

ЭЛЕКТРОНИКА

В.И. Гапонов

ФИЗМАТИЗ 1960

Часть I

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ

Оглавление

I	ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ	3
	Предисловие	7
1	Движение зар. частиц в эл. и маг. полях	9
§ 1.	Электронная баллистика и электронная оптика	9
§ 2.	Движение заряженных частиц в однородных полях	23
§ 3.	Отклонение и фокусировка заряженных частиц в однородных и плоских полях	33
§ 4.	Расчет и экспериментальное определение электрических по- лей в электровакуумных приборах	45
§ 5.	Электростатические электронные линзы и зеркала.	53
§ 6.	Магнитные и магнитно-электрические электронные линзы . .	76
§ 7.	Аберрации электронных линз	90
§ 8.	Построение электронных траекторий	99
§ 9.	Ток, ограниченный пространственным зарядом	110
§ 10.	Параллельный поток эл-ов, имеющих одинак-ые нач. скор. . .	125
§ 11.	Пространственный заряд в электронных лучах	139
2	Электронная эмиссия	151
§ 12.	Электроны в металлах и полупроводниках	152
§ 13.	Электропроводность металлов и полупроводников. Контакт- ная разность потенциалов	178
§ 14.	Термоэлектронная эмиссия металлов	197
§ 15.	Термоэлектронная эмиссия при наличии ускоряющего поля на поверхности металла. Автоэлектронная эмиссия	213
§ 16.	Пленочные термоэлектронные катоды	227
§ 17.	Эмиссионная «пятнистость»	241
§ 18.	Оксидный катод и другие неметаллические термоэлектрон- ные катоды	247
§ 19.	Фотоэлектронная эмиссия металлов	267
§ 20.	Фотоэлектронная эмиссия диэлектриков и полупроводников; технические фотоэлектронные катоды	285
§ 21.	Эмиссионные постоянные чистых металлов. Свойства техни- ческих термоэлектронных катодов	299

§ 22. Вторичная электронная эмиссия металлов	314
§ 23. Ионная эмиссия и поверхностная ионизация	332
3 Электрический ток в газах	341
§ 24. Появление и исчезновение заряженных частиц в газовом разряде	341
§ 25. Направленное движение электронов и ионов в газе	365
§ 26. Несамостоятельный разряд и зажигание самостоятельного разряда	380
§ 27. Газоразрядная плазма	399
§ 28. Тлеющий и дуговой разряды	411
§ 29. Положительный столб и анодная область газового разряда	434
§ 30. Дуговые разряды высокого давления. Коронный и искровой разряды	462
Приложения	481
§ I. Поля с осевой симметрией	481
§ II. Электроны в потенциальном ящике	488
§ III. Дополнительные сведения по кинетической теории газов	501
§ IV. Статистика электронного газа	515
§ V. Таблицы, справочные материалы	530
Литература	533
Предметный указатель	535

Предисловие

Электронику можно кратко определить как область науки и техники, имеющую дело с прохождением электрического тока через вакуум, газы и твердые полупроводники, где электроны являются или практически единственными носителями тока (токи в вакууме и в полупроводниках) или играют среди носителей тока важнейшую роль (токи в газах). Предметом электроники являются описание и анализ работы всевозможных электровакуумных и полупроводниковых приборов (электронных ламп, электронно-лучевых трубок, фотоэлементов, ионных вентилях, полупроводниковых диодов и триодов и т. д.), а также разделы физики, в которых изучаются явления, лежащие в основе работы указанных приборов (электронная баллистика и электронная оптика, электронная эмиссия, электрический ток в газах, некоторые главы физики полупроводников).

Электроника разделяется на физическую электронику, к которой относится изучение физических основ действия электровакуумных и полупроводниковых приборов, и техническую электронику, куда входят вопросы конструирования, инженерного расчета и технологии изготовления этих приборов, а также изучение различных электрических схем, существенными элементами которых служат электровакуумные и полупроводниковые приборы. Этот последний из разделов технической электроники составляет существенную часть многих отраслей техники (радиотехника, автоматика, электрометрия и т. д.).

Предлагаемая книга, в основу которой положен лекционный курс, читавшийся автором на радиофизическом факультете Горьковского университета, посвящена физической электронике. Некоторые сведения по технической электронике введены в нее с целью дать читателю достаточно конкретные представления о внешнем виде, конструктивном оформлении и параметрах промышленных электровакуумных и полупроводниковых приборов. Схемы, содержащие электровакуумные и полупроводниковые приборы, рассматриваются в книге постольку, поскольку это необходимо для выяснения требований, предъявляемых к приборам. Поэтому приведенные во второй части книги (ч. II) характеристики и таблицы параметров относятся только к немногим приборам и не могут из-за своей неполноты служить для необходимых в технически расчетах справок, за которыми следует обращаться к книгам по технической электронике а справочной литературе.

Книга разделена на две части. В первой части излагаются физические

основы электроники, т. е. описание и теория явлений, имеющих важное значение для работы электровакуумных и полупроводниковых приборов. Вторая часть содержит физические основы действия электровакуумных и полупроводниковых приборов, главным образом тех из них, которые имеют наибольшее практическое значение. Некоторые разделы электроники (например, электроника быстрых частиц), изложение которых значительно увеличило бы и без того большой объем книги, в ней совершенно не затрагиваются.

Место, которое электроника занимает в учебных планах радиофизических и радиотехнических факультетов, заставляет предполагать у читателя знания по физике только в объеме общего курса. Поэтому в книгу введены необходимые физические дополнения, которые, как и немногие расчеты электрических и магнитных полей, характерных для электровакуумных приборов, вынесены в приложения. Содержание книги соответствует курсу общей электроники, который читается на радиофизических факультетах университетов, однако можно надеяться, что она окажется полезным учебным пособием для физиков других специальностей и студентов электро и радиотехнических факультетов, а также для инженеров, работающих в промышленности. Необходимо отметить большую помощь, которую оказали автору замечания проф. Н. И. Ионова, проф. Р. А. Нилендера и особенно проф. Б. М. Царева и его сотрудников, взявших на себя труд рецензирования рукописи книги. Автор выражает им свою глубокую признательность. Автор благодарен также В. Б. Брагинскому, затратившему много труда на редактирование книги. В книге, особенно во второй части, в ряде случаев использованы чертежи, заимствованные из книг других авторов, из которых следует особо отметить книгу В. С. Григорьева и Б. С. Григорьева «Электронные и ионные приборы».

В. И. Гапонов

Глава 1

Движение заряженных частиц в электрических и магнитных полях

§ 1. Электронная баллистика и электронная оптика

1. Заряд и масса электрона.

Электроника как особый раздел науки и техники начала формироваться в конце XIX века, когда почти одновременно были открыты рентгеновские лучи (В. К. Рентген, 1895 г.), изобретена электронно-лучевая трубка (Ф. Браун, 1897 г.) и появились (1897 г.) исследования Д. Д. Томсона, в которых было показано, что открытые ранее катодные лучи представляют собой потоки ускользавших прежде от наблюдения частиц вещества — электронов. Томсоном был измерен удельный заряд электрона e/m_0 (m_0 — масса медленно движущегося электрона, практически равная его массе покоя), а несколько позже Милликеном был определен заряд электрона e по методу масляных капель¹. В настоящее время приняты следующие значения e , e/m_0 и m_0 : $e = 4,802 \cdot 10^{-10}$ CGSE (q) = $1,601 \cdot 10^{-19}$ к, $e/m_0 = 5,273 \cdot 10^{17}$ CGSE (q) г⁻¹ = $1,759 \cdot 10^8$ к · г⁻¹, $m_0 = 9,107 \cdot 10^{-28}$ г.

Пусть электрон, пройдя ускоряющее напряжение U , получает скорость v . Обозначая массу электрона, имеющего скорость v , через m_v и используя закон взаимосвязи энергии и массы, согласно которому энергия равна произведению массы на квадрат скорости света c , можно написать:

$$m_v c^2 = m_0 c^2 + eU. \quad (1.1)$$

¹Опыты томсона и Милликена, а также более точные позднейшие опыты по измерению e и e/m_0 описываются в курсе общей физики.

С другой стороны, m_v и m_0 связаны соотношением

$$m_v = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}. \quad (1.2)$$

Закон взаимосвязи энергии и массы и формула (1.2), дающая зависимость массы от скорости, являются важнейшими следствиями теории относительности, и они, как известно, вполне надежно подтверждены наблюдениями над ядерными реакциями и над быстрыми частицами (Л. А. 1, т. II, гл. 21, 27; Л. А. 2, т. III, гл. 25, 32).

Из формул (1.1) и (1.2) для кинетической энергии электрона получим:

$$K = eU = m_v c^2 - m_0 c^2 = m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}} - 1 \right]. \quad (1.3)$$

Обозначим через v_0 скорость, которую имел бы электрон, если бы его масса не зависела от скорости. Очевидно, что

$$v_0 = \sqrt{\frac{2eU}{m_0}} = 5,93 \cdot 10^7 \sqrt{U} \text{ [см/сек]}, \quad (1.4)$$

если U выражено в вольтах. Из (1.3) и (1.4) для скорости v , вычисленной с учетом релятивистской, т. е. найденной из теории относительности, поправки получим:

$$v = c \left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{v_0^2}{2c^2}\right)^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (1.5)$$

Преобразуем формулы (1.5) и (1.2) так, чтобы в них для вычисления v и m_v можно было бы прямо подставлять ускоряющее напряжение. Вставляя $v_0^2 = \frac{2e}{m_0} U$ и численные значения $c = 3 \cdot 10^{10}$ [см/сек], $e/m_0 = 5,273 \cdot 10^{17}$ CGSE (q) e^{-1} и выражая U в вольтах, получим:

$$v = 3 \cdot 10^{10} \left[1 - \frac{1}{(1 + 1,957 \cdot 10^{-6} U)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \text{ [см/сек]}, \quad (1.5a)$$

$$m_v = m_0 (1 + 1,957 \cdot 10^{-6} U). \quad (1.2a)$$

Формулы (1.2), (1.2a), (1.5) и (1.5a) позволяют вычислить релятивистские поправки для массы и скорости. Например, при $U = 3000$ в релятивистская поправка к скорости составляет около 0,43%. В электровакуумных приборах нередко напряжения еще большие, и тогда в точные расчеты следует вводить релятивистскую поправку.

В табл. 1 даны значения v и m_v/m_0 для различных ускоряющих напряжений.

Электроны могут существовать в свободном состоянии или входить в состав атомов; следовательно, электрон — частица субатомного размера. Количественную оценку размеров электрона можно дать, сделав некоторые предположения о природе его инертной массы.

Как известно из электродинамики, при ускорении электрона вследствие изменения его магнитного поля появляется электрическое поле, действующее на электрон с силой, направленной в сторону, обратную ускорению. Отсюда следует, что масса электрона хотя бы частично имеет электромагнитную природу.

Таблица 1: Скорость v , отношение m_v/m_0 и длина волны электрона λ

Ускоряющее напряжение, в	$v \cdot 10^{-10}$, см/сек	m_v/m_0	λ_e , Å
1	0,005932	1,0000020	12,26
10^2	0,05932	1,0001957	1,226
$3 \cdot 10^3$	0,324	1,00587	0,2237
10^4	0,5846	1,01957	0,1220
$5 \cdot 10^4$	1,237	1,0978	0,05355
10^5	1,644	1,1957	0,0370
$5 \cdot 10^5$	2,588	1,9785	0,0142
10^6	2,822	2,957	0,0087
10^7	2,995	20,57	0,00118

Если представить себе электрон в виде частицы и предположить, что он имеет форму шара радиуса r , то для электромагнитной массы электрона получается (Л. А. З, т. 1, гл. 1):

$$m_{эм} = k \frac{e^2}{rc^2}, \quad (1.6)$$

где k — коэффициент порядка единицы, точное значение которого зависит от распределения заряда по объему шара. Например, при поверхностном распределении заряда $k = 2/3$, а при равномерном распределении заряда по объему $k = 4/5$. Так как о распределении заряда по объему электрона ничего определенного сказать нельзя, то естественно при оценке величины r считать $k = 1$. Если теперь, следуя мысли, высказанной Д. Д. Томсоном еще в 1881 г., принять, что вся измеренная на опыте масса электрона m_0 имеет электромагнитную природу, то $m_{эм} = m_0$ и из (1.6) следует:

$$r = \frac{e^2}{m_0 c^2} = 2,8 \cdot 10^{-13} \text{ см}. \quad (1.7)$$

Определенная таким образом величина r называется классическим радиусом электрона. Это название связано с тем, что в представлении классической, доквантовой физики электрон был только частицей размером порядка 10^{-13} см.

2. Волновые свойства электрона.

Одним из главных достижений физики за последние десятилетия было открытие волновых свойств электрона. Этому событию предшествовали близко с ним связанные открытия в оптике.

Важнейшим итогом развития учения о свете было сложившееся в начале этого века твердое убеждение в двойственности природы света: было установлено, что электромагнитное излучение обладает одновременно как волновыми свойствами, так и свойствами потока частиц-фотонов, причем в зависимости от условий опыта одно из этих свойств может преобладать в такой степени, что второе свойство при истолковании данного опыта можно совершенно игнорировать. Так, при истолковании основных закономерностей фотоэлектронной эмиссии (безынерционность, закон Эйнштейна) излучение можно рассматривать как поток фотонов, игнорируя волновые свойства излучения, а в теории дифракции света, наоборот, можно совершенно не упоминать о фотонах. Как говорят, в некоторых случаях приходится пользоваться волновой картиной, а в других — корпускулярной.

Если для волновой картины характерными величинами являются частота ν и длина волны λ , то частица-фотон характеризуется энергией W и импульсом p . Связь между этими величинами легко устанавливается. С одной стороны,

$$W = h\nu = \frac{hc}{\lambda}. \quad (1.8)$$

С другой стороны, соотношение между энергией и массой имеет вид

$$W = mc^2,$$

и так как фотон движется со скоростью c , то его импульс будет

$$p = mc = \frac{W}{c} = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda}. \quad (1.9)$$

В 1924 г. французский физик Л. де Бройль высказал мысль, что прочно установленный в оптике дуализм волн-частиц должен проявиться и для частиц вещества, в частности и для электронов. Де Бройль предположил, что соотношение $p = \frac{h}{\lambda}$ справедливо для любых частиц вещества и что таким образом частице с массой m , движущейся со скоростью v , «соответствует» волна длиной

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}, \quad (1.10)$$

или, обозначая через W полную энергию частицы и через Π — ее потенциальную энергию, получим:

$$\left. \begin{aligned} K = \frac{mv^2}{2} = W - \Pi; \quad v = \sqrt{2\frac{(W - \Pi)}{m}}; \\ \lambda = \frac{h}{\sqrt{2m(W - \Pi)}}. \end{aligned} \right\} \quad (1.11)$$

Для свободной, т.е. движущейся вне силового поля, частицы

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mW}} = \frac{h}{\sqrt{2mK}}. \quad (1.12)$$

Длины волн электронов различных скоростей приведены в табл. 1. I. При небольших скоростях, когда $v \approx v_0$, можно длину волны электрона найти по формуле

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2em_0U}} \quad 1.13a$$

или

$$\lambda = 10^{-8} \sqrt{\frac{150}{U}} [cm] = 12,25 \frac{1}{\sqrt{U}} \text{Å}, \quad 1.13b$$

где U —ускоряющее напряжение в вольтах.

При больших скоростях, учитывая релятивистскую поправку, вместо (1.13b) следует пользоваться формулой

$$\lambda = \frac{12,25}{\sqrt{U}} \frac{1}{\sqrt{1 + 0,978 \cdot 10^{-6} \cdot U}} \text{Å}. \quad (1.14)$$

Как видно, длины волн электронов при напряжениях порядка сотен вольт оказываются близкими к межуатомным расстояниям в кристаллах. Значит, при отражении электронов от кристаллов и прохождении их через кристаллы можно было ожидать возникновения дифракционных явлений, как это было найдено раньше для рентгеновских лучей.

Многочисленные опыты, сделанные в первую очередь с пучками электронов, а затем и с молекулярными пучками и пучками протонов и нейтронов, полностью подтвердили идею де Бройля и правильность формулы (1.10) (Л. А. 1, т. II, гл. XXV; Л. А. 1 и 3, т. I, гл. X).

В соотношении де Бройля для медленного электрона

$$\lambda = \frac{h}{m_0v}$$

v означает его скорость. Эта связь между длиной волны и скоростью, говоря на языке оптики указывает, что электронные волны обладают дисперсией и их групповая скорость отличается от фазовой скорости. В квантовой физике скорость частицы отождествляется с групповой скоростью $v_{гр}$. Одним из оснований для такого отождествления может служить следующее соображение: частице классической физики, занимающей в пространстве небольшой объем, естественно сопоставить такой волновой процесс, амплитуда которого велика только в небольшом объеме, в то время как во всем остальном пространстве она почти равна нулю. Это так называемый волновой пакет. Волновой пакет образуется при суперпозиции волн с непрерывно меняющейся частотой, и он перемещается в пространстве со скоростью, равной групповой скорости. Другое обоснование этого предположения мы сейчас получим. Для групповой скорости $v_{гр}$ можно написать:

$$v_{гр} = v_{\phi} - \frac{dv_{\phi}}{d\lambda} \lambda,$$

где $v_{\text{ф}}$ — фазовая скорость [см. Л. А. 1, т. II, гл. 19 или Л. А. 2, т. I § 105]. Так как $\lambda\nu = v_{\text{ф}}$, то

$$v_{\text{гр}} = \lambda\nu - \lambda \frac{d(\lambda\nu)}{d\lambda} = -\lambda^2 \frac{d\nu}{d\lambda} = \frac{d\nu}{d(\frac{1}{\lambda})}.$$

Полагая, что скорость электрона v равна групповой скорости, получим:

$$v = v_{\text{гр}} = \frac{d\nu}{d(\frac{1}{\lambda})} = \frac{d\nu}{d(\frac{m_0 v}{h})} = \frac{h}{m_0} \frac{d\nu}{dv}; m_0 v dv = h d\nu.$$

Интегрирование последнего равенства дает для энергии

$$W = \frac{m_0 v^2}{2} = h\nu. \quad (1.15)$$

Для энергии электрона получилась та же самая формула, что и для энергии фотона. Соотношение $W = h\nu$ имеет, таким образом, общее значение в квантовой физике. На это следует смотреть как на подтверждение правильности отождествления скорости электрона с групповой скоростью электронных волн.

Следует подчеркнуть, что волновые свойства проявляются не только в плотных потоках частиц, но они присущи каждой частице, движущейся совершенно изолированно. С особой убедительностью это было показано в 1949 г. Фабрикантом, Сушкиным и Биберманом (в Москве), которые исследовали дифракцию в кристалле окиси магния очень разреженного потока электронов, состоявшего всего из $4,2 \cdot 10^3$ электронов в секунду (это соответствует силе тока около $7,7 \cdot 10^{-17}$ а). Между появлением в их приборе двух следующих друг за другом электронов протекало в среднем $2,4 \cdot 10^{-4}$ сек. Между тем ускоряющее напряжение было таково, что время пролета электрона через прибор было $8,5 \cdot 10^{-9}$ сек. Отношение двух указанных интервалов времени равно $\frac{2,4 \cdot 10^{-4}}{8,5 \cdot 10^{-9}} = 30\,000$. Это значит, что после прохождения отдельного электрона прибор оставался пустым в течение времени, в среднем в 30 000 раз большего, чем время пробега электрона через прибор. Ясно, что здесь вероятность появления в кристалле одновременно хотя бы двух электронов совершенно ничтожна и мы имеем дело с взаимодействием между кристаллом и одиночными электронами. Оказалось (конечно, после длительной экспозиции), что при прохождении одиночных электронов через кристалл получается в точности такая же дифракционная картина, как при прохождении электронного пучка большой плотности. Тем самым было экспериментально доказано, что каждый электрон в отдельности обладает волновыми свойствами.

3. Электронная баллистика и пределы ее применимости.

Итак, опыт показал, что в некоторых условиях движение электронов и их взаимодействие с веществом следует изучать, пользуясь волновой картиной. Но хорошо известно, что в других условиях движение электронов можно изучать, пользуясь корпускулярной картиной и совершенно игнорируя

волновые свойства электрона. Заимствуя название из механики, мы будем говорить об электронной баллистике тогда, когда электрон рассматривается только как частица субатомных размеров. При этом, как и в механике макроскопических тел, мы будем оперировать со скоростями (или импульсами) и координатами электрона, которые в принципе (например, исследуя мысленные эксперименты) можно определить одновременно с любой точностью. Пользование электронной баллистикой, где полностью игнорируются волновые свойства электрона, всегда должно быть как-то ограничено и должны существовать проблемы, при решении которых нельзя обойтись без учета волновых свойств. Очень важно найти, в каких пределах можно уверенно пользоваться представлением об электроне как частице. Это ограничение содержится в известном из квантовой механики соотношении неопределенностей². Для движения по направлению оси x соотношение неопределенностей имеет вид

$$\Delta p_x \Delta x \leq h \quad (1.16)$$

Здесь Δx и Δp_x — неточности в определении координаты x и составляющей импульса p_x которые получаются при одновременном их измерении. Существенно, что дело здесь вовсе не в несовершенстве применяемых для измерения приборов и связанных с ним ошибках эксперимента. При измерении идеально точными приборами, которые могут фигурировать при исследовании мысленных экспериментов, произведение неточностей Δx и Δp_x остается конечной величиной порядка h .

Для того чтобы при исследовании движения электронов можно было пользоваться законами механики (иными словами, пользоваться электронной баллистикой), необходимо иметь возможность задавать скорость и координаты электрона в каждой точке траектории, т. е. одновременно: Из соотношения неопределенностей следует, что, строго говоря, это невозможно ни для какой частицы. Но в очень многих случаях одновременное определение координаты и скорости возможно с точностью, вполне достаточной для практики. Рассмотрим несколько примеров.

Для макроскопической частицы, имеющей массу, например, 1 г, если ее положение определено с точностью $\Delta x = 1 \text{ \AA} = 10^{-8} \text{ см}$, получается, что скорость может быть измерена с точностью до

$$\Delta v = \frac{h}{m\Delta x} = \frac{6,62 \cdot 10^{-27}}{1 \cdot 10^{-8}} = 6,62 \cdot 10^{-19} \text{ см/сек.}$$

Это более чем достаточная точность и для механики макроскопических тел соотношение неопределенности не создает никаких трудностей. Для электрона (масса $9,1 \cdot 10^{-28} \text{ г}$) соотношение неопределенности дает

$$\Delta x \Delta v \approx \frac{h}{m_0} = 7,3 \text{ см}^2/\text{сек.}$$

²См., например, элементарный очерк квантовой механики в Л. А. 1, т. И, гл. 25 или Л. А. 2, т. 111, гл. 31.

Скорость электронов внутри атомов, по представлениям теории Бора³, величина порядка 10^8 см/сек^4 . Говоря о движении электрона по траектории, нельзя удовлетвориться точностью меньшей, чем $\Delta v = 10^7 \text{ см/сек}$. Но тогда

$$\Delta x = \frac{7,3}{\Delta v} = 7,3 \cdot 10^{-7} \text{ см},$$

т. е. не только нельзя говорить о траектории электрона внутри атома, но даже нельзя с уверенностью сказать, принадлежит ли он данному атому, так как диаметр атома порядка 10^{-8} см . Пусть теперь перед нами стоит задача изучения траекторий электронов в электронной лампе или линзе. Размеры деталей этих приборов, например отверстия диафрагмы линзы или просветов между прутьями сетки, самое меньшее, порядка десятых долей миллиметра, поэтому для Δx можно признать достаточной величину $\Delta x = 10^{-4} \text{ см}$. Тогда $\Delta v = 7,3 \cdot 10^4 \text{ см/сек}$. При напряжении 100 в, обычном в электронных лампах, электроны имеют скорости $5,93 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$, т. е. $\frac{\Delta v}{v} = 0,012\%$ и, значит, как положение, так и скорость электрона могут быть определены еще с большей точностью. Следовательно, в электронных приборах всегда, за исключением разве пока практически не встречающихся случаев, когда требуется очень высокая точность при низких ускоряющих напряжениях, можно пользоваться классической механикой, иными словами, электронной баллистикой.

4. Электронная оптика.

К изучению движения заряженных частиц в электрических и магнитных полях можно подойти и основываясь на волновых свойствах частиц. В некоторых случаях это необходимо. Примером может служить задача об отражении электронов от кристаллической решетки, близкая к соответствующей задаче из физики рентгеновских лучей. Дифракция и отражение электронов от кристаллов составляют разделы электронной волновой оптики.

Известно, что волновая оптика при уменьшении длины волны переходит в геометрическую оптику, в которой справедливы законы прямолинейного распространения, отражения и преломления световых лучей. Но эти законы геометрической оптики вполне естественно согласуются и с корпускулярной ньютоновой теорией света. Обе теории, корпускулярная и волновая, дают одно и то же в пределах геометрической оптики.

Данные табл. 1.1 показывают, что длины электронных волн настолько малы, что критерий применимости геометрической оптики для них должен выполняться во многих случаях. Этот критерий, рассматриваемый в курсе общей физики, можно сформулировать так: если непрозрачные экраны или отверстия, стоящие на пути волн, покрывают большое число френелевских зон, то применима геометрическая оптика. Отверстия и экраны, с которыми

³См., например, Л. А. 1, т. II, гл.25.

⁴Для атома водорода, например, $v = \frac{2\pi e^2}{nh}$, где n — главное квантовое число. Полагая $n = 1$ (нормальное состояние), получим $v \approx 2,2 \cdot 10^8 \text{ см/сек}$.

приходится иметь дело в электровакуумных приборах, почти всегда удовлетворяют этому требованию. Рассмотрим хотя бы такой пример: на круглое отверстие диаметром 0,1 мм, проделанное в металлическом экране, падают плоские электронные волны длиной 1,2 Å. Другими словами, на отверстие падает поток параллельно движущихся электронов, ускоренных напряжением около 100 в. Точка наблюдения отстоит от отверстия на расстоянии $b = 5$ см. Радиус френелевской зоны n -го порядка с достаточной точностью выражается формулой

$$r_n = \sqrt{nb\lambda}. \quad (1.17)$$

Подставляя числа, получим $n = 1660$. Этот результат показывает, что в описанном опыте, условия которого соответствуют прохождению медленных электронов через электронную линзу — диафрагму (см. § 5), дифракция практически незаметна. Сходный результат получился бы и для сферических электронных волн (расходящегося потока электронов).

Таким образом, часто можно пользоваться представлениями об электронных лучах и находить их траектории методами геометрической оптики. Результаты изучения движения заряженных частиц методами геометрической электронной оптики должны, конечно, совпадать с результатами, полученными из электронной баллистики, аналогично тому, что имеет место в обычной оптике. Это можно показать, сравнивая законы механики с законами, определяющими траектории световых лучей.

Основной закон механики для частиц в потенциальном силовом поле можно записать в форме принципа наименьшего действия. Действием в механике называется величина

$$A = \int_{t_0}^t 2K dt, \quad (1.18)$$

где —кинетическая энергия частицы. Имея в виду сравнение траектории частицы с траекторией луча, величине следует придать иной вид, исключив из (1.18) время. Так как

$$2K = mv^2,$$

то

$$A = \int_{t_0}^t mv v dt.$$

Будем положение точки определять длиной дуги траектории s . Тогда

$$v dt = ds,$$

и (1.18) примет вид

$$A = \int_{P_0}^P mv ds. \quad (1.19)$$

Интеграл (1.19) берется вдоль траектории от точки P_0 , где частица находилась в момент t_0 , до точки P , куда она попадает в момент t .

Принцип наименьшего действия утверждает, что из всех траекторий, при движении по которым энергия частицы остается постоянной, для действительной траектории соблюдается условие

$$\delta A = 0, \quad (1.20)$$

т. е. для нее действие имеет экстремальное (обычно минимальное) значение. Подставляя A из (1.19) в (1.20), получим для частицы с постоянной массой m :

$$\delta A = \delta \left\{ \int_{P_0}^P mv ds \right\} = m \delta \left\{ \int_{P_0}^P v ds \right\} = 0,$$

или

$$\delta \int_{P_0}^P v ds = 0. \quad (1.21)$$

Формулировка закона движения материальной точки в потенциальном поле в виде (1.21) является наиболее общей. Из нее можно получить уравнения движения в обычной форме и механический закон сохранения энергии.

В курсе общей физики показывается, что основные законы гео-метрической оптики — прямолинейное распространение света в однородной среде, законы отражения и преломления света — могут быть получены из одного общего закона, носящего название принципа Ферма и утверждающего, что в оптически изотропных средах оптическая длина пути или, что то же самое, время прохождения света для истинной траектории луча имеет экстремальное значение [Л. А. 1, т. II, гл. 17; Л. А. 2, т. III, гл. 22]. Оптической длиной пути называется произведение геометрической длины пути на показатель преломления, так что если последний меняется от точки к точке, то оптическая длина пути между точками P_0 и P равна:

$$L = \int_{P_0}^P n ds. \quad (1.22)$$

Принцип Ферма, следовательно, можно записать так:

$$\delta L = \delta \left\{ \int_{P_0}^P n ds \right\} = 0. \quad (1.13)$$

Из сравнения (1.21) и (1.23) прямо следует, что если в каждой точке соблюдается условие

$$n = bv, \quad (1.24)$$

где b — произвольный постоянный коэффициент пропорциональности, то траектории светового луча и частицы определяются одним и тем же условием и, следовательно, совпадают. Таким образом, мы приходим к заключению, что для применения к движению частицы законов геометрической оптики следует приписать каждой точке показатель преломления, по величине пропорциональный скорости, и тогда траектория, определенная методами геометрической оптики, должна совпадать с траекторией, найденной на основании законов механики. Оба метода равноправны, и выбирать между ними следует, исходя из соображений более легкого решения поставленной задачи.

Для электростатического поля скорость просто выражается через потенциал. Если в точке, потенциал которой принимается за нуль (обычно на катоде прибора), скорость равна

$$v_k = \sqrt{2 \frac{e}{m_0} U_k} = \sqrt{2\eta U_k},$$

откуда

$$v = \sqrt{2\eta U + 2\eta U_k} = \sqrt{2\eta} \sqrt{U + U_k} = \sqrt{2\eta U^*}. \quad (1.25)$$

U_k можно назвать напряжением вылета электронов из катода.

За показатель преломления можно принять любую величину, пропорциональную скорости частицы, так как практическое значение, как и в оптике, имеет только отношение показателей преломления. Поэтому за электроннооптический показатель преломления электростатического поля удобнее всего принять величину

$$n_e = \sqrt{U^*}. \quad (1.26)$$

Если же, как это очень часто бывает, $U_k \ll U$, то с достаточной точностью

$$n_e \approx \sqrt{U}, \quad (1.27)$$

т. е. электроннооптический показатель преломления приблизительно равен квадратному корню из потенциала.

Иногда для того, чтобы в качестве электроннооптического показателя преломления иметь безразмерную величину (как для показателя преломления в оптике), определяют его как

$$n_e = \frac{v}{c}, \quad (1.28)$$

где c — скорость света. Легко видеть, что отношение показателей преломления двух точек поля

$$\frac{n_{e1}}{n_{e2}} = \frac{v_1}{v_2} = \sqrt{\frac{U_1^*}{U_2^*}} \approx \sqrt{\frac{U_1}{U_2}}$$

в обоих случаях одинаково.

Для изучения движения заряженных частиц в пространственно налагающихся электрическом и магнитном полях (комбинированное электрическое и магнитное поле) также оказывается возможным воспользоваться оптическими методами, если за показатель преломления принять величину

$$n_e = \sqrt{U + U_k} - \sqrt{\frac{\eta}{2}} A \cos \gamma, \quad (1.29)$$

где A — вектор-потенциал магнитного поля, т. е. величина, определяемая соотношениями

$$\text{rot } \mathbf{A} = \mathbf{H}; \text{ div } \mathbf{A} = 0$$

и γ — угол между \mathbf{A} и скоростью частицы в данной точке. Формула (1.29) показывает, что n_e , кроме координат, зависит еще от направления движения частицы, так что оптическим аналогом комбинированного поля является анизотропное тело, например кристалл [Л. 1. 15, гл. VI]. Формула (1.29) не будет в дальнейшем использована.

Наиболее интересный для практики случай комбинированного и чисто магнитного полей с осевой симметрией рассмотрен в § 6.

Выражение (1.26) было получено из рассмотрения общего случая движения заряженной частицы в электрическом поле с любым распределением потенциала. Разберем теперь частный случай, имеющий близкое сходство с преломлением света на границе двух сред.

Пусть пространство делится плоской поверхностью раздела на две части с потенциалами U_1 и U_2 (рис. 1) и электрон движется к поверхности раздела со скоростью

$$v_1 = \sqrt{2\eta U_1^*}.$$

На границе скорость меняется от v_1 до

$$v_2 = \sqrt{2\eta U_2^*},$$

причем слагающая скорости, параллельная плоскости раздела, не меняется. Из чертежа видно, что

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{U_2^*}{U_1^*}} = \frac{n_{e2}}{n_{e1}}. \quad (1.30)$$

Мы получили закон преломления электронных лучей в обычной форме закона Снеллиуса.

Скачкообразное изменение потенциала на поверхности раздела можно с некоторым приближением реализовать на опыте. Представим себе две параллельные сетки, сплетенные из тонких проволок и заряженные до потенциалов U_1 и U_2 . Если расстояние между сетками мало, то они до некоторой степени эквивалентны прозрачному для электронов двойному электрическому слою со скачком потенциала $U_2 - U_1$. Таким путем можно осуществить не только плоскую, но и сферическую преломляющую поверхность и даже целую линзу (рис. 2). Практически сетчатые электронные линзы, впрочем, не представляют большого интереса, так как в отверстиях

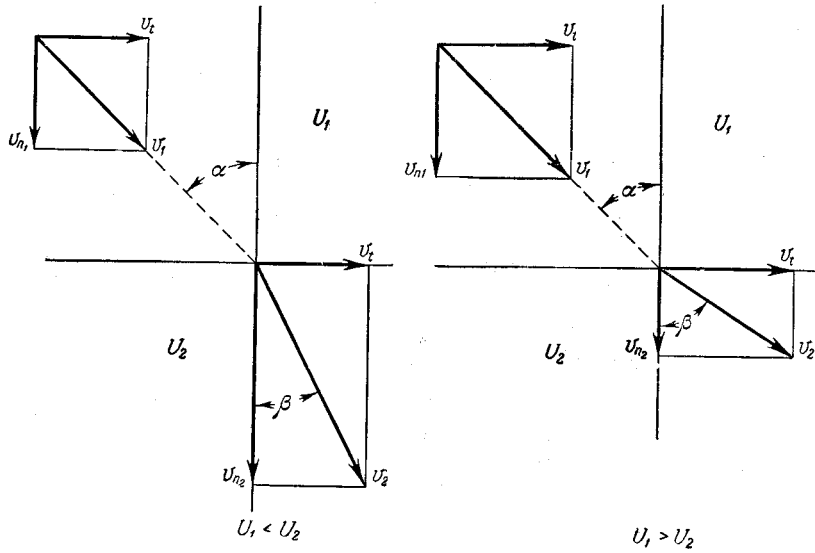


Рис. 1: Преломление электронных лучей у плоской поверхности раздела.

ячеек сетки создаются неоднородности поля, рассеивающие электроны, и, кроме того, часть электронов может оседать на прутьях сетки. Сетчатая линза, можно сказать, подобна оптической линзе из плохо отполированного и малопрозрачного стекла. Поэтому сетки применяются часто только в электронных лампах, где большей частью не имеет большого значения, по какому пути электроны придут к аноду, а в электроннооптических приборах в качестве преломляющих сред используют электрические и магнитные поля, непрерывно меняющиеся на всем своем протяжении.

Пусть электрон входит в однородное тормозящее электрическое поле под углом α к силовым линиям (рис. 3). Проведем в поле систему близких эквипотенциальных плоскостей U_0, U_1, U_2, \dots и заменим временно истинное распределение потенциала ступенчатым, полагая, что на первой плоскости потенциал меняется скачком от U_0 до U_1 , затем остается постоянным и опять на второй плоскости меняется от U_1 до U_2 и т. д. По закону преломления можно написать:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_1} = \sqrt{\frac{U_1^*}{U_0^*}}; \quad \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} = \sqrt{\frac{U_2^*}{U_1^*}} \quad \text{и т. д.}$$

Если число скачков потенциала очень велико, в пределе мы получаем истинное движение и электрон опишет параболу; в вершине параболы угол преломления $\beta_n = 90^\circ$, и в этой точке

$$\frac{\sin \beta_{n-1}}{\sin \beta_n} = \sin \beta_{n-1} = \sqrt{\frac{U_n^*}{U_{n-1}^*}},$$

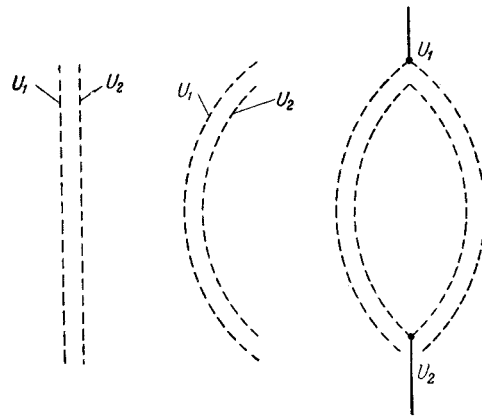


Рис. 2: Преломление электронных лучей у плоской поверхности раздела.

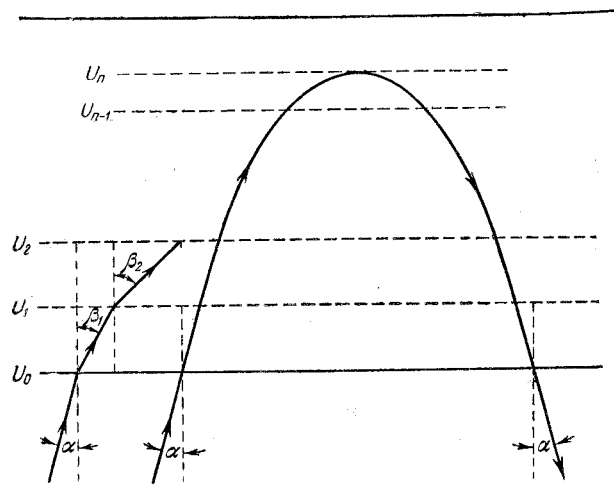


Рис. 3: Преломление электронных лучей у плоской поверхности раздела.

§ 2.. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ОДНОРОДНЫХ ПОЛЯХ 23

где $U_n^* = U_n + U_k$ и U_n — потенциал в вершине параболы. Перемножив все написанные равенства, получим для любого числа скачков

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta_1} \frac{\sin \beta_1}{\sin \beta_2} \cdots \frac{\sin \beta_{n-2}}{\sin \beta_{n-1}} \frac{\sin \beta_{n-1}}{1} = \sqrt{\frac{U_1^* U_2^*}{U_0^* U_1^*} \cdots \frac{U_{n-1}^* U_n^*}{U_{n-2}^* U_{n-1}^*}},$$

или

$$\sin^2 \alpha = \frac{U_n^*}{U_0^*} \approx \frac{U_n}{U_0}, \quad (1.31)$$

где U_n — потенциал точки поворота, после которой электрон описывает вторую ветвь параболы и выходит из поля под прежним углом к силовым линиям. Формулу (1.31) можно назвать законом полного внутреннего отражения в однородном электрическом поле. В следующих параграфах настоящей главы методы электронной баллистики и геометрической электронной оптики будут применены для решения некоторых простых и вместе с тем важных для практики задач.

§ 2. Движение заряженных частиц в однородных полях

1. Общие уравнения.

На заряд q находящийся в пространстве, где существуют электрическое и магнитное поля, действует сила

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + \frac{q}{c}[\mathbf{v} \cdot \mathbf{H}], \quad (2.1)$$

где $E(E_x, E_y, E_z)$ — напряженность электрического поля, $H(H_x, H_y, H_z)$ — напряженность магнитного поля и $v(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ — скорость. Уравнение (2.1) написано в гауссовой системе единиц.

Напишем уравнения движения для электрона в прямоугольных координатах, пренебрегая релятивистской поправкой к массе. Полагая $q = -e$, $\frac{e}{m} = \eta$ ¹, будем иметь:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= -\eta \left[E_x + \frac{1}{c}(\dot{y}H_z - \dot{z}H_y) \right], \\ \ddot{y} &= -\eta \left[E_y + \frac{1}{c}(\dot{z}H_x - \dot{x}H_z) \right], \\ \ddot{z} &= -\eta \left[E_z + \frac{1}{c}(\dot{x}H_y - \dot{y}H_x) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (2.2)$$

Пусть однородные поля E и H направлены друг к другу под некоторым углом, вообще не равным прямому. Направим ось z параллельно H ,

¹В дальнейшем масса медленного электрона, равная практически массе покоя, будет обозначаться через m .

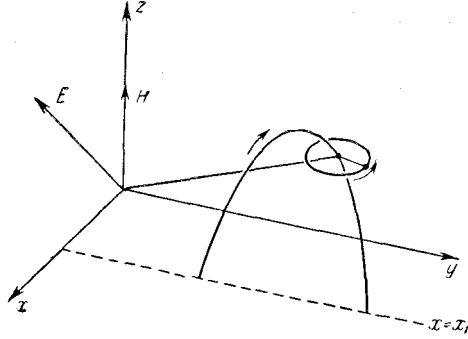


Рис. 4:

а направление остальных осей выберем так, чтобы E было параллельно плоскости xz (рис. 4). Тогда

$$H_x = H_y = E_y = 0; \quad //, //, //, H_z = H,$$

и уравнения (2.2) примут вид

$$\left. \begin{aligned} \ddot{x} &= -\eta E_x - \omega \dot{y}, \\ \ddot{y} &= \omega \dot{x}, \\ \ddot{z} &= -\eta E_z, \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

где

$$\omega = \eta \frac{H}{c}. \quad (2.4)$$

Интегрируя (2.3) один раз и обозначив постоянные интегрирования через A, B, C , получим:

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= -\eta E_x t - \omega y + A, \\ \dot{y} &= \omega x + B, \\ \dot{z} &= -\eta E_z t + C, \end{aligned} \right\} \quad (2.5)$$

С помощью второго из уравнений (2.5) исключим \dot{y} из первого уравнения (2.3). Получим:

$$\ddot{x} + \omega^2 \left(x + \frac{\eta E_x}{\omega^2} + \frac{B}{\omega} \right) = 0. \quad (2.6)$$

Введем новое переменное:

$$\xi = x + \frac{\eta E_x}{\omega^2} + \frac{B}{\omega}; \quad \dot{\xi} = \dot{x}; \quad \ddot{\xi} = \ddot{x}.$$

Уравнение (2.6) примет вид

$$\ddot{\xi} + \omega^2 \xi = 0. \quad (2.7)$$

§ 2. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ОДНОРОДНЫХ ПОЛЯХ 25

Это уравнение простого гармонического колебания, и его решение имеет вид

$$\xi = R \sin(\omega t + \varphi); \quad \dot{\xi} = R\omega \cos(\omega t + \varphi),$$

где R и φ — новые постоянные интегрирования. Возвращаясь к переменным x, y, z , из уравнений (2.5) получим:

$$\left. \begin{aligned} x &= -\frac{\eta E_x}{\omega^2} - \frac{B}{\omega} + R \sin(\omega t + \varphi) = x_1 + x_2, \\ y &= -\frac{\eta E_x}{\omega} t + \frac{A}{\omega} - R \cos(\omega t + \varphi) = y_1 + y_2, \\ z &= -\frac{\eta E_z}{2} t^2 + Ct + D = z_1 + z_2, \end{aligned} \right\} \quad (2.8)$$

где

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -\frac{\eta E_x}{\omega^2} - \frac{B}{\omega}, & x_2 &= R \sin(\omega t + \varphi), \\ y_1 &= -\frac{\eta E_x}{\omega} t + \frac{A}{\omega}, & y_2 &= -R \cos(\omega t + \varphi), \\ z_1 &= -\frac{\eta E_z}{2} t^2 + Ct + D, & z_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

Шесть постоянных интегрирования A, B, C, D, R, φ можно определить из начальных условий (три начальные координаты и три слагающих начальной скорости).

Движение, описываемое уравнениями (2.8), можно рассматривать как сумму двух движений. Первое из них — движение по параболе, лежащей в плоскости $x = x_1 = -\frac{\eta E_x}{\omega^2} - \frac{B}{\omega}$ и определяемой уравнением

$$z = -\frac{E_z \omega^2}{2\eta E_x^2} y^2 + \left(\frac{E_z \omega A}{\eta E_x^2} - \frac{\omega C}{\eta E_x} \right) y + \left(-\frac{E_z A^2}{2\eta E_x^2} + \frac{CA}{\eta E_x} + D \right). \quad (2.10)$$

Второе — равномерное движение по кругу радиуса R в плоскости, перпендикулярной к оси z , т. е. к магнитному полю (рис. 4).

Исследуемое движение, таким образом, представляет собой равномерное движение по кругу, плоскость которого все время остается перпендикулярной к магнитному полю, а центр перемещается по параболе (2.10). Это спираль сложной формы.

Круговая частота

$$\omega = \eta \frac{H}{c} = \frac{e}{m} \frac{H}{c}, \quad (2.11)$$

называемая часто циклотронной частотой, как видно, определяется исключительно величинами η и H .

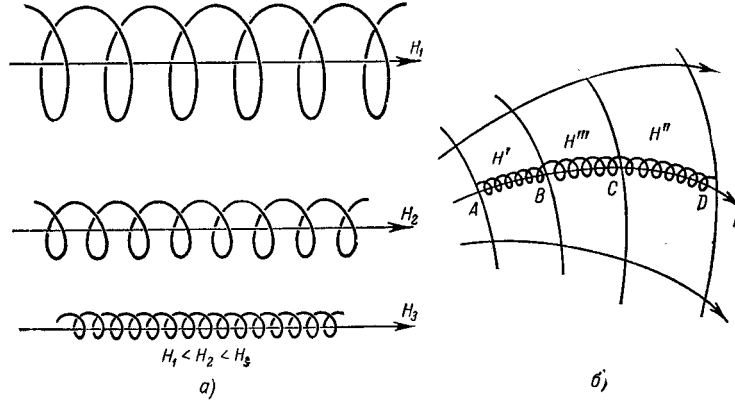


Рис. 5: Вид траектории в магнитных полях. *a*—в однородных полях различной напряженности; *b*—в сильном неоднородном поле.

2. Движение в однородном магнитном поле.

Рассмотрим теперь простые частные случаи. Пусть электрического поля нет. Тогда уравнения (2.9) сводятся к

$$\left. \begin{aligned} x_1 &= -\frac{B}{\omega} = \text{const}, & x_2 &= R \sin(\omega t + \varphi), \\ y_1 &= \frac{A}{\omega} = \text{const}, & y_2 &= -R \cos(\omega t + \varphi), \\ z_1 &= Ct + D, & z_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

Центр круга перемещается равномерно по прямой, параллельной H , а траектория обращается в винтовую линию, лежащую на круглом цилиндре, ось которого параллельна полю. Если $\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0$ — слагающие начальной скорости, то из уравнений (2.12) легко получить:

$$C = \dot{z}_0; \quad R = \frac{1}{\omega} \sqrt{\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2} = \frac{c}{\eta H} \sqrt{\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2}. \quad (2.13)$$

Шаг спирали, равный пути, пройденному в направлении магнитного поля за один ее оборот, равен

$$L = \dot{z}_0 T = \dot{z}_0 2\pi \frac{c}{\eta H}. \quad (2.14)$$

При увеличении H , как показывают формы (2.13) и (2.14), уменьшаются радиус спирали R и шаг ее L (рис. 5, *a*). Траектория электронов все теснее «прижимается» к силовым линиям, причем линейные скорости электронов не меняются, так как кинетическая энергия электрона в постоянном магнитном поле сохраняет свою величину.

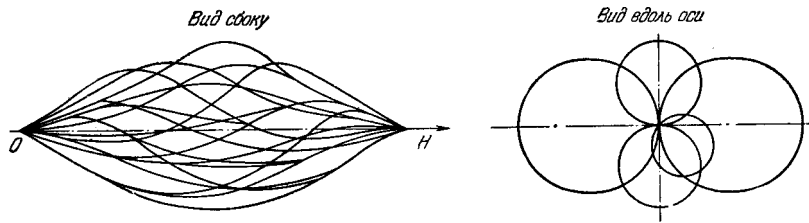


Рис. 6: Пучок электронных лучей, выходящих из общей точки O в магнитном поле.

В случае неоднородного магнитного поля можно рассуждать так: заменим истинное поле последовательно расположенными однородными полями H_1, H_2, H_3, \dots (рис. 5, б). На силовой линии, где в начале движения в точке A находится электрон, получатся участки AB, BC, CD, \dots , причем в пределах каждого участка поле не меняется. Если скорость электронов невелика, а поле сильное, то по доказанному траектория электрона на участке AB будет представлять собой спираль, тесно навитую на отрезок AB . Ход этой спирали определит слагающие начальной скорости в точке B и на участке BC будут другие L и R , но траектория по-прежнему будет тесно прилегать к линии BC . То же будет верно для участка CD и т. д. Уменьшая длины AB, BC, \dots , в пределах которых поле принималось за однородное, мы в пределе получим неоднородное поле, в котором движется электрон. Очевидно, траектория электронов будет представлять собой спираль с переменными радиусом и шагом, сопровождающую силовую линию². Таким образом, медленные электроны в сильных магнитных полях образуют потоки, по направлению совпадающие с силовыми линиями поля. Этим способом можно управлять движением электронов и противодействовать расширению тонких электронных пучков, возникающему вследствие электростатического отталкивания электронов.

Электроны, выходящие из одной точки под разными углами к магнитному полю и с разными скоростями, будут описывать спиральные траектории, пучок которых для случая одинаковых скоростей изображен на рис. 6, причем цилиндрические поверхности, на которых лежат траектории, будут иметь общую образующую, проходящую по направлению поля через точку — источник электронов. Из законов электродинамики следует, что если смотреть по направлению магнитного поля, то вращение электронов будет происходить по направлению часовой стрелки, а положительных ионов — против нее. Пусть точка O лежит в (очень малом) отверстии диафрагмы D , на которую подано напряжение U_a , положительное относительно катода K . Слагающая скорости по оси z (рис. 7, а) равна

$$\dot{z}_0 = v_0 \cos \theta$$

²Предполагается, что поле сильное и радиус кривизны линий поля не очень мал.

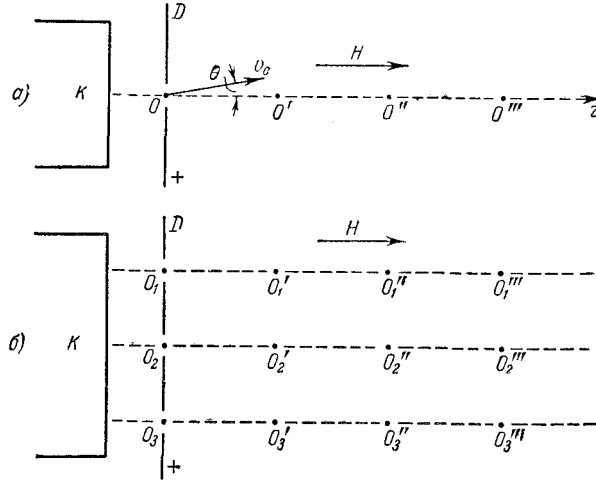


Рис. 7: Образование электронных изображений в длинной магнитной линзе.

и

$$\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 = v_0^2 - \dot{z}_0^2 = v_0^2(1 - \cos^2 \theta) = v_0^2 \sin^2 \theta.$$

Следовательно,

$$R = \frac{c}{\eta H} v_0 \sin \theta = \frac{c}{\eta H} \sqrt{2\eta U_a} \sin \theta = c \sqrt{\frac{2}{\eta}} \frac{\sqrt{U_a}}{H} \sin \theta, \quad (2.15)$$

$$L = 2\pi \frac{c}{\eta H} v_0 \cos \theta = 2\pi c \sqrt{\frac{2}{\eta}} \frac{\sqrt{U_a}}{H} \cos \theta, \quad (2.16)$$

где

$$v_0 = \sqrt{2\eta U_a}.$$

Для электронов, выходящих из точки O под небольшим углом к магнитному полю, можно написать:

$$\left. \begin{aligned} R &= c \sqrt{\frac{2}{\eta}} \frac{\sqrt{U_a}}{H} \theta, \\ L &= 2\pi c \frac{2}{\eta} \frac{\sqrt{U_a}}{H} z. \end{aligned} \right\} \quad (2.17)$$

Эти электроны, таким образом, после прохождения одного оборота спирали каждый раз сходятся в точках O', O'', \dots , лежащих на расстояниях L друг от друга — можно сказать, что электроны фокусируются в этих точках, которые можно назвать электронными изображениями точки O . Если источник электронов состоит из нескольких точечных источников, как на рис. 7, б, то

$$O_1 O_2 = O_1' O_2' = O_1'' O_2'' = \dots,$$

§ 2.. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ОДНОРОДНЫХ ПОЛЯХ 29

т. е. поперечные размеры изображения равны поперечным размерам источника. Это верно, конечно, и для целой поверхности, эмиттирующей электроны. Иными словами, однородное магнитное поле дает многократное прямое электронное изображение с увеличением, равным единице. В этой связи однородное магнитное поле называют длинной магнитной линзой.

Если электрон влетает в магнитное поле перпендикулярно к его силовым линиям, пробежав предварительно ускоряющее напряжение U_a , то

$$\dot{z}_0 = C = 0; \quad \dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 = v_0^2 = 2\eta U_a.$$

Электрон будет описывать круг радиуса

$$R = \frac{v_0}{\omega} = \frac{cv_0}{\eta H} = \frac{c}{\eta H} \sqrt{2\eta U_a} = \frac{c}{H} \sqrt{\frac{2U_a}{\eta}} \quad (2.18)$$

с постоянной по величине скоростью

$$v = v_0 = \frac{\eta}{c} HR = \frac{e}{cm} HR. \quad (2.19)$$

Из (2.19) видно, что траектории большой кривизны получаются для электронов в гораздо более слабых полях, чем для протонов и других тяжелых частиц.

3. Движение в однородном электрическом поле.

Направим ось x по направлению E и положим, что $H = 0$. Тогда

$$E_y = E_z = 0; \quad H_x = H_y = H_z = 0,$$

И уравнения (2.5) примут вид

$$\left. \begin{aligned} \dot{x} &= -\eta Et + A, \\ \dot{y} &= B, \\ \dot{z} &= C. \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

Интегрируя (2.20) и обозначив новые постоянные интегрирования K , L , M , получим:

$$\begin{aligned} x &= -\frac{\eta t^2}{2} E + At + K, \\ y &= Bt + L, \\ z &= Ct + M. \end{aligned}$$

Выберем за плоскость xy плоскость, проходящую через начальную скорость и параллельную E (рис. 8). Пусть в начальный момент $x = y = z = 0$. Тогда

$$C = K = L = M = 0; \quad A = \dot{x}_0; \quad B = \dot{y}_0.$$

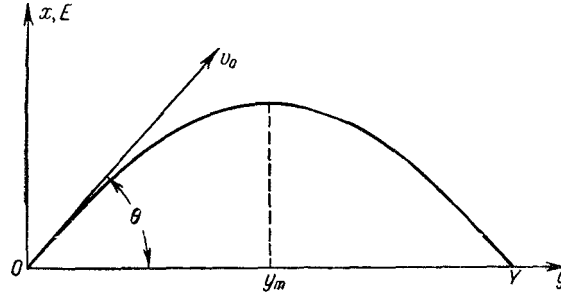


Рис. 8: Траектория заряженной частицы в однородном электрическом поле.

Траекторией будет плоская кривая, лежащая в плоскости xy и уравнения движения будут:

$$\left. \begin{aligned} x &= -\frac{\eta E}{2} t^2 + \dot{x}_0 t, \\ y &= \dot{y}_0 t. \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

Исключая t , получим уравнение траектории

$$x = -\frac{\eta E}{2\dot{y}_0^2} y^2 + \frac{\dot{x}_0}{\dot{y}_0} y. \quad (2.22)$$

Это парабола обращенная (для электронов) вогнутостью к оси y . Координаты ее вершины

$$y = y_m = \frac{\dot{x}_0 \dot{y}_0}{\eta E}; \quad x = x_m = \frac{1}{2\eta E} \dot{x}_0^2,$$

а точка где парабола пересекает ось y («дальность полета»), определяется из равенства

$$Y = 2y_m = 2 \frac{\dot{x}_0 \dot{y}_0}{\eta E},$$

или так как

$$\dot{x}_0 = v_0 \sin \theta; \quad \dot{y}_0 = v_0 \cos \theta; \quad v_0^2 = 2\eta U_a,$$

то

$$Y = 4 \sin \theta \cos \theta \frac{U_a}{E} = 2 \sin(2\theta) \frac{U_a}{E}. \quad (2.23)$$

4. Движение во взаимноперпендикулярных полях E и H .

Если H направлено по оси z и E по оси x , то в уравнениях (2.8) можно положить $E_z = 0$, $E_x = E$, и они принимают вид

$$\left. \begin{aligned} x &= -\frac{\eta E_x}{\omega^2} - \frac{B}{\omega} + R \sin(\omega t + \varphi), \\ y &= -\frac{\eta E_x}{\omega} t + \frac{A}{\omega} - R \cos(\omega t + \varphi), \\ z &= Ct + D, \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

§ 2.. ДВИЖЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ОДНОРОДНЫХ ПОЛЯХ 31

Пусть движение начинается из начала координат и начальная скорость лежит в плоскости xy т. е. при $t = 0$ $x = y = z = 0$, $\dot{z} = \dot{z}_0 = 0$, При таких начальных условиях движение происходит в плоскости xy так как в этой плоскости лежат как начальная скорость, так и сила. Это видно, конечно, и из третьего уравнения (2.24). Используя начальные условия из (2.24), легко найти, что

$$A = \dot{x}_0; \quad B = \dot{y}_0; \quad R \cos \varphi = \frac{\dot{x}_0}{\omega}; \quad R \sin \varphi = \frac{\dot{y}_0}{\omega} + \frac{\eta E}{\omega^2}, \quad (2.25)$$

где \dot{x}_0, \dot{y}_0 — слагающие скорости при $t = 0$. Преобразуя в (2.24) $R \sin(\omega t + \varphi) R \cos(\omega t + \varphi)$ по формулам синуса и косинуса суммы углов и используя (2.25), найдем:

$$\left. \begin{aligned} x &= \left(\frac{\dot{y}_0}{\omega} + \frac{\eta E}{\omega^2} \right) (\cos \omega t - 1) + \frac{\dot{x}_0}{\omega} \sin \omega t, \\ y &= -\frac{\eta E}{\omega} t + \frac{\dot{x}_0}{\omega} (1 - \cos \omega t) + \left(\frac{\dot{y}_0}{\omega} + \frac{\eta E}{\omega^2} \right) \sin \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

Обозначая $-\eta E$ через a , окончательно получим:

$$\left. \begin{aligned} x &= \left(\frac{a}{\omega^2} - \frac{\dot{y}_0}{\omega} \right) (1 - \cos \omega t) + \frac{\dot{x}_0}{\omega} \sin \omega t, \\ y &= \frac{a}{\omega} t + \frac{\dot{x}_0}{\omega} (1 - \cos \omega t) + \left(\frac{\dot{y}_0}{\omega} - \frac{a}{\omega^2} \right) \sin \omega t. \end{aligned} \right\} \quad (2.27)$$

Траектории, соответствующие уравнениям (2.27), носят название трохоид. В зависимости от величины и направления начальной скорости получаются трохоиды двух типов (рис. 9, *a* и *в*). Трохоидальное движение электронов используется во многих приборах.

Частный случай $\dot{x}_0 = \dot{y}_0 = 0$ близко соответствует часто встречающимся на практике устройствам, в которых катод, эмиттирующий электроны с небольшой начальной скоростью, внесен в поле. В этом случае (рис. 9, *б*)

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{a}{\omega^2} (1 - \cos \omega t) = \rho (1 - \cos \omega t), \\ y &= \frac{a}{\omega^2} (\omega t - \sin \omega t) = \rho (\omega t - \sin \omega t). \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

Это уравнения циклоиды, образованной кругом радиуса

$$\rho = \frac{a}{\omega^2} = -c \frac{E}{H}, \quad (2.29)$$

катящимся по оси y со скоростью

$$v_y = \frac{a}{\omega} = -c \frac{E}{H}. \quad (2.30)$$

Если E в v/cm и H в $эрт$, то $\rho = 5,6 \frac{E}{H^2}$ [$см$]; $v = -10^8 \frac{E}{H}$ [$\frac{см}{сек}$]. Направление движения по оси y при заданных направлениях E и H не зависит от

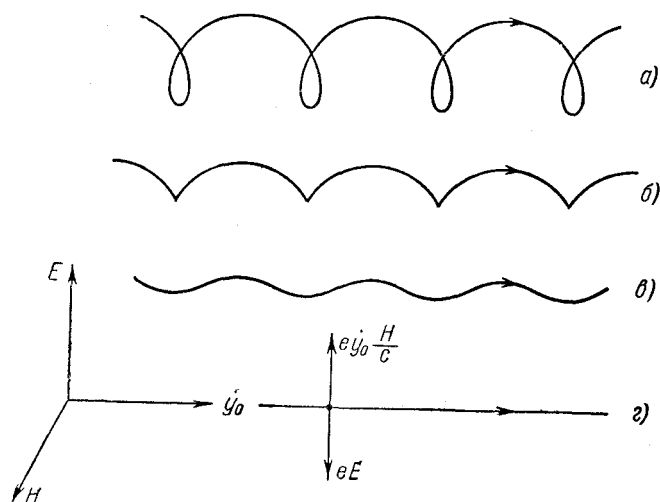


Рис. 9: Траектории, возможные во взаимно-перпендикулярных электрическом и магнитном полях при разных начальных скоростях.

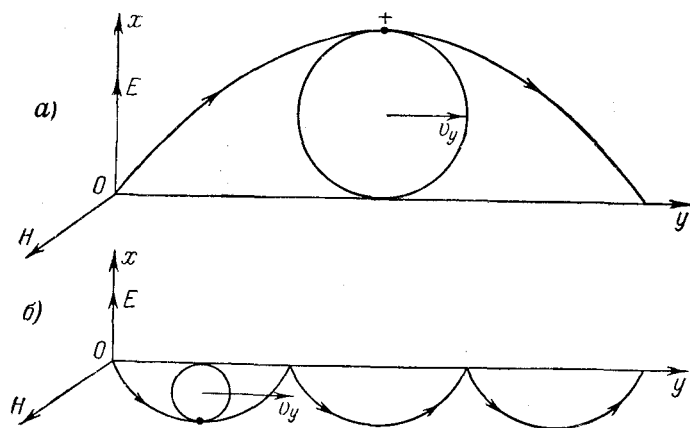


Рис. 10: Циклоидальные траектории ионов (а) и электронов (б) во взаимно-перпендикулярных магнитном и электрическом полях.

§ 3. ОТКЛОНЕНИЕ И ФОКУСИРОВКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ОДНОРОДНЫХ И ПЛОСКИХ ПОЛЯХ

знака частицы, так как если в точке O (рис 10) появляются без начальной скорости электроны и положительные ионы, то под действием поля E они будут двигаться от точки O в противоположные стороны и магнитным полем H будут отклонены в одну и ту же сторону. Но радиус круга обратно пропорционален удельному заряду и для ионов высота арки циклоиды 2ρ и ее длина, т. е. расстояние между двумя последовательными возвращениями к оси $d = 2\pi\rho = 2\pi\frac{c^2}{\eta} \left| \frac{E}{H^2} \right|$, гораздо больше, чем для электронов.

Особый интерес представляет случай, когда $\dot{x}_0 = 0$, а \dot{y}_0 имеет такую величину и направление, что сила, действующая на электрон, оказывается равной нулю. Это будет тогда, когда

$$eE = e\dot{y}_0 \frac{H}{c} \quad \text{или} \quad v_0 = \dot{y}_0 = c \frac{E}{H}. \quad (2.31)$$

Относительные направления E , H , \dot{y}_0 и силы, действующие на электрон, для этого случая показаны на рис. 9, *з*. Электрон, очевидно, будет двигаться прямолинейно. Этот вид движения в скрещенных полях E и H используется для выделения электронов и ионов определенной скорости.

§ 3. Отклонение и фокусировка заряженных частиц в однородных и плоских полях

1. Постановка задачи

В электровакуумных приборах часто приходится применять электрические или магнитные поля для отклонения заряженных частиц от прямолинейного пути. Чаще всего при этом отклоняемые частицы образуют тонкий и длинный пучок. На языке электронной оптики в этом случае следует говорить об отклонении электронных и ионных лучей, а отклоняющее поле называть электронной призмой.

Обычно в качестве отклоняющего поля используют поле между пластинками плоского конденсатора или плоскими полюсными наконечниками магнита. Сетка силовых линий и эквипотенциалей в сечении, параллельном силовым линиям и достаточно удаленном от краев в направлении z , перпендикулярном к сечению, изображена (для случая электрического поля) на рис. 11, *а*. Картина силовых линий магнитного поля между плоскими полюсными наконечниками имеет сходный вид.

Если пластины имеют в направлении z (рис. 11, *б*) очень большую протяженность (практически большую сравнительно с расстоянием между ними), то картина, изображенная на рис. 11, повторится в любой плоскости, перпендикулярной к z . Потенциал зависит только от координат x и y и не зависит от координаты z . Такое поле называется двухмерным или плоским.

В нашем случае двухмерное поле состоит из области однородного поля между пластинами вдали от их краев и из области поля рассеяния вблизи краев пластин и вне их. Двухмерным будет также поле цилиндрического

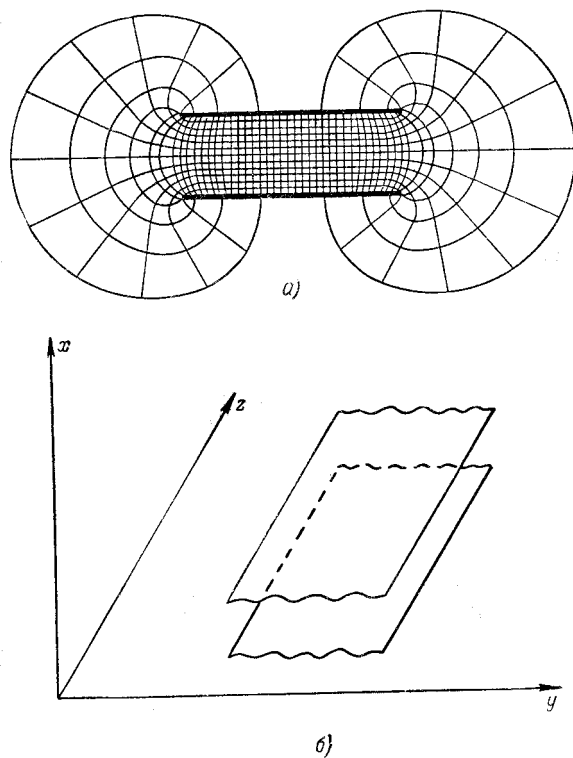


Рис. 11: Электрическое поле параллельных пластин. *a* — силовые и эквипотенциальные линии в плоскости $x = \text{const}$; *b* — выбор направления координат осей.

конденсатора, длинного триода с плоскими или цилиндрическими электродами и т. д.

На практике приходится встречаться со случаями, когда траектории заряженных частиц целиком лежат в области однородного поля, например в некоторых типах масс-спектрометров. Но гораздо чаще встречаются случаи, когда заряженные частицы проходят сквозь отклоняющие поля, пересекая и области полей рассеяния и область однородного поля. Траектории частиц как в первом, так и во втором случаях могут сближаться и расходиться, иными словами, отклонение может сопровождаться фокусировкой или дефокусировкой электронных и ионных лучей. Нашей задачей является изучение этих явлений на примерах, имеющих практический интерес.

§ 3. ОТКЛОНЕНИЕ И ФОКУСИРОВКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ОДНОРОДНЫХ И ПЛОСКИХ ПОЛЯХ

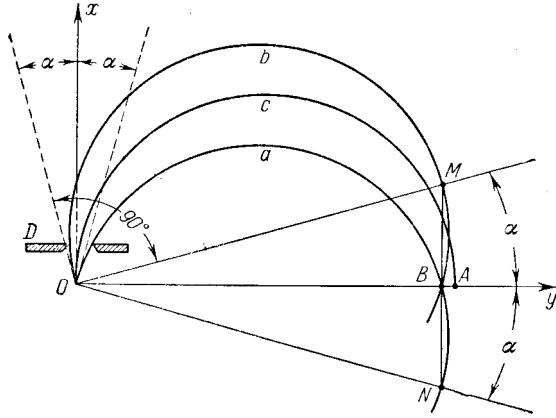


Рис. 12: Фокусировка электронов при отклонении на 180° в однородном магнитном поле.

2. Фокусировка лучей, целиком лежащих в однородном магнитном поле.

Пусть из точки O (рис. 12) выходит в плоскости xy веерообразный пучок электронов. Пройдя через диафрагму D , ограничивающую ширину пучка небольшим углом расхождения 2α , электронные лучи изгибаются слева направо по кругу радиуса $R = \frac{cv}{\eta H}$ магнитным полем, перпендикулярным к плоскости чертежа. Средний луч пучка c , вышедший из O по направлению Ox , описав полуокружность, попадает на линию Oy в точку A . Из рис. 12 видно, что лучи a и b , вышедшие из точки O под углами α симметрично относительно Ox , попадают в точку B , лежащую слева от A . Легко убедиться, что на отрезок AB попадают все электроны, выходящие из точки O в пределах угла 2α , отмеченного на рисунке, т. е. на отрезке AB происходит концентрация электронов или, что то же самое, фокусировка электронных лучей. Однако фокусировка будет несовершенна, так как лучи, вышедшие из точечного источника O , распределяются на отрезке AB и изображение точки O получается размытое. Мерой качества фокусировки может служить длина отрезка AB . Проведем из точки O диаметры OM и ON , на которые опираются круговые траектории лучей b и a . Перпендикуляр, опущенный из точки M на Oy , попадет в точку B , так как вершина прямого угла OBM , опирающегося на диаметр, лежит на окружности. В ту же точку B попадет и перпендикуляр, опущенный из точки N на Oy . На рисунке $OM = 2R$, $OB = 2R - AB$ и, следовательно,

$$AB = 2R(1 - \cos \alpha) = 4R \sin^2 \frac{\alpha}{2} \quad (3.1)$$

или, если $\angle \alpha$ мал:

$$AB \approx R\alpha^2.$$

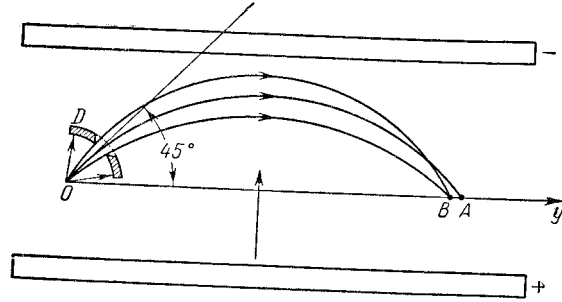


Рис. 13: Фокусировка электронов при отклонении в однородном электрическом поле.

Например, для $R = 5$ см и $\alpha = 0,05$ (около 3°) получится $AB = 0,125$ мм, так что размытие изображения невелико. Если же источником электронов служит узкая полоска, перпендикулярная к чертежу (испускающая электроны раскаленная проволока или трубочка с радиоактивным препаратом), и диафрагма имеет форму узкой щели, параллельной эмиттирующей полоске то «изображение» будет иметь вид слегка размытой полоски.

3. Фокусировка лучей, целиком лежащих в однородном электрическом поле.

В однородном электрическом поле, так же как и в магнитном поле, можно получить фокусировку. Пусть в точке O , лежащей в поле плоского конденсатора (рис. 13), находится источник потока электронов одинаковой скорости. Диафрагма D вырезает часть потока, средним лучом которой является луч, наклоненный под углом 45° к полю. Этот луч имеет наибольшую «дальность полета» (см. формулу (2.23)), и значит, лучи, выходящие из отверстия диафрагмы под углами меньшими и большими 45° , попадут на линию OA по одну и ту же сторону от точки A в пределах небольшого отрезка AB . Этот способ фокусировки не получил применения ввиду того, что он требует электрического поля, занимающего большой объем

Рассмотрим фокусировку в поле цилиндрического конденсатора. Электрон, входящий перпендикулярно к радиусу в поле цилиндрического конденсатора, радиусы обкладок которого равны R_1 и R_2 , опишет дугу круга Oab (рис. 14), если

$$eE_0 = mR_0\omega_0^2. \quad (3.2)$$

Здесь E_0 — напряженность поля при $R = R_0$ и ω_0 — круговая частота. Если точка O — источник узкого разходящегося пучка электронных лучей, то всякий другой электрон из пучка опишет кривую, близкую к кругу, которая пересекается с окружностью R_0 , например в точке b . Покажем, что после прохождения дуги определенной длины равной $\pi/\sqrt{2} = 127^\circ 17'$, происходит фокусировка пучка лучей, вышедших из одной точки с одинаковой скоростью.

Для пути Ocb в какой-нибудь точке

$$-eE = mR\omega^2 - m\ddot{R}. \quad (3.3)$$

§ 3. ОТКЛОНЕНИЕ И ФОКУСИРОВКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ОДНОРОДНЫХ И ПЛОСКИХ ПОЛЯХ

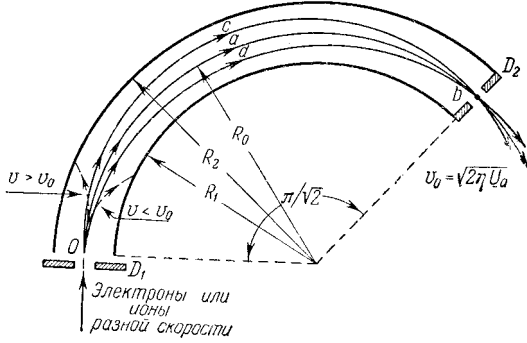


Рис. 14: Фокусировка заряженных частиц и их отбор по энергиям при отклонении в поле цилиндрического конденсатора. R_1 и R_2 — радиусы обкладок конденсатора.

Напряженность поля цилиндрического конденсатора на расстоянии R от оси равна

$$E = E_0 \frac{R_0}{R}.$$

Обозначим малую величину $R - R_0$ через r . Тогда

$$\ddot{r} = \ddot{R}; \quad \frac{R_0}{R} = \frac{R - r}{r} = 1 - \frac{r}{R}$$

и

$$E = E_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right). \quad (3.4)$$

Так как на электрон действует центральная сила, то, как известно из механики, его секториальная скорость ωR^2 остается постоянной, т.е.

$$\omega R^2 = \omega_0 R_0^2; \quad \omega = \omega_0 \frac{R_0^2}{R^2}.$$

Формулу (3.3) можно теперь переписать в таком виде:

$$-eE_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) + m\ddot{r} - m\omega_0^2 \frac{R_0^4}{R^3} = 0,$$

или так как $-eE_0 = mR_0\omega_0^2$ и $R = R_0 + r$, то

$$R_0\omega_0^2 \left(1 - \frac{r}{r + R_0}\right) + \ddot{r} - \omega_0^2 \frac{R_0^4}{(r + R_0)^3} = 0. \quad (3.5)$$

Если в уравнении (3.5), основываясь на близости траектории Ocb к окружности, отбросить все члены, содержащие r^2 , r^3 , $r\ddot{r}$ и т.д., то уравнение (3.5) сведется к уравнению

$$\ddot{r} + 2\omega_0^2 r = 0. \quad (3.6)$$

Это уравнение простого гармонического колебания, так что расстояние между обоими траекториями $r = R - R_0$ изменяется синусоидально и за период $T_r = \frac{2\pi}{\omega_0\sqrt{2}}$

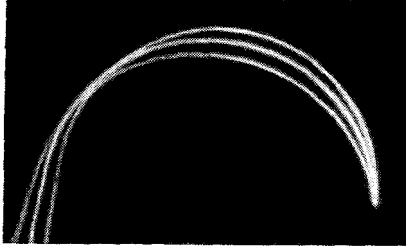


Рис. 15: Фотоснимок электронных лучей в разреженном виде, сфокусированных в поле цилиндрического конденсатора.

