за счет параллельного выполнения локальных роёв.

Число вычислений целевой функции иерархического метода меньше, чем у стандартного, если

$$\sum_{j=1}^M N_j K_j + N_G K_G < N K. \quad (3.35)$$

Снижение достигается за счёт того, что информированная начальная популяция позволяет глобальному рою использовать меньшее число итераций $K_G < K$ (или частиц $N_G < N$) при сохранении точности. Если условие не выполняется, суммарный объём вычислений возрастает, и выигрыш может быть получен только по времени за счёт параллелизма.

Следует отметить, что пространственная декомпозиция в предлагаемом подходе не является жестким разбиением исходной оптимизационной задачи на независимые подзадачи с последующим непосредственным объединением их решений. Локальные рои выполняют предварительный поиск и формируют информированную популяцию для последующего глобального МРЧ. Поэтому окончательное решение определяется единой целевой функцией, учитывающей данные всех доступных измерительных пунктов рассматриваемого временного интервала.

Такое построение алгоритма позволяет совместить преимущества локального и глобального поиска. Локальные рои обеспечивают исследование различных областей пространства и учитывают соответствующие метеорологические условия, тогда как глобальный рой выполняет окончательное уточнение положения источника и обеспечивает возможность выхода за пределы подучастка, в

котором было получено локальное решение.

Предлагаемый подход особенно целесообразен для исследуемой задачи, поскольку область поиска имеет значительные пространственные размеры, а расчет целевой функции требует выполнения прямого моделирования распространения загрязняющего вещества. Возможность независимого выполнения локальных поисков и использования их результатов для инициализации глобального роя позволяет сократить время решения задачи при сохранении глобального характера поиска.

В результате разработанный метод представляет собой многоуровневую иерархическую процедуру оптимизации, в которой на первом уровне осуществляется пространственное исследование области поиска с помощью локальных роев частиц, а на втором уровне выполняется глобальное уточнение решения с использованием всей совокупности данных экологического мониторинга, относящихся к рассматриваемому временному интервалу. Пространственная декомпозиция используется для формирования информированного начального состояния глобального роя, при этом окончательный поиск выполняется во всей исходной области Ω .

3.5 Методика преобразования координат для учёта направления ветра

Для корректного расчёта распространения загрязнителя с использованием разработанной продукционной модели необходимо учитывать направление ветра, поскольку модель ориентирована вдоль оси x расчётной системы, а начало координат принимается в основании источника. В реальных условиях направление ветра изменяется во времени и может различаться для каждого источника, что требует поворота координатной системы на каждой итерации расчёта.

Введём две системы координат: базисную (X, Y, Z) и расчётную (x, y, z) . Угол между осью x расчётной системы и осью X базисной системы обозначим через φ , определяемый по мгновенному направлению ветра. Тогда координаты точки (x, y) расчётной системы, связанной с источником, в базисной системе выражаются формулами:

$$X = x \cos \varphi - y \sin \varphi + X_0, \quad (3.36)$$

$$Y = x \sin \varphi + y \cos \varphi + Y_0, \quad (3.37)$$

где

- (X_0, Y_0) — координаты основания источника в базисной системе,
- (x, y) — координаты в локальной системе, ориентированной вдоль направления ветра.

Знак и порядок поворота выбираются так, чтобы ось x всегда совпадала с направлением ветра на рассматриваемый временной шаг.

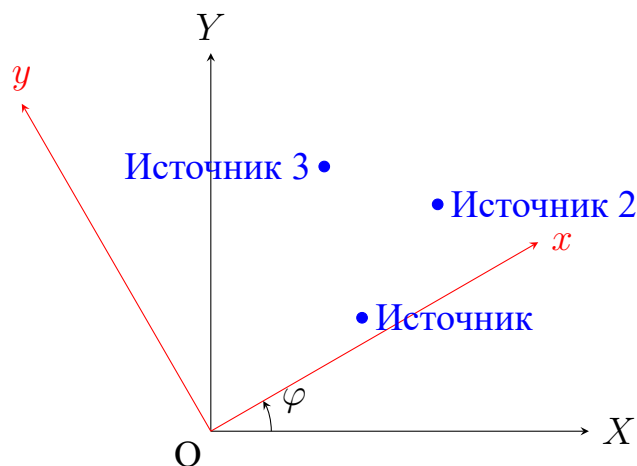


Рисунок 9 — Преобразование координат для согласования оси x с направлением ветра. Красная система (x, y) повернута на угол φ относительно базисной системы (X, Y)

Для нескольких источников преобразование выполняется индивидуально для каждого источника, учитывая его географическое положение и мгновенное направление ветра.

Методика преобразования координат обеспечивает:

- согласование оси x расчётной системы с мгновенным направлением ветра;
- возможность учёта одновременного действия нескольких источников;
- корректное наложение результатов моделирования на базисную географическую систему координат для визуализации и анализа.

Выводы по главе 3

В третьей главе была разработана методологическая база для численного решения задачи локализации источников загрязнения атмосферного воздуха. Основные результаты и выводы можно сформулировать следующим образом:

1. Предложен общий алгоритм численного решения обратной задачи локализации источников, основанный на минимизации целевой функции, характеризующей отклонение прогнозируемого концентрационного поля

от наблюдаемых данных. Это позволяет формализовать задачу в виде численной оптимизации и использовать методы глобального поиска.

2. Введён оператор прямого прогноза $C_{\text{прогноз}}$, описывающий расчёт концентрации загрязнителя в точках наблюдений при заданных параметрах источника $\theta = (x_s, y_s, z_s, Q, \tau)$. На основании прогноза и данных наблюдений сформирован вектор остатков r , учитывающий вклад известных источников и обеспечивающий фокусировку поиска на неизвестных источниках.
3. Исследованы математические свойства целевой функции $J(\theta)$: выявлена её нелинейность по координатам источника, наличие множества локальных минимумов при шумных данных наблюдений и разреженной сети сенсоров. Эти свойства обосновывают применение глобальных стохастических алгоритмов оптимизации.
4. Рассмотрен метод роя частиц как инструмент глобальной оптимизации, способный эффективно работать в многомерном пространстве параметров источника, учитывать ограничения по интенсивности выброса Q и длительности τ , а также обеспечивать параллельную обработку вычислений. Подробно описаны алгоритмические этапы: инициализация роя, вычисление функции приспособленности, обновление личных и глобальных лучших решений, корректировка скоростей и позиций частиц, проверка критерия остановки.
5. Разработан многоуровневый иерархический метод роя частиц, обеспечивающий поиск источников выбросов в расширенных областях пространственных параметров за счет последовательного уточнения области поиска и использования результатов локальной оптимизации при формировании последующих уровней роя. Метод позволяет применять МРЧ для задач локализации источников при увеличении размеров исследуемой области без пропорционального увеличения вычислительных затрат.
6. Разработан метод преобразования координат, позволяющий согласовать ось x модели с направлением ветра. Это обеспечивает корректное моделирование переноса загрязнителя и учитывает одновременное влияние нескольких источников на концентрационное поле в каждой точке наблюдения.
7. Определена допустимая область параметров Θ_{adm} , включающая геометрические ограничения (x_s, y_s, z_s) , диапазоны интенсивности выброса $Q \in [0, Q_{\text{max}}]$ и длительности выброса $\tau \in [\tau_{\text{min}}, \tau_{\text{max}}]$. Такие ограничения обес-

печивают физическую осмысленность решений и сокращают размерность пространства поиска, повышая эффективность глобальной оптимизации.

8. Сформирована структура для интеграции численного метода в комплекс программ: алгоритм МРЧ может быть использован для параллельного вычисления значений целевой функции для множества частиц, что критически важно при ресурсоёмких расчётах продукционной модели расчета распространения загрязнителя.

В главе 3 разработана комплексная методология для численного решения задачи локализации неизвестных источников атмосферного загрязнения, заложенная основа для практической реализации метода в виде программного комплекса для поиска решений в автоматизированном режиме и проведения численных экспериментов, которые будут представлены в следующей главе.

4 Комплекс программ для локализации источников атмосферных выбросов

4.1 Программная реализация

В данной работе была выполнена программная реализация разработанных моделей и методов в виде двух вариантов комплекса программ: веб-приложения и десктоп-приложения.

Веб-версия ориентирована на использование в распределённых вычислительных системах и обеспечивает доступ к результатам моделирования через браузер. Сетевой доступ гарантирует удобство использования и многоплатформенность, что критично в современных условиях импортозамещения и перехода на отечественные операционные системы. Десктоп-версия предназначена для локальных расчётов и работы с локальными базами данных экологического мониторинга и метеонаблюдений.

Обе версии реализуют два основных режима работы:

1. **Прямое моделирование** распространения загрязнителей от известных источников с учётом метеопараметров и характеристик выброса.
2. **Инверсное моделирование** (локализация неизвестных источников атмосферного загрязнения) на основе данных системы датчиков и API сервиса метеонаблюдений, разработанной продукционной модели шлейфа и оптимизационного алгоритма (метод роя частиц).

Программный комплекс обеспечивает интеграцию с базой данных экологического мониторинга, что позволяет использовать реальные измерения концентраций и метеорологических характеристик для настройки и проверки моделей.

4.2 Архитектура комплекса программ

Для автоматизированного поиска возможных решений задачи локализации источников атмосферного выброса на основе метода роя частиц и разработанной продукционной модели расчета распространения атмосферного загрязнителя с учетом влияния жидких осадков был разработан комплекс программ на высокоуровневом языке программирования Python версии 3.12, позволяющий производить моделирование распространения шлейфов загрязнителей инвентаризованных источников атмосферного загрязнения и определять координаты потенциального источника повышенного атмосферного выброса на промышленной территории.

В отличие от других известных имплементаций экспоненциальных моделей распространения примеси, в разработанном комплексе реализован ряд качественных улучшений, направленных на повышение точности и адаптивности расчётов.

Одним из ключевых отличий разработанного обеспечения является учёт динамики атмосферной стабильности. В большинстве реализаций экспоненциальных моделей класс стабильности атмосферы полагается неизменным на всём протяжении симуляции, что существенно ограничивает точность моделирования в условиях изменчивой метеообстановки. В разработанном же комплексе класс стабильности определяется на каждой итерации расчёта на основе совокупности факторов: информации об облачности, получаемой от API онлайн-сервиса open-meteo, а также данных о значениях атмосферного давления, доступных в базе экологического мониторинга. Такой подход позволяет учесть временную и пространственную изменчивость турбулентного режима атмосферы и обеспечить более корректное описание процессов рассеивания.

Кроме того, реализован механизм гибкой интеграции внешних метеорологических данных. Использование API позволяет автоматически обновлять параметры моделирования в режиме, близком к реальному времени, что делает систему пригодной для оперативного прогнозирования. Доступ к данным экомониторинга гарантирует согласованность результатов моделирования с реальными наблюдениями, а также обеспечивает возможность адаптации модели к конкретным условиям исследуемой территории.

Следует отметить, что динамическое обновление класса стабильности атмосферы оказывает критическое влияние не только на точность прямых расчётов концентраций загрязнителя, но и на корректность решения обратной задачи локализации источников. Ошибки в определении класса стабильности приводят к систематическим искажениям в оценке положения и интенсивности источника выброса, тогда как использование разработанного механизма позволяет существенно повысить надёжность и устойчивость алгоритма инверсного моделирования.

Комплекс программ включает в себя следующие модули:

1. Модуль графического пользовательского интерфейса.

Описание графического интерфейса веб-версии программного комплекса поиска источников атмосферных загрязнений

1. Вход в систему Доступ к программному комплексу осуществляется через веб-интерфейс (рисунок 10), размещенный по ссылке <https://schneider31.github.io/pollution-source-web/>. Для входа необходимо использовать предоставленные учетные данные.

Рисунок 10 — Окно ввода учетных данных

2. Функциональные возможности системы Программный комплекс предназначен для:
 - моделирования распространения загрязняющего вещества в атмосфере с использованием продукционной модели распространения загрязнителя с учетом влияния жидких атмосферных осадков и сухого осаждения;
 - поиска координат источника атмосферного выброса с помощью алгоритма роя частиц;
 - визуализации результатов на картах и в виде тепловых карт концентраций.
3. Интерфейс программного комплекса
Интерфейс программы (рисунок 11) разделен на три блока — «Настройки модели», «Параметры PSO» и «Действия».
4. Блок «Настройки модели»
Функциональный блок «Настройки модели» (рисунок 12) позволяет выбирать временную метку (поле «Начальное время») и источник данных (поле

Настройки модели

Выберите станцию:

Начальное время:

Конечное время:

Параметры алгоритма роя частиц (PSO)

Количество итераций:

Количество частиц:

Инерция (w):

Когнитивный коэффициент (c1):

Социальный коэффициент (c2):

Максимальная интенсивность источника (Q):

[Сохранить настройки](#)

Действия

[Запустить производственную модель](#)

[Запустить PSO](#)

[Посмотреть результаты поиска источника загрязнения](#)

[Посмотреть результаты моделирования распространения](#)

[Скачать результаты \(Excel\)](#)

[Выйти](#)

Рисунок 11 — Интерфейс программного комплекса

Настройки модели

Выберите станцию:

Начальное время:

Конечное время:

Рисунок 12 — Функциональный блок «Настройки модели»

«Выберите станцию») для моделирования распространения загрязнителя от инвентаризованных источников загрязнения на исследуемом участке территории. Поле «Выберите станцию» позволяет выбрать сенсор-источник данных (информация о скорости и направлении ветра) из выпадающего списка для проведения симуляции. Поле «Начальное время» заполняется вручную с соблюдением указанного в подсказке формата. Поле «Конечное время» устанавливается автоматически (+24 часа для моделирования суточного промежутка времени).

Для сохранения выбранных настроек необходимо нажать кнопку «Сохранить настройки».

