**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ**

**РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФГБОУ ВО «СГУ имени Н.Г. Чернышевского»**

Механико-математический факультет

|  |  |
| --- | --- |
| СОГЛАСОВАНО  заведующий кафедрой  д.ф.-м.н., профессор В.А. Юрко  "\_\_" \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2016 г. | УТВЕРЖДАЮ  председатель НМС факультета  к.ф.-м.н. , доцент С.В. Тышкевич  "\_\_" \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_2016 г. |

**Фонд оценочных средств**

Текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине

**Уравнения математической физики**

**Направление подготовки**

01.03.02 - ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

**Все реализуемые профили**

**Квалификация (степень) выпускника**

Бакалавр

**Форма обучения**

очная

Саратов,

2016

1. ***Карта компетенций***

|  |  |
| --- | --- |
| Контролируемые компетенции  (шифр компетенции) | Планируемые результаты обучения  (знает, умеет, владеет, имеет навык) |
| Первый этап (уровень)  **(ОПК-1) –I** | **Знать:** знать основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы классического математического анализа, алгебры и аналитической геометрии, знать результаты, задачи и методы информатики. **Код З (ОПК-1) – I** |
| **Уметь:** уметь применять основные методы анализа к исследованию функций и функциональных классов, уметь решать стандартные задачи алгебры и аналитической геометрии, уметь решать задачи информатики. **Код У (ОПК-1) – I** |
| **Владеть:** владеть навыками решения задач математического анализа, алгебры, геометрии и информатики. **Код В (ОПК-1) – I** |
| Второй этап (уровень)  **(ОПК-1) –II** | **Знать:** знать основные понятия теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории уравнений с частными производными, определения и свойства математических объектов в этих областях, формулировки ключевых утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений. **Код З (ОПК-1) – II** |
| **Уметь:** уметь решать задачи вычислительного характера в области обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с частными производными. **Код У (ОПК-1) – II** |
| **Владеть:** навыками решения обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений математической физики. **Код В (ОПК-1) – II** |
| Третий этап (уровень)  **(ОПК-1) –III** | **Знать:** знать основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы классической теории вероятностей, математической статистики, теории функций комплексного переменного и функционального анализа. **Код З (ОПК-1) – III** |
| **Уметь:** уметь применять математические методы и модели к анализу случайных явлений для их описания и понимания, уметь применять методы функционального анализа и решать задачи из разделов комплексного анализа. **Код У (ОПК-1) – III** |
| **Владеть:** владеть навыками вычисления вероятностей, владеть навыками решения задач функционального и комплексного анализа. **Код В (ОПК-1) – III** |
| Первый этап  (уровень)  **(ПК-1) - I** | **Знать:** определения и свойства интегралов Римана и Лебега, признаки сходимости функциональных рядов, свойства степенных рядов, преобразование Фурье и его свойства, основные типы обыкновенных уравнений, метод Эйлера, метод вариации произвольных постоянных, основные понятия теории устойчивости, формулы Крамера, жорданову форму матрицы, уравнения кривых второго порядка и их свойства, поверхности второго порядка, основные математические модели дискретного характера и методы их использования для решения типовых задач;  основные понятия, методы и средства обработки информации, теоретические основы поиска информации, классификацию информационных ресурсов по способу представления информации. **З (ПК-1) - I** |
| **Уметь:** осуществлять поиск научной информации в интернете, использовать основные понятия и методы математического анализа, дифференциальных уравнений, дискретной математики, алгебры, геометрии и информатики при обработке и интерпретации собранных данных. **У (ПК-1) - I** |
| **Владеть:** навыками сбора и работы с математическими источниками информации, методами математического анализа и навыками их практического применения: навыками дифференцирования функций, методами решения линейных дифференциальных уравнений, методами решения систем линейных алгебраических, навыками работы с компьютером как средством управления информацией, навыками работы в OC WINDOWS. **В (ПК-1) – I** |