дважды проходит через нуль. Время одного прохождение через нуль до другого равно $T_r/2$, и за это время бегущий по кругу электрон проходит дугу

$$Ob = \omega_0 \frac{T_r}{2} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} = 127^\circ 17'.$$

Фокусировка в цилиндрическом электрическом поле, применяется в масс-спектрометрии (см. § 38). Наглядную демонстрацию фокусировки в цилиндрическом поле можно получить путем фотографирования нитевидных газов. Механизм их образования будет описан ниже (§ 11); сейчас мы заметим только, что вследствие возбуждения атомов при соударениях с электронами на пути следования электронов происходит излучение и пучок можно сфотографировать. На рис. 15 дана фотография трех нитевидных пучков в цилиндрическом поле. Фокусировка после прохождения дуги $\pi/\sqrt{2}$ рад = $127^\circ 17'$ видна вполне отчетливо.

Если путь лучей внутри конденсатора достаточно длинен, то конденсатор будет пропускать электроны или ионы только одной определенной скорости. Пусть скорость электронов $v_0 = \sqrt{2\eta U_a}$ и входная и выходная (очень узкие) щели прибора D_1 и D_2 лежат на окружности радиуса R . Если электроны проходят через обе щели то $\frac{mv_0^2}{R} = -eE$ или $2U_a/R = -E = \frac{dU}{dR}$; отсюда

$$\frac{dR}{R} = \frac{dU}{2U_a}. \quad (3.7)$$

Если напряжение на конденсаторе равно U_C , то, интегрируя (3.7), получим:

$$\int_{R_1}^{R_2} \frac{dR}{R} = \int_{U_C}^0 \frac{dU}{2U_a},$$

откуда

$$U_C = 2U_a \ln \frac{R_1}{R_2}. \quad (3.8)$$

При заданном напряжении конденсатора U_C и очень узкой щели D_2 через конденсатор проходят только электроны вполне определенной энергии (eU_a). Все электроны с большей или меньшей энергией будут задержаны. То же устройство можно использовать и для отбора положительных ионов, имеющих определенную

§ 3. ОТКЛОНЕНИЕ И ФОКУСИРОВКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ОДНОРОДНЫХ И ПЛОСКИХ ПОЛЯХ

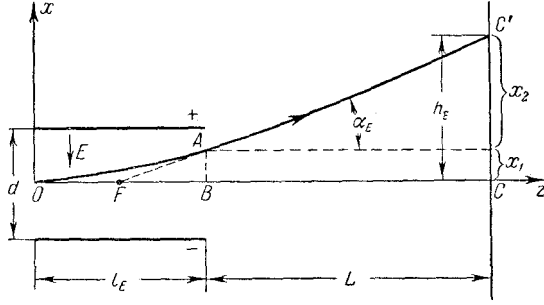


Рис. 16: Отклонение заряженных частиц при прохождении через однородное электрическое поле.

энергию; при этом, конечно, придется изменить направление поля в конденсаторе. При угловой длине конденсатора, равной $127^{\circ}17'$, получаются одновременно отбор заряженных частиц заданной энергии и фокусировка их на выходной щели.

4. Лучи, проходящие через отклоняющее поле.

Обратимся теперь к важному для практики случаю, когда пучок электронных или ионных лучей отклоняется на небольшой угол, проходя сквозь двумерное электрическое или магнитное поле вида, изображенного на рис. 11.

Не будем сначала принимать во внимание поле рассеяния. Электронный луч (так мы для краткости будем называть тонкий пучок лучей) входит в электрическое поле в точке O (рис. 16) и выходит из него в точке A , описав дугу параболы. Из уравнения (2.27) в обозначениях, принятых на рис. 16, получим, учитывая, что отклонение повсюду в поле остается малым и что $E < 0$:

$$x = \frac{\eta E}{2z_0^2} z^2 \approx \frac{\eta E}{2v^2} z^2. \quad (3.9)$$

Из чертежа

$$\alpha_E \approx \operatorname{tg} \alpha_E = \left[\frac{dx}{dz} \right]_{z=l_E} = \frac{\eta E}{v^2} l_E = \frac{e}{mv^2} El_E = \frac{U_{\text{отк}}}{2U_a} \frac{l_E}{d}, \quad (3.10)$$

Где $U_a = \frac{v^2}{2\eta}$ — ускоряющее напряжение источника электронов, не показанного на чертеже, и $U_{\text{отк}} = Ed$ — напряжение на отклоняющих пластинах. Формулой (3.10) можно пользоваться с некоторым приближением и тогда, когда электроны входят в поле по направлению, не в точности параллельному пластинам. Смещение точки попадания электронов на экран из C в C' , которое можно сделать видимым, покрывая экран катодолюминофором, равно

$$h_E = x_1 + x_2 = [x]_{z=l_E} + L \operatorname{tg} \alpha_E = \frac{\eta E l_E}{v^2} \left(L + \frac{l_E}{2} \right) \approx \frac{\eta E}{v^2} l_E L \quad (3.11a)$$

или

$$h_E = \frac{l_E U_{\text{отк}}}{2d U_a} \left(L + \frac{l_E}{2} \right) \approx \frac{L \cdot l_E U_{\text{отк}}}{2d U_a}. \quad (3.116)$$

Наконец, из треугольника FBA видно, что

$$FB = \frac{AB}{\operatorname{tg} \alpha_E} = \frac{x_1}{\operatorname{tg} \alpha_E} = l_E/2,$$

т. е. положение точки F не зависит ни от v , ни от α_E , и следовательно, если в конденсатор поступает вдоль средней его линии поток электронов разных скоростей, то из конденсатора они выходят в виде расходящегося пучка лучей, продолжения которых пересекаются в «мнимом фокусе» F .

Примем теперь во внимание поле рассеяния, но будем по-прежнему считать угол отклонения малым. Уравнение движения по оси x будет

$$m\ddot{x} = -eE_x,$$

откуда

$$\frac{dz}{dt} d\left(\frac{dx}{dt}\right) = -\eta E_x dz = \eta \frac{\partial U}{\partial x} dz, \quad (3.12)$$

где градиент $\frac{\partial U}{\partial x}$ — функция z , зависящая от характера электрического поля.

По-прежнему ввиду малости отклонения можно считать, что $\frac{dz}{dt} \approx v$ и что скорость v мало меняется в процессе прохождения через отклоняющее поле. Из (3.12)

$$\frac{dx}{dt} = \int_0^z \frac{\eta}{v} \frac{\partial U}{\partial x} dz = \frac{\eta}{v} \int_0^z \frac{\partial U}{\partial x} dz.$$

Умножая это равенство на dz и заменяя опять dz/dt через v получим, интегрируя еще раз, что отклонение пятна на экране равно

$$x_{z=z_1} = h_E = \frac{e}{mv^2} \int_0^{z=z_1} \left\{ \int_0^z \frac{\partial U}{\partial x} dz \right\} dz = A \frac{e}{mv^2} = \frac{A}{2U_a}, \quad (3.13)$$

где z_1 — расстояние от точки вхождения электрона в поле до экрана.

Значение интеграла можно найти, измерив экспериментально распределение потенциала U и вычислив интеграл приемами численного интегрирования или пропуская через прибор электроны известной скорости v и измеряя на экране h_E . На величину A , таким образом, можно смотреть как на константу отклоняющего устройства, которая может быть определена раз навсегда.

Для уяснения влияния поля рассеяния полезно рассмотреть отклонение в конденсаторе с электроннооптической точки зрения. Пусть потенциал пространства за пределами отклоняющего поля равен U_a . В электронно-лучевых трубках такой потенциал пространства получается потому, что стенки баллона покрыты изнутри проводящим слоем, соединенным с ускоряющим электродом. На пластины поданы напряжения $U_a + U_{\text{отк}}/2U_a - U_{\text{отк}}/2$ (симметричное включение), так что средняя линия конденсатора является эквипотенциальной линией с потенциалом U_a (рис. 17, а). В точке A , лежащей на границе однородной области отклоняющего поля, потенциал равен $U_A = U_a + Ex_1$. С электроннооптической точки зрения отклонение луча следует рассматривать как преломление в слое толщины x_1 , по обе

§ 3. ОТКЛОНЕНИЕ И ФОКУСИРОВКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ОДНОРОДНЫХ И ПЛОСКИХ ПОЛЯХ

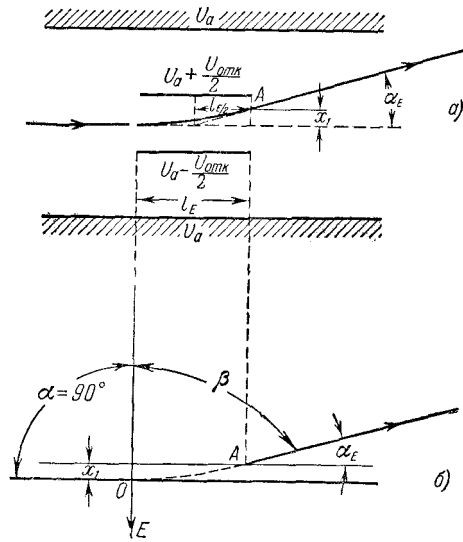


Рис. 17: *а* — симметричная подача отклоняющего напряжения на пластины; *б* — к электронооптическому расчету отклонения.

стороны которого потенциал равен U_a и $(U_a + Ex_1)$. Применяя закон преломления (см. § 1, формулы (1.30)), из рис. 17, *б* получим:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{1}{\cos \alpha_E} = \sqrt{\frac{U_a + Ex_1}{U_a}} = \sqrt{1 + \frac{Ex_1}{U_a}},$$

откуда

$$\frac{1}{\cos^2 \alpha_E} = 1 + \operatorname{tg}^2 \alpha_E = 1 + \frac{Ex_1}{U_a}; \quad \operatorname{tg}^2 \alpha_E = \frac{Ex_1}{U_a}.$$

Воспользовавшись соотношениями $x_1 = \frac{l_E}{2} \operatorname{tg} \alpha_E$ и $E = \frac{U_{\text{отк}}}{d}$, найдем:

$$\alpha_E \approx \operatorname{tg} \alpha_E = \frac{l_E U_{\text{отк}}}{2d U_a},$$

т. е. прежнюю формулу (3.10). Но в точке *A* показатель преломления $n_A = \sqrt{U_A}$ и электрону предстоит еще при выходе во внешнее пространство с показателем преломления $n_a = \sqrt{U_a}$ испытать дополнительное преломление, которое и выражает влияние поля рассеяния. Оно может быть мало, если электрон, проходя поле рассеяния, пересекает эквипотенциальные поверхности все время под углом, близким к 90° . Такое положение получается, если (см. рис. 17, *б*) применить симметричное отклоняющее поле между плоскими пластинами. Но возможно также, изменив форму пластин, заставить электроны идти почти параллельно эквипотенциальным поверхностям и пересекать их под малыми углами, добываясь тем самым большего отклонения в поле рассеяния. Эти вопросы имеют большое значение для работы электронного осциллографа.

Отклонение электронного луча магнитным полем при условии пренебрежения действием поля рассеяния можно вычислить, используя рис. 18.

Траектория луча состоит из дуги круга OA , которую электроны описывают в магнитном поле, и прямолинейного участка AC , проходимого по инерции после выхода из поля. Из рис. 18 следует:

$$y_1 = R - \sqrt{R^2 - l_H^2}; \quad y_2 = \frac{Ll_H}{R - y_1} = \frac{L \cdot l_H}{\sqrt{R^2 - l_H^2}},$$

откуда

$$h_H = y_1 + y_2 = R + \frac{(L + l_H)l_H - R^2}{\sqrt{R^2 - l_H^2}}. \quad (3.14)$$

Для малых отклонений $R^2 \gg l_H^2$

$$h_H = R + \text{frac}(L + l_H)l_H - R^2/R = \text{frac}(L + l_H)l_H R. \quad (3.15)$$

Так как

$$R = \frac{cv}{\eta H} = \frac{c\sqrt{2\eta U_a}}{\eta H_{\text{отк}}} = \frac{c}{H_{\text{отк}}} \sqrt{\frac{2U_a}{\eta}},$$

где U_a — ускоряющее напряжение и $H_{\text{отк}}$ — напряженность отклоняющего магнитного поля, то

$$h_H = \frac{c}{m\eta v} (L + l_H)l_H H_{\text{отк}} = \frac{(L + l_H)l_H}{c\sqrt{\frac{2U_a}{\eta}}} H_{\text{отк}}. \quad (3.16)$$

Угловое отклонение α_H пропорционально длине пути l_H , пробегаемого электроном в отклоняющем поле.

Следует отметить, что h_H пропорционально $\sqrt{\eta}$, в то время как h_E не зависит от η . Поэтому в электростатическом поле отрицательные ионы отклоняются совершенно так же, как электроны, в то время как в магнитном поле отклонение ионов гораздо меньше.

Чаще всего электрическое и магнитное отклонения применяются в электронных осциллографах, и для получения неискаженной осциллограммы нужно, чтобы отклонение линейно зависело от исследуемой величины — тока или напряжения.

Формулы (3.11) и (3.16) показывают, что h_H пропорционально $H_{\text{отк}}$ т. е. току в отклоняющей катушке, если в ней нет железа, в то время как h_E пропорционально $U_{\text{отк}}$ и условие линейности выполняется. Но это верно только для середины экрана, где электроны пересекают эквипотенциальные поверхности под углами, близкими к 90° , и влияние полей рассеяния мало. При больших отклонениях влияние полей рассеяния возрастает, линейность нарушается и это приводит к искажению осциллограмм.

Если нужно принять во внимание поле рассеяния электромагнита, то отклонение можно вычислить следующим образом: для любой точки пути радиус кривизны R можно найти из равенства

$$\frac{mv^2}{R} = -\frac{H}{c} ev.$$

§ 3. ОТКЛОНЕНИЕ И ФОКУСИРОВКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ОДНОРОДНЫХ И ПЛОСКИХ ПОЛЯХ

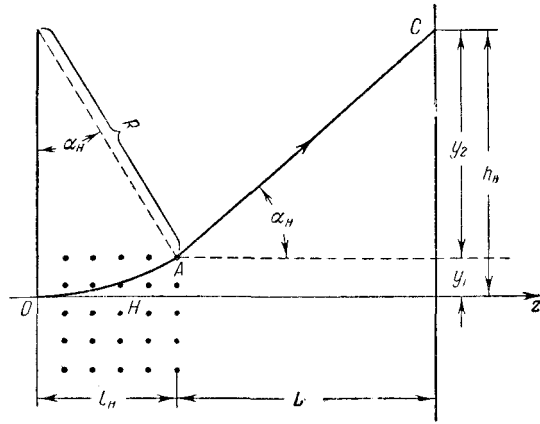


Рис. 18: Отклонение электронов при прохождении через однородное магнитное поле.

Как известно из дифференциальной геометрии,

$$R = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dz}\right)^2\right]}{\frac{d^2y}{dz^2}} \approx \frac{1}{\frac{d^2y}{dz^2}},$$

так как при малом отклонении везде $dy \ll dz$. Подставляя это значение R в (3.17), после некоторых преобразований и двукратного интегрирования по z получим:

$$h_H = |y|_{z=z_1} = \frac{e}{mvc} \int_0^{z_1} \left\{ \int_0^z -H dz \right\} dz = \frac{e}{mvc} B. \quad (3.18)$$

Здесь z_1 — расстояние до экрана от точки вхождения электрона в магнитное поле H , B — константа отклоняющего устройства, которая может быть вычислена или определена экспериментально способом, сходным с теми, которые были указаны для определения A .

Выше было описано фокусирующее действие отклоняющего магнитного поля при повороте на 180° , которое часто оказывается полезным. В противоположность этому фокусирующее действие при малых углах отклонения почти всегда нежелательно. Например, регулируя напряжение на электродах электронно-лучевой трубки, добиваются хорошей фокусировки, т. е. небольшого резкого пятна в центре экрана при отсутствии отклоняющих полей. Если при отклонении получается дополнительное сближение или расхождение электронных лучей, то на краях экрана произойдет размытие пятна и качество осциллограммы или телевизионного изображения ухудшается. Перед конструктором стоит, таким образом, задача ослабить по возможности фокусировку в отклоняющем поле.

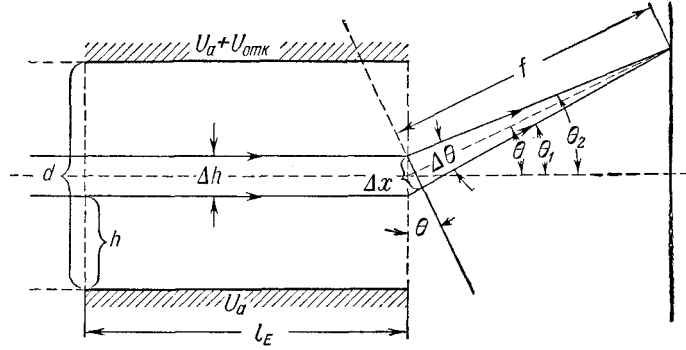


Рис. 19: Фокусировка пучка электронных лучей при прохождении через электрическое поле плоского конденсатора.

5. Фокусирующее действие, сопровождающее отклонение в электрическом поле.

Мы не можем здесь подробно останавливаться на теории фокусирующего действия отклоняющих полей и ограничимся только примером, на котором можно уяснить себе причины появления дополнительной фокусировки отклоняющих полей.

Рассмотрим пучок электронов конечной ширины Δh , входящий в конденсатор перпендикулярно к отклоняющему полю (рис. 19). Крайним лучам пучка соответствуют различные ускоряющие напряжения, равные $(U_a + U_{отк} \frac{h}{d})$ и $(U_a + U_{отк} \frac{h+\Delta h}{d})$, следовательно, они испытают в конденсаторе различные отклонения. Пренебрегая действием полей рассеяния, по формуле (3.10) для углов отклонения крайних лучей $(\alpha_E)_1 = \theta_1$ и $(\alpha_E)_2 = \theta_2$, получим:

$$\theta_1 = \frac{U_{отк} l_E}{2d (U_a + U_{отк} \frac{h}{d})},$$

$$\theta_2 = \frac{U_{отк} l_E}{2d (U_a + U_{отк} \frac{h+\Delta h}{d})}.$$

Если считать, что $U_a \gg U_{отк}$, то разность углов отклонения приблизительно равна

$$\Delta\theta = \theta_1 - \theta_2 = \frac{U_{отк} l_E}{2d} \left[\frac{1}{U_a + U_{отк} \frac{h}{d}} - \frac{1}{U_a + U_{отк} \frac{h+\Delta h}{d}} \right] \approx \frac{U_{отк}^2 l_E}{2d^2 U_a^2} \Delta h. \quad (3.19)$$

Из чертежа

$$f = \frac{\Delta x}{\Delta\theta} \approx \frac{\Delta h}{\Delta\theta},$$

так как угол θ мал и $\cos \theta \approx 1$. Подставив сюда $\frac{\Delta h}{\Delta\theta}$ из формулы (3.19),

§ 4. РАСЧЕТ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ЭЛЕКТРОВАКУУМНЫХ ПРИБОРАХ

получим:

$$f = \frac{2d^2 U_a^2}{U_{\text{отк}}^2 l_E} = \frac{l_E}{2\theta^2}, \quad (3.20)$$

где

$$\theta = \frac{U_{\text{отк}} l_E}{2dU_a} = \frac{E_{\text{отк}} l_E}{2U_a}$$

— угол отклонения среднего луча. Так как до отклонения электронные лучи были параллельны, то величину f можно назвать фокусным расстоянием электронной линзы, фокусирующим действием которой сопровождается отклонение электронных лучей. Эта линза цилиндрическая, так как фокусирующее действие будет одинаково в любой плоскости, параллельной плоскости чертежа. Оптическим аналогом отклоняющего конденсатора является система из призмы и цилиндрической линзы. Оптическая сила линзы $\frac{1}{f}$ пропорциональна θ^2 , т. е. быстро возрастает по направлению к краям экрана, где и получается наибольшее искажающее действие фокусировки, сопровождающей отклонение лучей.

§ 4. Расчет и экспериментальное определение электрических полей в электровакуумных приборах

В электронных лампах и электронно-лучевых трубках приходится иметь дело с плоскими и аксиальносимметричными полями. Для изучения движения электронов в этих полях нужно прежде всего уметь с достаточной точностью их рассчитывать или измерять.

1. Выражения потенциала и компонент напряженности аксиальносимметричного поля через потенциал на оси.

В приборах с аксиальносимметричными полями всегда наиболее интересна область поля вблизи оси симметрии. В этой области потенциал и компоненты напряженности поля можно выразить через потенциал на оси и его производные. Если воспользоваться цилиндрической системой координат r , z , φ то эти выражения имеют вид (вывод см. приложение, § I¹)

$$U(z, r) = \Phi(z) - \left(\frac{r}{2}\right)^2 \Phi''(z) + \frac{1}{2^2} \left(\frac{r}{2}\right)^4 \Phi''''(z) - \dots, \quad (4.1)$$

$$E_r = -\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{r}{2} \Phi'' - \frac{1}{16} r^3 \Phi'''' + \dots, \quad (4.2)$$

$$E_z = -\frac{\partial U}{\partial z} = -\Phi' + \frac{r^2}{4} \Phi''' - \dots, \quad (4.3)$$

¹ Римскими цифрами обозначены номера параграфов приложения.

где $\Phi(z)$ — потенциал на оси и штрихом отмечены производные по z . Для малых значений r

$$E_r = \frac{r}{2}\Phi'', \quad E_z = -\Phi'. \quad (4.4)$$

Эквипотенциальные поверхности вблизи оси имеют форму гиперboloидов вращения и пересечение их с меридианными плоскостями форму гипербол. Радиус кривизны эквипотенциальных линий на оси выражается формулой

$$\rho = \frac{2\Phi'}{\Phi''}. \quad (4.5)$$

Эти формулы показывают, что очень важно иметь точные выражения потенциала на оси $\Phi(z)$. К сожалению, это удастся только для немногих практически интересных форм электродов, и даже в этих случаях полученные выражения оказываются сложными и неудобными для практических расчетов. Поэтому ниже некоторые, представляющие все же практический интерес теоретические формулы приведены без вывода.

2. Формулы для расчета потенциала на оси.

1. Потенциал на оси круглого отверстия (радиуса r_0), прорезанного в плоском тонком листе, находящемся при потенциале U_d , при условии, что по обе стороны от листа существует однородное поле с напряженностями E_1 и E_2 и начало координат находится в центре отверстия, равен

$$\Phi(z) = U_d + \frac{r_0}{\pi}(E_1 - E_2) \left[1 + \frac{|z|}{r_0} \arctg \frac{|z|}{r_0} \right] - \frac{1}{2}z(E_1 + E_2). \quad (4.6)$$

2. Как было показано Бертрамом², распределение потенциала на оси системы электродов с осевой симметрией можно вычислить с любой степенью точности, если известно распределение потенциала на цилиндрической поверхности какого-нибудь определенного радиуса R . Метод Бертрама применим к электронным линзам, образованным полями нескольких коаксиальных цилиндров. Такие линзы часто применяются на практике. Однако способ вычисления поля, данный Бертрамом, слишком громоздок, и поэтому им редко пользуются. Для полей на оси двух цилиндров, разделенных узким зазором, выведена также точная формула, но и она содержит интеграл, который удастся вычислить только приближенно [Л. 1. 2, гл. 2, подробнее Л. 1.4]. Поэтому мы приведем только формулы, дающие достаточно хорошее приближение. Для двух цилиндров с потенциалами U_1 и U_2 одинакового радиуса R , разделенных зазором ширины s распределение потенциала вдоль оси приближенно подчиняется формуле (точка $z = 0$ лежит посередине зазора)

$$\Phi(z) = \frac{U_1 + U_2}{2} + \frac{U_2 - U_1}{2,63 \frac{s}{R}} \ln \left\{ \frac{\text{ch} \left[1,315 \frac{s}{R} \right]}{\text{ch} \left[1,315 \frac{z-s}{R} \right]} \right\}, \quad (4.7)$$

²J. Appl. Phys., т. 13, стр. 490, 1947.

§ 4. РАСЧЕТ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ЭЛЕКТРОВАКУУМНЫХ ПРИБОРАХ

которая для $s = 0$ (узкий зазор) переходит в формулу

$$\Phi(z) = \frac{U_1 + U_2}{2} + \frac{U_2 - U_1}{2} \operatorname{th} \left(\frac{1,315z}{R} \right). \quad (4.8)$$

Эти формулы дают хорошее приближение.

Для поля на оси двух цилиндров была также предложена эмпирическая формула, выведенная из экспериментального измерения поля в электролитической ванне (описание метода измерения см. стр. 49—54)

$$\Phi(z) = \frac{U_1 + U_2}{2} + \frac{U_2 - U_1}{2} \int_0^z e^{-\frac{\pi}{b^2} z^2} dz, \quad (4.9)$$

где

$$b = 2R \left[0,73 + 0,53 \left(\frac{s}{2R} \right)^2 \right];$$

при $s = 0$ $b = 1,46R$ и формула (4.9) дает значение, очень немного отличающееся от значений, найденных по формуле (4.8). Формула (4.9) удобна для расчетов, так как для входящего в нее интеграла существуют таблицы и из них легко найти производные от $\Phi(z)$.

Приведенными случаями исчерпываются все практически важные конструкции электродов, для которых удастся провести строгий теоретический расчет. Что же касается более сложных, но вместе с тем часто употребляющихся конструкций, как-то: цилиндров разных радиусов, профилированных диафрагм, близко расположенных плоских диафрагм и т. п., то их поля строгому теоретическому расчету не поддаются и приходится прибегать к численным расчетам или к экспериментальному исследованию.

Из конструкций, дающих плоские электрические поля, расчету поддаются поля плоских и цилиндрических сеток при некоторой простой форме ячеек. Сетки — обычный элемент конструкции электронных ламп, и поэтому мы пока отложим рассмотрение соответствующих формул (см. ч. II, гл. 5).

Ввиду того что в подавляющем большинстве случаев точный математический расчет электростатических полей в электровакуумных приборах невозможен, большое значение имеют методы приближенного численного расчета полей и методы экспериментального их измерения.

3. Метод электролитической ванны.

Зная геометрию электродов и их потенциалы, всегда можно в принципе с любой степенью точности найти решение уравнения Лапласа с помощью численных расчетов. Методов численных решений уравнения Лапласа при заданных граничных условиях существует несколько, и за сведениями по этому вопросу следует обратиться к специальным руководствам [Л.1.2, Л.1.4, Л.1.5]. Все они принципиально просты, но требуют громоздких вычислений и на практике часто предпочитают обращаться к экспериментальному исследованию поля в приборе. Почти всегда удобнее исследовать поле

не в самом приборе, а изготовить его модель. На практике применяются разные способы моделирования электрического поля: метод резиновой мембраны, метод потока жидкости, метод сетки сопротивлений и метод электролитической ванны. В лабораторной практике особенно удобен последний, который и получил очень широкое распространение. В большинстве случаев он дает совершенно достаточную точность.

Этот метод основан на том, что электрическое поле в однородной проводящей среде (например, электролите) является потенциальным полем и подчиняется уравнению Лапласа:

$$\Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0.$$

Доказать это можно следующим образом: для постоянного или медленно меняющегося тока верны уравнения:

$$\operatorname{div} \mathbf{j} = 0, \quad \mathbf{j} = \sigma \mathbf{E} = -\sigma \operatorname{grad} U.$$

Первое из этих уравнений указывает на замкнутость линий вектора плотности тока \mathbf{j} , а второе выражает закон Ома. Из (4.10) следует $\operatorname{div}[-\sigma \operatorname{grad} U] = 0$, или, так как σ везде постоянно, то

$$\operatorname{grad} \operatorname{div} U = \Delta U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0, \quad (4.11)$$

что и требовалось доказать. Из теории потенциальных полей известно, что две функции, удовлетворяющие уравнению Лапласа и принимающие одинаковые значения на границах некоторого объема, будут одинаковы во всем объеме. Отсюда следует, что если мы исследуемую систему электродов с заданным распределением потенциала из вакуума перенесем в электролит, приняв, конечно, меры, чтобы потенциалы проводников не менялись, то хотя в электролите появится ток, распределение потенциала не изменится, если только проводимость электродов много больше проводимости электролита, что всегда выполняется на практике. Если изменить размеры системы, оставляя ее геометрически себе подобной, и одновременно в то же время изменить потенциалы проводников, сохраняя отношение их постоянным, то форма эквипотенциальных поверхностей и их относительное расположение, короче говоря, структура поля, останутся неизменными. Можно, следовательно, изучать распределение потенциала на увеличенной или уменьшенной модели системы, находящейся в вакууме, в хорошем диэлектрике — воздухе или электролите.

Для измерения потенциала какой-нибудь точки поля нужно ввести в эту точку маленький проводник-зонд (рис. 20), соединенный изолированным проводом с подходящим измерительным прибором. Зонд по истечении некоторого времени принимает потенциал той точки поля, в которой он находится. Это время зависит от среды, в которой находится зонд, и от измерительной схемы.

§ 4. РАСЧЕТ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ЭЛЕКТРОВАК

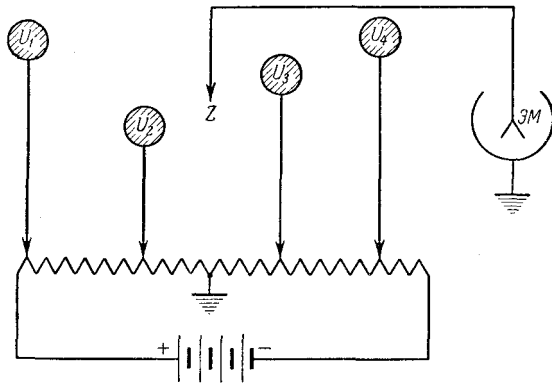


Рис. 20: Принципиальная схема измерения распределения потенциала методом зонда.

При измерениях в электролите зонд практически мгновенно принимает потенциал точки поля. Но возникают две трудности. Во-первых, подводящий провод зонда вносит искажение в поле. Искажения не будет только в том случае, если достаточно тонкий, хорошо изолированный провод, имеющий потенциал U_z , лежит на эквипотенциальной поверхности U_z , но форма этой поверхности заранее неизвестна. Во-вторых, стенки ванны и поверхность электролита также искажают измеряемое поле и этой ошибки можно избежать только, взяв очень большую ванну и погрузив глубоко систему проводников в жидкость, что на практике трудно осуществимо. Кроме того, трудно сконструировать механизм, который точно и удобно перемещал бы зонд в трех измерениях и вместе с тем не искажал бы поля. Все это приводит к тому, что для изучения трехмерных полей метод электролитической ванны оказывается неудобным. К счастью, для плоских и аксиально-симметричных полей существует возможность устранить все отмеченные выше трудности. Чтобы разобраться в том, как это делается, нужно сначала выяснить, можно ли внести диэлектрическую стенку внутрь проводящей жидкости так, чтобы поле в жидкости не изменялось.

Пусть стенка из диэлектрика поставлена параллельно линиям тока в электролите. На поверхности диэлектрика нормальная составляющая тока $j_n = 0$, и это же условие соблюдается на любой поверхности, параллельной линиям тока. Значит, стенкой из диэлектрика, параллельной линиям тока, можно разделять электролит, не искажая распределения тока и структуры поля в электролите, поскольку вектор \mathbf{E} параллелен вектору \mathbf{j} . Очевидно, что неискажающие диэлектрические стенки должны быть перпендикулярны к эквипотенциальным поверхностям. Возьмем плоское поле, например поле триода с сеткой в виде ряда стержней, параллельных оси триода (рис. 21, а). Эквипотенциальными поверхностями являются цилиндрические поверхности с образующими, параллельными оси триода. Значит, введение стенок из диэлектрика, перпендикулярных к оси, не изменяет поля. Этим

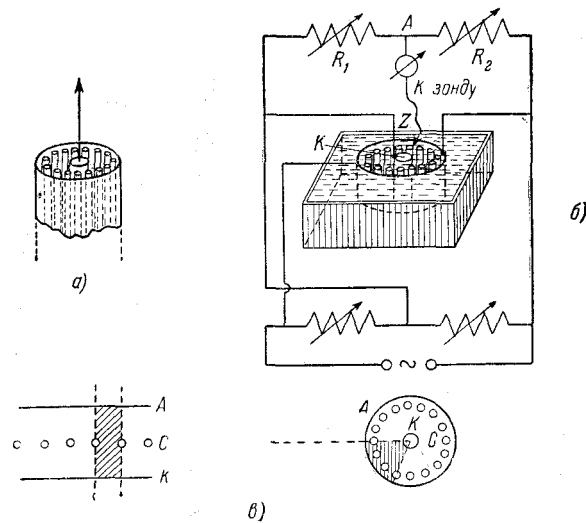


Рис. 21: Измерение распределения потенциала в плоском поле (поле триода) методом электролитической волны. *a* — форма триода; *б* — схема измерения; *в* — сечения плоского и цилиндрического триодов.

можно воспользоваться для преодоления отмеченных выше трудностей.

Модель изготавливают в виде короткого отрезка исследуемой системы и погружают в ванну так, что дно ванны, сделанное из диэлектрика, и поверхность электролита перпендикулярны к оси (рис. 21, б). Диэлектрические стенки — дно ванны и воздух — не искажают поле, и оно останется в отрезке триода таким же, как в длинном триоде. Зонд слегка касается поверхности жидкости и перемещается в горизонтальной плоскости. Перемещение в двух измерениях можно осуществить сравнительно просто и точно. Наконец, отпадает и последняя трудность: подведенные провода и механизм перемещения зонда расположены над электролитом и поля не искажают.

На рис. 21, б изображена измерительная схема. Она питается от источника переменного тока во избежание поляризации электродов (удобнее работать на звуковой частоте, но можно воспользоваться и 50-периодным током) и представляет собой простой мостик. Потенциал точки A задается сопротивлениями R_1 и R_2 и при отсутствии тока в цепи зонда потенциалы зонда и точки A равны. Мы не будем останавливаться здесь на технике измерений. Отметим только, что она очень проста и доступна любой лаборатории. Если требуется высокая точность (порядка десятых долей процента), то главная трудность состоит в изготовлении механизма, перемещающего зонд.

Если модель можно разделить на отдельные одинаковые секторы, как это, например, имеет место для сетки с прутьями, расположенными на плоскости или вдоль ребер правильной призмы, то в плоскостях, служащих

§ 4. РАСЧЕТ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЕЙ В ЭЛЕКТРОВАКАУМНЫХ СИСТЕМАХ

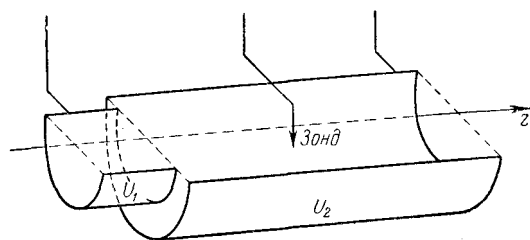


Рис. 22: К измерению распределения потенциала в аксиально симметричном поле методом электролитической волны.

границами между секторами, токи будут течь им параллельно и можно ограничиться исследованием поля в одном секторе модели, как это показано на рис. 21, в для цилиндрических и плоских триодов.

В случае аксиальносимметричной системы эквипотенциальные поверхности имеют форму поверхностей вращения, перпендикулярных к меридианным плоскостям. Введение диэлектрических стенок, лежащих в меридианных плоскостях, не искажает поле. Отсюда вытекают два способа применения электролитической ванны к аксиальносимметричным полям.

Глубокая ванна. Модель системы представляет собой ее половину, полученную при разрезании по меридианной плоскости (рис. 22). Модель погружают в электролит с таким расчетом, чтобы поверхность электролита совпадала с плоскостью разреза.

Наклонная ванна (рис. 23). Модель состоит из тех частей электродов, которые заключены между двумя меридианными плоскостями, пересекающимися под небольшим углом. Электроды модели помещаются в наклонную ванну так, как это показано на рисунке. Ось системы совпадает с ребром получившегося жидкого клина и, как легко понять, обе, стенки — граница воздух-электролит и дно ванны — лежат в меридианных плоскостях. На рис. 22 и 23 показано измерение поля в системе двух коаксиальных цилиндров разных радиусов.

Метод наклонной ванны подкупает своей исключительной простотой, но он менее точен, так как вблизи ребра клина (а это самая важная часть поля, так как ребро совпадает с осью системы) возможны искажения поверхности жидкости из-за поверхностного натяжения.

На рис. 24 можно видеть установку с двумя ваннами — глубокой и мелкой (наклонной) — с одним общим механизмом перемещения зонда и общими приборами и питанием. Деталей работы с электролитической ванной (выбор электролита и материала электродов, техники производства измерений и т. д.) мы здесь не можем касаться. Отметим только, что метод электролитической ванны сейчас очень хорошо разработан и существуют установки, где получение эквипотенциальных линий автоматизировано и требует небольшой затраты времени.

Большое значение имеет метод экспериментального определения полей

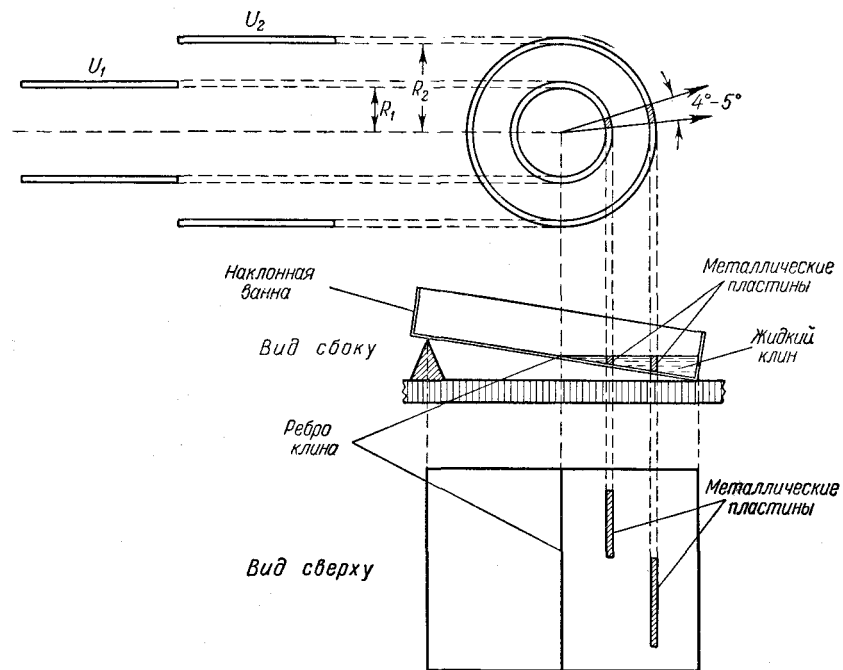


Рис. 23: Применение наклонной ванны для измерения аксиальносимметричных полей.

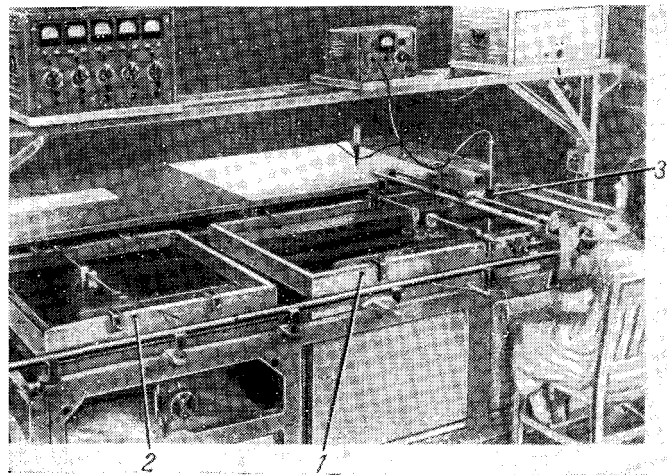


Рис. 24: Общий вид электролитической ванны. 1—глубокая ванна; 2—мелкая ванна, которая может быть использована в качестве наклонной ванны; 3—устройство для отсчета положения зонда и зондов.

с учетом пространственного заряда, так как в этом случае теоретический расчет почти всегда оказывается невозможным. В. С. Лукошков видоизменил метод электролитической ванны применительно к измерению полей в приборах с электронным пространственным зарядом. Укажем здесь только идею метода: пространственный заряд означает появление источников вектора \mathbf{E} , рассеянных в исследуемой плоскости аксиальносимметричного или плоского поля. На модели им должны соответствовать источники вектора \mathbf{j} , т. е. точки входа и выхода тока. Таким образом, напряжение к ванне должно подводиться не только через электроды, но и через отдельные точки, рассеянные между ними. Положение этих точек и подводимые к ним токи подбирают путем последовательных приближений.

§ 5. Электростатические электронные линзы и зеркала.

1. Частный случай фокусировки в аксиальносимметричном электрическом поле.

Радиальная составляющая всякого аксиальносимметричного поля вблизи оси пропорциональна расстоянию от нее и приближенно равна

$$E_r = \frac{r}{2}\Phi'' \quad (5.1)$$

Следовательно, и сила, действующая на заряженную частицу, линейно меняется с расстоянием от оси. Отсюда следует, что аксиальносимметричные поля способны сводить в одну точку-изображение параксиальные (т. е. идущие вблизи оси и под малыми к ней углами) электронные лучи, вышедшие из одной точки-объекта. Покажем это сначала на частном примере.

Пусть между двумя плоскостями z_1 и z_2 (рис. 25, *a*) действует аксиальносимметричное поле и притом такое, что сила, действующая на электрон, повсюду направлена к оси ($F_r < 0$). Для этого нужно, чтобы везде было $E_r > 0$, или по формуле (5.1) $\Phi'' > 0$. На расстоянии p от области, занятой полем, большим сравнительно с расстоянием $|z_1 - z_2|$ находится точка S — источник электронов со скоростями $V = \sqrt{2\eta U_a}$. Условие $|p| \gg |z_1 - z_2|$ позволяет считать p величиной, определенной достаточно точно. Электронный луч, вышедший из S под углом α_1 к оси z , проходя через поле, изменит свое направление (см. § 3) на угол

$$\alpha_E = \frac{l_E}{2U_a} E_r = \frac{l_E \Phi''}{4U_a} r_0 = F(z) r_0 \quad (5.2)$$

Здесь $l_E = |z_1 - z_2|$ и $F(z)$ не зависит от r . Формула (5.2) верна для небольших углов. Пусть поле E_r настолько сильно, что $\alpha_E > \alpha_1$. Тогда после прохождения через него луч опять пересечет ось, скажем, в точке S' . Из рисунка, если предположить все углы малыми и считать отрезки влево от

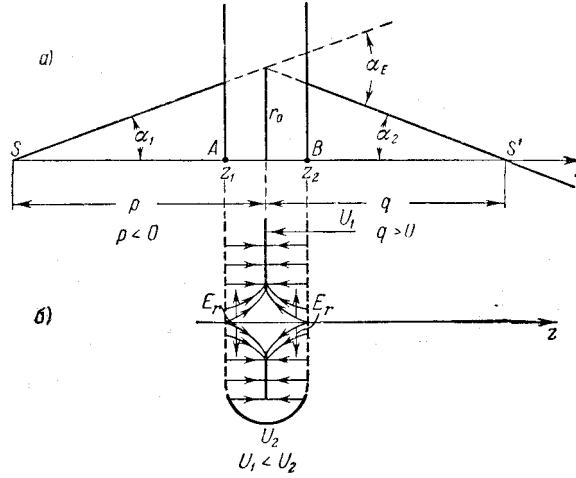


Рис. 25: *a*—к доказательству фокусировки электронных лучей в аксиально-симметричном поле; *b*—реализация собирающего аксиальносимметричного поля с помощью диафрагмы и двух сеток.

(*AB*) отрицательными, а вправо положительными, видно, что

$$\alpha_E = \alpha_1 + \alpha_2 = -\frac{r_0}{p} + \frac{r_0}{q} = r_0 \left(-\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right).$$

Сравнивая оба выражения для α_E , получим:

$$-\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = F(z) = \text{const} = \frac{1}{f}. \quad (5.3)$$

Так как в окончательное выражение r_0 не входит, то это значит, что все лучи, выходящие из S под малыми углами (параксиальные лучи), сходятся в S' — изображении S . Формула (5.3) совпадает с оптической формулой тонкой линзы. Область поля между плоскостями z_1 и z_2 , где $\Phi'' \neq 0$, можно поэтому назвать электронной (электростатической) линзой, а f — ее фокусным расстоянием. Нетрудно было бы сделать построение и для случая мнимого изображения, т. е. для рассеивающего или слабо собирающего поля.

Но возможно ли реализовать такое устройство, чтобы на всем протяжении линзы поле было только собирающим или только рассеивающим? На рис. 25, *b* изображено поле между двумя экранирующими сетками из тонкой проволоки и диафрагмой с круглым отверстием. При условии $U_2 > U_1$ (как на рис. 25, *b*) поле везде собирающее, а если взять $U_2 < U_1$, то поле везде рассеивающее. Но этого удастся добиться только с помощью сеток, которые нежелательны в электроннооптических устройствах.

Если заменить сетки диафрагмами, то, как показывает рис. 26, в линзе, кроме собирающей области вблизи средней диафрагмы, появятся две

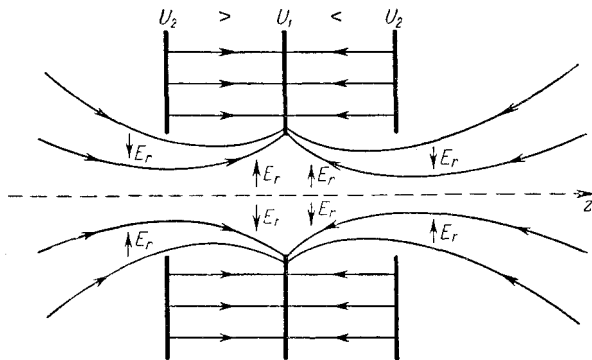


Рис. 26: Иллюстрация невозможности иметь только собирающие или только рассеивающие аксиальносимметричное поле без помощи сеточных электродов. Компонента напряженности поля E_r имеет различные направления около внутренней диафрагмы и около внешних диафрагм.

рассеивающие области около крайних диафрагм. Немного позже мы докажем, что в итоге собирающее действие будет преобладать, но качественно это можно сразу усмотреть из того, что собирающая область лежит вблизи электрода с низшим потенциалом $U_1 < U_2$. Эту область электроны проходят медленнее, остаются в ней дольше, и поэтому собирающее действие в центре линзы оказывается эффективнее, чем рассеивающее действие на входе и выходе линзы. Положение остается таким же для всех электронных линз, состоящих из двух или более электродов.

Конечно, присутствие областей рассеивания в линзах сильно уменьшает их оптическую силу и приходится применять гораздо большие напряжения $(U_2 - U_1)$, чем в линзах с сетками¹.

Электростатическая линза останется собирающей и для положительных ионных лучей: для ионных лучей области собирания и рассеивания меняются местами, но одновременно меняются местами и области большой и малой скорости; например, для линзы рис. 26 область рассеивания и большой скорости будет посередине линзы, а две области собирания и малой скорости — по краям.

¹Линзы, в которых средняя диафрагма (ср. рис. 26) заменена сеткой, применяются при фокусировке частиц большой энергии. Для получения заданной оптической силы для такой линзы требуется примерно в десять раз меньшее напряжение $(U_2 - U_1)$, чем для линзы из трех диафрагм, изображенной на рис. 26. В зависимости от знака напряжения $(U_2 - U_1)$ области по обе стороны от середины сетки могут быть или собирающими или рассеивающими.

2. Уравнение электронных лучей. Общая теория фокусирующего действия аксиальносимметричного поля.

Выше было разобрано фокусирующее действие тонких электростатических линз. Теперь нужно показать, что всякое аксиальносимметричное электрическое поле фокусирует электронные лучи. Для этого нужно прежде всего вывести уравнение траекторий электронов. Уравнения движения для параксиальных электронов получатся, если в формулах для E_r и E_z (§ 4) отбросить величины, содержащие r^2 , r^3 , ... Обозначая точками производные по t и штрихами производные по z , запишем уравнения движения в виде

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{r} &= -eE_r = -\frac{er}{2}\Phi'', \\ m\ddot{z} &= e\Phi'. \end{aligned} \right\} \quad (5.4)$$

Исключим из (5.4) время, воспользовавшись соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} r' &= \frac{\dot{r}}{\dot{z}}, & r'' &= \frac{\ddot{r}\dot{z} - \dot{r}\ddot{z}}{\dot{z}^3} = \frac{\ddot{r}}{\dot{z}^2} - r' \frac{\ddot{z}}{\dot{z}^2}, \\ e\Phi &= \frac{m\dot{z}^2}{2}. \end{aligned} \right\} \quad (5.5)$$

Последнее из равенств (5.5) следует из условия параксиальности электронов и означает, что радиальная составляющая скорости электронов много меньше осевой. Оно справедливо при условии, что в точке, где $\Phi = 0$, скорость электронов очень мала.

Умножим второе из уравнений (5.4) на r' и вычтем из первого:

$$m(\ddot{r} - \ddot{z}r') = -e \left(\frac{r}{2}\Phi'' + \Phi'r' \right). \quad (5.6)$$

Отсюда, так как $\frac{e}{m} = \eta = \frac{\dot{z}^2}{2\Phi}$:

$$\frac{\ddot{r} - \ddot{z}r'}{\dot{z}^2} = r'' = -\frac{r}{4} \frac{\Phi''}{\Phi} - \frac{r}{2} \frac{\Phi'r'}{\Phi},$$

или

$$r'' + \frac{\Phi'}{2\Phi} r' + \frac{\Phi''}{4\Phi} r = 0. \quad (5.7)$$

Это дифференциальное уравнение траекторий электронов, пробегающих вблизи оси под малыми к ней углами. Его называют уравнением параксиальных электронных лучей. Относительно уравнения (5.7) надо сделать следующие замечания.

Уравнение (5.7) не содержит удельного заряда $\eta = e/m$, так что электроны и ионы независимо от их массы и знака следуют по одинаковым путям, хотя скорости и времена пробега у них, конечно, разные.

Если изменить напряжение всех электродов в K раз, не меняя их геометрии, то в каждой точке оси потенциал изменится также в K раз, т.

е. в уравнении (5.7) надо заменить Φ , Φ' , Φ'' через $K\Phi'$, $K\Phi''$, $K\Phi'''^2$. Но уравнение (5.7) однородно относительно Φ и его производных и поэтому не изменится при такой замене. Траектории электронов, а значит, и оптические свойства линз зависят только от отношения напряжений, а не от их абсолютных значений, и можно, например, подавать на устройство не постоянные, а переменные синфазные напряжения. Это верно, впрочем, только для медленных электронов, к которым относится уравнение (5.7).

Наконец, из линейности уравнения (5.7) следует, что параксиальные электронные лучи образуют неискаженные изображения. Уравнение (5.7) — 2-го порядка относительно r , и его общее решение $r(z)$ есть линейная комбинация двух любых частных решений $r_1(z)$ и $r_2(z)$:

$$r(z) = C_1 r_1(z) + C_2 r_2(z). \quad (5.8)$$

Из (5.8) следует, что любой луч $r(z)$ можно построить с помощью двух других лучей $r_1(z)$ и $r_2(z)$. Постоянные C_1 , и C_2 зависят от выбора исходных лучей r_1 и r_2 но можно лучи выбрать так, что C_1 и C_2 будут иметь простой геометрический смысл.

Из теории дифференциальных уравнений известно, что частным решением r_1 , и r_2 и их первым производным можно задать для любого значения z , например $z = a$, произвольные значения. Выберем их следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} r_1(a) &= 0; & r_1'(a) &= 1; \\ r_2(a) &= 1; & r_2'(a) &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (5.9)$$

Частным решениям $r_1(z)$ и $r_2(z)$ соответствуют два луча, имеющих вообще криволинейную форму (рис. 27). Мы будем считать, что они являются плоскими кривыми, лежащими в меридианной плоскости. Это равносильно предположению, что начальная скорость электронов лежит в меридианной плоскости.

Подставляя выбранные значения $r_1(a)$, $r_1'(a)$, $r_2(a)$, $r_2'(a)$ в формулы для $r(z)$ и $r'(z)$, получим:

$$C_2 = r(a); \quad C_1 = r'(a).$$

C_1 и C_2 определяются, таким образом, расстоянием луча $r(z)$ от оси и его наклоном при $z = a$. Формула (5.8) принимает вид

$$r(z) = r'(a)r_1(z) + r(a)r_2(z). \quad (5.10)$$

²Распределение потенциала однозначно определяется уравнением Лапласа и граничными условиями. Пусть на всех проводниках, создающих поле, потенциалы изменены пропорционально, т. е. со значений U_1, U_2, U_3, \dots соответственно на KU_1, KU_2, KU_3, \dots . Покажем, пользуясь рассуждением от противного, что тогда в каждой точке поля потенциал изменится со значения U на KU . Пусть новый потенциал будет V , отличный от KU , но на границах (на проводниках) с ним совпадающий, т. е. $V_1 = KU_1, V_2 = KU_2$. В силу линейности уравнения Лапласа $(KU - V)$ будет его решением, так как KU и V в отдельности ему удовлетворяют. Поле, имеющее потенциал $(KU - V)$, можно назвать разностным полем. На проводниках разностному полю соответствуют потенциалы: $(KU_1 - V_1) = 0, (KU_2 - V_2) = 0, \dots$, т. е. разностное поле отсутствует, так как ни на одном из проводников заряда нет. Отсюда следует что везде $V = KU$ и что при пропорциональном изменении потенциалов электродов в K раз в любой точке потенциал также изменится в K раз.

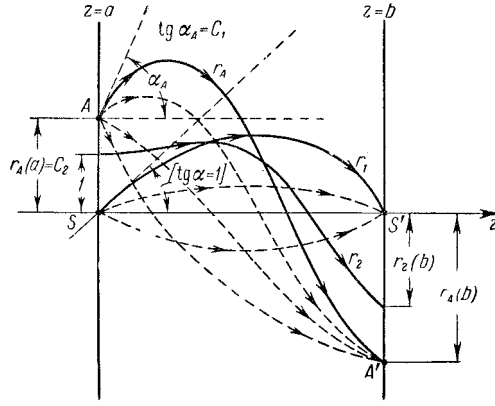


Рис. 27:

Пусть точка A в плоскости $z = a$ — источник лучей. Тогда для каждого луча, выходящего из A , величины $r(a)$ и $r'(a)$ заданы (рис. 27). Возьмем плоскость $z = b$, для которой $r_1(b) = 0$. Точка S' , где луч $r_2(z)$ пересекает ось, является изображением точки S . В самом деле, любой луч, выходящий из S , согласно (5.10), будет представлен формулой

$$r_S(z) = r'_S(a)r_1(z),$$

где $r'_S(a)$ определяется его наклоном к оси в точке S . В точке S' имеем $r_S(z)_{z=b} = r_S(b) = 0$ независимо от значения $r'_S(a)$, так как $r_1(b) = 0$.

Покажем, что изображение произвольной A , лежащей в плоскости $z = a$ вне оси, будет лежать в плоскости $z = b$, т. е. что эта плоскость есть плоскость изображения. Из (5.10), так как $r_1(b) = 0$, следует для луча, выходящего из A : $r_A(b) = r_A(a)r_2(b)$, т. е.

$$\frac{r_A(b)}{r_A(a)} = r_2(b). \quad (5.11)$$

$r_A(b)$ не зависит от $r'_A(a)$, а это значит, что все лучи, выходящие из точки A , независимо от их направления в точке A сойдутся в точке A' с координатами $z = b$, $r = r_A(b)$. Иными словами, точка A' есть изображение A ; $r_2(b)$, как следует из (5.11), равно линейному увеличению линзы. Оно одинаково для всех точек объекта вне оси. Отсюда следует, что изображение в параксиальных лучах не искажено.

Мы предполагали, что начальные скорости электронов лежат в меридианной плоскости. Можно показать, что это предположение не обязательно и что все параксиальные лучи, выходящие из точки A , независимо от их начального направления пересекаются в точке A , лежащей в одной с точкой A меридианной плоскости, так что A является точкой схождения лучей, заполняющих некоторый телесный угол с вершиной в точке A .

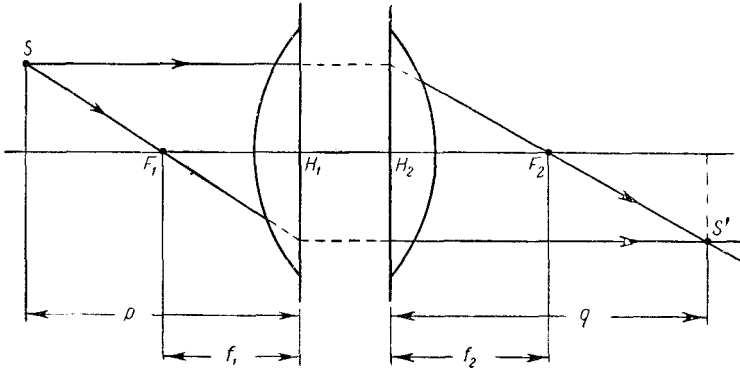


Рис. 28: Построение изображения в толстой оптической линзе.

Таким образом, всякое аксиальносимметричное электрическое поле фокусирует электронные лучи и, следовательно, представляет собой электронную линзу. Обычно линзой называют не только поле, но и систему электродов, с которой оно связано.

Нашей ближайшей задачей является нахождение способа построения изображений в электронных линзах, позволяющего обойтись без построения электронных траекторий каждый раз заново. Этот способ вполне сходен со способом построения изображений в геометрической оптике, некоторые сведения из которой полезно напомнить.

3. Построение изображений в геометрической оптике.

На рис. 28 представлено хорошо известное построение изображения в толстой оптической линзе. Для построения изображения нужно знать положение четырех кардинальных точек, а именно: двух главных фокусов F_1 , F_2 и двух главных точек H_1 , H_2 ³. Положение четырех кардинальных точек определяет ход двух лучей, выходящих из точки S вне линзы, и, как видно из рисунка, определяет изображение S' . В пределе для тонкой линзы главные точки H_1 и H_2 сливаются в одну — центр линзы C , и для построения изображений оказывается достаточным знания только трех точек F_1 , F_2 и C . Для тонкой линзы в случае разных показателей преломления по обе стороны от линзы можно написать:

$$\frac{f_1}{p} + \frac{f_2}{q} = 1, \quad (5.12)$$

причем

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2}.$$

³У линзы или системы линз имеются еще две кардинальные точки, так называемые узловые. Нам не придется в дальнейшем говорить об узловых точках.

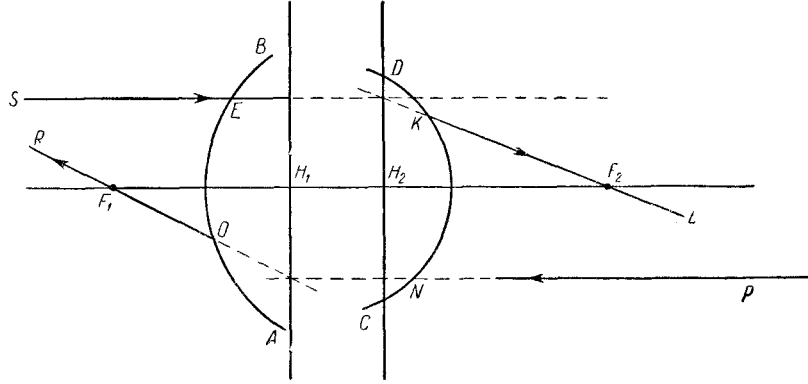


Рис. 29: Определение кардинальных точек толстой оптической линзы с помощью двух противоположно направленных параллельно оси лучей.

Если $n_1 = n_2$, то $-f_1 = f_2 = f$, и формула линзы, если пользоваться обычным в оптике правилом знаков, т. е. считать отрезки отложенные влево от линзы, отрицательными, а вправо — положительными, принимает вид

$$-\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}. \quad (5.13)$$

Формула (5.12) остается верной и для толстой линзы с той только разницей, что отрезки f_1 , f_2 , p , q нужно отсчитывать не от одной точки, а от первой и второй главных точек H_1 и H_2 (рис. 28).

Не только для одной толстой линзы, но и для центрированной системы линз можно указать кардинальные точки, позволяющие совершенно так же, как для одной линзы, найти ход лучей вне системы и построить изображение, не исследуя хода лучей внутри системы.

Положение кардинальных точек можно найти как построением, зная положение кардинальных точек всех линз системы, так и опытным путем. Пусть, например, AB и CD — крайние преломляющие поверхности системы линз (рис. 29). Направим слева направо на поверхность AB луч, параллельный оси системы, и проследим его ход по выходе из системы. Точка пересечения луча с осью даст задний главный фокус F_2 , а плоскость, проведенная перпендикулярно к оси через точку пересечения лучей SE и KF_2 (вторая главная плоскость), дает в пересечении с осью вторую главную точку H_2 . Совершенно так же с помощью второго луча PN , падающего на линзу параллельно оси справа налево, мы найдем передний главный фокус F_1 и первую главную точку H_1 .

Заметим, что главные точки системы линз могут быть переставлены, и тогда точка H_2 лежит на оси левее точки H_1 . Такое положение имеет место, например, в окуляре Гюйгенса [Л. А. 2, т. III, § 301]. Определив экспериментально вне системы линз ход указанных выше двух лучей, можно найти все четыре нужные для построения изображения кардинальные точки.

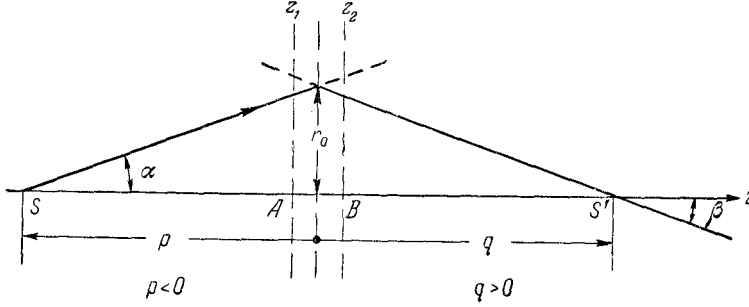


Рис. 30: К выводу формулы тонкой электростатической линзы.

4. Теория тонких электростатических линз.

Электростатические электронные линзы небольшой оптической силы в некоторых случаях с достаточной точностью можно считать тонкими. Нетрудно для этого случая найти способ вычисления фокусных расстояний.

Уравнение (5.7) можно представить в виде

$$\frac{d}{dz} [\sqrt{\Phi} r'] = -\frac{\Phi''}{4\sqrt{\Phi}}. \quad (5.14)$$

Пусть линза, т. е. та часть пространства, где $\Phi'' \neq 0$, заключена между плоскостями z_1 и z_2 (рис. 30); AB — «толщина» линзы. Если AB много меньше $|p|$ и $|q|$, то линзу можно считать тонкой. Объект S и изображение S' лежат вне линзы, и лучи между линзой и обеими этими точками прямолинейны. Внутри линзы лучи искривляются, но так как линза тонка, то можно считать, что на протяжении линзы расстояние луча от оси не меняется и остается равным r_0 .

Действие линзы, следовательно, сводится к изменению направления луча. Интегрируя (5.14), получим:

$$[\sqrt{\Phi} r']_{z=z_2} - [\sqrt{\Phi} r']_{z=z_1} = -\int_{z_1}^{z_2} \frac{r\Phi''}{\sqrt{\Phi} \cdot 4} dz = -\frac{r_0}{4} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\Phi''}{\sqrt{\Phi}} dz.$$

Из рисунка, сохраняя принятое для оптических линз правило знаков, получим:

$$[r']_{z=z_1} = -\frac{r_0}{p}; \quad [r']_{z=z_2} = -\frac{r_0}{q}.$$

Следовательно,

$$\frac{\sqrt{\Phi(z_2)}}{q} - \frac{\sqrt{\Phi(z_1)}}{p} = \frac{1}{4} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\Phi''}{\sqrt{\Phi}} dz, \quad (5.15)$$

или принимая во внимание, что электроннооптический показатель преломления равен корню квадратному из потенциала (§ 1):

$$-\frac{n_{e1}}{p} + \frac{n_{e2}}{q} = \frac{1}{4} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\Phi''}{\sqrt{\Phi}} dz, \quad (5.16)$$

где n_{e1} и n_{e2} — показатели преломления среды слева и справа от линзы. Полагая в (5.15) $p = \text{inf}$ или $q = \text{inf}$, получим для обоих фокусных расстояний:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{f_2} &= \frac{1}{4\sqrt{\Phi(z_2)}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\Phi''}{\sqrt{\Phi}} dz = \frac{1}{4\sqrt{\Phi(z_2)}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Phi''}{\sqrt{\Phi}} dz, \\ \frac{1}{f_1} &= -\frac{1}{4\sqrt{\Phi(z_1)}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\Phi''}{\sqrt{\Phi}} dz = -\frac{1}{4\sqrt{\Phi(z_1)}} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\Phi''}{\sqrt{\Phi}} dz, \end{aligned} \right\} \quad (5.17)$$

так как можно пределы интеграла z_1 , и z_2 заменить на $-\infty$ и $+\infty$ ввиду того, что за пределами линзы $\Phi'' = 0$. В некоторых случаях такая замена удобна для вычислений.

Из (5.16) и (5.17) легко получить формулы, совпадающие с оптическими:

$$\frac{f_1}{p} + \frac{f_2}{q} = 1, \quad (5.18)$$

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_{e1}}{n_{e2}} = -\frac{\sqrt{\Phi(z_1)}}{\sqrt{\Phi(z_2)}}. \quad (5.19)$$

Если потенциал по обе стороны линзы один и тот же, то фокусные расстояния равны по величине:

$$-f_1 = f_2 = f;$$

формулам (5.17) можно придать иной вид, более удобный в некоторых случаях для расчетов. Для этого проинтегрируем по частям интеграл из формулы (5.17):

$$\frac{1}{f_{1,2}} = \mp \frac{1}{4\sqrt{\Phi(z_{1,2})}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\Phi''}{\sqrt{\Phi}} dz = \mp \frac{1}{4\sqrt{\Phi(z_{1,2})}} \left\{ \left[\frac{\Phi'}{\sqrt{\Phi}} \right]_{z_1}^{z_2} + \frac{1}{2} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\Phi'^2}{\Phi^{3/2}} dz \right\}. \quad (5.20)$$

Обозначения пределов и индексы в (5.20) понятны без объяснений. Если по обе стороны от линзы поля нет и $[\Phi'(z)]_{z \leq z_1} = [\Phi'(z)]_{z \geq z_2} = 0$, то (5.20) примет вид

$$\frac{1}{f_{1,2}} = \mp \frac{1}{8\sqrt{\Phi(z_{1,2})}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\Phi'^2}{\Phi^{3/2}} dx. \quad (5.21)$$

Формула (5.21) удобнее, чем формула (5.17), для вычислений, в которых используются экспериментальные данные относительно распределения потенциала, так как из опыта непосредственно получается $\Phi(z)$, а $\Phi'(z)$ и

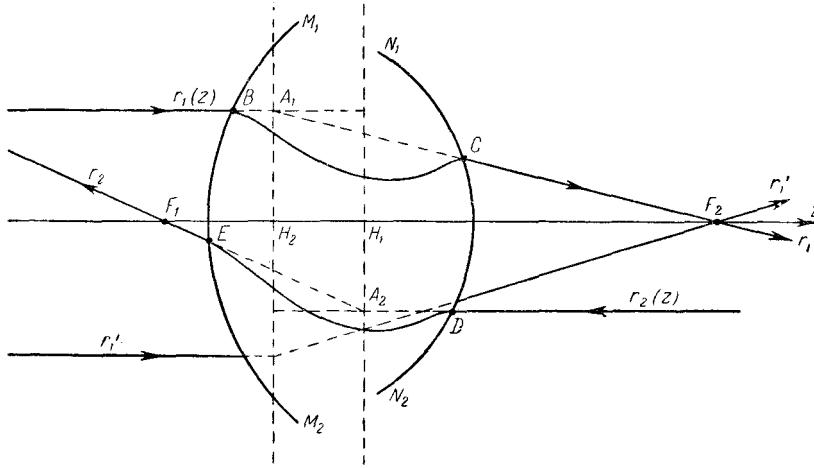


Рис. 31: Определение кардинальных точек электростатической линзы с помощью двух противоположно направленных.

$\Phi''(z)$ — из $\Phi(z)$ графическим дифференцированием. Ясно, что при этом значение $\Phi'(z)$ будет более точным, чем $\Phi(z)$.

Кроме того, из (5.21) видно, что все линзы, по обе стороны от которых поле отсутствует, обязательно собирающие. В самом деле, на всем протяжении линзы потенциал $\Phi > 0$, так как иначе электроны вообще не могли бы через нее проходить, и мы имели бы не линзу, а зеркало, и из (5.21) можно заключить, что $f_2 > 0$, а это значит, что линза собирающая.

5. Нахождение кардинальных точек толстых электростатических линз.

Если линзу нельзя считать тонкой, то для построения изображения нужно знать положение фокусов и главных точек. Для этого, как было показано, достаточно знать ход двух лучей вне линзы. Пусть электрическое поле линзы определено расчетом или измерено экспериментально (§ 4) и занимает пространство между поверхностями M_1M_2 и N_1N_2 (рис. 31), а луч r_1 , идущий слева направо параллельно оси, попадает на линзу в точку B . Известно, следовательно, в каком месте и с какой скоростью входят в поле линзы электроны луча r_1 . Ниже (§ 8) будут описаны методы, позволяющие с хорошей точностью находить траектории электронов в заданном электрическом поле. Применяя какой-либо из этих методов, можно найти точку выхода электронов из поля C и скорость их в момент выхода. Этим определяется направление луча после прохождения через линзу. Отсюда совершенно так же, как в оптике (рис. 29), определяется положение заднего фокуса F_2 и главной плоскости H_2 . Аналогично путем построения второго параллельного оси луча r_2 можно найти передний фокус F_1 и главную плоскость.

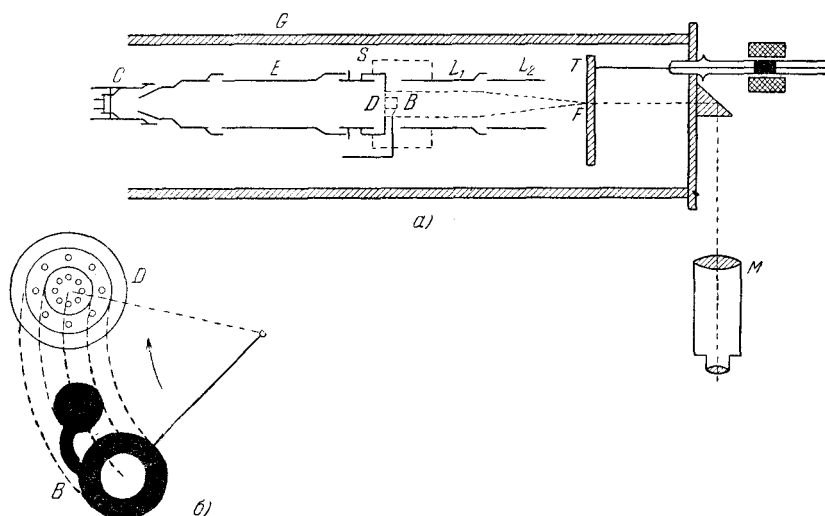


Рис. 32: Прибор для экспериментального исследования электронных линз. *a*—разрез прибора; *b*—устройство экрана *B*, позволяющего закрывать на диафрагме *D* отверстия, далеко отстоящие от оси, или отверстия, близкие к оси. Экран скреплен с куском железа, который можно передвигать с помощью соленоида.

Можно показать, что в электростатических линзах главные точки всегда переставлены [Л 1.4, гл. 5, Л 5.8, § 4.6].

Кардинальные точки линзы можно определить прямым опытом на приборе, устройство которого изображено на рис. 32. Электронная пушка *SE* дает широкий электронный пучок, параллельный оси прибора. Диафрагма, устроенная так, как показано на отдельном чертеже внизу рис. 32, выделяет из пучка отдельные электронные лучи. С помощью подвижного экрана *B* можно закрывать или близкие к оси отверстия диафрагмы, или отверстия, удаленные от оси. Прибор, таким образом, позволяет исследовать ход как параксиальных лучей, так и не параксиальных лучей. После преломления в линзе лучи попадают на покрытый люминофором экран *T*, который, не нарушая вакуума, можно перемещать взад и вперед. Легко видеть, что, фиксируя положения светлых пятен при двух положениях экрана, можно найти направление прошедших через линзу лучей. Для определения хода лучей, проходящих через линзу в обратном направлении, приходится в общем случае несимметричной линзы разобрать прибор и повернуть линзу на 180° . Это сильно осложняет эксперимент, и поэтому до сих пор этим методом были исследованы только немногие линзы.

6. Типы электронных электростатических линз.

Электростатические линзы входят в электровакуумные приборы в качестве их деталей, и тип линзы и ее конструкция выбираются в соответствии с ме-

стом применения. Внешний вид линз, форма электродов и их размеры в различных приборах весьма разнообразны, однако в отношении структуры электрического поля употребительные на практике линзы можно свести к четырем типам: линзы-диафрагмы, бипотенциальные линзы, одиночные линзы и электронные иммерсионные объективы, или прикатодные линзы. Из них в настоящем параграфе рассматриваются три первых типа. При изучении иммерсионного объектива — системы, в которую входит испускающий электроны катод, нельзя ограничиваться параксиальными электронами, и она поэтому рассматривается отдельно (§ 33, 36).

А. Линзы-диафрагмы. Линза-диафрагма образуется в отверстии металлического экрана, разделяющего две области пространства, в которых существуют однородные поля разной напряженности. В частном случае по одну сторону диафрагмы поле может быть равно нулю. Линзы диафрагмы часто образуются около входных и выходных отверстий в замкнутых камерах, встречающихся в электровакуумных приборах, а также в ячейках сеток электронных ламп, и сильно изменяют траектории электронов. Теоретическому расчету поддаются линзы-диафрагмы с круглым отверстием и осевой симметрией и цилиндрические линзы-диафрагмы с отверстием в виде щели.

Рассмотрим сперва диафрагму с круглым отверстием. Напряжение в центре отверстия по формуле (4.6) равно

$$\Phi(0) = U_d + \frac{r_0}{\pi}(E_1 - E_2). \quad (5.22)$$

В случае небольшого отверстия в центре его потенциал только немного отличается от потенциала диафрагмы U_d . То же самое будет и во всей линзе (т. е. в области, где $\Phi'' \neq 0$), которая в этом случае будет невелика, так что линзу можно считать тонкой и в формуле (5.17) под интегралом положить $\Phi = \text{const} = U_d$.