5. Блок «Параметры алгоритма роя частиц (PSO)»

Функциональный блок «Параметры алгоритма роя частиц (PSO)» (рисунок 13) позволяет изменять параметры, влияющие на скорость и точность работы алгоритма поиска координат и предполагаемой интенсивности ис-

Параметры алгоритма роя частиц (PSO)

Количество итераций:

Количество частиц:

Инерция (w):

Когнитивный коэффициент (c_1):

Социальный коэффициент (c_2):

Максимальная интенсивность источника (Q):

Рисунок 13 — Функциональный блок «Параметры алгоритма роя частиц (PSO)»

точника загрязнений. Для выбора сенсора-источника данных используется поле «Выберите станцию» из блока настроек производственной модели.

Параметр «Количество итераций» задает число повторений алгоритма, чем выше параметр — тем точнее работает алгоритм, но занимает больше времени. Рекомендуемый диапазон 50–100 итераций.

Параметр «Количество частиц» устанавливает число частиц в рое. Чем выше число частиц, тем шире диапазон поиска, но медленнее выполнение. Рекомендуемый диапазон 200–350 частиц.

Параметр «Инерция» регулирует влияние собственной скорости частицы.

Параметр « c_1 (когнитивный коэффициент)» регулирует «индивидуальное» обучение частицы (тяга к локальному оптимуму). Рекомендуемое значение 1.6–1.8.

Параметр « c_2 (социальный коэффициент)» регулирует «социальное» обучение частицы (тяга к глобальному оптимуму). Рекомендуемое значение 1.6–1.8.

Влияние:

- высокое c_1 , низкое c_2 — частицы исследуют вокруг себя, поведение более «индивидуальное»;
- низкое c_1 , высокое c_2 — частицы быстрее сближаются, но есть риск преждевременной сходимости.

Параметр «Максимальная интенсивность (Q)» — верхняя граница поиска интенсивности выброса (г/с). Ограничивает диапазон поиска интенсивности источника.

Для сохранения выбранных настроек необходимо нажать кнопку «Сохранить настройки».

6. Блок «Действия»

Функциональный блок «Действия» (рисунок 14) содержит кнопки запуска

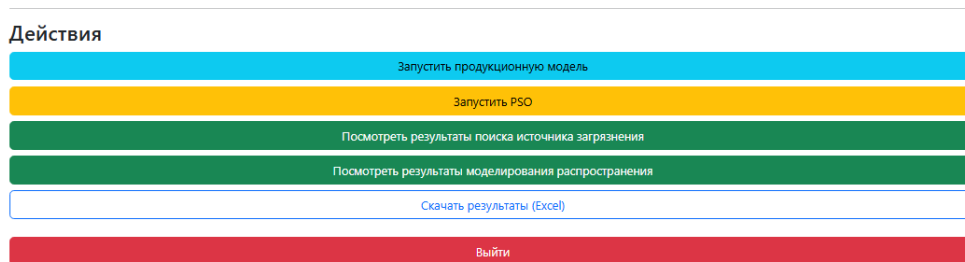


Рисунок 14 — Функциональный блок «Действия»

и просмотра последних результатов исполнения программы.

Кнопка «Запустить производственную модель» осуществляет запуск симуляции распространения загрязнителя с указанными в блоке настроек параметрами. После запуска происходит переход на страницу с надписью «Модель запущена. Ожидайте...». После завершения моделирования происходит обновление страницы и переход к странице с отрисовкой результатов и численными данными.

Кнопка «Запустить PSO» запускает симуляцию поиска источников загрязнения в указанное время с параметрами из блока «Параметры алгоритма роя частиц (PSO)». Результат работы в виде отрисовки точки и координат/интенсивности источника можно просмотреть по нажатию кнопки «Посмотреть результаты поиска источника загрязнения». Аналогично последние результаты моделирования можно просмотреть по нажатию кнопки «Посмотреть результаты моделирования загрязнения».

Кнопка «Скачать результаты» позволяет скачать результаты моделирования в формате .xlsx.

Кнопка «Выйти» позволяет сменить аккаунт пользователя.

7. Другие параметры моделирования, такие как табличные значения физических и химических свойств загрязняющих веществ, выбор вещества, количество, интенсивность и местоположение источников, физические величины, — устанавливаются в конфигурационном файле на сервере приложения.
2. Модуль получения данных экологического мониторинга и погоды. Данный модуль обеспечивает извлечение исходных данных, необходимых для работы производственной модели и алгоритмов инверсного моделирования. Основная задача модуля заключается в получении измеренных концентраций загрязнителей, а также метеорологических характеристик (скорости и направления ветра) для

выбранных временных интервалов и точек наблюдения с сети сенсоров.

Модуль реализован с использованием библиотеки `pyodbc` для взаимодействия с реляционной базой данных SQL-Server. Доступ к базе может быть как локальным, так и удалённым. Модуль предоставляет два ключевых функционала:

Сбор данных за период времени для всех станций *weather_data_collect*.

На вход подаются временные границы наблюдений (*start_time, end_time*) и идентификатор станции (*station_id*).

Выполняется подключение к базе данных через ODBC-драйвер и формирование SQL-запроса для извлечения измерений концентраций загрязнителя и метеопараметров.

Данные распределяются по спискам скорости ветра и направления ветра, что обеспечивает упорядоченную передачу значений в последующие модули модели.

На выходе формируются два упорядоченных массива, содержащих значения скорости и направления ветра для всего временного интервала.

Получение данных для конкретной временной точки (*fetch_data_for_single_point*).

Функция принимает на вход временной момент и идентификатор станции, по которым извлекаются измеренные концентрации загрязнителя и параметры ветра.

После выполнения SQL-запроса происходит фильтрация данных по компонентам: концентрация, скорость ветра, направление ветра.

На выходе возвращается кортеж (*observed_concentration, wind_speed, wind_direction*), обеспечивающий корректное взаимодействие с продукционной моделью.

В случае отсутствия данных для заданной точки выбрасывается исключение `ValueError`, что позволяет оперативно выявлять пропуски в исходных данных и предотвращает некорректные расчёты модели.

Модуль является критически важным для обеспечения достоверности моделирования, так как точность инверсного определения источников напрямую зависит от корректности исходных наблюдений. Реализованная архитектура позволяет гибко масштабировать обработку данных на множество временных интервалов и сенсорных точек, а также интегрироваться с другими компонентами программного комплекса без изменения структуры базы данных.

3. Модуль обращения к API онлайн-сервиса open-meteo и расчета вектора классов стабильности атмосферы. Данный модуль отвечает за интеграцию программного комплекса с внешним источником метеорологических данных — онлайн-сервисом Open-Meteo, а также за вычисление классов стабильности атмосферы, используемых в продукционной модели для расчета распространения загрязнителей. Основная цель модуля — обеспечить корректное формирование временной серии метеопараметров и учесть влияние атмосферной турбулентности и осадков на формирование шлейфа загрязнителя.

Модуль реализован с использованием следующих технологий и библиотек: *openmeteo_requests* для взаимодействия с API Open-Meteo; *requests_cache* и *retry_requests* для кеширования ответов и автоматического повторного запроса при временных ошибках сети; *pandas* и *numpy* для обработки и хранения временных рядов метеоданных.

Основные функции модуля:

- Получение данных о погоде по координатам и временным интервалам.

На вход подаются координаты точки наблюдения (latitude, longitude) и временные границы интервала.

Формируется запрос к архивному API Open-Meteo с указанием необходимых параметров: температура, относительная влажность, скорость и направление ветра, облачность, атмосферное давление, количество осадков и др.

Ответ API обрабатывается и преобразуется в массивы данных по часам (hourly), что позволяет использовать их непосредственно в расчетах модели.

- Расчет классов стабильности атмосферы.

На основе полученных данных определяется класс стабильности для каждой временной точки с учетом облачности, скорости ветра и наличия дневного времени.

Для включения влияния влажности при осадках формируется бинарный вектор *is_humid*: если в интервале наблюдаются осадки (*precipitation* > 0), соответствующий элемент вектора получает значение 2 (шлейф подвергается «размытию»); если осадков нет, значение равно 1 (без размывания).

Классы стабильности повторяются по три раза на каждую временную точку для согласования с внутренними шагами расчетов модели, обеспечивая корректное распределение значений по пространству и времени.

Функция получения метеопараметров для конкретной временной точки (*get_weather_for_single_point*):

Принимает на вход дату и время моделирования.

Затем определяет ближайший индекс во временном ряде данных Open-Meteo и извлекает соответствующие значения влажности, скорости ветра, облачности и наличия дневного времени.

На основе этих данных вычисляется класс стабильности атмосферы, который используется продукционной моделью для расчета концентрации загрязнителя с учетом динамических условий атмосферы.

Использование кеширования позволяет избежать повторных запросов к API и ускоряет многократные расчеты.

Механизм повторных запросов (retry) обеспечивает устойчивость к временным сбоям сетевого соединения.

Проверки диапазона времени и наличия данных исключают возможность некорректного использования метеопараметров в расчете.

Таким образом, модуль обеспечивает динамическое определение классов стабильности атмосферы и корректное формирование временного ряда метеопараметров, включая информацию о наличии осадков. Это позволяет продукционной модели учитывать размывание шлейфа в дождливые периоды и более точно воспроизводить пространственно-временное распределение загрязнителя на территории моделирования.

4. Модуль расчета параметров турбулентной диффузии σ_y и σ_z .

Данный модуль предназначен для вычисления параметров ширины шлейфа загрязнителя по горизонтали (σ_y) и вертикали (σ_z) в зависимости от класса стабильности атмосферы и расстояния до источника. Модуль реализует функции, которые на основе категориального параметра стабильности атмосферы и расстояния от источника рассчитывают пространственное рассеивание загрязнителя.

Основные этапы работы модуля:

1. **Входные данные:** категория атмосферной стабильности и расстояние до источника. Для минимальной корректности расчетов введено ограничение на минимальное расстояние до 10 м.
2. **Определение эмпирических коэффициентов:** для каждой категории стабильности атмосферы выбираются наборы эмпирических коэффициентов a , b , c , d , используемых в формулах расчета ширины шлейфа. Коэффициенты

варьируются в зависимости от диапазона расстояний до источника, что позволяет учесть нелинейные изменения рассеивания вблизи и вдали от источника.

3. **Расчет вертикальной дисперсии (σ_z):** вертикальная ширина шлейфа вычисляется по формуле:

$$\sigma_z = a \left(\frac{x}{1000} \right)^b,$$

с защитой от минимальных и максимальных значений для обеспечения физической реалистичности.

4. **Расчет горизонтальной дисперсии (σ_y):** горизонтальная ширина шлейфа определяется через угол рассеивания θ , который вычисляется по логарифмической зависимости от расстояния:

$$\theta = c - d \cdot \ln \left(\frac{x}{1000} \right), \quad \sigma_y = k \cdot x \cdot \tan(\theta),$$

где k — эмпирический коэффициент масштабирования.

5. **Выходные данные:** функции возвращают рассчитанные значения σ_y и σ_z , которые далее используются в продукционной модели для расчета концентраций загрязнителя на сетке расчетной области.

Данный модуль обеспечивает корректное формирование гауссового шлейфа с учетом атмосферной стабильности и расстояния до источника, что является ключевым для точного моделирования распространения загрязнителей в продукционной модели.

5. Модуль расчета концентрации загрязнителя в точке пространства на основе разработанной продукционной модели с учетом сухого осаждения и влияния жидких осадков.

Данный модуль реализует основную вычислительную часть продукционной модели, обеспечивая расчет пространственно-временного распределения концентрации загрязнителей на сетке исследуемого участка. Модуль обладает следующими особенностями:

1. **Поддержка нескольких моделей:** модуль позволяет производить расчёт как по собственной продукционной модели с учетом сухого осаждения и влияния жидких атмосферных осадков, так и по классической модели Д. Эрмака для целей сравнения и валидации.

2. **Дискретизация расчетной области:** создается двумерная сетка координат x и y , соответствующая площади моделирования, и массив высот z , на котором рассчитываются концентрации. Для каждого временного шага вычисляется массив концентраций на всей сетке.
3. **Интеграция с погодными данными:** для каждого временного шага используются наблюдения скорости и направления ветра, а также данные о влажности и осадках, полученные из модулей сбора данных с сенсоров и API онлайн-сервисов.
4. **Вычисление концентраций:** на каждом временном шаге для каждого источника выброса выполняется расчет концентраций с использованием:
 - функции гауссового шлейфа для продукционной модели;
 - функции решения Эрмака для классической модели.
 Результаты аккумулируются по всем источникам и временным шагам.
5. **Учёт осадков и размытия шлейфа:** при наличии осадков концентрации модифицируются с использованием коэффициентов увлажнения, рассчитываемых на основе относительной влажности и массы аэрозольных частиц, что позволяет моделировать процесс осаждения и растворения загрязнителя в атмосфере.
6. **Сбор данных по контрольным точкам:** рассчитанные концентрации на сетке агрегируются для выбранных точек сенсоров, что позволяет сравнивать модельные данные с фактическими наблюдениями и проводить последующую оптимизацию в инверсной задаче.
7. **Вывод результатов:** модуль обеспечивает:
 - сохранение результатов моделирования в Excel для анализа;
 - визуализацию распределения концентраций на карте с возможностью построения как планового вида, так и поверхностных срезов по высоте.

Модуль обеспечивает гибкое и точное моделирование распространения загрязнителей с учетом влияния атмосферных условий и позволяет одновременно использовать как разработанную продукционную модель, так и классическую модель Эрмака для верификации и сравнительного анализа.

6. Модуль локализации источников загрязнения.