| Второй этап  (уровень)  **(ПК-1) - II** | **Знать:** классификацию уровней математической физики второго порядка;  метод Даламбера решения задачи Коши для волнового уравнения;  свойства гармонических функций;  основные принципы функционального анализа;  теорию Фредгольма для операторных уравнений;  метод регуляризации Тихонова, метод Лаврентьева;  классификацию особых точек аналитических функций;  теорию вычетов;  формулу Коши для аналитических функций;  свойства резольвенты линейного дифференциального оператора;  принципы построения и проектирования баз данных;  язык баз данных SQL. **З (ПК-1) - II** |
| **Уметь:** решать краевые задачи для различных типов уравнений математической физики методом разделения переменных;  решать задачу Коши для уравнений параболического типа;  находить нормы функционалов и оценивать нормы операторов;  строить конформные отображения простых областей с помощью элементарных аналитических функций;  находить приближенные решения интегральных уравнений I рода;  строить функцию Грина для простейших линейных дифференциальных операторов;  осуществлять поиск заданной информации в системах Yandex и Google с использованием профессионального языка запросов. **У (ПК-1) - II** |
| **Владеть:** навыками приведения уравнений в частных производных второго порядка к каноническому виду, методом разделения переменных;  навыками применения основных понятий и методов функционального анализа при исследовании конкретных задач;  навыками разложения аналитических функций в ряд Лорана, вычисления контурных интегралов с помощью теории вычетов; методами решения некорректно поставленных задач (методы Тихонова и Лаврентьева);  владеть методами нахождения асимптотик собственных значений и собственных функций линейных дифференциальных операторов и их резольвент;  навыками работы в среде систем управления базами данных, методами сбора и обработки информации, навыками работы с поисковыми системами. **В (ПК-1) - II** |
| Третий этап  (уровень)  **(ПК-1) - III** | **Знать:** основные понятия и теоремы теории целых функций;  свойства функций Вейля в обратных задачах Штурма-Лиувилля;  основные свойства оператора Штурма-Лиувилля;  теорему Амбарцумяна; метод Гельфонда-Левитана;  приближающие свойства резольвенты оператора дифференцирования;  решения Йоста для нелинейных задач;  солитонные решения;  обобщения метода обратной задачи рассеивания;  теорему Куна-Таккера для задач выпуклого программирования;  теорию двойственности в линейном программировании;  принцип максимума Понтрягина. **З (ПК-1) - III** |
| **Уметь:** получать оценки модуля целых функций;  получать интегральные представления целых функций экспоненциального типа;  строить функцию Вейля в обратной задаче Штурма-Лиувилля;  использовать резольвенту оператора дифференцирования для решения задачи восстановления функции;  применять метод обратной задачи для решения уравнения Кортевега-де Фриза;  использовать метод обратной задачи рассеяния;  находить двойственные задачи и задачи линейного программирования;  решать экстремальные задачи методом золотого сечения и методом наискорейшего спуска. **У (ПК-1) – III** |
| **Владеть:** навыками приведения уравнений в частных производных второго порядка к каноническому виду, методом разделения переменных;  навыками применения основных понятий и методов функционального анализа при исследовании конкретных задач;  навыками разложения аналитических функций в ряд Лорана, вычисления контурных интегралов с помощью теории вычетов; методами решения некорректно поставленных задач (методы Тихонова и Лаврентьева);  владеть методами нахождения асимптотик собственных значений и собственных функций линейных дифференциальных операторов и их резольвент;  навыками работы в среде систем управления базами данных, методами сбора и обработки информации, навыками работы с поисковыми системами. **В (ПК-1) - II** |