Из формулы (5.17)

$$\frac{1}{f_2} = \frac{1}{4\sqrt{\Phi(z_2)}} \int_{z_1}^{z_2} \frac{\Phi''}{\sqrt{\Phi}} dz = \frac{4}{4U_d} \int_{z_1}^{z_2} \Phi'' dz = \frac{\Phi'(z_2) - \Phi'(z_1)}{4U_d} = \frac{E_1 - E_2}{4U_d}. \quad (5.23)$$

Пусть области однородного поля по обе стороны диафрагмы получаются с помощью двух плоских пластин с потенциалами U_1 и U_2 и электроны идут слева направо (левая пластина — катод, рис. 33). Положим $U_1 = 0$; тогда должно быть $U_d \geq 0$ и $U_2 \geq 0$ для того, чтобы потенциал на оси (при сделанном предположении о малости отверстия в линзе) не был нигде отрицателен. Рассмотрим случай $|E_1| < |E_2|$ (рис. 33, а), на котором для простоты принято, что $d_1 = d_2 = d$, что, конечно, несущественно. Будем менять поля E_1 и E_2 , изменяя U_d . Пока $0 < U_d < \bar{U}$ (см. график внизу рис. 33, а), условие $|E_1| < |E_2|$ соблюдается. При $U_d = \bar{U}$ имеем $|E_1| = |E_2|$, $f_2 = \infty$, и фокусирующего действия нет. При $U_d < \bar{U}$ $|E_1| < |E_2|$, и так как $E_2 < 0$, то $f_2 > 0$, и линза собирающая. Ее оптическая сила очень быстро

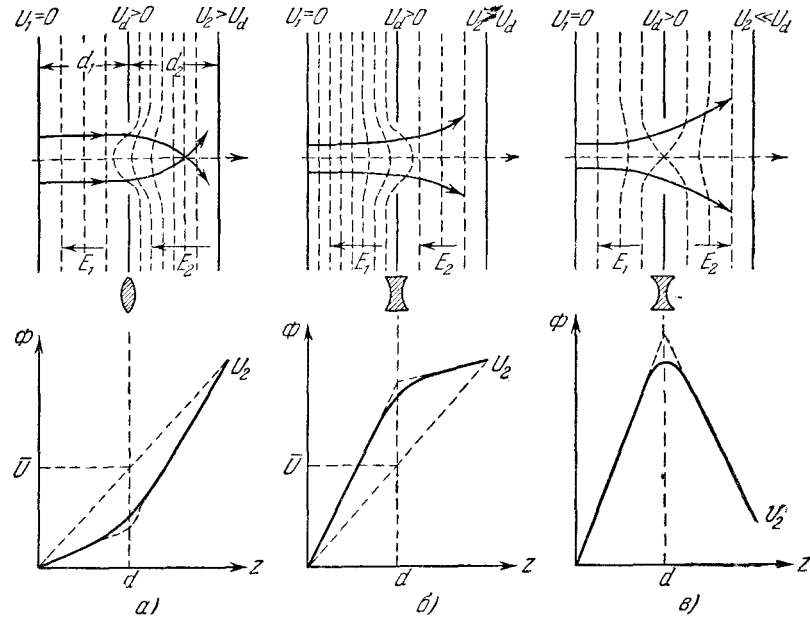


Рис. 33: Три случая преломления в линзе-диафрагме.

растет при уменьшении U_d , так что при малых значениях U_d фокус лежит почти у самого отверстия диафрагмы. Следует заметить, что формула (5.23) при небольших f_2 делается неприменимой, так как, во-первых, если f_2 по величине приближается к r_0 , то линзу уже нельзя считать тонкой, и, во-вторых, второй член в формуле (5.22) делается соизмеримым с U_d , так что потенциал на оси остается везде положительным, даже при небольших отрицательных U_d . На практике часто приходится встречаться со случаем, когда вблизи катода находится диафрагма (это часть прикатодной линзы), но обычно при этом желательно сразу же сильно ускорить электроны, для чего на диафрагму приходится подавать большое напряжение U_d . При этом $U_d > \bar{U}$ и $|E_1| > |E_2|$, и так как $E_1 < 0$, то $f_2 < 0$, и линза рассеивающая (рис. 33, б). Найдем ее оптическую силу при разных значениях U_d , опять положив $d_1 = d_2 = d$. При $U_d = U$, как было уже сказано, $f_2 \rightarrow \infty$. При $U_d = U_2$ имеем $E_2 = 0$; $E_1 = -U_d/d$ и $f_2 = -4d$. Если $U_d \gg U_2$, то $E_1 = -U_d/d$; $E_2 = \frac{U_d - U_2}{d} \approx U_d/d$.

В этом последнем случае поля с обеих сторон линзы почти одинаковы, но направлены в разные стороны. Эквипотенциальные линии будут иметь на оси вблизи центра отверстия точку самопересечения (рис. 33, в). Фокусное расстояние по формуле (5.23) равно $f_2 = -2d$.

Следовательно, наименьшее фокусное расстояние, которое можно получить для рассеивающей линзы-диафрагмы, равно $-2d$. Пучок электронных лучей после диафрагмы расходится, и обычно приходится ставить на его

пути еще одну собирающую линзу. Отметим, что линза-диафрагма — это единственная электронная линза без сеток, которая может быть как собирающей, так и рассеивающей. Все остальные электронные линзы собирающие.

Если в среднем электроде (рис. 33) вместо круглого отверстия прорезать узкую щель, то получается цилиндрическая линза-диафрагма. Характер электрического поля остается таким же, как у диафрагмы осевой симметрии, но оптическая сила при прочих равных условиях вдвое больше оптической силы линзы-диафрагмы с круглым отверстием, т. е. для цилиндрической линзы-диафрагмы

$$\frac{1}{f_2} = \frac{E_1 - E_2}{2U_d}. \quad (5.24)$$

Увеличение оптической силы связано с тем, что в случае щелевой диафрагмы кривизна эквипотенциальных поверхностей получается больше, чем у диафрагмы с круглым отверстием.

На графиках $\Phi(z)$ нет точек перегиба; это значит, что производная $\Phi''(z)$ на всем протяжении линзы сохраняет свой знак (плюс в случае рис. 33, а и минус в случае рис. 33, б). Следовательно, в первом случае поле на всем протяжении линзы оказывает на электронные лучи собирающее действие, а во втором и третьем случаях — рассеивающее. К такому же выводу можно прийти, проследив вдоль линзы направление силы, действующей на электрон. Если отвлечься от того обстоятельства, что в оптических линзах преломление происходит только на немногих преломляющих поверхностях, а в электронных линзах направление лучей меняется непрерывно, то оптическим аналогом линзы-диафрагмы будет либо собирающая (рис. 33, а), либо рассеивающая линза (рис. 33, б, в).

Если между двумя диафрагмами существует область однородного поля (рис. 34, а), то такую систему можно рассматривать как комбинацию двух отдельных диафрагм и находить оптическую силу системы линз по известной оптической формуле

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} + \frac{d}{f_1 f_2}. \quad (5.25)$$

Если поле по обе стороны от системы линз равно нулю, то фокусные расстояния обеих линз равны

$$f_1 = \frac{4U_1}{-E_2} = \frac{4U_1 d}{U_2 - U_1}; \quad f_2 = \frac{4U_2}{E_2} = -\frac{4U_2 d}{U_2 - U_1}$$

и оптическая сила системы

$$\frac{1}{f} = \frac{3}{16d} \frac{(U_2 - U_1)^2}{U_1 U_2}. \quad (5.26)$$

Формула (5.26) была экспериментально проверена Полотовским при небольших значениях U_2/U_1 и хорошо подтвердилась. Заметим, что система двух диафрагм, как видно из (5.26), всегда собирающая. Это верно и для какого угодно числа диафрагм.

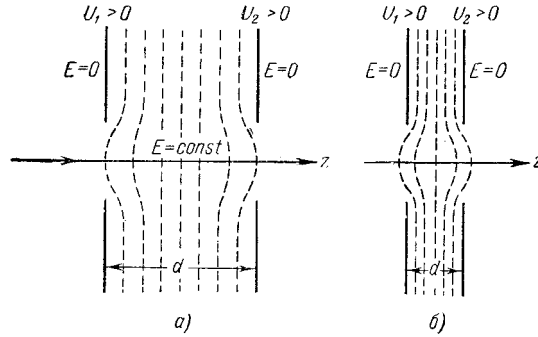


Рис. 34: *а*—комбинация двух линз диафрагм; *б*—бипотенциальная линза, составленная из двух диафрагм.

При расстояниях d , не слишком больших сравнительно с диаметром отверстия $2r_0$ (рис. 34, *б*), область однородного поля между диафрагмами исчезает и получается бипотенциальная линза, которую уже нельзя трактовать как систему из двух отдельных линз-диафрагм (см. п. Б).

Только отдельная линза-диафрагма может быть рассеивающей. Если электрод слева от диафрагмы (рис. 33) не является катодом, а источник электронов лежит вне однородного поля, то, чтобы пропустить его через диафрагму, нужно в левом электроде проделать отверстие. Но тогда мы получим либо систему двух линз-диафрагм, либо бипотенциальную линзу, т. е. систему всегда собирающую, как это было показано выше (п. 4). Следовательно, рассеивающей линзы в качестве элемента электроннооптической системы, за исключением того случая, когда она является частью прикатодной линзы, не существует.

Б. Бипотенциальные линзы. Наиболее распространенная конструкция бипотенциальной линзы — коаксиальные цилиндры. Для определения фокусных расстояний тонких бипотенциальных линз можно использовать формулы (5.17) и (5.21). При этом для потенциала $\Phi(z)$ можно воспользоваться формулами (4.7) — (4.9) или же экспериментальными результатами.

На рис. 35 даны разрезы по меридианной плоскости для двух форм бипотенциальных линз, особенно часто встречающихся в электронно-лучевых трубках. На том же рисунке показаны графики функций $\Phi(z)$, $\Phi'(z)$ и $\Phi''(z)$. Характер этих кривых остается неизменным для бипотенциальных линз любой формы, как это можно видеть из сравнения рис. 35, *а*, *б* и 34, *б*. Так как радиальная сила, действующая на электрон, равна

$$F_r = -eE_r = -\frac{er}{2}\Phi'',$$

то она направлена к оси там, где $\Phi'' > 0$. Это собирающая область линзы. Но Φ'' изменяет знак (рис. 35, *в*), так что оптическим аналогом бипотенциальной линзы является система из двух линз — более сильной собирающей

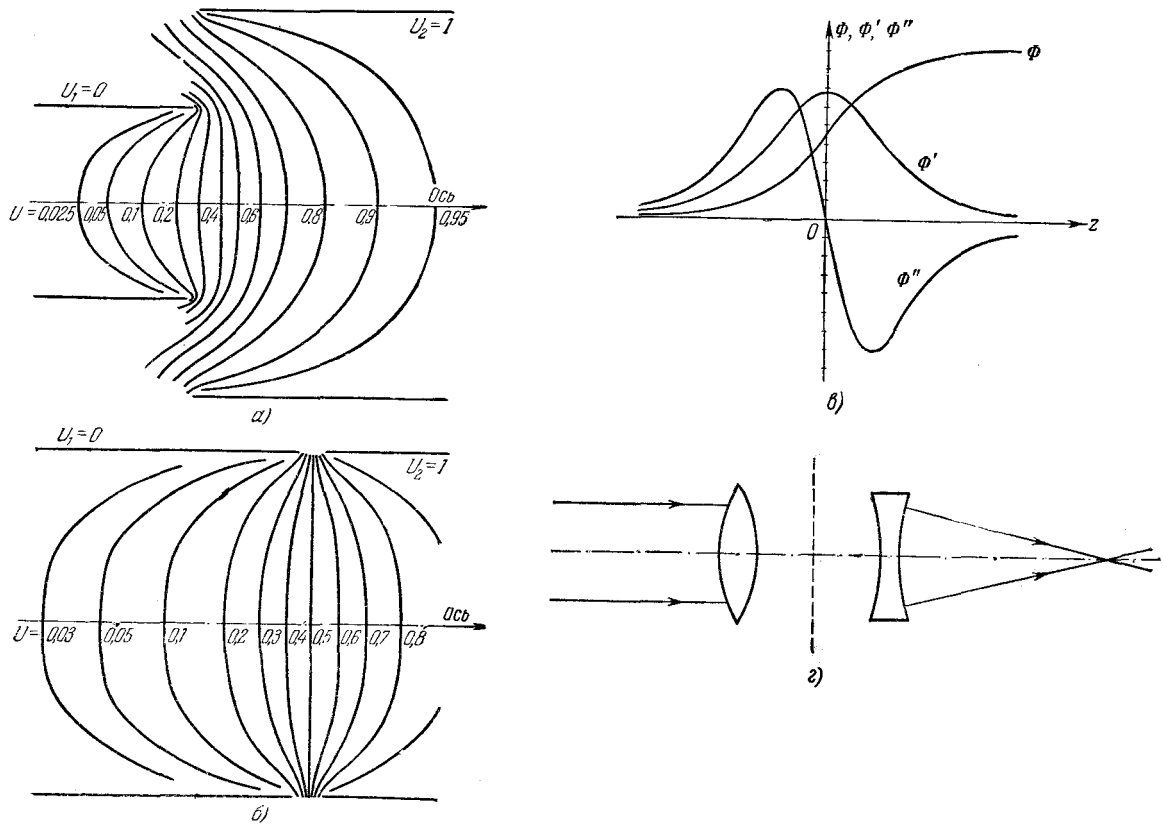


Рис. 35: Бипотенциальные линзы, составленные из двух коаксиальных цилиндров. а—поле в линзе из двух цилиндров разных радиусов; б—поле в линзе из двух одинаковых цилиндров; в—вид функций $\Phi(z)$, $\Phi'(z)$ и $\Phi''(z)$ для бипотенциальных линз; г—оптический аналог бипотенциальной линзы.

и более слабой рассеивающей (рис. 35, *з*). Показатель преломления по обе стороны линзы имеет значения $\sqrt{U_1}$ и $\sqrt{U_2}$.

Бипотенциальные линзы, составляющие неперенную часть электронных пушек (прожекторов) осциллографических и телевизионных трубок, были предметом тщательных исследований как на приборах, подобных изображенному на рис. 32, так и методом построения электронных траекторий. Многочисленные графики, построенные на основании этих исследований, можно найти в книге К. Шпангенберга [Л. 1, т. II, гл. XV].

Здесь мы ограничимся только примером линзы, образованной двумя цилиндрами с отношением диаметров $D_2/D_1 = 1,5$. Результаты измерений и теоретических расчетов показаны на рис. 36, причем за единицу длины принят диаметр первого цилиндра D_1 . Как видно, получаются совпадающие результаты.

Фокусные расстояния f_1 и f_2 отсчитываются от главных точек линзы H_1 и H_2 , положение которых в линзе зависит от напряжений U_1 и U_2 . Поэтому на рис. 36 даны также графики расстояний F_1 и F_2 между фокусами и точкой на оси, лежащей на плоскости соединения цилиндров M_1M_2 .

Изменяя отношение U_2/U_1 , можно добиться изменения f_1 и f_2 в значительных пределах, но при $U_2/U_1 > 8$ фокусное расстояние меняется уже незначительно и применять очень большие напряжения ($U_2 - U_1$) не имеет смысла. При часто встречающемся отношении $U_2/U_1 = 3 \div 4$ фокусное расстояние равно нескольким диаметрам и его трудно сделать очень малым. Меньшее f и, значит, большая оптическая сила получаются у одиночных линз.

В. Одиночные линзы. Одиночные линзы образуются полем трех аксиальносимметричных электродов, причем крайние электроды соединены вместе. По обе стороны от линзы $n = \sqrt{U}$ имеет одно и то же значение, как в оптике у простой стеклянной линзы. Этим объясняется название «одиночная линза». Линза имеет три области преломления, характер которых указан на рис. 37 для $U_{кр} > U_{ср}$ и для $U_{кр} < U_{ср}$. Чаще всего крайние электроды совершенно одинаковы и расположены симметрично по отношению к среднему электроду (симметричная одиночная линза), так как, повидимому, нельзя получить никаких преимуществ, делая линзу несимметричной. Одиночные линзы применяются в электростатических электронных микроскопах, так как с ними удается достигать очень малых фокусных расстояний. На практике большей частью электродами служат плоские или (как на рис. 37) профилированные диафрагмы.

Несимметрия в реальных конструкциях большей частью не распространяется на близкую к оси область линзы и вызывается побочными соображениями (например, удобствами монтажа или желанием повысить пробивное напряжение). Не существует строгих теоретических расчетов распределения потенциала вдоль оси одиночной линзы. В литературе [Л. А. 3] есть указания на возможность с достаточной точностью пользоваться формулой

$$\Phi(z) = \Phi_0 + Ae^{-bz^2}, \quad (5.27)$$

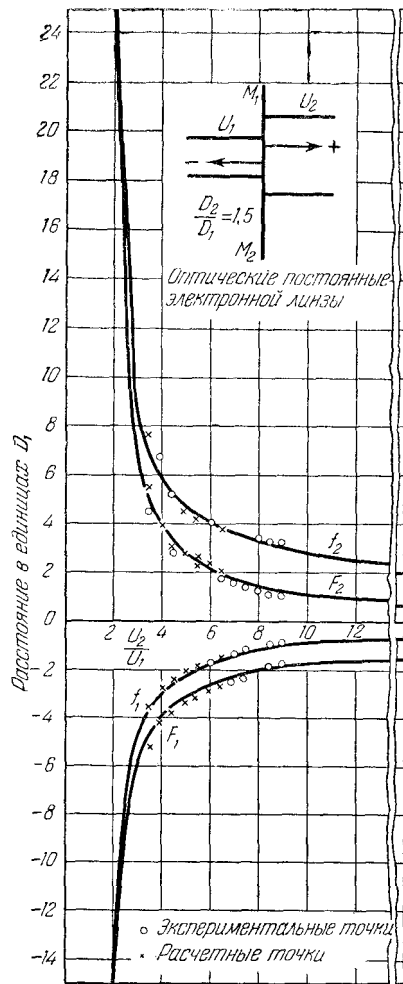


Рис. 36: Оптические характеристики бипотенциальной линзы, образованной двумя цилиндрами с отношением диаметров $D_2/D_1 = 1,5$. f_1 и f_2 —фокусные расстояния; F_1 и F_2 —расстояния от фокусов до плоскости M_1M_2 , проходящей через концы цилиндров.

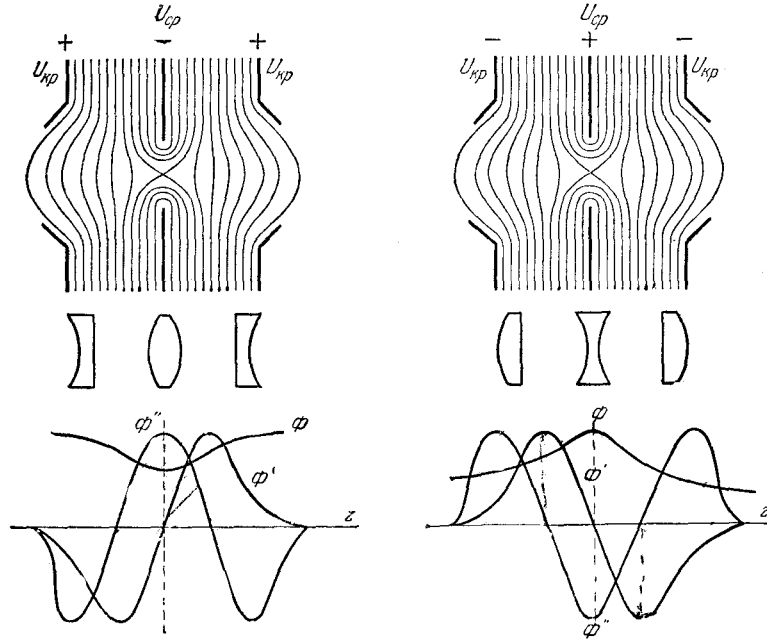


Рис. 37: Одиночные линзы: слева $U_{кр} > U_{ср}$; справа $U_{ср} > U_{кр}$. На рисунке представлены: сверху—экипотенциальные линии поля; в середине—оптический аналог линзы; внизу—вид функций $\Phi(z)$, $\Phi'(z)$, $\Phi''(z)$.

в которой коэффициенты Φ_0 , A , b подбираются эмпирически по результатам определения поля в электролитической ванне. Если линза тонкая, то ее фокусное расстояние можно найти по формуле (5.17) или лучше (5.21), находя интеграл приемами численного интегрирования по экспериментальным данным. Такие расчеты оказываются в хорошем согласии с опытными данными, полученными при исследовании линз, которое можно выполнить на приборе, подобном описанному выше.

На практике одиночные линзы используются чаще всего как объективные и проекционные линзы электронных микроскопов. Отсюда следует, что интересны в первую очередь короткофокусные линзы, имеющие $f = 2 \div 5$ мм, т. е. такие, которые ни при каких условиях нельзя считать тонкими.

Исследования одиночных линз большой оптической силы проводились как с помощью построения электронных траекторий, так и экспериментально. Остановимся кратко на некоторых результатах этих исследований для линзы, образованной полем трех плоских диафрагм.

На рис. 38 в зависимости от отношения напряжений $U_{ср}/U_{кр}$ нанесены оптическая сила $1/f$ и W — расстояние главного фокуса от ближайшей к нему крайней диафрагмы.

Для объективной линзы микроскопа эта величина существенна, так как

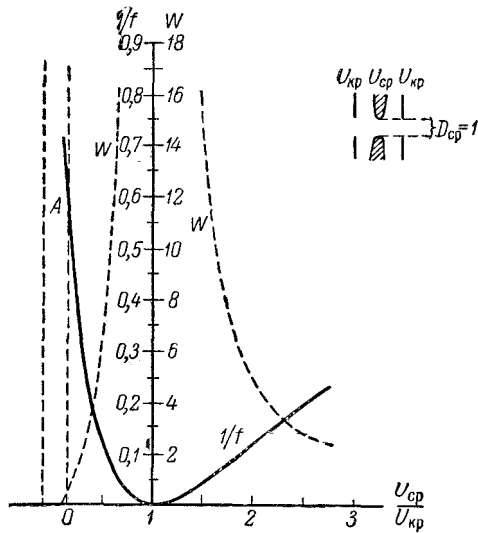


Рис. 38: Зависимость оптической силы $1/f$ и расстояния переднего фокуса от крайней диафрагмы W от $U_{ср}/U_{кр}$ для одиночной линзы. Единица длины—диаметр средней диафрагмы.

объект при больших увеличениях находится вблизи главного фокуса и W почти точно равно расстоянию между объектом и линзой. За единицу расстояния принят диаметр среднего отверстия. Рисунок показывает, что сильные линзы легче получить при $U_{ср} < U_{кр}$, например при $U_{ср} \approx U_{кр}$ (в небольших пределах можно сделать $U_{ср} < U_{кр}$). Схема питания для этого случая в упрощенном виде представлена на рис. 39, а. Электроны вне линзы, как это и требуется для электронных микроскопов, идут с большими скоростями и сильно замедляются вблизи среднего отверстия, чем и обуславливается большая преломляющая сила линзы. Можно еще упростить питание, сделав $U_{ср} = U_{кр}$. Тогда мы придем к схеме рис. 39, б, которая имеет два преимущества.

Во-первых, у линзы заземлены внешние электроды и она безопаснее в эксплуатации и, во-вторых, используется только одно напряжение, так что линзу в этой схеме можно назвать унипотенциальной. Унипотенциальная линза имеет постоянное фокусное расстояние, соответствующее точке A на рис. 36, не меняющееся при изменении потенциала крайних электродов $U_{кр}$, так как при любом значении $U_{кр}$ остается $U_{кр}/U_{ср} = \infty$. Физически это объясняется тем, что при изменении $U_{кр} = U_a$ одновременно и в одну сторону меняются преломляющая сила линзы и скорость электронов. Например, при увеличении $U_{кр} = U_a$ растет напряжение линзы $(U_{кр} - U_{ср}) = U_l$ преломляющая сила делается больше, но электроны проходят через линзу быстрее и остаются в преломляющем поле в течение меньшего времени, так что оба эффекта компенсируются. С практической точки зрения независи-

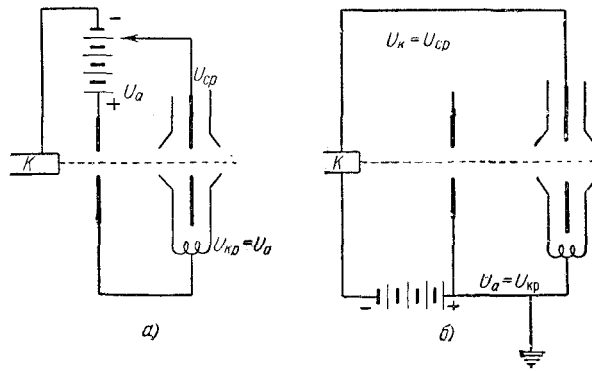
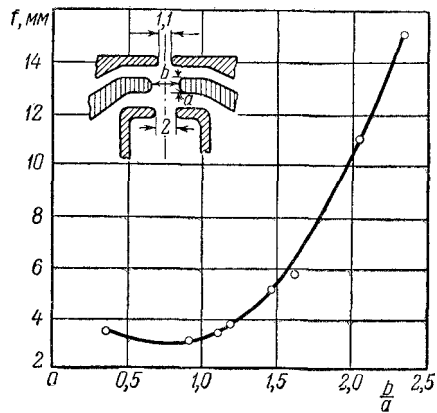


Рис. 39: Схемы питания одиночной линзы.

Рис. 40: Конструкция одиночной линзы электронного микроскопа и зависимость ее фокусного расстояния от параметра b/a .

мость фокусного расстояния от напряжения — большое преимущество, так как колебания напряжения источника питания почти не влияют на оптические свойства линзы. Но есть и неудобство: фокусировки нельзя достичь, меняя напряжение, и приходится для получения четкого изображения перемещать объект или линзу, как в световом микроскопе.

Помимо напряжения U_d большое значение имеют геометрические данные линзы. Диаметр внешних отверстий влияет относительно мало на преломляющую силу, но от него зависит, насколько поле линзы выходит за пределы электродов. Объект, внесенный в поле линзы, искажает его, поэтому выгодно отверстия крайних электродов делать небольшими.

Преломляющая сила линзы зависит в наибольшей степени от расстояния между электродами, диаметра среднего отверстия и толщины среднего электрода. На рис. 40 изображена в разрезе линза электростатического микроскопа ЭСМ — 50 (в ч. II, гл. 5 дано описание этого микроскопа), для которой зависимость фокусного расстояния от геометрических данных была измерена экспериментально. Легко понять, что оптические свойства линзы зависят практически только от размеров средней части линзы, где диафрагмы имеют плоскую форму. Форма периферийных частей диафрагм подчинена требованиям повышения пробивного напряжения и удобства изоляции и крепления электродов.

На рис. 40 приведена также зависимость f от отношения b/a . Как видно, при b/a порядка 0,5 — 1 получается $f \approx 3$ мм, но с линзой этой конструкции удавалось получать и $f \approx 1,5$ мм.

7. Электронные электростатические зеркала

Электронные зеркала применяются в электроннооптических приборах очень редко. В конструктивном отношении зеркало может ничем не отличаться от линзы, так как всякая линза, имеющая в каком-либо месте оси потенциал, меньший потенциала катода, будет поворачивать электроны обратно, превратившись тем самым в электронное зеркало.

Оптические свойства зеркала можно исследовать теми же способами, что и оптические свойства линз, т. е. экспериментально или с помощью построения электронных траекторий.

На рис. 41 приведены некоторые электронные траектории для зеркала, полученного из бипотенциальной линзы. В одном случае потенциалы электродов равны $+U_1$ и $U_2 = -U_1$, так что поверхность поворота $U = 0$ лежит как раз посередине между электродами. Параллельный пучок электронов после выхода из зеркала делается расходящимся, и мы имеем аналог выпуклого зеркала оптики. В другом случае $U_2 = \frac{1}{9}U_1$ и поверхность поворота лежит глубоко внутри зеркала. Зеркало настолько сильно собирает лучи, что точка пересечения параллельных лучей лежит в области поля зеркала. Меняя U_2 можно переместить фокус в любую точку на оси.

Как и в случае линз, аналогия с оптикой неполная. Электроны не отражаются от поверхности раздела, а проникают в глубь поля, постепенно замедляясь и возвращаясь назад, и явление скорее напоминает полное внут-

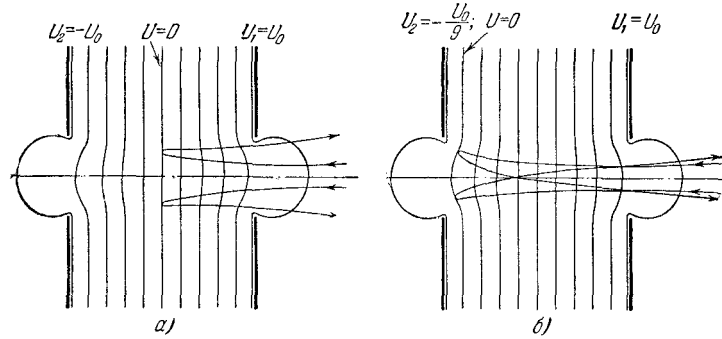


Рис. 41: Ход лучей в рассеивающем (а) и собирающем (б) электронных зеркалах.

реннее отражение, с которым мы уже сравнивали движение электрона по параболе в однородном поле (см. § 1,1). Рассмотренный там случай можно было бы назвать отражением в плоском зеркале.

§ 6. Магнитные и магнитно-электрические электронные линзы

1. Типы магнитных линз. Форма поля в магнитных линзах.

Описанная в § 2 длинная магнитная линза представляет собой просто однородное магнитное поле, параллельно которому направлена ось фокусируемого расходящегося пучка электронов. Длинная линза дает прямое изображение объекта, многократно повторяющееся на равных расстояниях, причем как объект, так и его изображение лежат внутри поля. Длинная магнитная линза мало похожа на оптические и электростатические электронные линзы: она не преломляет лучей, параллельных полю, и, значит, не имеет ни фокусов, ни главных точек и не может давать ни увеличенного, ни уменьшенного изображения.

Обширное применение имеют магнитные линзы, образованные неоднородным аксиальносимметричным полем. На рис. 42 даны меридианные сечения некоторых магнитных линз этого класса и форма силовых линий в меридианной плоскости.

Простейшая, но очень слабая магнитная линза — это кольцевой ток. Напряженность поля на оси кольцевого тока радиуса R , как можно очень просто показать, исходя из закона Био-Савара, выражается формулой

$$H_0(z) = \frac{2\pi R^2 I}{c(z^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{H_m}{\left\{1 + \left(\frac{z}{R}\right)^2\right\}^{\frac{3}{2}}}, \quad (6.1)$$

§ 6.. МАГНИТНЫЕ И МАГНИТНО-ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ ЛИНЗЫ

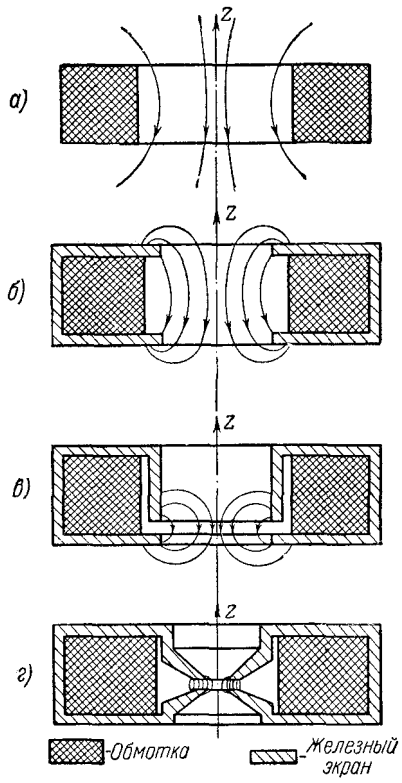


Рис. 42: Конструкции магнитных линз.

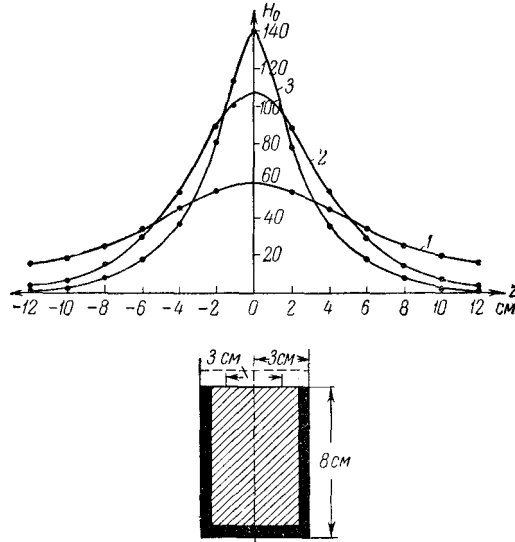


Рис. 43: Кривые распределения магнитного поля вдоль оси неэкранированной (кривая 1) и экранированных магнитных линз (кривые 2 и 3). H_0 —в относительных единицах.

где $H_m = \frac{2\pi I}{cR}$ — напряженность поля в центре кольцевого тока, т.е. там, где она имеет максимальное значение, и z — расстояние от плоскости тока. Поле на оси короткой катушки без железа, если ее внутренний радиус много больше толщины оболочки, приближенно можно вычислить по той же формуле (6.1), полагая в ней $H_m = \frac{2\pi w I}{cR}$, где w — число витков катушки, а R — средний ее радиус.

Как будет показано ниже, для увеличения оптической силы линзы нужно увеличивать H_m и сжимать поле в осевом направлении. Это достигается с помощью оболочки из ферромагнетика — магнитного экрана (рис. 42, б и в), часто снабженного кольцевыми полюсными наконечниками (рис. 42, г). Рис. 43 на частном примере показывает, как влияет экранирование на распределение поля вдоль оси. Все три кривые измерены для одной и той же катушки и при одном и том же токе, но кривая 1 снята для неэкранированной катушки, экран катушки в случае кривой 2 совершенно открыт с внутренней стороны (как на рис. 43, б) и в случае кривой 3 в экране оставлена только кольцевая щель шириной 3 см, как на линзе (рис. 42, в).

Площадь всех трех кривых одинакова, так как $\oint H ds = 2\pi w I = \int_{-\infty}^{+\infty} H_0 dz$ остается постоянным при каком угодно экране. Концентрация поля около середины щели видна вполне отчетливо.

Напряженность поля экранированных катушек без полюсных наконечников может достигать нескольких тысяч эрстед. Применяя наконечники

§ 6. МАГНИТНЫЕ И МАГНИТНО-ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ ЛИНЗЫ 79

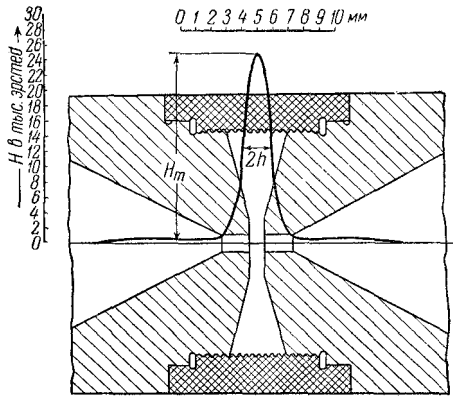


Рис. 44: Полюсные наконечники и кривая распределения поля вдоль оси линзы магнитного электронного микроскопа.

и изготавливая их и экран из материала с большой индукцией насыщения (железо «армко» с $B_{\text{нас}} = 20\,000$ гс или «пермендюр» с $B_{\text{нас}} = 24\,000$ гс), можно довести H_m до 25 000 э. На рис. 44, например, даны сечение полюсных башмаков проекционной линзы электронного микроскопа и кривая распределения поля вдоль ее оси для 4000 ампер-витков. Поле настолько сконцентрировано, что уже на расстоянии примерно 1 мм от середины линзы напряженность поля уменьшается вдвое, а на расстоянии 3 мм делается совсем малой.

Рассчитать теоретически магнитное поле экранированной катушки не удастся вследствие сложности формы наконечников и непостоянства магнитной проницаемости материала экрана, зависящей от намагничивающего поля. Однако существуют хорошо согласные с опытом и очень полезные эмпирические формулы для поля на оси $H_0(z)$. Именно, для магнитного ненасыщенного материала

$$H_0(z) = H_m e^{-\frac{z^2}{b^2}}; \quad b = 1, 2a, \quad (6.2)$$

а для насыщенного (и близкого к насыщению)

$$H_0(z) = H_m \frac{1}{1 + \left(\frac{z}{a}\right)^2}. \quad (6.3)$$

Значение константы H_m прежнее, это напряженность поля в центре линзы; константа a равна полуширине кривой $H_0(z)$ в том месте, где H_0 уменьшается до $H_m/2$.

Таким образом, в каждую из формул (6.2) и (6.3) входят всего по два параметра, легко определяемых экспериментально.

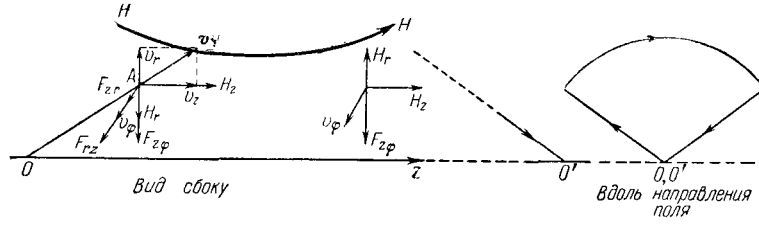


Рис. 45: К механизму фокусировки в магнитной линзе.

2. Механизм фокусировки в магнитной линзе.

Разберем механизм воздействия поля на движение электронов. Из картины силовых линий видно, что на значительной части поля линзы радиальная составляющая поля H_r и продольная H_z — величины одного порядка. Пусть электрон, вышедший из точки O на ось z в точку A , имеет скорость $v(v_z, v_r)$ (рис. 45). Силу, действующую на электрон, можно представить как сумму двух сил: F_{rz} — силы, действующей со стороны радиальной слагающей поля H_r на электрон, имеющий скорость v_z , и F_{zr} — силы действия продольной составляющей H_z на электрон, имеющий скорость v_r . Направление обеих сил одинаково, но вследствие параксиальности электронных лучей $v_z \gg v_r$ и

$$F_{zr} = -\frac{e_0}{c}v_r H_z \ll F_{rz} = -\frac{e_0}{c}v_z H_r.$$

Под действием силы F_{rz} электрон получает скорость v_φ перпендикулярную к меридианной плоскости. Действие продольной составляющей поля H_z на электрон, имеющий скорость v_φ , дает «фокусирующую» силу $F_{z\varphi}$ направленную в сторону оси. Вплоть до середины линзы направление силы F_{rz} не меняется и скорость v_φ растет. Во второй половине линзы H_r и вместе с ней F_{rz} меняют направление. Скорость v_φ начинает убывать и к моменту выхода из линзы обращается в нуль, нигде не меняя своего знака. Электрон выходит из линзы в другой меридианной плоскости по измененному направлению и дальше, двигаясь прямолинейно, пересекает ось в точке O' . Проекция траектории на плоскость, перпендикулярную к оси, будет иметь вид, показанный на рис. 45 справа. Если поле линзы слабо, то, конечно, может оказаться, что лучи и после выхода из линзы останутся расходящимися — в этом случае ось пересекут продолжения лучей (что соответствует мнимому изображению точки O). С другой стороны, при сильном поле электрон внутри линзы успеет несколько раз пересечь ось.

3. Уравнение электронных лучей в общем случае магнитноэлектрических линз.

Основываясь на описанном выше механизме действия магнитного поля, нетрудно было бы получить уравнения движения электрона. Но мы выведем эти уравнения и уравнение электронных лучей для более общего случая

§ 6. МАГНИТНЫЕ И МАГНИТНО-ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ ЛИНЗЫ 81

магнитно-электрической линзы, т. е. для налагающихся аксиальносимметричных магнитного и электрического полей.

Для аксиальносимметричного магнитного поля в цилиндрических координатах z, r, φ можно написать:

$$A_\varphi(z, r) = \frac{r}{2}H_0(z) - \frac{r^3}{2^2 \cdot 4}H_0''(z) + \frac{r^5}{2^4 \cdot 4 \cdot 6}H_0^{(IV)}(z) - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n H_0^{(2n)}(z)}{n!(n+1)!} \left(\frac{r}{2}\right)^{2n+1}, \quad (6.4)$$

$$H_z(z, r) = H_0(z) - \left(\frac{r}{2}\right)^2 H_0''(z) + \frac{1}{4} \left(\frac{r}{2}\right)^4 H_0^{(IV)}(z) - \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n H_0^{(2n)}(z)}{[n!]^2} \left(\frac{r}{2}\right)^{2n}, \quad (6.5)$$

$$H_r(z, r) = -\frac{r}{2}H_0'(z) + \frac{r^3}{2^2 \cdot 4}H_0'''(z) - \frac{r^5}{2^4 \cdot 4 \cdot 6}H_0^{(textV)}(z) + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{r}{2}\right)^{2n+1}, \quad (6.6)$$

причем

$$\left. \begin{aligned} H_r &= -\frac{\partial A_{varphi}}{\partial z}, \\ H_z &= \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}, \\ H_\varphi &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (6.7)$$

где H_z, H_r — слагающие напряженности магнитного поля и A_{varphi} — слагающая вектор-потенциала по соответствующим направлениям (см. приложение, § 1).

Учитывая только члены 1-го порядка по отношению к r , получим:

$$\left. \begin{aligned} H_z &= H_0(z), \\ H_r &= \frac{r}{2}H_0'(z), \\ A_\varphi &= \frac{r}{2}H_0(z). \end{aligned} \right\} \quad (6.8)$$

Таким образом, аксиальносимметричное магнитное поле вблизи оси симметрии вполне определяется распределением напряженности поля $H_0(z)$ на самой оси (ср. с электростатическим аксиальносимметричным полем). Из третьей формулы (6.8) можно найти вектор-потенциал A_φ , для прямого измерения которого (в отличие от электростатического потенциала) метода не существует.

Перейдем теперь к выводу уравнения траекторий электронов в магнитно-электрической аксиальносимметричной линзе. Сила, действующая на электрон:

$$\mathbf{F} = -e \left(\mathbf{E} + \frac{1}{c} [\mathbf{v}\mathbf{H}] \right).$$

Компоненты скорости в цилиндрических координатах равны $\frac{dz}{dt}$, $\frac{dr}{dt}$ и $r \frac{d\varphi}{dt}$.

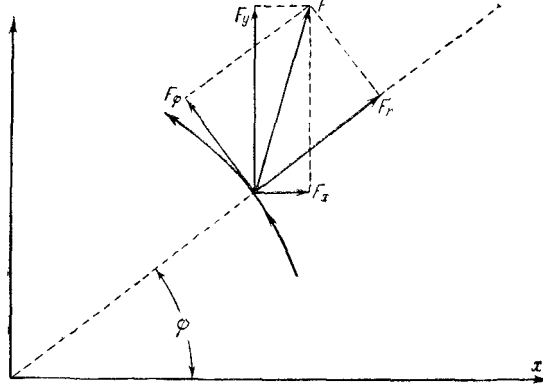


Рис. 46:

Следовательно, слагающие магнитной силы равны:

$$\left. \begin{aligned} (F_H)_z &= \frac{e}{c}(-\dot{r}H_\varphi + r\dot{\varphi}H_r), \\ (F_H)_r &= \frac{e}{c}(-r\dot{\varphi}H_z + \dot{z}H_\varphi), \\ (F_H)_\varphi &= \frac{e}{c}(-\dot{z}H_r + \dot{r}H_z). \end{aligned} \right\} \quad (6.9)$$

Слагающие электрической силы \mathbf{F}_E равны $-e\frac{\partial U}{\partial z}$, $-e\frac{\partial U}{\partial r}$, $-e\frac{\partial U}{\partial \varphi}$. Принимая во внимание осевую симметрию обоих полей, т. е. подставляя H_r , H_z и H_φ из формулы (6.7) и полагая $\partial U/\partial \varphi = 0$, получим Компоненты силы, действующей на электрон, в виде

$$\left. \begin{aligned} F_z &= e \left\{ \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{1}{c} r \dot{\varphi} \frac{\partial A_{\varphi}}{\partial z} \right\}, \\ F_r &= e \left\{ \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{1}{c} \dot{\varphi} \frac{\partial (r A_{\varphi})}{\partial z} \right\}, \\ F_\varphi &= \frac{e}{c} \left\{ \dot{z} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} + \frac{\dot{r}}{r} \frac{\partial (r A_\varphi)}{\partial z} \right\} = \frac{e}{rc} \frac{d(r A_\varphi)}{dt}. \end{aligned} \right\} \quad (6.10)$$

Из второго закона динамики компоненты силы в прямоугольных координатах

$$F_x = m\ddot{x}, \quad F_y = m\ddot{y}, \quad F_z = m\ddot{z},$$

а в цилиндрических координатах (рис. 46) компоненты F_z и F_φ равны:

$$\left. \begin{aligned} F_r &= F_x \cos \varphi + F_y \sin \varphi = m\ddot{x} \cos \varphi + m\ddot{y} \sin \varphi, \\ F_\varphi &= -F_x \sin \varphi + F_y \cos \varphi = -m\ddot{x} \sin \varphi + m\ddot{y} \cos \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (6.11)$$

Дифференцируя два раза:

$$x = r \cos \varphi, \quad y = r \sin \varphi,$$

§ 6.. МАГНИТНЫЕ И МАГНИТНО-ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЭЛЕКТРОННЫЕ ЛИНЗЫ 83

находим \ddot{x} и \ddot{y} и, вставляя полученные выражения в (6.11), получим после алгебраических преобразований:

$$\left. \begin{aligned} F_r &= m(\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2), \\ F_\varphi &= m(2\dot{r}\dot{\varphi} + r\ddot{\varphi}) = \frac{m}{r} \frac{d}{dt}(r^2\dot{\varphi}), \\ F_z &= m\ddot{z}. \end{aligned} \right\} \quad (6.12)$$

Сравнивая (6.10) и (6.12), получаем уравнения движения электрона в аксиальносимметричной магнитно-электрической линзе:

$$\left. \begin{aligned} \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 &= \eta \left\{ \frac{\partial U}{\partial r} - \frac{\dot{\varphi}}{c} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r} \right\}, \\ \frac{d(r^2\dot{\varphi})}{dt} &= \frac{\eta}{c} \frac{d(rA_\varphi)}{dt}, \\ \ddot{z} &= \eta \left\{ \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{r}{c} \dot{\varphi} \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (6.13)$$

Во втором из этих уравнений справа и слева стоят полные производные. Интегрируя его, получим:

$$r^2\dot{\varphi} = \frac{\eta}{c} r A_\varphi + C. \quad (6.14)$$

Постоянная интегрирования C определяется из начальных условий:

$$C = r_a^2 \dot{\varphi}_a - \frac{\eta}{c} r_a (A_\varphi)_a, \quad (6.15)$$

где значения r_a , $\dot{\varphi}_a$, $(A_\varphi)_a$ относятся к начальной точке (например, источнику электронов). Примем, что начальная точка лежит вне магнитного поля и что начальная скорость электрона лежит в меридианной плоскости, т. е. что

$$(A_\varphi)_a = 0,$$

$$\dot{\varphi}_a = 0.$$

Тогда $C = 0$ и

$$\dot{\varphi} = \frac{\eta}{c} \frac{A_\varphi}{r} = \frac{\eta}{2c} H_0(z). \quad (6.16)$$

Этим уравнением определяется скорость вращения электрона вокруг оси. После несложных преобразований первое и второе уравнения (6.13) примут вид

$$\left. \begin{aligned} \ddot{r} &= \eta \frac{\partial}{\partial r} \left[U - \frac{\eta}{2c^2} A_\varphi^2 \right], \\ \ddot{z} &= \eta \frac{\partial}{\partial z} \left[U - \frac{\eta}{2c^2} A_\varphi^2 \right]. \end{aligned} \right\} \quad (6.17)$$

Подставляя сюда значения $\frac{\partial U}{\partial r}$, $\frac{\partial U}{\partial z}$ и A_{varphi} из формул (4.2), (4.3) и (6.4) и сохраняя только члены нулевой и первой степени относительно r , получим для параксиальных лучей уравнения движения в виде

$$\left. \begin{aligned} \ddot{r} &= -\frac{\eta r}{2} \left(\Phi'' + \frac{\eta}{2c^2} H_0^2 \right), \\ \ddot{z} &= -\eta \Phi'. \end{aligned} \right\} \quad (6.18)$$

Если из уравнений (6.18) исключить время, используя соотношения:

$$r' = \frac{\dot{r}}{\dot{z}}, \quad r'' = \frac{\ddot{r}\dot{z} - \dot{r}\ddot{z}}{\dot{z}^3}, \quad \dot{z}^2 = 2\eta\Phi,$$

то мы получим уравнение электронных лучей в виде

$$r'' + \frac{\Phi'}{2\Phi} r' + \frac{r}{4\Phi} \left\{ \Phi'' + \frac{\eta}{2c^2} H_0^2 \right\} = 0. \quad (6.19)$$

Уравнение (6.19) при $H_0 = 0$ переходит в уравнение (5.7), а при $\Phi' = \Phi'' = 0$ и $\Phi = \text{const} = U_0$ (U_0 — потенциал пространства, занятого полем линзы) для чисто магнитной линзы дает

$$r'' + \frac{\eta}{8c^2 U_0} H_0^2 r = 0. \quad (6.20)$$

Уравнения (6.19) и (6.20) являются уравнениями траекторий электронных лучей, отнесенными к координатам, вращающимся с угловой скоростью $\dot{\varphi}$ вместе с электронами. Они линейны относительно r , r' и r'' и отличаются от ранее исследованного уравнения (5.7) только значением коэффициента при r . Поэтому данное в § 5 доказательство существования неискаженного изображения в параксиальных лучах может быть полностью повторено. Но однородность по отношению к электростатическому потенциалу Φ и его производным не сохранилась, так что пропорциональное изменение потенциалов электродов изменяет траектории электронов. Если объект лежит в магнитном поле и $\dot{\varphi}_a \neq 0$, то формула (6.16) становится неприменимой, однако можно доказать, что параксиальные лучи дают неискаженное изображение. На практике объект часто оказывается лежащим в магнитном поле линзы и это не вносит никаких осложнений, так как, в отличие от электрических полей, магнитное поле не искажается присутствием в поле неферромагнитного тела.

Уравнения (6.16) и (6.17) показывают, что движение электронов через аксиальносимметричное комбинированное электрическое и магнитное поле можно рассматривать как состоящее из двух слагающих: движения в меридианной плоскости, описываемого уравнениями (6.17), и вращения в экваториальной плоскости с угловой скоростью, определяемой уравнением (6.16). Основной интерес для теории магнитно-электрических линз имеет движение в меридианной плоскости, так как вращательное движение приводит только к повороту изображения, что обычно не имеет значения.

Движение во вращающейся меридианной плоскости, как видно из уравнений (6.17), совпадает с движением в электростатическом поле, имеющем потенциал

$$U_{E,H} = U - \frac{\eta}{2c^2} A_\varphi^2 = U - \frac{\eta}{8c^2} r^2 H_0^2.$$

Следовательно, для этой слагающей движения можно ввести показатель преломления n_Q , пропорциональный $\sqrt{U_{E,H}}$, и использовать для изучения движения в комбинированном поле методы геометрической электронной оптики как для движения в электростатическом поле.

4. Тонкие (короткие) магнитные линзы.

В дальнейшем мы будем заниматься только чисто магнитными линзами. Пусть поле линзы отмечено от нуля между плоскостями z_1 и z_2 , а объект и изображение находятся вне поля в точках S и S' . Рассмотрим опять сначала случай «тонкой» линзы, т. е. будем считать, что расстояния p и q много больше толщины линзы и что внутри линзы радиальное смещение электрона мало меняется (см. рис. 30).

Из уравнения (6.20), интегрируя его в пределах поля линзы от z_1 до z_2 , получим:

$$-\left[\frac{dr}{dz}\right]_{z_1}^{z_2} = \frac{\eta}{8c^2 U_0} \int_{z_1}^{z_2} r H_0^2 dz.$$

Между z_1 и z_2 , по предположению, $r = r_0$, и так как

$$\left[\frac{dr}{dz}\right]_{z_2} = -\frac{r_0}{q}, \quad \left[\frac{dr}{dz}\right]_{z_1} = -\frac{r_0}{p}$$

то после сокращения на r_0 получим:

$$-\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{\eta}{8c^2 U_0} \int_{z_1}^{z_2} H_0^2 dz.$$

Пределы интегрирования z_1 и z_2 можно заменить через $-\infty$ и $+\infty$, так как вне линзы поля нет. Оба фокусных расстояния линзы здесь одинаковы.

Обозначая $f_2 = -f_1$ через f , можно формулу тонкой линзы записать в виде

$$-\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f} = \frac{\eta}{8c^2 U_0} \int_{z_1}^{z_2} H_0^2 dz. \quad (6.21)$$

Угловая скорость электрона $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt} = \frac{\eta}{2c} H_0$. Исключая время с помощью соотношения, справедливого для параксиальных электронов:

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\varphi}{dz} \frac{dz}{dt} = \frac{d\varphi}{dz} \sqrt{2\eta U_0},$$

получим:

$$\left. \begin{aligned} d\varphi &= \sqrt{\frac{\eta}{8U_0c^2}} H_0 dz, \\ \varphi &= \sqrt{\frac{\eta}{8U_0c^2}} \int_{z_1}^{z_2} H_0(z) dz = \sqrt{\frac{\eta}{8U_0c^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} H_0(z) dz. \end{aligned} \right\} \quad (6.22)$$

Ввиду того что φ не зависит ни от r , ни от r' , угол поворота будет одинаков для всех точек объекта и все изображение поворачивается как одно целое.

Выражая H_0 в эрстедах, а U_0 — в вольтах, формулы (6.21) и (6.22) можно записать в виде

$$\frac{1}{f} = \frac{0,022}{U_0} \int_{z_1}^{z_2} H_0^2 dz \left[\frac{1}{\text{см}} \right], \quad (6.23)$$

$$\varphi = \frac{0,15}{\sqrt{U_0}} \int_{z_1}^{z_2} H_0 dz [\text{рад}]. \quad (6.24)$$

Из выражения (6.21) можно сделать еще некоторые выводы. Так как оптическая сила линзы пропорциональна удельному заряду $\eta = \frac{e}{m}$, то для ионов она всегда мала, и магнитная линза малоэффективна в ионной оптике. Из той же формулы линзы можно увидеть, какое значение имеет экранирование. Вернемся опять к кривым рис. 43 и разберем, как меняются при переходе от одной кривой к другой поворот изображения и оптическая сила линзы, в частности, найдем, когда оптическая сила наибольшая. Так как $\int_{-\infty}^{+\infty} H_0 dz$ остается постоянным, то поворот изображения

не меняется. Но оптическая сила пропорциональна $\int_{-\infty}^{+\infty} H_0^2 dz$, и стоящую

перед нами математическую задачу можно сформулировать следующим образом: при каких условиях будет иметь максимальное значение сумма $\sum_{k=1}^n x_k^2 = x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2$, если сумма $\sum_{k=1}^n x_k = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ остается постоянной? Известно, что $\sum_{k=1}^n x_k^2$ будет иметь максимальную величину, если одно из слагаемых, например $x_m = \sum_{k=1}^n x_k$, а прочие слагаемые $x_1 = x_2 = \dots = x_{m-1} = x_{m+1} = \dots = x_n = 0$. С другой стороны, $\sum_{k=1}^n x_k^2$ принимает минимальное значение, если $x_1 = x_2 = \dots = x_n$, т. е. если все члены суммы равны между собой. Усиление неодинаковости членов суммы $\sum_{k=1}^n x_k$ ведет, следовательно, к увеличению суммы квадратов

$\sum_{k=1}^n x_k^2$. Возвращаясь к интегралам $\int_{-\infty}^{+\infty} H_0 dz$ и $\int_{-\infty}^{+\infty} H_0^2 dz$, можно за-

ключить, что если $\int_{-\infty}^{+\infty} H_0 dz$ остается постоянным, то $\int_{-\infty}^{+\infty} H_0^2 dz$, а значит

и $\frac{1}{f}$ будет тем больше, чем сильнее сжато поле в осевом направлении и чем больше H_m . Существенно, что при этом и aberrации линзы уменьшаются.

По формуле (6.21) можно рассчитывать фокусное расстояние тонких линз, используя формулы (6.1) — (6.3). Возьмем, например, незранированную линзу. Тогда

$$H_0(z) = \frac{2\pi R^2 wI}{(R^2 + z^2)^{3/2}}.$$

Подставляя $H_0(z)$ в формулу (6.21), после интегрирования от $-\infty$ до $+\infty$ получим:

$$\frac{1}{f} = \frac{3\pi^3 \eta}{16c^2 U_0 R} (wI)^2, \quad (6.25)$$

или, выразив U_0 в вольтах, (wI) — в ампер-витках и R, f — в сантиметрах:

$$(wI) = 9,84 \sqrt{\frac{U_0 R}{f}};$$

$$f = 96,8 \frac{U_0 R}{(wI)^2}.$$

Эту формулу применяют к экранированным линзам, вводя поправочный коэффициент g , и пишут ее в виде

$$f = 96,8g \frac{U_0 R}{(wI)^2} [\text{см}].$$

Собственно говоря, уже для незранированных катушек, длина которых не мала по сравнению с радиусом, величина g немного (на несколько сотых) больше единицы. Для экранированных катушек g оказывается непостоянным. Для грубой оценки фокусного расстояния часто можно принять $g = 1,1$ [Л. 1.9, стр. 49—50].

Если железо экрана близко к насыщению, как это большей частью бывает на практике, то распределение поля вдоль оси выражается формулой (6.3) и оптическая сила тонкой линзы равна

$$\frac{1}{f} = \frac{\eta H_m^2}{8c^2 U_0} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dz}{(1 + \frac{z^2}{a^2})^2} = \frac{\pi K^2}{2a}, \quad (6.27)$$

где

$$K^2 = \frac{\eta H_m^2 a^2}{8c^2 U_0}.$$

5. Сильные магнитные линзы.

Формулы, выведенные для тонких магнитных линз, показывают, что нет принципиальных препятствий для изготовления очень короткофокусной

линзы и вместе с тем подходящей под определение тонкой линзы: для этого нужно получить сильное магнитное поле и настолько сжатое в осевом направлении, чтобы толщина линзы оказалась малой по сравнению с фокусным расстоянием, т. е. нужно получить большее значение K^2 при малом a за счет множителя H_m^2 . Следовательно, при f порядка 2—3 мм нужно, чтобы толщина линзы не превосходила нескольких десятых миллиметра. Практически этого не удастся достичь, и в электронной микроскопии, где главным образом находят себе применение сильные магнитные линзы, приходится пользоваться толстыми линзами, фокусное расстояние которых одного порядка с их толщиной. Расчет толстых линз гораздо сложнее, чем коротких, и во многих отношениях теория толстых линз неполна. Ниже мы коротко остановимся на некоторых свойствах короткофокусных толстых линз.

Воспользовавшись формулой (3.6), можно уравнение параксиальных лучей привести к виду

$$r'' + r \frac{\eta}{8U_0 c^2} \frac{H_m^2}{\left[1 + \frac{z^2}{a^2}\right]^2} = 0. \quad (6.28)$$

Это уравнение подстановкой

$$y = \frac{r}{a}; \quad x = \frac{z}{a}; \quad K^2 = \frac{\eta H_m^2 a^2}{8c^2 U_0}$$

приводится к безразмерному виду

$$y'' = \frac{-K^2 y}{(1 + x^2)^2}. \quad (6.29)$$

Не останавливаясь на методе решения уравнения (6.29), приведем только результат в переменных r и z :

$$r = a \sqrt{1 + \frac{z^2}{a^2}} \left\{ C_1 \sin \left[\sqrt{1 + K^2} \operatorname{arctg} \left(\frac{a}{z} \right) \right] + C_2 \cos \left[\sqrt{1 + K^2} \operatorname{arctg} \left(\frac{a}{z} \right) \right] \right\}, \quad (6.30)$$

где C_1 и C_2 — постоянные интегрирования. Исследуя ход лучей вне линзы, параллельных оптической оси, можно найти кардинальные точки; в частности, точки, при которых $r = 0$, будут фокусами. Для фокусных расстояний получается выражение

$$f_2 = -f_1 = \frac{a}{\sin \left[n \frac{\pi}{\sqrt{1 + K^2}} \right]}; \quad n = 1, 2, \dots, n_{max} < \sqrt{1 + K^2}. \quad (6.31)$$

Таким образом, луч, первоначально параллельный оси, может пересекать ее несколько раз, а именно:

- при $K^2 < 3$ имеется 1 пара фокусов,
- » $3 < K^2 < 8$ » 2 пары фокусов,
- » $8 < K^2 < 15$ » 3 пары фокусов и т. д.

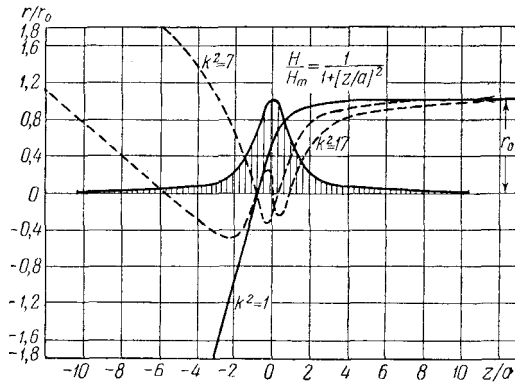


Рис. 47: Различные случаи хода лучей в сильной магнитной линзе

На рис. 47 показан ход луча, параллельного оси, во вращающейся меридианной плоскости до входа в линзу при разных значениях K^2 . Заштрихованная кривая дает распределение поля вдоль оси линзы. При больших значениях K^2 луч несколько раз пересекает ось, т. е. имеет несколько фокусов, и соответственно этому линза образует несколько изображений. Так как K^2 пропорционально $a^2 H_m^2$, то, сжимая поле в осевом направлении, можно уничтожить явление многократного пересечения.

Многократность изображений можно наблюдать на опыте. Если расположить объект, линзу и экран неподвижно (рис. 48) и увеличивать ток линзы, то изображение на экране то появляется, то исчезает несколько раз. На рис. 48 показан ход лучей, когда на экране сфокусировано третье изображение, в то время как два остальных расположены между линзой и экраном (первое изображение лежит в глубине линзы). Качество первого изображения выше и получается оно при меньшем токе в линзе, так что на практике предпочитают работать именно с ним, т. е. при $n = 1$ (см. формулу (6.31)). Для первого изображения $\frac{1}{f} = \sin \left[\frac{\pi}{\sqrt{1+k^2}} \right] \frac{1}{a}$. При малых K^2 это выражение, как легко показать, очень близко к $\pi K^2 / 2a$, т. е. к оптической силе, рассчитанной по формуле тонкой линзы (6.27).

Уравнение «колоколообразной» кривой магнитного поля (6.3) может быть использовано не только для определения кардинальных точек магнитной линзы, но при учете в уравнении электронных лучей членов более высоких порядков относительно r и для расчета aberrаций. Опыт показывает, что свойства линзы, вычисленные таким путем, близки к действительным и могут быть использованы при конструировании электроннооптических приборов.

Как видно из всего сказанного в этом параграфе, для расчета магнитных линз необходимо знать распределение поля вдоль оси. Кривая распределения $H_0(z)$ необходима и для пользования формулами (6.2) и (6.3), так как из нее находятся параметры H_m , b , a .

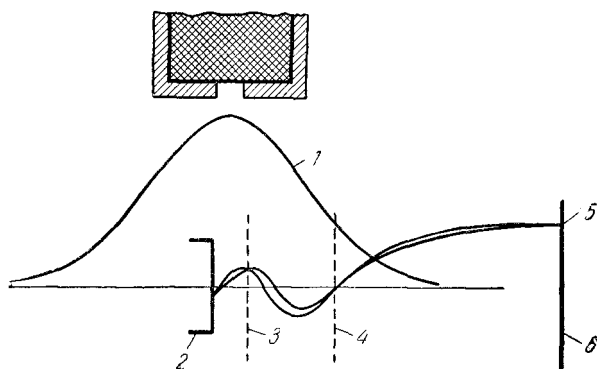


Рис. 48: Множественность изображений в сильной магнитной линзе. 1—распределение магнитного поля; 2—объект; 3—плоскость первого изображения; 4—плоскость второго изображения; 5—плоскость третьего изображения; 6—экран.

Из различных методов измерения напряженности магнитного поля чаще всего используют хорошо известный баллистический метод.

Не останавливаясь на его описании, укажем только, что его точность зависит в первую очередь от размеров пробной катушки. В экранированных катушках (магнитных линзах) поле имеет заметную величину только на очень небольшом участке оси, иногда длиной всего 2—3 мм. Легко понять, что если требуется снять кривую, целиком укладывающуюся на 2—3 мм, то нужно взять очень маленькую пробную баллистическую катушку и очень точно с помощью специального механизма фиксировать ее положение в поле.

§ 7. Аберрации электронных линз

Рассматривая прохождение параксиальных лучей через электронные линзы, мы установили, что пучки лучей, исходящих из одной точки объекта, сходятся в точности в одной точке изображения (стигматические пучки лучей) и что плоскому объекту соответствует неискаженное плоское изображение. Теорию, принимающую во внимание только параксиальные лучи, называют теорией первого порядка или, заимствуя название из оптики, гауссовой электронной оптикой. Надо сказать, что теория первого порядка часто хорошо оправдывается: опыт показывает, что электронные линзы действительно могут давать отчетливое, малоискаженное изображение. Тем не менее при тщательном исследовании обнаруживаются отступления от простых законов теории первого порядка, приводящие к искажениям изображения или аберрациям. Аберрации имеют первостепенное значение в вопросах качества изображения и разрешающей силы электроннооптических приборов. Как и в оптике, исследование аберраций требует очень громоздких и утомительных вычислений, так что мы вынуждены здесь ограничиться

немногими замечаниями.

1. Аберрации в оптике.

Если оставить в стороне дифракционные явления, то аберрации линзы можно разделить на хроматические и геометрические.

Под хроматической аберрацией подразумевают ошибки изображения, вызванные дисперсией, т. е. зависимостью показателя преломления от длины волны. Вследствие дисперсии белый свет претерпевает внутри линзы спектральное разложение и стигматические пучки лучей разной длины волны сходятся в разных точках за линзой. В итоге в любой плоскости изображение будет размытым и окрашенным. В оптике, в особенности в видимой части спектра, известно много прозрачных сред (главным образом стекол различных сортов), обладающих разной дисперсией и разными показателями преломления. Комбинируя собирающие и рассеивающие линзы, сделанные из различных сортов стекол, можно изготовить ахроматическую линзу почти без хроматической аберрации.

Геометрические аберрации разделяются на аберрации широких пучков и аберрации косых тонких пучков. Из первых для нас особый интерес представляет сферическая аберрация, или отверстиеная ошибка, сущность которой заключается в том, что близкие к оси и периферийные части линзы фокусируют гомоцентрические (выходящие из одной точки в пространстве объекта) лучи на разных расстояниях от линзы. Гомоцентрические лучи, прошедшие через близкую к оси часть собирающей линзы, собираются дальше, чем лучи, прошедшие через периферийную часть линзы, и соответственно фокусное расстояние для них больше, т. е. $f_{\text{периф}} < f_{\text{центр}}$.

Сферическая аберрация собирающих линз называется положительной. У рассеивающих линз $f_{\text{периф}} > f_{\text{центр}}$, и их сферическая аберрация отрицательна. Вследствие сферической аберрации широкие пучки лучей даже для точек, лежащих на оптической оси, теряют стигматичность, и в плоскости изображения светящаяся точка объекта дает кружок.

Очевидно, что сферическую аберрацию можно существенно уменьшить, диафрагмируя линзу и жертвуя, таким образом, яркостью изображения. Но в оптических инструментах редко приходится прибегать к диафрагмированию для устранения сферической аберрации. Комбинируя линзы или применяя линзы, у которых обе поверхности имеют разные радиусы кривизны, можно свести сферическую аберрацию практически к нулю.

Если объект велик и некоторые его точки удалены от оси, то в образовании изображения обязательно участвуют пучки лучей, сильно наклоненных к оси. Такие пучки также теряют стигматичность, и точка объекта изображается в гауссовой плоскости (так называют плоскость изображения, образованного параксиальными лучами) не точкой, а пятном, вообще говоря, не имеющим форму круга. Изображение на краях делается размытым, и, кроме того, на краях обнаруживаются искажения масштаба.

В оптике разработаны методы устранения аберраций косых пучков путем комбинирования линз. На практике одновременное и почти полное устра-

нение всех видов геометрических aberrаций может оказаться сложной задачей. Но обычно это и не нужно, так как достаточно устранить только тот вид aberrаций, который наиболее вреден для данного прибора. Например, для телескопа надо устранить только сферическую aberrацию, а aberrациями косых пучков можно пренебречь.

Изображение в оптическом приборе, aberrации которого не устранены в достаточной степени, образовано нестигматическими пучками лучей, т. е. каждой точке объекта на изображении соответствует пятно конечных размеров. Форма пятна в зависимости от того, какая из aberrаций преобладает, будет различна; при преобладании сферической aberrации, например, это будет кружок. Разрешающая сила прибора снижается неустраненными aberrациями, и качество изображения ухудшается.

Качество изображения, т. е. количество деталей, которые можно увидеть на изображении, зависит от разрешаемого расстояния прибора. Разрешаемым расстоянием называется то наименьшее расстояние, на котором должны находиться две точки объекта, чтобы при рассмотрении через прибор они представлялись глазу наблюдателя разделенными. Величина, обратная разрешаемому расстоянию, называется разрешающей силой.

Известно, что для невооруженного глаза разрешаемое расстояние равно в среднем 0,1 мм. Значит, если увеличение прибора M , то (в идеальном случае, когда изображение образовано стигматическими пучками) разрешаемое расстояние в миллиметрах будет

$$\delta = \frac{0,1}{M}. \quad (7.1)$$

Казалось бы, на основании (7.1), что, увеличивая M , можно добиться сколь угодно малого δ . Но из волновой оптики известно, что это не так, и формула (7.1) и при полном отсутствии aberrаций применима только до известного предела, определяемого дифракционными явлениями. Этим минимальным значением разрешаемого расстояния $\delta_{\text{диф}}$ определяется теоретически достижимое разрешаемое расстояние прибора — граница, перешагнуть за которую не позволяет волновая природа света. Будет ли она достигнута в действительности, зависит от того, насколько исправлены aberrации.

В современных микроскопах aberrации исправлены настолько хорошо, что диаметр aberrационного кружка меньше $\frac{1}{4}\lambda$ и минимальное разрешаемое расстояние близко к своему теоретическому пределу $\delta_{\text{диф}}$ [Л. А. 1, т. II, гл. 18 и Л. А. 2, т. III, гл. 28].

2. Aberrации в электронной оптике.

В электронной оптике aberrации можно обнаружить, изучая траектории не параксиальных электронов. Для этого в уравнениях электронных траекторий надо сохранить члены, содержащие r, r', r'', \dots не только в первой степени, но и в более высоких степенях. На практике оказывается доста-

точным учет членов порядка, следующего за первым. Например, для электростатических линз, используя для потенциала формулу

$$U(r, z) = \Phi(z) - \left(\frac{r}{2}\right)^2 \Phi''(z) + \frac{1}{4} \left(\frac{r}{2}\right)^4 \Phi^{IV}(z) - \dots$$

и отбрасывая при преобразованиях все члены 3-го порядка относительно r , r' , можно получить уравнение электронных лучей, имеющее вид

$$r'' + \frac{\Phi' r'}{2\Phi} \left[1 + r^2 \left(\frac{\Phi''}{4\Phi} - \frac{\Phi'''}{4\Phi'} \right) + r'^2 \right] + \frac{\Phi'' r}{4\Phi} \left[1 + r^2 \left(\frac{\Phi''}{4\Phi} - \frac{\Phi^{IV}}{8\Phi''} \right) + r'^2 \right] = 0, \quad (7.2)$$

изучение которого и приводит к заключению о существовании геометрических aberrаций, аналогичных существующим в оптике. Кроме того, для магнитных линз существует несколько видов искажений, связанных с поворотом изображения, и для линз всех типов существует зависимость преломляющей способности от скорости электронов, которую, имея в виду соотношение $\lambda_e = \frac{h}{mv}$, следует назвать хроматической aberrацией.

Наконец, в какой-то мере неизбежны также искажения, вызванные дефектами конструкции, например неточным центрированием электродов, и искажения из-за поля пространственного заряда самих электронов. Это так называемые aberrации 1-го порядка.

Так как в электроннооптических приборах чаще всего приходится иметь дело с получением изображения объекта, целиком лежащего вблизи оси линзы, то наибольший интерес представляют хроматические и сферические aberrации.

3. Хроматическая aberrация.

Очевидно, что для быстрых электронов, остающихся в поле линзы меньше время, преломляющая сила любой линзы будет меньше. На практике поток электронов, попадающих в линзу, никогда не бывает монохроматическим и, следовательно, в любой линзе всегда имеет место хроматическая aberrация. Рис. 49 позволяет составить представление о происхождении этого вида ошибки изображения. Между точкой F_6 — фокусом наиболее быстрых и точкой F_m — фокусом наиболее медленных электронных лучей располагаются фокусы остальных. На экране, поставленном в любом месте, получится вместо точки — кружок рассеяния, а место и размеры наименьшего кружка рассеяния D_{\min} будут зависеть от распределения скоростей электронов, входящих в линзу, и формы поля линзы.

Существует несколько причин, нарушающих монохроматичность электронов. Во-первых, всякий катод дает неоднородный по скорости поток электронов. Во-вторых, если электронам перед линзой приходится проходить через слой вещества, разброс скоростей появляется из-за неодинаковой плотности или толщины в разных местах слоя. В-третьих, разброс ско-

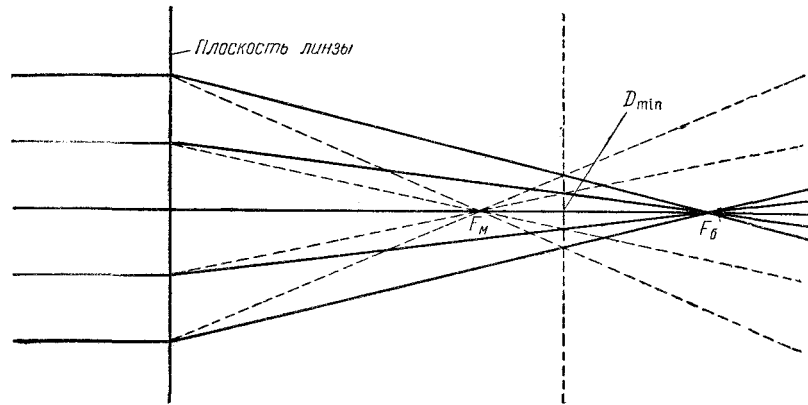


Рис. 49: Происхождение хроматической aberrации электронных линз. — быстрые электроны; - - - медленные электроны.

ростей может получиться из-за колебаний ускоряющего напряжения при недостаточной его стабилизации.

Первая причина особенно сказывается в так называемых иммерсионных объективах (§ 36), где катод погружен в поле линзы. Во всех других случаях напряжение, пробегаемое электронами перед входом в линзу, всегда бывает во много раз больше интервала разброса начальных скоростей, которые поэтому почти не влияют на траектории электронов в линзе. Со второй причиной приходится считаться в электронном микроскопе, работающем на просвет. Подробное рассмотрение роли хроматической aberrации в этих приборах мы отложим до соответствующего места (ч. II, гл. 4).

Возникает вопрос, можно ли исправить хроматическую aberrацию в электронной оптике, комбинируя линзы подобно тому, как исправляют хроматическую aberrацию стеклянных линз. К сожалению, это невозможно, так как для этого требуется составить комбинацию из собирающей и рассеивающей линз (с разными фокусными расстояниями и одинаковой дисперсией), а электронная оптика не знает рассеивающих линз, за исключением сетчатых линз, непригодных для получения качественного изображения, и линзы-диафрагмы при $|E_1| > |E_2|$ (§ 5), которую, как было показано, нельзя объединить с другими линзами в одну систему, пропускающую электронные лучи. Принципиально возможно для исправления хроматической aberrации воспользоваться электронным зеркалом. Фокусное расстояние электронного зеркала тоже различно для электронов разных скоростей, но оно в противоположность линзе меньше для быстрых электронов, которые глубже проникают внутрь поля зеркала и остаются там дольше. На рис. 50 показано, как можно построить хроматически исправленную комбинацию из зеркала M и линзы L . Практического применения такая комбинация пока не получила.

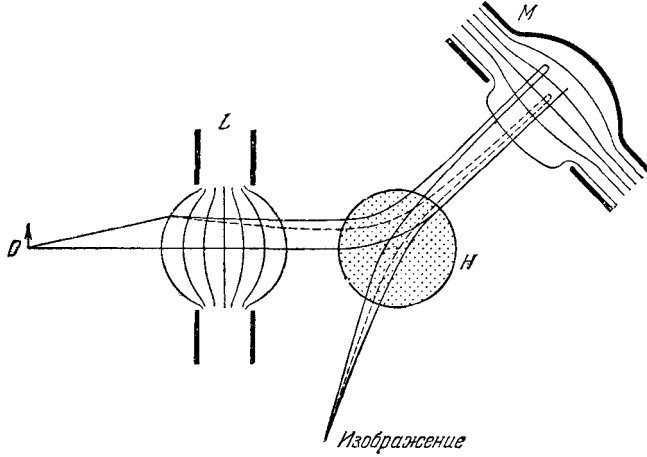


Рис. 50: Исправление хроматической aberrации электронной линзы с помощью зеркала. — быстрые электроны; - - - медленные электроны.