Данный модуль реализует алгоритмы оптимизации методом роя частиц и многоуровневого иерархического МРЧ для определения координат и интен-

сивности источника выброса на основе сравнения модельной и наблюдаемой концентрации загрязнителей (рисунок 15). Основные характеристики модуля:

1. **Функция приспособленности:** в качестве функции оценки используется среднеквадратичное отклонение между концентрацией, рассчитанной моделью в выбранной точке интереса, и фактической концентрацией, измеренной датчиком экологического мониторинга. Это позволяет минимизировать расхождение между моделью и наблюдениями.
2. **Поддержка влияния атмосферных условий:** модуль интегрируется с другими компонентами системы для получения данных о погоде (класс стабильности атмосферы и влажность), скорости и направлении ветра для конкретной временной точки. Учёт влажности и осадков позволяет корректировать модельную концентрацию на эффект осаждения и размыва шлейфа.
3. **Работа с сеткой моделирования:** создается двумерная расчетная сетка для области моделирования, и для каждой частицы роя рассчитывается концентрация на этой сетке с использованием модели Эрмака. При необходимости осуществляется корректировка на влажность и массу аэрозольных частиц.
4. **Алгоритм МРЧ:** каждая частица роя характеризуется положением в пространстве параметров (координаты источника и интенсивность выброса) и скоростью движения. На каждой итерации вычисляется фитнес каждой частицы, обновляются личные и глобальные оптимальные положения. Скорости частиц корректируются с учетом инерции и притяжения к локальному и глобальному лучшему решению.
5. **Иерархический МРЧ с разбиением области поиска:** кроме стандартного МРЧ, модуль реализует многоуровневый иерархический алгоритм. Область поиска делится на прямоугольные участки; в автоматическом режиме границы разбиения выбираются по положению датчиков так, что датчики по возможности распределяются между участками, в ручном режиме границы задаёт пользователь. В каждом участке независимо работает локальный рой, затем лучшие частицы всех локальных роев передаются в глобальный рой, который уточняет решение на всей области поиска.
6. **Распараллеливание вычислений:** локальные рои разных участков не зависят друг от друга, поэтому выполняются параллельно в отдельных процессах. Это сокращает время локального этапа на многоядерных системах;

глобальный этап выполняется последовательно.

7. **Параметры алгоритма:** все параметры МРЧ (число частиц, коэффициенты инерции и обучения, число итераций, границы поиска) задаются в конфигурационном файле `settings.py`, что позволяет пользователю управлять оптимизацией без изменения исходного кода. В том же файле выбирается вариант алгоритма (стандартный или иерархический МРЧ), режим разбиения области (автоматический или ручной), число участков и параметры локального и глобального этапов.
8. **Вывод результатов:** по завершении оптимизации модуль возвращает координаты источника и его интенсивность, обеспечивая визуализацию положения оптимального источника на карте. Дополнительно выводится значение функции приспособленности для оценки качества решения.
9. **Гибкость интеграции:** модуль предназначен для запуска решения задачи локализации из графического интерфейса программы, что позволяет запускать оптимизацию в интерактивном режиме, а также использовать его в пакетной обработке данных для нескольких временных шагов и станций.

Данный модуль обеспечивает количественное определение локализации и мощности источников выброса на основе минимизации расхождений между модельными и фактическими концентрациями загрязнителей, интегрируя атмосферные данные и поддерживая гибкую настройку параметров алгоритма.

7. Конфигурационный файл `settings.py` для настройки параметров симуляции.

Конфигурационный файл предназначен для хранения ключевых параметров моделирования, которые не задаются через пользовательский интерфейс. Часть параметров, таких как начало и конец временного интервала моделирования, идентификатор сенсора, количество итераций алгоритма МРЧ, коэффициенты метода роя частиц, интенсивность выброса и число частиц, вводится пользователем через интерфейс программы.

Остальные параметры, влияющие на структуру расчетной области и физические характеристики источников, задаются вручную в файле, что обеспечивает воспроизводимость экспериментов и корректную интеграцию с данными мониторинга.

В файле задаются следующие основные группы параметров:

1. **Параметры, задаваемые через интерфейс пользователя:**

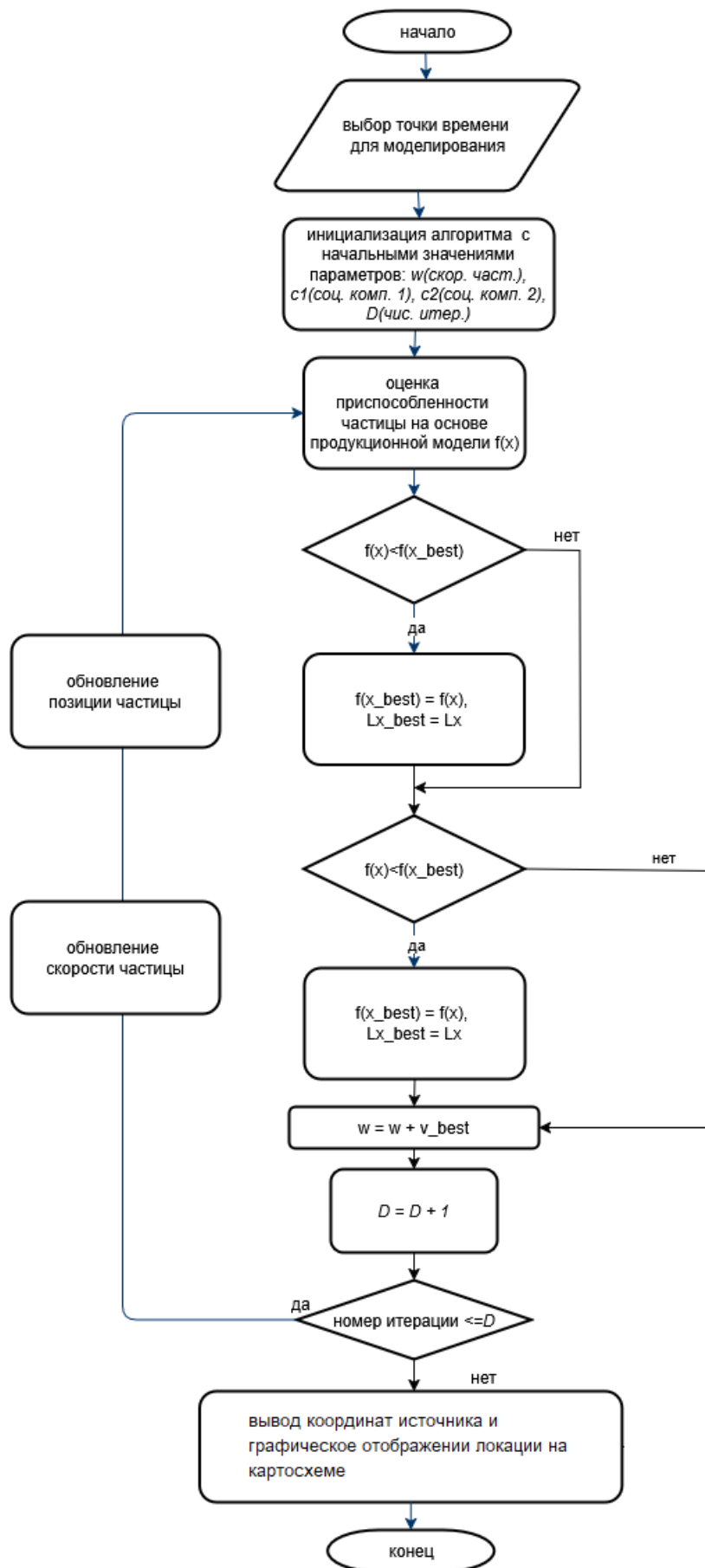


Рисунок 15 — Схема работы модуля оптимизации методом роя частиц

- Начало и конец временного интервала моделирования;
- Идентификатор сенсора для получения данных экомониторинга;
- Количество итераций алгоритма МРЧ;
- Коэффициенты метода роя частиц: инерционная, когнитивная и социальная составляющие;
- Интенсивность выброса источника;
- Число частиц в алгоритме МРЧ.

2. Параметры, задаваемые вручную в файле:

- Географические координаты и границы расчетной области;
- Сетка расчетной области и дискретизация по горизонтали и вертикали;
- Химические и физические характеристики веществ, включая идентификаторы и коэффициенты осаждения и сухого осаждения;
- Характеристики источников загрязнения: число источников, координаты труб, высоты и интенсивности выбросов;
- Параметры массы и плотности загрязнителя;
- Дополнительные параметры управления выводом и визуализацией.

Такое разделение параметров на вводимые через интерфейс и задаваемые вручную обеспечивает одновременно удобство для пользователя и контроль над основными настройками модели. Оно позволяет гибко конфигурировать симуляции для различных участков и сценариев, сохраняя воспроизводимость экспериментов и корректность интеграции с данными экомониторинга и внешними метеопараметрами.

8. Модуль отрисовки для отображения результатов работы алгоритма МРЧ на картосхеме исследуемого участка промышленной территории.

Модуль визуализации выполняет комплексное отображение результатов работы продукционной модели и алгоритма метода роя частиц на картосхеме исследуемой территории. Основные функции включают:

1. **Тепловые карты концентраций:** при выполнении моделирования с использованием продукционной модели для каждого временного шага рассчитывается среднее значение концентраций загрязнителей по сетке. Эти значения отображаются на тепловой карте с использованием цветовой шкалы (pcolor), что позволяет наглядно оценить пространственное распределение загрязняющих веществ.
2. **Отображение точек источников:** модуль позволяет визуализировать ко-

ординаты оптимальных источников выброса, определённых методом роя частиц. На карте они обозначаются красной меткой, соответствующей площади найденного источника.

3. **Контурные карты концентраций:** дополнительно реализовано построение контуров концентраций загрязнителей, что облегчает визуальное различие областей с высоким и низким уровнем загрязнения.
4. **Поддержка различных карт местности:** в зависимости от идентификатора станции загружаются различные матричные карты местности (.mat-файлы), что обеспечивает корректную привязку визуализации к реальной географии участка.
5. **Пакетная визуализация:** предусмотрена возможность отрисовки множества координат источников, а также наложения расчетных данных на карту, что удобно для анализа нескольких временных шагов или сценариев.
6. **Сохранение и экспорт:** все графические результаты могут сохраняться в файлах (например, PNG), что позволяет использовать их для последующего анализа и составления отчетов.
7. **Интеграция с другими модулями:** модуль принимает данные о концентрациях загрязнителей и координатах источников из продукционной модели и PSO, обеспечивая наглядную поддержку интерпретации результатов моделирования и оптимизации.

Модуль визуализации объединяет функции построения тепловых карт, контурных карт и отображения точек источников, обеспечивая комплексное графическое представление результатов моделирования и оптимизации на промышленной территории.

4.3 Схема практического использования

При получении нескольких близких по значению целевой функции вариантов локализации результаты работы МРЧ рассматриваются как совокупность альтернативных гипотез о местоположении источника загрязнения. В практическом применении программного комплекса для каждой из сформированных гипотез определяется соответствующая пространственная область, подлежащая первичной проверке. На первом этапе проводится натурное обследование указанных участков специалистами экологического мониторинга с использованием имеющихся средств контроля и визуального обследования территории. Если один

из предполагаемых участков подтверждается как возможное место расположения источника, полученный результат принимается в качестве основы для дальнейшего обследования и уточнения параметров источника.

Если в результате выездного обследования ни одна из сформированных гипотез не подтверждается, выполняется повторный расчёт в программном комплексе. При этом рекомендуется изменять параметры МРЧ, влияющие на полноту исследования пространства поиска, сохраняя неизменными параметры математической модели, если для их изменения отсутствуют физические основания. Для разработанного метода целесообразно придерживаться следующего порядка изменения параметров поиска:

1. увеличение числа частиц роя N_p , что позволяет повысить число одновременно исследуемых состояний в пространстве поиска;
2. увеличение числа итераций N_{iter} , обеспечивающее более длительное исследование области поиска;
3. увеличение числа независимых запусков МРЧ N_{run} с различными начальными состояниями роя для выявления альтернативных областей минимума целевой функции;
4. изменение параметров пространственной декомпозиции разработанного многоуровневого иерархического МРЧ, в частности числа подобластей и количества частиц, передаваемых с локального уровня на глобальный;
5. корректировка коэффициентов w , c_1 и c_2 , определяющих инерционное движение частиц и влияние индивидуального и коллективного опыта роя.

При повторном поиске в первую очередь необходимо попробовать увеличить вычислительный ресурс, выделяемый на исследование пространства параметров, а уже затем произвести изменение динамических коэффициентов МРЧ. Такой порядок позволит прежде всего повысить полноту исследования и снизить вероятность пропуска перспективных областей целевой функции, не изменяя при этом физическую постановку задачи.

4.4 Анализ вычислительной сложности решаемой задачи локализации источника промышленных атмосферных выбросов

Рассмотрим вычислительную сложность решаемой задачи в двух постановках: при прямом моделировании распространения загрязнителей и при инверсном моделировании, направленном на локализацию источников.

Прямое моделирование заключается в расчёте пространственно-временного распределения концентраций загрязнителя на заданной территории S для известных параметров источников выброса. Для дискретизации области S накладывается координатная сетка размерности $K \times K$ с шагом Δx , что определяет пространственное разрешение модели.

Временной интервал $[t_{\text{нач}}, t_{\text{кон}}]$ разбивается на N подынтервалов продолжительностью $\Delta t = 20$ минут. Такой шаг выбран исходя из двух факторов:

1. физическая устойчивость шлейфа примеси формируется в масштабе 20–30 минут;
2. данные экомониторинга поступают с периодичностью 20 минут, что задаёт естественный временной масштаб для моделирования.

Таким образом, общее количество расчётных узлов равно $K^2 \cdot N$. На каждом узле необходимо вычислить значение концентрации по аналитической формуле продукционной модели:

$$C(x, y, z, t) = f(x, y, z, t; \theta),$$

где θ — параметры источника и метеорологические характеристики.

Следовательно, вычислительная сложность прямого моделирования оценивается как

$$\mathcal{O}(K^2 \cdot N).$$

Это линейная зависимость от числа временных шагов и квадратичная — от размера сетки. Следовательно, увеличение пространственного разрешения приводит к резкому росту вычислительных затрат, тогда как удлинение временного интервала влияет лишь линейно.

Обратная задача заключается в минимизации целевой функции

$$J(\theta) = \sqrt{\frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} (C_{\text{прогноз}}(x_i, y_i, z_i; \theta) - C_{\text{набл}}(x_i, y_i, z_i))^2},$$

где N_s — число сенсоров.

В отличие от прямой задачи, здесь расчёт концентрации выполняется многократно в процессе поиска оптимальных параметров источника. В данной работе используется метод роя частиц (МРЧ), который моделирует динамику M

частиц на протяжении T итераций.