| Первый этап  (уровень)  **(ПК-II) - I** | **Знать:** определения и свойства интегралов Римана и Лебега, признаки сходимости функциональных рядов, свойства степенных рядов, преобразование Фурье и его свойства, основные типы обыкновенных уравнений, метод Эйлера, метод вариации произвольных постоянных, основные понятия теории устойчивости, формулы Крамера, жорданову форму матрицы, уравнения кривых второго порядка и их свойства, поверхности второго порядка, основные математические модели дискретного характера и методы их использования для решения типовых задач. **З (ПК-II) - I** |
| **Уметь:** использовать основные понятия и методы математического анализа, дифференциальных уравнений, дискретной математики, алгебры, геометрии и информатики при обработке и интерпретации собранных данных. **У (ПК-II) - I** |
| **Владеть:** методами математического анализа и навыками их практического применения: навыками дифференцирования функций, методами решения линейных дифференциальных уравнений, методами решения систем линейных алгебраических уравнений. **В (ПК-II) – I** |
| Второй этап  (уровень)  **(ПК-II) - II** | **Знать:** классификацию уровней математической физики второго порядка;  метод Даламбера решения задачи Коши для волнового уравнения;  свойства гармонических функций; основные принципы функционального анализа; теорию Фредгольма для операторных уравнений; метод регуляризации Тихонова, метод Лаврентьева; классификацию особых точек аналитических функций; теорию вычетов; формулу Коши для аналитических функций; свойства резольвенты линейного дифференциального оператора. **З (ПК- II) – II** |
| **Уметь:** решать краевые задачи для различных типов уравнений математической физики методом разделения переменных;  решать задачу Коши для уравнений параболического типа;  находить нормы функционалов и оценивать нормы операторов;  строить конформные отображения простых областей с помощью элементарных аналитических функций;  находить приближенные решения интегральных уравнений I рода;  строить функцию Грина для простейших линейных дифференциальных операторов. **У (ПК- II) - II** |
| **Владеть:** навыками приведения уравнений в частных производных второго порядка к каноническому виду, методом разделения переменных;  навыками применения основных понятий и методов функционального анализа при исследовании конкретных задач;  навыками разложения аналитических функций в ряд Лорана, вычисления контурных интегралов с помощью теории вычетов; методами решения некорректно поставленных задач (методы Тихонова и Лаврентьева);  владеть методами нахождения асимптотик собственных значений и собственных функций линейных дифференциальных операторов и их резольвент. **В (ПК- II) - II** |
| Третий этап  (уровень)  **(ПК- II) - III** | **Знать:** основные понятия и теоремы теории целых функций;  свойства функций Вейля в обратных задачах Штурма-Лиувилля;  основные свойства оператора Штурма-Лиувилля;  теорему Амбарцумяна; метод Гельфонда-Левитана;  приближающие свойства резольвенты оператора дифференцирования;  решения Йоста для нелинейных задач;  солитонные решения;  обобщения метода обратной задачи рассеивания;  теорему Куна-Таккера для задач выпуклого программирования;  теорию двойственности в линейном программировании;  принцип максимума Понтрягина. **З (ПК- II) - III** |
| **Уметь:** получать оценки модуля целых функций;  получать интегральные представления целых функций экспоненциального типа;  строить функцию Вейля в обратной задаче Штурма-Лиувилля;  использовать резольвенту оператора дифференцирования для решения задачи восстановления функции;  применять метод обратной задачи для решения уравнения Кортевега-де Фриза;  использовать метод обратной задачи рассеяния;  находить двойственные задачи и задачи линейного программирования;  решать экстремальные задачи методом золотого сечения и методом наискорейшего спуска. **У (ПК- II) – III** |
| **Владеть:** навыками определения порядка и типа конкретных целых функций;  навыками разложения целых функций в степенные ряды;  методами получения асимптотики собственных значений и собственных функций оператора Штурма-Лиувилля;  навыками приближенного решения уравнений 1-го рода с помощью резольвенты;  методом характеристик решения простейших нелинейных уравнений в частных производных;  методом множителей Лагранжа при решении задач на условный экстремум;  симплекс-методом при решении канонических задач линейного программирования. **В (ПК- II) – III** |