4. Сферическая aberrация.

Причиной сферической aberrации является неодинаковость фокусных расстояний параксиальных лучей и лучей, попадающих в периферийную часть линзы. Эта неодинаковость связана с различной зависимостью радиальной силы от координаты r . Для электростатической линзы радиальная сила равна

$$F_r = -eE_r = -e\frac{r}{2}\Phi'' + e\frac{1}{16}r^2\Phi^{IV}.$$

Для параксиальных электронов с достаточной точностью

$$F_{\text{паракс}} = -e\frac{r_{\text{паракс}}}{2}\Phi''.$$

Для периферийных электронов

$$F_{\text{периф}} = -\frac{r_{\text{периф}}}{2}\Phi'' + e\frac{1}{16}r_{\text{периф}}^3\Phi^{IV}.$$

Если бы в последнем выражении отсутствовало слагаемое $e\frac{1}{16}r_{\text{периф}}^3\Phi^{IV}$, то фокусные расстояния периферийной зоны линзы были бы такими же, как фокусное расстояние ее центральной зоны, т. е. не было бы сферической aberrации. Следовательно, компонента радиальной силы, ответственная за сферическую aberrацию, если положить для краткости $r_{\text{периф}} = r$, выражается формулой

$$\Delta F_r = \frac{1}{16}er^3\Phi^{IV} = ar^3. \quad (7.3)$$

В магнитной линзе φ -компонента скорости электрона (см. формулы (6.16)),

(6.4) и (6.5) будет

$$v_\varphi = r\dot{\varphi} = r\frac{\eta}{c}\frac{A_\varphi}{r} = r\frac{\eta}{c}\frac{1}{r}H_z\frac{r}{2} = \frac{\eta}{2c}H_zr$$

и радиальная сила (направленная к оси), созданная действием H_z на φ -компоненту скорости:

$$F_{z\varphi} = -\frac{1}{c}ev_\varphi H_z = -\frac{e^2}{2mc^2}rH_z^2 = \beta rH_z^2. \quad (7.4)$$

По (6.5)

$$H_z = H_0 - \left(\frac{r}{2}\right)^2 H_0'' + \left(\frac{r}{2}\right)^4 \frac{H_0^{IV}}{4} \dots$$

Принимая во внимание только первый и второй члены, получим:

$$F_r = F_{z\varphi} = \beta r \left[H_0 - \frac{r^2}{4} H_0'' \right]^2 = \beta r H_0 - \frac{1}{2} \beta r^3 H_0 H_0'' + \beta \frac{r^5}{16} H_0''^2.$$

Первый член правой части дает компоненту радиальной силы, линейно зависящую от координаты r . Ограничиваясь в выражении для $F_{z\varphi}$ членами с r и r^3 , получим:

$$\Delta F_r = -\frac{1}{2} \beta H_0 H_0'' r^3 = br^3. \quad (7.5)$$

Таким образом, в обоих случаях на периферийные электроны действует дополнительная радиальная сила, пропорциональная кубу их радиального расстояния. Для собирающих электронных линз она оказывается всегда направленной к оси и поэтому периферийные электронные лучи фокусируются ближе к линзе, чем параксиальные, т. е. все электронные линзы имеют положительную сферическую aberrацию, как и собирающие оптические линзы.

На рис. 51 показан ход периферийных и параксиальных лучей. Параксиальный луч пересекается с осью в точке S' — это изображение точки S в параксиальных лучах, лежащее в плоскости идеального изображения (или гауссовой плоскости). Периферийный луч отклоняется на угол γ_r и пересекает плоскость идеального изображения в точке S'' . Угловое отклонение в однородном поле, как было показано выше (§ 3), пропорционально отклоняющей силе. В нашем случае можно в первом приближении учитывать только действие радиальной отклоняющей силы.

Разделив отклоняющее поле линзы на ряд тонких слоев, мы в пределах каждого слоя можем считать поле однородным и угол отклонения пропорциональным силе. Сила в пределах каждого слоя будет состоять из двух слагаемых: члена, содержащего r , — «параксиальной силы», и члена с r^3 — добавочной силы.

Тогда дополнительное угловое отклонение периферийного электрона $\Delta\gamma$ будет пропорционально множителю r^3 , входящему в выражение для дополнительной силы ΔF_r . При малых углах $\Delta\gamma$ расстояние $S'S''$ можно заменить через $S'S''$, и таким образом радиус aberrационного кружка $S'S''$ в

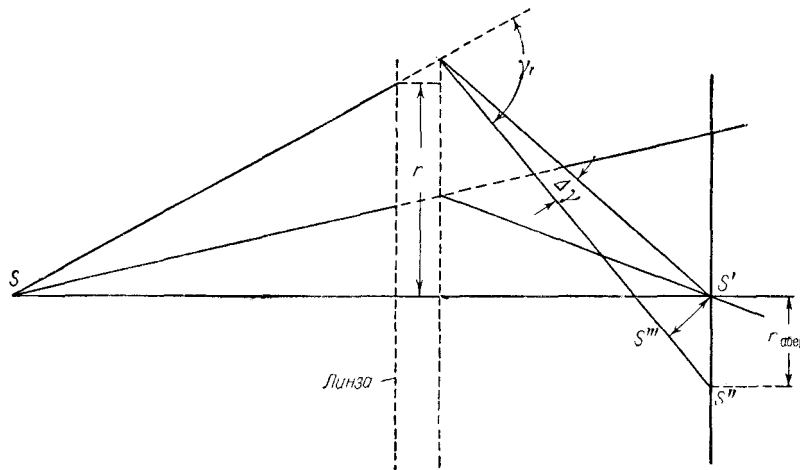


Рис. 51: К расчету сферической аберрации.

плоскости идеального изображения можно выразить формулой

$$r_{\text{абер}} \approx S'S'' \approx Cr^3. \quad (7.6)$$

Если апертурный угол линзы равен α , то для крайних лучей, определяющих размеры аберрационного кружка, r , очевидно, пропорционально α , и окончательно для диаметра аберрационного кружка линзы получим:

$$2r_{\text{абер}} = C_{\text{сф}} r^3, \quad (7.7)$$

где $C_{\text{сф}}$ — коэффициент сферической аберрации.

Выше была дана только грубо приближенная оценка сферической аберрации. Более точные данные можно получить, исследуя электронные траектории, экспериментально или теоретически.

Построение электронных траекторий приводит к выводу, что в электростатических линзах рассеивающая область дает отрицательную аберрацию и собирающая — положительную и в итоге для всей линзы аберрация положительна. Магнитные линзы также имеют положительную аберрацию. Отсюда следует, что и здесь обычный для «стеклянной» оптики метод комбинирования линз не может привести даже к частичному исправлению сферической аберрации.

Для исправления сферической аберрации есть два метода. Следуя первому из них, уменьшают апертурный угол α , хотя это приводит к уменьшению яркости изображения. На современном уровне электронной оптики приходится поступать именно так. Например, в магнитных электронных микроскопах апертурный угол объектива обычно порядка десятых долей градуса. Если вспомнить, что в световом микроскопе апертурные углы могут достигать 70° , то делается ясным, насколько еще несовершенны электронные линзы по сравнению с оптическими.

Второй метод обещает в конечном счете лучшие результаты. Коэффициент $C_{сф}$ зависит от формы поля, и можно поставить задачу нахождения аксиальносимметричного поля с наименьшей сферической аберрацией.

Этим вопросом занимались О. Шерцер и позднее А. Г. Власов, которому удалось определить структуру магнитного поля линзы с наименьшей аберрацией. Однако найти способ изготовления линзы с такой структурой поля пока не удалось.

Более подробные сведения относительно исправления сферической аберрации, а также и изложение общей теории аберрации можно найти в специальной литературе по электронной оптике [Л 1.1, Л 1.2, Л 1.4].

5. Новые пути в разработке линз с малыми аберрациями.

Полное исправление дефектов линз с помощью подбора формы и размеров электродов и полюсных наконечников линз оказывается невозможным. Однако в принципе возможно исправить линзу, если ввести в нее пространственный заряд.

Например, отрицательный пространственный заряд, симметрично распределенный в линзе, будет уменьшать радиальную силу и притом сильнее для периферийных электронов, чем для парааксиальных, так что фокусное расстояние периферийных зон линзы увеличится больше, чем для средних. Теоретически существует, значит, такое распределение пространственного заряда, при котором сферическая аберрация будет исправлена. К сожалению, практически задача создания внутри линзы контролируемого пространственного заряда очень сложна. Тем не менее были сделаны успешные попытки получения изображения с помощью подобных «линз пространственного заряда», однако пока получены изображения очень плохого качества.

Не следует также забывать, что теория электронной оптики разрабатывается сравнительно недавно, и можно надеяться, что ей удастся добиться успехов в отыскании полей с наименьшими аберрациями.

В этой связи следует указать на работы чл.-корр. Академии наук СССР Г. А. Гринберга [Л. А. 5], в которых дается новый подход к решению задач электронной оптики. Вместо того чтобы отыскивать электронные траектории в заданных полях, Гринберг решает обратную задачу о нахождении поля, в котором получаются электронные траектории заданной формы. Следуя этому методу, при решении практических задач сначала нужно, исходя из назначения прибора, выбрать форму пучка электронных траекторий, затем определить поле и, наконец, зная поле, найти форму электродов и их напряжения. В случае электрического поля, очевидно, достаточно придать двум электродам форму теоретически найденных эквипотенциальных поверхностей и подать на них соответствующие напряжения; тогда между этими электродами и получится искомое поле. Пучок траекторий задается выбором нескольких траекторий. Например, в случае осевой симметрии в пучке траекторий, проходящих через две заданные точки, как оказывается, можно произвольно выбрать только две траектории, чем и опреде-

ляется форма всего пучка. Некоторые частные случаи применения теории рассмотрел сам автор, но в литературе появилось пока еще немного работ по применению метода Гринберга к решению практических задач.

§ 8. Построение электронных траекторий

1. Требования к методам построения электронных траекторий, выдвигаемые практикой.

Многие задачи электронной оптики для своего разрешения требуют знания электронных траекторий. Ниже описываются вкратце некоторые приемы построения траекторий электронов, главным образом в электрических полях.

Выдвигаемые практикой задачи по своему характеру неодинаковы. В некоторых случаях требуется сравнительно неточное, но быстрое определение большого числа электронных траекторий. В качестве примера можно указать на разработку конструкции вторичноэлектронных умножителей (см. § 34) — приборов, имеющих большое число электродов сложной формы с электрическим полем, даже приближенный расчет которого требует утомительных вычислений. В процессе разработки приходится изменением формы и напряжений электродов добиваться, чтобы траектории электронов приняли желательную форму. Форма электродов, найденная в результате исследований, может быть определена с довольно большими допусками, и тем не менее можно добиться хорошей работы готового прибора, подбирая напряжения на электродах. С задачами такого же характера приходится встречаться также при конструировании электронных ламп. Нужно, следовательно, иметь пусть даже не очень точный, но не трудоемкий способ построения траекторий.

В других случаях конструктор должен определить геометрию прибора с максимальной точностью, так как в руках работающего с готовым прибором уже не будет возможностей исправить его ошибки с помощью подбора напряжений на электродах или токов в обмотках. Примером может служить расчет линз электронного микроскопа. Если поле линзы имеет, например, большую сферическую aberrацию вследствие неудачного выбора формы диафрагм, их толщины и расстояний между ними, то разрешающая сила будет невелика и устранить этот дефект изменением напряжения на линзе уже не удастся. Для правильного расчета линз микроскопа требуется очень точное построение электронных траекторий.

Ниже будет дано представление только о некоторых самых простых способах построения электронных траекторий [Л. 1.2, Л. 1.4, Л. 1.5] .

2. Простые геометрические методы построения траекторий.

Почти во всех интересных для практики случаях приходится иметь дело с построением плоских траекторий в плоских или аксиальносимметричных электрических полях, которые могут быть заданы либо системой эквипотенциальных линий, лежащих для плоского поля в плоскости, перпендикулярной к той координате, от которой потенциал не зависит (см., например, рис. 11), или в меридианной плоскости аксиальносимметричного поля, либо аналитически — математическими формулами. Напомним, что и в последнем случае далеко не всегда удается аналитически рассчитать траектории.

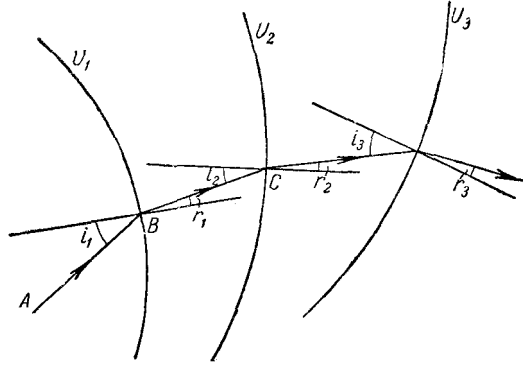


Рис. 52: Построение электронной траектории с помощью электроннооптического закона преломления.

Пусть поле (аксиальносимметричное или двумерное) задано системой эквипотенциальных линий U_1, U_2, \dots (рис. 52) и требуется определить траекторию электрона, выходящего из точки A со скоростью, лежащей в плоскости рисунка. В этом случае траектория — плоская кривая. Заменим истинное распределение потенциала приближенным, считая потенциал слева от эквипотенциальной линии U_1 постоянным и равным U_1 потенциал между линиями U_1 и U_2 равным U_2 и т. д. Электронный луч в этом приближении состоит из ряда прямолинейных отрезков, которые можно найти из электроннооптического закона преломления. В точке B изменение направления луча определится из условия

$$\frac{\sin i_1}{\sin r_1} = \sqrt{\frac{U_1}{U_2}}.$$

Найдя отсюда r_1 , строим отрезок BC , определяем из чертежа i_2 , а r_2 находим опять из закона преломления $\frac{\sin i_2}{\sin r_2} = \sqrt{\frac{U_2}{U_3}}$.

Метод неточен, так как ошибка накапливается и после нескольких построений может стать очень значительной. Тем не менее он оказывается очень полезным, если требуется быстро получить ориентировочное представление о траектории луча.

Более точные результаты получаются, если предположить, что между соседними эквипотенциальными линиями потенциал не остается постоянным, а меняется линейно, и значит, напряженность поля постоянна. В этом случае на каждом участке дуга истинной траектории заменится дугой параболы, а на эквипотенциальных линиях U_1, U_2, \dots будут лежать места стыка дуг парабол, где они должны иметь общую касательную. Существуют чисто графические приемы построения звеньев ломаной в первом способе и дуг парабол во втором, позволяющие обойтись без вычислений.

Третий метод, особенно пригодный для полей с эквипотенциальными линиями большой кривизны, основан на замене дуги траектории дугой круга кривизны. Радиус кривизны траектории в какой-нибудь точке можно определить из соотношений:

$$\frac{mv^2}{R} = -eE_n, \quad v^2 = 2\frac{e}{m}U,$$

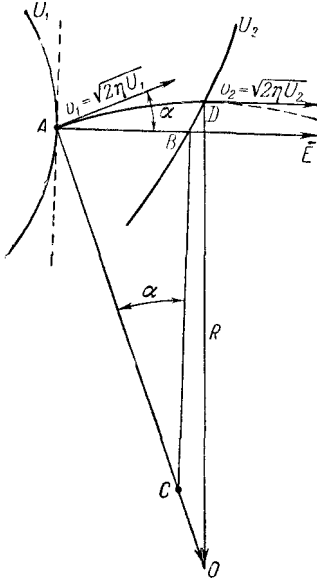


Рис. 53: Построение траектории с помощью аппроксимации траектории дугами кругов кривизны.

отсюда

$$R = -\frac{2U}{E_n}. \quad (8.1)$$

Здесь E_n — слагающая напряженности поля по направлению R .

Допустим, что между эквипотенциальными линиями U_1 и U_2 (рис. 53) дугу траектории можно приближенно заменить дугой круга. Пусть электрон пересекает линию U_1 , в точке A со скоростью \mathbf{v}_1 . Построим нормаль AB к линии U_1 , и отложим вдоль нее вектор \mathbf{E} , равный по величине $(U_2 - U_1)/(AB)$. Перпендикуляры к \mathbf{v}_1 в точке A и к \mathbf{E} в точке B пересекаются в C . Из чертежа

$$E_n = E \sin \alpha = \frac{U_2 - U_1}{(AB)} \frac{(AB)}{(AC)} = \frac{U_2 - U_1}{(AC)}.$$

Обозначая среднее значение потенциала через $U = \frac{U_1 + U_2}{2}$, из (8.1) получим:

$$R = -\frac{2(U_1 + U_2)}{2(U_2 - U_1)}(AC) = \frac{U_1 + U_2}{U_1 - U_2}(AC) = (AO).$$

Центр круга кривизны O на рис. 53 получится, таким образом, если мы изменим величину AC в отношении $(U_1 + U_2)/(U_1 - U_2)$. Проводя из точки O радиусом OA дугу между эквипотенциальными линиями U_1 и U_2 , мы получим дугу круга AD , заменяющую дугу траектории. Перпендикуляр к линии DO в точке D даст направление скорости \mathbf{v}_2 в точке D , и следовательно, имеются все данные для построения следующего участка траектории.

Метод аппроксимирующих кругов кривизны, удобный тогда, когда радиус кривизны не слишком велик, можно комбинировать с методом ломаной или аппроксимирующих дуг парабол. Он интересен еще в том отношении, что на нем основаны

полуавтоматические и автоматические методы построения траекторий на моделях, погруженных в электролитическую ванну [Л. 1.2, гл. II].

3. Метод численного интегрирования уравнения электронных лучей.

а) Метод определения траекторий в электрическом поле. Электронную траекторию можно найти методом численного интегрирования уравнения электронных лучей. Проще всего это можно сделать, если предварительно преобразовать уравнение

$$r'' + \frac{\Phi'}{2\Phi} r' + \frac{\Phi''}{4\Phi} r = 0,$$

положив в нем

$$r = R\Phi^{-\frac{1}{4}}, \quad (8.2)$$

где R — новое переменное.

Если из (8.2) найти r' и r'' и вставить в уравнение электронных лучей, то оно сведется к уравнению

$$R'' + \frac{3}{16} \left(\frac{\Phi'}{\Phi} \right)^2 R = 0; \quad (8.3)$$

R является функцией от z . Пусть $\Phi(z)$ и $\Phi'(z)$ найдены путем расчета поля или из опыта. Выберем интервал от z до $z + \Delta z$ и применим к $R(z)$ и $R'(z)$ разложение в ряд Тейлора

$$\left. \begin{aligned} R(z + \Delta z) &= R(z) + R'(z)\Delta z + R''(z)\frac{\Delta z^2}{2} + \dots, \\ R'(z + \Delta z) &= R'(z) + R''(z)\Delta z + R'''(z)\frac{\Delta z^2}{2} + \dots \end{aligned} \right\} \quad (8.4)$$

Будем в (8.4) пренебрегать членами содержащими Δz в степенях 2-й, 3-й и т. д. Воспользовавшись уравнением (8.3), получим:

$$\left. \begin{aligned} R'(z + \Delta z) &= R'(z) - \frac{3}{16} \left[\frac{\Phi'}{\Phi} \right]^2 R(z)\Delta z, \\ R(z + \Delta z) &= R(z) + R'(z)\Delta z. \end{aligned} \right\} \quad (8.5)$$

Из формулы (8.5) можно определить значения $R(z + \Delta z)$ и $R'(z + \Delta z)$ для конца интервала Δz , если они известны для его начала, т. е. $R(z)$ и $R'(z)$ заданы. Можно весь участок оси в пределах поля линзы разбить на отдельные участки $\Delta z_1, \Delta z_2, \dots$ и найти ряд значений $R(z + \Delta z_1), R(z + \Delta z_1 + \Delta z_2) + \dots$ и затем из (8.2) по известной функции $\Phi(z)$ найти $r(z)$. Тем самым будет найдена и вся траектория электрона внутри линзы.

Обычно начальные значения $r(z)$ и $r'(z)$ бывают заданы для точки, лежащей на границе поля линзы. Например, если известно, что электрон вышел из какой-нибудь точки вне поля под углом α к оси z , то этим будут вполне определены значения $r(z_1)$ и $r'(z_1)$ в точке с координатой $z = z_1$, где электрон входит в поле линзы.

Зная для этой точки $r(z) = r(z_1)$ и $r'(z) = r'(z_1)$, можно найти $R(z_1)$ и $R'(z_1)$ из уравнений

$$r(z) = R(z)\Phi^{-\frac{1}{4}}, \quad r'(z) = R'(z)\Phi^{-\frac{1}{4}} - \frac{1}{4}R(z)\Phi^{-\frac{5}{4}}\Phi' \quad (8.6)$$

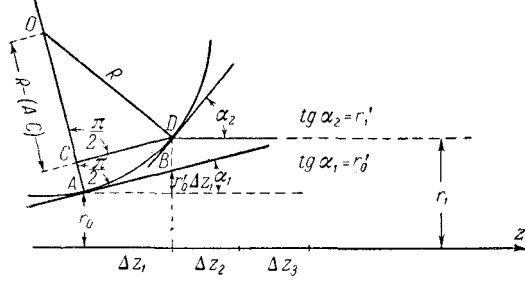


Рис. 54: К построению траектории в магнитном поле методом приближенного расчета.

и затем выполнить описанную выше процедуру построения точек траектории

Отбрасывание членов с Δz^2 , Δz^3 , ... в уравнениях (8.4) уменьшает точность. Учитывая члены с Δz^2 , возможно ценой усложнения вычислений получить более точные результаты.

б) Метод определения траектории в магнитном поле. Вращение электронов сильно осложняет вид траекторий в магнитном поле, но обычно главный интерес представляет радиальное расстояние электрона $r(z)$, т. е. изучение движения во вращающейся меридианной плоскости, траекторию которого можно построить, основываясь на экспериментально найденной кривой $H_0(z)$ и переходя от точки к точке, подобно тому как это было сделано выше для траектории в электростатической линзе.

Разобьем ось z в пределах поля линзы на интервалы Δz_1 , Δz_2 , ... Пусть на рис. 54 r_0 и r'_0 — заданные начальные значения. Найдем величины r_1 и r'_1 в конце первого интервала. Считая приближенно поле в пределах интервала Δz_1 однородным, получим, что траектория — дуга окружности AD . Из рисунка

$$R^2 = (CD)^2 + [R - (AC)]^2.$$

Ввиду малости углов (Δz_1 мало) $(\overline{CD}) \approx \Delta z_1$ и $(\overline{AC}) \approx (\overline{DB})$, и, пренебрегая малой величиной $(\overline{AC})^2$, получим, имея в виду, что $\frac{1}{R} \approx r''_0$:

$$-2R(\overline{DB}) + \Delta z_1^2 = 0, \quad (\overline{DB}) = \frac{\Delta z_1^2}{2R} \approx r''_0 \frac{\Delta z_1^2}{2};$$

следовательно (см. рис. 54),

$$\left. \begin{aligned} r_1 &= r_0 + r'_0 \Delta z_1 + r''_0 \frac{\Delta z_1^2}{2}, \\ r'_1 &= r'_0 + r''_0 \Delta z_1. \end{aligned} \right\} \quad (8.7)$$

Значение r''_0 можно найти из уравнения электронных лучей в магнитной линзе

$$r''_0 = -\frac{\eta}{8U_0 c^2} H_0^2(z_0) r_0, \quad (8.8)$$

где $H_0^2(z_0)$ определяется из экспериментальной кривой $H_0(z)$. Из (8.7) и (8.8) можно вычислить r_1 и r'_1 . Затем, исходя из полученных r_1 и r'_1 , можно найти

для конца второго интервала Δz_2 величины r_2 и r'_2 и, переходя от точки к точке, определить всю траекторию. Число участков Δz и величина их выбираются в соответствии с желаемой степенью точности.

Описание ряда других методов, позволяющих с большой точностью рассчитать траекторию электрона, можно найти в специальных руководствах по электронной оптике.

4. Определение траектории на гравитационной модели. Резиновая мембрана. Метод модели, наполненной разреженным газом.

Прибор для определения траекторий электронов, прошедших через электронную линзу, был описан в § 5 (рис. 32). Но исследование траекторий внутри линз, поле которых имеет очень небольшую протяженность, встречает большие трудности. Особенно велики эти трудности для электростатических линз, поле которых искажается находящимся вблизи линзы или внутри нее экраном.

В некоторых случаях можно определить электронные траектории с помощью модели. Ниже описан получивший большое распространение метод определения траектории в электростатических полях с помощью гравитационной модели.

Для всякой плоскости, проведенной через электростатическое поле,— пусть это будет плоскость xy — можно построить поверхность

$$Z(x, y) = kU(x, y), \quad (8.9)$$

где U — потенциал точки плоскости и k — постоянный положительный множитель. Поверхность, построенную таким способом, называют потенциальным рельефом поля в плоскости xy .

Вообще говоря, $\frac{\partial U}{\partial z} \neq 0$ и сила, действующая на электрон, не лежит в плоскости xy . Но если плоскость xy проведена перпендикулярно к эквипотенциальным поверхностям двухмерного или аксиальносимметричного поля, то $\frac{\partial U}{\partial z} = 0$. В этом случае, если начальная скорость электрона лежит в плоскости xy , то траектория — плоская кривая, вид которой можно определить на модели.

Потенциальный рельеф, т. е. поверхность, в каждой точке которой $Z(x, y) = \pm kU(x, y)$, можно вылепить из пластического материала (пластилин, воск и т. п.), причем для исследования движения электронов следует взять знак минус. Эта модель поля может быть выполнена, если нужно, в увеличенном масштабе. Например, потенциальный рельеф плоского триода при напряжениях сетки $U_c = -25, -12, -6, 0$ в и анодном напряжении $U_a > 0$ представлен на рис. 55.

Можно показать, что траектория электрона мало отличается от траектории тяжелой точки, скользящей без трения под действием силы тяжести по потенциальному рельефу, ось z которого вертикальна. Уравнение движения электрона в электрическом поле, потенциал которого зависит только от x и y , в векторной форме можно записать так:

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = e \text{grad}[U(x, y)]. \quad (8.10)$$

Потенциальная энергия тяжелой точки равна $mgZ(x, y)$, и уравнение ее движения по рельефу имеет вид

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = mg \text{grad}[Z(x, y)] + \mathbf{R}, \quad (8.11)$$

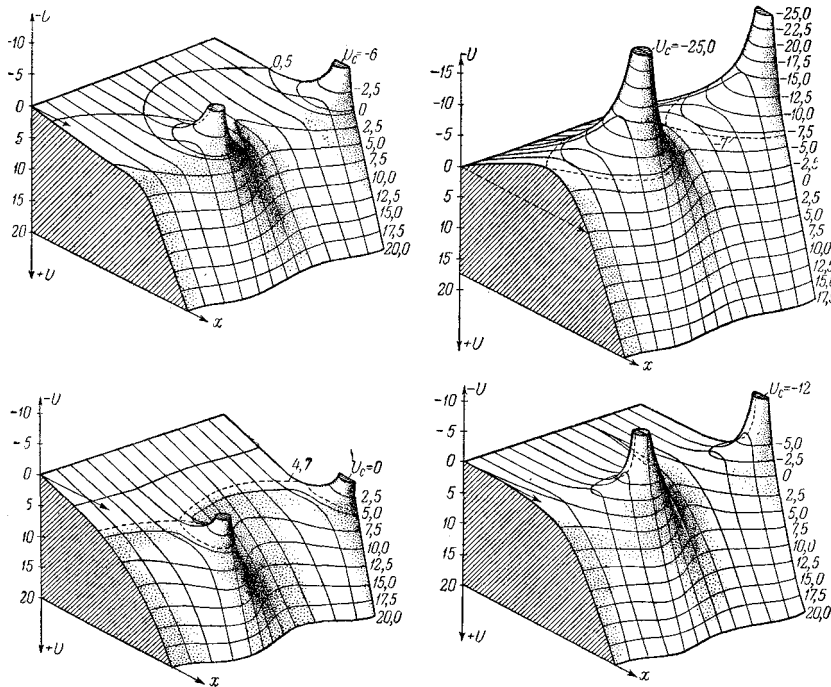


Рис. 55: Потенциальный рельеф триода при различных напряжениях на сетке. На рисунках показаны траектории шариков, выходящих с одинаковыми начальными скоростями из разных точек линии $U = 0$ и скатывающихся по рельефу.

где \mathbf{R} — сила реакции, нормальная к рельефу (рис. 56). В проекции на плоскость xy траектория тяжелой точки будет определяться уравнением

$$m \frac{d\mathbf{v}_{xy}}{dt} = -mg \text{grad}[Z(x, y)] + \mathbf{R}_{xy},$$

или так как $Z(x, y) = -kU(x, y)$, где $k > 0$, то

$$m \frac{d\mathbf{v}_{xy}}{dt} = mgk \text{grad}[U(x, y)] + \mathbf{R}_{xy}. \quad (8.12)$$

Уравнение (8.12) отличается от уравнения (8.10) наличием члена \mathbf{R}_{xy} — проекции силы реакции на горизонтальную плоскость. Если рельеф везде имеет очень малый наклон, то сила \mathbf{R}_{xy} очень мала и уравнения движения почти совпадают. Отсюда следует, что, наблюдая сверху движение точки по рельефу, т. е. смотря по направлению оси z , мы увидим траекторию, близкую к траектории электрона. Можно, конечно, пропорционально увеличить размеры модели, и тогда траектория соответственно увеличится, оставаясь себе подобной. Обычно так и делают при моделировании полей электровакуумных приборов.

В аксиальносимметричном поле сила, действующая на электрон, также не имеет слагающей, перпендикулярной к меридианной плоскости, и траектория

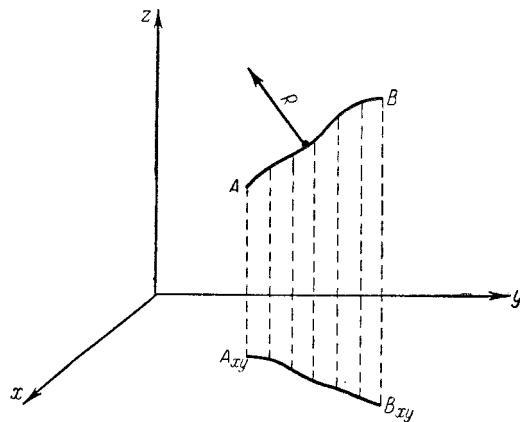


Рис. 56: К выводу формулы (8.12).

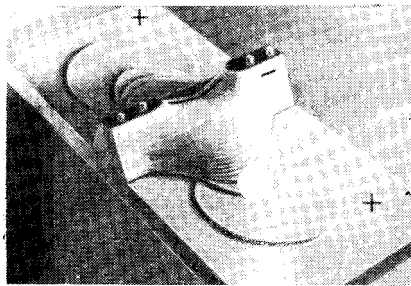


Рис. 57: Потенциальный рельеф одиночной линзы.

электрона — плоская кривая, лежащая в той из меридианных плоскостей, в которой лежит начальная скорость.

Значит, на гравитационной модели аксиальносимметричного поля можно исследовать траектории электронов в электростатических линзах. Например, для определения траекторий в одиночной линзе можно использовать изображенный на рис. 57 потенциальный рельеф, где принято, что в уравнении $Z = \pm kU$ взят знак минус и низший уровень рельефа соответствует наружным диафрагмам, имеющим высокий потенциал.

На практике исследуют движение маленького гладкого шарика, катящегося по рельефу. Если радиус кривизны шарика повсюду много меньше радиуса кривизны траектории, то траектория шарика, как это можно показать, будет очень близка к траектории тяжелой точки, скользящей без трения. Оказывается, что допустим радиус кривизны траектории, равный примерно пятикратному радиусу шарика.

Изготовление рельефа из пластилина или гипса требует много времени, а так как для каждого сочетания напряжений электродов придется изготавливать особую модель, то в таком виде метод непрактичен. Но для плоских полей потенциальный рельеф можно получить быстро и без всяких вычислений методом резиновой

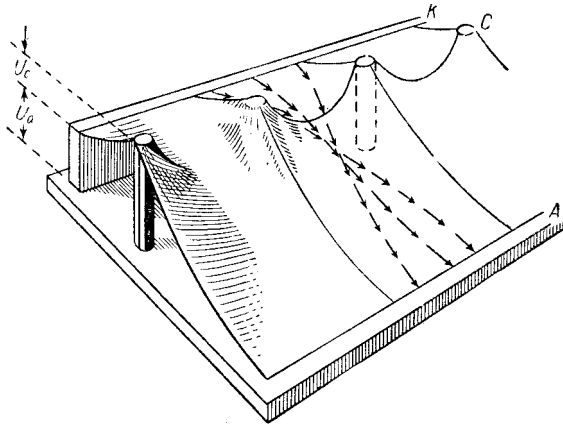


Рис. 58: Получение потенциального рельефа триода методом резиновой мембраны. Стрелками показаны траектории катящихся шариков.

мембраны.

Резиновая мембрана представляет собой тонкий, равномерно растянутый лист резины, укрепленный на горизонтальной раме. Пусть, например, мы задались целью моделировать поле плоского триода с сеткой в виде ряда параллельных стержней и пусть $U_a > 0$ и $U_c < 0$, как на рис. 55. В любой плоскости двумерного поля триода, перпендикулярной к стержням, будет одно и то же распределение потенциала, определяемое формой электродов, их расстояниями и напряжениями. Изготовив модель электродов, позволяющую передвигать вверх и вниз и закреплять анод A и стержни сетки C , устанавливая стержни сетки на $[Z_c]_{\text{см}} \sim U_c$ выше уровня катода, а пластину анода на $[Z_a]_{\text{см}} \sim U_a$ ниже. Подведем теперь модель электродов снизу к мембране с таким расчетом, чтобы верхний срез пластины катода оказался как раз на уровне мембраны. Мембрана плотно ляжет на срезы стержней сетки, а чтобы обеспечить ее прилегание к верхнему срезу пластины анода, прижмем ее сверху брусом или приклеим к анодной пластине. Поверхность мембраны, как будет сейчас показано, с хорошим приближением воспроизводит потенциальный рельеф триода (рис. 58).

В самом деле, в местах соприкосновения электродов и мембраны выполнено условие

$$U_K \sim Z_K = 0; \quad -U_c \sim Z_c; \quad -U_a \sim Z_a.$$

Эти соотношения представляют условия на границах, и если удастся показать, что Z подчиняется тому же дифференциальному уравнению Лапласа $\frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} = 0$, которому подчиняется потенциал U , то наше положение будет доказано. Растянутая мембрана всегда принимает такую форму, что площадь ее поверхности имеет минимальную величину, так как при этом ее энергия будет наименьшей. В этом резиновая мембрана совершенно подобна мыльной пленке на проволочном каркасе (известные из курса общей физики опыты Плато над поверхностным натяжением).

В дифференциальной геометрии доказывается, что в любой точке минималь-

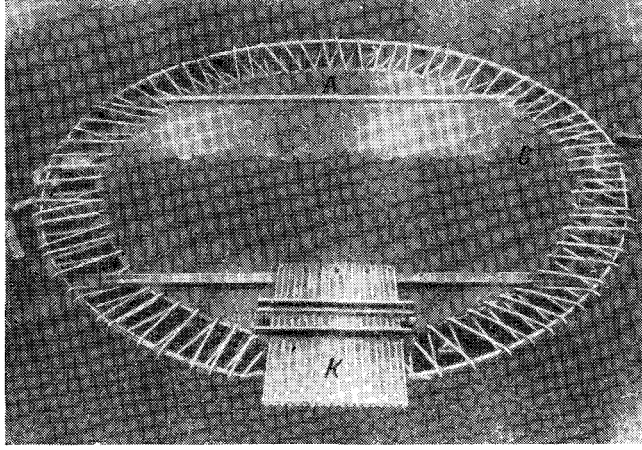


Рис. 59: Установка для применения метода резиновой мембраны. K —механизм для запуска шариков (катод); C —стержни сетки; A —анод.

ных поверхностей средняя кривизна равна полусумме главных кривизн

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = 0,$$

где R_1 и R_2 — радиусы кривизны главных взаимно-перпендикулярных нормальных сечений, т. е. один из них наибольший, а другой наименьший¹. Для любой другой пары взаимно-перпендикулярных нормальных сечений, имеющих радиусы кривизны R'_1 и R'_2 , соблюдается равенство

$$\frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R'_2} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = A,$$

причем для минимальных поверхностей $A = 0$. Если мембрана везде имеет небольшой наклон, как это должно быть для сохранения подобия траекторий электрона и шарика, то $dz \ll dx$, $dz \ll dy$, и в сечениях мембраны с плоскостями, параллельными плоскостям zx и zy , везде будет

$$\frac{1}{R'_1} = \frac{\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}}{\left[1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2\right]^{3/2}} \approx \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \quad \frac{1}{R'_2} \approx \frac{\partial^2 z}{\partial y^2},$$

отсюда

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R'_2} = 0,$$

что и требовалось показать.

Условие малости изгиба мембраны, как показывает в согласии с опытом теоретический расчет, выполняется еще удовлетворительно, если угол наклона мембраны к горизонтальной плоскости не превышает нигде 15° . При углах наклона, меньших 6° , потенциальный рельеф воспроизводится мембраной с точностью,

¹Рашевский П. К., Курс дифференциальной геометрии, Гостехиздат, 1956, § 55, 56.

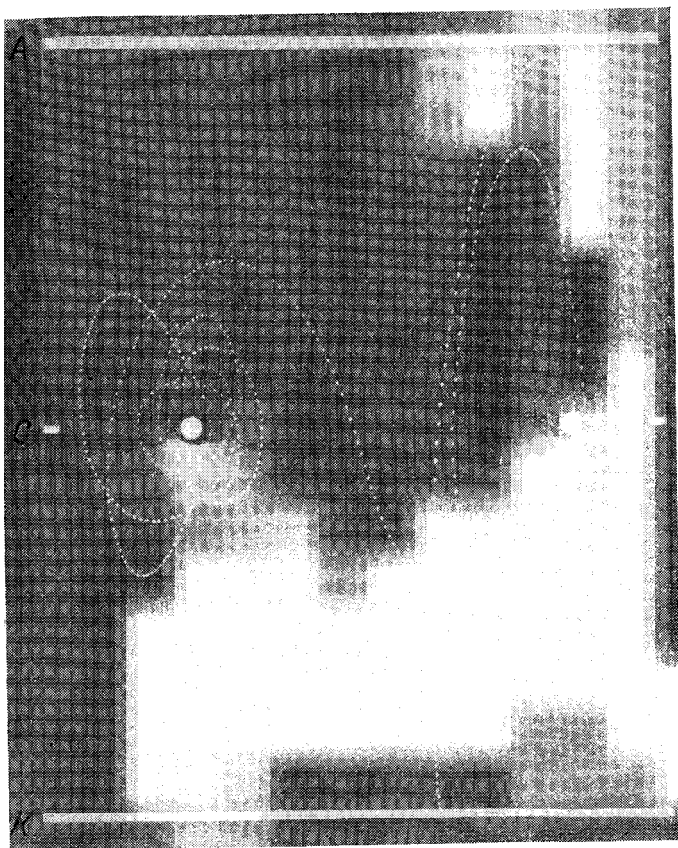


Рис. 60: Пример сложной электронной траектории в триоде при $U_c = 0$, полученный методом резиновой мембраны.

превосходящей 1%. Подъем и опускание электродов модели соответствуют изменению их напряжений, так что не представляет никакого труда за короткое время определить большое число траекторий при разных условиях. Большой точности метод резиновой мембраны не дает, но он очень полезен в тех случаях, когда расчет полей и траектории требует много времени и в то же время необходимо исследовать большое число разных конструкций электродов в различных режимах. Особенно полезен метод резиновой мембраны при разработках электронных ламп и вторичноэлектронных умножителей. Траекторию катящегося по мембране шарика фотографируют освещая прерывающимся светом. На снимке блестящий шарик дает след в виде ряда черточек, по длине которых можно судить об изменении скорости. Установка с резиновой мембраной для исследования траекторий в триоде изображена на рис. 59, а на рис. 60 приведена фотография сложного пути, получающегося при положительной сетке и $U_a < U_k = 0$ для некоторых электронов.

Из других экспериментальных методов определения электронных траекторий следует упомянуть о методе их визуального наблюдения или фотографирования в

разреженном газе. Этим методом получены траектории, воспроизведенные на рис. 15. Метод, очевидно, применим для определения траекторий как в электрических, так и в магнитных полях. Он часто применяется на практике.

Принципиальный недостаток метода связан с тем, что на пути электронов происходит не только возбуждение, но и ионизация молекул. Вторичные электроны диффундируют от места ионизации быстрее, чем ионы, так что внутри луча и вблизи него образуется положительный пространственный заряд, который, с одной стороны, полезен, так как предохраняет пучок от расплывания, но может, вообще говоря, изменить форму траектории. Можно думать, однако, что влияние на форму траектории несильно, так как пространственный заряд в первом приближении должен симметрично распределиться относительно электронного пучка.

§ 9. Ток, ограниченный пространственным зарядом

Во всех до сих пор рассмотренных примерах движения электронов влияние их собственных полей предполагалось незначительным. Не учитывалось ни изменение потенциала, ни изменение траекторий, вызванное влиянием заряда электронов. Если плотность электронного пространственного заряда невелика, такой подход в достаточной мере оправдан.

Существует, однако, немало практически важных случаев, когда влиянием пространственного заряда никоим образом пренебречь нельзя. Это бывает чаще всего тогда, когда одним из электродов является эмиттер с очень большой эмиссионной способностью и объем разрядного пространства относительно невелик, как это имеет место, например, в электронных лампах или в прикатодных областях электронных пушек. Эмиттером здесь служит термоэлектронный катод, с которого можно снимать токи высокой плотности. Вблизи термоэлектронного катода и образуется область, заполненная пространственным зарядом большой плотности, заметно изменяющим распределение потенциала между электродами и регулирующим число электронов, уходящих из катода. В таких случаях говорят о токе между электродами, ограниченном пространственным зарядом, или, короче, о токе пространственного заряда.

Теоретическое решение задачи о токе пространственного заряда и распределении потенциала в его присутствии удалось найти только для немногих самых простых конфигураций электродов, а именно для электродов плоских, цилиндрических и сферических.

Во всех этих случаях силовые линии прямолинейны и траектории электронов, если пренебречь их начальными скоростями на катоде, небольшими по величине, также прямолинейны. Однако перечисленные простые формы электродов имеют достаточно близкое сходство с электродами многих реальных электронных приборов, так что теоретический разбор этих случаев представляет большой практический интерес.

Хотя в общем случае не удастся решить задачу полностью, т. е. не удастся найти распределение потенциала и пространственного заряда и токов на электроды, все же можно установить некоторые закономерности, справедливые для какой угодно формы электродов.

Пусть электронный ток течет в объеме, где кроме катода, потенциал которого U_k мы примем равным нулю, имеется еще несколько электродов с потенциалами U_1, U_2, \dots . Покажем сначала, что если произвести пропорциональное изменение потенциала во всем объеме, т. е. в каждой точке потенциал изменить в одинаковой мере, например в n раз, то траектории электронов, выходящих из катода с нулевой начальной скоростью, не изменятся.

В любой точке поля $\frac{mv^2}{2} = eU$ и при замене $U \rightarrow nU$ (так мы будем обозначать изменение каких-нибудь величин повсюду в n раз) скорость изменится в $n^{1/2}$ раз, т. е. произойдет замена $v \rightarrow n^{1/2}v$. Радиус кривизны траектории определится из соотношений:

$$\frac{mv^2}{R} = -E_R; \quad R = \frac{mv^2}{e \frac{dU}{dR}} = \frac{2U}{\frac{dU}{dR}}. \quad (9.1)$$

При замене $U \rightarrow nU$, очевидно, одновременно градиент потенциала $\frac{dU}{dR}$ заменится на $n \frac{dU}{dR}$ и радиус кривизны, а значит, и сама траектория не изменятся.

Если пространственного заряда нет, то пропорциональное изменение потенциала во всех точках объема получается при пропорциональном изменении потенциалов всех электродов при замене $U_1 \rightarrow nU_1; U_2 \rightarrow nU_2, \dots$ (см. сноску на стр. 53). Но при наличии пространственного заряда, как это видно из уравнения Пуассона,

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = -4\pi\rho \quad (9.2)$$

Замена $U \rightarrow nU$ означает, что одновременно во всем объеме произошло изменение плотности пространственного заряда в n раз, т. е. замена $\rho \rightarrow n\rho$.

Рассмотрим небольшой объем dV в междуэлектродном пространстве. Пространственный заряд в объеме dV создается проходящими через него электронами, и таким образом, заряд этот прямо пропорционален числу входящих в объем в единицу времени электронов, т. е. плотности тока j и времени τ пребывания электронов в объеме dV . Но τ обратно пропорционально v и при замене $v \rightarrow n^{1/2}v$ величина τ заменяется на $n^{-1/2}\tau$. Значит, для того чтобы $\rho \rightarrow n\rho$, нужно, чтобы $j \rightarrow n^{3/2}j$.

Из сказанного следует, что в присутствии электронных токов, текущих между электродами при пропорциональном изменении потенциала $U \rightarrow nU$, одновременно происходят замены: градиента потенциала $dU/dx \rightarrow ndU/dx$, скорости $v \rightarrow n^{1/2}v$, плотности тока $j \rightarrow n^{3/2}j$ и плотности пространственного заряда $\rho \rightarrow n\rho$. Но по доказанному выше траектории электронов при этом не меняются и для изменения плотности тока в $n^{3/2}$ раз нужно просто

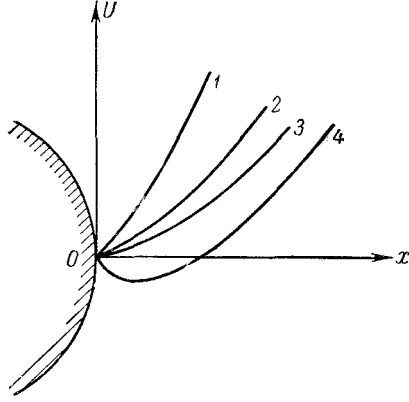


Рис. 61:

в $n^{3/2}$ раз изменить количество электронов, уходящих от катода, т. е. плотность тока на катоде j_k . Изменение $j_k \rightarrow n^{3/2}j_k$ можно получить при наличии поля на катоде, уводящего от него все электроны (в так называемом режиме насыщения), меняя соответственно температуру катода. Этот случай неинтересен для практики. Но возможен режим, в котором изменение $j_k \rightarrow n^{3/2}j_k$ при изменении потенциалов электродов в n раз происходит автоматически, правда, при допущении некоторой идеализации.

Предположим, что катод способен эмиттировать неограниченное число электронов с нулевой начальной скоростью. Вблизи такого катода плотность пространственного заряда всегда устанавливается на таком уровне, что поле на поверхности катода $E_k = 0$.

В самом деле, пусть до начала эмиссии в холодном приборе распределение потенциала вдоль перпендикуляра к катоду Ox изображается кривой 1 и в точке будет $\frac{dU}{dx} > 0$, т. е. поле ускоряет электроны (рис. 61). После начала эмиссии вследствие появления отрицательного пространственного заряда кривая распределения потенциала начнет понижаться. Покажем, что при наших предположениях относительно катода равновесие установится, если на катоде $\left(\frac{dU}{dx}\right)_k = 0$ (кривая 3). В самом деле, если несмотря на уже происшедшее снижение $\left(\frac{dU}{dx}\right)_k > 0$ (кривая 2), то эмиссия продолжает возрастать, так как катод способен выбросить сколь угодно большое число электронов, и кривая продолжает понижаться. Но если кривая «провисла» настолько, что $\left(\frac{dU}{dx}\right)_k$ стала меньше нуля (кривая 4), то это значит, что поле стало тормозить электроны, а так как скорость их вылета равна нулю, то эмиссия немедленно прекратится, ρ начнет падать и кривая будет подниматься. Отсюда ясно, что эмиссия всегда установится на таком уровне, что поле на катоде будет равно нулю.

При изменении напряжений на электродах в n раз, т. е. при замене $U_s \rightarrow nU_s$ происходит изменение режима. Если при этом повсюду потен-

циал изменится в n раз и плотность тока в $n^{3/2}$ раза, то в новом режиме будут удовлетворяться уравнения: $j = -\rho v$; $\frac{mv^2}{2} = eU$; $\Delta U = -4\pi\rho$ и граничные условия. На катоде при этом поле остается равным нулю, и условие $\left(\frac{dU}{dx}\right)_k \rightarrow n \left(\frac{dU}{dx}\right)_k$ также не нарушается. Следовательно, должен установиться именно этот режим, удовлетворяющий уравнениям задачи и граничным условиям¹.

Так как в любой точке разрядного пространства замена $U \rightarrow nU$ обуславливает замену $j \rightarrow n^{3/2}j$, то

$$j = kU^{3/2}, \quad (9.3a)$$

где k — постоянный коэффициент. Соотношение (9.3a) называется законом трех вторых.

Однако формула $j = -\rho v$ теряет смысл, если существуют в одном и том же месте потоки электронов разных направлений (например, встречные). В этом случае закон трех вторых не выполняется. Такие режимы часто встречаются в многоэлектродных приборах, но возможны и в диодах. Только в диодах простой геометрической формы (плоских, цилиндрических, сферических) не может быть встречных потоков и к ним в полной мере относится все сказанное выше. Однако теорию диодов простейшей формы оказывается возможным использовать для практически важных режимов в многоэлектродных приборах. Формулу (9.3a) для диода можно записать в виде

$$I_a = BU_a^{3/2}, \quad (9.3b)$$

где I_a , U_a — анодные напряжения и ток и B — коэффициент, зависящий от геометрии диода.

В реальных приборах часто можно считать начальную скорость электронов очень малой. Тогда, если ток на катоде много меньше тока насыщения, т. е. эмиссионная способность катода используется далеко не полностью, мы имеем условия, достаточно близкие к диоду с идеализированным катодом, обладающим бесконечно большой эмиссионной способностью, и закон «трех вторых» выполняется с хорошим приближением.

1. Плоские электроды. Формула Чайльда—Ленгмюра.

Выше было указано, что полное решение задачи о токе пространственного заряда удается получить только для плоских, цилиндрических и сферических электродов.

Для плоских электродов расчет весьма прост. Из уравнений

$$\frac{mv^2}{2} = eU, \quad j = -\rho v, \quad \frac{d^2U}{dx^2} = -4\pi\rho \quad (9.4)$$

¹Строго говоря, следует доказать, что режим, в котором повсюду $U \rightarrow nU$, $j \rightarrow n^{3/2}j$, является единственно возможным при изменении напряжения на электродах $U_s \rightarrow nU_s$. На этом вопросе мы останавливаться не будем.

исключаем ρ и v . Получаем уравнение

$$\frac{d^2U}{dx^2} = k \frac{1}{\sqrt{U}}; \quad k = \frac{4\pi j}{\sqrt{2\eta}}. \quad (9.5)$$

Здесь k — постоянная величина, так как при установившемся режиме через единицу площади на любом расстоянии от катода проходит одно и то же число электронов. Если d — расстояние между катодом и анодом, то условия на границах междуэлектродного пространства имеют вид

$$[U]_{x=0} = 0, \quad [U]_{x=d} = U_a, \quad \left[\frac{dU}{dx} \right]_{x=0} = 0. \quad (9.6)$$

Умножая (9.5) на $2 \frac{dU}{dx}$, получаем:

$$2 \frac{dU}{dx} \frac{d^2U}{dx^2} = \frac{d}{dx} \left(\frac{dU}{dx} \right)^2 = k \frac{1}{\sqrt{U}} 2 \frac{dU}{dx} = 4k \frac{d}{dx} (\sqrt{U}).$$

Отсюда, принимая во внимание граничные условия (9.6), получим:

$$\frac{dU}{U^{1/4}} = 2\sqrt{k} dx.$$

Второе интегрирование дает

$$\frac{4}{3} U^{3/4} = 2\sqrt{k}x, \quad j = \frac{\sqrt{2\eta} U^{3/2}}{9\pi x^2} \quad (9.7)$$

и на аноде

$$j_a = j = \frac{\sqrt{2\eta} U_a^{3/2}}{9\pi d^2}. \quad (9.8)$$

Из (9.7) и (9.8) получается выражение для распределения потенциала

$$U = U_a \left(\frac{x}{d} \right)^{4/3}. \quad (9.9)$$

Наконец, из уравнения Пуассона следует:

$$\rho = -\frac{1}{4\pi} \frac{d^2U}{dx^2} = -\frac{1}{9\pi} \frac{U_a}{d^2} \left(\frac{d}{x} \right)^{2/3}. \quad (9.10)$$

Графики функций $U(x)$ и $\rho(x)$ представлены на рис. 62. Как видно, плотность пространственного заряда быстро возрастает по мере приближения к катоду. Выражая U_a в вольтах и d в сантиметрах, формулу (9.8) можно представить в следующем виде:

$$j_a = 2,33 \cdot 10^{-6} \frac{U_a^{3/2}}{d^2} \left[\frac{a}{\text{см}^2} \right]. \quad (9.11)$$

Закон «трех вторых» для плоских электродов, часто называемый формулой Чайльда — Ленгмюра, был установлен в 1909 г. Чайльдом и применен к электронному разряду Ленгмюром.

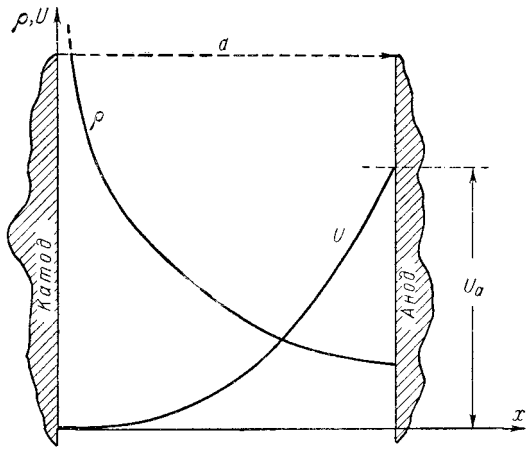


Рис. 62: Распределение U и ρ в плоском диоде.

2. Цилиндрические электроды. Формула Ленгмюра—Богуславского.

Первые применявшиеся на практике диоды и триоды имели обычно цилиндрические электроды; отсюда — большое практическое и историческое значение задачи о вычислении тока пространственного заряда между цилиндрическими электродами. Задача эта оказалась математически сложной, и правильное ее решение было получено только в 1923 г. проф. Московского университета С. А. Богуславским и Ленгмюром и Блуджетт в США. Мы здесь изложим только результаты этих вычислений.

Будем пользоваться цилиндрическими координатами; обозначим радиус катода r_k , радиус анода r_a и его длину l и будем считать, что $l \gg r_a$. Потенциал U будет функцией только координаты r . Ток на единицу длины вдоль оси (погонная плотность тока) будет

$$J = 2\pi r j. \quad (9.12)$$

Очевидно, J не зависит от r , так что ток на единицу длины анода

$$J_a = J = 2\pi r_a j_a. \quad (9.13)$$

Полагая опять, что начальная скорость электронов на катоде равна нулю, уравнения для этого случая можно записать в виде

$$\frac{mv^2}{2} = eU, \quad J = -2\pi r \rho v, \quad \frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} = -4\pi \rho. \quad (9.14)$$

Третье из этих уравнений — уравнение Пуассона, в которое входят только производные по r , так как U не зависит ни от z , ни от φ .

Исключение ρ и v из (9.14) дает

$$\frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} = J \sqrt{\frac{2}{\eta}} \frac{1}{r \sqrt{U}}. \quad (9.15)$$

Надо найти решение этого уравнения при граничных условиях

$$(U)_{r=r_k} = 0, \quad (U)_a = U_a, \quad \left(\frac{dU}{dr} \right)_{r=r_k} = 0. \quad (9.16)$$

Уравнения (9.15) остаются справедливыми и для случая внешнего катода, но, разумеется, при других граничных условиях.

Приближенное решение уравнения (9.15) получить очень просто. Пусть r настолько велико, что членом $\frac{1}{r} \frac{dU}{dr}$ в левой части можно пренебречь по сравнению с членом $\frac{d^2U}{dr^2}$. Уравнение (9.15) после замены J на $2\pi jr$ примет вид

$$\frac{d^2U}{dr^2} = \frac{4\pi j}{\sqrt{2\eta}} \frac{1}{\sqrt{U}}. \quad (9.15a)$$

Это уравнение совпадает с уравнением (9.5) для плоских электродов. Так как и граничные условия на электродах те же, что и в плоском случае, то решение, пригодное для больших значений r и притом близких к r_a , когда j можно считать не зависящим от r , должно выразиться формулой (9.7), т. е. иметь вид

$$\left. \begin{aligned} j &= \frac{\sqrt{2\eta}}{9\pi} \frac{U^{3/2}}{r^2}, \\ J &= 2\pi r j = \frac{2}{9} \sqrt{2\eta} \frac{U^{3/2}}{r}, \end{aligned} \right\} \quad (9.17)$$

и сила тока на анод

$$I_a = J_a l = \frac{\sqrt{2\eta}}{9\pi} \frac{Q_a U_a^{3/2}}{r_a^2}, \quad (9.18)$$

где $Q_a = 2\pi r_a l$ — поверхность анода. Точному решению уравнения (9.15) удобно придать вид, сходный с приближенным решением (9.17), введя в него зависящий от r множитель $1/\beta^2(r/r_k)$, и записать решение в таком виде:

$$J = 2\pi r j = \frac{2}{9} \sqrt{2\eta} \frac{U^{3/2}}{r \beta^2 \left(\frac{r}{r_k} \right)}. \quad (9.19)$$

Для $r = r_a$ формула (9.19) примет вид

$$J_a = J = \frac{2}{9} \sqrt{2\eta} \frac{U_a^{3/2}}{r_a \beta^2 \left(\frac{r_a}{r_k} \right)}. \quad (9.20)$$

Для нахождения $\beta(r)$ следует вставить J из формулы (9.19) в уравнение (9.15). После преобразований получается:

$$3\beta \frac{d^2\beta}{du^2} + \left(\frac{d\beta}{du} \right)^2 + 4\beta \frac{d\beta}{du} + \beta^2 - 1 = 0, \quad (9.21)$$

где $u = \ln(r/r_k)$. Из уравнения (9.21) были найдены приближенные выражения, удобные для нахождения β при различных значениях r/r_k , как в

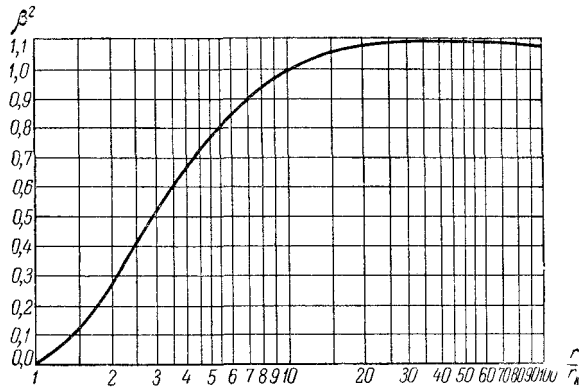


Рис. 63: Функция $\beta^2(r/r_k)$.

случае внешнего анода, так и в случае внешнего катода. Оба эти случая представляют практический интерес.

Не приводя формул для вычисления β , ограничимся краткими выдержками из таблицы значений β^2 и графиком зависимости β^2 от r/r_k для случая внешнего анода (рис. 63)². Для диода с внешним катодом β оказывается отрицательной величиной. Это не имеет значения, так как в (9.19) входит β^2 .

Как видно из таблицы 2 и графика, наибольшее значение β^2 для случая внешнего анода равно 1,0946, так что приближенное решение (9.17) верно с ошибкой, меньшей 10%, для всех r/r_k , за исключением $r/r_k < 8$. Практически во всех диодах с катодом прямого накала $r_a/r_k > 8$.

Таблица 2: Значения β^2 в зависимости от r/r_k и $-\beta^2$ в зависимости от r_k/r

Внешний анод	$\frac{r}{r_k}$	1	2	4	8	11,2	20	40	200
	β^2	0	0,279	0,667	0,925	1,00	1,072	1,0946	1,056
Внешний катод	$\frac{r_k}{r}$	1	2	4	8	20	40	200	
	$(-\beta)^2$	0	0,845	6,06	24,81	115,64	327	2946	

Для силы тока на анод, принимая во внимание, что площадь анода $Q_a = 2\pi r_a l$, можно написать:

$$I_a = \frac{\sqrt{2\eta}}{9\pi} \frac{Q_a U_a^{3/2}}{r_a^2 \beta^2 \left(\frac{r_a}{r_k}\right)} \quad (9.22a)$$

²Таблицу значений β^2 см. [Л. 1.8, т. I, гл. 6; Л. 1.11, гл. 1]. Здесь же приведены таблицы и графики для случая сферических электродов.

или, если U_a выражено в вольтах и r_a , r_k и l в сантиметрах:

$$I_a = 2,33 \cdot 10^{-6} \frac{Q_a U_a^{3/2}}{r_a^2 \beta^2 \left(\frac{r_a}{r_k}\right)} [a]. \quad (9.226)$$

Распределение потенциала можно найти из формул (9.19) и (9.20):

$$U = U_a \left(\frac{r}{r_a}\right)^{3/2} \left[\frac{\beta^2 \left(\frac{r}{r_k}\right)}{\beta^2 \left(\frac{r_a}{r_k}\right)} \right]^{2/3}. \quad (9.23)$$

Для больших значений r/r_k , когда $\beta^2(r/r_k) \approx \beta^2(r_a/r_k)$, это выражение примет вид

$$U = U_a \left(\frac{r}{r_a}\right)^{2/3}. \quad (9.24)$$

Распределение пространственного заряда мы вычислять не будем, хотя сделать это нетрудно.

3. Сферические электроды.

Диод со сферическими электродами имеет мало сходства с термоэлектронными диодами, а в более близких к нему по форме фотоэлектронных диодах (фотоэлементах) никогда не приходится иметь дело с большим пространственным зарядом.

Однако в недавнее время теория сферического диода приобрела практический интерес в связи с задачей получения сходящихся электронных пучков и некоторыми конструкциями сверхвысокочастотных ламп. Остановимся поэтому на результатах теории. Полный ток между сферами, одна из которых представляет собой катод с неограниченной эмиссионной способностью, может быть вычислен по формуле

$$I_a = \frac{4}{9} \sqrt{2\eta} \frac{U_{text}^{3/2}}{\alpha^2}, \quad (9.25)$$

где α подобно β в (9.19) является функцией отношения r/r_k (или r_k/r). Ниже нам придется встретиться только со случаем внешнего катода, когда $\alpha < 0$; поэтому мы приведем в сокращенном виде таблицу значений α только для случая $\alpha < 0$.

Таблица 3: Зависимость $-\alpha^2$ от r_k/r для случая внешнего катода

r_k/r	1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,5	3,0	5,0	10
$(-\alpha)^2$	0	0,037	0,140	0,297	0,502	0,750	1,53	2,51	7,98	29,2

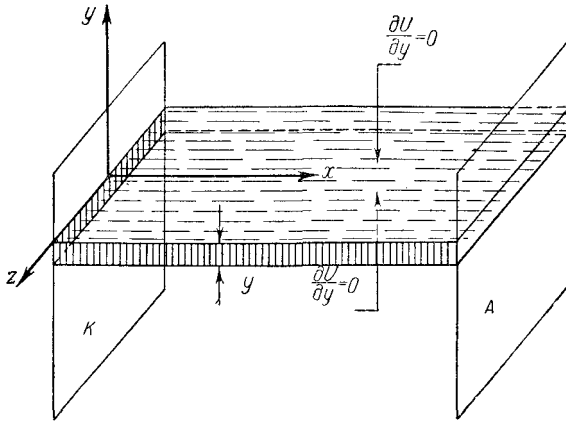


Рис. 64: Плоский пучок, выделенный из потока электронов в плоском диоде.

Полный ток не зависит, очевидно, от r , так что

$$I = I_a = \frac{4}{9} \sqrt{2\eta} \frac{U_{text}^{3/2}}{\left[-\alpha \left(\frac{r_k}{r_a}\right)\right]^2} = \frac{4}{9} \sqrt{2\eta} \frac{U_{text}^{3/2}}{\left[-\alpha \left(\frac{r_k}{r}\right)\right]^2}. \quad (9.26)$$

В практических единицах (вольт, ампер)

$$I = I_a = 29,3 \cdot 10^{-6} \frac{U_{text}^{3/2}}{\left[-\alpha \left(\frac{r_k}{r_a}\right)\right]^2} [a] = 29,3 \cdot 10^{-6} \frac{U_{text}^{3/2}}{\left[-\alpha \left(\frac{r_k}{r}\right)\right]^2} [a]. \quad (9.27)$$

Распределение потенциала, как видно из (9.26), определяется формулой

$$U = U_a \left[\frac{\alpha \left(\frac{r_k}{r}\right)}{\alpha \left(\frac{r_k}{r_a}\right)} \right]. \quad (9.28)$$

4. Прямолинейные пучки электронных лучей. Электронные пучки Пирса.

Все три разобранных случая (плоские, сферические и цилиндрические электроды) имеют между собой то общее, что линии тока в них прямолинейны. Будем для краткости называть такие потоки прямолинейными.

Выделим внутри параллельного прямолинейного потока трубку тока в виде тонкого слоя толщиной Δy (рис. 64) или в виде цилиндра с радиусом r_0 (рис 65). В пределах выделенного слоя или трубки поток остается прямолинейным, так как взаимное отталкивание электронов внутри трубки компенсируется сжимающим действием пространственного заряда электронов, находящихся вне трубки или слоя. Как было показано выше, при наличии

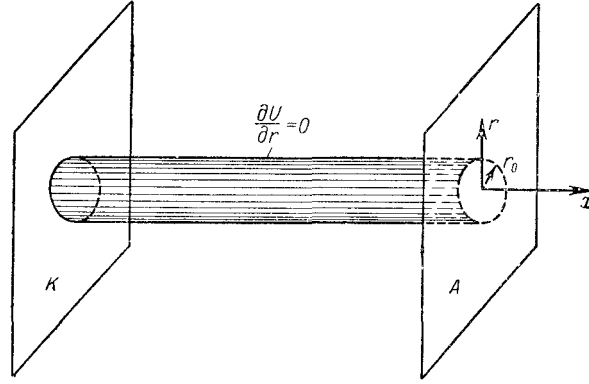


Рис. 65: Цилиндрический пучок, выделенный из потока электронов в плоском диоде.

параллельного прямолинейного потока пространственного заряда (плоские электроды) и токе, далеко от тока насыщения, потенциал удовлетворяет условиям

$$U = Ax^{4/3}, \quad \frac{\partial U}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial U}{\partial z} = 0. \quad (9.29)$$

Условия (9.29) необходимы для сохранения прямолинейности потока.

Пусть теперь эмиссионная способность катода сохраняется только в пределах заштрихованной области катода на рис. 64. Тогда вне слоя пространственный заряд исчезнет и условия (9.29) нарушатся. Отталкивание электронов внутри слоя уже не будет компенсировано действием внешнего пространственного заряда, и слой по мере удаления от катода будет расширяться. Можно ли, несмотря на удаление внешнего пространственного заряда, добиться сохранения прямолинейности потока? Для этого нужно так подобрать форму электродов, чтобы условия (9.29) опять удовлетворялись. Для случая тонкого и широкого слоя поставленную задачу можно решить точно.

Пусть верхняя граница слоя совпадает с плоскостью xz . Тогда задачу для верхнего полупространства можно сформулировать так: требуется отыскать плоское поле, удовлетворяющее на плоскости xz условию $\frac{\partial U}{\partial y} = 0$ и при $y > 0$ удовлетворяющее уравнению Лапласа $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} = 0$. Как известно, двумерному уравнению Лапласа удовлетворяет всякая аналитическая функция $f(x + iy) = \varphi(x, y) + i\psi(x, y)$, причем каждая из функций $\varphi(x, y)$, $\psi(x, y)$ в отдельности также удовлетворяет уравнению Лапласа³. В нашем случае, как это сразу видно, условия (9.29) удовлетворяются функцией

$$U(x, y) = \operatorname{Re}\{A(x + iy)^{4/3}\}, \quad (9.30)$$

³См., например, Смирнов, Курс высшей математики, т. III.

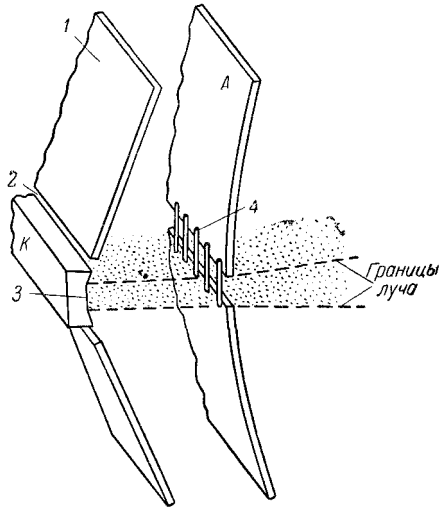


Рис. 66: Конструкция пушки для получения широкого параллельного электронного пучка. 1—электрод нулевого потенциала; 2—зазор для теплоизоляции; 3—эмиттирующая поверхность; 4—сетка.

которая и дает потенциал искомого поля. Полагая $U(x,y) = 0$, мы получим уравнение нулевой эквипотенциальной линии, определяющей профиль электрода, соединенного с катодом:

$$y = x \operatorname{tg} \left(\frac{3}{8} \pi \right) = x \operatorname{tg}(67,5^\circ). \quad (9.31)$$

Это уравнение прямой, проведенной под углом $67,5^\circ$ к оси x . Для $U(x,y) = U_a$ будем иметь:

$$(x^2 + y^2)^{2/3} \cos \left(\frac{4}{3} \varphi \right) = U_a, \quad \varphi = \operatorname{arctg} y/x. \quad (9.32)$$

Это уравнение определяет форму электрода, служащего анодом.

Если Δy мало, т. е. слой тонкий, то в нижнем полупространстве эквипотенциальные поверхности для предотвращения размывания нижней границы слоя должны быть зеркальным изображением поверхностей верхнего полупространства.

С помощью уравнений (9.31) и (9.32) можно сконструировать электронную пушку, дающую прямолинейный широкий плоский поток электронов (рис. 66). Электрод с нулевым потенциалом состоит из катода, эмиттирующая поверхность которого представляет собой длинную полоску, и двух плоских пластин, поставленных под углом 135° . Узкие зазоры между катодом и пластинами сделаны для тепловой изоляции катода. Анод, заряженный до потенциала U_a , представляет собой пластину, изогнутую по экви-

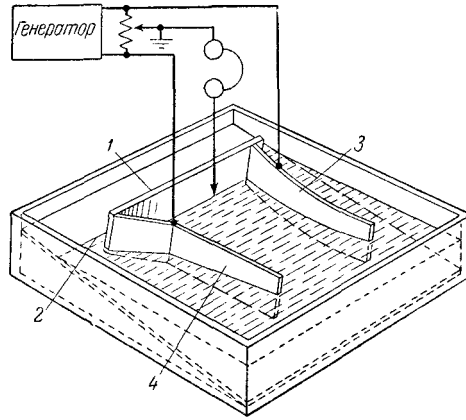


Рис. 67: Наклонная электролитическая ванна для исследования формы электродов электронной пушки Пирса. 1—пластинка из диэлектрика; 2—ребро клина (ось симметрии поля); 3—анодный электрод; 4—катодный электрод.

потенциальной линии $U_a = \text{const}$. В аноде прорезана щель для пропускания электронов. Если щель узкая, то она, равно как и зазоры в электроде нулевого потенциала, мало влияет на распределение потенциала между электродами и на границах слоя условия (9.29) будут удовлетворены. Следовательно, поток электронов останется параллельным и прямолинейным вплоть до отверстия в аноде.

Для практики пушка, дающая широкий пучок электронов, менее интересна, чем пушка, из которой выходит тонкий параллельный пучок круглого сечения.

Теоретически задача о получении тонкого цилиндрического пучка электронов ставится совершенно так же, как только что разобранный: нужно на границе цилиндрического пучка создать распределение потенциала, подчиняющееся условиям (см. рис. 65):

$$U(x, r_0) = Ax^{4/3}, \quad \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r=r_0} = 0. \quad (9.33)$$

Однако найти решение аналитически не удастся и форму электродов придется определять экспериментально несколько видоизмененным методом электролитической ванны. Если в электролит погрузить кусок диэлектрика, то ввиду того что линии тока на границе диэлектрика ей параллельны, нормальная составляющая градиента потенциала $\frac{\partial U}{\partial n}$ на границе равна нулю.

Внесем в наклонную ванну, в которой ребро жидкого клина изображает ось симметрии, пластинку диэлектрика (рис. 67), край которой параллелен ребру клина. В электролитической модели поля диэлектрик изображает электронный пучок, так как на его границе всегда выполняется второе из условий (9.33).

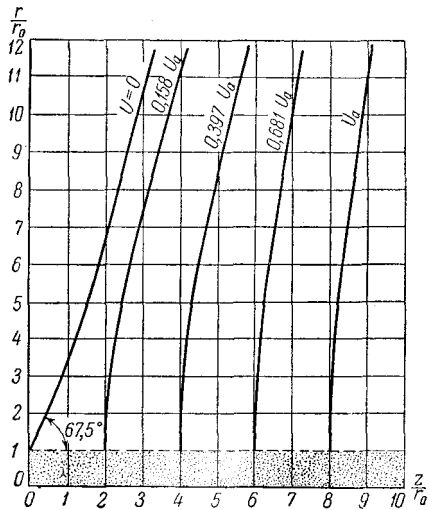


Рис. 68: Эквипотенциальные линзы, позволяющие определить форму электродов пушки Пирса, дающей цилиндрический параллельный пучок электронов. r —расстояние от оси до луча; r_0 —радиус катода; z —расстояние от катода.

Подавая на электроды, расположенные так, как это показано на рисунке, напряжения и придавая им различный изгиб, можно найти экспериментально такую их форму, при которой будет вдоль границы диэлектрика удовлетворяться и первое из условий (9.33). Результаты измерений распределения потенциала моделированного таким путем поля показаны на рис. 68.

Электроды пушки должны иметь вид поверхностей вращения нулевой эквипотенциальной линии и линии с потенциалом U_a вокруг оси симметрии. Такая пушка изображена на рис. 69. После прохождения отверстия в аноде пучок начнет расходиться по двум причинам. Во-первых, за пределами анода нет внешнего поля, компенсирующего взаимное отталкивание электронов, и, во-вторых, поле в отверстии анода, на который подано положительное напряжение, образует рассеивающую линзу-диафрагму, так как электроны переходят из области с большой напряженностью поля в область, где напряженность равна нулю (§ 5). Отвлекаясь пока от первой причины расхождения, рассмотрим, как можно избежать, по крайней мере на некотором расстоянии за анодом, расхождения пучка. Наши выводы будут, очевидно, тем ближе к истине, чем меньше плотность тока в пучке. Заметим прежде всего, что, закрывая анодное отверстие сеткой, мы заменим одну широкую линзу рядом узких и не устраним расхождения, а только изменим его характер. Но легко понять, что пучок, который был сходящимся между катодом и анодом, может остаться сходящимся и после выхода из анода. Рассмотрим, при каких условиях электроны, выходящие из части Q

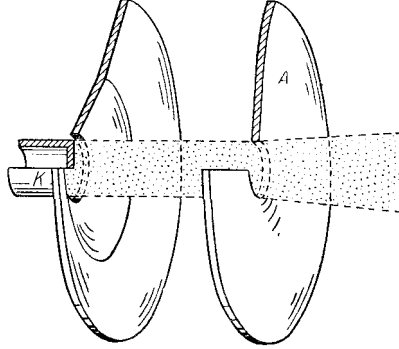


Рис. 69: Форма электродов пушки, дающей цилиндрический параллельный пучок электронов.

внешнего сферического катода, распространяются прямолинейно и образуют пучок лучей, заполняющих круглый прямой конус (рис. 70).