На одной итерации каждая из M частиц оценивает значение целевой функции $J(\theta)$, что требует полного пересчёта концентраций в N_s сенсорах за N временных интервалов. Сложность одной итерации метода роя частиц можно оценить как

$$\mathcal{O}(M \cdot N_s \cdot N).$$

Полная вычислительная сложность инверсного моделирования равна

$$\mathcal{O}(M \cdot T \cdot N_s \cdot N).$$

M и T выбираются из соображений компромисса между скоростью и точностью алгоритма. При типичных значениях $M \sim 50\text{--}100$, $T \sim 100\text{--}200$ вычислительная нагрузка оказывается существенно выше, чем для прямого моделирования.

Сравнение вычислительной сложности прямого и инверсного моделирования. Для наглядности сведём оценки в таблицу 4.

Таблица 4: Сравнение вычислительной сложности прямого и инверсного моделирования (участок 5×5 км, шаг 10 м, высота 50 м, $\Delta t = 20$ мин, 24 часа моделирования)

Характеристика	Прямое моделирование (на всей сетке)	Инверсное моделирование (МРЧ)
Размерность сетки по x, y	500×500	—
Число узлов по z	50	—
Число пространственных узлов N_{space}	12,500,000	$N_s = 10$ (сенсоры)
Число временных шагов N	72	72
Число частиц M	—	50
Число итераций T	—	100
Общее число операций	$\sim 9 \cdot 10^8$	$\sim 3.6 \cdot 10^6$
Относительная сложность	100%	$\approx 0.4\%$

- Прямое моделирование обладает сложностью $\mathcal{O}(K^2 \cdot N)$ и может выполняться быстро даже для больших территорий и длинных временных интервалов.

- Инверсное моделирование требует многократного повторения прямых расчётов в рамках оптимизационного алгоритма, что повышает сложность до $O(M \cdot T \cdot N_s \cdot N)$, что делает задачу существенно более ресурсоёмкой и требует либо параллельных вычислений, либо оптимального подбора параметров МРЧ.

4.5 Оценка точности продукционной модели

Для проверки точности разработанной модели и алгоритма решения рассмотрен модельный пример. Исследуется область промышленной территории размером 5 x 5 километров с преимущественно гладким рельефом (рисунок 16). На участке расположены стационарные пункты экомониторинга $R_1, \dots, R_5$, осуществляющие сбор концентраций загрязнителей и метеорологических данных. Также на участке расположены инвентаризованные источники выбросов – промышленные предприятия с задекларированными характеристиками: местоположение, высота над уровнем суши, количество часов работы и интенсивность выбросов в атмосферу загрязняющих веществ. В качестве исходных данных используются измерения из базы экомониторинга: концентрации сероводорода в сети сенсоров, данные о скорости и направлении ветра, а также информация о наличии и интенсивности осадков. Данный пример позволяет оценить поведение модели в условиях, близких к реальным промышленным территориям, и провести сравнительный анализ разных подходов к моделированию.

На выбранной территории были проведены расчёты по двум моделям:

1. Разработанная продукционная модель, учитывающая процесс сухого осаждения и влияние влажности при жидких атмосферных осадках.
2. Реализация модели Д. Эрмака без учета влияния влажности при осадках.

Таблица 5: Значения постоянных модели

Константа	Значение	Ед. изм.
Q_i (задекларированная интенсивность i -го источника)	[0.2193, 0.006, 0.011]	мг/с
H (задекларированная высота i -го источника)	[51.6, 33, 4]	м
W_{dep} (скорость сухого осаждения частиц сероводорода)	0.0732	м/с

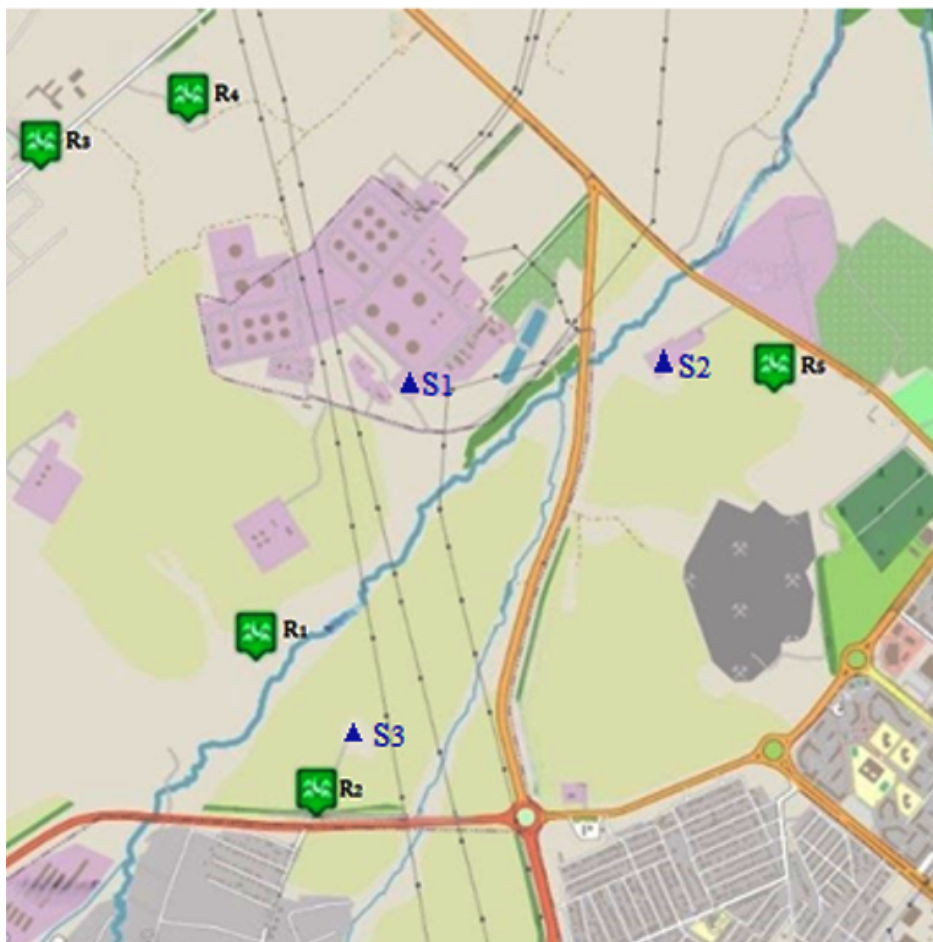


Рисунок 16 — Картосхема исследуемого участка промышленной территории

4.6 Результаты моделирования распространения атмосферных загрязнителей

Эксперименты по моделированию проводились на настольном компьютере со следующими характеристиками: процессор AMD Ryzen 7 5700X (8 ядер, 16 потоков, базовая тактовая частота 3,4 ГГц), 32 ГБ оперативной памяти DDR4, операционная система Windows 10 64-bit. Каждая итерация моделирования соответствует расчёту распространения загрязняющих веществ в атмосфере за 20-минутный интервал времени. Для обеспечения интерпретируемости результатов моделируется полный 24-часовой период, состоящий из 72 итераций. Полное моделирование за один день занимает примерно 20 секунд. После завершения всех итераций вычисляется среднее значение концентрации загрязнителя за день, которое используется для построения карт распределения загрязнения и тепловых карт концентраций.

Было проведено сравнение результатов с результатами модели Д. Эрмака без учёта влияния на концентрацию загрязнителя атмосферных осадков. На

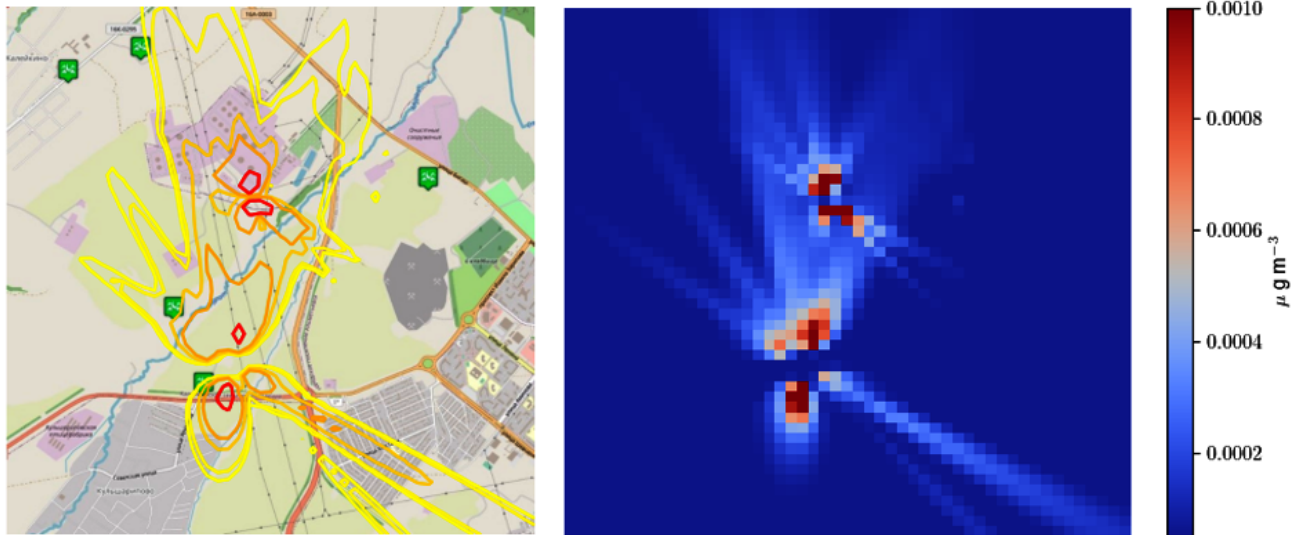


Рисунок 17 — Распространение сероводорода 1 мая 2021 года без учёта влияния влажности на концентрацию загрязнителя при атмосферных осадках

на рисунке 17 представлены результаты расчёта распространения сероводорода с использованием модели Д. Эрмака, без учёта влияния влажности при осадках. Согласно метеорологическим наблюдениям, в течение дня наблюдались осадки в виде дождя, а состояние атмосферы характеризовалось преимущественно высокой неустойчивостью (классы А–В).

На рисунке 18 представлены результаты моделирования распространения сероводорода с использованием разработанной продукционной модели, учитывающей сухое осаждение и влияние повышенной влажности воздуха при осадках, в тот же день. По сравнению с моделью Эрмака (рисунок 17) зоны повышенных концентраций вблизи источника расширяются, что согласуется с данными экологического мониторинга исследуемой территории.

Для наглядного отображения результаты моделирования представляются в виде тепловых карт концентраций загрязнителя. Использование тепловых карт позволяет визуально оценить распределение загрязнения по исследуемой территории и определить области с наибольшими концентрациями.

Модель, учитывающая влияние влажности, показала улучшение точности предсказаний, достигнув средней абсолютной ошибки $MAE = 0,000086$ и средней абсолютной процентной ошибкой $MAPE = 41,04\%$. Для сравнения, реализация модели Д. Эрмака показала более высокие значения $MAE = 0,000135$ и $MAPE = 48,51\%$.

Выбор сенсора, использованного в качестве основного источника данных,

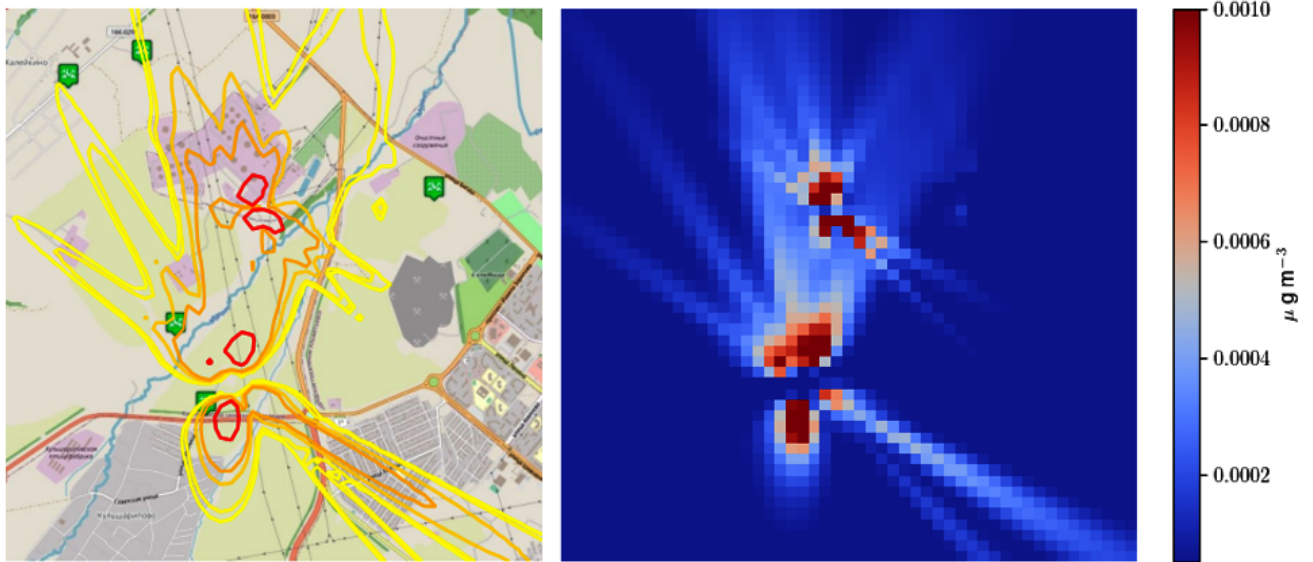


Рисунок 18 — Распространение сероводорода 1 мая 2021 года с учётом влияния влажности на концентрацию загрязнителя при атмосферных осадках

также влияет на результаты моделирования. Более высокая точность достигается при многократном моделировании для одного временного интервала с использованием данных различных сенсоров. На рисунках 19 и 20 представлены результаты моделирования для 20 октября 2022 года с учётом влияния влажности на распространение загрязнителя при атмосферных осадках. Данные получены с сенсоров R_1 и R_5 .