1. ***Показатели оценивания планируемых результатов обучения***

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Семестр | Шкала оценивания | | | |
| 2 | 3 | 4 | 5 |
| 5 семестр | Не владеет навыками решения задач математической физики и уравнений гиперболического типа. | Частично владеет навыками решения задач математической физики и уравнений гиперболического типа. | Достаточно хорошо владеет навыками решения задач математической физики и уравнений гиперболического типа. | Свободно владеет навыками решения задач математической физики и уравнений гиперболического типа. |
|  | Не умеетприменять основные методы анализа к решению задач математической физики и, не умеет решать стандартные уравнения гиперболического типа. | Слабо умеетприменять основные методы анализа к решению задач математической физики и, не умеет решать стандартные уравнения гиперболического типа. | Хорошо умеетприменять основные методы анализа к решению задач математической физики и, не умеет решать стандартные уравнения гиперболического типа. | Свободно применяет основные основные методы анализа к решению задач математической физики и, не умеет решать стандартные уравнения гиперболического типа. |
|  | Не знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы математической физики. | Имеет не полные представления обосновных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах математической физики. | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления обосновных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах математической физики. | Отлично знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы математической физики. |
| 6 семестр | Не владеет навыками решения задач математической физики и уравнений параболического, эллиптического и смешанного типа. | Частично владеет навыками решения задач математической физики и уравнений параболического, эллиптического и смешанного типа. | Достаточно хорошо владеет навыками решения задач математической физики и уравнений параболического, эллиптического и смешанного типа. | Свободно владеет навыками решения задач математической физики и уравнений параболического, эллиптического и смешанного типа. |
|  | Не умеетприменять основные методы анализа к решению задач математической физики и, не умеет решать стандартные уравнения параболического, эллиптического и смешанного типа. | Слабо умеетприменять основные методы анализа к решению задач математической физики и, не умеет решать стандартные уравнения параболического, эллиптического и смешанного типа. | Хорошо умеетприменять основные методы анализа к решению задач математической физики и, не умеет решать стандартные уравнения параболического, эллиптического и смешанного типа. | Свободно применяет основные основные методы анализа к решению задач математической физики и, не умеет решать стандартные уравнения параболического, эллиптического и смешанного типа. |
|  | Не знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы математической физики. | Имеет не полные представления обосновных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах математической физики. | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления обосновных понятиях, концепциях, результатах, задачах и методах математической физики. | Отлично знает основные понятия, концепции, результаты, задачи и методы математической физики. |

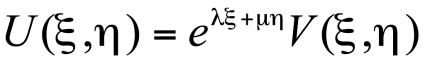
***3. Оценочные средства***

**2.1 Задания для текущего контроля**

1. **Кейс-задача**

Следующее уравнение с постоянными коэффициентами привести к каноническому виду и провести дальнейшие упрощения.



*Указание.* После приведения к каноническому виду перейти к новой неизвестной функции  по формуле . Выбором параметров  добиться, чтобы в уравнении отсутствовали слагаемые с младшими производными или с неизвестной функцией.

1. **Контрольная работа**

|  |  |
| --- | --- |
| **Задание 1.** Найти решение следующей задачи о колебании однородной бесконечной струны , , , | (1) |
| , , , | (2) |

если начальные отклонения и начальные скорости имеют вид.

Варианты:

1. , ;

2. , , ;

3. , .

**Задание 2**. Решить задачи Коши в области , .

Варианты:

1. , , ;

2. , , ;

3. , , ;

4. , , ;

* 1. **Промежуточная аттестация**

1. **Список вопросов к устному экзамену и/или зачету**

1. Общие сведения об уравнениях математической физики. Построение математических моделей физических задач и нахождение их приближенных решений. Понятие корректно и некорректно поставленных задач. Примеры.

2. Основные уравнения математической физики – волновое уравнение, уравнение Лапласа, уравнение теплопроводности и другие, физические задачи, приводящие к этим уравнениям. Постановка задач математической физики.