Если угол разворота конуса 2θ , то сила тока в пучке

$$I = 29,3 \cdot 10^{-6} \frac{U^{3/2}}{\left[-\alpha \left(\frac{r_k}{r}\right)\right]^2} \sin^2 \frac{\theta}{2} [a], \quad (9.34)$$

так как отношение площадей сегмента Q и шара равно $\sin^2 \theta/2$. Из (9.34) для распределения потенциала вдоль образующих конуса получается

$$U = 1,18 \cdot 10^3 \frac{\left[-\alpha \left(\frac{r_k}{r}\right)\right]^{4/3}}{\left[\sin \theta/2\right]^{4/3}} I^{2/3} [e]. \quad (9.35)$$

Кроме того, на боковой поверхности конуса должно быть повсюду

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = 0. \quad (9.36)$$

При условии соблюдения равенств (9.35) и (9.36) поток остается прямолинейным и сходящимся под углом θ , тогда как остальная часть пространства между обеими сферами не заполнена электронами.

Если эмиттирует электроны только часть Q внешней сферы, лежащая в основании конуса, то для выполнения условий (9.35) и (9.36) нужно будет придать электродам особую форму, которую можно определить в наклонной ванне (рис. 67), с той только разницей, что теперь пластинку из диэлектрика, соответствующую на модели краю электронного пучка, нужно поставить к ребру жидкого клина, изображающего ось пушки, под тем углом θ , под которым должны сходиться лучи. Форма электродов, катода и анода должна быть такова, чтобы вдоль пластинки (границы пучка) $U(r)$ было бы пропорционально $\left[-\alpha \left(\frac{r_k}{r}\right)\right]^{4/3}$.

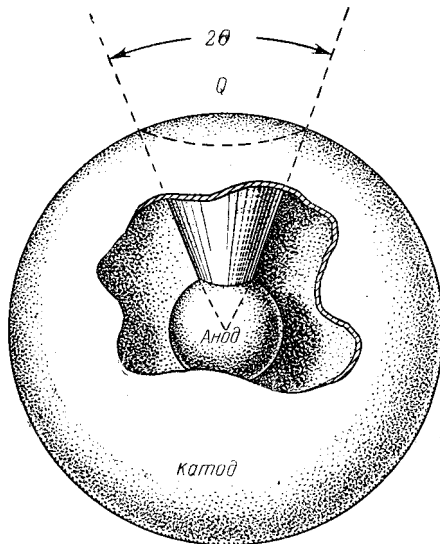


Рис. 70: Выделение конического пучка электронов в сферическом диоде.

Описанные в п. 5 электронные пушки были предложены Пирсом (США). Позднее С. Н. Трениной были разработаны более удобные для практики пушки типа пушек Пирса и дан их технический расчет. О пушках Пирса см. [Л. 1.8, т. II, гл. 13; Л. 1.6 и Л. 1.18].

§ 10. Параллельный поток электронов, имеющих одинаковые начальные скорости

1. Характер распределения потенциала. Постановка задачи.

В предшествовавшем параграфе был рассмотрен параллельный электронный поток между плоскими электродами, одним из которых служил катод с неограниченной эмиссионной способностью. Распределение потенциала между электродами подчинялось в этом случае закону «четырех третей»:

$$U = U_a \left(\frac{x}{d} \right)^{4/3}, \quad (10.1)$$

А сила тока вычислялась по формуле

$$I_a = KU_a^{3/2}; \quad K = 2,33 \cdot 10^{-6} \frac{Q_a}{d^2} \left[\frac{a}{b^{3/2}} \right]. \quad (10.2)$$

Распределение, выраженное формулой (10.1), и силу тока, вычисленную по (10.2), в этом параграфе будем для краткости называть «нормальным диодным распределением потенциала» и «нормальным диодным током».

Рассмотрим теперь задачу о вычислении распределения потенциала между электродами и анодного тока в том случае, когда электроны выходят из плоского катода с одинаковыми начальными скоростями, направленными перпендикулярно к его поверхности. В таком виде эта задача является несколько упрощенной задачей о вычислении анодного тока и распределения потенциала между сеткой и анодом в триоде или тетроде с плоскими электродами. Упрощение заключается в том, что в реальной лампе электроны изменяют направление при прохождении через сетку, траектории их искривляются и поток в известной степени утрачивает параллельность. Однако в первом приближении, если сетка достаточно густая и сплетена из тонких проволок, можно считать, что все электроны выходят из плоскости сетки с одинаково направленными и одинаковыми скоростями:

$$v = \sqrt{2\eta U_c},$$

где U_c — потенциал сетки. В тетроде (рис. 71, а), где имеются две сетки C_1 и C_2 , можно, во-первых, меняя U_{c_1} при $U_{c_2} = \text{const}$, действовать на пространственный заряд у катода и изменять силу тока, входящего в пространство C_2A , не меняя начальных скоростей электронов, и, во-вторых, изменяя U_{c_2} при $U_{c_1} = \text{const}$, изменять начальную скорость входящих электронов, равную здесь $\sqrt{2\eta U_{c_2}}$. Устройство, состоящее из катода и двух сеток C_1 и C_2 , можно назвать управляемым катодом. Стоящую перед нами задачу можно сформулировать следующим образом: через плоскость сетки C_2 (электрод I) со скоростями $v_1 = v_{x_1} = \sqrt{2\eta U_1}$ проходят электроны, образуя ток I , входящий в пространство между электродами $I-II$, причем как силу тока I , так и напряжения $U_1 = U_{c_2}$ и $U_2 = U_A$ можно менять произвольно и независимо друг от друга. Требуется найти распределение напряжения между электродами и силу тока на электрод II (анод) в зависимости от напряжения U_a и силы тока I .

Рассмотрим сначала качественно, как будет меняться распределение потенциала в зависимости от величины входящего тока I . В отсутствие тока распределение потенциала линейно. При появлении отрицательного пространственного заряда кривая распределения потенциала начинает «провисать» и при некоторой силе тока на ней образуется минимум потенциала (рис. 71, б, кривые 2 и 3). Если $U_1 = U_2$, то минимум потенциала, как легко понять, образуется при сколь угодно слабом токе. Усиление входящего тока I сопровождается увеличением провисания кривой, и можно предвидеть, что при известных условиях увеличение тока I может привести к скачкообразному изменению режима. В самом деле, увеличение пространственного заряда при возрастании тока вызывает углубление минимума потенциала, которое влечет за собой уменьшение скорости электронов и, значит, новое увеличение пространственного заряда и т. д. При достаточной силе входящего тока углубление минимума, начало которому было положено небольшим увеличением тока I , будет быстро развиваться до тех пор, пока не наступит условие $U_{\min} = 0$ (рис. 71, б, кривая 5), т. е. мы будем иметь скачкообразное изменение в распределении потенциала. При $U_{\min} = 0$ часть

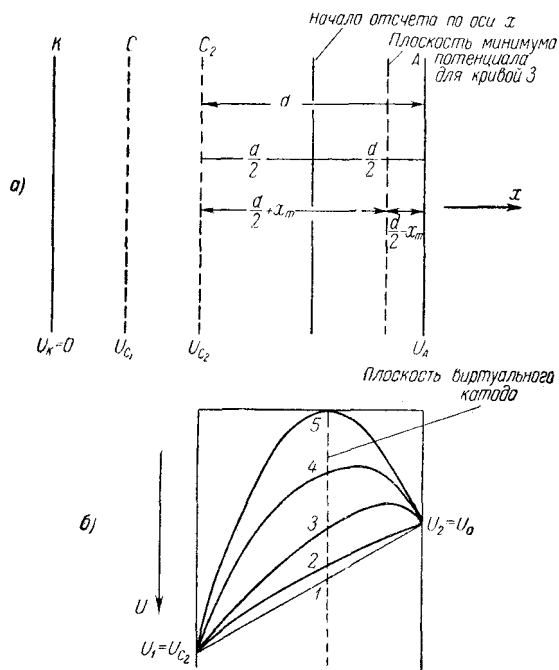


Рис. 71: а—плоский тетрод, позволяющий получать между C_2 и A поток электронов различной скорости и плотности; б—распределение потенциала между C_2 и A при разных плотностях тока.

электронов должна будет повернуть обратно и только часть их достигнет анода, иными словами, анодный ток изменится скачком.

Поверхность, на которой $U_{\min} = 0$, называют виртуальным катодом¹. Заметим, что вопрос о разделении входящего тока I на ток I_1 , возвращающийся к электроду I , и ток I_2 , идущий на анод II , не решается в рамках принятого упрощения, где было принято, что все электроны проходят плоскость электрода I в совершенно одинаковых условиях, с одинаковыми скоростями. Но очевидно, что такое разделение фактически произойдет, если учесть, что на одинаковые скорости $v_1 = \sqrt{2\eta U_1}$ накладываются распределенные по Максвеллу начальные скорости вылета электронов из катода. В действительности U_{\min} будет немного ниже нуля и более медленные электроны будут поворачивать обратно в некотором слое толщины Δx , а более быстрые — проходить к аноду. Упрощая задачу, мы будем считать, что разделение электронов на две группы происходит непосредственно на некоторой поверхности, и будем пренебрегать на ней тепловыми скоростями. Эта поверхность, эмиттирующая электроны в сторону анода (ток I_2), и будет виртуальным катодом.

2. Случай отсутствия возвращающихся электронов.

Начнем со случая отсутствия обратного тока, т. е. положим

$$I = I_2; \quad I_1 = 0.$$

Распределение потенциала подчиняется уравнению Пуассона

$$\frac{f^2 U}{dx^2} = -4\pi\rho. \quad (10.3)$$

Интегрируя (10.3) один раз тем же приемом, что и в § 9, получим:

$$\left(\frac{dU}{dx}\right)^2 = \frac{16\pi l}{\sqrt{2\eta}Q} \sqrt{U} + \text{const}, \quad (10.4)$$

где Q — поверхность электрода и $I = jQ$. Но постоянная интегрирования теперь не равна нулю (так как на электроде $I \frac{dU}{dx} \neq 0$ и $U \neq 0$). Формулу (10.4) можно написать в виде

$$\frac{dU}{dx} = \sqrt{\frac{16\pi I}{Q\sqrt{2\eta}}} \sqrt{\sqrt{U} - u_m}, \quad (10.5)$$

где через u_m введена постоянная интегрирования. Физический смысл постоянной u_m будет выяснен ниже. Второе интегрирование даст

$$x - x_m = \frac{\sqrt{k}}{\sqrt{I}} (\sqrt{\sqrt{U} - u_m})(\sqrt{U} + 2u_m), \quad (10.6)$$

¹Термин «виртуальный» здесь означает «наделенный некоторым свойством». Виртуальный катод — поверхность, обладающая свойствами катода, а именно способностью эмиттировать электроны в сторону анода.

где x_m — вторая постоянная интегрирования и

$$k = \frac{1}{9\pi} \sqrt{2\eta} Q = 2,33 \cdot 10^{-6} Q \left[\frac{a \cdot \text{см}^2}{\text{в}^3/2} \right].$$

Обозначая \sqrt{U} через u , можно из уравнения (10.6) получить для u уравнение третьей степени

$$u^3 + 3u_m u^2 - 4u_m^3 = \frac{1}{k} (x - x_m)^2. \quad (10.7)$$

Из уравнения (10.7) можно для заданного входного тока I найти зависимость $u = \sqrt{U}$ от x , т. е. найти распределение потенциала. Решение уравнения (10.7) имеет вид

$$\begin{aligned} \sqrt{U} = u = & -u_m + \\ & + \sqrt[3]{u_m^3 + \frac{I}{2k}(x - x_m)^2 + \sqrt{\frac{I}{k}(x - x_m)^2 \left[u_m^3 + \frac{I}{4k}(x - x_m)^2 \right]}} + \\ & + \sqrt[3]{u_m^3 + \frac{I}{2k}(x - x_m)^2 - \sqrt{\frac{I}{k}(x - x_m)^2 \left[u_m^3 + \frac{I}{4k}(x - x_m)^2 \right]}}. \quad (10.8) \end{aligned}$$

Из (10.8) видно, что при $x = x_m$ величина U имеет минимум, для которого $U_m = u_m^2$. Следовательно, обе введенные выше постоянные интегрирования u_m и x_m определяют величину и положение минимума потенциала. Для практики наиболее важно знать именно эти величины, особенно глубину минимума потенциала. Например, если $U_2 > 0$, то с анода эмиттируются вторичные электроны, которые имеют в подавляющем большинстве начальные скорости, распределенные в пределах $0 \div 20$ в. Попадание вторичных электронов на электрод I является причиной резких, обычно нежелательных изменений характеристик прибора (так называемый динаatronный эффект). Очевидно, что минимум потенциала глубиной, большей 20 в, расположенный где-нибудь между электродами, практически полностью устраняет динаatronный эффект. Форма кривой распределения потенциала при этом не имеет значения и, значит, представляет второстепенный интерес.

Уравнения, удобные для нахождения минимума потенциала и его положения, можно получить из уравнений (10.7) и (10.8). Поместим начало координат в середине между электродами. На обоих электродах будем иметь условия:

$$\begin{aligned} \text{на электроде } I \quad x = -\frac{d}{2}, \quad u = u_1 = \sqrt{U_1}, \\ \gg \text{ электроде } II \quad x = +\frac{d}{2}, \quad u = u_2 = \sqrt{U_2}. \end{aligned}$$

Уравнение (10.7) для каждого из электродов примет вид

$$\left. \begin{aligned} u_1^3 + 3u_m u_1^2 - 4u_m^3 &= \frac{1}{k} \left(\frac{d}{2} + x_m \right)^2, \\ u_2^3 + 3u_m u_2^2 - 4u_m^3 &= \frac{1}{k} \left(\frac{d}{2} - x_m \right)^2. \end{aligned} \right\} \quad (10.9)$$

Исключая x_m из уравнений (10.9), переходя от u к U , отнеся все напряжения к напряжению U_1 электрода I , получаем:

$$\begin{aligned} \frac{I}{k \frac{U_1^{3/2}}{d^2}} &= \sqrt{1 + 3 \left(\frac{U_m}{U_1} \right)^{1/2} - 4 \left(\frac{U_m}{U_1} \right)^{3/2}} + \\ &+ \sqrt{\left(\frac{U_2}{U_1} \right)^{3/2} + 3 \left(\frac{U_m}{U_1} \right)^{1/2} \frac{U_2}{U_1} - 4 \left(\frac{U_m}{U_1} \right)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (10.10)$$

Знаменатель левой части уравнения (10.10)

$$k \frac{U_1^{3/2}}{d^2} = I_n \quad (10.11)$$

имеет размерность тока и равен нормальному току в диоде с потенциалом U_1 и расстоянием d между электродами. Слева, таким образом, стоит безразмерная величина — приведенный входящий ток

$$i = \frac{I}{I_n}.$$

В дальнейшем мы будем исследовать изменения в диоде в зависимости от U_2 и I , а U_1 , будем считать постоянным. Тогда $I_n = \text{const}$ и i остается пропорциональным I . Уравнение (10.10) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} i &= \sqrt{1 + 3 \left(\frac{U_m}{U_1} \right)^{1/2} - 4 \left(\frac{U_m}{U_1} \right)^{3/2}} + \\ &+ \sqrt{\left(\frac{U_2}{U_1} \right)^{3/2} + 3 \frac{U_2}{U_1} \left(\frac{U_m}{U_1} \right)^{1/2} - 4 \left(\frac{U_m}{U_1} \right)^{3/2}}. \end{aligned} \quad (10.12)$$

Решая первое из уравнений (10.9) относительно x_m/d , можно представить его в виде

$$\frac{x_m}{d} = \left\{ \frac{1}{i} \left[1 + 3 \left(\frac{U_m}{U_1} \right)^{1/2} - 4 \left(\frac{U_m}{U_1} \right)^{3/2} \right] \right\} - \frac{1}{2}. \quad (10.13)$$

Безразмерные уравнения (10.12) и (10.13) удобно использовать для исследования зависимости U_m/U_1 и x_m/d от i .

Результаты исследования в графической форме представлены на рис. 72, где по оси абсцисс отложен ток i и по оси ординат x_m/d или U_m/d для трех значений: $U_2/U_1 = 0,5; 0,8; 1$. На рис. 72 параметр $U_2/U_1 \leq 1$, но рис. 72 может быть использован и для случая $U_2/U_1 > 1$. В самом деле, при исследовании зависимости от i потенциал U_2 остается постоянным, так же как U_1 , и уравнения (10.12) и (10.13) можно было бы получить в том же виде, вводя нормальный ток $I_n = kU_2^{3/2}/d$ и отнеся все напряжения к U_2 вместо U_1 .

Рассмотрим в качестве примера кривые для $U_2/U_1 = 0,8$. При $0 < i < 0,82$ для x_m не получается значений, лежащих в пределах от $x = d/2$ до $x = -d/2$ (рис. 72). Это значит, что на слегка провисшей кривой распределения потенциала минимума нет (как на кривой 2 рис. 71, б). При $i \approx 0,82$ (точка М) минимум появляется при $x_m/d = 1/2$, т. е. на электроде 2. При этом, конечно, $U_m = U_2 = 0,8U_1$. Дальнейшее увеличение i вызывает, во-первых, углубление минимума и, во-вторых, его смещение по направлению к электроду (кривые 3 и 4 на рис. 71, б). Глубина минимума потенциала может достигать нескольких десятков вольт. Например, при $i = 6$ (входящий ток равен шестикратному «нормальному» току $I = 6I_n$) $U_m \approx 0,42U_1$ и $x_m \approx 0,06d$. Если $U_1 = 100$ в, $U_2 = 80$ в, то $U_m = 42$ в и $U_1 - U_m = 58$ в, $U_2 - U_m = 38$ в — это более чем достаточно для подавления динаatronного эффекта. Минимум потенциала лежит при этом очень близко к середине междуэлектродного промежутка.

Выясним, как зависит глубина минимума от расстояния между электродами d . Пусть d изменяется при постоянных значениях U_1 , U_2 и i . Тогда I_n (см. (10.11)) меняется обратно пропорционально d^2 , а i — прямо пропорционально d^2 . При увеличении d приведенный входящий ток i увеличивается и, как показывает рис. 72, U_m уменьшается. Таким образом, чем больше расстояние между электродами, тем глубже минимум потенциала, как и следовало ожидать.

3. Образование и исчезновение виртуального катода. Сила тока при наличии виртуального катода.

Особый интерес представляет точка В (рис. 72), в которой касательная к кривой делается вертикальной. Этой точке при $U_2/U_1 = 0,8$ соответствует максимально возможный ток $i = i_{\max} \approx 6,8$. Однако, увеличивая, например, U_{c1} (рис. 71, а), мы можем, казалось бы произвольно увеличивать число входящих электронов, т. е. ток i . Что же будет происходить в действительности? Единственный возможный ответ заключается в том, что часть электронов возвращается к электроду 1, а это может быть только в том случае, если образуется виртуальный катод (в. к.). Образование в. к., как это было отмечено и раньше, должно происходить скачком, т. е. при ничтожном увеличении входящего тока сверх значения $i = 6,8$ распределение потенциала мгновенно переходит от кривой типа 4 (рис. 71, б) к кривой типа 5, и ток

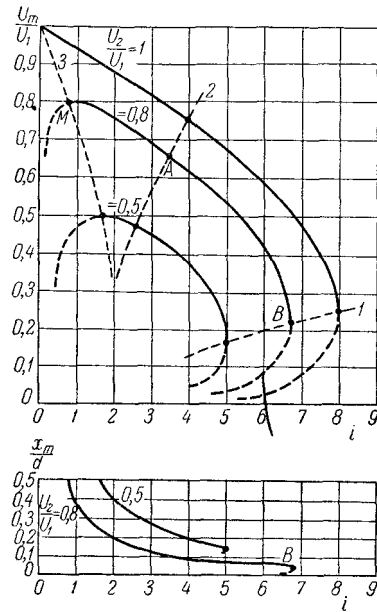


Рис. 72: Зависимость U_m/U_1 и x_m/d от приведенного входящего тока i при U_2/U_1 ; 0,8; 0,5.

на электрод 2 скачком падает, так как появляется обратный ток I_1 . Аналогичная картина будет и при других значениях параметра U_2/U_1 . Например, для $U_2/U_1 = 1$ это будет при $i = 8$. Соединяя между собой крайние точки типа B, мы получим граничную кривую, по которой можно найти наибольший ток на анод 2, возможный при данном U_2/U_1 . Граничная кривая 1, проведенная по точкам с вертикальными касательными, отделяет на рис. 72 область, в которой возможно распределение с минимумом потенциала, но без виртуального катода. С другой стороны граница этой области совпадает с кривой 3, проведенной через точки появления минимума потенциала.

Величину максимального анодного тока, возможного при заданных U_2 и U_1 , можно найти из условия вертикальности касательной в точке B:

$$\frac{di}{d\left(\frac{U_m}{U_1}\right)} = 0.$$

Подставляя сюда i из уравнения (10.12), найдем:

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{U_m}{U_1}\right)_{i=i_{\max}} &= \frac{\frac{U_2}{U_1}}{\left[1 + \sqrt{\frac{U_2}{U_1}}\right]}, \\ i_{\max} &= \left[1 + \sqrt{\frac{U_2}{U_1}}\right]^3. \end{aligned} \right\} \quad (10.14)$$

После появления виртуального катода условия протекания тока существенно изменяются, так как теперь $I_2 \neq I$ и в пространстве между электродом 1 и виртуальным катодом текут два встречных тока I и $I_1 = I = I_2$.

Рассмотрим пространство справа от виртуального катода. На виртуальном катоде $U = 0$ и $\frac{dU}{dx} = 0$: граничные условия для этого пространства совпадают с граничными условиями нормального диода. Поэтому распределение потенциала здесь подчиняется закону

$$U_{\text{в.к} \rightarrow 2} = U_2 \left(\frac{x_2}{d_{\text{в.к} \rightarrow 2}}\right)^{4/3}, \quad (10.15)$$

где x_2 — расстояние, отсчитанное от виртуального катода, и $d_{\text{в.к} \rightarrow 2}$ — расстояние между ними и электродом 2. Сила тока на анод 2 равна

$$I_2 = k \frac{1}{d_{\text{в.к} \rightarrow 2}^2} U_2^{3/2}, \quad (10.16)$$

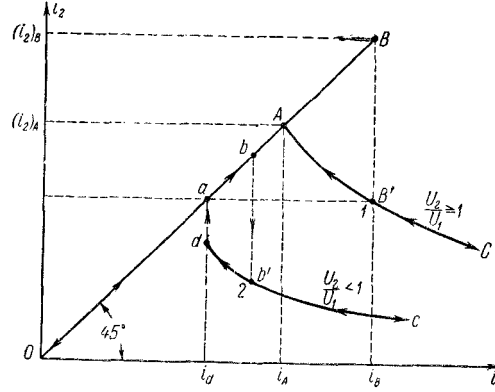
I_2 изменяется при перемещении виртуального катода. В пространстве слева от виртуального катода граничные условия опять-таки совпадают с граничными условиями нормального диода, но здесь текут встречные токи I и $I_1 = I - I_2$. Однако распределение потенциала зависит только от объемной плотности зарядов, действующих электростатически, и не зависит от направления токов. Поэтому распределение потенциала слева от виртуального катода будет в точности таким же, как в нормальном диоде с анодным напряжением U_1 и током

$$I_{\Sigma} = |I_1| + |I| = 2I - I_2 = k \frac{U_1^{3/2}}{d_{\text{в.к} \rightarrow 1}^2}, \quad (10.17)$$

равным сумме обоих встречных токов. Распределение потенциала будет иметь вид

$$U_{\text{в.к} \rightarrow 1} = U_1 \left(\frac{x}{d_{\text{в.к} \rightarrow 1}}\right)^{4/3}. \quad (10.18)$$

Если x_m — расстояние минимума потенциала, т. е. в рассматриваемом случае расстояние в.к. от середины междуэлектродного промежутка, то (рис. 71, а) $d_{\text{в.к} \rightarrow 1} = \frac{d}{2} + x_m$, $d_{\text{в.к} \rightarrow 2} = \frac{d}{2} - x_m$, так что для приведенных токов

Рис. 73: Изменение анодного тока i_2 в зависимости от входящего тока i .

можно написать:

$$\left. \begin{aligned} i_2 = \frac{I_2}{I_1} &= \frac{kU_2^{3/2}}{\left(\frac{d}{2} - x_m\right)^2} \bigg/ \frac{kU_1^{3/2}}{d^2} = \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^{3/2} \frac{1}{\left(\frac{1}{2} - \frac{x_m}{d}\right)^2}, \\ i_\Sigma = 2i - i_2 &= \frac{2I - I_2}{I_n} = \frac{kU_1^{3/2}}{\left(\frac{d}{2} + x_m\right)^2} \bigg/ \frac{kU_1^{3/2}}{d^2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{2} + \frac{x_m}{d}\right)^2}, \\ i_1 &= i - i_2. \end{aligned} \right\} \quad (10.19)$$

Из уравнений (10.19) можно найти зависимость тока i_2 и положения в. к. x_m/d от входящего тока i . Здесь мы ограничимся только выяснением характера зависимости i_2 от i во всем интервале значений i как до, так и после образования в.к. При увеличении i , начиная с $i = 0$, сначала будет $i_2 = i$ независимо от того, имеется ли между электродами минимум потенциала. Зависимость i_2 от i в режиме отсутствия в. к. изобразится прямой наклоненной под углом 45° к осям (рис. 73). Если, например, $U_2/U_1 = 1$, то, как показывает рис. 72, на протяжении от $i = 0$ до $i = 8$ может существовать режим без в. к., что соответствует прямолинейной части графика OB на рис. 73. С другой стороны, построение зависимости i_2 от i при наличии в. к. по уравнениям (10.19) дает кривую $CB'A$. Точка A — предельная точка графика режимов с в. к. и ей, очевидно, соответствуют $i_1 = 0$, $i_2 = i$. Из уравнения (10.19) для этого случая, исключая x_m/d , можно получить:

$$(i_2)_{i_1=0} = i = \left[1 + \left(\frac{U_2}{U_1}\right)^{3/4} \right]^2. \quad (10.20)$$

В частности, при $U_2/U_1 = 1$ будет $(i_2)_{i_1=0} = 4$. Режимы с в. к., соответствующие участку $CB'A$, также физически возможны.

Таким образом, между значениями входящего тока $i = i_A$ и $i = i_B$ возможны два режима: один с в. к. (участок кривой $B'A$), другой без него

(участок прямой AB). Возникает вопрос, какой же из двух режимов фактически установится.

Строгое исследование вопроса показывает, что оба возможных режима устойчивы. Следовательно, если к токам, лежащим в интервале $(i_A \div i_B)$, подходить со стороны малых значений i , то на этом интервале должен сохраниться режим без в. к., существовавший на протяжении интервала $(0 \div i_A)$, и характеристика следует по прямой OAB . Если же подходить со стороны сильных токов $i > i_B$, где заведомо существует в. к., то и на интервале $(i_B \div i_A)$ он останется и характеристика пойдет по кривой $CB'A$. Появление в. к. при переходе через $i = i_B$ в сторону увеличения i и исчезновения в. к. при переходе через $i = i_A$ в сторону уменьшения i происходит непременно, так как вне интервала $(i_A \div i_B)$ с обеих сторон существует только один устойчивый режим.

В точках A и B распределение потенциала скачком переходит от распределения типа кривых 3 и 4 к распределению типа кривой 5 (рис. 71, б). При этом переход через точку B сопровождается и скачком токов i и i_2 , но в точке A при исчезновении в. к. скачка токов нет. Совершенно аналогично происходит смена режимов и при $U_2/U_1 = 1$.

При $U_2/U_1 < 1$ смена режимов протекает сходным образом, с той только разницей, что состояние с в. к. теряет устойчивость в точке d кривой $cd'b$ (рис. 73), где касательная к кривой вертикальна и еще до пересечения с прямой $OabAB$. Поэтому распад в. к. и переход $d \rightarrow a$ сопровождаются не только скачком в распределении напряжения, но и скачком тока.

На рис. 72 точки, изображающие режимы исчезновения в. к., при уменьшении i ложатся на кривую 2, проходящую при $U_2/U_1 = 0,8$ через точку A .

Экспериментальная проверка вполне подтверждает вывод теории об образовании в. к. при больших плотностях тока. Типичные результаты приведены на рис. 74. Сверху приведена зависимость I_2 от I (I_2 и I при $U_1 = \text{const}$ пропорциональны i_2 и i) для лампы с «управляемым катодом» и большим расстоянием между сеткой C_2 и анодом (здесь это были сетка C_3 пентода и анод, соединенные вместе). Электроды имели эллиптическое сечение (рис. 74, а). Прямая имеет наклон меньший 45° , так как по оси абсцисс отложен полный ток, включая ток на положительную сетку C_2 . Все кривые показывают падение I_2 , начиная с некоторого значения I , что с несомненностью доказывает возникновение в. к. Но скачков и гистерезисных явлений в этой лампе не обнаруживается, что можно объяснить тем, что при эллиптической сетке плотность тока очень неодинаково распределена по ее поверхности. Неодинакова, следовательно, по разным радиальным направлениям и плотность пространственного заряда. В результате виртуальный катод по разным направлениям возникает при разных полных токах и скачка не получается. На рис. 74, б воспроизведена зависимость I_2 от I для специально построенной лампы с круговым сечением электродов и густыми, сплетенными из тонких проволок сетками. В этой лампе лучше соблюдаются предпосылки теории и для нее наблюдается полное согласие эксперимента и теории.

С помощью теории, развитой выше, оказалось возможным установить существование скачков потенциала и тока и своеобразного гистерезиса. Но для того чтобы строго решить вопрос о границах той области, в которой существуют два устойчивых состояния и в которой, следовательно, наблюдается гистерезис, нужно было бы рассмотреть вопрос об устойчивости электронного тока. Строгая теория устойчивости электронного тока в диоде была развита С. В. Белюстиным. Ввиду математической сложности теории Белюстина мы на ней останавливаться не будем.

4. Изменение режима в зависимости от напряжения $U_2 = U_a$.

Выше были исследованы изменения режима в потоке электронов с однородными начальными скоростями в зависимости от входящего тока. Перейдем теперь к исследованию зависимости режима от анодного напряжения U_2 . Можно заранее предвидеть, что скачкообразные изменения режима, связанные с появлением и исчезновением виртуального катода, должны обнаружиться и здесь, и это отразится на ходе вольт-амперных характеристик. Экспериментально скачки в ходе вольт-амперных характеристик впервые были обнаружены в электронных лампах в 1921 г. Павловым и позже (1925 г.) Джиллем в Англии.

Зависимость $I_2 = f(U_2)$ при $I = \text{const}$ и постоянных значениях напряжений всех остальных электродов в теории электронных ламп носит название анодной вольт-амперной характеристики. На практике в экранированных лампах (тетродах и пентодах) для усиления высокой частоты входящий ток очень мало зависит от анодного напряжения U_2 .

Решая уравнения (10.19) относительно U_2/U_1 и x_m/d , получим:

$$\frac{U_2}{U_1} = i_2^{2/3} \left(\frac{1}{2} - \frac{x_m}{d} \right)^{4/3},$$

$$\frac{x_m}{d} = \frac{1}{(2i - i_2)^{1/2}} - \frac{1}{2},$$

откуда

$$\frac{U_2}{U_1} = \left[i_2^{1/2} - \left(\frac{i_2}{2i - i_2} \right)^{1/2} \right]^{4/3}. \quad (10.21)$$

Уравнения (10.20) и (10.21) дают зависимость i_2 от U_2 , т. е. анодную характеристику и положение виртуального катода. Эти зависимости графически для $i = 10$ и $i = 2,5$ представлены на рис. 75.

При $i = 10$, если начинать от $U_2/U_1 = 0$, виртуальный катод все время существует и ток i_2 растет при увеличении U_2 , пока не оказывается, что $i_2 = i$ (точка A на характеристике). В точке A виртуальный катод исчезает и i_2 остается равным i , после чего характеристика идет горизонтально, если пренебречь слабым действием U_2 на ток катода. Исчезновение виртуального катода здесь происходит без скачка тока. При обратном ходе изменения в

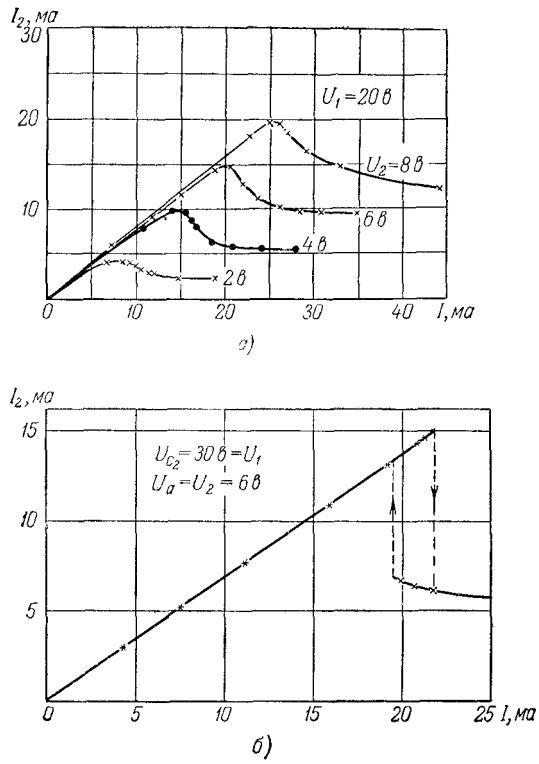


Рис. 74: Экспериментальная проверка зависимости I_2 от I . а—пентод эллиптического сечения, сетки C_3 и A соединены вместе; б—тетрод кругового сечения.

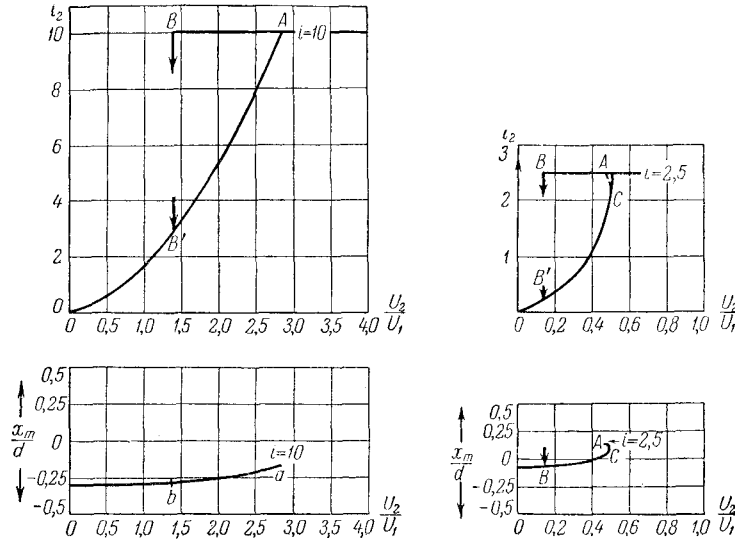


Рис. 75: Зависимость приведенного анодного тока i_2 и x_m/d от U_2/U_1 для приведенного входящего тока $i = 10$ и $i_2 = 2, 5$.

в точке A характеристики виртуальный катод не возникает и характеристика остается горизонтальной до точки B , где состояние без виртуального катода теряет устойчивость. Появляется виртуальный катод и ток скачком падает до величины, соответствующей точке B' . Характеристики такого типа получаются при $i \geq 4$. При $1 < i < 4$ отличие характеристики от только что рассмотренной заключается в том, что при увеличении i состояние с виртуальным катодом теряет устойчивость при $i_2 < i$ в точке характеристики C , где касательная к ней вертикальна. Поэтому скачок тока получается и при распаде виртуального катода и при его появлении.

Таким образом, в электронном потоке с начальными скоростями влияние пространственного заряда сказывается на анодных характеристиках, во-первых, в появлении скачков и электронного гистерезиса при достаточно сильных токах, во-вторых, форма характеристик при малых анодных напряжениях U_2 такова, что характеристики обращены к оси, на которой отложено анодное напряжение, своей выпуклостью (в то время как без учета влияния пространственного заряда выпуклость характеристики обращена в другую сторону). Как мы увидим ниже, у некоторых электронных ламп влияние пространственного заряда на характеристики проявляется именно в этой форме (см. ч. II, гл. 5)².

²О теории диода с начальными скоростями электронов, отличными от нуля, см. [Л 1. 12, го. VI].

§ 11. Простринственный заряд в электронных лучах

1. Электростатическое и электродинамическое взаимодействие электронов в пучке.

Траектории электронов в отсутствие внешних полей, если пренебрегать их взаимодействием, прямолинейны. В действительности прямолинейность траекторий нарушается из-за электростатических и электродинамических взаимодействий между электронами, которые могут заметно изменить очертания пучка электронных лучей. Мы рассмотрим только аксиальносимметричный пучок электронов.

Пусть электрон находится на расстоянии r от оси пучка. Выделим в пучке цилиндр радиуса r — внутреннюю часть, а всю остальную часть пучка назовем внешней частью. Как известно из теории поля, внешняя часть не создает внутри себя ни электрического, ни магнитного поля, если распределение зарядов и токов в ней обладает осевой симметрией, подобно тому как равномерно заряженный шар не создает поля в своей внутренней полости. Внутренняя же часть пучка создает вне себя поле так, как будто бы весь ее заряд был сосредоточен на оси и двигался вдоль нее.

Заряд на единице осевой длины пучка $q = \pi r^2 \rho$, и на электрон действует электрическое поле с силой

$$F_e = e \frac{2q}{r} = \frac{2\pi r^2 \rho}{r} e = 2\pi r \rho e, \quad (11.1)$$

направленной от оси, и лоренцева сила

$$F_H = -\frac{e}{c} [\mathbf{vH}],$$

направленная в противоположную сторону. Ток во внутренней части пучка равен

$$I = \pi r^2 j = \pi r^2 \rho v.$$

Вектор напряженности магнитного поля на расстоянии r от оси перпендикулярен к скорости и по закону Био-Савара равен

$$H = \frac{2I}{cr} = 2\pi \rho r \frac{v}{c}.$$

Таким образом, лоренцева сила равна

$$F_H = -2\pi r \rho e \frac{v^2}{c^2} \quad (11.2)$$

и полная сила, действующая на электрон,

$$F = F_e + F_H = 2\pi r \rho e (1 - v^2/c^2). \quad (11.3)$$

Для медленных электронов с совершенно достаточной точностью

$$F = F_e = 2\pi r \rho_e.$$

Электродинамические силы, сжимающие пучок, оказываются, во всяком случае для медленных электронов, гораздо слабее расширяющих пучок электростатических сил.

2. Изменение формы пучка вследствие отталкивания электронов.

Потенциал на расстоянии r от оси равен

$$U = -2q \ln r + \text{const.} \quad (11.4)$$

Радиальная слагающая скорости \dot{r} определится из соотношения

$$\frac{m(\dot{r})^2}{2} + eU = \text{const.} \quad (11.5)$$

Из (11.4) и (11.5) следует:

$$(\dot{r})^2 = 4\eta q \ln r + C, \quad (11.6)$$

где C — постоянная, которую можно найти, если известны r и \dot{r} для какого-нибудь сечения пучка. Пусть, например, в месте выхода электронов в пространство, свободное от внешних полей, на периферии пучка

$$r = r_0, \quad \dot{r} = \dot{r}_0 = 0$$

(т. е. пучок вначале параллельный). Тогда

$$\left. \begin{aligned} C &= -4\eta q \ln r_0, \\ (\dot{r})^2 &= a \ln R, \\ a &= 4\eta q, \quad R = \frac{r}{r_0}. \end{aligned} \right\} \quad (11.7)$$

Из (11.7) следует, что время пролета электронов до того места, где радиус пучка делается равным r , равно

$$t = \frac{r_0}{\sqrt{a}} \int_1^R \frac{dx}{\sqrt{\ln x}}. \quad (11.8)$$

Для параксиальных электронов $v_z \approx v = \sqrt{2\eta U_a}$, где U_a — ускоряющее напряжение. Заряд на единицу длины будет

$$q = \pi r^2 \rho = \frac{I}{v} = \frac{I}{\sqrt{2\eta U_a}},$$

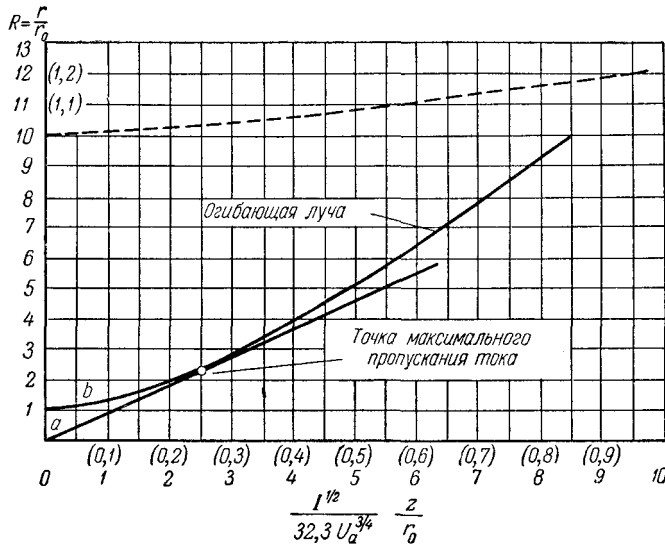


Рис. 76: Кривая для расчета расхождения электронного пучка в пространстве, свободном от внешнего поля (универсальная кривая огибающей луча). Пунктиром дан участок ab кривой в увеличенном масштабе.

где I — сила тока в пучке. Следовательно, переходя в (11.8) от времени к расстоянию z , измеряемому вдоль оси, и принимая во внимание, что $z = v_z t$, получим:

$$\frac{z}{r_0} = \sqrt[4]{\frac{\eta}{2}} \frac{U_a^{3/4}}{I^{1/2}} \int_1^R \frac{dx}{\sqrt{\ln x}}, \quad (11.9a)$$

Или, если выразить U_a в киловольтах и I в миллиамперах:

$$\frac{z}{r_0} = 32,3 \frac{U_a^{3/4}}{I^{1/2}} \int_1^R \frac{dx}{\sqrt{\ln x}}. \quad (11.9б)$$

Интеграл, входящий в (11.9), не выражается в элементарных функциях. В. С. Лукошков, которому принадлежат изложенные выше расчеты¹, составил таблицу значений этого интеграла. Результаты вычислений изображаются универсальной кривой на рис. 76, где по осям отложены величины $x = \frac{z}{r_0} \frac{I^{1/2}}{32,3 U_a^{3/4}}$, $y = R = \frac{r}{r_0}$.

При помощи универсальной кривой рис. 76 можно найти расхождение параллельного пучка в пространстве, свободном от внешних полей. Например, пусть $U_a = 10$ кв, $I = 4$ ма, $r_0 = 0,1$ см и требуется определить, на каком расстоянии от входной диафрагмы радиус пучка увеличится вдвое,

¹ЖТФ, т. 6, 1936. Аналогичные расчеты были сделаны и другими авторами.

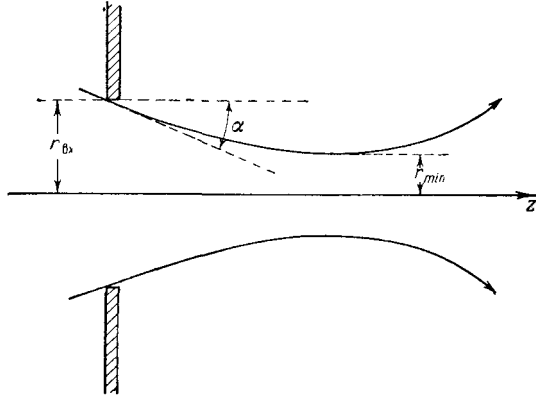


Рис. 77: Форма, которую принимает сходящийся электронный пучок после выхода в пространство, свободное от внешнего поля.

т. е. будет $R = 2$. Из графика видно, что при

$$y = R = 2 \text{ будет } x = \frac{z}{r_0} \frac{I^{1/2}}{32, 3U_a^{3/4}} = 2, 2. \text{ Отсюда } z = 20 \text{ см.}$$

Для практики большой интерес представляет случай сходящихся лучей, полученных с помощью подходящей системы линз. Уравнение (11.5) остается и здесь справедливым, но начальные условия будут иными. Именно (рис. 77) в момент выхода в пространство, свободное от внешних полей, $r = r_{\text{вх}}$ и $\dot{r} = \dot{r}_{\text{вх}} = v_z \operatorname{tg} \alpha$, так что вместо (11.7) получится:

$$\dot{r}^2 = a \ln \frac{r}{r_{\text{вх}}} + v_z^2 \operatorname{tg}^2 \alpha. \quad (11.10)$$

В месте максимального сужения на «шейке» пучка $\dot{r} = 0$ и радиус «шейки» определяется из равенства

$$r_{\text{min}} = r_{\text{вх}} \exp \left\{ \frac{-v_z^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{a} \right\},$$

или

$$\ln \frac{r_{\text{вх}}}{r_{\text{min}}} = \frac{v_z^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{a} = \operatorname{tg}^2 \alpha \frac{U_a}{2q} = \frac{U_a}{I} \sqrt{\frac{\eta}{2}} \operatorname{tg}^2 \alpha, \quad (11.11a)$$

а если опять U_a выразить в киловольтах и I в миллиамперах, то

$$\ln \frac{r_{\text{вх}}}{r_{\text{min}}} = 1,04 \cdot 10^3 \operatorname{tg}^2 \alpha \frac{U_a^{3/2}}{I}. \quad (11.11б)$$

Радиус пучка при любом значении z можно найти из уравнения (11.10). Из этого уравнения

$$t = r_{\text{вх}} \int_1^R \frac{dx}{\sqrt{a \ln x + 2\eta U_a \operatorname{tg}^2 \alpha}},$$

где $R = \frac{r}{r_{\text{вх}}}$. Так как $z = tv_z \approx t\sqrt{2\eta U_a}$, то

$$\frac{z}{r_{\text{вх}}} = \sqrt{2\eta U_a} \int_1^R \frac{dx}{\sqrt{a \ln x + 2\eta U_a \operatorname{tg}^2 \alpha}}. \quad (11.12)$$

По (11.12) можно, используя приемы численного интегрирования, построить с любой точностью внешний контур пучка.

Радиус шейки можно найти по формуле (11.11). Например, для $U_a = 10$ кВ и $I = 4$ ма получим при $\alpha = 0,01$, что $r_{\text{вх}}/r_{\text{мин}} = 2,26$, и для $\alpha = 1/50$ (полагая $\operatorname{tg}^2 \alpha \approx \alpha^2$) $r_{\text{вх}}/r_{\text{мин}} = 26,3$.

3. Получение наибольшей силы тока в пучке, проходящем через трубку.

Одной из важных задач, возникающих при разработке высокочастотных лучевых ламп (клистроны, лампы с бегущей волной), является достижение возможно более сильного тока в пучке, проходящем через полость, окруженную проводящими стенками, например через пространство дрейфа двухконтурного клистрона (см. ч. II, гл. 6).

Пусть эта полость представляет собой цилиндрическую металлическую трубку. Для решения задачи о получении наибольшего тока пучка можно использовать электростатическую фокусировку или сжатие пучка магнитным полем. Если обходиться без магнитного поля, то, очевидно, надо сначала сделать пучок сходящимся с помощью подходящей системы линз. Ввиду того что электростатические силы взаимодействия электронов не зависят от направления движения, пучок будет иметь форму, симметричную относительно наиболее узкого места — шейки. Из трех взаимных положений пучка относительно трубки, изображенных на рис. 78, наиболее выгодным будет симметричное положение, когда шейка лежит как раз посередине трубки (рис. 78, б). Положение, приведенное на рис. 78, а, не соответствует максимальному току, так как при увеличении тока шейка будет сдвигаться влево и диаметр пучка у выходного отверстия, но попадания электронов на стенки трубки еще не будет. В положении, изображенном на рис. 78, в, электроны попадают на стенки и часть тока пучка теряется. В симметричном положении, показанном на рис. 78, б, ток на стенке отсутствует и выходное отверстие целиком заполнено электронным пучком. Понятно, что при этом ток через трубку наибольший.

В месте максимального сужения пучка посередине трубки электроны движутся параллельно оси и для расчета расширения пучка справа от его шейки можно использовать кривую рис. 76.

Для наибольшего тока пучка в выходном отверстии $r = d/2$ имеем $z = l/2$ и координаты соответствующей точки на универсальной кривой рис. 76 будут:

$$x = \frac{z}{r_0} \frac{I^{1/2}}{32, 3U^{3/4}} = \frac{l}{2r_0} \frac{I^{1/2}}{32, 3U^{3/4}}, \quad y = \frac{r}{r_0} = \frac{d}{2r_0}, \quad (11.13)$$

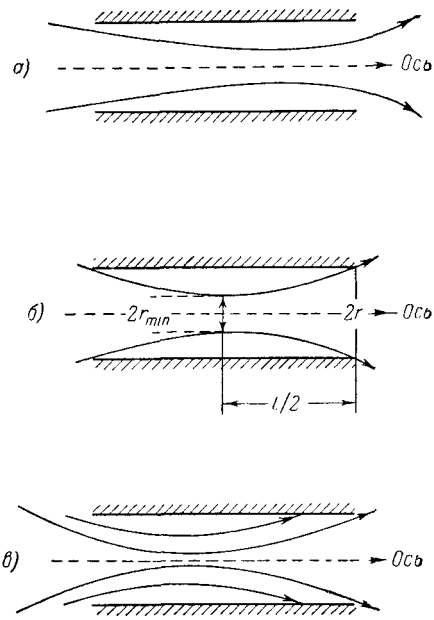


Рис. 78: К расчету наибольшей силы тока пучка, проходящего через цилиндрическую трубку.

где $r_0 = r_{\min}$. Отсюда

$$\sqrt{I} = \frac{d}{l} \cdot 32,3 U^{3/4} x/y.$$

Таким образом, наибольшая сила тока при заданных d , l и U соответствует наибольшему отношению x/y . На кривой рис. 76 наибольшее значение x/y будет для точки M , в которой прямая, проведенная из начала координат, касается универсальной кривой. Точка M имеет координаты $x = 2,60$; $y = 2,35$, так что

$$I_{\max}^{1/2} = \frac{d}{l} 32,3 \frac{2,60}{2,35} U^{3/4}, \quad (11.14)$$

или

$$I_{\max} = 1280 \left(\frac{d}{l} \right)^2 U^{3/2} [ma],$$

если U выражено в киловольтах. Например, при $U = 1$ кВ и $\frac{d}{l} = 1/6$ ток $I_{\max} \approx 35$ ма. Диаметр шейки $2r_0$ при симметричном ее положении и максимальном токе будет равен $d/3,35 = 0,425d$. Существенно, что при нарушении условий прохождения максимального тока ток через трубки уменьшается довольно медленно: при изменении диаметра шейки от $0,25d$ до $0,6d$ и соответственном ее смещении из середины трубки теряется менее 10% тока через трубку.

Расширение пучка можно предотвратить с помощью сильного магнитного поля, направленного вдоль оси. Однако и в этом случае, при заданном напряжении, существует некоторая максимальная сила тока. Это видно уже из того, что увеличение силы тока влечет за собой падение потенциала в пучке, наиболее сильное на оси, где потенциал рано или поздно должен упасть до нуля, после чего часть электронов должна будет поворачивать назад.

Следует отличать два случая магнитного сжатия пучка: 1) катод лежит вне магнитного поля, в которое пучок попадает после прохождения некоторой системы линз; 2) катод и весь пучок находятся в магнитном поле. Второй случай проще, и мы ограничимся его рассмотрением. Как было показано в § 2, в этом случае при достаточно сильном магнитном поле спиралевидные траектории электронов остаются все время очень близкими к силовым линиям поля.

Вычислим максимальную силу тока. Внутри пучка справедливо уравнение Пуассона

$$\frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} = -4\pi\rho. \quad (11.15)$$

Используя соотношения

$$j = -\rho v, \quad v = \sqrt{2\eta U}$$

и вводя новые безразмерные переменные — относительное напряжение

$$\Phi = U/U_{\min}, \quad (11.16)$$

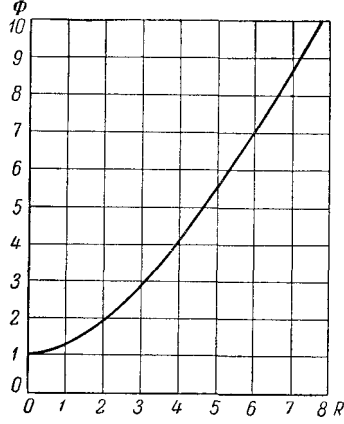


Рис. 79: Зависимость между относительным потенциалом Φ и приведенным радиусом R в цилиндрическом пучке электронов, расхождение которого устранено магнитным полем.

где U_{\min} — напряжение на оси, и «приведенный радиус»

$$R = r \left[\frac{4\pi j}{\sqrt{2\eta} U_{\min}^{3/2}} \right]^{1/2}, \quad (11.17)$$

можно привести (11.15) к виду

$$\frac{d^2\Phi}{dR^2} + \frac{1}{R} \frac{d\Phi}{dR} = \Phi^{-1/2}, \quad (11.18)$$

причем на оси пучка $R = 0$, $\Phi = 1$, $\frac{d\Phi}{dR} = 0$.

Уравнение (11.18) приходится интегрировать численно; результат интегрирования изображается кривой рис. 79.

Из (11.16) и (11.17) следует:

$$R^2 \Phi^{-3/2} = \frac{4\pi r^2 j}{\sqrt{2\eta} U^{3/2}} = \frac{4I}{\sqrt{2\eta} U^{3/2}} = kI. \quad (11.19)$$

Здесь I — ток в цилиндре радиуса r в предположении, что плотность тока одинакова по сечению, и U — напряжение на расстоянии r от оси. Величина $R^2 \Phi^{-3/2}$, пропорциональная току и вычисленная по кривой рис. 79, представлена на рис. 80 в зависимости от $1/\Phi$, т. е. в зависимости от отношения напряжения на оси пучка и напряжения на расстоянии r от нее. Рис. 80 показывает, что $R^2 \Phi^{-3/2}$ имеет максимум, равный 1,963 при $1/\Phi = 0,174$, или $\Phi = 5,75$. Этому значению $R^2 \Phi^{-3/2}$ соответствует максимум тока.

Пусть $r_{\text{тр}}$ — радиус металлической трубки, через которую проходит пучок, и U_a — ее напряжение по отношению к катоду. Абсолютный максимум

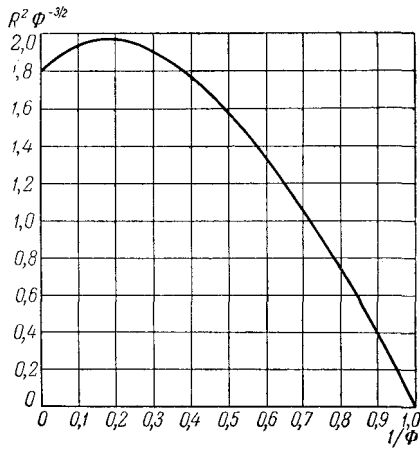


Рис. 80: К вычислению максимальной силы тока в цилиндрическом пучке электронов, сжатом магнитным полем. $R^2\Phi^{-3/2}$ пропорционально I .

тока будет достигнут, очевидно, если пучок заполнит трубку целиком. В этом случае

$$R^2\Phi^{-3/2} = 1,963, \quad r = r_{\text{тр}}, \quad U = U_a, \quad I = I_{\text{max}}$$

и из (11.19)

$$I_{\text{max}} = 1,963 \frac{\sqrt{2\eta}}{4} U_a^{3/2}, \quad (11.20a)$$

или, если U_a выражено в киловольтах:

$$I_{\text{max}} = 1024 U_a^{3/2} [ma]. \quad (11.20б)$$

Как было показано выше, при $I = I_{\text{max}}$ на оси пучка напряжение составляет $0,174U_a$, в то время как на первый взгляд кажется, что возможно дальнейшее увеличение силы тока вплоть до тех пор, пока на оси напряжение не упадет до нуля. Однако оказалось, что при $U_{\text{min}} < 0,174U_a$ ток уменьшается. Отсюда приходится заключить, что при переходе через значение $U_{\text{min}} = 0,174U_a$ в пучке образуется виртуальный катод, и часть электронов поворачивает назад. Интересно, что для пучка, целиком заполняющего трубку, находящуюся под напряжением U_a , I_{max} не зависит ни от длины трубки, ни от ее диаметра, но магнитное поле, необходимое для предупреждения расширения пучка, которое выше было принято «достаточно сильным» для этого, растет пропорционально току пучка.

Сравнение (11.20) с (11.14) показывает, что если $\frac{d}{l} < 0,9$, то с помощью магнитного сжатия можно добиться через трубку большего тока, чем с помощью электростатической фокусировки. Электростатическая фокусировка выгодна, следовательно, только для коротких и широких трубок.

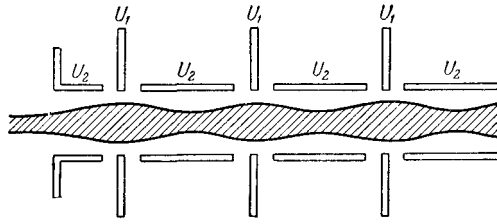


Рис. 81: Фокусировка периодическим электрическим полем.

Не нужно, однако, забывать, что в условиях максимального тока при магнитном сжатии напряжение на оси составляет только 0,174 от напряжения на трубке и, значит, скорость электронов на оси падает до 0,42 скорости по периферии. Такое уменьшение скорости и соответствующее увеличение времени пробега оказываются невыгодными, например, в клистронах. Вычисления показывают, что если снижение потенциала на оси не должно превышать 10 %, то максимальный ток, если U_a по-прежнему выражать в киловольтах, будет

$$I_{\max} = 205U_a^{3/2} [ma]. \quad (11.21)$$

Для получения длинного электронного пучка методом магнитного сжатия необходимо иметь на всем его протяжении сильное продольное магнитное поле, которое создается на практике с помощью многослойной катушки, питаемой сильным током. Это значительно утяжеляет и удорожает фокусирующее устройство. Поэтому часто оказывается выгодной фокусировка длинных пучков с помощью пространственно-периодического электростатического поля, создаваемого рядом слабых электростатических линз, расположенных так, как это показано на рис. 81. Оптическая сила линз подбирается с таким расчетом, чтобы схождение пучка в поле линзы компенсировало его расхождение между линзами, возникающее вследствие электростатического отталкивания. На пучке, сформированном периодическим электрическим полем, появляются чередующиеся расширения и сужения.

4. Роль ионов в электронном потоке.

На форму пучка при известных обстоятельствах могут оказывать существенное влияние ионы. Это влияние было замечено уже давно и применялось практически в старых осциллографических трубках (так называемая газовая фокусировка).

Газовую фокусировку в последнее время используют в высокочастотных лампах бегущей волны и лампах обратной волны (см. § 51), где электронный поток имеет форму длинного тонкого шнура. Сущность явления заключается в следующем: в пределах электронного пучка происходит ионизация, причем медленные вторичные электроны большей частью успевают продиффундировать из пучка без рекомбинации с ионами, в то время как положительные ионы из-за большой массы задерживаются в пучке гораздо

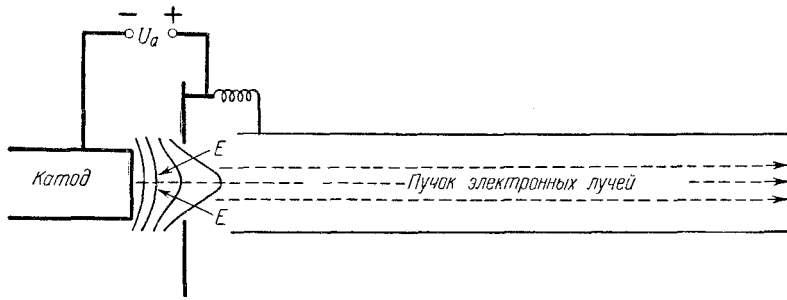


Рис. 82: Возможный механизм удаления ионов из электронного пучка.

дольше. В итоге образуется положительно заряженный «стержень» пучка, полностью преодолевающий электростатическое расталкивание электронов, и пучок электронов принимает вид длинной тонкой нити. Так как давление относительно велико (10^{-3} — 10^{-4} мм рт. ст.), то на протяжении нитевидного пучка существует свечение возбуждения и пучок можно сфотографировать. Этим способом часто пользуются для изучения траекторий электронов (см., например, рис. 15). Теория газовой фокусировки была дана Я. И. Френкелем и Бобковским и М. М. Бредовым [Л. 1.13; Л. 1.14].

В современных лучевых трубках приходится иметь дело с пучком быстрых электронов в высоком вакууме (10^{-5} — 10^{-6} мм рт. ст.) и количество ионов должно быть много меньше, чем при «давлениях, благоприятных для образования нитевидных пучков». Если пучок окружен стенками с высоким потенциалом, как это чаще всего бывает, то медленные электроны, образовавшиеся в актах ионизации, будут быстро извлекаться из пучка, рекомбинация будет почти отсутствовать и в пучке будут накапливаться положительные ионы. Таким образом, и здесь можно ожидать значительного числа ионов в пучке, в заметной степени, если не вполне, нейтрализующих взаимное отталкивание электронов. Очевидно, что если положение именно таково, то результаты проделанных выше расчетов иллюзорны, в частности, предельная плотность тока в пучке должна быть выше рассчитанной. Однако опыт показывает, что это не так и что в действительности максимальная сила тока близко подходит к ее теоретическому значению. Отсюда следует, что существует какой-то эффективно действующий механизм извлечения ионов из пучка. Его можно представить себе в таком виде: вблизи входного отверстия трубки электрическое поле имеет составляющую, направленную к катоду (рис. 82). Опыт показывает, что этот механизм отсасывания ионов из пучка достаточно эффективен.

Можно значительно повысить силу тока в пучке, создавая своего рода «ионную ловушку». Для этого достаточно по концам трубки установить электроды-диафрагмы, напряжения которых немного (на ΔU) выше напряжения трубки. Например, при $U_a = 5800$ в, длине трубки $l = 36$ см и $\Delta U = 0$ пучок на выходе расширился вдвое ($r/r_0 = 2$) и терялось, значит,

около $3/4$ тока, а при $\Delta U = 15$ в расширение оказалось полностью устраненным. При этом через трубку удавалось пропустить ток силой 136 ма. Давление составляло всего $5 \cdot 10^{-7}$ мм рт. ст. Легко понять, что $\Delta U = 15$ в не могло существенно изменить электроннооптические свойства системы линз, дающей предварительную фокусировку пучка.

По всем вопросам, обсужденным в настоящем параграфе, см. [Л. 1. 8, т. 2; Л. 1. 13; Л. 1. 14 и особенно Л. 1.6].

Глава 2

Электронная эмиссия

В настоящей главе изучаются различные виды эмиссии (испускания) электронов твердыми телами: эмиссия при высокой температуре (термоэлектронная эмиссия), эмиссия, вызываемая электромагнитным излучением (фотоэлектронная эмиссия или внешний фотоэффект), вторичная электронная эмиссия, возникающая при бомбардировке потоком первичных электронов, и, наконец, автоэлектронная, или электростатическая, эмиссия электронов, причиной которой является воздействие сильного электрического поля. Все эти разделы электроники часто объединяют под названием катодной электроники.

Изучение вторичной электронной эмиссии, возникающей при бомбардировке твердого тела тяжелыми частицами (атомами, ионами), отнесено в следующую главу¹.

В настоящее время в технике используются металлические и полупроводниковые эмиттеры электронов. Поэтому главу, посвященную катодной электронике, следует начать с изложения представлений о состоянии электронов внутри металлических и неметаллических кристаллов, сложившихся в физике твердого тела.

¹Кроме отмеченных выше видов электронной эмиссии, существует еще так называемая экзоелектронная эмиссия, обнаруженная в 1949 г. Крамером. Если в процессе обработки металла он получает извне энергию, как это происходит, например, при шлифовке, травлении и даже при пластической деформации, то в ряде случаев возникает слабая электронная эмиссия, которую можно обнаружить с помощью счетчика частиц (описание счетчиков см. ч. II, гл. 7). Эмиссия уменьшается с временем, но часто заметна в течение нескольких десятков часов после обработки. Этот вид эмиссии получил название экзоелектронной эмиссии. Экзоелектронная эмиссия была найдена и для неметаллов. Ее природа пока недостаточно выяснена, но, по-видимому, является довольно сложной.

Экзоелектронная эмиссия очень чувствительна к состоянию поверхности, и поэтому возможно, что ее изучение окажется полезным в физико-химических исследованиях твердых тел. Но в катодах электровакуумных приборов она не используется из-за очень малой интенсивности и неустойчивости, редко себя проявляет и не может серьезно нарушить работу приборов.

По-видимому, постепенное уменьшение фона самопроизвольных разрядов, которое наблюдается у только что изготовленных счетчиков частиц, объясняется ослаблением экзоелектронной эмиссии стенок счетчика с течением времени.

§ 12. Электроны в металлах и полупроводниках

1. Природа химической связи в молекулах и кристаллах.

При объединении атомов в молекулы и кристаллы между ними устанавливается взаимодействие, называемое химической связью. Рассмотрим характер связей на наиболее простом примере двухатомных молекул.

Хорошо известно, что щелочные металлы легко образуют только однозарядные положительные ионы, а щелочноземельные металлы также и двухзарядные ионы. Эти особенности связаны с тем, что щелочные металлы имеют один слабо связанный с атомом валентный электрон, а щелочноземельные металлы — два слабо связанных электрона (см. таблицу ионизационных потенциалов в § VI). Наконец, такие металлы, как Sn, Sb, Pb, относительно легко образуют и многозарядные ионы.

С другой стороны, атомы металлоидов легко присоединяют лишние электроны вплоть до заполнения электронной оболочки. Склонность к образованию отрицательного иона характеризуется электронным сродством — той энергией, которая освобождается при присоединении электрона к атому: чем больше эта энергия, тем легче происходит образование отрицательного иона. Например, для галоидов Cl, Br, I электронное сродство по опытным данным равны соответственно 3,8; 3,5; 3,14 эв, а для водорода 0,72 эв [Л. А. 24, стр. 243]. (В литературе можно встретить значения электронного сродства, несколько отличающиеся от здесь указанных.) Электронное сродство металлов очень мало, однако даже щелочные металлы могут образовать отрицательные ионы и, по-видимому, только инертные газы лишены этой способности.

Эти свойства атомов металлов и металлоидов проявляются при образовании молекул. Возьмем, например, молекулу, состоящую из атомов типичного металла и типичного металлоида, например молекулу NaCl (с молекулами NaCl приходится встречаться в парах этого вещества). В наружном электронном слое Cl не хватает одного электрона и соответственно электронное сродство Cl велико, в то время как в атоме Na есть один слабо связанный электрон. Естественно ожидать, что валентный электрон Na перейдет в электронную оболочку Cl и, таким образом, получится два иона с достаточно резко обособленными электронными оболочками. Ионы будут в равновесии на таком расстоянии друг от друга, при котором сила притяжения между суммарными зарядами ионов уравновесится силой отталкивания между их электронными оболочками. Химическая связь здесь сводится, во всяком случае в основном, к электростатическим силам. Такие молекулы носят названия молекул с ионной или гетерополярной связью.

Иной характер носит связь в молекулах, состоящих из одинаковых или близких по химическим свойствам атомов. Рассмотрим молекулу водорода H₂. Будем сначала пользоваться корпускулярными представлениями об электронах, т. е. будем считать, что можно говорить об определенной тра-

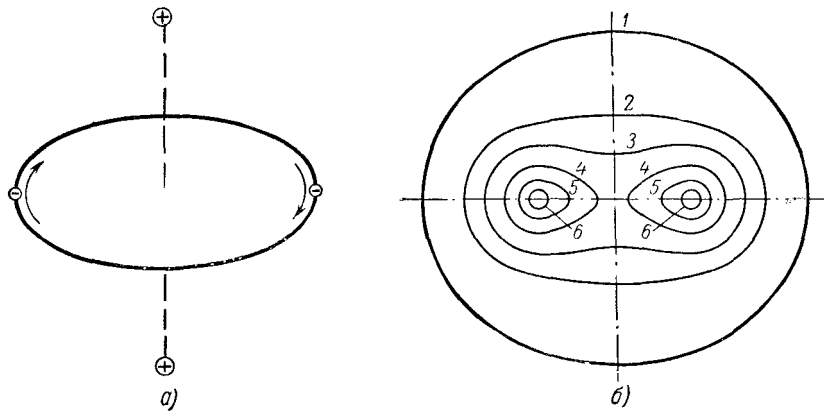


Рис. 83: *a*—корпускулярная модель молекулы водорода; *b*—распределение плотности заряда в электронном облаке молекулы водорода. Цифрами 1, ..., 6 обозначены линии одинаковой относительной плотности заряда. Облако имеет форму тела вращения с осью, проходящей через оба протона.

ектории электронов внутри молекулы. Представим себе, что оба электрона двигаются по орбите, плоскость которой перпендикулярна к линии, соединяющей протоны (рис. 83, *a*). Нетрудно видеть, что притяжение к электронам в среднем дает силу, уравновешивающую при определенных размерах модели электростатическое отталкивание протонов. На этой модели траектории обоих электронов симметричны по отношению к протонам и, следовательно, уже нельзя говорить, что один электрон принадлежит первому протону, а другой — второму; произошло, так сказать, «обобществление» электронов.

В действительности нельзя представлять себе электрон движущимся по определенной орбите в атоме или молекуле. Вычисление волновой функции Ψ дает возможность найти распределение вероятности пребывания электрона в пространстве вблизи ядер. Для атома водорода [Л. А. 2, т. 3, гл. 3] в нормальном состоянии получается сферически симметричное распределение вероятности с максимумом на расстоянии от центра атома, равном радиусу орбиты невозбужденного атома в теории Бора. Так как в стационарном состоянии повсюду средняя по времени плотность заряда пропорциональна вероятности, то можно сказать, что в среднем электрон водородного атома заполняет некоторый объем вокруг протона, образуя вокруг него «электронное облако», плотность заряда в котором распределяется пропорционально вероятности. Конечно, не нужно думать, что заряд электрона на самом деле «размазывается» по всему объему облака. Электронное облако, плотность заряда которого повсюду пропорциональна вероятности нахождения электрона, служит только для наглядного описания электронных оболочек атомов.

Можно, пользуясь квантовой механикой, найти вид электронного об-

лака молекулы H_2 . Оба протона оказываются в устойчивом равновесии на расстоянии $0,74 \text{ \AA}$. Вместо двух сферических облаков, которые имеют изолированные атомы водорода, получается одно облако, имеющее форму поверхности вращения, о распределении плотности заряда в котором дает представление рис. 83, б. Максимум плотности электронного облака приходится около каждого из протонов, однако отсюда вовсе не следует делать вывод о сохранении каждым протоном «своего собственного» электрона. Каждый из электронов связан со всем электронным облаком в целом, так что здесь, как и в корпускулярной модели, происходит полное обобществление электронов и на электронную оболочку молекулы H_2 , как и всякой другой молекулы, следует смотреть как на единую электронную систему.

Квантовая механика дает возможность вычислить силу притяжения, уравновешивающую силу электростатического отталкивания между протонами. Эти силы, не имеющие себе аналога в классической механике, получили название сил обменного взаимодействия потому, что их можно наглядно представлять себе как силы, возникающие при непрерывном переходе электронов от одного протона к другому с определенной частотой. Связь, осуществляемая через обобществление внешних электронов, называется ковалентной или гомеополярной связью.

Мы рассмотрели два крайних случая: ионную молекулу с гетерополярной связью и молекулу из одинаковых атомов с гомеополярной связью. Обычно дело обстоит сложнее и связь носит смешанный характер [Л. 2.34].

Из различных типов кристаллов для электроники представляют интерес ионные кристаллы, состоящие из атомов металлов и атомов металлоидов, кристаллические решетки металлов и, наконец, валентные кристаллы, образуемые элементами четвертой группы менделеевской таблицы, такими, как кремний и германий. Природа межатомной связи в этих кристаллах имеет много общего с природой рассмотренной выше связи в молекулах.

Щелочно-галогенидные соединения $NaCl$, KCl и т. п. и применяемые в термоэлектронных катодах оксиды щелочноземельных металлов BaO и SrO образуют типичные ионные кристаллы. В этих кристаллах валентные электроны металла переходят в незаполненные подгруппы металлоидов. В кристалле $NaCl$, например, валентный электрон Na из подгруппы $3s$ переходит в подгруппу $3p$ хлора; в кристалле BaO в подгруппу $2p$ кислорода переходят оба электрона из подгруппы $6s$ бария. При этом в ионах Na^+ , Cl^- , Ba^{++} , O^{--} внешние электронные оболочки оказываются совершенно заполненными. Правда, в кристаллах ионы расположены настолько близко, что их электронные оболочки отчасти перекрываются, но все же они остаются достаточно обособленными и можно считать, что каждый ион имеет свой отдельный комплект электронов и связь между ионами в основном является гетерополярной.

К числу валентных кристаллов относятся решетки углерода (алмаза), кремния и германия. Все эти элементы имеют по четыре валентных электрона. В кристаллической решетке каждый из атомов имеет четырех ближайших соседей, с которыми он вступает в ковалентную или гомеополярную связь (рис. 84). Расположение атомов для кристаллов алмаза показано

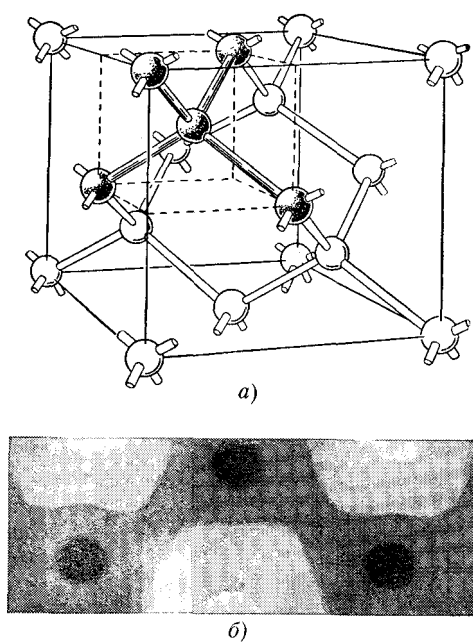


Рис. 84: *a*—модель кристаллической решетки алмаза: электронные ковалентные связи на модели изображаются стержнями, соединяющими атомы; *b*—распределение плотности электронов в плоскости (100) кристалла алмаза: плотность пропорциональна густоте тушевки.

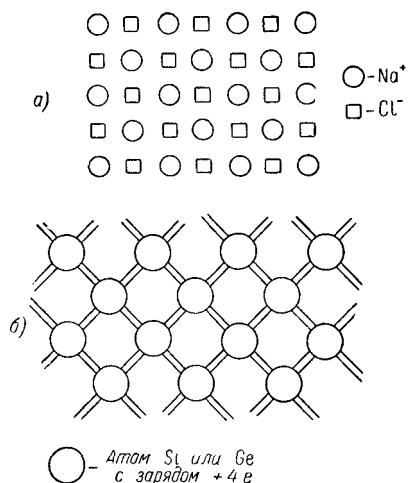


Рис. 85: Способы изображения кристаллов на двумерной модели. а—кристалл NaCl; б—кристалл Si или Ge.

на рис. 84, а; видно, как расположены в пространстве эти четыре соседа. Связи определенным образом локализованы вблизи линии, соединяющей два атома, причем со стороны каждого атома в этой двусторонней связи участвуют по одному валентному электрону и внутри кристалла, следовательно, нет не вступивших в связи валентных электронов.

Рентгенографические методы, описываемые в курсах рентгеноструктурного анализа, позволяют найти распределение плотности электронного облака внутри кристалла. На рис. 84, б показано это распределение для одной из плоскостей, в которой лежат три соседних атома, причем густота тусевки пропорциональна плотности. Как видно, между соседними атомами лежит «электронный мостик» — область высокой плотности электронного облака, в то время как вероятность пребывания электрона вне «мостиков» очень мала.

Каждый валентный электрон связан с двумя определенными атомами, и вероятность перехода его к другим атомам мала. Ковалентные связи довольно точно локализованы в междуатомном пространстве, и обобществленные электроны, принадлежащие двум соседним атомам, не имеют свободы перемещения по всему кристаллу. Сходное строение и такой же характер связей имеют Ge и Si.

В дальнейшем нам будет интересно не столько пространственное расположение атомов кристалла, сколько характер связей и чередование атомов металлов и металлоидов в узлах решетки. Эти свойства можно удобно изображать на условной двухмерной модели кристалла. На рис. 85 даны чертежи двухмерной модели кристалла четвертой группы (парноэлектронные ковалентные связи изображены параллельными линиями) и гетерополярной

решетки NaCl (ионы Na^+ изображены кружками, а ионы Cl^- — квадратами).