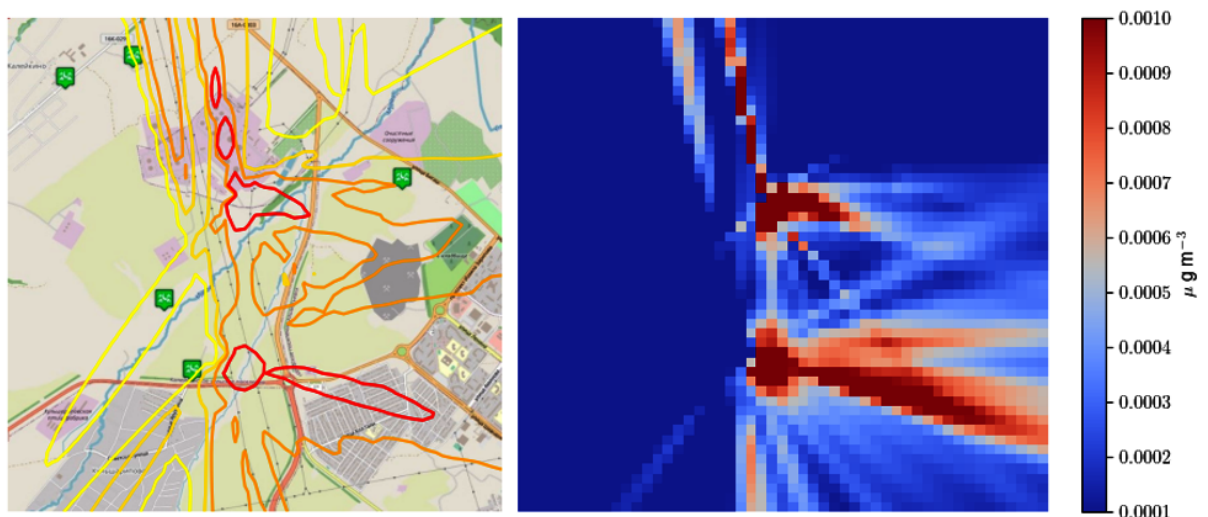


Рисунок 19 — Распространение сероводорода 20 октября 2022 года с учётом влияния влажности на концентрацию загрязнителя при атмосферных осадках, источник данных: сенсор R_1

Сравнение результатов для области, содержащей сенсор R_1 , показывает меньшую среднюю абсолютную ошибку $MAE_1 = 0,0001081$ при использовании

данных этого сенсора по сравнению с данными сенсора R5, для которого средняя абсолютная ошибка составляет $MAE_5 = 0,0001771$. Однако такой подход требует существенно большего числа расчётов, пропорционального количеству интересующих точек, и, как следствие, больше времени на анализ и интерпретацию результатов.

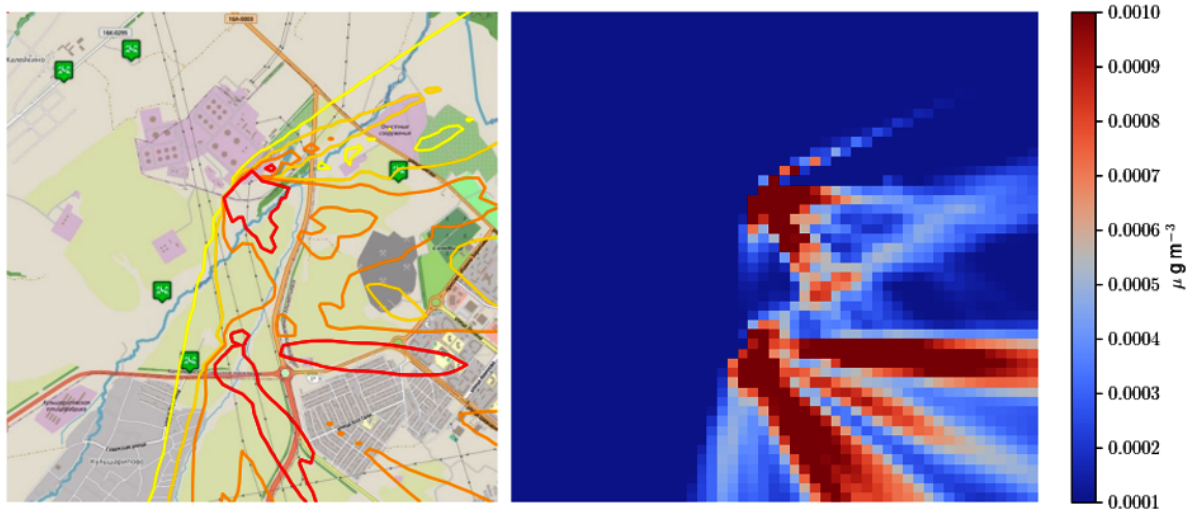


Рисунок 20 — Распространение сероводорода 20 октября 2022 года с учётом влияния влажности на концентрацию загрязнителя при атмосферных осадках, источник данных: сенсор R_5

В целом продукционная модель демонстрирует достаточную точность для дальнейшего использования и обеспечивает надёжную основу для решения задачи локализации неизвестных источников атмосферных выбросов.

4.7 Оценка вычислительной эффективности многоуровневого иерархического метода роя частиц

Для оценки эффективности многоуровневого иерархического МРЧ было проведено сравнение с обычным методом роя частиц. В случае иерархического метода область поиска (рисунок 16) разбивалась на 4 участка с учётом расположения системы датчиков на местности. Независимо друг от друга запускалось 4 локальных роя — по одному на каждый участок, затем их лучшие частицы (по 5 из каждого участка) отбирались в начальную популяцию глобального роя. Поскольку локальные рои независимы и имеют одинаковые параметры (число частиц и итераций), для параллельного выполнения локального этапа использовались 4 процесса — по числу участков.

Для обоих алгоритмов использовались одинаковые границы поиска ($x, y \in$

$[-2500, 2500]$ м, $z \in [0, 100]$ м, $Q \in [0, 1]$) и параметры $w = 0,5$, $c_1 = c_2 = 1,6$, измеренная концентрация 0,0004, скорость ветра 2 м/с, направление ветра 270° .

Оценка проводилась для двух наборов начальных параметров алгоритмов. В первом случае использовались следующие параметры: обычный МРЧ — 40 частиц, 30 итераций; иерархический МРЧ — 4 участка по 12 частиц, 10 итераций на локальном этапе; 40 частиц, 30 итераций на глобальном. Во втором случае параметры были увеличены с сохранением соотношения между этапами: обычный МРЧ — 200 частиц, 50 итераций; иерархический МРЧ — 4 участка по 50 частиц, 20 итераций на локальном этапе; 200 частиц, 50 итераций на глобальном. Было проведено по 50 запусков с различными параметрами r_1 , r_2 задаваемыми случайным образом. В таблице 6 представлено среднее время выполнения оптимизации.

В иерархическом алгоритме при использовании 4 ядер локальный этап оценивался с учётом параллельного выполнения поисковых процедур в четырёх областях, тогда как глобальный этап и оценка 20 начальных частиц, формируемых на основе результатов локального поиска, учитывались как последовательные операции.

Таблица 6: Оценка времени выполнения оптимизации

№ эксп.	Алгоритм (ядра)	Вызовов цел. фун.	Время, с	Время, мин
1	Обычный МРЧ (1 ядро)	1200	88,6	1,5
	Иерархический (4 ядра)	1340	98,9	1,6
2	Обычный МРЧ (1 ядро)	10000	1034,7	17,2
	Иерархический (4 ядра)	11020	813,3	13,6

Далее была проведена оценка эффективности при остановке по заданной точности. Рассмотрена задача локализации источника с известными параметрами. В качестве исходных данных использовались показания датчиков четырёх станций. Поиск считался успешным при достижении значения целевой функции менее 1% суммы измеренных концентраций ($1,16 \cdot 10^{-6}$), при выполнении этого условия поиск прекращался.

Область поиска разбивалась на четыре участка, соответствующих расположению станций. Для симуляций использовались коэффициенты $w = 0,5$, $c_1 = c_2 = 1,6$. Эффективность обычного и иерархического МРЧ оценивалась по результатам 60 независимых запусков с различными начальными значениями r_1 , r_2 .

Для сравнения использовалось число вызовов целевой функции на один

успешный запуск, определяемое как отношение общего числа вызовов к числу запусков, при которых достигнута заданная точность. Для четырёх вычислительных ядер в иерархическом алгоритме параллельно выполнялись четыре локальных роя, а глобальный этап рассчитывался последовательно.

Таблица 7: Результаты локализации источника по показаниям с четырёх станций

Алгоритм, параметры	Успешных запусков	Вызовов ц.ф. на запуск	Вызовов ц.ф. на успех, 1 поток	Вызовов ц.ф. на успех, 4 потока
МРЧ, 20 частиц	18/60 (30%)	1559	5196	—
МРЧ, 30 частиц	21/60 (35%)	2350	6716	—
МРЧ, 40 частиц	23/60 (38%)	2916	7607	—
МРЧ, 60 частиц	36/60 (60%)	3310	5517	—
Иерарх. МРЧ: локальные рои по 12 частиц, 15 итераций, 5 лучших частиц; глобальный рой 30 частиц	54/60 (90%)	1188	1320	728
Иерарх. МРЧ: локальные рои по 30 частиц, 15 итераций, 5 лучших частиц; глобальный рой 30 частиц	54/60 (90%)	2016	2241	850

Результаты моделирования показывают, что иерархический МРЧ обеспечивает более высокую вероятность успешной локализации источника по сравнению с обычным МРЧ. Для обычного алгоритма доля успешных запусков увеличивается с 30 до 60% при увеличении числа частиц с 20 до 60. Иерархический МРЧ достигает заданной точности в 54 из 60 запусков (90%) при обоих рассмотренных вариантах настройки локальных роёв. Наименьшее число вызовов целевой функции на один запуск получено для иерархического МРЧ с локальными роями по 12 частиц — 1188 вызовов. При увеличении размера локальных роёв до 30 частиц это значение возрастает до 2016, тогда как доля успешных запусков остаётся неизменной. При параллельном выполнении четырёх локальных роёв иерархического МРЧ число вызовов на один успешный запуск, рассчитанное с учётом принятой схемы параллелизации, составляет 728 для локальных роёв по 12 частиц и 850 для роёв по 30 частиц. Это дополнительно показывает преимущество конфигурации с меньшими локальными роями в рамках рассматриваемого эксперимента. Полученные результаты свидетельствуют о более высокой успешности и вычислительной эффективности иерархического МРЧ в рассмотренной задаче.

4.8 Оценка точности решения задачи локализации

Для оценки точности решения задачи локализации источников атмосферного загрязнения был рассмотрен второй модельный пример — участок промышленной территории 5×5 км с единственным источником выбросов сероводорода

— предприятием по переработке природного газа (границы указаны красной линией), а также один датчик системы экомониторинга (указан синей меткой). Картограмма участка представлена на рисунке 21.

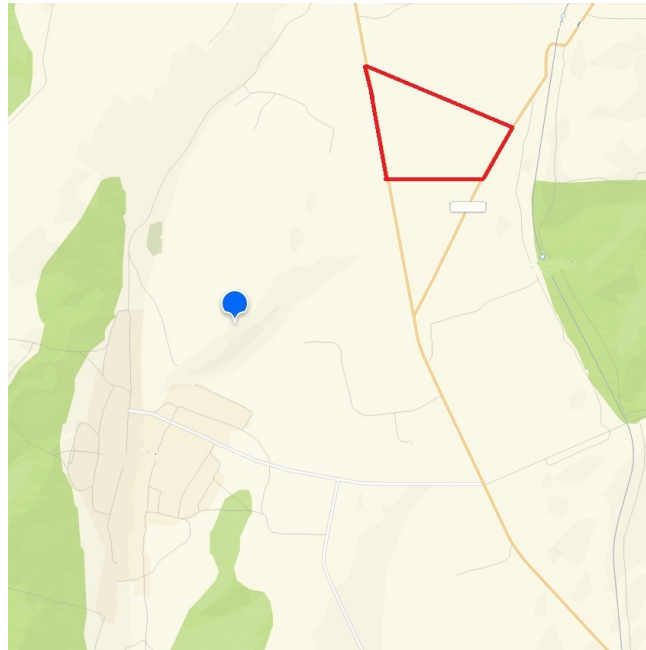


Рисунок 21 — Картограмма участка промышленной территории используемого для оценки точности локализации источников атмосферного загрязнения

Для выбора параметров иерархического МРЧ, обеспечивающих большую точность при меньшем времени выполнения, была проведена серия экспериментов на фиксированном временном интервале с направлением ветра, соответствующим вектору, направленному от границы предприятия в сторону поста экомониторинга. В рамках каждого эксперимента изменялись значения инерционной компоненты ω , когнитивной c_1 и социальной c_2 . Целью исследований было оценить влияние этих параметров на скорость сходимости алгоритма, точность локализации источника загрязнения и время работы модели.

В таблице 8 представлены значения параметров МРЧ и соответствующие координаты и интенсивность найденного источника для различных комбинаций параметров w , c_1 и c_2 .

Анализ полученных данных показал, что оптимальными диапазонами параметров при заданной размерности являются: $\omega = 0,2-0,65$, $c_1 = 0,8-2,6$, $c_2 = 0,6-2,4$.

Эти значения обеспечивают оптимальный баланс между скоростью сходимости алгоритма и точностью локализации источника загрязнения, а также позволяют эффективно использовать вычислительные ресурсы.

Таблица 8: Результаты экспериментов по выбору оптимальных параметров МРЧ с указанием времени работы алгоритма

№	w	c_1	c_2	x (м)	y (м)	z (м)	Q (г/с)	Время работы (с)
1	0.20	0.80	0.60	6.61	1319.13	18.36	1.82	2396.49
2	0.25	1.00	0.80	28.15	1364.12	8.21	1.61	2524.89
3	0.30	1.20	1.00	257.20	1802.20	3.76	2.43	2905.01
4	0.35	1.40	1.20	91.11	1518.50	25.13	2.41	2668.74
5	0.40	1.60	1.40	-99.79	1245.58	23.44	2.11	2432.71
6	0.45	1.80	1.60	300.42	1936.98	3.24	2.50	3001.36
7	0.50	2.00	1.80	111.47	2071.82	0.00	1.97	3065.22
8	0.55	2.20	2.00	149.23	1620.80	4.99	1.98	2768.37
9	0.60	2.40	2.20	231.40	1743.28	12.33	2.50	2967.22
10	0.65	2.60	2.40	580.38	2500.00	0.00	0.43	3256.87

После подбора оптимальных параметров была проведена проверка алгоритма на других временных интервалах. Для проведения эксперимента использовались данные наблюдений со станции экомониторинга при следующих параметрах расчета: инерция частиц $w = 0,45$, социальная компонента $c_1 = 1,8$, когнитивная компонента $c_2 = 1,6$.