3. Классификация уравнений в частных производных второго порядка, приведение к каноническому виду.

4. Задача Коши для одномерного волнового уравнения. Постановка задачи Коши для одномерного волнового уравнения.

5. Общее решение уравнения, бегущие волны.

6. Формула Даламбера, распространение волн. Корректность задачи Коши для уравнения колебаний струны.

7. Отражение волн в случае полубесконечной струны.

8. Задача Коши для неоднородного уравнения колебания струны.

9. Понятие об обобщенном решении.

10. Краевая задача для одномерного волнового уравнения.

11. Постановка краевой задачи для одномерного волнового уравнения.

12. Метод Фурье разделения переменных.

13. Задача Штурма-Лиувилля. Собственные значения и собственные функции.

14. Вещественность собственных значений, ортогональность собственных функций.

15. Ряд Фурье по собственным функциям. Стоячие волны.

16.. Функция источника (функция Грина) и ее свойства.

17. Сходимость ряда по собственным функциям к решению краевой задачи. 18. Интеграл энергии, единственность решения краевой задачи. Краевая задача для неоднородного уравнения.

19. Задача на характеристиках (задача Гурса).

20. Постановка задачи на характеристиках для общего гиперболического уравнения с двумя независимыми переменными.

21. Сведение задачи Гурса к системе интегральных уравнений. Существование и единственность решения задачи Гурса.

**Промежуточная аттестация**

Проводится по инициативе деканата, обычно в середине семестра, учитывается итоговая посещаемость на момент проведения, ход выполнения и количество завершенных лабораторных работ, активность самостоятельной работы.

**11-30 баллов –** «зачтено»

**0-10 баллов –** «не зачтено»

Таким образом, максимально возможная сумма баллов за все виды учебной деятельности студента за первый семестр по дисциплине «Уравнения математической физики» составляет 100 баллов.

Таблица 2.1 Пересчет полученной студентом суммы баллов по дисциплине «Уравнения математической физики» в зачет:

|  |  |
| --- | --- |
| 31 балл и более | «зачтено» (при недифференцированной оценке) |
| меньше 31 балла | «не зачтено» |

**Лекции**

Посещаемость, опрос, активность и др. за один семестр – от 0 до 10 баллов.

Критерии оценки:

* менее 25% – 0 баллов;
* от 25% до 50% – 2 баллов;
* от 51% до 75% – 4 баллов;
* от 76% до 100% – 10 баллов.

**Лабораторные занятия**

Не предусмотрены.

**Практические занятия**

Не предусмотрены.

Контроль выполнения практических заданий в течение одного семестра - от 0 до 30 баллов, проверяется правильность выполнения работы и точность полученных значений.

Критерии оценки:

* менее 25% – 0 баллов;
* от 25% до 50% – 10 баллов;
* от 51% до 75% – 20 баллов;
* от 76% до 100% – 30 баллов.

**Самостоятельная работа**

Оценивается качество выполненных домашних работ, грамотность в оформлении и правильность выполнения - от 0 до 15 баллов

Критерии оценки:

* менее 25% – 0 баллов;
* от 25% до 50% – 5 баллов;
* от 51% до 75% – 10 баллов;
* от 76% до 100% – 15 баллов.

**Автоматизированное тестирование**

Не предусмотрено.

**Другие** **виды учебной деятельности**

Виды учебной деятельности, не вошедшие в предыдущие колонки таблицы - от 0 до 15 баллов.

1. Контрольная работа №1

2. Контрольная работа №2

Критерии оценки:

* менее 25% – 0 баллов;
* от 25% до 50% – 5 баллов;
* от 51% до 75% – 10 баллов;
* от 76% до 100% – 15 баллов.

ФОС для проведения промежуточной аттестации одобрен на заседании кафедры математической физики и вычислительной математики (протокол № 1, от 29 августа 2016 г.)