В металлах валентные электроны обладают свободой перемещения по всему объему кристалла — эта предпосылка лежит в основе теории металлов. В полном согласии с этим данные рентгенографического анализа показывают, что в узлах решетки металла находятся положительные ионы — однозарядные для щелочных металлов и двухзарядные для металлов второй группы. Электронное облако внешних валентных электронов распределено почти однородно по межатомному пространству. Валентные электроны металла, таким образом, полностью обобществлены и принадлежат всему кристаллу в целом. В этом состоит особенность межатомных связей в решетке металла.

2. Понятие о зонной теории твердых тел.

Электрические свойства кристаллических тел очень различны: достаточно сказать, что электропроводность кристаллов колеблется от 10^6 у металлов до $10^{-15} \text{ ом}^{-1} \cdot \text{см}^{-1}$ у хороших изоляторов. Эти различия связаны с неодинаковым состоянием валентных электронов внутри кристаллической решетки. К теории движения электронов в кристалле можно подойти с двух сторон.

Кристаллическая решетка — это среда, в которой существует пространственно-периодическое электрическое поле. Можно изучить характер этого поля и попытаться найти движение электронов в нем, пренебрегая в первом приближении взаимодействием электронов. Но можно поступить и иначе: исходя из состояния электронов в изолированных атомах, рассмотреть, опираясь на общие соображения квантовой теории, те изменения, которые возникнут при сближении атомов. Ниже использован в основном этот второй метод. Как и в случае изолированных атомов, для теории твердого тела важно знать расположение энергетических уровней.

В квантовой механике доказывается, что при сближении одинаковых «потенциальных ящиков» разрешенные энергетические уровни для электронов внутри ящиков оказываются расщепленными (см. § II, где рассмотрено расщепление уровней для двух ящиков прямоугольной формы).

При сближении атомов, несмотря на то, что их потенциальные ящики имеют иную форму, характер расщепления уровней качественно будет таким же. В двухатомной молекуле, состоящей из двух одинаковых атомов, произойдет расщепление каждого уровня на два и, следовательно, в молекуле не будет электронов, находящихся в одинаковых квантовых состояниях, иными словами, требования принципа запрета оказываются выполненными и в молекуле в целом.

Для системы электронов кристалла должен опять-таки выполняться принцип запрета, который теперь надо сформулировать как запрещение пребывания на одном энергетическом уровне более чем двум электронам с противоположно направленными спинами. Таким образом, при образовании кристалла расщепление уровней коснется всех элементов кристалла и каждый уровень распадется по числу атомов кристалла на N уровней, зани-

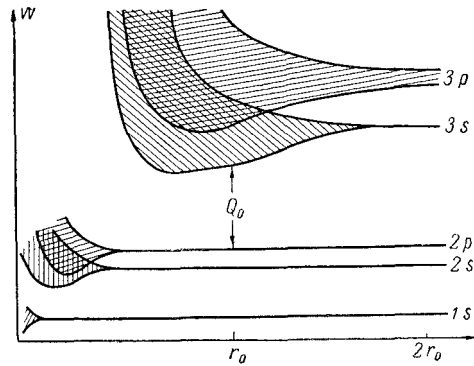


Рис. 86: Расщепление уровней кристалла Na при сближении его атомов. r_0 — расстояние между атомами в реальном кристалле.

мающих целую энергетическую полосу или зону. Так как N очень велико, то внутри полосы разрешенные уровни будут расположены очень близко друг от друга (т. е. разность энергий между соседними уровнями будет очень мала).

В изолированном атоме имеются s -уровни, на которых могут размещаться по два электрона, p -уровни с местами для шести электронов на каждом, d -уровни и т. д. Каждый из них расщепляется в кристалле на N уровней, и мы будем иметь s -зоны с местами для $2N$ электронов в каждой, p -зоны с местами для $6N$ электронов и т. д. Совокупность зон, их расположение на шкале энергии составляет энергетический спектр кристалла.

Кроме числа уровней, зона характеризуется своей энергетической шириной, т. е. разностью энергий между самым низшим и самым высоким уровнями. Легко видеть, что зоны валентных электронов всегда шире зон внутренних электронов. В самом деле, расщепление уровней тем больше, чем ниже потенциальный барьер между ними. Уровни валентных электронов в соседних атомах разделены гораздо более низким барьером, чем уровни электронов внутренних слоев. Существенно, что ширина зоны не зависит от размеров кристалла, а является величиной, характерной для кристаллической решетки. Это видно из того, что одновременно с увеличением числа уровней в зоне, равного числу атомов и пропорционального, значит, объему кристалла V , в той же мере уменьшается расстояние между уровнями, определяемое объемом ячейки фазового пространства скоростей h^3/mV . Энергетический спектр, таким образом, является характеристикой кристаллической решетки, электрические свойства которой тесно связаны с видом спектра.

Рассмотрим энергетический спектр кристалла Na. На рис. 86 показано, как меняется ширина зон при сближении атомов Na; $r_0 = 4,3 \text{ \AA}$ соответствует расстоянию между атомами в реальном кристалле натрия. Уровни заполненных подгрупп $1s$, $2s$, $2p$ при $r = r_0$ практически не расщеплены, и за-

метное в масштабе чертежа расщепление уровней $2p$ начинается только при $r \approx r_0/2$. Зато уровни частично заполненной подгруппы $3s$ и пустой подгруппы $3p$ настолько расщеплены, что их зоны перекрываются и образуют одну непрерывную зону $(3s, 3p)$. В этой $(3s, 3p)$ -зоне имеются места для $2N + 6N = 8N$ электронов, но электронов в этой зоне всего N . Таким образом, электроны, в нормальном состоянии занимающие низшие уровни, займут только нижнюю часть зоны, а выше будет простираться широкая полоса свободных разрешенных уровней. Положение электронов в $(3s, 3p)$ -зоне натрия очень походит на положение электронов, запертых в потенциальном ящике с высоким энергетическим барьером на границе, и есть основания полагать, что в $(3s, 3p)$ -зоне мы найдем распределение энергий электронов, очень близкое к распределению Ферми. И действительно, прямой опыт, о котором будет сказано немного ниже, это вполне подтверждает. На рис. 86 полоса разрешенных уровней $3s$ отделена от узкой полосы уровней $2p$ зоной запрещенных энергетических уровней. Это — общее свойство спектров кристаллов. Зоны разрешенных уровней разделяются зонами запрещенных уровней, и только верхние разрешенные зоны могут размываться настолько, что наступает их перекрытие. Не останавливаясь на вычислении ширины полосы запрещенных уровней и распределения электронов по энергиям в заполненных зонах, приведем только некоторые результаты теории.

Построим зависимость энергии свободного электрона W от $1/\lambda$, где λ — длина его волны. Так как

$$\lambda = \frac{h}{mv}, \quad (12.1)$$

$$W = \frac{mv^2}{2}, \quad (12.2)$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{\sqrt{2mW}}{h}, \quad (12.3)$$

то искомая зависимость — парабола, изображенная в правой части рис. 87. Непрерывность линии означает, что электрон в свободном пространстве может иметь любую энергию — это верно, очевидно, для любого направления. Но в кристалле по определенным направлениям волны некоторых длин не могут распространяться. Это волны, длина которых в кристалле удовлетворяет известному соотношению Вульфа-Брегга [Л. А. 1, т. 2, гл. 16, 25; Л. А. 2, т. 3, гл. 28]:

$$2l \sin \theta = m\lambda, \quad m = 1, 2, 3, \dots, \quad (12.4)$$

где l — расстояние между атомными плоскостями и θ — угол наклона вектора скорости электрона к атомной плоскости. Соотношение (12.4) было впервые получено для рентгеновских лучей в качестве условия для максимума их отражения от кристалла, и справедливость его для электронных волн была доказана уже в первых опытах по дифракции электронов. Если выполняется соотношение (12.4), то электронные волны, падающие на кристалл, целиком отражаются от близких к поверхности атомных плоскостей и внутри кристалла распространяться не могут. Для кристалла с его

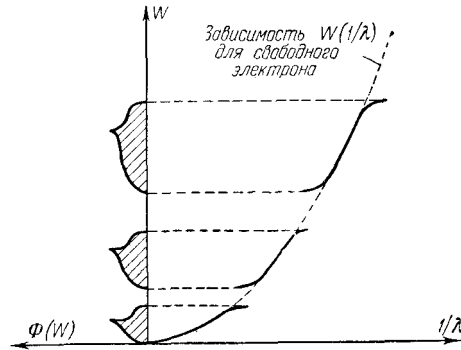


Рис. 87: Зависимость W от $1/\lambda$ для свободных электронов и электронов в кристалле. Пунктиром показана зависимость для свободных электронов.

пространственно-периодическим полем формула (12.3) неприменима и зависимость K от $1/\lambda$ должна изображаться кривой, имеющей ряд разрывов в местах, соответствующих выполнению условия (12.4). Каждый участок кривой (K , $1/\lambda$) отделен от предшествующего полосой запрещенных значений энергии в согласии с выводом, сделанным выше в связи с расщеплением уровней и рис. 86.

В левой части рис. 87 показан вид кривых распределения электронов по энергиям в заполненных зонах. От ближайшего свободного разрешенного уровня верхняя заполненная полоса (если следующая зона пустая) отделена запрещенной зоной ширины Q_0 (рис. 86). Поэтому при увеличении температуры очень немногие электроны заполненных зон будут иметь энергию, достаточную для перехода в зону разрешенных уровней. Только если $kT \gtrsim Q_0$, то количество таких электронов будет велико и в заполненной зоне окажется много пустых мест. Но никакого «размытия» верхней границы зоны, подобного размытию верхних уровней распределения Ферми, при увеличении температуры не будет.

Рассмотрим, что произойдет при появлении в металлическом кристалле, например кристалле Na, электрического поля, под действием которого электроны должны ускоряться. Увеличение скорости означает последовательный переход на более высокие энергетические уровни, что невозможно для электронов в зонах $1s$, $2s$, $2p$, так как в каждой из этих зон заняты все энергетические уровни, а свободные уровни существуют только в перекрывающейся зоне ($3s$, $3p$), отделенной от нижних зон широкой запрещенной зоной. В электрическом токе $1s$, $2s$ и $2p$ электроны натрия не могут принимать участия.

Электроны подгруппы $3s$ находятся в совершенно ином положении. Их всего N , а в зоне ($3s$, $3p$), как уже было отмечено, имеется $8N$ мест, и можно считать, что для электронов подгруппы $3s$ есть практически сколько угодно последовательно повышающихся, весьма близких энергетических уровней; эти электроны кристалла натрия могут ускоряться в электрическом поле

и принимать таким образом участие в электрическом токе. Зона ($3s$, $3p$) называется в связи с этим зоной проводимости.

Расчет показывает, что и у других металлов зоны валентных электронов и лежащие выше их пустые разрешенные зоны перекрываются. Если бы этого не было, то такие элементы, как магний (порядковый номер $Mg=12$), имеющий на уровне $3s$ два электрона, не был бы проводником, так как зона $3s$ оказалась бы точно в таком же положении, как и зоны $1s$ и $2s$. В действительности же пустая разрешенная зона $3p$ магния, как и у Na , перекрывается с зоной $3s$ и магний — хороший проводник. Перекрывание зон валентных электронов, образующих зону проводимости, — характерная особенность металлов.

Электрические свойства металлов здесь были описаны на основе описательной зонной теории твердого тела. Если вспомнить, что для электронов внутренних оболочек влияние соседних атомов крайне мало и что обобществление фактически затрагивает только валентные электроны, то становится понятным, что теория зон соответствует известному представлению о связанных внутренних электронах, не принимающих участия в электрическом токе и легко отделяющихся от атомов металла валентных электронов, образующих в металле «электронный газ». Но здесь эти представления изложены на языке зонной теории твердых тел, который оказался очень удобным для описания электрических и оптических свойств кристаллов¹.

Возьмем, например, кристалл со структурой зон, изображенной на рис. 88, характерной для беспримесных полупроводников и изоляторов. Между совершенно пустой при $T = 0^\circ K$ зоной проводимости и верхней из заполненных зон (на рисунке показаны только две заполненные зоны) лежит широкая зона запрещенных уровней. В таком состоянии кристалл совершенно не проводит тока. Если нагревать кристалл, то вследствие теплового движения в пустой верхней зоне начнут появляться термически возбужденные электроны, но их будет мало, так как средняя энергия электронов по порядку величины равна kT , а kT даже при $2500^\circ K$ составляет около $0,21 \text{ эв}$ и для большинства беспримесных кристаллов остается в силе условие $kT \ll Q_0$. Проводимость изоляторов и полупроводников в противоположность металлам возрастает при увеличении температуры, что имеет на основании сказанного выше совершенно естественное объяснение.

Переход электронов в зону проводимости имеет место не только при нагревании кристалла, но также и при других способах сообщения электронам энергии: при поглощении света (фотопроводимость) или при бомбардировке кристалла быстрыми частицами. Концентрация электронов в зоне проводимости, а значит, и электропроводность кристалла сильно зависят от характера возбуждения: от температуры, частоты и энергии излучения и т. д. Электропроводность зависит и от препятствий, которые встречает направленное движение электронов в кристалле, нарастающих с температурой, но доминирующим фактором обычно является изменение числа элек-

¹Зонная теория изложена во многих книгах, например: [Л. 2.26, гл. 3; Л. 2.29, гл. 1; Л. 2.27; Л. 2.30].

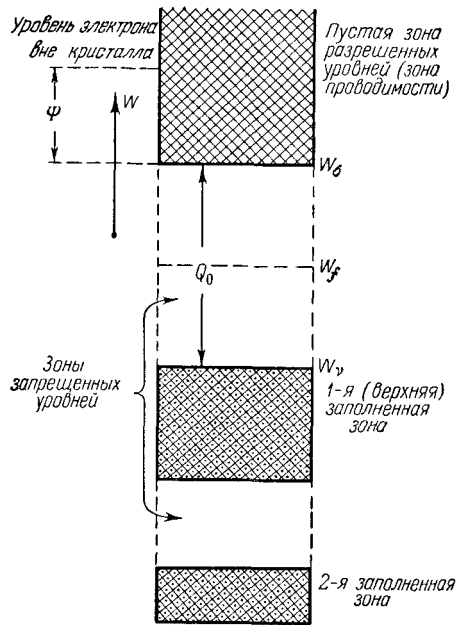


Рис. 88: Энергетический спектр решетки изолятора или собственного полупроводника.

тронов, перешедших в зону проводимости из заполненной зоны. Этот тип электропроводности называется полупроводниковым. В настоящее время установлено, что электропроводность кристаллов элементов В, С, Si, Р, S, Ge, As, Se, Sn, Sb, Te, I, а также многих кристаллов сложного состава имеет полупроводниковый характер. Некоторые из них оказываются полупроводниками только в определенной кристаллической модификации. Например, серое олово (модификация, устойчивая при $t < 13^\circ \text{C}$) — полупроводник, в то время как обычное белое олово имеет металлическую электропроводность. Полупроводниковые свойства других (мышьяк, сурьма) проявляются только в определенном образом изготовленных тонких пленках. Наконец, некоторые полупроводники имеют настолько большую ширину зоны запрещенных уровней Q_0 , что даже при высоких температурах за счет теплового возбуждения нельзя получить заметной электропроводности. Они делаются заметно проводящими только при поглощении излучения большой частоты. К таким кристаллам принадлежит алмаз.

Таким образом, в зонной теории электропроводности чистые бездефектные кристаллы разделяются на две группы: металлы и полупроводники. Однако чаще пользуются несколько иной классификацией. Чистые бездефектные кристаллы с небольшой шириной зоны запрещенных уровней (порядка 1 эВ и меньше) называют собственными полупроводниками. В таблице 4 приведены значения Q_0 для некоторых из них. Следует заметить, что

Q_0 заметно меняется с температурой [Л. 9.43, вып. 17].

Таблица 4: **Ширина зоны запрещенных уровней Q_0**

Вещество	Бор	Иод	Германий	Кремний	Теллур	Селен (крист.)	Cu_2O	PbS
Q_0 [эВ]	1,58 ²	1,3	0,68 ³	1,1 ⁴	0,39	1,7—1,9	1,5	0,6

Собственные полупроводники в обычных лабораторных условиях (комнатная температура, дневное освещение) обладают заметной электропроводностью, хотя и на несколько порядков меньшей электропроводности металлов. При этих условиях чистые кристаллы, имеющие Q_0 порядка нескольких электроновольт (алмаз $Q_0 = 5,6$ эВ, сера $Q_0 = 2,5$ эВ), практически не приводят и их называют изоляторами. С другой стороны, такие полупроводники, как серое олово ($Q_0 = 0,08$ эВ) или сплав SbCs_3 , применяемый в фотокатодах, имеют уже при комнатных температурах столь высокую концентрацию электронов проводимости, что для них оказывается перейденной граница вырождения (для серого олова вырождение наступает при -70°C). Электропроводность таких полупроводников близка к электропроводности металлов. Надо заметить, что изучение электрических свойств собственных полупроводников является нелегким делом, так как даже ничтожные, трудно устранимые химическими методами примеси и дефекты решетки в сильной степени меняют проводимость и часто нельзя с уверенностью сказать, что измеряется действительно собственная проводимость полупроводника.

Электропроводность чистого кристалла определяется не только электронами зоны проводимости. В зону проводимости электроны переходят из заполненной зоны, и появление в ней свободных уровней приводит к возникновению проводимости другого типа — так называемой дырочной проводимости. Рассмотрим это на примере кристалла с парноэлектронной ковалентной связью (кремний, германий).

При $T \neq 0^\circ \text{K}$ некоторые из валентных электронов отрываются от атомов и получают возможность перемещения внутри решетки, в то время как соответствующие связи между атомами, откуда они были удалены, остаются незаполненными (рис. 89). Тепловое движение электронов будет иметь двойкий характер. Во-первых, свободные электроны будут беспорядочно перемещаться между узлами решетки и, во-вторых, на свободные места в незаполненных связях будут переходить электроны из соседних заполненных связей. Результатом таких переходов будет беспорядочное перемещение по решетке свободного места в электронной связи. Удаление электрона из связи эквивалентно, очевидно, введению в связь заряда $+e$; иными словами, незаполненная электронная связь равносильна появлению заряда $+e$, локализованного вблизи места, где ранее находился электрон. Значит, перемещение по решетке свободного места в связи можно трактовать как движение заряда $+e$. На диаграмме, изображающей энергетический спектр кристалла, незаполненная связь означает появление свободного уровня в верхней заполненной зоне валентных электронов. Имея это в виду, перемещающаяся

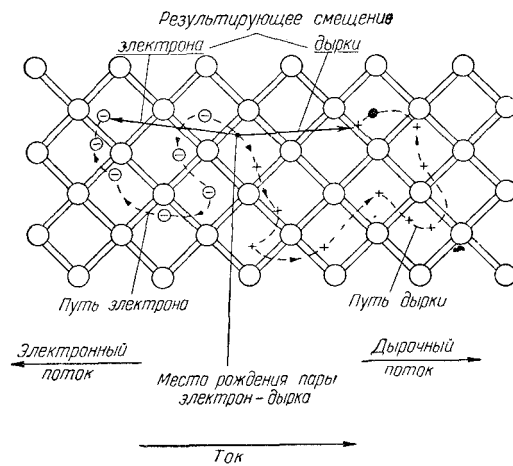


Рис. 89: К вопросу о механизме электронного и дырочного токов в кристалле.

по решетке свободное место в электронной связи называют дыркой. Дырке приписывают заряд $+e$ и считают, что она участвует в тепловом движении.

Заполненный электронный уровень является свободным уровнем для дырки. Поэтому заполненная зона есть зона свободных дырочных уровней, а появление в ней уровней, не занятых электронами, означает заполнение этих уровней дырками. Дырки в заполненной зоне стремятся занимать уровни с наименьшей энергией. На диаграмме энергетического спектра эти уровни находятся вблизи потолка заполненной зоны, так как энергия положительно заряженных дырок на этой диаграмме отложена сверху вниз. При $T \neq 0^\circ K$ тепловое движение заставляет дырки распределяться по уровням заполненной зоны в соответствии с законом Больцмана совершенно так же, как размещаются электроны по уровням зоны проводимости.

Теперь можно полностью представить себе картину тока в собственном полупроводнике. Под действием электрического поля возникает течение или дрейф электронов и дырок, накладывающийся на их беспорядочное тепловое движение. Ток состоит из увлекаемых в противоположных направлениях электронов и дырок, причем подвижности этих двух типов носителей тока, очевидно, различны. Обычно подвижность электронов бывает больше подвижности дырок, и соответственно в собственном полупроводнике электронная компонента тока больше дырочной.

На языке зонной теории электронный ток означает переход электронов на более высокие свободные энергетические уровни в зоне проводимости. Дырочный ток означает переход дырок на более высокие энергетические уровни заполненной зоны, т. е. на уровни, расположенные дальше от потолка зоны. Как видно, зонная теория описывает электронный и дырочный токи в полупроводнике очень сходным образом. Замена перемещения электронов по свободным местам в связях движением положительных дырок

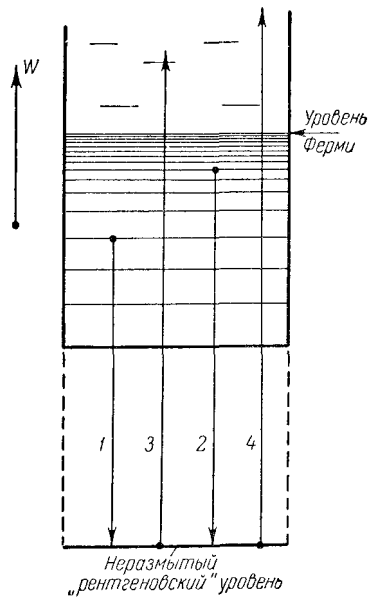


Рис. 90: К истолкованию рентгеновских спектров металлов.

оказалась очень удобной в теории твердых полупроводников.

3. Экспериментальное определение распределения уровней в зоне проводимости из рентгеновских спектров.

Опишем коротко экспериментальный метод нахождения распределения уровней электронов в металле, основанный на изучении рентгеновских спектров. Характеристические рентгеновские лучи возбуждаются, как известно, при переходе электронов с внешних слоев на один из внутренних слоев K , L , M и т. д.⁴. Зоны внутренних электронов большей частью (а слоев K и L даже всегда) практически не размываются, и таким образом, конечный уровень перехода остается фиксированным. Но уровень, с которого начинается переход, может лежать где угодно посреди зоны проводимости (рис. 90, переходы 1 и 2). Для разных начальных уровней перехода освобождающаяся энергия ΔW будет различна, и так как $\Delta W = h\nu$, то вместо узкой линии, которая получилась бы, если металл находился в парообразном состоянии, получится широкая спектральная полоса. Из той части зоны, где плотность заполненных уровней больше, будет больше и переходов, значит, по распределению интенсивности в полосе рентгеновского эмиссионного спектра (спектра испускания) можно судить о распределении уровней в зоне проводимости, вернее, ее части, лежащей ниже уровня Ферми W_f , так как электронов, энергия которых $W > W_f$, очень мало. Конечно, не весь

⁴Л. А. 1, т. 2, гл. 25; Л. А. 2, т. 3, § 348.

рентгеновский спектр твердого тела будет состоять из эмиссионных полос, так как и в твердых телах будут иметь место переходы электронов между двумя резкими неразмытыми уровнями.

При поглощении рентгеновского излучения происходят переходы электронов из внутренних слоев K, L, \dots на свободные уровни, которые имеются почти исключительно в зоне проводимости выше заполненной ее части, т. е. выше уровня Ферми. Эти переходы также отмечены ниже на рис. 90 (переходы 3 и 4). Облучая металл «белым рентгеновским светом», мы получим в спектре поглощения полосы, распределение интенсивности которых, измеренное по почернению фотопластинки, отражает распределение уровней энергии в незаполненной части зоны проводимости. Таким образом, комбинируя результаты, полученные при наблюдении рентгеновских эмиссионных спектров и спектров поглощения, можно найти распределение всех уровней в зоне проводимости, как занятых, так и свободных. Опыт показывает, что в рентгеновских эмиссионных спектрах металлов те линии, которые соответствуют переходам из зоны проводимости во внутренние слои, размыты в широкие полосы, оканчивающиеся со стороны коротких волн довольно резкой границей. Резкость границы объясняется следующим образом: самая короткая волна получается при переходе из верхней части зоны проводимости. Если принять для зоны проводимости распределение Ферми, то оно, как известно, резко заканчивается около $W = W_f$, и резкость тем больше, чем ниже температура. На рис. 91 представлено распределение интенсивности рентгеновского излучения (измеренное по почернению пластинки) вблизи коротковолнового края для одной из линий спектра A1 при разных температурах. Из рисунка видно, что размытие края полосы увеличивается с возрастанием температуры, как это и следует из теории. Величину размытия края полосы поглощения в зависимости от температуры можно оценить, исходя из формул квантовой статистики, и результаты такого подсчета дают хорошее количественное совпадение с данными рис. 91. Внутри зоны плотность уровней согласно формуле Ферми (формула (IV, 30)) нарастает пропорционально $W^{1/2}$. Отсюда следует, что нарастание интенсивности рентгеновского излучения по направлению от длинноволнового (нерезкого) края полосы должно следовать тому же закону, если на интенсивность влияет только плотность уровней. На рис. 92 даны экспериментальная кривая распределения интенсивности для натрия, полученная промером почернения фотопластинки, и кривая, ординаты которой пропорциональны $W^{1/2}$. Ввиду того что нужно сравнить только характер кривых, для облегчения сравнения соответственно подобраны их положения и масштабы, в результате чего близость формы обеих кривых на значительном протяжении делается вполне очевидной. Следовательно, для Na, как для ряда других металлов, с достаточным основанием можно пользоваться приближением теории свободных электронов.

Следует отметить, что характер рентгеновских спектров зависит и от других, здесь не принятых в расчет обстоятельств, так что полная теория явления много сложнее и часто не существует, как это наблюдается для натрия, полного параллелизма между кривой распределения интенсивности в

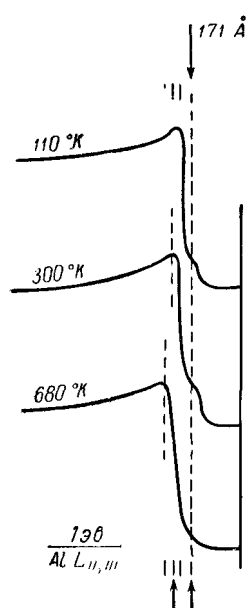


Рис. 91: Результаты экспериментального исследования размытия края эмиссионной полосы при разных температурах в зависимости от энергии электронных переходов $h\nu$ в эв. По оси ординат—почернение фотопластинки, пропорциональное интенсивности излучения.

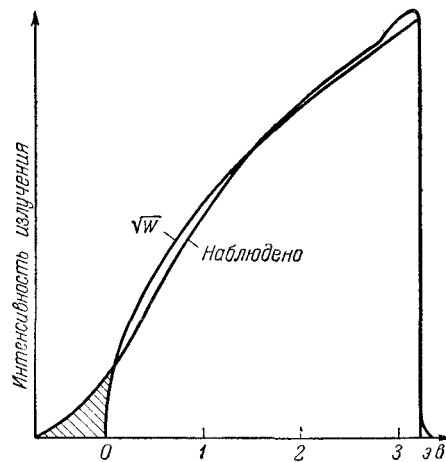


Рис. 92: Сравнение теоретического распределения энергий электронов (кривая, ординаты которой пропорциональны \sqrt{W}) с распределением, найденным для Na по интенсивности рентгеновского излучения.

полосе рентгеновского спектра и распределением уровней свободных электронов по Ферми [Л. 2.31]. Тем не менее основной вывод о простой связи между рентгеновскими спектрами и распределением электронных уровней в полосе проводимости остается справедливым. Этот метод применим и к неметаллическим кристаллам.

4. Примесные полупроводники.

Как уже указывалось, примеси сильно меняют электропроводность, т. е. дают добавочные свободные электроны или дырки. Рассмотрим типичные примеры примесных полупроводников.

В кристалл Si или Ge добавляют немного трехвалентного бора или пентавалентного фосфора. Технологии введения примесей мы здесь касаться не будем. Каждый атом примеси занимает один из узлов решетки, и как всякий нормальный атом основного элемента имеет четырех ближайших соседей.

Для заполнения парноэлектронных связей требуется всего четыре электрона и, следовательно, пятый электрон фосфора не входит в связь и оказывается слабо связанным с примесным атомом. Например, в случае введения фосфора в кремний работа отрыва пятого валентного электрона равна для небольшой концентрации фосфора примерно 0,06 эВ, в то время как ионизационный потенциал P равен 10,98 в. Очевидно, энергетический уровень пятого электрона располагается всего на 0,06 эВ ниже дна зоны проводимости, т. е. очень близко к ней. Кремний с добавкой фосфора — примесный полупроводник, проводимость которого зависит от концентрации примеси.

Пятивалентные примесные атомы являются поставщиками свободных электронов и называются донорами.

Внесение трехвалентного примесного атома бора оставляет незаполненную связь, т. е. создает дырку, локализованную в соответствующем узле решетки, но слабо с ним связанную. На ее отрыв, иными словами, на переход электрона с одного из соседних атомов в незаполненную связь, требуется около 0,08 эв для небольших концентраций. Примесный атом, имеющий слабо с ним связанную дырку, называется акцептором, и свободный разрешенный уровень, соответствующий свободному месту в связи, находится близко к верхней границе заполненной зоны. Таким образом, подбирая соответствующие примеси, можно в Ge или Si создавать электронную или дырочную проводимость и менять ее в широких пределах. Полупроводники с электронной проводимостью часто называют электронными или *n*-полупроводниками (negative), а полупроводники с дырочной проводимостью — дырочными или *p*-полупроводниками (positive). Работу отрыва электрона от донора и дырки от акцептора называют энергией активирования или энергией ионизации примесных атомов.

Причина слабой связи электрона, не вошедшего в парноэлектронную связь, с атомом-донором объясняется следующим образом: электрон движется около атома-донора, имеющего эффективный заряд $+e$, подобно электрону в атоме водорода. Но атом-донор находится не в вакууме, а в среде с диэлектрической постоянной ϵ , отличной от единицы ($\epsilon = 11,7$ для Si, $\epsilon = 16$ для Ge). Сила, связывающая электрон с атомом, будет в ϵ раз меньше, орбита соответственно в ϵ раз больше, и работа отрыва меньше в ϵ^2 раз. Нетрудно видеть, что это приводит к правильному порядку величины энергии ионизации. Для водорода $U_i = 13,5$ в и для Q/e должно получиться $13,5/11,7^2 \approx 0,1$ в в хорошем согласии с опытом. Волновая функция ψ электрона перекрывается со многими атомами основной решетки, как это показано на рис. 93, иными словами, электрон в своем движении взаимодействует с очень большим числом атомов основного элемента решетки. В кристалле с примесью атомов другого элемента изменится вид функции ψ только вблизи примесного атома, а почти во всем объеме перекрытия она не меняется. Поэтому работа отрыва электрона от донора должна мало зависеть от сорта примеси, что вполне оправдывается на опыте.

Переход электрона в зоне валентных связей можно трактовать как отрыв дырки от акцептора, т. е. от иона с недостатком в числе валентных электронов. За исключением перемены знаков зарядов этот случай аналогичен случаю отрыва электрона от донора, и заключение о причинах малости энергии ионизации и ее малой зависимости от сорта примеси остается в силе.

Пропорциональность между энергией ионизации примеси Q и $1/\epsilon^2$ оправдывается на опыте довольно широко, и эта закономерность дает правильный порядок Q . В частности, опыт показывает, что закон зависимости Q и $1/\epsilon^2$ от температуры одинаков. Подробнее см. [Л. 2.33].

Энергетические уровни доноров и акцепторов, в отличие от уровней основной решетки, имеют локальный характер. Волновая функция электро-

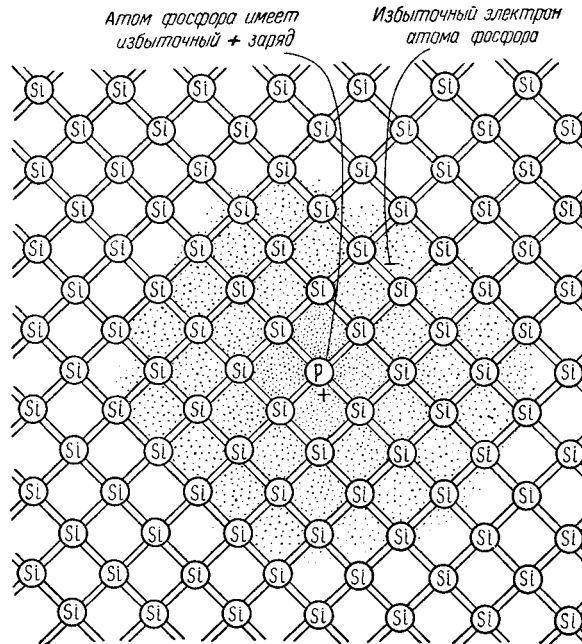


Рис. 93: Волновая функция ψ электрона, связанного с атомом фосфора в кремнии. Плотность точек приближенно соответствует распределению волновой функции.

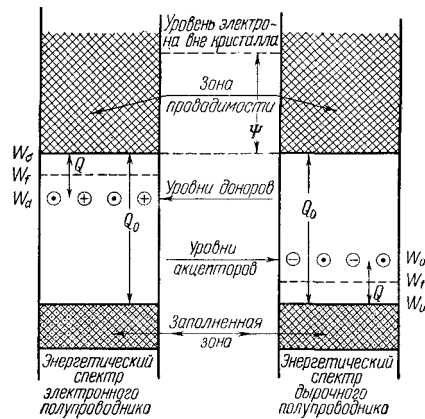


Рис. 94: Энергетические спектры электронного и дырочного полупроводников.

нов примесных атомов имеет резкий максимум вблизи этих атомов и спадает до нуля вдали от них (см. рис. 93). Это значит, что валентный электрон донора (или дырка акцептора) до своего отрыва не может перемещаться по всему объему решетки. В соответствии с этим на чертежах, иллюстрирующих энергетические спектры, уровни примесных атомов мы будем изображать не сплошными линиями, а пунктиром или так, как это показано на рис. 94. Знак в кружке (плюс для донора и минус для акцептора) указывает на знак иона после отрыва электрона или дырки.

Рассмотрим теперь вопрос об электропроводности гетерополярных или ионных кристаллов, таких, как NaCl или BaO. Опыт показывает, что гетерополярные кристаллы обладают некоторой ионной проводимостью, на что указывает явление электролиза при прохождении тока. Ионная составляющая тока в некоторых случаях, например в оксидном термоэлектронном катоде, играет большую практическую роль, но ионный ток составляет только небольшую часть полного тока.

Чистым бездефектным гетерополярным кристаллом можно назвать кристалл, число атомов металла и металлоида в котором в точности отвечает его химической формуле, причем все атомы расположены точно в полагающихся им узлах решетки кристалла, и вовсе нет примесей инородных атомов. В этом случае говорят, что в кристалле соблюдено стехиометрическое отношение и он образует правильную решетку. В гетерополярных кристаллах валентные электроны атомов металла (один электрон Na или два электрона Ba) переходят во внешние подгруппы атомов металлоида, как и гетерополярных молекулах. Верхняя s -зона металла (зона $3s$ у NaCl и $6s$ у BaO) более узкая, чем у металлического кристалла, вследствие того что в кристаллах NaCl и BaO атомы металла отстоят друг от друга дальше, чем в кристаллах металлов Na и Ba, оказывается совершенно пустой. Верхние металлоидные зоны ($3p$ хлора и $2p$ кислорода) будут совершенно заполнены, так как они содержат по шесть электронов на атом: в подгруппу $3p$ хлора, содержащую пять своих электронов, приходит один электрон от Na, а в подгруппу $2p$ кислорода с четырьмя своими электронами приходят два электрона от Ba.

Следовательно, в обоих примерах зона проводимости, совершенно пустая при $T = 0^\circ K$, отделена от заполненной зоны запрещенной зоной ширины Q_0 . Как видно, при $T = 0^\circ K$ оба кристалла — изоляторы, и так как Q_0 велико (например, у BaO по экспериментальным данным $Q_0 = 3,8 \div 4,8 \text{ эв}$), то они должны оставаться в случае отсутствия дефектов решетки и примесей изоляторами и при нагревании. Однако реальные кристаллы BaO и NaCl всегда имеют примеси и дефекты решетки и это приводит к появлению проводимости.

Проводимость может быть связана с введением инородных атомов другой валентности, подобно тому как это было в примере с кремнием, но для нас сейчас интереснее кристаллы, проводимость которых связана с дефектами решетки. Дефекты в решетке могут возникнуть по различным причинам.

При нагревании ионы одной из компонент, например металла, могут

испаряться сильнее, в результате чего в кристалле образуются вакантные металлические узлы и избыток металлоида. Если, наоборот, быстрее испаряется металлоид, то при прогреве мы получим кристалл с избытком металла и вакантными металлоидными узлами. В обоих случаях существенно, остаются ли избыточные атомы в узлах решетки или перемещаются в междоузлия, так как от этого будет зависеть структура энергетического спектра решетки. Возможно, наконец, что атомы одного сорта, например металлоидные, будут отбираться от кристалла вследствие химической реакции на его поверхности и в результате будет достигнут избыток атомов металла. Приведем несколько примеров.

При прокаливании в вакууме окиси цинка ZnO кислород испаряется сильнее. Избыточные атомы Zn переходят в междоузлия, имеющие в ZnO большую протяженность, и сохраняют при этом все свои валентные электроны. Уровень наиболее слабо связанного электрона в избыточном атоме Zn оказывается близким к нижней границе полосы проводимости, и ZnO приобретает свойства электронного полупроводника.

Прокаливание закиси меди Cu_2O в атмосфере кислорода приводит, наоборот, к избытку кислорода и к образованию вакантных металлических узлов. Избыточные атомы кислорода имеют возможность присоединять электроны в свою валентную подгруппу и являются, следовательно, акцепторами. В заполненной зоне образуются дырки и Cu_2O делается дырочным полупроводником. Обработка слоя закиси меди кислородом применяется при изготовлении меднозакисных фотоэлементов.

BaO , нанесенный на никелевую пластинку, содержащую примесь кремния, при прогреве вступает в реакцию, в результате которой от BaO отбирается кислород. Пустые кислородные узлы, образовавшиеся вблизи границы $Ni - BaO$, вследствие перестройки ионов решетки перемещаются в толщу слоя BaO и создают в нем избыток атомов Ba , которые, по-видимому, остаются в узлах решетки, так как в междоузлиях этого кристалла слишком мало места. Вблизи пустых кислородных узлов уровни валентных электронов Ba понижаются, и вблизи дна зоны проводимости появляются локальные уровни, на которых и могут закрепляться электроны. На рис. 94 они отмечены знаком W_d . Этот процесс, в результате которого BaO делается электронным полупроводником, используется при активировании термоэлектронных катодов и подробнее описан в следующем параграфе.

Существенно, что, в отличие от собственных полупроводников, в примесных полупроводниках часто получается абсолютное преобладание электропроводности одного типа, которую можно усиливать или даже заново создавать путем соответствующей обработки — химической, термической и т. д.

Очевидно, что во всяком примесном полупроводнике должна в какой-то степени проявляться и собственная проводимость, и при достаточно высокой температуре собственная проводимость должна преобладать, так как общее число электронов в верхней заполненной зоне гораздо больше числа электронов на примесных уровнях. Поэтому при достаточно высокой температуре количество электронов, перешедших в зону проводимости из за-

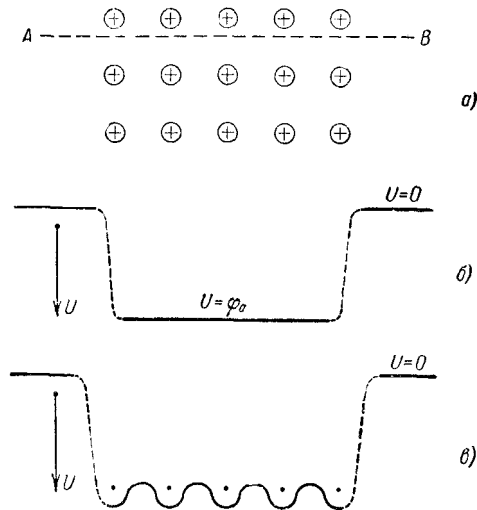


Рис. 95: К определению внутреннего потенциала решетки. *a*—расположение ионов в одной из атомных плоскостей металлического кристалла (схематически); *б*—распределение потенциала вдоль линии *AB*, параллельной одной из атомных цепочек, в предположении, что потенциал внутри кристалла постоянен; *в*—характер истинного распределения потенциала вдоль *AB*.

полненной зоны, будет превосходить число электронов, перешедших в зону проводимости с донорных уровней.

5. Поверхностный потенциальный барьер.

Электроны проводимости, свободно перемещающиеся по всему объему металла, не могут, однако, выходить за его пределы. Их выходу наружу препятствует электрическое поле, действующее в узкой области вблизи поверхности металла, которую называют поверхностным потенциальным барьером.

Потенциал внутри металла, который, очевидно, должен быть выше потенциала окружающего пространства, в теории металлов часто считают постоянным и исходят из распределения потенциала, представленного на рис. 95, *б*. В действительности потенциал внутри металла возрастает вблизи ионов кристаллической решетки металла (рис. 95, *а*), как это показано на рис. 95, *в*. Предположение о постоянстве потенциала внутри металла во многих случаях, в частности в теории электронной эмиссии, приводит к хорошим результатам. Величину φ_a (рис. 95, *б*) называют внутренним потенциалом кристаллической решетки. Для определения величины и формы поверхностного потенциального барьера найдем работу, которую нужно затратить для удаления электрона из металла. Если электрон находится от поверхности металла на расстоянии, достаточно большом по сравнению с

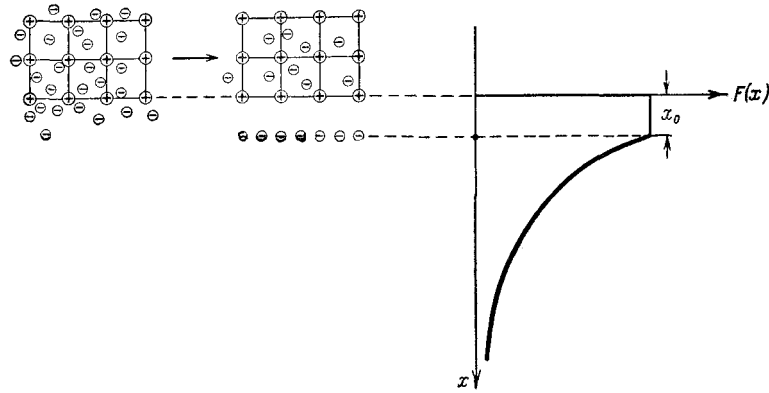


Рис. 96: К вычислению высоты поверхностного барьера.

расстояниями между ионами решетки, то действующую на него силу можно вычислить, если отвлечься от атомной структуры металла и заменить его однородной, хорошо проводящей средой. Как известно из электростатики, для плоской поверхности металла в этом случае силу, действующую на электрон со стороны зарядов, наведенных на металле, можно заменить силой притяжения электрона его «зеркальным изображением», т. е. точечным положительным зарядом, равным по величине заряду электрона и расположенным симметрично ему относительно поверхности металла. Эта сила

$$F_{im} = -\frac{e^2}{4x^2} \quad (12.5)$$

называется силой изображения.

Очевидно, что предположение об однородности металла, положенное в основу вычисления силы изображения, делается совершенно непригодным, если электрон находится вблизи металла. Поверхность металла, если ее рассматривать с расстояний «атомной» величины, представляет собой верхний ионный слой решетки металла, погруженный в скопление электронов, частью стремящихся вылететь из металла, но не обладающих достаточной для этого энергией и возвращающихся назад. Таким образом, для участка пути электрона, лежащего вблизи поверхности металла, никак нельзя считать поверхность металла однородной.

Были предложены разные способы упрощения сложной задачи вычисления силы, действующей на электрон в «ближней зоне». Один из таких упрощенных способов состоит в следующем: вблизи поверхности металла существует облако электронов, так сказать, «электронная атмосфера» вне металла в непосредственной близости к его поверхности. Упрощая задачу, можно заменить электронное облако вместе с поверхностным слоем ионов решетки двойным электрическим слоем, имеющим толщину порядка расстояния между ионами решетки (рис. 96).

Допустим, что, начиная с расстояния x_0 , считая от верхнего слоя ионов,

сила, действующая на электрон, уже равняется силе изображения. Допустим также, что сила, сохраняющая внутри слоя постоянное значение, на его границе без скачка переходит в силу изображения. Тогда x_0 будет равно толщине двойного слоя и сила при $x = x_0$, а значит, и везде внутри двойного слоя будет

$$F_n = -\frac{e^2}{4x_0^2}. \quad (12.6)$$

Работа, совершаемая электроном против сил поля:

$$W_a = W_n + W_{im},$$

где W_n — работа при движении сквозь двойной слой и W_{im} — работа в области сил изображения. Используя формулы (12.5) и (12.6), получим:

$$W_a = e\varphi_a \int_0^{x_0} \frac{e^2}{4x_0^2} dx + \int_{x_0}^{\infty} \frac{e^2}{4x^2} dx = \frac{e^2}{4x_0} + \frac{e^2}{4x_0} = \frac{e^2}{2x_0}. \quad (12.7)$$

Работу W_a , равную высоте поверхностного барьера, выраженной в единицах энергии (электронвольтах), называют полной работой выхода.

В нашем выводе ширина «ближней зоны» x_0 осталась неопределенной, хотя можно думать, что она равна немногим расстояниям между ионами решетки. Но x_0 можно найти, измерив внутренний потенциал решетки $\varphi_a = W_a/e$. Потенциал φ_a впервые был найден из опытов по дифракции электронов.

Одним из первых по времени и наиболее наглядных доказательств существования волновых свойств электрона было возникновение дифракционной картины, аналогичной дифракционной картине, получаемой для рентгеновских лучей при отражении электронов от кристалла или при прохождении их через тонкие металлические пленки. В настоящее время уже сложилась целая область технической физики — электронография, изучающая строение кристаллических тел методом наблюдения дифракции электронов. Опыты по дифракции электронов описываются в курсе физики [Л. А. 1, т. 2, гл. 16; Л. А. 2, т. 3, гл. 28].

Легко понять, что вид дифракционной картины будет зависеть от внутреннего потенциала металла. Длина волны медленных электронов вне металла

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{m\sqrt{2\frac{e}{m}U}} = \frac{h}{\sqrt{2emU}}, \quad (12.8)$$

где U — напряжение, ускоряющее электроны, попадающие на исследуемый объект, например монокристалл металла. Если внутренний потенциал металла равен φ_a , то внутри металла скорость электронов будет больше и длина волны $\lambda_{кр}$ будет

$$\lambda_{кр} = \frac{h}{\sqrt{2em(U + \varphi_a)}}. \quad (12.9)$$

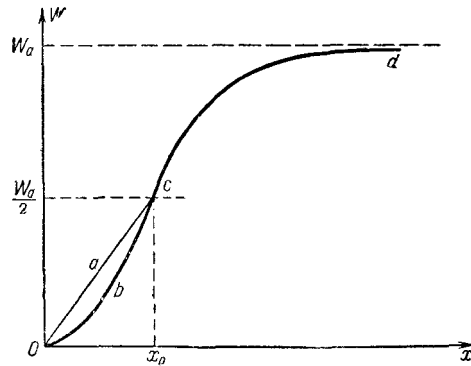


Рис. 97: Форма потенциального барьера: истинная форма — *Obcd*, упрощенная форма — *Oacd*.

Положение дифракционных максимумов и минимумов зависит от соотношения между длиной волны в кристалле $\lambda_{\text{кр}}$ и между атомными расстояниями, иными словами, дифракционная картина зависит от φ_a . Эта зависимость вполне может быть обнаружена на опыте. Мерой того, насколько влияет внутренний потенциал, является отношение

$$\mu = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{кр}}} = \sqrt{1 + \frac{\varphi_a}{U}}, \quad (12, 10)$$

которое можно назвать «показателем преломления» электронных волн.

Из (12.10) видно, что при ускоряющих напряжениях 100–200 в μ будет на несколько сотых отличаться от единицы, так как φ_a , как оказалось, для металлов лежит в пределах 3,5÷18 в.

Не останавливаясь на описании практической стороны метода определения φ_a из наблюдения дифракции электронов⁵, отметим, что по разным причинам (несовершенство теории, экспериментальные трудности) этот метод не дает точных результатов, но тем не менее он имеет большое значение как единственный прямой способ измерения внутреннего потенциала кристаллической решетки.

Приведем некоторые результаты измерений φ_a : Ni: 14÷17 в, Zn: 15,5 в, серебро: 13÷15 в. Эти цифры хорошо согласуются со значениями φ_a , которых следует ожидать на основании теоретических расчетов и измерений электронной эмиссии.

Наименьшее значение φ_a получается для щелочных металлов: например, для цезия $\varphi_a = 3,4$ в. Полагая в (12.7) $W_a = 3,4$ эв, получим $x_0 = 0,25 \text{ \AA}$; при $W_a = 17$ эв $x_0 = 1,25 \text{ \AA}$.

Из вывода формулы (12.7) следует, что до расстояния x_0 от верхнего слоя ионов высота потенциального барьера растет линейно (рис. 97, линия *Oac*). В действительности сила не остается постоянной, а увеличивается,

⁵По этому вопросу см. [Л. А. 3, гл. X, § 135 или подробнее Л. А. 20].

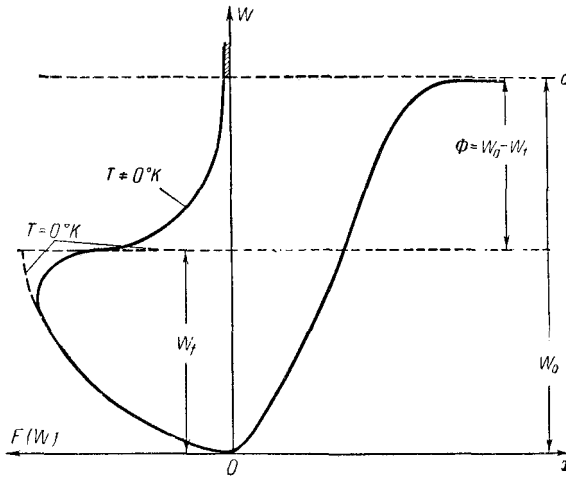


Рис. 98: Сопоставление потенциального барьера с кривой распределения электронов по энергиям.

начиная от нуля, и истинная форма барьера близка к кривой $Obcd$. Форма барьера имеет существенное значение при отражении от него электронов в процессе электронной эмиссии.

Из того факта, что при низких температурах термоэлектронная эмиссия падает до неизмеримо малой величины, следует сделать вывод, что для всех металлов полная работа выхода значительно больше граничной энергии Ферми W_f . Это иллюстрируется левой частью рис. 98, где воспроизведена кривая $F(W)$ распределения электронов по энергиям при $T \neq 0^\circ K$. Энергией, достаточной для эмиссии, обладают только электроны, число которых изображается площадью кривой распределения выше уровня W_a (заштрихованный участок). Таких электронов будет ничтожно мало при достаточно большом значении разности $(W_a - W_f)$ и не очень высокой температуре. Величина

$$\Phi = W_a - W_f, \quad (12.11)$$

равная наименьшей энергии, которую нужно сообщить электронам, имеющим максимальные скорости при $T \neq 0^\circ K$, для того, чтобы они могли преодолеть поверхностный барьер, называется эффективной работой выхода или просто работой выхода. Это название связано с той ролью, которую играет величина Φ в законах электронной эмиссии.

В неметаллических кристаллах электроны проводимости также связаны с кристаллической решеткой и не могут выйти наружу без затраты энергии. Однако упрощенный способ вычисления высоты поверхностного потенциального барьера к ним неприменим. Высота поверхностного барьера неметаллического кристалла, как и для металла, равна разности энергий покоящегося электрона вне кристалла и покоящегося электрона внутри кристалла, т. е. электрона, находящегося на нижнем уровне зоны прово-

димости. Эта величина, называемая внешней работой выхода, отмечена на рис. 94. Теоретически внешнюю работу выхода удалось приближенно вычислить для ионных кристаллов (NaCl, BaO, ZnO и т. д.) [Л. 9.5; Л 9.19, гл. 3]. Ниже будет показано, что ее можно определить экспериментально, сопоставляя результаты измерений фотоэлектронной и термоэлектронной эмиссии и зависимости электропроводности от температуры.

§ 13. Электропроводность металлов и полупроводников. Контактная разность потенциалов

1. Концентрация электронов и электропроводность металлов.

Металлический кристалл можно себе представить в виде «потенциального ящика», заполненного свободными электронами. Положительный заряд ионов решетки в этом представлении как бы «размазан» равномерно по всему объему, и его роль сводится к нейтрализации общего заряда электронов. Нетрудно оценить концентрацию электронов в металле.

Известно, что металлы первой группы (щелочные) имеют один слабо связанный валентный электрон, металлы второй группы — два слабо связанных электрона и т. д. (см. таблицу ионизационных потенциалов в § VI). Естественно предположить, что «электронный газ» в металле образуют именно эти слабо связанные электроны. Тогда количество свободных электронов Z на один атом металла будет равно 1 для металлов первой группы и 2 для второй. Для остальных металлов Z может быть и больше двух. Это приводит к следующему выражению для концентрации свободных электронов:

$$n = Z \frac{N_A \delta}{M}, \quad (13.1)$$

где N_A — число Авогадро, δ — плотность и M — атомный вес. Подсчет по формуле (13.1) дает значения n порядка 10^{22} – 10^{23} $1/\text{см}^3$. При таких концентрациях электронный газ вырожден и он остается вырожденным при любых практически доступных температурах. Формулы квантовой статистики, справедливые для вырожденного газа, рассмотрены в § IV.

С точки зрения электронной теории электрический ток представляет собой направленное движение свободных электронов относительно кристаллической решетки металла. Пользуясь представлением об электроне как частице и не учитывая его волновых свойств для электропроводности σ , из элементарных соображений легко получить [Л. А. 1, т. 2, гл. 5; Л. А. 2, т. 4, гл. 16]:

$$\sigma = \frac{1}{2} \frac{e^2 n}{m} \bar{\lambda} \left(\frac{\bar{v}}{v} \right). \quad (13.2)$$

Здесь λ — свободный пробег электрона, v — его тепловая скорость, а чертой сверху обозначено среднее значение величин. В случае вырождения электронного газа (§ IV)

$$\left(\frac{\bar{v}}{v}\right) = \frac{3}{2} \frac{1}{v_f}; \quad v_f = \frac{h}{m} \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{1/3},$$

откуда

$$\sigma = 2\pi \frac{e^2}{h} \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{2/3} \bar{\lambda}. \quad (13.3)$$

Эта формула отличается от формулы более точной теории только численным коэффициентом: в более точной формуле вместо 2 стоит 8/3.

Если в (13.2) взять n порядка 10^{22} $1/\text{см}^3$, то для $\bar{\lambda}$ получится величина, измеряемая сотнями междоатомных расстояний. Эта величина представляется слишком большой, и, кроме того, формула (13.3) не дает правильной зависимости σ от температуры. Как известно, для металлов σ заметно уменьшается с температурой, а в формуле (13.3) средний пробег $\bar{\lambda}$, если исходить из корпускулярной картины движения электронов, должен мало зависеть от температуры, так же как и n , которое только очень незначительно изменяется за счет электронов, переходящих в зону проводимости из заполненной зоны. Таким образом, положенное в основу теории представление о соударениях электронов-частиц с атомами решетки приводит в отношении температурной зависимости электропроводности к неверным выводам. Корпускулярная картина не дает правильного представления о взаимодействии электронного газа и кристаллической решетки, и необходимо исследовать взаимодействие решетки и электронных волн.

Исследование распространения электронных волн в решетке приводит к следующим выводам: в идеальном кристалле при абсолютном нуле, т. е. при отсутствии тепловых колебаний атомов, электронные волны распространяются без рассеяния, что соответствует бесконечно большой проводимости. При T , отличном от нуля, появляется рассеяние, которое растет с температурой, что соответствует росту удельного сопротивления. Кроме того, сопротивление увеличивается при всяких искажениях решетки, например при включении в нее примесных атомов.

2. Концентрация электронов и дырок в полупроводниках.

Концентрацию свободных электронов и равную ей концентрацию дырок в собственном полупроводнике можно с достаточной для ориентировочных расчетов точностью выразить формулой

$$n_i = 2 \frac{(2\pi m k T)^{3/2}}{h^3} e^{-\frac{Q_0}{2kT}} \approx 5 \cdot 10^{15} \cdot T^{3/2} e^{-\frac{Q_0}{2kT}}. \quad (13.4)$$

В точную формулу вместо массы свободного электрона m входит так называемая эффективная масса электрона (или дырки), и показатель степени экспоненциального множителя несколько отличается от $Q_0/2kT$.

Из (13.4) следует, что, например, в германии при комнатной температуре $n_i \approx 2,6 \cdot 10^{13} \text{ 1/см}^3$, а в кремнии $n_i \approx 1,2 \cdot 10^{10} \text{ 1/см}^3$. При таких концентрациях электропроводность должна быть очень мала. Движение электрона в кристалле происходит под действием внешнего поля и пространственно-периодического поля решетки, но при вычислении средних скоростей и ускорений электрона оказывается при известных условиях возможным не принимать во внимание периодическое поле, заменив массу электрона через эффективную массу, которая в зонной теории, таким образом, учитывает поле решетки. Введение эффективной массы чрезвычайно упрощает теорию. При изложении зонной теории твердого тела выше был избран другой путь, который более просто приводил к выяснению основных представлений этой теории, но на этом пути мы не рассматривали движение электрона в решетке и не могли прийти к понятию эффективной массы электрона. В ориентировочных подсчетах часто эффективные массы электрона и дырки считают равными массе свободного электрона. По этому вопросу см., например, [Л. 9.1, гл. IV]; там же вывод формулы (13.4).

Применяемые на практике полупроводники — большей частью примесные, с ясно выраженным преобладанием одного из двух типов проводимости.

Найдем концентрацию электронов для примесного электронного полупроводника. Энергетический спектр электронного проводника был изображен на рис. 94. Все уровни на нем отсчитаны от одного общего нулевого уровня, безразлично какого, и уровень Ферми W_f показан, как это в действительности и бывает, между примесными уровнями доноров W_d и дном зоны проводимости. Будем считать, что $Q_0 \gg Q$ и что температура T не очень велика, так что в зону проводимости электроны попадают только с примесных уровней. Число электронов на уровне W_d в 1 см^3 полупроводника обозначим через n_d — это число валентных, слабо связанных с атомами донорами электронов. Применим к электронам в полупроводнике формулы статистики Ферми, не учитывая, как и в формуле (13.4), различия между массой свободного электрона и эффективной массой.

Количество электронов, имеющих слагающие скорости в пределах

$$v_x \div (v_x + dv_x); \quad v_y \div (v_y + dv_y); \quad v_z \div (v_z + dv_z)$$

(см. (IV, 27)), можно записать в виде (для объема $V = 1$)

$$dn_{v_x v_y v_z} = \frac{2}{h^3} \frac{v_x v_y v_z}{1 + \exp \left[\frac{W - W_f}{kT} \right]}. \quad (13.5)$$

Формула (13.5) имеет следующий смысл: $2 \frac{v_x v_y v_z}{h^3/m^3}$ равно общему числу ячеек в элементе объема пространства скоростей, увеличенному вдвое для учета спина электрона. При температуре $T = 0^\circ \text{ K}$ все эти ячейки заняты и удвоенное число ячеек равно числу электронов. Все выражение (13.5) дает число занятых ячеек в элементе объема $(dv_x dv_y dv_z)$ пространства скоростей или, что то же самое, число электронов, и, значит, множитель и

§ 13.. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ. КОНТАКТНАЯ РАЗНОСТЬ ПО

$\left(1 + \exp \left[\frac{W - W_f}{kT} \right] \right)^{-1}$ есть вероятность для электрона при температуре T обладать энергией W .

Считая, что $W_\sigma - W_f$ больше kT настолько, что единицей в знаменателе выражения (13.5) можно пренебречь, получим:

$$dn_{v_x v_y v_z} = \frac{2m^3}{h^3} \exp \left[-\frac{W - W_f}{kT} \right] dv_x dv_y dv_z, \quad (13.6)$$

где $W_f = \frac{mv_f^2}{2}$ и W — полная энергия электрона в зоне проводимости. Разность $(W - W_f)$ можно представить в виде

$$(W - W_f) = (W - W_\sigma) + (W_\sigma - W_f) = \frac{mv^2}{2} + (W_\sigma - W_f), \quad (13.7)$$

так как $(W - W_\sigma)$ представляет собой кинетическую энергию электрона, находящегося в зоне проводимости, дно которой находится на уровне W_σ .

Но если плотность примесных атомов невелика и $(W_\sigma - W_d) > kT$, то в зоне проводимости плотность электронов будет мала и распределение скоростей электронов может быть выражено также формулой классической статистики, содержащей концентрацию электронов в полосе проводимости n_σ (§ III):

$$dn_{v_x v_y v_z} = n_\sigma \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left[-\frac{mv^2}{2kT} \right] dv_x dv_y dv_z. \quad (13.8)$$

Сравнивая формулы (13.6) и (13.8) и принимая во внимание (13.7), получим:

$$n_\sigma = \frac{2m^3}{h^3} \left(\frac{2\pi kT}{m} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left[\frac{W_f - W_\sigma}{kT} \right] = \frac{2}{h^3} (2\pi m kT)^{\frac{3}{2}} \exp \left[-\frac{W_\sigma - W_f}{kT} \right]. \quad (13.9a)$$

Эта формула справедлива для всякого примесного электронного полупроводника при не слишком высокой температуре (условие $W_\sigma - W_f > kT$).

Концентрации дырок можно вычислить аналогичным способом. Принимая во внимание, что разность энергий на уровне Ферми и на «потолке» заполненной зоны равна $W_f - W_\nu$, в формуле (13.9a) надо вместо $W_\sigma - W_f$ подставить эту величину. Для концентрации дырок получим:

$$p_\nu = \frac{2}{h^3} (2\pi m kT)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{W_f - W_\nu}{kT}}, \quad (13.9b)$$

причем масса дырки, как и масса электрона проводимости в (13.9a), принята равной массе свободного электрона.

Из (13.9a) и (13.9b), отбрасывая индексы σ и ν , т. е. заменяя n_σ и p_ν , через n и p , получим, учитывая, что $W_\sigma - W_\nu = Q_0$:

$$np = \left\{ \frac{2}{h^3} (2\pi m kT)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{Q_0}{2kT}} \right\} = n_i^2. \quad (13.10)$$

Произведение концентраций дырок и электронов в полупроводнике остается постоянным при заданной температуре. Иными словами, всякое увеличение концентрации электронов (например, путем введения новых примесных донорных атомов) влечет за собой уменьшение концентрации дырок, и наоборот.

Нужно теперь в формулу (13.8) внести выражение для W_f , соответствующее энергетическому спектру полупроводника (см. рис. 94). Если общее число валентных электронов на примесном уровне W_d при $0^\circ K$ равно n_0 , то при температуре T за вычетом n_σ электронов, перешедших в полосу проводимости, на уровне W_d останется

$$n_d = \frac{n_0}{1 + \exp\left[\frac{W_d - W_f}{kT}\right]} = n_0 - n_\sigma$$

Электронов, так как $\left(1 + \exp\left[\frac{W_d - W_f}{kT}\right]\right)^{-1}$ равно вероятности для электрона при температуре T иметь энергию W_d . Отсюда

$$n_\sigma = n_0 \left\{ 1 - \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{W_d - W_f}{kT}\right]} \right\} \approx n_0 \exp\frac{W_d - W_f}{kT}. \quad (13.11)$$

Выражением (13.11) можно пользоваться при условии, что

$$\exp\left[\frac{W_f - W_d}{kT}\right] \gg 1.$$

Возвращаясь к формуле (13.9а), получим:

$$\frac{2}{h^3} (2\pi mkT)^{\frac{3}{2}} e^{\frac{W_f}{kT}} e^{-\frac{W_\sigma}{kT}} = n_0 e^{\frac{W_d - W_f}{kT}},$$

$$W_f = \frac{W_d + W_\sigma}{2} - \frac{kT}{2} \ln \left[2 \frac{(2\pi mkT)^{\frac{3}{2}}}{n_0 h^3} \right]. \quad (13.12)$$

Для не очень высоких температур, как следует из (13.12):

$$W_f \approx \frac{W_d + W_\sigma}{2}, \quad (13.13)$$

т. е. уровень Ферми примесного электронного полупроводника лежит примерно посередине между уровнем примеси и нижней границей полосы проводимости. Но, в отличие от металлов, уровень Ферми полупроводника заметно меняется с температурой (см. § IV). В собственном полупроводнике, так же как и в примесном электронном полупроводнике, уровень Ферми лежит приблизительно посередине между нижним уровнем зоны проводимости и верхним уровнем, заполненным электронами, т. е. верхним уровнем

заполненной зоны. Уровень Ферми лежит, следовательно, приблизительно посередине запрещенной зоны, как это отмечено на рис. 88¹.

Формула (13.9а) после простых преобразований принимает вид

$$n_{\sigma} = \frac{\sqrt{2}}{h^3} n_0^{\frac{1}{2}} (2\pi m k T)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{Q}{2kT}}, \quad (13.14)$$

где $Q = W_{\sigma} - W_d$ — энергия ионизации примесных донорных атомов. Как уже указывалось, допущения, положенные в основу вывода формулы (13.14), перестают выполняться при повышении температуры и формула (13.14) делается неверной. В предельном случае, при достаточно высокой температуре, все донорные атомы ионизируются вследствие сильного теплового движения в решетке, и тогда n_{σ} будет равно n_0 .

В выводе формулы (13.14) было принято, что электроны всех примесных атомов находятся на одном и том же уровне, иными словами, примесные уровни не образуют зону. Это справедливо, если не перекрываются волновые функции примесных электронов, т. е. если концентрация примесей невелика. В случае нарушения этого условия, чего можно ожидать при больших концентрациях и в кристаллах с большой диэлектрической проницаемостью, Q оказывается зависящим от n_0 , а именно убывает при увеличении n_0 . Такого рода влияние n_0 на Q обнаружено в ZnO, TiO₂ и других полупроводниках. О связи Q с концентрацией примесей см. [Л. 2.27, гл. 4; Л. 2.33].

Выше был рассмотрен примесный электронный полупроводник, но формулы (13.13) и (13.14) пригодны и для дырочных полупроводников, если под n_0 подразумевать концентрацию атомов-акцепторов, а под Q — энергию ионизации акцепторов, т. е. работу отрыва дырки. Уровень Ферми дырочных полупроводников лежит приблизительно посередине между уровнем акцепторов и верхней границей заполненной зоны.

3. Электропроводность полупроводников.

Аналогично электропроводности металлов электропроводность собственных полупроводников можно выразить через концентрации и подвижности носителей тока.

В общем случае смешанной электронной и дырочной проводимости будем иметь:

$$\sigma = e(nb_n + pb_p), \quad (13.15)$$

где через n и p обозначены концентрации электронов и дырок и через b_n и b_p — их подвижности.

В случае только электронной или только дырочной проводимости из (13.15) выпадает соответствующий член. Для электронного полупроводника формула (13.15) примет вид

$$\sigma_n = enb_n. \quad (13.16)$$

¹Это следует из того, что в собственных полупроводниках концентрации электронов и дырок равны. Приравнявая n_{σ} и p_{σ} (форм. 13.9а и 13.9б), получим $W_f = \frac{W_{\sigma} + W_{\nu}}{2}$

Уравнение (13.16) содержит две величины: n и b_n , зависящие от температуры. Температурная зависимость n выражается формулой (13.14), где n было обозначено через n_σ ; в этой зависимости, если Q не очень мало, главную роль играет член $\exp\left[-\frac{Q}{2kT}\right]$. Зависимость b_n от температуры видна из соотношения

$$\sigma_n = enb_n = en \frac{1}{2} \frac{e}{m} \bar{\lambda} \left(\frac{\bar{v}}{v}\right),$$

откуда

$$b_n = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \bar{\lambda} \left(\frac{\bar{v}}{v}\right).$$

В большинстве случаев электроны в полупроводнике невырождены и к ним применима классическая статистика. Тогда нахождение $\frac{\bar{v}}{v}$ не представляет трудности. Вычисление $\bar{\lambda}$, однако, оказывается много сложнее, и мы остановимся только на результатах. Рассеяние электронов, от которого зависит $\bar{\lambda}$, складывается из двух частей, а именно из части, зависящей от тепловых колебаний решетки, и части, зависящей от рассеяния электронов на атомах примеси. Теория показывает, что, учитывая оба эти влияния, можно выражение для подвижности привести к виду

$$\frac{1}{b_n} = \beta_t T^{\frac{3}{2}} + \beta_d T^{-\frac{3}{2}}, \quad (13.17)$$

где первый член обусловлен тепловыми колебаниями решетки, а второй — рассеянием на примесных атомах. Как видно, при высоких температурах преобладает член, обусловленный колебаниями решетки. Значит, при не очень низких температурах (см. (13.14) и (13.16))

$$\sigma = a T^{-\frac{3}{4}} e^{-\frac{Q}{2kT}}, \quad (13.18)$$

где a — множитель, не зависящий от температуры и напряженности поля. Из (13.18) следует:

$$\ln \sigma = \ln a - \frac{3}{4} \ln T - \frac{Q}{2kT}. \quad (13.19)$$

Член $-\frac{3}{4} \ln T$ играет сравнительно с $-\frac{Q}{2kT}$ ничтожную роль, следовательно, зависимость $\ln \sigma$ от $\frac{1}{T}$ — прямая линия, по наклону которой можно определить энергию ионизации (или энергию активирования) примесей. То же самое верно и для дырочных полупроводников. Для собственных полупроводников концентрация электронов и дырок выражается формулой, содержащей множитель $\exp\left[-\frac{Q_0}{2kT}\right]$ (см. (13.4)). В этом случае, если Q_0 не очень мало, остальные множители, входящие в выражение для σ , также дадут гораздо более слабую зависимость от T , чем экспоненциальный член $\exp\left[-\frac{Q_0}{2kT}\right]$, и зависимость $\ln \sigma$ от $\frac{1}{T}$ опять будет прямолинейной, но с наклоном, зависящим от ширины запрещенной зоны Q_0 . Теперь можно себе представить, какой вид должен иметь график зависимости $\ln \sigma$ от $\frac{1}{T}$ на протяжении широкого интервала температур.

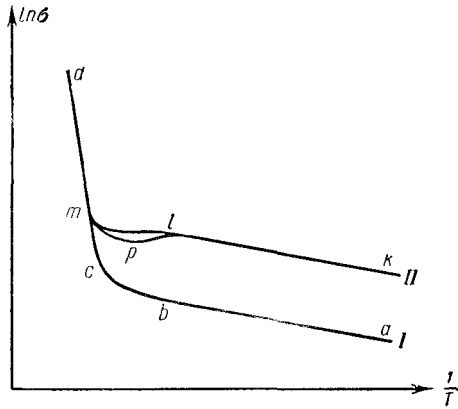


Рис. 99: Возможный вид зависимости $\ln \sigma$ от $1/T$ для примесных полупроводников.

В области низких температур преобладает только электронная или только дырочная проводимость, смотря по роду примесей или дефектов решетки. Этот интервал температур соответствует линейному участку ab кривой I на рис. 99. При высоких температурах, если не последует плавления кристалла, будет преобладать собственная проводимость. Преобладание собственной проводимости наступает потому, что число электронов в заполненной полосе основной решетки много больше числа электронов на примесных донорных уровнях и при достаточно высокой температуре большая часть электронов будет переходить в полосу проводимости из заполненной зоны, несмотря на то, что $Q_0 \gg Q$.

Сходным образом объясняется преобладание собственной проводимости при высоких температурах и для дырочных полупроводников. Этому интервалу температур на рис. 99 соответствует линейный участок cd .

Переход от электронной или дырочной проводимости к собственной проводимости может происходить различно. Если энергия ионизации примесей мала, то все примесные атомы окажутся ионизированными уже при низких температурах, когда собственная проводимость еще ничтожно мала. Тогда за линейно возрастающим участком (кривая II) будет горизонтальный участок lm постоянной проводимости, с постоянным числом носителей тока или даже падающий участок lpm вследствие того, что усиление тепловых колебаний решетки увеличивает рассеяние электронов, подобно тому как это бывает в металлах, где также число носителей тока не зависит от температуры.

Экспериментальные кривые $(\ln \sigma, \frac{1}{T})$ хорошо подтверждают теорию и дают возможность по их наклону вычислить Q и Q_0 .

При этом, чтобы из кривых $(\ln \sigma, \frac{1}{T})$ найти Q и Q_0 , не нужно знать концентрации электронов (дырок) или их подвижности.

Практический интерес большей частью представляет область примесной

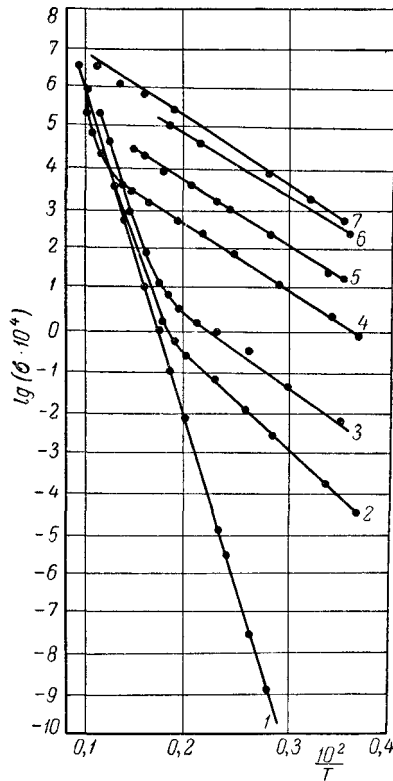


Рис. 100: Зависимость $\lg \sigma$ от $1/T$ для Cu_2O по Курчатову и Жузе. Кривая 1 относится к образцу, не имеющему избыточного кислорода. Кривые 2—7 соответствуют образцам с последовательно возрастающим содержанием избыточного кислорода.

проводимости, и экспериментально обследуют обычно тот интервал температур, где она преобладает. На рис. 100 дана зависимость $\lg \sigma$ от $\frac{1}{T}$ в широком интервале температур для Cu_2O , найденная экспериментально В. П. Жузе и Б. В. Курчатовым. Участки собственной и примесной проводимостей на этом рисунке видны вполне отчетливо. Из рис. 100 для Cu_2O было получено $Q_0 \approx 1,5$ эв и $Q = 0,3 \div 0,6$ эв. В качестве второго примера возьмем кремний, электрические свойства которого были тщательно исследованы в связи с разработкой кристаллических диодов и триодов. Как уже было отмечено, добавка бора превращает кремний в дырочный полупроводник, а добавка фосфора — в электронный. Ограничимся здесь рис. 101, относящимся к кремнию с добавкой бора. Подробнее см. [Л. 2.27, гл. 6; Л. 2.34, особенно Л. 2.33].

На рис. 101 приведена для кристаллов Si с разным содержанием В кон-

центрация дырок p , которую можно найти по формуле

$$\sigma_p = e p b_p,$$

если известна подвижность b_p , об измерении которой говорится в следующем разделе настоящего параграфа. Концентрации примесей указаны в подписи к рисунку. На рисунке хорошо виден как переход к собственной проводимости при повышении T (участок A), так и уменьшение Q с увеличением концентрации примесей. Для образцов δ , γ , δ энергия Q настолько мала, что уже при очень низких температурах все атомы-акцепторы лишены дырок. На рисунке в соответствии с формулой

$$n_{\text{выр}} = 3,67 \cdot 10^{15} T_{\text{выр}}^{\frac{3}{2}}$$

(см. § IV) построена граница области вырождения и, следовательно, в образцах с высокой концентрацией примесей вырождение уже достигнуто.

4. Определение концентрации носителей тока в полупроводниках и их подвижностей.