В таблице 7 представлены численные результаты эксперимента, включая координаты источников X , Y , Z , оценку выброса Q , время работы системы, значение ошибки. На рисунке 22 представлены результаты моделирования, квадраты — прогнозируемые локации источника.

Таблица 9: Результаты эксперимента с вычисленной ошибкой локализации

№	Время	X	Y	Q	Время работы, с	Ошибка, м
1	2023-12-10 11:20	6.61	1319.13	0.78	2229.71	208.04
2	2021-05-27 16:40	28.15	1364.12	2.17	1935.18	378.95
3	2023-12-10 07:20	257.20	1802.20	0.22	2361.68	76.76
4	2022-07-30 00:40	91.11	1518.50	1.31	1466.72	289.94
5	2022-03-12 15:20	-99.79	1245.58	1.41	1886.70	525.67
6	2022-07-30 00:20	300.42	1936.98	2.44	2876.59	10.62
7	2020-05-25 22:20	111.47	2071.82	2.20	1712.22	201.75
8	2021-04-13 14:00	149.23	1620.80	2.50	2918.35	214.82
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
200	2020-12-04 20:20	1616.07	1825.35	1.65	2827.95	182.90

Для оценки точности разработанного программного комплекса по локализации источников атмосферных загрязнений была рассчитана средняя абсолютная ошибка (MAE), составившая 137,78 м при использовании одного сенсора. Для сравнения, в работе Chaiwino и соавт. (2021) при применении гибридного метода роя частиц (HPSO) средняя ошибка определения координат источников при использовании двух сенсоров достигала более 1 км (≈ 1109 м), снижаясь до долей метра лишь при существенном увеличении числа сенсоров и итераций алгоритма. В исследовании Lushi и Stockie (2010), основанном на обратной задаче гауссовой шлейфовой модели, пространственная точность явно не приводится, однако указано, что расхождение с измеренными данными не превышало 10–20 % для участков протяжённостью порядка 1 км, что также соответствует ошибкам в сотни метров. Таким образом, полученное значение $MAE = 137,78$ м при одном сенсоре находится в диапазоне ошибок, характерных для современных инверсных моделей, и демонстрирует высокую точность предлагаемого метода при минимальном объёме исходных данных.

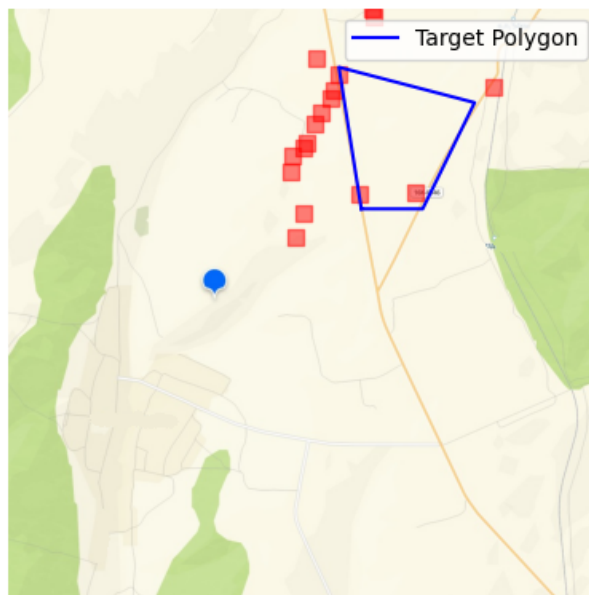


Рисунок 22 — Результаты моделирования на картосхеме участка исследуемой промышленной территории

4.9 Результаты локализации источников на промышленной территории

На первом участке 5×5 км с несколькими предприятиями был проведён эксперимент по локализации источника на временном интервале длиной 30 дней с использованием оптимальных параметров, что позволило получить предполагаемые координаты источника. Результаты моделирования представлены на рисунке

23.

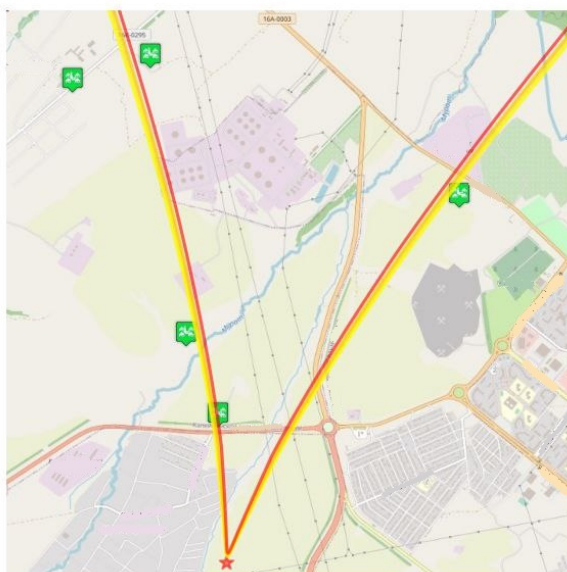


Рисунок 23 — Результаты моделирования поиска источника атмосферных выбросов на картосхеме участка №2

Сопоставление результатов моделирования с результатами исследования рассматриваемого участка компанией, осуществляющей экологический мониторинг, показало совпадение местоположения локализованного моделью незарегистрированного источника с местоположением источника, выявленного в ходе выездной проверки. Полученное совпадение подтверждает адекватность результатов моделирования и практическую значимость предложенного алгоритма для локализации незарегистрированных источников атмосферного загрязнения.

Выводы по главе 4

В четвертой главе представлены программная реализация предложенных моделей и алгоритмов, их вычислительный анализ, а также экспериментальная проверка на модельных и реальных данных. Полученные результаты носят прикладной характер и демонстрируют возможность практического использования разработанного алгоритма решения для задач локализации источников атмосферного загрязнения.

Основные результаты, достигнутые в данной главе, можно сформулировать следующим образом:

1. Разработан комплекс программ в двух вариантах — веб- и десктоп-приложение, обеспечивающий прямое моделирование распространения загрязнителей и инверсное моделирование для локализации неизвестных

источников.

2. Определена архитектура комплекса, включающая модули получения данных мониторинга и метеонаблюдений, конфигурации параметров симуляции, расчёта концентраций по продукционной модели, оптимизации методом роя частиц и визуализации результатов.
3. Проведён анализ вычислительной сложности прямого и инверсного моделирования: показано, что инверсная задача существенно более ресурсоёмка и требует тщательной настройки алгоритма оптимизации.
4. Проведена оценка вычислительной эффективности реализации многоуровневого иерархического метода роя частиц.
5. На модельном примере промышленной территории 5×5 км выполнено сравнение моделей: разработанной продукционной и модели Эрмака расчета шлейфа загрязнителя. Установлено, что продукционная модель наиболее точно воспроизводит наблюдаемые данные, особенно в условиях выпадения осадков.
6. Проведена настройка параметров метода роя частиц; выявлено, что оптимальное соотношение инерционной, когнитивной и социальной составляющих обеспечивает баланс между скоростью сходимости и точностью локализации источника.
7. Эксперименты на реальной промышленной территории подтвердили возможность локализации как зарегистрированных, так и ранее неизвестных источников загрязнения, что верифицировано актуальными данными компании, осуществляющей экомониторинг на рассмотренных участках промышленных территорий.
8. Представленный комплекс программ может рассматриваться как инструмент для оперативного анализа и выявления источников атмосферного загрязнения в условиях промышленной эксплуатации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе решена актуальная научно-практическая задача моделирования распространения загрязняющих примесей и локализации источников атмосферного загрязнения с использованием методов численного моделирования и глобальной оптимизации.

Основные результаты исследования заключаются в следующем:

1. Проведён аналитический обзор современных подходов к моделированию распространения атмосферных поллютантов и методов локализации источников выбросов. Сформулирована постановка задачи локализации источников атмосферного загрязнения.
2. Построена продукционная математическая модель распространения загрязнителей атмосферы с учётом процессов сухого осаждения и влияния влажности при выпадении жидких осадков. Определены условия применения модели и даны рекомендации по выбору параметров для различных метеоусловий.
3. Построен метод численного решения задачи локализации источников атмосферного загрязнения на основе разработанной продукционной модели и МРЧ, предусматривающий иерархическую процедуру поиска с использованием результатов локальной оптимизации для формирования начального состояния глобального роя.
4. Разработан комплекс программ для локализации источника атмосферного загрязнения и моделирования распространения атмосферных загрязнителей.
5. Проведена серия экспериментов по моделированию распространения атмосферных загрязнителей и локализации источников. Определены входные параметры численного метода, обеспечивающие достаточно высокую точность при меньшем времени выполнения.

Таким образом, в работе разработан и апробирован комплексный методический и программный инструментарий для решения задачи локализации источников атмосферного загрязнения, сочетающий строгую математическую модель распространения примеси и современные методы оптимизации.

Разработанный комплекс программ на основе многоуровневого иерархического метода роя частиц и ранее предложенной авторами продукционной модели распространения загрязнителя продемонстрировал высокую точность

локализации источников атмосферного загрязнения (средняя абсолютная ошибка $MAE = 137,78$ м). Учёт метеорологических факторов, таких как влажность, осадки и скорость ветра, позволяет адаптивно моделировать поведение загрязняющих веществ в реальных условиях. Это делает комплекс актуальным инструментом для решения задач в области экологического мониторинга и быстрого реагирования на чрезвычайные ситуации.

Программный продукт может быть применён для мониторинга в промышленных зонах и химических кластерах, в городах с плотной застройкой, а также в рамках гражданской обороны — для выявления утечек, аварийных выбросов или преднамеренных загрязнений. В перспективе планируется расширение функциональности комплекса: учёт химических превращений и фазовых переходов, локализация нескольких источников одновременно, интеграция с нейросетевыми моделями предсказания загрязнения, а также автоматизация процесса встраивания в существующие экосистемы мониторинга. Всё это позволит повысить эффективность и масштабируемость системы в задачах устойчивого экологического развития и обеспечения техногенной безопасности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. О состоянии санитарно-эпидемиологического благополучия населения в Российской Федерации в 2025 году : государственный доклад. – М. : Федеральная служба по надзору в сфере защиты прав потребителей и благополучия человека, 2026. – 407 с.
2. Короткова Н. В. Влияние метеорологических условий на загрязнение атмосферного воздуха в Саратове // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Науки о Земле. – 2019. – Т. 19, вып. 3. – С. 168–173.
3. Puig Duran M. Innovations and insights in environmental monitoring and assessment in port areas // Curr. Opin. Environ. Sustain. – 2024. – Vol. 70, art. 101472.
4. Об утверждении методов расчетов рассеивания выбросов вредных (загрязняющих) веществ в атмосферном воздухе : приказ Минприроды России от 06.06.2017 № 273. – М., 2017.
5. Семакина А. В. Основные математические подходы для оценки процессов рассеяния примеси в атмосферном воздухе // Антропогенная трансформация природной среды. – 2024. – Т. 10, № 2. – С. 42–64.
6. Рязанов В. И. Моделирование распространения примесей в атмосфере на

основе трехмерной модели с использованием данных ДМРЛ // Идеи К. Э. Циолковского в инновациях науки и техники : материалы 51-х науч. чтений памяти К. Э. Циолковского. – Калуга : Эйдос, 2016. – С. 292–294.

7. Панасенко Е. А. Численное решение некоторых обратных задач с различными типами источников атмосферного загрязнения // Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. – 2008. – № 2 (3). – С. 47–55.

8. Чубатов А. А. Устойчивая оценка интенсивности источника загрязнения атмосферы на основе метода последовательной функциональной аппроксимации // Компьютерные исследования и моделирование. – 2009. – Т. 1, № 4. – С. 391–403.

9. Clifton O. E. A single-point modeling approach for the intercomparison and evaluation of ozone dry deposition across chemical transport models (Activity 2 of AQMEII4) // Atmos. Chem. Phys. – 2023. – Vol. 23. – P. 9911–9961.

10. Van Leuven S. An optimisation method to improve modelling of wet deposition in atmospheric transport models: applied to FLEXPART v10.4 // Geosci. Model Dev. – 2023. – Vol. 16. – P. 5323–5338.

11. Taylor G. I. Statistical theory of turbulence // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1935. – Vol. 151, no. 873. – P. 421–444.

12. Roberts O. F. T. The theoretical scattering of smoke in a turbulent atmosphere // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1924. – Vol. 104, iss. 728. – P. 640–654.

13. Sutton O. G. A theory of eddy diffusion in the atmosphere // Proc. R. Soc. Lond. A. – 1932. – Vol. 135, iss. 826. – P. 143–165.

14. Hutchinson M. A review of source term estimation methods for atmospheric dispersion events using static or mobile sensors // Inf. Fusion. – 2017. – Vol. 36. – P. 130–148.

15. Tichý O. On the tuning of atmospheric inverse methods: comparisons with the European Tracer Experiment (ETEX) and Chernobyl datasets using the atmospheric transport model FLEXPART // Geosci. Model Dev. – 2020. – Vol. 13, iss. 12. – P. 5917–5934.

16. Khemka A. Inverse problems in atmospheric dispersion with randomly scattered sensors // Digit. Signal Process. – 2006. – Vol. 16, iss. 5. – P. 638–651.

17. Lushi E. An inverse Gaussian plume approach for estimating atmospheric pollutant emissions from multiple point sources // Atmos. Environ. – 2010. – Vol. 44, no. 8. – P. 1097–1107.