Автор: д.ф-м.н. профессор В.А. Юрко

***Приложение 1***

**Примерный перечень оценочных средств:**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Наименование ОС** | **Краткая характеристика ОС** | **Представление ОС в фонде** |
| Деловая и/или ролевая игра | Совместная деятельность группы обучающихся и преподавателя под управлением преподавателя с целью решения учебных и профессионально- ориентированных задач путем игрового моделирования реальной проблемной ситуации. Позволяет оценивать умение анализировать и решать типичные профессиональные задачи | Тема (проблема), концепция, роли и ожидаемый результат по каждой игре |
| Кейс-задача | Проблемное задание, в котором обучающемуся предлагают осмыслить реальную профессионально- ориентированную ситуацию, необходимую для решения данной проблемы | Задания для решения кейс- задачи |
| Коллоквиум | Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися | Вопросы по темам/разделам дисциплины |
| Контрольная работа | Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу | Комплект контрольных заданий по вариантам |
| Круглый стол, дискуссия, полемика, диспут, дебаты | Оценочные средства, позволяющие включить обучающихся в процесс обсуждения спорного вопроса, проблемы и оценить их умение аргументировать собственную точку зрения | Перечень дискуссионных тем для проведения круглого стола, дискуссии, полемики, диспута, дебатов |
| Портфолио | Целевая подборка работ обучающегося, раскрывающая его индивидуальные образовательные достижения | Структура портфолио |
| Проект | Конечный продукт, получаемый в результате планирования и выполнения комплекса учебных и исследовательских заданий. Позволяет оценить умения обучающихся самостоятельно конструировать свои знания в процессе решения практических задач и проблем, ориентироваться в информационном пространстве и уровень сформированности аналитических, исследовательских навыков, навыков практического и творческого мышления. Может выполняться в индивидуальном порядке или группой обучающихся | Темы групповых и/или индивидуальных проектов |
| Рабочая тетрадь | Дидактический комплекс, предназначенный для самостоятельной работы обучающегося и позволяющий оценивать уровень освоения им учебного материала | Образец рабочей тетради |
| Разноуровневые задачи и задания | А) репродуктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать знание фактического материала и умение правильно использовать специальные термины и понятия, узнавание объектов изучения в рамках определенного раздела дисциплины;  Б) реконструктивного уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения синтезировать, анализировать, обобщать материал с формулированием конкретных выводов, установлением причинно-следственных связей;  творческого уровня, позволяющие оценивать и диагностировать умения, интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения | Комплект разноуровневых задач и заданий |
| Расчетно-графическая работа | Средство проверки умений применять полученные знания по заранее определенной методике для решения задач или заданий по модулю или дисциплине в целом | Комплект заданий для выполнения расчетно-графической работы |
| Реферат | Продукт самостоятельной работы обучающегося, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно- исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а так же собственные взгляды на неё | Темы рефератов |
| Доклад, сообщение | Продукт самостоятельной работы обучающегося, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно- практической, учебно-исследовательской и научной темы | Темы докладов, сообщений |
| Собеседование | Средство контроля, организованное как специальная база преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п. | Вопросы по темам/разделам дисциплины |
| Творческое задание | Частично регламентированное задание, имеющее нестандартное решение и позволяющее диагностировать умения, владения интегрировать знания различных областей, аргументировать собственную точку зрения. Может выполняться в индивидуальном порядке или группой обучающихся | Темы групповых и/или индивидуальных творческих заданий |
| Тест | Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося | Фонд тестовых заданий |
| Тренажер | Техническое средство, которое может быть использовано для контроля приобретенных обучающимся профессиональных навыков, умений, владений по управлению конкретным материальным объектом | Комплект заданий для работы на тренажере |
| Эссе | Средство, позволяющее оценить умение обучающегося письменно излагать суть поставленной проблемы, самостоятельно проводить анализ этой проблемы с использованием концепций и аналитического инструментария соответствующей дисциплины, делать выводы, обобщающие авторскую позицию по поставленной проблеме | Тематика эссе |