Уравнение (13.16) для электропроводности $\sigma_{\text{эл}}$ электронного полупроводника (или соответствующее уравнение для дырочного полупроводника) содержит два неизвестных, а именно — концентрацию n и подвижность b_n . Чтобы определить каждое из них в отдельности, нужно еще одно соотношение между ними. Это соотношение можно получить, исследуя эффект Холла.

Через кусок проводника, имеющий форму параллелепипеда, помещенный в магнитном поле, пропускается ток по направлению, перпендикулярному к магнитному полю (рис. 102). Опыт показывает, что между противоположными гранями появляется поперечное напряжение, величина которого, измеренная, например, между точками A и B , будет пропорциональна силе тока и напряженности магнитного поля. Это явление можно объяснить следующим образом: носители тока, например электроны, движутся по образцу справа налево. Под действием магнитного поля их траектории искривляются по направлению вверх и весь электронный поток получает добавочный дрейф в этом направлении. Плотность электронов у верхней грани увеличивается, и возникает электрическое поле, направленное снизу вверх и препятствующее поперечному дрейфу электронов. Равновесие в образце достигается тогда, когда поперечная электрическая сила уравновешивает отклоняющую магнитную силу. Если носителями тока являются положительные заряды и направление тока остается прежним, то поток положительных носителей тока отклоняется опять-таки снизу вверх и поперечное электрическое поле будет обратного направления. Знак поперечной электродвижущей силы, измеренной между точками A и B , зависит, таким образом, от знака носителей тока.

Простая приближенная теория получается, если считать, что все носители тока имеют одинаковую скорость u_x . Магнитное поле будет действовать

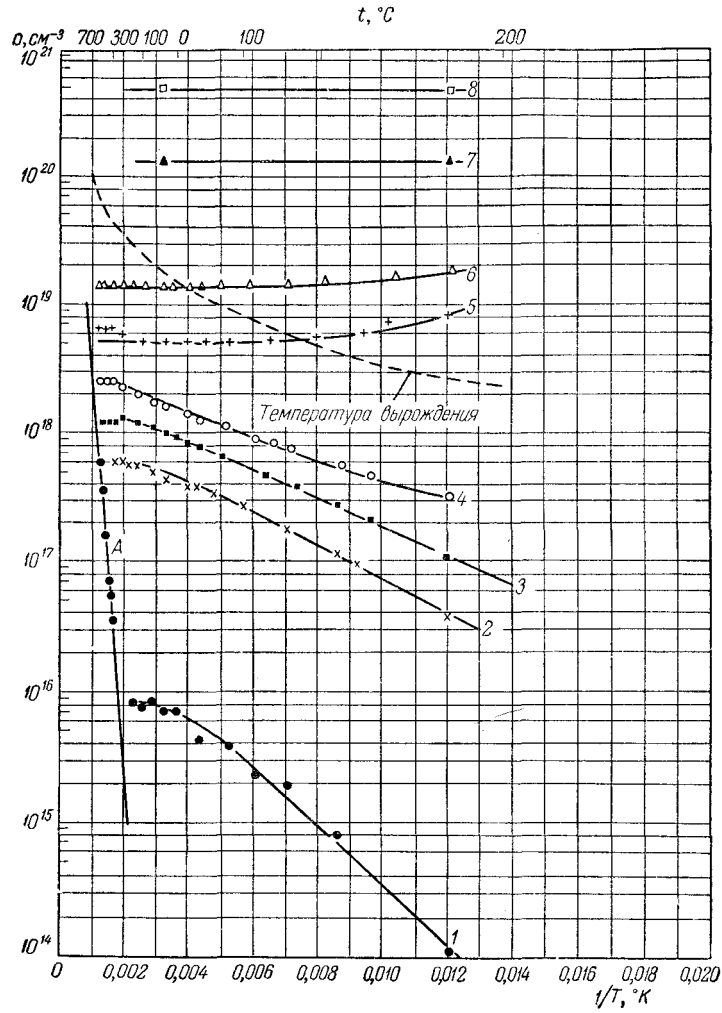


Рис. 101: Зависимость концентрации дырок в сплавах кремния с бором в зависимости от температуры. Концентрации (в см^3) атомов бора для различных образцов равна: 1—очень чистый кремний; 2— $6,7 \cdot 10^{17}$; 3— $1,3 \cdot 10^{18}$; 4— $2,7 \cdot 10^{18}$; 5— $6,7 \cdot 10^{18}$; 6— $1,3 \cdot 10^{19}$; 7— $1,3 \cdot 10^{20}$; 8— $1,3 \cdot 10^{21}$.

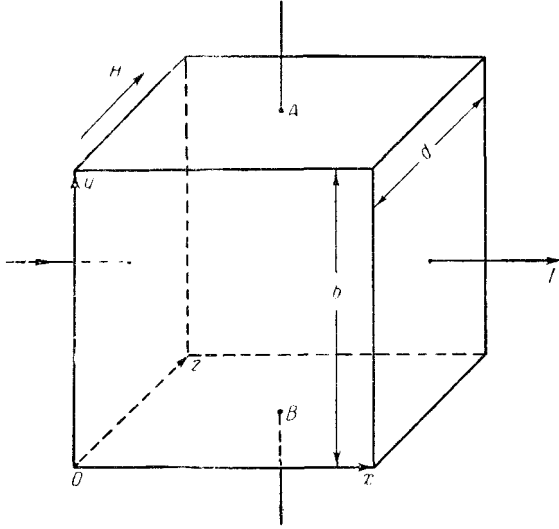


Рис. 102: Возникновение поперечной разности потенциалов в твердом теле, помещенном в магнитное поле (эффект Холла).

на каждый из носителей тока с силой Heu_x (в CGSM-единицах), где e — заряд, а поперечная электрическая сила будет $E_y e = \frac{U}{b} e$. В установившемся состоянии

$$Heu_x = \frac{U}{b} e,$$

и, подставляя сюда $u_x = \frac{j}{ne}$, где j — плотность тока, получим

$$U = \frac{1}{ne} H j b = R H j b = R \frac{H I}{d}, \quad (13.20)$$

где $I = j b d$ — сила тока и

$$R = \frac{1}{ne} \quad (13.21)$$

называется постоянной Холла. Знак постоянной Холла зависит от знака носителей тока и как будто не приходится сомневаться, что для всех металлов должно быть $R < 0$, так как $e < 0$. Однако это в действительности не так и, в противоречие с упрощенной теорией металлов, не учитывающей внутреннее пространственно-периодическое поле, оказывается, что около половины всех металлов имеют $R > 0$. Это указывает на то, что в этих металлах перенос тока осуществляется дырками или электронами и дырками одновременно.

В большинстве случаев можно принять, что в примесных полупроводниках вырождение отсутствует и электроны или дырки подчиняются классической статистике. Если уточнить теорию эффекта Холла, приняв во внимание столкновения, что выше сделано не было, то выражение для R в

случае электронного полупроводника будет иметь вид

$$R_n = -\frac{1}{ne} \frac{3\pi}{8},$$

где e — величина заряда электрона. Для дырочного полупроводника

$$R_p = \frac{1}{pe} \frac{3\pi}{8}.$$

Для полупроводника со смешанной проводимостью в общем случае

$$R_{см} = -\frac{3\pi}{8e} \frac{nb_n^2 - pb_p^2}{(nb_n + pb_p)^2}.$$

При $n = p = n_i$, что верно для собственного полупроводника

$$R_{соб} = -\frac{3\pi}{8} \frac{1}{n_i e} \frac{b_n - b_p}{b_n + b_p}.$$

Эти соотношения показывают, что знак постоянной R полупроводника позволяет сразу решить, является ли данный примесный полупроводник электронным или дырочным. У собственных полупроводников R большей частью отрицательно, так как подвижность электронов b_n , как правило, больше подвижности дырок b_p ; однако встречаются и исключения: например, бор, черный фосфор.

Измерения электропроводности и постоянной Холла R в одном и том же образце полупроводника позволяют найти как концентрацию электронов и дырок, так и их подвижность. Например, для электронного полупроводника

$$b_n = -\frac{8}{3\pi}(R), \quad n = -\frac{3\pi}{8e} \frac{1}{R}.$$

В сочетании с измерением температурной зависимости σ , откуда можно определить энергию ионизации примесей, эти измерения позволяют найти наиболее важные характеристики электронных и дырочных полупроводников.

Измерению проводимости и эффекта Холла в полупроводниках посвящено большое число экспериментальных работ, и тем не менее далеко не всегда удается получить надежный, свободный от случайных ошибок и влияний результат. Одна из главных трудностей состоит в получении подходящих образцов исследуемого полупроводника. Электропроводность полупроводника в высшей степени чувствительна к всевозможным загрязнениям и искажениям решетки — этим и объясняются те высокие требования, которые приходится предъявлять к образцам полупроводников, предназначенных для научных исследований. По этой же причине важно измерять R и σ в одном и том же образце. Подробнее см. [Л. 2.27, Л. 2.34].

Существует и другой, более прямой метод измерения подвижностей электронов и дырок в полупроводниках, основанный на измерении времени рас-

§ 13.. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ. КОНТАКТНАЯ РАЗНОСТЬ ПО

пространения носителей тока по полупроводнику. В этом методе в полупроводник вводятся неосновные носители тока (например, в германий с электронной проводимостью вводятся дырки) и измеряется время распространения введенных носителей. О способах введения неосновных носителей тока говорится в гл. 8 (ч. II).

Как было отмечено выше, из теории следует, что подвижности при высоких температурах изменяются пропорционально $T^{3/2}$, а при низких — пропорционально $T^{-3/2}$. Эта довольно сложная зависимость подвижностей от температуры хорошо подтверждается опытом [Л. 2.33].

Значения подвижностей электронов и дырок в некоторых полупроводниках приведены в табл. 5.

Из приведенного выше выражения (13.15) для проводимости и из формул для концентрации носителей тока и их подвижностей следует, что σ не зависит от напряженности поля в полупроводнике. Это значит, что для полупроводников соблюдается закон Ома. Однако это справедливо только для небольших напряженностей. При увеличении напряженности поля σ начинает увеличиваться, и для ее зависимости от E выполняется так называемый закон Пуля:

$$\sigma = \sigma_0 e^{a(E-E_0)} \quad (\text{для } E > E_0); \quad (13.22)$$

E_0 — та напряженность поля, при которой σ начинает зависеть от E . Опыт показывает, что E_0 зависит от концентрации примесей и от температуры. Численное значение E_0 лежит в пределах от 1 до 10 кВ/см.

Таблица 5: Подвижности b_n и b_p для некоторых полупроводников при комнатной температуре [Л. 8.42, гл. 1]

Полупроводник	Измеряемая подвижность	величина подвижности [$\text{см}^2/\text{в} \cdot \text{сек}$]
Si {	b_p	500
	b_n	1200
Ge {	b_n	3900
	b_p	1900
Cu ₂ O	b_p	100
NaCl	b_n	25
KBr	b_n	12
PbS {	b_p	600
	b_n	800

При дальнейшем возрастании поля закон Пуля в свою очередь перестает быть верным и наступает предпробивное состояние, за которым следует высоковольтный пробой.

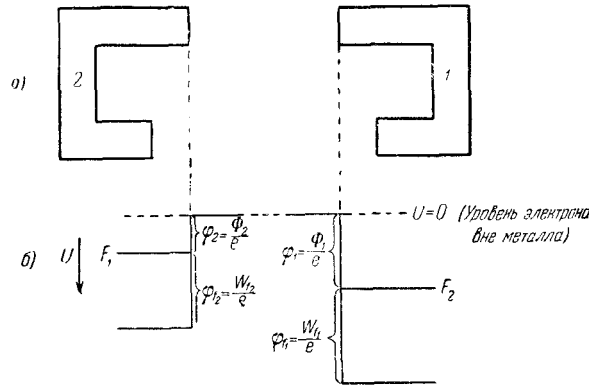


Рис. 103: Энергетические уровни двух металлов, изолированных друг от друга. F_1, F_2 — уровни Ферми.

5. Контактная разность потенциалов.

Рассмотрим явления, возникающие при соприкосновении металлов, обладающих разными полными работами выхода и разными концентрациями свободных электронов и, значит, разными граничными энергиями Ферми W_f . Первоначальное положение уровней потенциала представлено на рис. 103, б, где принято, что наружный потенциал одинаков вблизи обоих металлов, и потенциальные поверхностные барьеры для простоты изображены вертикальными прямыми. После сближения поверхностей металлов до контакта (до расстояния порядка расстояний между ионами решеток) открывается возможность обмена электронами без эмиссии, т. е. без выхода их в пространство вне металлов. Среди разрешенных уровней, лежащих выше уровней Ферми при любой температуре, всегда имеется много вакантных, вследствие чего через поверхность контакта начнется интенсивный обмен электронами. Из рис. 103 легко понять, что обмен электронами через контакт сначала будет протекать неравновесно и больше электронов сначала будет переходить от металла 2 к металлу 1, чем в обратном направлении. Электронный обмен будет быстро повышать потенциал металла 2 относительно потенциала металла 1, и уровни металла 2 будут понижаться.

В состоянии равновесия должно существовать равенство не только в отношении количества, но и в отношении распределения скоростей электронов, которыми обмениваются оба металла. В противном случае изменялись бы либо потенциалы обоих металлов, либо распределение скоростей электронов в них, либо то и другое одновременно.

Пусть в установившемся состоянии потенциал внутри металла 1 выше потенциала внутри металла 2 на U_g . Это значит, что дно «потенциальной ямы» металла 2 на диаграмме, где потенциал U отложен сверху вниз, будет выше на величину U_g , чем дно ямы металла 1.

Выделим в металле 1 группу электронов, подходящих к поверхности

§ 13.. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ. КОНТАКТНАЯ РАЗНОСТЬ ПО

соприкосновения металлов и имеющих слагающие скорости в пределах от v_{x1} до $v_{x1} + dv_{x1}$, от v_{y1} до $v_{y1} + dv_{y1}$, от v_{z1} до $v_{z1} + dv_{z1}$. Если x — направление нормали к поверхности соприкосновения, то к 1 см^2 граничной поверхности за 1 сек приходит

$$d\nu_{(x,y,z)1} = \frac{2m^3}{h^3} v_{x1} \frac{dv_{x1} dv_{y1} dv_{z1}}{1 + \exp \left[\frac{W_1 - W_{f1}}{kT} \right]} \quad (13.23)$$

Электронов этой группы (см. формулу (IV. 27)); здесь T — температура металлов и

$$W_1 = \frac{m}{2} (v_{x1}^2 + v_{y1}^2 + v_{z1}^2). \quad (13.24)$$

После перехода в металл 2 электроны рассматриваемой группы будут иметь внутри него слагающие скорости в интервалах от v_{x2} до $v_{x2} + dv_{x2}$, от v_{y2} до $v_{y2} + dv_{y2}$, от v_{z2} до $v_{z2} + dv_{z2}$, связанные с v_{x1} , v_{y1} , v_{z1} уравнениями:

$$\left. \begin{aligned} \frac{mv_{x1}^2}{2} &= \frac{mv_{x2}^2}{2} + eU_g = \frac{mv_{x2}^2}{2} + W_g, & v_{y1} &= v_{y2}, \\ v_{z1} &= v_{z2}, & v_{x1} dv_{x1} &= v_{x2} dv_{x2}, & dv_{y1} &= dv_{y2}, & dv_{z1} &= dv_{z2}. \end{aligned} \right\} \quad (13.25)$$

Из числа электронов, подходящих к поверхности соприкосновения изнутри металла 2, выделим группу электронов, имеющих слагающие скорости в пределах от v_{x2} до $v_{x2} + dv_{x2}$, от v_{y2} до $v_{y2} + dv_{y2}$, от v_{z2} до $v_{z2} + dv_{z2}$. Перейдя в металл 1, они, очевидно, будут иметь там скорости электронов первой рассмотренной нами группы электронов, т. е. скорости в пределах от v_{x1} до $v_{x1} + dv_{x1}$ и т. д. Число переходящих электронов этой группы в расчете на 1 см^2 и 1 сек будет

$$d\nu_{(x,y,z)2} = \frac{2m^3}{h^3} v_{x2} \frac{dv_{x2} dv_{y2} dv_{z2}}{1 + \exp \left[\frac{W_2 - W_{f2}}{kT} \right]}, \quad (13.26)$$

где

$$W_2 = \frac{m}{2} (v_{x2}^2 + v_{y2}^2 + v_{z2}^2). \quad (13.27)$$

Чтобы равновесие существовало как в отношении числа, так и в отношении распределения скоростей электронов, нужно, чтобы

$$d\nu_{(x,y,z)1} = d\nu_{(x,y,z)2},$$

откуда

$$W_1 - W_{f1} = W_2 - W_{f2},$$

$$W_1 - W_2 = W_{f1} - W_{f2}.$$

Но

$$W_1 - W_2 = W_g$$

и, значит,

$$(W_{f1} - W_{f2} = W_g; \quad \frac{1}{e} (W_{f1} - W_{f2}) = \varphi_{f1} - \varphi_{f2} = U_g. \quad (13.28)$$

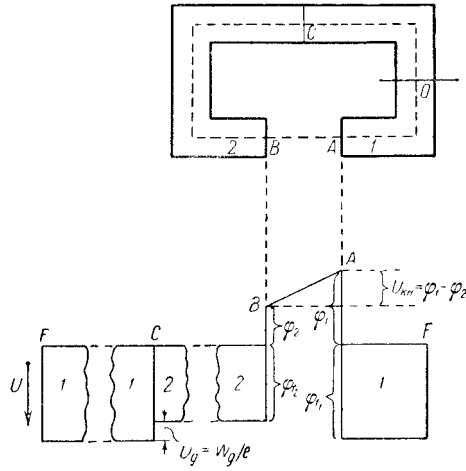


Рис. 104: Энергетические уровни двух металлов в равновесном состоянии при контакте между ними. $F-F$ —общий уровень Ферми.

U_g называется внутренней контактной разностью потенциалов.

Из (13.28) следует, что установившееся состояние наступает тогда, когда сравниваются уровни Ферми обоих металлов (рис. 104). Этот результат является частным случаем общего правила, известного из статистической физики, по которому в любой системе в состоянии равновесия уровень Ферми (называемый также химическим потенциалом) везде одинаков. Применение этого вывода к контактам между металлом и полупроводником и между двумя полупроводниками с разными типами проводимости рассматриваются в § 58 гл. 8, ч. II.

Проследим распределение потенциала по замкнутому пути в цепи, состоящей из двух металлов 1 и 2 и вакуума на участке пути AB (рис. 104). Линия обхода $OCBAO$ разрезана в точке O и развернута. Из рисунка видно, что, помимо скачка потенциала, в месте соприкосновения металлов имеется разность потенциалов между точками A и B , лежащими у самых поверхностей металлов, но уже в вакууме. Существует, следовательно, вне металлов электрическое контактное поле, характеризуемое контактной разностью потенциалов

$$U_{\text{кн}} = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{1}{e}(\Phi_1 - \Phi_2), \quad (13.29)$$

причем до более высокого потенциала заряжается металл с меньшей работой выхода.

Таким образом, U_g — разность внутренних потенциалов решеток обоих металлов, в то время как $U_{\text{кн}}$ — разность потенциалов на их поверхностях. При установлении равновесия потенциал металла с большей работой выхода понижается на величину $U_{\text{кн}}$ относительно потенциала металла с меньшей работой выхода.

§ 13.. ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ МЕТАЛЛОВ И ПОЛУПРОВОДНИКОВ. КОНТАКТНАЯ РАЗНОСТЬ ПО

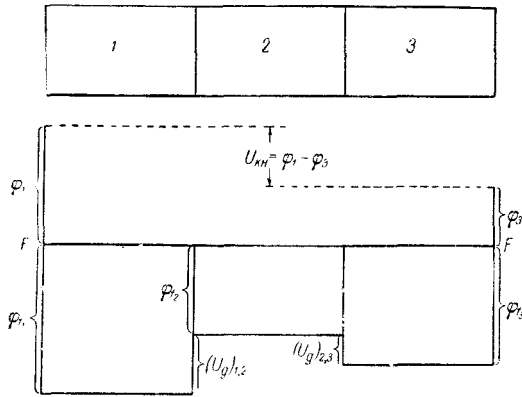


Рис. 105: К доказательству независимости величины контактной разности потенциалов от промежуточного металла. F_1, F_2 — уровни Ферми.

Легко видеть, что при последовательном соединении нескольких различных металлов контактная разность потенциалов между металлами, замыкающими цепь, совершенно не зависит от промежуточных металлов. Пусть, например, цепь состоит из трех металлов с работами выхода $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ (рис. 105). Из рисунка сразу видно, что $U_{кн} = \frac{1}{e}(\Phi_1 - \Phi_3)$ совершенно не зависит от того, какова работа выхода металла 2, включенного посередине. Свойства этого металла проявляются только в величине внутренних контактных потенциалов $(U_g)_{1,2}$ и $(U_g)_{2,3}$ и контактных полей вблизи мест его соприкосновения с металлами 1 и 3. Очевидно, что $U_{кн}$ не изменится, сколько бы промежуточных металлов ни было включено в цепь. Это так называемый закон последовательных контактов.

Из формулы (13.29) и приведенных ниже (§ 21) численных значений работы выхода для разных металлов следует, что контактная разность потенциалов между металлами, применяющимися для изготовления электродов электровакуумных приборов, может достигать значительной величины и оказывает вполне заметное влияние на режим работы прибора, особенно если один из электродов имеет покрытие, снижающее работу выхода. Если, например, сетка триода сделана из молибдена ($\Phi = 4,24 \text{ эв}$) и катод из торированного вольфрама ($\varphi = 2,7 \text{ эв}$), то на сетке, помимо поданного на нее смещения, окажется дополнительно отрицательное напряжение 1,54 в. При измерении характеристик на обычной схеме анодный вольтметр измеряет напряжение батареи, но истинное анодное напряжение равно

$$U_{text} = U_{бат} + U_{кн}$$

и $U_a = 0$ при $U_{бат} = -U_{text}$. Контактная разность потенциалов стека катод смещает вольт-амперную характеристику лампы на величину, которая может иметь практическое значение.

Особенно приходится считаться с возможным разбросом величины кон-

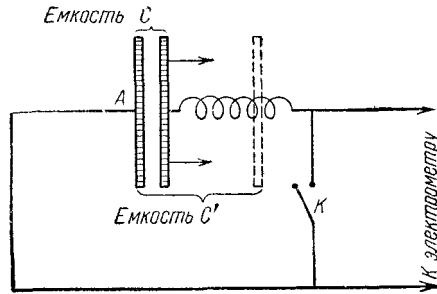


Рис. 106: К измерению контактной разности потенциалов конденсаторным методом. Пунктиром показано положение правой пластины после раздвигания.

тактной разности потенциалов в процессе изготовления серии однотипных приборов и с изменением контактной разности потенциалов во время эксплуатации прибора. Эти изменения могут возникнуть, так как работа выхода сильно зависит от состояния поверхности электрода, которая может изменяться, например, при распылении соседних электродов при откачке или работе прибора. Неприятным следствием этого будет разброс параметров однотипных приборов, который может выйти за пределы допустимого.

Измерения контактной разности потенциалов, как видно из только что сказанного, имеет большое практическое значение для электровакуумной техники. Контактная разность потенциалов сильно зависит от состояния поверхности, и поэтому ее измерение имеет значительный интерес и для физико-химических исследований металлов и неметаллов. Методы, особенно удобные в электровакуумной технике, будут описаны ниже (§ 14 и 39); здесь мы остановимся только на наиболее распространенном методе измерения контактной разности потенциалов, впервые примененном еще А. Вольта, — так называемом конденсаторном методе.

Контактная разность потенциалов должна измеряться, очевидно, электростатическим измерителем напряжения. Приборы этого типа (электростатические вольтметры, электрометры) нелегко сделать достаточно точными в диапазоне малых напряжений, порядка вольта, как это требуется при измерении контактной разности потенциалов. В конденсаторном методе (рис. 106) применяется следующий прием: после замыкания ключа K конденсатор A заряжается до напряжения $U_{\text{кн}}$. Разомкнув затем ключ K , раздвигают пластины конденсатора. Тогда измеренное электрометром напряжение выразится формулой

$$U = U_{\text{кн}} \frac{C}{C' + C_n},$$

где C — первоначальная емкость конденсатора, C' — его емкость после раздвигания пластин и C_n — емкость электрометра и проводов. Если $C \gg C' + C_n$, чего достичь нетрудно, то U будет больше $U_{\text{кн}}$, и измерение тем

самым существенно упростится. В таком виде конденсаторный метод пригоден даже для демонстрационного опыта. В последнее время в конденсаторном методе статические измерения напряжения часто заменяют измерением импульсного или переменного напряжения. Для этого одну из пластин быстро смещают или приводят в колебательное движение со звуковой частотой, а полученный при этом импульс напряжения или переменное напряжение подают на усилитель. Особенно удобен метод колеблющейся пластины. В современном виде конденсаторный метод позволяет получить точность, превышающую 10^{-2} в. Обзор методов измерения контактной разности потенциалов см. [Л. 2.1, гл.4].

§ 14. Термоэлектронная эмиссия металлов

Опыт показывает, что при достаточно высокой температуре все металлы испускают электроны, число которых быстро возрастает с температурой. Это явление получило название термоэлектронной эмиссии. Термоэлектронная эмиссия была замечена более 200 лет назад при наблюдении за потерей заряда раскаленными телами, находившимися в воздухе, присутствие которого, конечно, осложняло исследование явления.

В 1883 г. Эдисон, работая с лампой накаливания, куда он ввел добавочный электрод, впервые наблюдал термоэлектронный ток в вакууме и тем самым указал путь для улучшения методики экспериментального исследования явления. Тем не менее до работ Ричардсона (1901 - 1903 гг.) количественные законы термоэлектронной эмиссии не были установлены и не было предложено никакой физической картины явления.

1. Вычисление плотности термоэлектронного тока.

С точки зрения электронной теории металлов термоэлектронная эмиссия находит вполне естественное и наглядное объяснение. Возьмем на поверхности эмиттера-металла, нагретого до температуры $T^\circ K$, участок единичной площади и будем считать поверхность металла однородной и совершенно гладкой, отвлекаясь, таким образом, пока от влияния поликристаллической структуры металла. Если число электронов, выходящих изнутри эмиттера через выбранный участок поверхности за единицу времени, равно $N_{\text{varepsilon}}$, то плотность эмиссионного тока будет

$$j_\varepsilon = eN_\varepsilon. \quad (14.1)$$

Вопроса о том, достигнут ли эти электроны какого-нибудь другого электрода или вернутся обратно к эмиттеру, мы пока касаться не будем. Он будет рассмотрен в следующих главах.

Если W_a — высота потенциального барьера металла и ось x направлена перпендикулярно к его поверхности, то те электроны, для которых

$$\frac{mv_x^2}{2} \geq W_a, \quad (14.2)$$

преодолеют барьер и окажутся эмиттированными. Значит, для вычисления N_ε нужно найти число электронов, попадающих в 1 сек на 1 см² поверхности эмиттера и удовлетворяющих условию (14.2). Для этого, очевидно, нужно проинтегрировать в пределах от $\sqrt{\frac{2W_a}{m}}$ до ∞ выражение для числа электронов $d\nu_{v_x}$, попадающих изнутри на 1 см² поверхности эмиттера за 1 сек и имеющих скорость в пределах от v_x до $v_x + dv_x$. Как показано в § IV,

$$d\nu_{v_x} = \frac{4\pi m^2 kT}{h^3} v_x \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{m}{2kT} (v_f^2 - v_x^2) \right] \right\} dv_x$$

и, значит,

$$N_\varepsilon = \frac{4\pi m^2 kT}{h^3} \int_{\sqrt{\frac{2W_a}{m}}}^{\infty} v_x \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{m}{2kT} (v_f^2 - v_x^2) \right] \right\} dv_x. \quad (14.3)$$

Этот интеграл точно не вычисляется. К счастью, для всех значений v_x , по которым приходится интегрировать, член $\ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{m}{2kT} (v_f^2 - v_x^2) \right] \right\}$, можно с очень хорошим приближением заменить на $\exp \left[\frac{m}{2kT} (v_f^2 - v_x^2) \right]$, используя разложение

$$\ln(1+z) = z + \frac{z^2}{2} + \frac{z^3}{3} + \dots$$

и ограничившись в нем первым членом.

Для того что бы это приближение было достаточно точным, необходимо для всех значений v_x от $v_x = \sqrt{\frac{2W_a}{m}}$ до $v_x = \infty$ соблюдение условия

$$z = \exp \left[\frac{m}{2kT} (v_f^2 - v_x^2) \right] \ll 1.$$

Покажем это на численном примере. Наибольшее значение z будет иметь при $v_x = \sqrt{\frac{2W_a}{m}}$. Пусть эмиттер — это вольфрам при $T = 2500^\circ K$; при этой температуре $kT = 0,215$ эв. При $v_x = \sqrt{\frac{2W_a}{m}}$ показатель степени $\left[\frac{m}{2kT} (v_f^2 - v_x^2) \right]$ равен $frac{W_f - W_a}{kT} = -\frac{\Phi}{kT}$, где $\Phi = W_a - W_f$. Как будет показано немного ниже, величина Φ определяется экспериментально и из всех металлов наименьшее значение имеет для цезия (1,93 эв). Для вольфрама $\Phi = 4,5$ эв и наибольшее значение показательной функции, входящей под знак интеграла в формуле (14.3), равно

$$\exp \left[-\frac{4,5}{0,215} \right] \approx 5,7 \cdot 10^{-6};$$

следовательно, обсуждаемое приближение вполне допустимо. Используя это приближение, получим:

$$N_\varepsilon = \frac{4\pi m^2 kT}{h^3} \int_{\sqrt{\frac{2W_a}{m}}}^{\infty} v_x \exp \left[\frac{W_f}{kT} - \frac{mv_x^2}{2kT} \right] dv_x = \frac{4\pi m^2 kT}{h^3} e^{\frac{W_f}{kT}} \int_{\sqrt{\frac{2W_a}{m}}}^{\infty} v_x e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} dv_x.$$

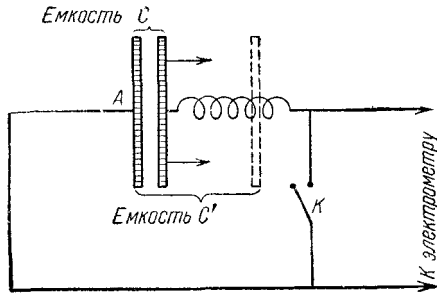


Рис. 107: Формы потенциального барьера. а) — идеализированные в виде прямоугольной ступени; б) — истинная форма для металла; в) — идеализированная в виде барьера сил изображения, начинающегося на расстоянии x_0 от поверхности.

Этот интеграл, как легко показать, равен $\frac{kT}{m} \exp\left[-\frac{W_a}{kT}\right]$, откуда

$$N_\varepsilon = \frac{4\pi mk^2}{h^3} T^2 e^{-\frac{\Phi}{kT}}, \quad (14.4)$$

$$j_\varepsilon = eN_\varepsilon = e \frac{4\pi mk^2}{h^3} T^2 e^{-\frac{\Phi}{kT}} = AT^2 e^{-\frac{\Phi}{kT}}, \quad (14.5)$$

где

$$A = \frac{4\pi mk^2 e}{h^3} = 120 \text{ а/см}^2 \cdot \text{град}^2.$$

Выражение (14.5) называется формулой Ричардсона—Дешмана¹.

2. Поправки к формуле Ричардсона — Дешмана.

Как это следует из волновой механики, в уравнение эмиссии нужно внести еще множитель, меньший единицы, учитывающий отражение от потенциального барьера электронов, скорость которых удовлетворяет условию (14.2). Этот вопрос разобран с квантовомеханической точки зрения в § II, где рассматривается прохождение электронов через простейший потенциальный барьер, имеющий форму ступени (рис. 107, а). Напомним коротко результаты теории: электроны, кинетическая энергия которых недостаточна для преодоления барьера, будут все отброшены назад. Это совпадает с выводами классической механики. Но если кинетическая энергия электронов достаточна для преодоления барьера, то в отличие от того, что получается на основании классической механики, потенциальный барьер преодолевают не все электроны. Часть их отражается от барьера, несмотря на то, что они обладают достаточной для перехода через барьер энергией;

¹Эмиссионная формула (14.5), содержащая T^2 , была выведена Ричардсоном и Вильсоном из термодинамической теории эмиссии. Дальнейшим своим развитием термодинамическая теория обязана Дешману, Шоттки и др. Вывод, основанный на квантовой теории металлов, принадлежит Зоммерфельду и Нордгейму.

коэффициент отражения электронов зависит от разности между энергией электронов и высотой энергетического барьера. Это будет иметь место и для барьера любой формы.

В теории термоэлектронной эмиссии задача состоит в вычислении среднего значения коэффициента отражения \bar{R} для электронов, попадающих на поверхностный барьер и имеющих обычное квантовомеханическое распределение скоростей внутри металла. Решение этой задачи удалось найти для формы барьера, несколько отличающейся от действительной. На рис. 107, б изображена действительная форма барьера, на рис. 107, а — прямоугольный барьер (рассмотренный в § II) и на рис. 107, в — барьер сил изображения, начинающийся на расстоянии порядка размеров атома от поверхности металла. Теория показывает, что от прямоугольного барьера при обычных температурах катода должно отражаться 75—80% электронов, но закругление в верхней части барьера (рис. 107, в) совершенно меняет положение. В этом случае количество отраженных электронов не превосходит 3—6% и, следовательно, коэффициент прозрачности барьера $\bar{D} = (1 - \bar{R}) = 0,94 - 0,97$. Еще больших значений \bar{D} следует ожидать для действительного барьера, имеющего закругление и в нижней части (рис. 107, б).

Таким образом, из теории следует, что для монотонно возрастающего барьера отражение электронов, для которых $W_x > W_a$, не играет большой роли. Что же касается электронов, для которых $W_x < W_a$, то они, как это показано в § II, полностью отражаются и для них $\bar{R} = 1$. Средний коэффициент прозрачности барьера для электронов, энергия которых достаточна для преодоления барьера, $\bar{D} = 1 - \bar{R}$. Учитывая отражение электронов, уравнение термоэлектронной эмиссии (14.5) следует записать в виде

$$j_\varepsilon = \bar{D} A T^2 e^{-\frac{\Phi}{kT}}, \quad (14.5a)$$

а формулу (14.4) — в виде

$$N_\varepsilon = \bar{D} \frac{4\pi m k^2}{h^3} T^2 e^{-\frac{\Phi}{kT}}. \quad (14.4a)$$

При этом множитель \bar{D} для металлов всегда близок к единице ($\bar{D} > 0,95$).

При изменении температуры вследствие изменения концентрации электронов при тепловом расширении металла должно изменяться W_f . Изменение постоянной кристаллической решетки в зависимости от направления может вызвать также изменение полной работы выхода W_a . Следовательно, работа выхода $\Phi = W_a - W_f$ также должна изменяться хотя и очень немного². Предположим, что работа выхода линейно зависит от температуры:

$$\Phi = \Phi_0 + \alpha T, \quad (14.6)$$

где Φ_0 — работа при $T = 0^\circ K$. Формула Ричардсона—Дешмана примет вид

$$j_\varepsilon = \bar{D} A e^{-\frac{\alpha}{k} T} T^2 e^{-\frac{\Phi_0}{kT}}. \quad (14.5b)$$

²В § 17 будет указана еще одна возможная причина зависимости Φ от T .

Коэффициент α , как показывает эксперимент, — очень малая величина, и получение точных количественных данных для α связано с большими трудностями. Для W, Mo и Ta измерения, выполненные различными методами, дают $\alpha = 6 \div 7 \cdot 10^{-5}$ эв/град, так что при нагревании до $2500^\circ K$ работа выхода меняется примерно на 0,15 эв. Найденное из опыта значение α для чистых металлов совпадает с достаточной точностью с теоретической величиной, которая получается, если принять во внимание только изменение W_f , вызванное тепловым расширением [Л. 2.9, гл. 2].

3. Термоэлектронный ток эмиттера с невырожденным электронным газом.

Вычислим теперь плотность эмиссионного тока, предполагая, что электронный газ в эмиттере невырожден. Такой случай действительно имеет место в электронных полупроводниках, где, однако, дело осложняется тем, что концентрация электронов зависит от температуры. Кроме того, в доквантовой теории металлов Друде — Лоренца принималось, что в металлах электронный газ подчиняется классической статистике, так что это вычисление имеет и исторический интерес. В случае невырожденного газа § III)

$$d\nu_{v_x} = n \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} v_x \exp\left[-\frac{mv_x^2}{2kT}\right] dv_x,$$

число эмиттированных с 1 см^2 в 1 сек электронов

$$N_\varepsilon = n \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \int_{\sqrt{\frac{2W_a}{m}}}^{\infty} v_x e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} dv_x = n \sqrt{\frac{k}{2\pi m}} T^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{W_a}{kT}} \quad (14.7)$$

и плотность эмиссионного тока

$$j_\varepsilon = eN_\varepsilon = ne \sqrt{\frac{k}{2\pi m}} T^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{W_a}{kT}} = a T^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{W_a}{kT}}, \quad (14.8)$$

где

$$a = ne \sqrt{\frac{k}{2\pi m}}.$$

Формула (14.8) была выведена Ричардсоном в 1901 г.

4. Сравнение эмиссионных формул.

Обе эмиссионные формулы отличаются прежде всего тем, что постоянные Φ и W_a в показателе степени имеют разный физический смысл. В формулу (14.8) входит высота потенциального барьера или полная работа выхода W_a , в формуле Ричардсона — Дешмана место W_a занимает эффективная работа выхода Φ (или просто работа выхода), составляющая только часть

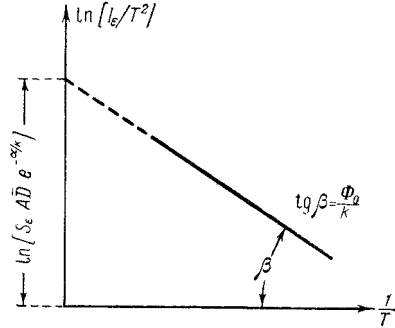


Рис. 108: Прямая Ричардсона.

потенциального поверхностного барьера. Заметим, что часто работой выхода называют работу, отнесенную к единице заряда, т. е. величину

$$\varphi = \frac{\Phi}{e}.$$

Очевидно, что численно φ (в вольтах) = Φ (в электронвольтах).

Измеряя эмиссионный ток

$$I_\varepsilon = j_\varepsilon S_\varepsilon = \bar{D} S_\varepsilon e^{-\frac{\Phi_0}{kT}} A T^2 e^{-\frac{\Phi_0}{kT}} \quad (14.9a)$$

(S_ε — площадь эмиттера) при разных температурах, можно найти обе константы эмиссии: $\bar{D} A e^{\frac{\Phi_0}{k}}$ и Φ_0 . Логарифмируя (14.9a), получим:

$$\ln \frac{I_\varepsilon}{T^2} = \ln[S_\varepsilon A \bar{D} e^{-\frac{\Phi_0}{k}}] - \frac{\Phi_0}{k} \frac{1}{T}. \quad (14.9б)$$

Откладывая по осям $\ln(I_\varepsilon/T^2)$ и $1/T$, мы должны, как следует из формулы (14.9б), получить прямую линию, называемую прямой Ричардсона, из наклона которой можно найти Φ_0 (рис. 108). Опыт дает, что, построив по экспериментальным данным зависимость между $\ln(I_\varepsilon/T^2)$ и $1/T$, мы для любого металла действительно получим прямую линию. Но те же экспериментальные значения I_ε и T хорошо согласуются и с теоретической зависимостью, выраженной формулой (14.8). Это получается потому, что для всех металлов (да и вообще для всех термоэлектронных катодов) при любых практически доступных температурах $\Phi \gg kT$ и температурная зависимость тока эмиссии почти полностью определяется экспоненциальным множителем, а множители T^2 или $T^{\frac{1}{2}}$ дают только небольшие поправки. Поэтому, основываясь только на опытах над термоэлектронной эмиссией, нельзя было бы решить, какая из двух формул, (14.5) или (14.8), верна и определяем ли мы из прямой Ричардсона весь потенциальный барьер W_a или только часть его, а именно работу выхода Φ .

В настоящее время справедливость квантовой статистики для электронов в металлах подтверждена как многочисленными косвенными данными,

так и прямыми опытами с рентгеновскими спектрами металлов (§ 12), и нет, разумеется, никаких сомнений, какой из двух формул эмиссии следует пользоваться. Кроме того, полная работа выхода, найденная из наблюдений дифракции электронов, во всех случаях оказалась много больше эффективной работы выхода Φ , измеренной по термоэлектронному току. Например, для Ni имеем $W_a = e\varphi_a = 16 \div 18$ эв, $\Phi = 4,6$ эв. Но формула Ричардсона, содержащая множитель T^2 (формула (14.5)), была теоретически получена в 1922 г., а внутренний потенциал решетки φ_a был измерен много позже. Поэтому в первых исследованиях по термоэлектронной эмиссии, начиная с 1901 г., пользовались формулой (14.8).

5. Термодинамический вывод формулы эмиссии.

Исходным пунктом всех теоретических расчетов эмиссии, которые до сих пор были изложены, служило предположение о наличии внутри металлов электронного газа, подчиняющегося квантовой статистике Ферми. Построенная на основе этого предположения теория обладает большой наглядностью и позволяет подходить ко всем эмиссионным явлениям с одной общей точки зрения. Однако эта теория, основанная на определенной модели металла, имеет тот недостаток, что из нее нельзя усмотреть, какие из полученных закономерностей имеют универсальное значение и какие верны только для выбранной модели металла. Например, исходя из доквантовой теории металлов, оказалось возможным получить формулу для зависимости термоэлектронного тока от температуры, только немного отличающуюся от формулы квантовой теории металлов (множитель $T^{\frac{1}{2}}$ вместо T^2). Можно думать, следовательно, что закон термоэлектронной эмиссии в какой-то мере не связан с выбором модели металла, а определяется более общими физическими законами.

Существует возможность подойти к эмиссионным явлениям с точки зрения законов термодинамики и вводить определенные предположения о свойствах эмиттера или электронного облака вне эмиттера только тогда, когда это окажется необходимым для дальнейшего развития теории и только в такой степени, в какой это необходимо. При таком подходе к построению теории выясняется, что именно в окончательных результатах теории вытекает из общих законов термодинамики и что связано с выбором определенной модели эмиттера.

Мы ограничимся здесь тем, что вычислим эмиссионный ток из однородного эмиттера, граничащего с «электронным паром», т. е. облаком эмиттированных из него электронов. Пусть вся система находится в равновесии и имеет общую температуру T . Мы имеем две «электронные фазы»: электроны в вакууме, к которым мы будем применять уравнение состояния идеального газа, и электроны внутри эмиттера, относительно которых мы пока примем только то, что их концентрация гораздо больше, чем концентрация электронов в вакууме.

Будем рассматривать равновесие между электронами в вакууме и электронами внутри эмиттера так же, как в термодинамике рассматривается

равновесие между жидкостью и паром. В термодинамике для теплоты испарения выводится уравнение Клапейрона — Клаузиуса [Л. А. 1, т. I]

$$\lambda = T \frac{dp}{dT} [V_{\text{газ}} - V_{\text{жидк}}]. \quad (14.10)$$

Здесь p — давление, λ — теплота испарения, $V_{\text{газ}}$, и $V_{\text{жидк}}$ — молярные объемы газообразной и жидкой фаз. Применим это уравнение к электронной эмиссии, причем имеющий высокую концентрацию «электронный газ» в металле соответствует жидкости.

Вследствие большой разности концентраций электронов в эмиттере и вне его

$$V_{\text{жидк}}/lV_{\text{газ}} = V. \quad (14.11)$$

из уравнения (14.10) получится, если применить к электронам вне эмиттера уравнение состояния идеального газа $V = RT/p$:

$$\lambda = T \frac{dp}{dT} \frac{RT}{p};$$

$$\frac{dp/p}{dT} = \frac{\lambda}{RT^2}; \quad \frac{d[\ln p]}{dT} = \frac{\lambda}{RT^2}. \quad (14.12)$$

Это уравнение также называют уравнением Клапейрона—Клаузиуса.

Пусть C_p — молярная (т. е. рассчитанная для 1 моля) теплоемкость электронов вне эмиттера при постоянной их концентрации и c_p — та же величина для электронов внутри эмиттера (т. е. для концентрированной «жидкой фазы»).

Проведем мысленный опыт:

а) Испарим 1 моль (т. е. N_A электронов; N_A — число Авогадро) при температуре T , на что будет затрачена теплота испарения λ ; полученный «электронный пар» нагреем на dT . Всего будет затрачено тепла $(\lambda + C_p dT)$.

б) Нагреем эмиттер на dT и «испарим» 1 моль электронов при этой температуре. Теплота испарения будет $(\lambda + d\lambda)$; $d\lambda$ — изменение теплоты испарения при увеличении температуры на dT . Всего будет затрачено тепла $(\lambda + d\lambda) + c_p dT$.

Из первого закона термодинамики следует:

$$\lambda + C_p dT = (\lambda + d\lambda) + c_p dT,$$

откуда

$$\frac{d\lambda}{dT} = C_p - c_p. \quad (14.13)$$

Интегрируя (14.13) от 0 до T , получим:

$$\lambda = \lambda_0 + \int_0^T C_p dT - \int_0^T c_p dT, \quad (14.14)$$

где λ — теплота испарения при $T = 0^\circ K$. Для идеального газа, каковым мы считаем электронный «пар», $C_p = \frac{5}{2}R$. Для определения c_p приходится ввести в теорию предположения относительно состояния электронов внутри эмиттера. Если исходить из доквантовой теории металлов, согласно которой электронный газ внутри металла обладает свойствами одноатомного газа, то, учитывая, что при нагревании металл расширяется ничтожно мало, следует принять

$$c_p = c_v = \frac{3}{2}R. \quad (14.15)$$

В квантовой теории металлов, учитывая, что нагревание почти не влияет на распределение энергии электронов, следует принять

$$c_p = 0. \quad (14.16)$$

Первое предположение при подстановке в (14.12) и (14.14) дает:

$$\lambda = \lambda'_0 + \frac{5}{2}RT - \frac{3}{2}RT = \lambda'_0 + RT,$$

$$\frac{d(\ln p)}{dT} = \frac{\lambda'_0 + RT}{RT^2} = \frac{\lambda'_0}{RT^2} + \frac{1}{T},$$

$$\ln p = -\frac{\lambda'_0}{RT} + \ln T + \ln A',$$

$$p = A'T \exp \left[-\frac{\lambda'_0}{RT} \right].$$

Здесь через A' обозначена постоянная интегрирования. Обозначая теплоту испарения одного электрона (т. е. работу выхода) через Φ_1 , получим:

$$\lambda'_0 = N_A \Phi_1; \quad \frac{\lambda'_0}{RT} = \frac{\Phi_1 N_A}{RT} = \frac{\Phi_1}{kT}.$$

Таким образом,

$$p = A'T e^{-\frac{\Phi_1}{kT}}. \quad (14.17)$$

Если же принять $c_p = 0$, то после таких же вычислений получится:

$$\lambda = \lambda''_0 + \frac{5}{2}RT,$$

$$p = A''T^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{\lambda''_0}{RT}} = A''T^{\frac{5}{2}} e^{-\frac{\Phi_2}{kT}}. \quad (14.18)$$

λ_0 и A отмечены в обоих случаях разными индексами, так как нельзя утверждать, что в обоих случаях они имеют одно и то же значение.

Электроны вне эмиттера, как это вполне подтверждено опытом, хорошо подчиняются классической статистике. Число электронов, попадающих извне на 1 см^2 поверхности эмиттера за 1 сек , равно в силу равновесия

между эмиттером и «паром» числу эмитированных с 1 см^2 поверхности за 1 сек электронов, можно найти из формулы (см. § III)

$$N_\varepsilon = \frac{n\bar{u}}{4}, \quad (14.19)$$

где n — число электронов в 1 см^3 «электронного пара» и \bar{u} — средняя арифметическая скорость. Так как $\bar{u} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ и $p = \frac{1}{3}nm\bar{u}^2$, $\bar{u} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}$ (\bar{u} — средняя квадратичная скорость), то

$$p = nkT;$$

отсюда

$$N_\varepsilon = \frac{m\bar{u}}{4} = \frac{p}{\sqrt{2\pi m k T}}. \quad (14.20)$$

Из формул (14.20) и (14.17) получим для плотности эмиссионного тока в доквантовой теории металлов ($c_p = \frac{3}{2}R$):

$$j_\varepsilon = eN_\varepsilon = \frac{eA'T}{(2\pi m k T)^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{\Phi_1}{kT}} = A_1 T^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\Phi_1}{kT}}, \quad (14.21)$$

и по формулам (14.20) и (14.18), основанным на предположении, что $c_p = 0$:

$$j_\varepsilon = \frac{eA''T^{\frac{5}{2}}}{(2\pi m k T)^{\frac{1}{2}}} e^{-\frac{\Phi_2}{kT}} = A_2 T^2 e^{-\frac{\Phi_2}{kT}}, \quad (14.22)$$

Из всего сказанного можно заключить, что та или иная температурная зависимость в законе термоэлектронной эмиссии вытекает из закона, связывающего среднюю энергию (или теплоемкость электронного газа) электронов внутри эмиттера и температуру. Всякая модель, для которой $c_p = 0$, как это следует из опытных данных для металла, дала бы закон эмиссии, содержащий множитель T^2 . При выводе формул (14.21) и (14.22) не было введено никаких предположений о механизме эмиссии. Вывод основывался исключительно на предположениях о равновесии между электронами в эмиттере и «электронным паром», о теплоемкости электронов внутри эмиттера и их состоянии в вакууме, которое предполагалось близким к состоянию идеального газа. Правильность последнего допущения вытекает и из «модельной» теории эмиссии и из опытных данных. Рассмотрим этот вопрос подробнее.

6. Распределение скоростей и энергия термоэлектронов.

Электроны в металле, способные к эмиссии, принадлежат к числу наиболее быстрых, так как для них

$$\frac{mv_x^2}{2} = W_x \geq W_a = W_f + \Phi$$

и, подавно,

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{m}{2}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) \geq W_a.$$

Для быстрых электронов распределение скоростей в квантовой статистике совпадает с максвелловским распределением и остается решить, сохраняется ли оно после того, как электроны будут эмитированы, т. е. после того, как они все совершат одинаковую работу, преодолевая барьер W_a . Это нужно показать только для составляющей скорости v_x , перпендикулярной к поверхности, так как составляющие v_x и v_z не меняются при прохождении через барьер. Обозначая скорость вне металла через $u(u_x, u_y, u_z)$, можно написать:

$$\frac{mv_x^2}{2} - W_a = \frac{mu_x^2}{2}; \quad v_x dv_x = u_x du_x. \quad (14.23)$$

Как было показано выше, для наиболее быстрых электронов число электронов, попадающих изнутри металла на 1 см^2 поверхности за 1 сек , равно (распределение «в потоке» или «на стенке»)

$$d\nu_{v_x} = \frac{4\pi m^2 kT v_x}{h^3} \exp\left[\frac{m}{2kT}(v_f^2 - v_x^2)\right] dv_x = M v_x e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} dv_x,$$

где

$$M = \frac{4\pi m^2 kT}{h^3} e^{\frac{mv_f^2}{2kT}} = \frac{4\pi m^2 kT}{h^3} e^{\frac{W_f}{kT}}. \quad (14.24)$$

Из (14.23) и (14.24) распределение вне металла с учетом отражения от барьера будет

$$d\nu_{u_x} = D \frac{4\pi m^2 kT}{h^3} u_x \exp\left\{\frac{W_f - W_a}{kT} - \frac{mu_x^2}{2kT}\right\} du_x = L u_x e^{-\frac{mu_x^2}{2kT}} du_x, \quad (14.25)$$

где

$$L = D \frac{4\pi m^2}{h^3} kT e^{-\frac{\Phi}{kT}},$$

D — коэффициент отражения от барьера электронов, имеющих скорость v_x . Если D не зависит от скорости, то формула (14.25) показывает, что распределение остается максвелловским и после эмиссии. Для металлов это так и есть, ибо с хорошим приближением можно считать, что $D \approx 1$. Но если форма потенциального барьера отлична от формы барьера для металлов, D может зависеть от v_x и максвелловское распределение для термоэлектронов может оказаться нарушенным. Принимая во внимание формулу (14.4а) и учитывая, что при независимости D от v_x значения D и \bar{D} совпадают, можно написать:

$$L = D \frac{4\pi m^2}{h^3} kT e^{-\frac{\Phi}{kT}} = N_\varepsilon \frac{m}{kT}. \quad (14.26)$$

Распределение скоростей термоэлектронов неоднократно исследовалось экспериментально. Большая часть измерений, начиная с первых измерений Ричардсона, была сделана методом тормозящего поля, наиболее удобным для этой цели.

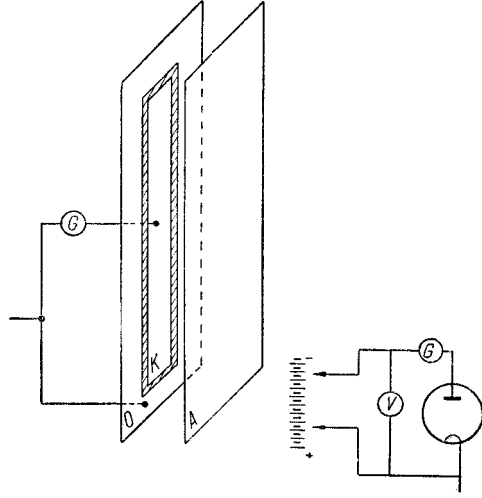


Рис. 109: Схема экспериментальной проверки распределения скоростей термоэлектронов.

Сущность метода тормозящего поля можно понять из упрощенной схемы (рис. 109). Плоская система электродов состоит из анода A и катода K — ленты, накаливаемой током и отделенной узкими зазорами от охранной пластины O . Поле в приборе однородно, и следовательно, при движении электронов к аноду изменяется только нормальная к поверхности катода составляющая скорости u_x .

Если между анодом и катодом существует поле, тормозящее электроны (минус на аноде), то условие попадания на анод электронов со скоростью u_x можно записать в виде

$$\frac{1}{2} m u_x^2 \geq -e U_a, \quad (14.27)$$

причем тормозящее напряжение U_a считается отрицательным. Для анодного тока получим:

$$I_a = S_K e \int_{\sqrt{-\frac{2eU_a}{m}}}^{\infty} u_x N_\varepsilon \frac{m}{kT} e^{-\frac{m u_x^2}{kT}} du_x = [S_K e N_\varepsilon] e^{\frac{eU_a}{kT}} = I_\varepsilon e^{\frac{eU_a}{kT}}, \quad (14.28)$$

где S_K — площадь катода и I_ε — эмиссионный ток, равный I_a при $U_a = 0$, когда все электроны попадают на анод вследствие наличия у них начальных скоростей. Из (14.28) следует:

$$\ln I_a = \ln I_\varepsilon + \frac{e}{kT} U_a, \quad (14.29a)$$

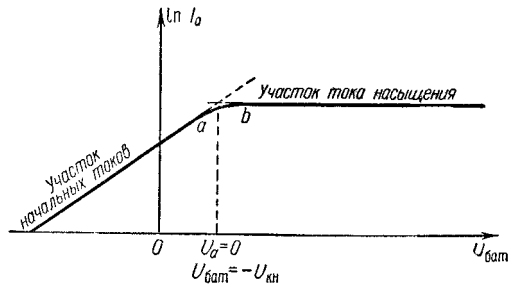


Рис. 110: Вольт-амперная характеристика диода при небольших плотностях тока.

или, если U_a выразить в вольтах:

$$\ln I_a = \ln I_\varepsilon + \frac{11\,600}{T} U_a. \quad (14.296)$$

Зависимость (14.29) изображается наклонной прямой рис. 110. Эта часть вольт-амперной характеристики называется участком начальных токов; наклон прямой зависит от температуры электронов. При $U_a = 0$ начинается участок характеристики, на котором I_a остается постоянным и равным I_ε ; эта часть характеристики называется участком тока насыщения. Оба участка отделены друг от друга переходным участком ab , на протяжении которого сказывается влияние пространственного заряда. Влияние пространственного заряда будет рассмотрено в § 39; здесь отметим только, что участок ab очень мал при слабых накалах катода.

Как было отмечено раньше (§ 13), при $U_a = 0$

$$U_{\text{бат}} = -U_{\text{кн}}.$$

Следовательно, по месту излома характеристики можно определить контактную разность потенциалов между анодом и катодом, причем результаты измерения будут тем точнее, чем короче участок ab , т. е. чем меньше эмиссионный ток. Этот метод определения $U_{\text{кн}}$ очень удобен, но он пригоден только для электровакуумных приборов с эквипотенциальным (подогретым) катодом.

Исследование вольт-амперной характеристики в области начальных токов, как видно из вывода уравнения (14.28), может дать экспериментальное доказательство наличия максвелловского распределения скоростей термоэлектронов и, кроме того, позволяет установить, равна ли температура электронов температуре катода, которая может быть измерена независимо, например оптическим пирометром.

Экспериментальные работы различных исследователей подтвердили наличие максвелловского распределения электронов, и для металлов было найдено равенство температуры электронов и температуры катода.

Заметим, что в описанном опыте с плоскопараллельными электродами составляющие u_y и u_z , параллельные поверхности катода, не изменяются под действием тормозящего поля электродов и их распределение не оказывает влияния на форму характеристики. Однако Ричардсон разработал метод измерения распределения скоростей термоэлектронов и по направлениям, параллельным поверхности катода, причем и для этих направлений было найдено максвелловское распределение.

В цилиндрической системе электродов, когда катод представляет собой нить накала, окруженную цилиндрическим анодом, тормозящее поле влияет не только на нормальную составляющую скоростей электронов, но и на составляющие, параллельные поверхности эмиттера. Это обстоятельство вносит осложнение в вычисления, однако для крайних случаев, когда радиус катода близок к радиусу анода и когда радиус катода, наоборот, очень мал по сравнению с радиусом анода, расчет анодного тока выполняется достаточно просто [Л.2.1].

Среднюю энергию эмиттированных электронов можно представить в виде суммы

$$\bar{W} = \bar{W}_x + \bar{W}_y + \bar{W}_z, \quad (14.30)$$

где \bar{W}_x , \bar{W}_y , \bar{W}_z — средние значения энергии электронов для трех составляющих движения.

В потоке эмиттированных электронов, имеющих максвелловское распределение, как показано в § III (формулы (III.25)):

$$\bar{W}_y = \bar{W}_z = \frac{1}{2}kT; \quad \bar{W}_x = kT, \quad (14.31)$$

и среднее значение полной энергии

$$\bar{W} = 2kT. \quad (14.32)$$

Формула (14.32) показывает, что начальные скорости термоэлектронов невелики. Например, для температуры катода $T = 2500^\circ K$ $\bar{W} = 0,43$ эв, а энергия, связанная с направлением движения, нормальным к поверхности:

$$\bar{W}_x = 0,215 \text{ эв.}$$

Легко убедиться, что электронный газ вне металла практически всегда настолько разрежен, что его можно считать идеальным газом, далеким от вырождения. Условие близости к идеальному газу для газа, состоящего из заряженных частиц (электронов), можно записать так:

$$\frac{3}{2}kT \gg \frac{e^2}{a}, \quad (14.33)$$

где a — среднее расстояние между электронами. В неравенстве (14.33) справа стоит средняя потенциальная энергия заряженных частиц, а слева — средняя кинетическая энергия теплового движения. Если условие (14.33) выполняется, то газ из заряженных частиц ведет себя почти так же, как

газ из незаряженных частиц. Если n число электронов в 1 см^3 , то среднее расстояние

$$a = n^{-\frac{1}{3}} \quad (14.34)$$

и условие (14.33) примет вид

$$\frac{3}{2}kT \gg e(n)^{\frac{1}{3}}. \quad (14.35)$$

Рассмотрим случай равновесия, когда число электронов, возвращающихся в эмиттер, равно числу вылетающих из него. Это значит, что поток электронов, попадающих из вакуума на поверхность эмиттера, равный по формуле классической статистики (§ III) $\frac{n\bar{u}}{4}$, несет с собой ток в точности равный току насыщения. Так как $\bar{u} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$, то

$$j_\varepsilon = e \frac{n\bar{u}}{4} = \frac{en}{4} \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}; \quad n = \frac{j_\varepsilon}{e} \sqrt{\frac{2m\pi}{kT}}. \quad (14.36)$$

По (14.35) «условие идеальности» примет вид

$$\frac{3}{2}kT \gg e^{\frac{5}{3}} \left(\frac{2\pi m}{kT} \right)^{\frac{1}{6}} j_\varepsilon^{\frac{1}{3}} \quad (14.37)$$

или

$$j_\varepsilon \ll 7 \cdot 10^6 \left(\frac{T}{2000} \right)^{\frac{7}{2}} \text{ а/см}^2.$$

Если взять заведомо пониженную даже для оксидного катода температуру $T = 800^\circ \text{ K}$, то справа получится примерно $2,8 \cdot 10^5 \text{ а/см}^2$, в то время как наибольшая, достигнутая пока только в импульсных режимах плотность тока не превосходит 200 а/см^2 . В действительности «условие идеальности» выполняется даже еще лучше, так как часть электронов в нормальных режимах приборов уходит к аноду и плотность электронов вблизи границы между эмиттером и вакуумом делается еще меньше. Не принятое в этих расчетах во внимание отражение электронов на границе несущественно, так как оно вносит только небольшую поправку. Таким образом, этот подсчет еще раз подтверждает, что электроны вне металла подчиняются классической статистике.

7. Численный пример.

В заключение рассмотрим пример, позволяющий наглядно себе представить, насколько большое значение для увеличения эмиссии имеет даже небольшое понижение работы выхода. Перейдем в формуле (IV.30а):

$$d\nu_{v_x} = \frac{4\pi m^2 kT}{h^3} v_x \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{m}{2kT} (v_f^2 - v_x^2) \right] \right\} dv_x$$

использованной выше при выводе формулы Ричардсона—Дешмана, от скоростей к энергиям, исходя из соотношений:

$$W_x = \frac{mv_x^2}{2}, \quad dW_x = mv_x dv_x. \quad (14.38)$$

W_x можно назвать кинетической энергией, связанной с составляющей скорости по направлению x , или короче «энергией движения по направлению x ».

Из приведенного выше выражения для $d\nu_{v_x}$, используя (14.38), для числа электронов с энергиями в интервале от W_x до $W_x + dW_x$ получим:

$$d\nu_{W_x} = \frac{4\pi mkT}{h^3} \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{W_f - W_x}{kT} \right] \right\} dW_x \quad (14.39a)$$

Если $W_x < W_f$ и $T \rightarrow 0^\circ K$, то $\exp \left[\frac{W_f - W_x}{kT} \right] \gg 1$, и для распределения по энергиям W_x при $T = 0^\circ K$ и $W_x < W_f$ можно написать:

$$(d\nu_{W_x})_{T=0^\circ K} = \frac{4\pi m}{h^3} (W_f - W_x) dW_x. \quad (14.39б)$$

На рис. 111 построены функции распределения $F(W_x) = \frac{d\nu_{W_x}}{dW_x}$ для вольфрама при $T = 0^\circ K$ (формула (14.39б)) и $T = 2900^\circ K$ (формула (14.39а)). При построении для плотности и атомного веса вольфрама взяты табличные данные и принято, что на атом вольфрама приходится два свободных электрона. При этом предположении вычисление дает $W_f = 9,13$ эв и $W_a = W_f + \Phi = 13,7$ эв.

При $T = 0^\circ K$ функция распределения изображается прямой, пересекающей ось абсцисс при $W_x = W_f = 9,13$ эв. Той же прямой с очень большой степенью точности изображается и функция распределения при $T = 2900^\circ K$ и $W_x < W_f$, вплоть до $W_x \approx W_f$, когда в масштабе рисунка делается заметным расхождение между обеими функциями. Для того чтобы на рисунке можно было проследить ход кривой вблизи $W_x = W_a = 13,7$ эв, для части кривой, начиная с $W_x = 13,2$ эв, ордината увеличена в 10^8 раз. Заштрихованная часть площади кривой, очевидно, пропорциональна количеству эмиттированных электронов, а площадь всей кривой — количеству электронов, попадающих на границу изнутри металла. При сравнении площадей следует ординату основной кривой также увеличить в 10^8 раз, тогда можно наглядно представить себе, какая доля электронов, подходящих к границе металла, оказывается эмиттированной. Чрезвычайно крутое падение кривой вблизи $W_x = W_a$ вместе с тем показывает, какое значение имеет всякое, даже незначительное, понижение работы выхода. Как мы увидим ниже, понизить работу выхода можно путем покрытия металла-эмиттера одноатомной пленкой чужеродных электроположительных атомов.

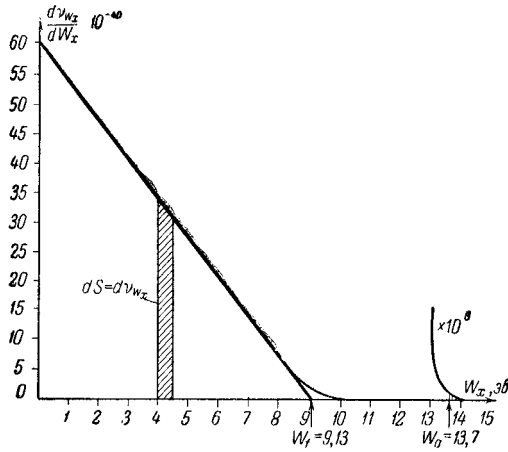


Рис. 111: График для сравнения количества эмитированных электронов с количеством электронов, подходящих к поверхности изнутри металла.

§ 15. Термоэлектронная эмиссия при наличии ускоряющего поля на поверхности металла. Автоэлектронная эмиссия

1. Изменение поля на поверхности эмиттера в зависимости от потенциала анода.

В практических условиях на поверхности электрода-эмиттера в электронных приборах всегда существует поле, тормозящее или ускоряющее электроны. Если, например, в диоде, самом простом из электронных приборов, имеющем всего два электрода — анод и катод, анодное напряжение положительно, но не очень велико, то вблизи катода накапливается пространственный заряд. Поле пространственного заряда тормозит электроны, и в итоге, даже при положительном анодном напряжении, поле на катоде оказывается тормозящим, а часть электронов возвращается обратно на катод. Распределение потенциала приобретает вид, показанный на рис. 112, *a*. Потенциальный барьер продолжает подниматься вне металла еще на высоту U_m сверх «нормальной» высоты барьера $(\varphi_a)_k = W_a/e$, обусловленной свойствами эмиттера.

После того как на расстоянии x_m от поверхности эмиттера будет достигнут максимум высоты барьера (т. е. минимум потенциала), на кривой распределения потенциала наступает спадающий участок, соответствующий главным образом той области междуэлектродного промежутка, где пространственный заряд невелик. Вопрос о величине анодного тока при наличии минимума потенциала в междуэлектродном пространстве будет рассмотрен в гл. 5 (ч. II).

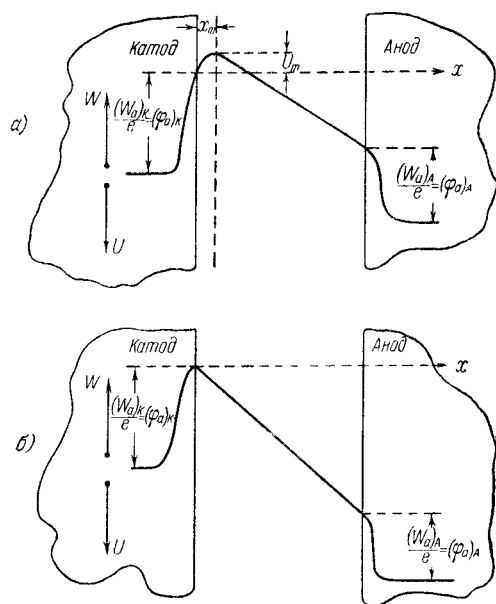


Рис. 112: Распределение потенциала в плоском диоде. *a*—при небольших напряжениях и минимуме потенциала вблизи катода; *b*—при больших напряжениях в режиме насыщения.

§ 15.. ТЕРМОЭЛЕКТРОННАЯ ЭМИССИЯ ПРИ НАЛИЧИИ УСКОРЯЮЩЕГО ПОЛЯ НА ПОВЕРХНОСТИ

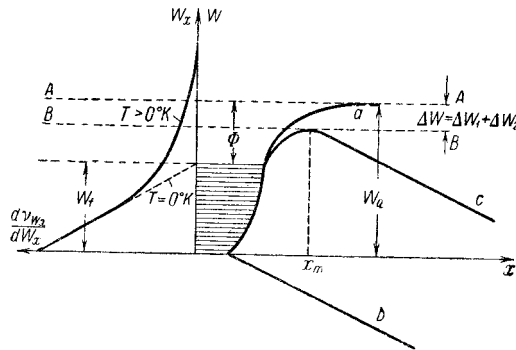


Рис. 113: Справа—изменение формы потенциального барьера при наличии ускоряющегося на поверхности катода; слева—функция распределения $F(W_x)$. По оси ординат W и W_x отложены в одинаковом масштабе.

При увеличении анодного напряжения U_a анодный ток растет, пространственный заряд постепенно исчезает, величина U_m уменьшается, и при достаточно большом анодном напряжении поле на катоде делается ускоряющим (рис. 112, б). В этих условиях все эмиттированные электроны будут попадать на анод, т. е. наступает режим тока насыщения и, казалось бы, анодный ток должен перестать зависеть от U_a . Но оказывается, что в области насыщения анодный ток продолжает расти при увеличении U_a , хотя и медленнее, чем раньше. Это происходит потому, что при возрастании ускоряющего поля на катоде уменьшается работа выхода.

На рис. 113 кривая a , приближающаяся асимптотически к уровню AA , показывает изменение потенциальной энергии электрона в отсутствие внешнего поля, т. е. обычный потенциальный барьер металла, и линия b — изменение энергии во внешнем ускоряющем однородном поле. Когда оба поля накладываются, кривая изменения потенциальной энергии электрона, иными словами, форма потенциального барьера изобразится кривой c , суммой кривых a и b .

На кривой c имеется широкий максимум — «потенциальный холм», вершина которого лежит ниже линии AA . На том же рисунке слева показано распределение энергии движения по направлению, нормальному к поверхности, для электронов, попадающих изнутри на границу металла (ср. рис. 111). В отсутствие поля количество электронов, преодолевающих потенциальный барьер, выражается частью площади кривой распределения, лежащей выше линии AA , а в ускоряющем поле, когда высота барьера уменьшается, частью площади той же кривой, лежащей выше линии BB . Изменение работы выхода под действием внешнего поля называют эффектом Шоттки, по имени немецкого ученого В. Шоттки, разработавшего теорию этого явления.

2. Теория эффекта Шоттки.

Предположим, что напряженность внешнего поля такова, что вершина «потенциального холма» находится в области сил изображения. Как видно из рис. 113, слева от вершины холма на электрон действует тормозящая сила, справа ускоряющая, а на вершине сила равна нулю, т. е.

$$eE = \frac{e^2}{4x_m^2}, \quad x_m = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{e}{E}}, \quad (15.1)$$

где E — напряженность внешнего поля, x_m — расстояние от вершины холма до поверхности эмиттера.

Подсчитаем уменьшение работы выхода. Во-первых, отпадает работа, совершаемая против силы изображения, начиная от x_m , так как после прохождения через максимум электроны будут уже находиться в ускоряющем поле. Это дает уменьшение работы выхода

$$\Delta W_1 = \int_{x_m}^{\infty} \frac{e^2}{4x^2} dx = \frac{e^2}{4x_m}. \quad (15.2)$$

Во-вторых, на участке от поверхности катода до вершины холма внешнее поле совершает положительную работу, вследствие чего работа выхода уменьшится на

$$\Delta W_2 = eEx_m = \frac{e^2}{4x_m}. \quad (15.3)$$

В итоге работа выхода при наличии ускоряющего поля будет

$$\Phi_E = \Phi - \Delta W_1 - \Delta W_2 = \Phi - \frac{e^2}{2x_m} = \Phi - e^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}. \quad (15.4)$$

Выражение для плотности термоэлектронного тока примет вид

$$j_E = \overline{D}AT^2 e^{-\frac{\Phi_E}{kT}} = \overline{D}AT^2 e^{-\frac{\Phi}{kT}} e^{\frac{e^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}}{kT}}. \quad (15.5)$$

Но так как плотность тока в отсутствие поля на поверхности эмиттера

$$j_\varepsilon = \overline{D}AT^2 e^{-\frac{\Phi}{kT}},$$

то

$$j_E = j_\varepsilon \exp \left[\frac{e^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}}{kT} \right], \quad (15.6)$$

откуда

$$\ln j_E = \ln j_\varepsilon + \frac{e^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}}{kT}, \quad (15.7a)$$

или, если E выражать в вольтах на сантиметр:

$$\ln j_E = \ln j_\varepsilon + \frac{4,39}{T} \sqrt{E}. \quad (15.7b)$$

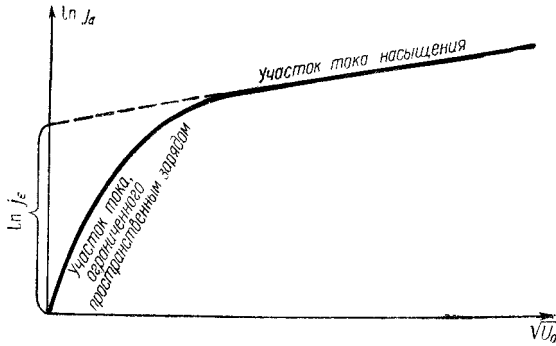


Рис. 114: Вольт-амперная характеристика диода в координатах $\ln j_a$, $\sqrt{U_a}$.

Так как напряженность поля на катоде E в режиме насыщения пропорциональна анодному напряжению U_a , то зависимость анодного тока в диоде от U_a должна изображаться графиком, представленным на рис. 114. Прямолинейная зависимость $\ln j_a$ от $\sqrt{U_a}$ существует только в области тока насыщения, и когда при уменьшении U_a вблизи катода появляется обусловленный пространственным зарядом минимум потенциала, ход кривой меняется. Продолжая прямолинейную часть до пересечения с осью ординат, получим на оси отрезок, равный $\ln j_\epsilon$. При точном экспериментальном определении работы выхода необходимо пользоваться величиной j_ϵ , определенной этим способом.

Найдем увеличение тока насыщения в цилиндрическом диоде с анодом радиуса 0,5 см и катодом радиуса 0,01 см при $U_a = 1000$ в и температуре катода $T = 2500^\circ K$. Из электростатики

$$E = U_a \frac{1}{r \ln(r_0/r_k)}$$

(r_a , r_k — радиусы диода и катода). На катоде $r = r_k$ и

$$E = E_k = \frac{U_a}{r_k \ln(r_a/r_k)} \approx 25\,600 \text{ в/см}, \quad \frac{e^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}}{kT} \approx 0,28;$$

$$\frac{I_E}{I_\epsilon} = e^{0,28} = 1,32.$$

Таким образом, увеличение анодного тока равно 32%. Как видно, при высоких температурах металла и полях порядка 10^4 в/см эффект Шоттки имеет уже вполне заметную величину. В нашем примере

$$x_m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e}{E}} = 1,2 \cdot 10^6 \text{ см}$$

и понижение высоты барьера

$$\Delta W_1 + \Delta W_2 = \frac{e^2}{2x_m} = 0,062 \text{ эв},$$

т. е. составляет ничтожную долю работы выхода Φ ; например, для вольфрама это будет около 1,36%. Необходимо добавить, что теория была построена в предположении однородности поверхности эмиттера. В действительности поверхность эмиттера состоит из различных граней микрокристаллов и неоднородна в отношении эмиссионных свойств. Неоднородность может значительно изменить вид кривой рис. 114. Этот вопрос будет рассмотрен в § 17.

3. Автоэлектронная эмиссия: основные экспериментальные факты и физическая природа.

Опыт показывает, что и при сколь угодно низкой температуре, но в сильных полях, порядка $10^6 \div 10^7$ в/см, наблюдается электронная эмиссия, быстро возрастающая с увеличением напряженности поля.