18. Chaiwino W. Identifying the locations of atmospheric pollution point source by

- using a hybrid particle swarm optimization // *Symmetry*. – 2021. – Vol. 13, art. 985.
19. Kennedy J. Particle swarm optimization // *Proceedings of ICNN'95 – International Conference on Neural Networks*, Perth, Australia, 27 Nov. – 1 Dec. 1995. – IEEE, 1995. – Vol. 4. – P. 1942–1948.
 20. Kshirsagar P. R. A radical safety measure for identifying environmental changes using machine learning algorithms // *Electronics*. – 2022. – Vol. 11, iss. 5, art. 1950.
 21. Lee J. Development of PUFF–Gaussian dispersion model for the prediction of atmospheric distribution of particle concentration // *Sci. Rep.* – 2021. – Vol. 11, art. 6452.
 22. Ermak D. L. An analytical model for air pollutant transport and deposition from a point source // *Atmos. Environ.* – 1977. – Vol. 11, no. 3. – P. 231–237.
 23. Stockie J. M. The mathematics of atmospheric dispersion modeling // *SIAM Rev.* – 2011. – Vol. 53, no. 2. – P. 349–372.
 24. Boulos A. CFD simulation of pollutant dispersion using anisotropic models: application to an urban like environment under neutral and stable atmospheric conditions // *Atmos. Environ.* – 2024. – Vol. 318, art. 120263.
 25. *Meteorology and Atomic Energy* / prepared by the U.S. Weather Bureau. – Washington, D.C. : U.S. Atomic Energy Commission, 1955. – xiv, 169 p.
 26. Lin C. Eulerian RANS simulation of pollutant dispersion in atmospheric boundary layer considering anisotropic and near-source diffusivity behavior // *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* – 2025. – Vol. 258, art. 106036.
 27. Fuchs M. D. The droplet and atmospheric dispersion drift (DAD-drift) model – a modular approach for estimating spray drift at the landscape scale // *Environ. Res.* – 2025. – Vol. 229, art. 121104.
 28. Seinfeld J. H. *Atmospheric chemistry and physics: from air pollution to climate change*. – 3rd ed. – Hoboken : Wiley, 2016. – 1152 p.
 29. Chaloupecka H. Physical modeling for emergency planning support: gas dispersion simulations in urban and rural areas // *J. Loss Prev. Process Ind.* – 2025. – Vol. 81, art. 105571.
 30. Lumet E. Uncertainty-aware surrogate modeling for urban air pollutant dispersion prediction // *Build. Environ.* – 2024. – Vol. 235, art. 112287.
 31. Krassas A. Evaluating numerical models for the prediction of pollutant dispersion over Tokyo's Polytechnic University campus // *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.* – 2024. – Vol. 239, art. 105789.

32. Pariyar S. A time fractional advection-diffusion approach to air pollution: modeling and analyzing pollutant dispersion dynamics // *Partial Differ. Equ. Appl. Math.* – 2025. – Vol. 6, art. 101149.
33. Jiao H. Using large eddy simulation to investigate pollutant dispersion over stepped roofs // *Build. Environ.* – 2025. – Vol. 243, art. 112704.
34. Affad E. Effect of the relative humidity on an industrial plume behavior // *Glob. NEST J.* – 2006. – Vol. 8, no. 3. – P. 297–305.
35. Jacobson M. Z. *Fundamentals of atmospheric modeling.* – 2nd ed. – Cambridge : Cambridge University Press, 2005.
36. Connolly P. Air quality : lecture notes for the course EART60101 ; The University of Manchester. – URL: https://personalpages.manchester.ac.uk/staff/paul.connolly/teaching/eart60101/eart60101_a (дата обращения: 01.05.2023). – Текст : электронный.
37. Arya S. P. *Air pollution meteorology and dispersion.* – New York : Oxford University Press, 1999. – 310 p.
38. Wawrzynczak A. Recognition of the atmospheric contamination source localization with the genetic algorithm // *Studia Informatica. System and Information Technology.* – 2019. – Vol. 19, no. 1–2. – P. 27–42.
39. ESPO Environmental Report 2023 / European Sea Ports Organisation. – 2023.
40. Артамонова Ю. Влияние атмосферного загрязнения на экосистемы Нюнгринского топливно-энергетического комплекса (Якутия) // *Химия в интересах устойчивого развития.* – 2005. – Т. 13. – С. 491–500.
41. Кислицын В. А. Проблемы моделирования рассеивания воздушных выбросов для получения среднегодовых концентраций при оценке риска здоровью населения // *Материалы Международной научно-практической конференции.* – Пермь, 2010. – С. 242–246.
42. Федосов А. А. Моделирование распространения выбросов вредных веществ в пограничном слое атмосферы // *Теплоэнергетика.* – 2006. – № 5. – С. 34–40.
43. Соляник Н. А. Информационная система прогнозирования состояния атмосферного воздуха г. Саратова // *Экологические проблемы промышленных городов : сб. науч. тр. 2-й Всерос. науч.-практ. конф.* – Саратов : СГТУ, 2005. – С. 153–156.
44. Колодкин В. М. Количественная оценка риска химических аварий. – Ижевск : Издательский дом «Удмуртский университет», 2001. – 228 с.
45. Матвеев Л. Т. *Курс общей метеорологии. Физика атмосферы.* – 2-е изд. – Л. :

Гидрометеиздат, 1984. – 752 с.

46. Атмосфера : справочник (справочные данные, модели). – Л. : Гидрометеиздат, 1991. – 509 с.

47. Бызова Н. Л. Экспериментальные исследования атмосферной диффузии и расчеты рассеяния примеси. – Л. : Гидрометеиздат, 1991. – 274 с.

48. Берлянд М. Е. Прогноз и регулирование загрязнения атмосферы. – Л. : Гидрометеиздат, 1985. – 272 с.

49. Siddiqui T. A. Analysis of various schemes for the estimation of atmospheric stability classification // Atmos. Environ. – 1998. – Vol. 32, no. 1. – P. 3775–3781.

50. Pasquill F. Atmospheric diffusion. – London : Van Nostrand, 1962. – 298 p.

51. О санитарно-эпидемиологическом благополучии населения : федер. закон от 30.03.1999 № 52-ФЗ.

52. ГОСТ 12.1.007-76. Система стандартов безопасности труда. Вредные вещества. Классификация и общие требования безопасности. – М. : Стандартинформ.

53. Методика расчета концентраций в атмосферном воздухе вредных веществ, содержащихся в выбросах предприятий : ОНД-86. – Л. : Госкомгидромет, 1987.

54. Разработка и апробация методики оценки риска здоровью населения от промышленных предприятий и автотранспорта на территории Юго-Восточного административного округа Москвы. – М., 1999. – 116 с.

55. Об организации и осуществлении государственного мониторинга окружающей среды (государственного экологического мониторинга) : постановление Правительства Рос. Федерации от 31.03.2003 № 177.

56. ГОСТ 17.2.3.01-86. Охрана природы. Атмосфера. Правила контроля качества воздуха населенных пунктов. – М. : Изд-во стандартов.

57. РД 52.04.186-89. Руководство по контролю загрязнения атмосферы. – М. : Госкомгидромет, 1991.

58. Кондраков О. В. Метод построения «пеленгатора» аномально работающих источников загрязнения тропосферы // Труды молодых ученых и студентов ТГТУ. – Тамбов, 1997. – Вып. 1. – С. 4–7.

59. Попов Н. С. Диспетчеризация состояния воздушного бассейна в промышленных районах // Тезисы докладов международной научно-методической конференции. – Липецк, 1997. – С. 10–12.

60. Алексеев А. А. Способы реализаций управлений в задачах экологической диспетчеризации // Труды ТГТУ : сб. науч. ст. молодых ученых и студентов. –

Тамбов, 1998. – Вып. 2. – С. 36–39.

61. Попов Н. С. Проблемы диспетчеризации загрязнений природно-промышленных систем // Экология-98 : тез. докл. науч.-техн. конф. – 1998. – С. 111–114.
62. Кондраков О. В. Построение «адресной» системы мониторинга, основанной на использовании статистических методов // Труды ТГТУ : сб. науч. ст. молодых ученых и студентов. – Тамбов, 1999. – Вып. 3. – С. 66–71.
63. Кондраков О. В. Моделирование распространения сильнодействующих ядовитых веществ при их выбросе в атмосферу // Труды ТГТУ : сб. науч. ст. молодых ученых и студентов. – Тамбов, 2000. – Вып. 6. – С. 49–55.
64. Кондраков О. В. Диспетчерское управление качественным состоянием воздушного бассейна в промышленных центрах // V научная конференция ТГТУ : тез. докл. – Тамбов, 2000. – С. 72–73.
65. Попов Н. С. Применение искусственных нейронных сетей для систем прогноза загрязнения воздушного бассейна // Вестник ТГТУ. – 2002. – Т. 8, № 2. – С. 219–227.
66. Кондраков О. В. Классификация ситуаций загрязнения воздушного бассейна с помощью искусственных нейронных сетей // Вестник ТГТУ. – 2002. – Т. 8, № 4. – С. 577–582.
67. Коршунов Г. И. Обеспечение качества замкнутой системы управления «Природа-техногеника» // Научно-технические ведомости СПбГТУ. – 2008. – № 3 (56). – С. 169–175.
68. Сольницев Р. И. Моделирование замкнутой системы управления «Природа-техногеника» // Информационно-управляющие системы. – 2008. – № 2. – С. 36–41.
69. Шабалов А. А. Замкнутая многоконтурная система управления выбросами загрязняющих веществ промышленных предприятий // Журнал научных публикаций аспирантов и докторантов. – 2008. – № 2. – С. 164–167.
70. Шабалов А. А. Сравнительный анализ и требования к математическим моделям распространения промышленных выбросов в атмосфере // Труды Пятой Международной конференции «Приборостроение в экологии и безопасности человека» (ПЭБЧ'07). – СПб. : ГУАП, 2007. – С. 265–270.
71. Шабалов А. А. Моделирование процесса распространения загрязняющих веществ // Научная сессия ГУАП : сб. докл. : в 3 ч. Ч. 1. Технические науки. – СПб. : ГУАП, 2007. – С. 131–133.

72. Шабалов А. А. Методика поиска в атмосфере координат максимума концентрации вещества // Научная сессия ГУАП : сб. докл. : в 3 ч. Ч. 1. Технические науки. – СПб. : ГУАП, 2008. – С. 200–204.
73. Замай С. С. Модели оценки и прогноза загрязнения атмосферы промышленными выбросами в информационно-аналитической системе природоохранных служб крупного города : учебное пособие. – Красноярск : КГУ, 1998. – 109 с.
74. Попов Н. С. Основные направления в моделировании загрязнения воздушного бассейна за рубежом // Химическая промышленность за рубежом. – 1984. – Вып. 3. – С. 28–45.
75. Вельтищева Н. С. Методы моделирования промышленного загрязнения атмосферы. – Обнинск : ВНИИГМИ-МЦД, 1975. – 37 с.
76. Белов И. В. Сравнительный анализ некоторых математических моделей для процессов распространения загрязнений в атмосфере // Математическое моделирование. – 1999. – Т. 11, № 7.
77. Швыряев А. А. Оценка риска воздействия загрязнения атмосферы в исследуемом регионе : учебное пособие для вузов. – М. : Изд-во МГУ, 2004. – 124 с.
78. Марчук Г. И. Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. – М. : Наука, 1982. – 320 с.
79. Пененко В. В. Модели и методы для задач охраны окружающей среды. – Новосибирск : Наука, 1985. – 256 с.
80. Алоян А. Е. Динамика и кинетика газовых примесей и аэрозолей в атмосфере : курс лекций. – М. : ИВМ РАН, 2002. – 201 с.
81. Rao K. S. Source estimation methods for atmospheric dispersion // Atmos. Environ. – 2007. – Vol. 41. – P. 6964–6973.
82. Bocquet M. High-resolution reconstruction of a tracer dispersion event: application to ETEX // Q. J. R. Meteorol. Soc. – 2007. – Vol. 133. – P. 1013–1026.
83. Keats A. Bayesian inference for source determination with applications to a complex urban environment // Atmos. Environ. – 2007. – Vol. 41. – P. 465–479.
84. Davoine X. Inverse modelling-based reconstruction of the Chernobyl source term available for long-range transport // Atmos. Chem. Phys. – 2007. – Vol. 7. – P. 1549–1564.
85. Delle Monache L. Bayesian inference and Markov chain Monte Carlo sampling to reconstruct a contaminant source on a continental scale // J. Appl. Meteorol. Climatol.

– 2008. – Vol. 47. – P. 2600–2613.

86. De Meutter P. On the model uncertainties in Bayesian source reconstruction using an ensemble of weather predictions, the emission inverse modelling system FREAM v1.0, and the Lagrangian transport and dispersion model Flexpart v9.0.2 // *Geosci. Model Dev.* – 2021. – Vol. 14. – P. 1237–1252.

87. Dumont Le Brazidec J. Bayesian transdimensional inverse reconstruction of the Fukushima Daiichi caesium 137 release // *Geosci. Model Dev.* – 2023. – Vol. 16, iss. 3. – P. 1039–1052.

88. Cervone G. Characterization of atmospheric contaminant sources using adaptive evolutionary algorithms // *Atmos. Environ.* – 2010. – Vol. 44. – P. 3787–3796.

89. Ma D. Parameter identification for continuous point emission source based on Tikhonov regularization method coupled with particle swarm optimization algorithm // *J. Hazard. Mater.* – 2017. – Vol. 325. – P. 239–250.

90. Clerc M. The particle swarm – explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space // *IEEE Trans. Evol. Comput.* – 2002. – Vol. 6, no. 1. – P. 58–73.

91. Poli R. Particle swarm optimization: an overview // *Swarm Intell.* – 2007. – Vol. 1, no. 1. – P. 33–57.

92. Shi Y. A modified particle swarm optimizer // 1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings, Anchorage, AK, USA, 4–9 May 1998. – IEEE, 1998. – P. 69–73.

93. Wotawa G. Atmospheric transport modelling in support of CTBT verification – overview and basic concepts // *Atmos. Environ.* – 2003. – Vol. 37. – P. 2529–2537.

94. Hanna S. R. Handbook on atmospheric diffusion. – Oak Ridge : Technical Information Center, U.S. Department of Energy, 1982. – 102 p.

95. Zannetti P. Air pollution modeling: theories, computational methods and available software. – New York : Van Nostrand Reinhold, 1990. – 444 p.

96. Pasquill F. Atmospheric diffusion. – 3rd ed. – Chichester : Ellis Horwood, 1983.

97. Stull R. B. An introduction to boundary layer meteorology. – Dordrecht : Kluwer Academic Publishers, 1988. – 666 p.

98. Rodean H. C. Stochastic Lagrangian models of turbulent diffusion. – Boston : American Meteorological Society, 1996. – 84 p. – (Meteorological Monographs ; vol. 26, no. 48).

99. Briggs G. A. Plume rise. – Oak Ridge : U.S. Atomic Energy Commission, 1969. –

- 81 p. – (AEC Critical Review Series ; TID-25075).
100. Gifford F. A. Use of routine meteorological observations for estimating atmospheric dispersion // Nucl. Saf. – 1961. – Vol. 2, no. 4. – P. 47–51.
 101. Mendes R. The fully informed particle swarm: simpler, maybe better // IEEE Trans. Evol. Comput. – 2004. – Vol. 8, no. 3. – P. 204–210.
 102. Slinn W. G. N. Some approximations for the wet and dry removal of particles and gases from the atmosphere // Water Air Soil Pollut. – 1977. – Vol. 7, no. 4. – P. 513–543.
 103. Seibert P. Source-receptor matrix calculation with a Lagrangian particle dispersion model in backward mode // Atmos. Chem. Phys. – 2004. – Vol. 4. – P. 51–63.
 104. Stohl A. Technical note: the Lagrangian particle dispersion model FLEXPART version 6.2 // Atmos. Chem. Phys. – 2005. – Vol. 5. – P. 2461–2474.
 105. Pisso I. The Lagrangian particle dispersion model FLEXPART version 10.4 // Geosci. Model Dev. – 2019. – Vol. 12. – P. 4955–4997.
 106. Grythe H. A new aerosol wet removal scheme for the Lagrangian particle model FLEXPART v10.3 // Geosci. Model Dev. – 2017. – Vol. 10. – P. 1447–1466.
 107. Sportisse B. A review of parameterizations for modelling dry deposition and scavenging of radionuclides // Atmos. Environ. – 2007. – Vol. 41. – P. 2683–2698.
 108. Zhang L. A size-segregated particle dry deposition scheme for an atmospheric aerosol module // Atmos. Environ. – 2001. – Vol. 35. – P. 549–560.
 109. Wesely M. L. Parameterization of surface resistances to gaseous dry deposition in regional-scale numerical models // Atmos. Environ. – 1989. – Vol. 23. – P. 1293–1304.
 110. Holmes N. S. A review of dispersion modelling and its application to the dispersion of particles: an overview of different dispersion models available // Atmos. Environ. – 2006. – Vol. 40. – P. 5902–5928.
 111. Leelőssy Á. Dispersion modeling of air pollutants in the atmosphere: a review // Cent. Eur. J. Geosci. – 2014. – Vol. 6. – P. 257–278.
 112. Intelligence systems in environmental management: theory and applications / ed. by C. Kahraman, İ. Uçal Sarı. – Cham : Springer, 2017.
 113. Thomson D. J. Criteria for the selection of stochastic models of particle trajectories in turbulent flows // J. Fluid Mech. – 1987. – Vol. 180. – P. 529–556.
 114. Draxler R. R. An overview of the HYSPLIT_4 modelling system for trajectories, dispersion and deposition // Aust. Meteorol. Mag. – 1998. – Vol. 47. – P. 295–308.
 115. Stohl A. Validation of the Lagrangian particle dispersion model FLEXPART against large-scale tracer experiment data // Atmos. Environ. – 1998. – Vol. 32. – P. 4245–4264.

116. Gryning S.-E. Applied dispersion modelling based on meteorological scaling parameters // *Atmos. Environ.* – 1987. – Vol. 21. – P. 79–89.
117. Hanna S. R. Boundary-layer parameterizations for applied dispersion modeling over urban areas // *Bound.-Layer Meteorol.* – 1992. – Vol. 58. – P. 229–259.
118. Sehmel G. A. Particle and gas dry deposition: a review // *Atmos. Environ.* – 1980. – Vol. 14. – P. 983–1011.
119. Pasquill F. The estimation of the dispersion of windborne material // *Meteorol. Mag.* – 1961. – Vol. 90. – P. 33–49.
120. Bieringer P. E., Young G. S., Rodriguez L. M., et al. Paradigms and commonalities in atmospheric source term estimation methods // *Atmos. Environ.* – 2017. – Vol. 156. – P. 102–112.
121. Ma D., Tan W., Zhang Z., Hu J. Parameter identification for continuous point emission source based on Tikhonov regularization method coupled with particle swarm optimization algorithm // *J. Hazard. Mater.* – 2017. – Vol. 325. – P. 239–250.
122. Denglong Ma, et al. Investigating the impacts of atmospheric diffusion conditions on source parameter identification based on an optimized inverse modelling method // *Atmos. Environ.* – 2019. – Vol. 205. – P. 19–29.
123. Liu Y., et al. Application and improvement of the particle swarm optimization algorithm in source-term estimations for hazardous release // *Atmosphere.* – 2023. – Vol. 14, no. 7, art. 1168.
124. Gunawardena N, et al. Particle swarm optimization for source localization in realistic complex urban environments // *Atmos. Environ.* – 2021. – Vol. 262, art. 118636. <https://doi.org/10.1016/j.atmosenv.2021.118636>.

ПУБЛИКАЦИИ АВТОРА ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Издания, рекомендованные ВАК Минобрнауки России

1. Shnaider I. A., Bogomolov A. S., Kushnikov V. A. Simulation modeling of atmospheric pollutant dispersion considering dry deposition and the influence of liquid atmospheric precipitation // *Izvestiya of Saratov University. Mathematics. Mechanics. Informatics.* — 2025. — Vol. 25, iss. 4. — P. 589–599. <https://doi.org/10.18500/1816-9791-2025-25-4-589-599> (К1, физ.-мат. науки; I уровень Белого списка)

2. Шнайдер И. А., Богомолов А. С., Кушников В. А. Решение задачи о локализации несанкционированных источников загрязнения атмосферы средствами математического моделирования // *Журнал Средневолжского математического общества.* — 2026. — Т. 28, № 3. С. 294–306. DOI: 10.15507/2079-6900.28.202603.294-306 (К2, физ.-мат. науки; III уровень Белого списка)

3. Шнайдер И. А., Богомолов А. С. Метод локализации источника атмосферного загрязнения // *Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия «Естественные и технические науки».* — 2025. — № 9. С. 55-59. DOI 10.37882/2223-2966.2025.09.04 (К3)

Зарегистрированные программы для ЭВМ

Программный комплекс локализации источников атмосферного загрязнения // Шнайдер И. А., Богомолов А. С., Кушников В. А.; Шнайдер И. А., Богомолов А. С., Кушников В. А. — № 2025694290; заявл. 04.12.2025; опубл. 04.12.2025, 2025693719 (Россия).

Монография

4. Резчиков А. Ф., Кушников В. А., Богомолов А. С., Хамутова М. В., Шнайдер И. А. Задачи, модели и методы анализа выполнимости мероприятий по управлению сложными организационно-техническими системами в условиях развития критических комбинаций событий : монография. — Саратов : Саратовский университет, 2024. — 92 с. — DOI: 10.18500/978-5-292-04872-5.

Публикации в изданиях, индексируемых в Scopus

5. Shnaider I. A., Bogomolov A. S., Lapkovsky R. Y., Kushnikova E. V. An Approach to Locating Unknown Sources of Increased Air Emissions // 2023 16th International Conference on Management of Large-Scale System Development (MLSD). — Moscow, Russian Federation, 2023. — Pp. 1–5. — DOI 10.1109/MLSD58227.2023.10303966.

6. Shnaider I. A., Lapkovsky R. Y., Urumbaeva R. N., Zhabinskaya V. A Production Model for Calculating Pollutant Concentration Considering the Influence of Precipitation Washout and Dry Deposition // 2024 17th Inter-national Conference on Management of Large-Scale System Development (MLSD). — Moscow, Russian Federation, 2024. — Pp. 1–4. — DOI 10.1109/MLSD61779.2024.10739434.

7. Fursov S., Kushnikova E. V., Kushikov O., Shnaider I. A. Accuracy of Determining Damage from Atmosphere Pollution by Industry Under Various Combinations of Events // 2024 17th International Conference on Management of Large-Scale System Development (MLSD). — Moscow, Russian Federation, 2024. — Pp. 1–4. — DOI 10.1109/MLSD61779.2024.10739438.

8. Shnaider I. A., Lapkovsky R. Y., Kushnikova E. V., Urumbaeva R. N., Stepanovskaya I. A. An approach to detect new sources of air pollution using the particle swarm optimization // 2025 18th International Conference on Management of Large-Scale System Development (MLSD). — Moscow, Russian Federation, 2025. — Pp. 1–4. — DOI 10.1109/MLSD65526.2025.11220689

Публикации в других изданиях и на конференциях

9. Шнайдер И. А. Имитационное моделирование в задаче локализации источников повышенного атмосферного выброса // Имитационное моделирование. Теория и практика (ИММОД-2023) : Сборник трудов одиннадцатой всероссийской научно-практической конференции по имитационному моделированию и его применению в науке и промышленности, Казань, 18–20 октября 2023 года. — Казань : Издательство АН РТ, 2023. — С. 780–786.

10. Резчиков А. Ф., Богомолов А. С., Лапковский Р. Ю., Кушников В. А., Шнайдер И. А. Задача локализации источников повышенного атмосферного выброса // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2023) : Труды

Шестнадцатой международной конференции, Москва, 26–28 сентября 2023 года. — Москва : ИПУ РАН, 2023. — С. 507–511. — DOI 10.25728/mlsd.2023.0507.

11. Резчиков А. Ф., Богомолов А. С., Лапковский Р. Ю., Кушников В. А., Шнайдер И. А. Продукционная модель расчета распространения атмосферного загрязнителя с учетом влияния атмосферных осадков // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2024) : Труды Семнадцатой международной конференции, Москва, 24–26 сентября 2024 года. — Москва : ИПУ РАН, 2024. — С. 413–419.

12. Богомолов А. С., Шнайдер И. А. Математическая модель для разработки цифрового двойника процесса распространения атмосферного загрязнителя с учетом сухого осаждения и влияния атмосферных осадков // Экологический мониторинг опасных промышленных объектов: современные достижения, перспективы и обеспечение экологической безопасности населения : Сборник научных трудов по материалам VI Всероссийской научно-практической конференции "Экологический форсайт". — Саратов : СГТУ им. Гагарина Ю.А., 2024. — С. 103–109.

13. Шнайдер И. А., Лапковский Р. Ю., Кушникова Е. В., Урумбаева Р. Н., Степановская И. А. Локализация источника атмосферного выброса на основе метода роя частиц // Управление развитием крупномасштабных систем (MLSD'2025) : Труды восемнадцатой международной конференции, Москва, 24–26 сентября 2025 года. — М. : ФГБУН ИПУ РАН, 2025.

**ПРИЛОЖЕНИЕ 1. АКТ ВНЕДРЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ
ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ В ОАО "Лига"**



«УТВЕРЖДАЮ»

Генеральный директор

ОАО «Лига»

Баранов В.Л.

«15» октября 2025 г.

АКТ

о внедрении результатов кандидатской диссертации
Шнайдера Ильи Андреевича

Диссертация Шнайдера Ильи Андреевича посвящена разработке математической модели, метода и программы для автоматизации обработки данных при выявлении новых источников атмосферного загрязнения.

Разработанная И.А. Шнайдером продукционная математическая модель распространения атмосферного загрязнителя, учитывающая жидкие осадки и седиментацию загрязнителя, используется в научных исследованиях прикладных проблем, осуществляемых в ОАО «Лига».

Программное обеспечение, разработанное И.А. Шнайдером, используется экспертами для обработки информации на экологических постах ОАО «Лига» и позволяет уточнять местоположение новых незарегистрированных источников загрязнения.

Руководитель отдела ИТ

Лапковский Р.Ю.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2. АКТ ВНЕДРЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ В ИПТМУ ФИЦ СНЦ РАН

УТВЕРЖДАЮ
И.о. директора ИПТМУ ФИЦ СНЦ РАН
д.т.н., проф. Кушников В.А.

«__» _____ 2023 г.



АКТ

о внедрении результатов кандидатской диссертации
Шнайдера Ильи Андреевича

Кандидатская диссертация И.А. Шнайдера посвящена разработке моделей и алгоритмов локализации новых источников загрязнения окружающей среды по зарегистрированным критическим значениям их концентрации в рассматриваемых точках.

Разработанная Шнайдером И.А. в диссертации комбинированная математическая модель распространения поллютантов и алгоритм решения задачи локализации новых источников используются в ИПТМУ ФИЦ СНЦ РАН при выполнении государственного задания по теме № FFNM-2022-0010 «Разработка интеллектуальных моделей и методов управления сложными человеко-машинными системами в условиях критических ситуаций».

Ведущий научный сотрудник
Института проблем точной механики и управления –
обособленного структурного подразделения
Федерального государственного бюджетного
учреждения науки Федеральный исследовательский центр
«Саратовский научный центр Российской Академии Наук»

В.А. Иващенко

**ПРИЛОЖЕНИЕ 3. СВИДЕТЕЛЬСТВО О ГОСУДАРСТВЕННОЙ
РЕГИСТРАЦИИ ПРОГРАММЫ ДЛЯ ЭВМ**

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2025694290

**Программный комплекс локализации источников
атмосферного загрязнения**

Правообладатели: **ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР "САРАТОВСКИЙ
НАУЧНЫЙ ЦЕНТР РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК"**
(RU), Шнайдер Илья Андреевич (RU), Богомолов Алексей
Сергеевич (RU), Кушников Вадим Алексеевич (RU)

Авторы: **Шнайдер Илья Андреевич (RU), Богомолов Алексей
Сергеевич (RU), Кушников Вадим Алексеевич (RU)**



Заявка № **2025693719**

Дата поступления **04 декабря 2025 г.**

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ **04 декабря 2025 г.**

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Ю.С. Зубов