Наименьшая напряженность поля, при которой эмиссия делается доступной наблюдению, зависит от состояния поверхности, и она много меньше для эмиттеров, на поверхности которых имеются заострения и шероховатости, чем для эмиттеров с хорошо отполированной поверхностью.

Как было показано выше, при наличии поля на поверхности металла потенциальный барьер принимает форму «холма» с максимумом вблизи поверхности металла. Вершина холма даже при самых сильных полях лежит много выше уровня Ферми, так что при низких температурах практически нет электронов с энергиями $W_x > W_a - \Delta W$. Так как и при низких температурах наблюдается эмиссия, то приходится предположить, что электроны не преодолевают барьер, затрачивая на это работу $W_a - \Delta W$, а проходят сквозь него. Такие переходы сквозь барьер, совершаемые без затраты работы электронами, для которых

$$\frac{mv_x^2}{2} = W_x < W_a - \Delta W, \quad (15.8)$$

получили в квантовой механике название туннельных переходов. Возможность туннельных переходов объясняется волновыми свойствами электронов.

Эмиссия электронов, прошедших сквозь барьер путем туннельных переходов, получила название автоэлектронной эмиссии¹. Как будет показано ниже, теория эмиссии в сильных электрических полях, основанная на предположении о туннельном характере прохождения сквозь барьер, вполне подтверждается опытом.

¹Это название указывает на тот факт, что электроны проходят сквозь барьер в силу присущих им волновых свойств без дополнительного их возбуждения внешним воздействием. Но оно не отражает того, что без внешнего электрического поля, придающего барьеру форму «холма», эмиссия была бы невозможна. Учитывая это обстоятельство, Комитет технической терминологии АН СССР рекомендовал новое название: «электростатическая эмиссия». Иногда в литературе встречаются и старые названия: «холодная эмиссия» и «вырывание электронов электрическим полем».

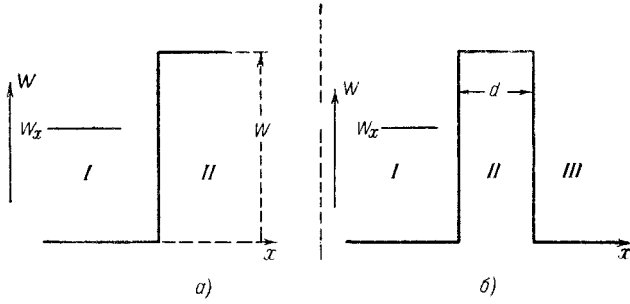


Рис. 115: К вопросу о прохождении электронов через прямоугольный барьер.

4. Прохождение электронов сквозь барьер, имеющий форму «потенциального холма».

Относительно электронов, скорости которых подчинены условию (15.8), в § II показано, что они в конечном итоге целиком отражаются от барьера, так что разницы между выводами классической и квантовой механики для них как будто нет. Однако можно показать, что часть электронов проникает в глубь потенциального барьера на небольшую глубину. Это явление можно сопоставить с одним явлением из оптики.

Если на поверхность раздела двух сред *I* и *II* (причем среда *I* оптически более плотная) падает электромагнитная волна под углом, большим предельного, то происходит полное внутреннее отражение. Однако в среде *II* вблизи поверхности раздела на расстояниях порядка длины волны волновое электромагнитное поле не равно нулю, хотя поток энергии через границу в среднем за период равен нулю. Это явление было теоретически исследовано московским физиком А. А. Эйхенвальдом и затем обнаружено экспериментально как для оптических длин волн, так и для волн дециметрового диапазона [Л. А. 2, т. 2, гл. 23]. Можно сказать, таким образом, что при полном внутреннем отражении электромагнитная волна частично проникает за поверхность раздела.

Чтобы показать, что электронные волны могут проникать в глубину потенциального барьера, возьмем сначала две среды, разделенные ступенчатым потенциальным барьером высоты *W* (рис. 115, *a*).

Воспользовавшись обозначениями § II, можно написать для амплитуды волновой функции в среде II:

$$\left. \begin{aligned} \psi_2 &= a_2 e^{jk_2 x} = a_2 e^{-kx}, \\ k_2 &= \frac{2\pi}{h} \sqrt{2m(W_x - W)}, \quad k_2 = jk. \end{aligned} \right\} \quad (15.9)$$

Так как $W_x < W$, то k_2 мнимо, k действительно и больше нуля. Квадрат

модуля ψ , определяющий вероятность местонахождения электрона, равен:

$$\left. \begin{array}{l} \text{при } x = 0 \quad |\psi_2|^2 = a_2^2, \\ \text{при } x > 0 \quad |\psi_2|^2 = a_2^2 e^{-2kx} = a_2^2 \exp \left[-\frac{4\pi}{h} \sqrt{2m(W - W_x)} x \right]. \end{array} \right\} \quad (15.10)$$

Для потока электронов с энергиями W_x , попадающего на барьер, лежащий при $x = 0$, вероятность нахождения электрона на расстоянии x от границы дает относительную плотность электронного потока в этом месте. Если, например, $(W - W_x) = 1$ эв, то $\exp \left[-\frac{4\pi}{h} \sqrt{2m(W - W_x)} x \right] = \exp[-1,028x]$, где x выражено в ангстремах. Это число для $x = 1$ Å равно 0,36, а для $x = 10$ Å только $3,45 \cdot 10^{-5}$. Относительная плотность электронов непрерывно убывает с увеличением x , и следовательно, в среде II нет потока электронов, текущего от границы. Это означает, что электроны, проникшие в среду II, возвращаются обратно, и если рассматривать промежутки времени, достаточно большой сравнительно с временем пребывания электронов в среде II, то количество электронов, прошедших через границу в среду II, и количество электронов, прошедших через границу в обратном направлении, будет одинаково.

Рассмотрим теперь прямоугольный барьер, изображенный на рис. 115, б. Электронные волны проходят два раза через границу между средами I—II и II—III и на каждой границе испытывают частичное отражение. Таким образом, для того чтобы найти амплитуду электронных волн после прохождения через барьер, иными словами, относительное число электронов, прошедших сквозь барьер, нужно найти решение уравнений

$$\left. \begin{array}{l} \frac{d^2 \psi_{1,3}}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} W_x \psi_{1,3} = 0 \quad \text{для сред I и III,} \\ \frac{d^2 \psi_2}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} (W_x - W) \psi_2 = 0 \quad \text{для среды II,} \end{array} \right\} \quad (15.11)$$

предполагая при этом, что в средах I и II существуют волны, распространяющиеся как в направлении x , так и в направлении $-x$, а в безграничной среде III есть только волна, распространяющаяся в направлении x . Значит, решения надо искать в виде

$$\psi_1 = e^{jk_1 x} + b_1 e^{-jk_1 x}, \quad \psi_2 = a_2 e^{jk_2 x} + b_2 e^{-jk_2 x}, \quad \psi_3 = a_3 e^{jk_1 x}, \quad (15.12)$$

где через k_1 и k_2 обозначены те же величины, что и раньше (§ II), а амплитуда падающей волны, т. е. волны, идущей в первой среде в направлении x , принята за единицу; b_1, b_2, a_2, a_3 — относительные амплитуды.

Задача сводится к нахождению модуля $a_3 a_3^*$ при граничных условиях, вытекающих из требования непрерывности на обеих границах. Решение можно найти [Л.А.З, т. 1, гл. XI], пользуясь обычными приемами; однако мы получим приближенное решение более простым способом.

§ 15.. ТЕРМОЭЛЕКТРОННАЯ ЭМИССИЯ ПРИ НАЛИЧИИ УСКОРЯЮЩЕГО ПОЛЯ НА ПОВЕРХНОСТИ

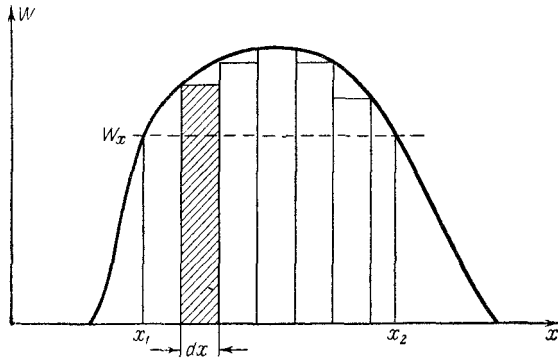


Рис. 116: К вопросу о прохождении электронов через барьер произвольной формы.

Будем пренебрегать отражением на границе *II—III*, т. е. примем, что электроны, подошедшие к границе *II—III*, не возвращаются назад, а образуют поток, переходящий в среду *III*. Относительная плотность электронов в этом потоке равна

$$D = \exp \left\{ -\frac{4\pi}{h} d \sqrt{2m(W - W_x)} \right\} \quad (15.13)$$

на основании формулы (15.10), в которой, очевидно, надо x заменить через d . Эта приближенная формула верна с точностью до постоянного множителя (близкого к единице) и, стало быть, правильно передает характер зависимости D от d и от $(W - W_x)$. D можно назвать коэффициентом прозрачности барьера, а коэффициент отражения равен

$$R = (1 - D). \quad (15.14)$$

Считая, что разность $(W - W_x) = 2 \text{ эв}$, получим следующую таблицу для коэффициента прозрачности прямоугольного барьера:

d [Å]	1	1,5	2,0	5,0	10,0
D	0,235	0,114	0,055	$7,1 \cdot 10^{-4}$	$4,95 \cdot 10^{-7}$

Сквозь барьер протекает электронный ток, сила которого очень быстро убывает с шириной барьера: можно сказать, что сколько-нибудь заметный ток, состоящий из «туннельных» электронов, получается, если ширина барьера порядка размеров атома.

Легко видеть из формулы (15.13), что туннельный эффект практически может быть замечен только для частиц с очень малой массой. Существенно, что электроны, прошедшие сквозь барьер «туннельным способом», не совершают работы и, значит, энергия их не изменяется.

В случае барьера более сложной формы расчет можно вести следующим образом: заменим действительный барьер рядом прямоугольных барьеров

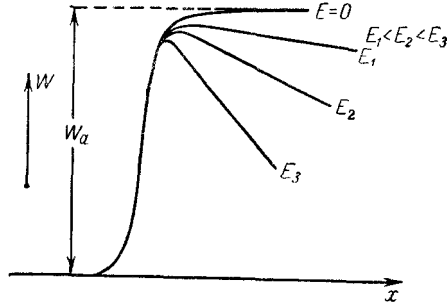


Рис. 117: Характер изменения формы барьера металла при увеличении внешнего поля.

(рис. 116). Пусть ширина барьеров dx_1, dx_2, \dots ; прозрачность каждого прямоугольного барьера выражается формулой

$$D_k = C_k \exp \left\{ -\frac{4\pi}{h} d \sqrt{2m[W(x) - W_x]} dx_k \right\}, \quad (15.15)$$

где $W(x)$ — высота барьера, зависящая от координаты x . При последовательном прохождении всего ряда прямоугольных барьеров каждый раз будет проходить доля, равная D_1, D_2, \dots от числа электронов, подошедших к данному барьеру. Участок барьера, где $W(x) > W_x$, простирается от x_1 до x_2 . Следовательно, итоговый коэффициент прозрачности всего барьера равен

$$D = D_1 D_2 D_3 \dots D_n.$$

Используя формулу (15.15), получим:

$$D = C_1 \exp \left\{ -\frac{4\pi}{h} \sqrt{2m[W(x_1) - W_x]} dx_1 \right\} \times \\ \times C_2 \exp \left\{ -\frac{4\pi}{h} \sqrt{2m[W(x_2) - W_x]} dx_2 \right\} \dots,$$

или в пределе, обозначая произведение $\prod(C_k)$ через C :

$$D = C \exp \left\{ -\frac{4\pi}{h} \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{2m[W(x) - W_x]} dx \right\}. \quad (15.16)$$

5. Теория автоэлектронной эмиссии.

Потенциальный барьер, имеющий вид холма, получается на поверхности металла при наличии внешнего ускоряющего поля. Как было показано выше, при напряжениях, уже заметно влияющих на величину термоэлектронного тока вследствие понижения работы выхода, вершина холма находится

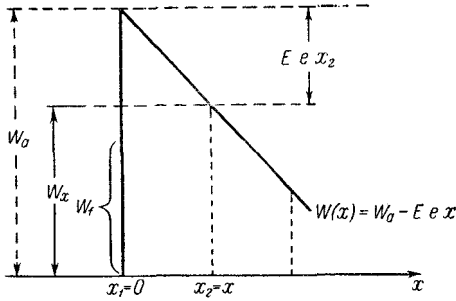


Рис. 118: К расчету величины автоэлектронной эмиссии.

на расстоянии порядка 100 \AA от поверхности металла. Ширина барьера много больше атомных размеров, и значит, при этих условиях не приходится ожидать заметного туннельного эффекта.

Если увеличить внешнее поле, то форма барьера будет изменяться так, как это показано на рис. 117. Будет понижаться и приближаться к поверхности металла вершина барьера и увеличиваться крутизна его спадания. В верхней части барьер будет делаться все уже

Заменим барьер при сильных ускоряющих полях остроугольным барьером так, как это изображено на рис. 118. Будем иметь, считая понижение барьера несущественным:

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0 \quad W(x) &= W_a, \\ \text{при } x > 0 \quad W(x) &= W_a - eEx. \end{aligned}$$

Если взять в металле группу электронов с энергией движения по направлению x , равной $W_x = mv_x^2/2$, то для них коэффициент прозрачности

$$\begin{aligned} D_{W_x} &= C \exp \left\{ -\frac{4\pi}{h} \sqrt{2m} \int_0^{x_2} [W(x) - W_x]^{1/2} dx \right\} = \\ &= C \exp \left\{ -\frac{4\pi}{h} \sqrt{2m} \int_0^{x_2} \sqrt{W_a - eEx - W_x} dx \right\}, \end{aligned}$$

откуда

$$D_{W_x} = C \exp \left\{ -\frac{4\pi}{h} \frac{2\sqrt{2m}}{3eE} [-(W_a - eEx_2 - W_x)^{3/2} + (W_a - W_x)^{3/2}] \right\}.$$

Но $W_a - eEx_2 - W_x = 0$, так как энергия электрона после выхода из «туннеля» такая же, как до вступления в него. Таким образом, для электронов энергии W_x коэффициент прозрачности

$$D_{W_x} = C \exp \left\{ -\frac{8\pi\sqrt{2m}}{3eh} (W_a - W_x)^{3/2} \frac{1}{E} \right\}. \quad (15.17)$$

Точная теория для барьера остроугольной формы и высоты W_a приводит к формуле (см., например, [Л. 2.5, примечания к § 39, стр. 393])

$$D_{W_x} = \frac{4\sqrt{W_x(W_a - W_x)}}{W_a} \exp \left\{ -\frac{8\pi\sqrt{2m}}{3eh} (W_a - W_x)^{3/2} \frac{1}{E} \right\}. \quad (15.18)$$

Нетрудно теперь получить выражение для плотности тока автоэлектронной эмиссии. При $T = 0^\circ K$ количество электронов со скоростями в пределах от v_x до $v_x + dv_x$, подходящих изнутри металла к 1 см^2 поверхности за 1 сек, равно (см. § IV)

$$[dv_{v_x}]_{T=0} = \frac{2\pi m^3}{h^3} v_x (v_f^2 - v_x^2) dv_x.$$

Из $[dv_{v_x}]_{T=0}$ электронов сквозь барьер пройдет

$$dv_\varepsilon = D_{W_x} [dv_{v_x}]_{T=0}$$

Электронов. Заменяя в (15.18) W_x через $mv_x^2/2$ и интегрируя $dv_{varepsilon}$ в пределах от $v_x = 0$ до $\sqrt{\frac{2W_f}{m}}$ (максимальная скорость при $T = 0^\circ K$), для числа эмиттированных электронов получим:

$$\nu_\varepsilon = \int_0^{\sqrt{2W_f/m}} \frac{2\pi m^3}{h^3} v_x (v_f^2 - v_x^2) \frac{4\sqrt{\frac{mv_x^2}{2} \left(W_a - \frac{mv_x^2}{2} \right)}}{W_a} \times \\ \times \exp \left\{ \frac{8\pi\sqrt{2m}}{3ehE} \left(W_a - \frac{mv_x^2}{2} \right)^{3/2} \right\} dv_x. \quad (15.19)$$

Для плотности тока автоэлектронной эмиссии вычисление дает

$$j_{a\varepsilon} = \nu_\varepsilon e = \frac{e}{2\pi h} \frac{W_f^{1/2}}{W_a \Phi^{1/2}} E^2 \exp \left\{ -\frac{32\pi^2 m}{3h^2} \frac{1}{E} \Phi^{3/2} \right\}, \quad (15.20)$$

или, если выражать j_a в амперах на кв. сантиметр, а Φ , W_f , W_a — в электронвольтах и E в в/см :

$$j_{a\varepsilon} = 6,2 \cdot 10^{-6} \frac{W_f^{1/2}}{W_a \Phi^{1/2}} E^2 \exp \left\{ -\frac{6,85 \cdot 10^7 \Phi^{3/2}}{E} \right\} = \gamma E^2 e^{-\frac{b\Phi^{3/2}}{E}}. \quad (15.21)$$

В формуле (15.21) влияние множителя E^2 (подобно влиянию множителя T^2 в формуле Ричардсона — Дешмана) незначительно. Более существенно то, что в показатель степени формулы (15.21) входит работа выхода Φ , т. е. от нее в сильной степени зависит $j_{a\varepsilon}$.

6. Сравнение теории с опытом.

Первые экспериментальные исследования автоэлектронной эмиссии давали только качественное подтверждение теории. Расхождение прежде всего состояло в том, что заметной эмиссии теоретически приходилось ожидать при напряженности поля порядка 10^7 в/см, а на опыте эмиссия была заметна уже в полях примерно в 10 раз слабее. Кроме того, при усилении поля эмиссия возрастала быстрее, чем того требовала теория.

Причину несогласия можно было видеть в том, что поле, однородное вдали от поверхности эмиттера, делается неоднородным вблизи нее. На поверхности даже хорошо отшлифованного эмиттера имеются микроскопически малые выступы и впадины, а напряженность поля у выступов, как известно из электростатики, больше, чем на гладкой поверхности и во впадине. Выступы на поверхности образуют «пятна», с которых эмиссия начинается при меньшем напряжении, чем с остальной поверхности. Только в недавнее время были опубликованы результаты опытов, в которых эмиттером служила почти идеально гладкая полусфера, получающаяся при оплавлении острия. Метод получения таких поверхностей будет описан в § 33, а здесь мы остановимся только на результатах измерений.

В опытах Хэфера источником эмиссии служили закругленные концы вольфрамовых проволок с радиусами кривизны в пределах 1,3–16 μ . Ток с острия площадью S , как видно из (15.29), можно представить формулой

$$\ln I_{a\bar{a}} = \ln(Sj_{a\bar{a}}) = \ln(\gamma S) - 2 \ln E - \frac{b\Phi^{3/2}}{E}. \quad (15.22)$$

Формула (15.22) показывает, что $\ln(I_{a\bar{a}}/E^2)$ должен линейно зависеть от $1/E$, что вполне и подтвердилось. Подтверждена была опытом и требуемая теорией линейная зависимость $\ln(I_{a\bar{a}}/E^2)$ от $\Phi^{3/2}$. Наконец, и численные значения γ и Φ , вычисленные из измерений автоэлектронной эмиссии вольфрама, оказались в хорошем количественном соответствии со значениями, найденными другими методами. Можно сказать, что опыт вполне подтверждает туннельную теорию автоэлектронной эмиссии.

Зависимость тока автоэлектронной эмиссии от работы выхода обнаруживается при изучении этого явления с помощью электронномикроскопических методов (см. ч. II, гл. 5).

Само собой разумеется, что измерять ток автоэлектронной эмиссии следует при таких температурах, когда термоэлектронная эмиссия совершенно незаметна.

В общем случае электронный ток с поверхности металла, температура которого $T \neq 0^\circ K$, будет складываться из «собственно термоэлектронов», для которых

$$W_x = \frac{mv_x^2}{2} > W_a$$

(W_x выше уровня — на рис. 113), из «Шоттки-электронов», энергии которых лежат между уровнями AA и BB , и «туннельных электронов» с

энергиями W_x , лежащими ниже уровня $B-B$. Часть «туннельных электронов» будет поступать с почти целиком заполненных уровней, лежащих ниже уровня W_f ; эту часть можно найти по формуле (15.21). Другая часть туннельных электронов будет попадать в вакуум с уровней, лежащих между W_f и BV ; их следует отнести за счет влияния температуры на автоэлектронную эмиссию. При большой напряженности поля на поверхности металла и низкой температуре преобладают «туннельные электроны» и измеряется практически ток автоэлектронной эмиссии; при слабом поле и высокой температуре «туннельных электронов» почти нет и измерения дают термоэлектронный ток, в большей или меньшей степени измененный эффектом Шоттки.

7. Перспективы использования автоэлектронной эмиссии в приборах.

Катод, действие которого основано на использовании автоэлектронной эмиссии, должен иметь ряд преимуществ по сравнению с термоэлектронными катодами. Прежде всего автоэлектронный эмиттер позволяет получить эмиссионный ток огромной плотности — до 10^8 a/cm^2 . Это значит, что катод, поверхность которого едва можно разглядеть в хороший микроскоп, способен отдавать ток в несколько ампер. Такой катод может служить прекрасным точечным источником электронов. Автоэлектронный катод не требует расхода энергии на накал и практически безынерционен. Сильная зависимость тока автоэлектронной эмиссии от напряженности поля позволяет получить вольт-амперную характеристику с большой крутизной.

Конечно, далеко не всегда в приборе возможно создать на катоде сильное ускоряющее поле, необходимое для получения автоэлектронной эмиссии. Это ограничивает область применения автоэлектронных катодов. Но главное препятствие для практического применения автоэлектронных катодов состоит в том, что до сих пор не удается решить вопрос об их стабильности и долговечности. Ионная бомбардировка в условиях очень высоких напряжений разрушает катод и для длительной работы оказывается необходимым поддерживать в приборе сверхвысокий вакуум (10^{-9} — 10^{-12} mm рт. ст.). Это требование для технических приборов пока невыполнимо. Кроме того, на стабильность эмиссии сильное влияние оказывает адсорбция катодом остаточных газов.

Таким образом, попытки использовать автоэлектронную эмиссию встречаются пока с серьезными техническими трудностями. Однако уже известны примеры, когда удавалось добиться устойчивой работы автоэлектронного катода, имевшего форму острия в течение сотен часов. Поэтому можно надеяться, что в недалеком будущем будут разработаны технически приемлемые автоэлектронные катоды. Автоэлектронной эмиссии посвящена монография М. И. Елинсона и Г. Ф. Васильева [Л. 2.45].

Таблица 6: Эмиссионные константы пленочных катодов

Катод	Работа выхода металла керна [эв]	Работа выхода металла покрытия [эв]	Константы пленочного катода	
			Работа выхода [эв]	$A \left[\frac{a}{\text{см}^2 \cdot \text{град}^2} \right]$
W—Th	4,5	3,4	2,7 ¹	3
W—Ce	4,5	2,8	2,7	8
W—La	4,5	3,3	2,7	8
W—Zr	4,5	4,1	3,1	5
W—Ba	4,5	2,5	1,6	1,5
W—Cs	4,5	1,9	1,5	3
Mo—Th	4,2	3,4	2,6	1,5
Ta—Th	4,1	3,4	2,5	1,5
Pt—K	5,3	2,2	1,6	—
Pt—Cs	5,3	1,9	1,4	—

¹ Минимальное найденное из опыта значение $\Phi = 2,63$ эв.

§ 16. Пленочные термоэлектронные катоды

1. Эмиссионные постоянные металлов, покрытых пленками.

Существует очень большое число исследований, посвященных влиянию на электронную эмиссию тонких слоев инородных атомов, нанесенных на поверхность металла.

Некоторые покрытия, например торий или барий на вольфраме, дают заметное улучшение эмиссионных свойств, в то время как другие, из которых прежде всего надо указать на кислород, который может адсорбироваться поверхностью металлического катода в процессе сборки, откачки и эксплуатации лампы, резко снижают эмиссию. Поэтому вопрос о влиянии покрытий на свойства катода представляет значительный практический интерес.

При обозначении типа пленочного катода сначала указывается основной металл, а затем вещество покрытий, например: W — Th — пленка тория на вольфраме, W — O — Ba — пленка бария на предварительно окисленном вольфраме и т. п.

В табл. 6 приведены эмиссионные константы некоторых пленочных катодов, состоящих из массивного металла (керна или подложки), покрытого одноатомной пленкой инородных атомов (цифры в таблице округлены).

В технических катодах применяются W — Th и в последнее время W — Ba в катодах особой конструкции.

Для практики имеет значение влияние поверхностных пленок водорода и кислорода на работу выхода металлов. Изменение работы выхода не только катода, но и холодных деталей (сеток, анода) изменяет контактную разность потенциалов и вызывает смещение характеристик. Кислород

Таблица 7: Работа выхода металлов, покрытых пленками водорода и кислорода

Металл	W	Pt	Ni	Au	W	Pt
Работа выхода металла [эв]	4,54	5,32	4,61	4,9	4,54	5,32
Пленка	O	O	O	O	H	H
Работа выхода металла, покрытого пленкой [эв]	6,28	6,55	6,35	6,46	5,80	4,24

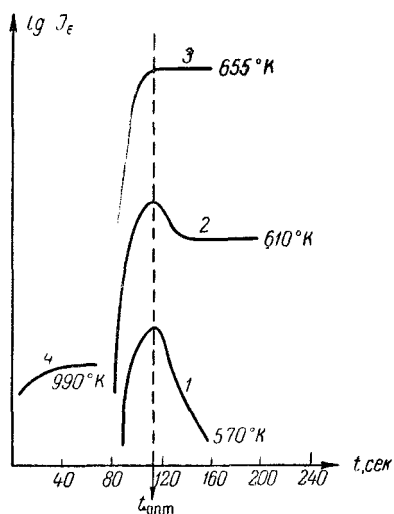


Рис. 119: Зависимость эмиссии вольфрамового катода в парах Cs от времени при разных температурах.

может попасть на поверхность деталей вакуумного прибора при их обработке и при откачке. Отжиг деталей вакуумных приборов в водороде широко применяется для очистки их от окислов, и при этом неизбежно происходит поглощение водорода.

Некоторые экспериментальные результаты приведены в табл. 7.

Адсорбция кислорода на поверхности всегда повышает работу выхода, однако адсорбированный кислород может продиффундировать внутрь. В этом случае, как было недавно найдено Бурштейном и Шумовской для Ni, возможны условия, при которых кислород «подползает» под верхний слой металла, и тогда работа выхода уменьшается. Выгодно также наносить покрытие из электроположительного металла на предварительно окисленную поверхность керна. Например, в наиболее благоприятных условиях для катода W — O — Ba удалось получить $\Phi = 1,34$ эв, а для W — O — Cs 0,72 эв. Для металлов, покрытых водородной пленкой, также известны примеры как увеличения, так и уменьшения работы выхода (см. табл. 7).

2. Экспериментальные исследования пленочных катодов.

Один из методов получения на керне покрытия из инородных атомов, удобный при исследовании свойств пленочных катодов, состоит в следующем: вблизи покрываемой поверхности помещают кусок металла-покрытия, нагреваемого до высокой температуры в электропечи или просто пропусканием тока. Керн, находясь в парах металла-покрытия, адсорбирует атомы из пара, и на нем образуется пленка, сначала одноатомная, площадь которой растет с течением времени, затем появляется второй слой атомов и т. д. Скорость образования пленки можно регулировать, изменяя температуру испаряемого металла и тем самым плотность его паров. Этим способом особенно удобно получать пленки легкоплавких металлов. Интересные заключения о свойствах пленочных катодов были сделаны из наблюдений за изменением во времени эмиссии катода, находящегося в парах Cs. На рис. 119 приведены (для вольфрамовой проволоки в парах Cs) кривые зависимости $\ln I_e$ от времени t для четырех температур катода и одинаковой во всех случаях плотности паров Cs. Результаты опыта понять нетрудно.

Раз плотность паров остается постоянной, то количество атомов Cs, падающих за 1 сек на 1 см^2 поверхности катода, все время остается постоянным и равным $\frac{n\bar{v}}{4}$ (§ III) (n — концентрация атомов Cs). Все эти атомы адсорбируются поверхностью вольфрама, число их растет, и работа выхода уменьшается до тех пор, пока не будет достигнута оптимальная площадь покрытия. На кривых 1, 2, 3 это достигается через одно и то же время (110—112 сек), чем доказывается, что обратного испарения атомов Cs нет вплоть до достижения оптимального покрытия. Но после перехода через максимум эмиссии ход кривых делается различным. На кривой 3 сохраняется оптимальное покрытие — это значит, что начинается испарение Cs с вольфрама и что при 655° это испарение таково, что пленка оказывается в равновесии при оптимальном покрытии. При 610° равновесие устанавливается на плотности покрытия, несколько большей, чем оптимальная, а при 570° число атомов пленки все время растет, эмиссия уменьшается и равновесия в пределах, показанных на рисунке, нет. При 990° K (кривая 4) равновесие устанавливается гораздо раньше, чем достигается оптимальное покрытие, и поэтому эмиссионный ток меньше, хотя температура катода выше.

При увеличении числа атомов покрытия работа выхода должна, очевидно, приближаться к работе выхода, которую имеют массивные образцы металла-покрытия. Это вполне подтверждается опытом. На рис. 120 построена зависимость работы выхода для W — Ва от $N/N_{\text{опт}} = \Theta/\Theta_{\text{опт}}$ (кривая 2), где N — число атомов в 1 см^2 покрытия, $N_{\text{опт}}$ — то же число при наименьшей работе выхода, а $\Theta = \frac{N}{N_{\text{max}}}$ (метод определения этого отношения будет описан немного ниже). Работа выхода, начиная от $\Phi = 4,5 \text{ эв}$, для чистого вольфрама проходит через минимум при $N = N_{\text{опт}}$, и уже при $N \approx 2N_{\text{опт}}$ она почти равна работе выхода чистого бария, т. е. $2,5 \text{ эв}$;

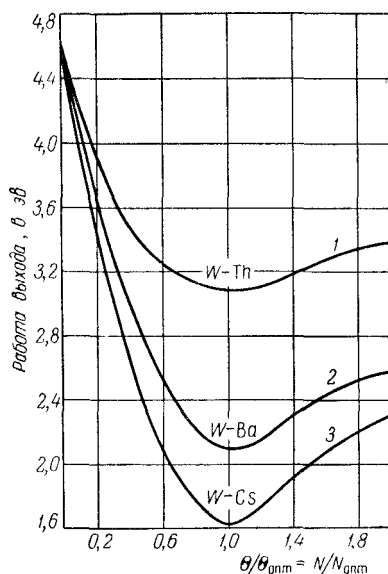


Рис. 120: Зависимость работы выхода катодов W—Ba, W—Cs, W—Th от степени покрытия.

Φ_{min} составляет около 2,1 эв, но в других исследованиях W — Ba катода удавалось получать $\Phi_{\text{min}} = 1,6$ за (число, стоящее в табл. 6.). Зависимость такого же вида получается для W — Th и W — Cs (кривые 1 и 3 на рис. 120).

Опыты с W — Cs и другими пленочными эмиттерами показывают, что существует некоторая оптимальная плотность атомов покрытия, при которой работа выхода имеет минимум. Остается показать, что при этом пленка действительно является одноатомной.

Максимальное число атомов покрытия, которые могут разместиться в одноатомной пленке, можно найти, исходя из атомных диаметров атома подложки и атома покрытия. Атомная физика не приводит к совершенно определенной величине радиуса атома, но в физике твердого тела за атомный диаметр принимается расстояние между центрами двух соседних атомов решетки, которое нетрудно определить, если известна кристаллическая структура.

Имея в данном случае дело с твердым телом, можно использовать данные кристаллофизики. В табл. 8 приведены атомные диаметры вольфрама и Cs, Ba, Th — металлов, применяемых в качестве покрытий.

Диаметры атомов покрытия во всех трех случаях больше диаметра атомов вольфрама, и в одноатомной пленке покрытия может разместиться атомов меньше, чем в поверхностном слое атомов вольфрама. На рис. 121 изображен схематически поверхностный слой атомов вольфрама с квадратными ячейками, где атомы вольфрама изображены точками. На площади S , боль-

Таблица 8: Атомные диаметры W, Cs, Ba, Th

Металл	Атомный диаметр [Å]	Отношение к атомному диаметру вольфрама k
Вольфрам	2,82	1
Цезий	5,40	1,9
Барий	4,48	1,59
Торий	3,59	1,28

шой по сравнению с площадью a^2 одной ячейки, число атомов вольфрама равно $N_W = S/a^2$. Длина стороны ячейки атомов покрытия равна ka , и максимальное число атомов покрытия в одноатомной пленке площади S равно

$$N_{\max} = \frac{S}{k^2 a^2} = \frac{N_W}{k^2}. \quad (16.1)$$

Для Cs на вольфраме $k \approx 2$ и $N_{\max} \approx \frac{N_W}{4}$.

Из кристаллофизических измерений известно, что в 1 см^2 поверхности вольфрама находится $14,2 \cdot 10^{14} \text{ 1/см}^2$ атомов и, значит, в 1 см^2 цезиевого покрытия атомов может быть $N_{\max} = 3,55 \cdot 10^{14} \text{ 1/см}^2$. Для Th на вольфраме принимают $k \approx \sqrt{2}$ и $N_{\max} \approx 7 \cdot 10^{14} \text{ 1/см}^2$ [Л.2.3, § 10].

Если принять на основании кривых рис. 119, что вплоть до достижения оптимального покрытия нет обратного испарения адсорбированных атомов, то количество атомов покрытия для любого момента времени равно

$$N_t = \frac{n\bar{v}}{4} t, \quad (16.2)$$

откуда

$$N_{\text{опт}} = \frac{n\bar{v}}{4} t_{\text{опт}}. \quad (16.3)$$

Здесь n и \bar{v} можно вычислить по давлению и температуре пара металла и, значит, можно найти N_t . Отношение $\frac{\Theta}{\Theta_{\text{опт}}} = \frac{N}{N_{\text{опт}}}$, отложенное по оси абсцисс на рис. 120, можно определить из опыта по формуле $\frac{N}{N_{\text{опт}}} = \frac{t}{t_{\text{опт}}}$. Существует и прямой экспериментальный метод определения N , особенно удобный для Cs — W, разработанный Ленгмюром и Тейлором.

Прибор Ленгмюра и Тейлора схематически изображен на рис. 122. В баллоне, заполненном парами Cs при определенной температуре (для чего весь прибор помещают в электропечь), близко друг от друга и вблизи от оси цилиндров $C_1 C_0 C_2$ натянуты две вольфрамовые нити A и B . На средний цилиндр ток течет только со средних коротких участков нитей, потенциалы которых мы обозначим через U_a и U_b , считая падение напряжения вдоль этих участков малым. В цепь среднего цилиндра, находящегося под потенциалом, включен баллистический гальванометр G . Метод измерения

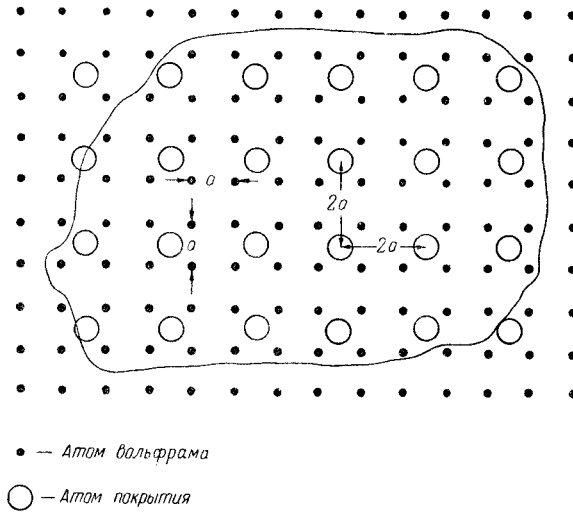


Рис. 121: Схема расположения атомов покрытия на поверхности вольфрама.

основан на установленном экспериментально факте, что при малых плотностях покрытия и полях, ускоряющих ионы, атомы испаряются только в виде ионов, вернее, число ионов много больше числа испаряющихся нейтральных атомов. Физически это вполне понятно. Работа выхода чистого вольфрама равна 4,54 эв, а работа ионизации атома Cs равна 3,89 эв, и при этих условиях валентный электрон должен быть сильнее связан с кристаллом вольфрама, чем со своим атомом, но при увеличении плотности покрытия работа выхода падает и при больших плотностях покрытия она значительно меньше 3,89 эв; в этом случае почти все атомы Cs при испарении сохраняют свои электроны¹. Сначала опишем метод, пригодный для небольших $\Theta = \frac{N}{N_{\max}}$. Если, выждав предварительно достаточное время до того, чтобы установилось равновесное состояние, и, подав на C_1, C_0, C_2 большое отрицательное напряжение, быстро накалить нить A до 1800 — 2000° K, то все адсорбированные атомы сразу испарятся в виде ионов и попадут на цилиндр. Баллистический гальванометр покажет их общий заряд Q , и число адсорбированных атомов будет

$$N_{Ad} = \frac{Q}{e}. \quad (16.4)$$

Этот способ пригоден до $\Theta \leq 0,08$. Для измерения N_{Ad} при больших Θ на нить B подают потенциал $U_B = 0$, а напряжения U_A и U_C делают отрицательными, но U_A берут на несколько вольт выше, чем U_C . Нить B накаливают током до 1200° C, так что на ней пленка не образуется. Выждав

¹Об испарении, сопровождающемся ионизацией испаряющихся атомов, подробнее см. § 23.

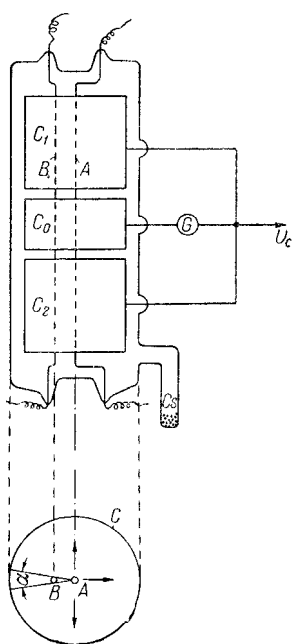


Рис. 122: Прибор Ленгмюра и Тейлора для измерения числа атомов покрытия.

опять установления равновесного состояния на поверхности нити A , быстрее ее нагревают. Термоэлектроны, вылетающие из нити A , при накале полностью попадают на B , так как $U_B \gg U_C$. Ввиду того, что при больших, Θ работа выхода $W - Cs$ делается меньше, все адсорбированные атомы испаряются в виде нейтральных атомов, разлетающихся радиально от поверхности нити A . Атомы, вылетевшие в пределах угла α , составляющие определенную известную часть общего числа атома, попадают на нить B , но немедленно испаряются уже в виде ионов, которые все попадают на C , так как $U_C \ll U_B$. Заряд этой известной части адсорбированных атомов и измерит гальванометр. Из рис. 122 легко понять, как в этом случае вычисляется N_{Ad} если известны радиусы нитей и расстояние между ними.

Описанный метод двух нитей пригоден до $\Theta = 1$. Эксперимент показал, что $N_{\text{опт}}$ для $W - Cs$ равно $2,4 \cdot 10^{14} \text{ 1/см}^2$ и, значит, для оптимального покрытия

$$\Theta_{\text{опт}} = \frac{N_{\text{опт}}}{N_{\text{max}}} = \frac{2,4 \cdot 10^{14}}{3,55 \cdot 10^{14}} = 0,68; \quad (16.5)$$

Θ для $W - Th$ оказывается равным 0,7, но следует заметить, что эта цифра установлена не столь надежно. Однако не приходится сомневаться в том, что и здесь, при оптимальных условиях работы пленочного катода, на его поверхности находится одноатомная пленка с числом атомов, несколько меньшим N_{max} .

3. Теория катодов с одноатомными пленками.

Теперь нужно выяснить причину уменьшения работы выхода при нанесении на металл одноатомной пленки, а также установить, почему при увеличении плотности покрытия работа выхода начинает увеличиваться еще до того, как в одноатомной пленке окажется максимальное число атомов.

Если атомы покрытия легко теряют свои валентные электроны, как, например, атомы щелочных металлов, то следует ожидать, что валентные электроны покрытия окажутся в сильной степени затянутыми в решетку ядра. Это означает, что средняя плотность свободных электронов вблизи ионов покрытия меньше, чем в решетке, а вблизи верхнего слоя атомов решетки ядра непосредственно у его поверхности из-за действия положительных ионов покрытия будет, наоборот, повышенная плотность электронов. На схематическом рис. 123, *a* среднее по времени распределение плотности электронов передано густотой штриховки. Такое распределение зарядов создает у поверхности эмиттера обращенный положительными зарядами наружу дипольный слой с расстоянием между зарядами порядка межуатомных расстояний в решетке.

При адсорбции атомов, имеющих сильное сродство к электрону, т. е. атомов, легко присоединяющих к себе электроны (например, атомов кислорода), получаются затягивание электронов из решетки в покрытие и образование дипольного слоя, обращенного наружу отрицательными зарядами. Таким образом, можно говорить о той или иной степени затягивания электронов покрытия в решетку ядра или, наоборот, из ядра в покрытие.

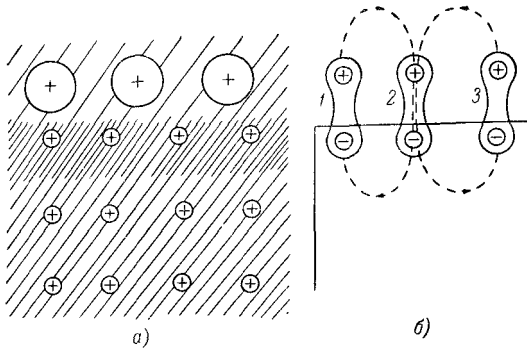


Рис. 123: Образование дипольного слоя при адсорбции атомов, легко теряющих валентные электроны.

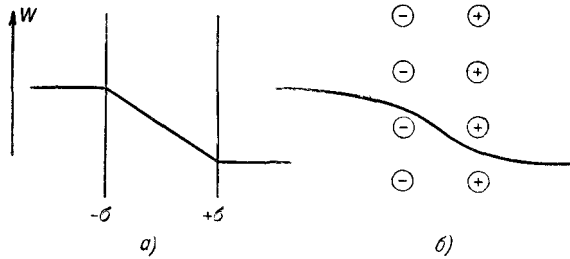


Рис. 124: Изменение потенциальной энергии электрона. *a*—между слоями, равномерно заряженными с плотностью $+\sigma$, $-\sigma$; *б*—между слоями дискретно расположенных зарядов.

Распределение потенциала в дипольном слое и вблизи него, если расстояние между диполями порядка их длины, представлено на рис 124 б. Оно отличается от распределения в слое со сплошными поверхностными зарядами (рис. 124, *a*) тем, что изменение потенциала начинает делаться заметным еще на некотором расстоянии от слоя, соизмеримом с расстоянием между диполями. Величина изменения потенциала равна

$$\Delta U = 4\pi\epsilon N_d d = 4\pi N_d p, \quad (16.6)$$

где N_d — число диполей на 1 см^2 и p — дипольный момент. Крутизна кривой, таким образом, меняется при изменении поверхностной поляризации.

На обычную кривую потенциального барьера чистого металла накладывается распределение потенциала в дипольном слое. Наложение происходит в «ближней» зоне потенциального барьера, а не в зоне, где преобладает действие сил изображения. Окончательный вид барьера будет зависеть от крутизны спада кривой потенциала в дипольном слое и от крутизны роста потенциального барьера в месте наложения. Возможные случаи представ-

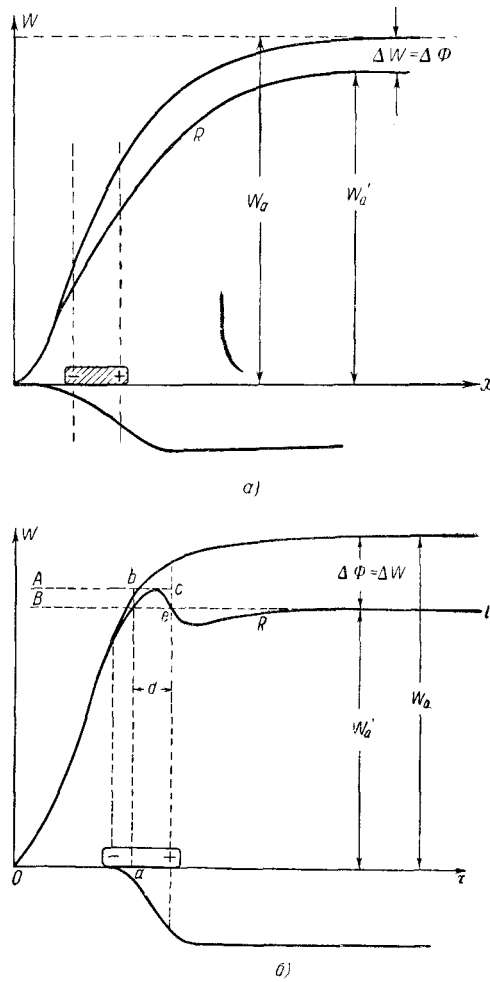


Рис. 125: Два возможных случая изменения формы граничного потенциального барьера при адсорбции атомов, уменьшающих работу выхода. a —без образования «холма»; b —с образованием «холма».

лены на рис. 125, где по оси ординат отложена энергия электрона. В случае небольшой крутизны кривой потенциальной энергии в дипольном слое результирующая кривая R (рис. 125, *a*) не имеет максимума «потенциального холма» и действие дипольного слоя сводится к снижению работы выхода на величину ΔW .

Таким образом, в этом случае форма барьера существенно не меняется. Как было указано раньше (§ 14), для барьера, не имеющего холма, отражение электронов не играет сколько-нибудь заметной роли и значение константы A в формуле эмиссии для однородной эмиттирующей поверхности должно оставаться близким к значению для непокрытого металла. Между тем опыт показывает (табл. 6), что A уменьшается в десятки раз. Пусть из-за большой крутизны кривой потенциальной энергии в дипольном слое на результирующей кривой потенциального барьера образуется максимум (рис. 125, *б*). Ширина максимума имеет атомные размеры, и поэтому возможно «туннельное» прохождение через барьер электронов, уровни энергии которых лежат между A_{bc} и Be , и эти «туннельные» электроны могут играть вполне заметную роль. Отражение электронов от барьера, имеющего «холм», в отличие от плавно поднимающегося барьера той же высоты может быть значительным. Нордгейм вычислил средний коэффициент прозрачности D барьера упрощенной прямоугольной формы $abcel$ (рис. 125, *б*) для электронов, имеющих внутри металла распределение Ферми. По вычислениям Нордгейма

$$\bar{D} = \frac{8(\pi k T W'_a)^{\frac{1}{2}}}{W_a} \exp \left\{ -\frac{4\pi}{h} d \sqrt{2m(W_a - W'_a)} \right\}. \quad (16.7)$$

Для константы A с учетом отражения должно получиться

$$A_{\text{экср}} = \bar{D} \cdot 120 \frac{a}{cm^2 \cdot z^2}.$$

Подставляя, например, для W — Th-катода

$$\bar{D} = \frac{A_{\text{экср}}}{120} = \frac{3}{120} = 0,025,$$

$$W_a = W_f + \Phi_W = 9,13 + 4,54 = 13,67 \text{ эв},$$

$$W'_a = W_f + \Phi_{W-\text{Th}} = 9,13 + 2,63 = 11,76 \text{ эв}$$

и задаваясь температурой $T = 1800^\circ K$, получим для ширины максимума d величину порядка 10^{-8} см, т.е. величину порядка расстояния между атомами, как это и должно быть, и следовательно, аномально малые значения эмиссионной константы у пленочных катодов могут быть объяснены отражением электронов от потенциального барьера, имеющего максимум. Другое возможное объяснение аномально малой величины постоянной A приведено в § 17.

Остается объяснить, почему при $\Theta > \Theta_{\text{opt}}$ работа выхода начинает увеличиваться. Увеличение работы выхода объясняется взаимодействием диполей. Как видно из рис. 123, *б*, поля диполей 1 и 3 стремятся сблизить

заряды диполя l между собой, т. е. уменьшают его электрический момент. Пока адсорбировано немного атомов, это деполяризующее влияние относительно слабо, но при увеличении плотности покрытия оно увеличивается и, начиная с некоторой плотности, добавление новых атомов уже не увеличивает, а уменьшает средний момент дипольного слоя и работа выхода начинает увеличиваться.

4. Технические термоэлектронные пленочные катоды.

В технических термоэлектронных пленочных катодах во время работы сохраняется степень покрытия, близкая к оптимальной. Это возможно, либо если пленка испаряется чрезвычайно медленно, либо если происходит замена испарившихся атомов новыми и притом так, что степень покрытия все время остается близкой к оптимальной. Кроме того, нанесение и возобновление пленки, всегда связанное с нагреванием катода, во избежание окисления должны производиться в вакууме.

На практике применяют два способа. В ионных приборах можно использовать осаждение атомов покрытия из пара; этот способ применяется в пленочных W — Cs-катадах для разрядных трубок с парами цезия. В этих трубках температурный режим подбирается таким образом, чтобы в трубке всегда поддерживалась достаточная плотность паров Cs. При этом испарившийся с катода Cs компенсируется конденсацией Cs из пара. Но для других покрытий этот метод неприменим, так как достаточная плотность паров получается при слишком высокой температуре, например, для пленки Ва требуется около 600°C .

В высоковакуумных приборах для нанесения и возобновления пленки используется диффузия атомов покрытия изнутри катода на его поверхность. Как диффузия на поверхность, так и испарение атомов пленки с поверхности зависят от температуры, но в различной степени и в одном интервале температур преобладает диффузия, а в другом испарение. В первом случае пленка будет нарастать, а во втором — уменьшаться и исчезать.

В термоэлектронном катоде нужно добиться равновесия между диффузией и испарением при степени покрытия, близкой к оптимальной, и температуре, которой соответствует достаточно большая эмиссия. Эту задачу удалось решить для катодов с пленками Th и Ва.

В катодах из торированного вольфрама (W — Th), известных с 1916 г. (Ленгмюр), запасы тория в виде его окиси вносятся в вольфрам при выплавке. Торированный вольфрам изготавливается в виде тонких проволок и применяется подобно чистому вольфраму для прямокальных катодов.

Процесс обработки W — Th-катада сводится к следующим операциям:

1) Кратковременно прокаливают при температуре $2600 - 2800^\circ\text{K}$ вольфрамовую нить, содержащую окись тория. При этом восстанавливается часть окиси тория.

2) Дают длительный прогрев при температуре $2000 - 2300^\circ\text{K}$. Во время этой операции диффузия преобладает над испарением и на поверхности образуется одноатомная пленка тория, которая и понижает работу выхода.

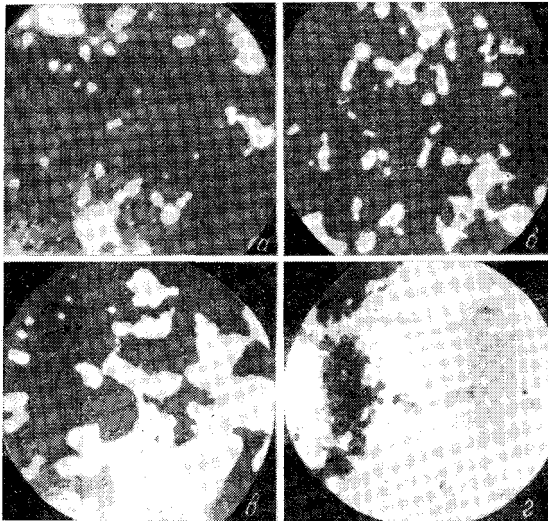


Рис. 126: Электронно оптические снимки эмиссии W—Th-катода при 25-кратном увеличении. *a*—появление ториевых островков после прогрева при $2900^{\circ} K$ в течение 30 сек; *b*—*г*—«расползание» пленки Th во время активирования при $2000^{\circ} K$ в течение 60 минут.

Наименьшее значение работы выхода достигает $2,63 \text{ эв}$ при $[\overline{D}Ae^{-\alpha/k}] \text{ а/см}^2$. град². Эта операция называется активированием нити и выполняется в вакууме с катодом, вмонтированным в прибор. При температурах $2300 - 2600^{\circ} K$ скорость испарения превышает скорость образования пленки, пленка постепенно исчезает и нить дезактивируется. Если, как это бывает при случайных перекалах проволоки, запасы Th внутри нее не исчерпаны, то операцию активирования можно повторить, восстановить пленку и вернуть катоду прежнюю эмиссионную способность. Процесс образования пленки в настоящее время изучен весьма детально благодаря электроннооптическим методам наблюдения эмиссии. Описание этих методов будет дано в параграфе об эмиссионной электронной микроскопии.

Оказалось, что торий диффундирует изнутри нити на поверхность только в некоторых местах, проходя между микрокристаллами вольфрама, так что на поверхности сначала образуются отдельные небольшие «островки» ториевой пленки. Атомы тория могут перемещаться по поверхности вольфрама на не занятые пленкой места. Это явление называется поверхностной миграцией. Вследствие миграции атомов тория пленка постепенно расплзается по поверхности вольфрама, образуя одноатомную пленку. Места «выхода тория» и процесс расплзания пленки хорошо видны на серии электронно-микроскопических фотоснимков (рис 126).

Рабочая температура W — Th-катода лежит в интервале $1800 - 2000^{\circ} K$. При этих температурах диффузия Th на поверхность и испарение малы и

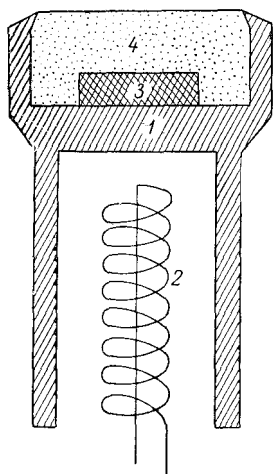


Рис. 127: Устройство металлогубчатого W—Ва-катода с плоской эмиттирующей поверхностью. 1—молибденовый корпус; 2—подогреватель; 3—таблетка (Ba, Sr) O; 4—пористый вольфрам.

почти компенсируют друг друга, эмиссионные свойства катода достаточно постоянны и вместе с тем достаточно велик эмиссионный ток. Более низкая по сравнению с чисто вольфрамовым катодом рабочая температура обуславливает меньшую мощность накала и, следовательно, большую экономичность катода, а так как испарение при рабочей температуре происходит очень медленно, то и можно получить достаточный срок службы при относительно ничтожных запасах Th, имеющихся в нити.

Вследствие этого W — Th-катод раньше часто применяли в приемно-усилительных лампах, откуда, однако, он в настоящее время совершенно вытеснен оксидным катодом. Но в генераторных лампах W — Th-катод до известной степени сохранил свои позиции, так как здесь при сильном нагреве сетки и анода получается дополнительный нагрев катода, и оксидный катод, более чувствительный к перегреву, оказывается в опасности.

Практически применяется в генераторных лампах карбидированный торированный вольфрам. При прокатке торированного вольфрама в парах углеводородного соединения (например, нафталина) в течение 20 — 30 минут вольфрам на значительную глубину насыщается углеродом и на поверхности образуется корка из карбида вольфрама. В карбиде восстановление окиси тория происходит при рабочей температуре и перекала для активирования не требуется. Карбидированный катод работает устойчивее при высоких напряжениях и допускает более высокую рабочую температуру. Его недостатком является большая хрупкость, особенно опасная в тонких нитях накала. В генераторных лампах этот недостаток играет меньшую роль, и поэтому карбидированный катод все еще довольно широко применяется в маломощных генераторных лампах непрерывного действия и в мощных

импульсных лампах.

Барий с поверхности вольфрама испаряется гораздо сильнее, чем торий, и при достаточно низкой температуре, когда нет заметного испарения, эмиссия ничтожно мала. Поэтому при рабочей температуре Ва сильно испаряется и в катоде должны быть созданы большие запасы Ва. Попытки осуществить W — Ва-катод делались уже давно (катоды газоразрядных приборов Волдыря и Полевого на заводе «Светлана» и Хелла в США), но только в 1950 г. Лемменсом был описан катод, пригодный для высоковакуумного прибора и известный под названием металлогубчатого катода или Л-катода. Катоды этого типа получили уже практическое применение.

Здесь мы опишем только принцип устройства на простом примере, отложив описание других конструкций и технических свойств до § 21. Сущность способа возобновления пленки можно понять из рис. 127. Эмигрирующая часть этого катода состоит из пористой вольфрамовой пластинки под которой в особой полости находится таблетка, содержащая Ва, обычно $(\text{Ва}, \text{Sr})\text{O}$ или сплав ВаВе. Запас Ва в таблетке может быть очень большим. При нагреве с помощью подогревателя, устроенного так же, как в других катодах косвенного накала, атомы Ва диффундируют через поры вольфрамовой «губки» на поверхность и компенсируют убыль от испарения. Разработаны и другие приемы создания запасов Ва в катоде.

Металлогубчатые и родственные им катоды отличаются высокой эффективностью и способностью давать эмиссионный ток большой плотности, но они пригодны только в приборах, где допустимо попадание испаряющегося Ва на другие электроды.

§ 17. Эмиссионная «пятнистость»

1. Экспериментальное исследование эмиссионных пятен.

В настоящее время можно считать твердо установленным, что поверхность всякого катода, и притом не только термоэлектронного, не однородна в отношении эмиссионных свойств. На каждом катоде существуют участки с различной работой выхода и, значит, с различной плотностью эмиссионного тока. Различие в плотности тока с отдельных участков термоэлектронного катода может, особенно при низких температурах, доходить до такой степени, что практически весь эмиссионный ток течет только через участки с наименьшей работой выхода. Это явление, заметное и у чистых металлов, но особенно резко выраженное у пленочных катодов, можно назвать «эмиссионной пятнистостью». Эмиссионная пятнистость должна наблюдаться также и у автоэлектронных и фотоэлектронных эмиттеров, так как и для этих случаев плотность тока эмиссии зависит от работы выхода. До сих пор, рассматривая эмиссионные явления, мы не учитывали пятнистости, хотя ее влияние может заметно сказаться на характеристиках электронных приборов. Остановимся сначала на опытных доказательствах существования эмиссионной пятнистости и ее происхождении.

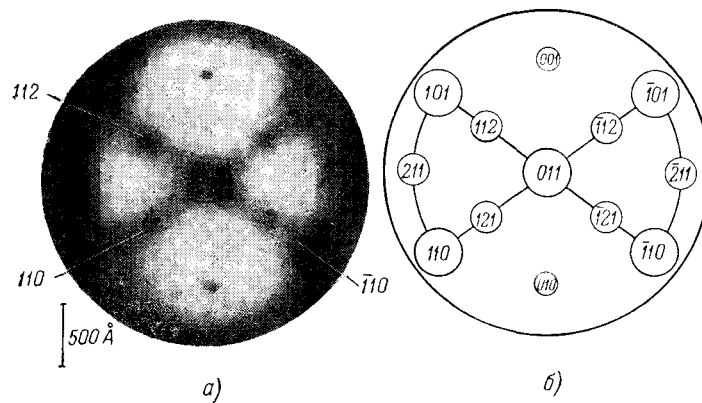


Рис. 128: Автоэлектронная эмиссия монокристалла вольфрама. Снимок получен в сферическом микроскопе-проекторе (см. § 33). Радиус кривизны острия проектора 1120 \AA , напряжение 3500 в , увеличение $420\,000$; *a*—фотография изображения на экране микроскопа; *b*—расположение кристаллических осей на поверхности кристалла.

Любой металлический катод — поликристалл, и на его поверхность входят самые различные грани микрокристаллов, ориентированных внутри металла вполне беспорядочно. После механической обработки, например протяжки, которой подвергаются вольфрамовые нити, ориентация микрокристаллов несколько упорядочивается, а именно значительная часть микрокристаллов ориентируется определенным образом по отношению к направлению протяжки, т. е. по отношению к оси проволоки. Влияние механической обработки на ориентацию микрокристаллов хорошо изучено в физике металлов.

При длительном прогреве проволоки при подходящей температуре происходит рост кристаллов, так что можно вырастить кристаллы вольфрама длиной в несколько сантиметров, занимающие все сечение проволоки и притом определенным, известным образом ориентированные по отношению к ее оси. Вольфрамовая проволока из поликристаллической делается монокристаллической, вернее, составленной из немногих крупных монокристаллов. На ее поверхности по различным радиальным направлениям будут выходить разные грани монокристалла вольфрама, и значит, измеряя плотность электронного тока по разным радиальным направлениям, можно исследовать эмиссию из разных граней. Такие измерения были проделаны Никольсом, показавшим, что работа выхода для различных граней кристалла вольфрама может отличаться на $0,3 \text{ эв}$, а по более поздним измерениям Смирнова и Шуппе — даже на 1 эв .

Чрезвычайно наглядные доказательства эмиссионной пятнистости были получены электроннооптическим путем на эмиссионном электронном микроскопе и электронном проекторе (ч. II, гл. 4, § 33). Электронномик-

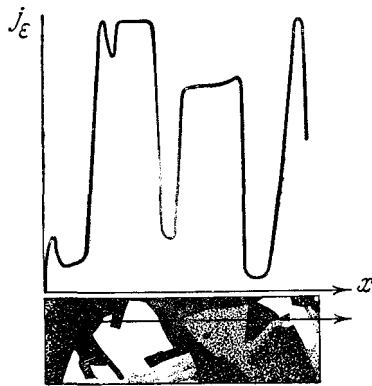


Рис. 129: Эмиссия пятен Ni — Ва-катода.

роскопические снимки, показывающие эмиссионную пятнистость как чисто металлических эмиттеров, так и пленочных катодов, даны на рис. 128 и 129.

На рис. 128 слева представлен снимок автоэлектронной эмиссии с монокристалла вольфрама, полученный на сферическом проекторе с увеличением в 420 000 раз, а справа на том же рисунке — расположение кристаллографических направлений на поверхности монокристалла. Направлениям [110] и [112], как это видно из снимка, соответствуют большая работа выхода и слабая эмиссия. Эмиссионная пятнистость пленочных катодов выражена резче, чем у чистых металлов. Размеры микросталлов металла относительно велики, и для обнаружения пятнистости пленочных катодов не требуется большого увеличения. Пятнистость W — Th-катода хорошо видна на рис. 126. Можно к электронномикроскопическому исследованию катода добавить измерение эмиссионного тока из отдельных его мест. На рис. 129 показан электронномикроскопический снимок термоэлектронного Ni — Ва-катода. В экране, на котором получалось изображение катода, было проделано небольшое отверстие и с помощью магнитного поля в отверстие направлялись электроны из различных мест катода, отмеченных на рис. 129 горизонтальной чертой. Ток электронов, прошедших через отверстие, измерялся, и таким образом, была получена мера плотности эмиссионного тока, соответствующая светлым и темным местам экрана. Результаты таких измерений представлены кривой в верхней части рисунка, прекрасно демонстрирующей резко выраженную эмиссионную пятнистость. Зная увеличение прибора, по снимкам эмиссионных пятен можно определить их размеры.

2. Эффективная работа выхода при наличии эмиссионных пятен.

Эмиссионная пятнистость тем заметнее, чем больше разность работ выхода в различных местах катода. На поверхности чистого вольфрама макси-

мальная разность работ выхода составляет 0,3 эв, а для W— Th-катода, по-видимому, из-за различной способности к адсорбции на разных гранях кристаллитов эта разница доходит до 1,9 эв (по измерениям Моргулиса и Дятловицкой). Отсюда следует, что все явления, связанные с эмиссионной пятнистостью у пленочных катодов, более резко выражены, чем у чисто металлических. Это подтверждают и электроннооптические исследования катодов.

Итак, эмиссионная пятнистость в той или иной степени свойственна всем эмиттерам и этим определяется большое научное и практическое значение этого явления. Однако неправильное распределение пятен эмиссии по поверхности сильно осложняет разработку теории. Поэтому мы проследим влияние пятнистости на упрощенном примере.

Пусть на поверхности термокатода имеются участки только с двумя значениями работы выхода: φ_{max} и φ_{min} ($\varphi_{max} > \varphi_{min}$), занимающие площади S_{max} и S_{min} . Токи с обеих частей катода равны

$$\begin{aligned} I_{min} &= S_{min}AT^2 \exp \left\{ -\frac{e\varphi_{min}}{kT} \right\}, \\ I_{max} &= S_{max}AT^2 \exp \left\{ -\frac{e\varphi_{max}}{kT} \right\}. \end{aligned}$$

Определим эффективную работу выхода термокатода $\bar{\varphi}$ с помощью соотношения

$$I = I_{max} + I_{min} = SAT^2 \exp \left\{ -\frac{e\bar{\varphi}}{kT} \right\}.$$

Отсюда после некоторых преобразований следует:

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} &= \varphi_{min} - \frac{kT}{e} \ln \left[\frac{S_{min} + S_{max} \exp \left\{ -\frac{e(\varphi_{max} - \varphi_{min})}{kT} \right\}}{S} \right] = \\ &= -\frac{kT}{e} \ln \left[\frac{S_{min}}{S} \exp \left(-\frac{e\varphi_{min}}{kT} \right) + \frac{S_{max}}{S} \exp \left(-\frac{e\varphi_{max}}{kT} \right) \right], \quad (17.1) \end{aligned}$$

что легко проверить подстановкой.

Формула (17.1) дает значение работы выхода термокатода, усредненное в соответствии с математическим выражением закона термоэлектронной эмиссии. Эффективная работа выхода оказывается зависящей от температуры, даже если φ_{max} и φ_{min} от температуры не зависят.

Под знаком \ln в формуле (17.1) стоит величина, меньшая единицы, и следовательно, $\bar{\varphi}$ можно представить в виде

$$\bar{\varphi} = \varphi_{min} + \alpha T,$$

где $\alpha > 0$; формула (17.2) почти совпадает с указанной ранее эмпирической формулой (§ 14), потому что α мало зависит от температуры. В § 14 было выяснено, что так как в выражение для эмиссионного тока входит

множитель $\exp(-\alpha/k)$, то при $\alpha > 0$ этим множителем можно объяснить неравенство $A_{\text{эксп}} < A_{\text{теор}}$. Из (17.1) следует, что чем больше $\varphi_{\text{max}} - \varphi_{\text{min}}$, тем больше α , тем больше, значит, должна получиться и разница между $A_{\text{теор}}$ и $A_{\text{эксп}}$. Для пленочных катодов, таких, как Th — W и т. д., так и получается; у них $A_{\text{эксп}}$ в несколько десятков раз меньше $A_{\text{теор}}$, и в то же время у них $\varphi_{\text{max}} - \varphi_{\text{min}}$ достигает гораздо больших значений, чем у чистых металлов.

Но ранее (§ 16) была указана и другая возможная причина большого различия между $A_{\text{эксп}}$ и $A_{\text{теор}}$ для пленочных катодов, а именно было указано на возможность образования «холма» на потенциальном барьере и на большой коэффициент отражения электронов от барьера такой формы. Вопрос нельзя считать окончательно решенным; нужно, однако, заметить, что одно явление отнюдь не исключает другого и возможно влияние обеих причин.

Средняя работа выхода $\bar{\varphi}$ характеризует весь эмиттер в целом по отношению к термоэлектронной эмиссии. Необходимость ввести среднюю работу выхода, характеризующую всю поверхность твердого тела, может встретиться и при изучении других явлений. Например, в конденсаторном методе величина найденной из опыта контактной разности потенциалов будет зависеть, очевидно, от среднего значения работы выхода по всей площади. Но эта средняя работа выхода не будет равна $\bar{\varphi}$.

Введем так называемую «среднеарифметическую по поверхности» работу выхода

$$\tilde{\varphi} = \frac{\varphi_1 S_1 + \varphi_2 S_2 + \varphi_3 S_3 + \dots}{S} = \frac{1}{S} \sum_i S_i \varphi_i,$$

где $S_1, S_2, \dots, \varphi_1, \varphi_2$ — площади пятен и соответствующие им работы выхода и S — полная поверхность. Если налицо только два рода пятен с работами выхода φ_{max} и φ_{min} , то

$$\tilde{\varphi} = \frac{\varphi_{\text{min}} S_{\text{min}} + \varphi_{\text{max}} S_{\text{max}}}{S}.$$

Вагнер и Гизе показали экспериментально, что работа выхода, вычисленная по контактной разности потенциалов, найденной по конденсаторному методу или описанному ниже (§ 33) методу смещения характеристики, равна $\tilde{\varphi}$. Нетрудно показать, исходя из (17.1), что $\bar{\varphi} \neq \tilde{\varphi}$, и только предельные их значения при $T \rightarrow \infty$ равны между собой. В отличие от $\bar{\varphi}$ величина $\tilde{\varphi}$ зависит от T только тогда, когда от T зависит φ_{max} или φ_{min} .

3. Поле пятен и его влияние на эффект Шоттки.

Поверхность «пятнистого» эмиттера состоит из участков с различной работой выхода, между которыми существует контактная разность потенциалов, создающая вблизи поверхности эмиттера электростатическое контактное поле. Это так называемое «поле пятен» простирается от поверхности

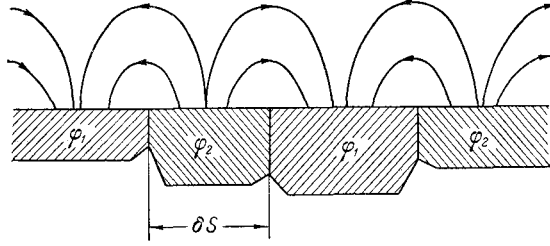


Рис. 130: Характер поля пятен.

эмиттера на расстояние порядка поперечных размеров пятен и может оказывать значительное влияние на движение электронов, во всяком случае для пленочных катодов. Рис. 130 передает характер поля пятен вблизи поверхности, на которой имеются микрокристаллы с работами выхода Φ_1 и Φ_2 . Величина напряженности поля пятен очень грубо, по порядку величины, может быть оценена по формуле

$$E_{\text{пятн}} \approx \frac{U_{\text{кн}}}{\delta S} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{e\delta S}, \quad (17.3)$$

где через δS обозначен поперечный размер пятен, а Φ_1 и Φ_2 — работы выхода двух соседних пятен. Есть все основания ожидать, что размеры пятен будут порядка размеров граней микрокристаллов, т. е. для обычного поликристаллического вольфрама порядка 10^{-4} см. Это подтверждается и электроннооптическими исследованиями катодов, где размеры пятен измеряются непосредственно. Поле пятен простирается на многие тысячи атомных диаметров от поверхности эмиттера, т. е. гораздо дальше поля сил изображения, спадающего практически до нуля при расстоянии 10^{-6} см.

Поле пятен накладывается на внешнее поле, создаваемое напряжениями, наложенными на электроды, и в какой-то степени изменяет вольт-амперные характеристики прибора. Рассмотрим, например, участок насыщения вольт-амперной характеристикой, изображенной в координатах $\lg j_a$, $\sqrt{U_a}$. Как было показано в § 15, этот участок вследствие уменьшения работы выхода в ускоряющем поле (эффект Шоттки) в координатах $\lg I_a$, $\sqrt{U_a}$ имеет вид наклонной прямой (рис. 114). Прямолинейная часть характеристики, называемая прямой Шоттки, поддается теоретическому расчету и получается на опыте для таких относительно однородных эмиттеров, как чистые металлы, у которых поле пятен слабо.

Для эмиттеров с резко выраженной пятнистостью прямая Шоттки будет получаться только при сильных внешних полях, когда

$$E_{\text{внеш}} \gg E_{\text{пятн}}, \quad (17.4)$$

так как только тогда работа сил поля пятен будет незначительна сравнительно с работой сил внешнего поля. При уменьшении внешнего поля отход характеристики от прямой Шоттки начнется раньше появления заметного

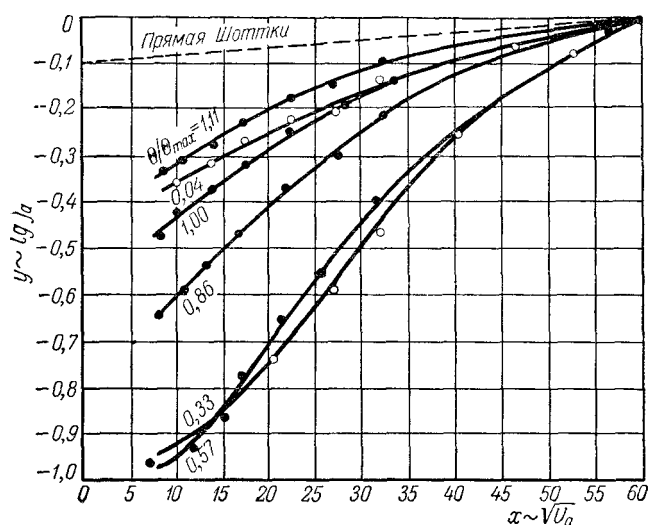


Рис. 131: Вольт-амперные характеристики W—Th-катода в области насыщения в координатах $\lg j_a$ и $\sqrt{U_a}$ при разных степенях покрытия.

пространственного заряда. Кроме того, отход должен быть тем больше, чем больше неоднородность поверхности, т. е. он должен быть наибольшим при относительной степени покрытия $\Theta/\Theta_{\max} = 0,5$ и меньше при Θ/Θ_{\max} , близком к нулю (почти вся поверхность — чистый металл) и близком к единице (почти вся поверхность покрыта пленкой). Это вполне подтверждается характеристиками для W — Th-катода, снятыми при различных степенях покрытия (рис. 131).

При экспериментальном определении констант эмиссии металлов методом прямой Ричардсона почти всегда осуществляется предельный случай $E_{\text{внеш}} \gg E_{\text{пятн}}$. Этим устраняются сомнения в законности описанного в /S/ 14 метода определения тока насыщения при нулевом поле на катоде с помощью экстраполяции прямой Шоттки. По вопросу о поле пятен см. [Л. 2.4, гл. 2].

§ 18. Оксидный катод и другие неметаллические термоэлектронные катоды

1. Техника изготовления и структура оксидного катода.

Оксидный катод (О. К.) в настоящее время почти монополюбно применяется в приемно-усилительных лампах, с. в. ч. лампах, электронных осциллографах и кинескопах и газоразрядных приборах с накаливаемым катодом. Такое широкое применение О. К. объясняется прежде всего тем, что он имеет работу выхода (1,0—1,2 эв) много меньшую, чем другие катоды.

Высокая эмиссионная способность окислов щелочноземельных металлов (BaO, SrO, CaO) была открыта в 1904 г. Венельтом. В последующие 15 — 20 лет О. К. были доведены до степени технической пригодности и уже в 20-х годах использовались в промышленных приборах. Построение теории О. К. встретилось, однако, с большими трудностями.

Причиной трудностей, вставших перед теорией О. К., была противоречивость экспериментальных сведений о его свойствах, возникавшая большей частью не из-за неточности эксперимента, а из-за сложности структуры О. К., существенные особенности которой выяснялись только постепенно, и из-за большого влияния даже ничтожных загрязнений на свойства катода. Другой причиной отставания теории было общее состояние теории твердого тела, в частности теории полупроводников. Квантовая теория металлов начала складываться только в 1928 — 1930 гг., а теория неметаллических кристаллов еще на 5 — 6 лет позднее. Понятно, что теория эмиссии О. К., в котором главную роль играет слой полупроводника, не могла быть построена до этого времени, и первые попытки ее построения (так называемая «теория островков бария», «теория барьерной пленки», «теория промежуточного слоя») оказались несостоятельными. В настоящее время физическую картину эмиссии О. К. можно считать в основных чертах выясненной, хотя теория все еще далека от завершения.

В окончательном виде О. К. представляет собой слой окиси щелочноземельных металлов (почти всегда применяется смешанный оксид, содержащий BaO и SrO), нанесенный либо на поверхность металлической проволоки или ленты (керна), накаливаемой током (прямокальные катоды), либо на kern, нагреваемый особым, изолированным от него подогревателем. Первой задачей является, таким образом, нанесение на металлический kern прочного, хорошо скрепленного с ним слоя оксида. Так как окислы щелочноземельных металлов на воздухе поглощают влагу и быстро разрыхляются, метод нанесения должен исключать продолжительное соприкосновение слоя оксида с воздухом. Это достигается тем, что оксидный слой получается в приборе, поставленном на откачку, т. е. уже в вакууме.

Ниже описаны два метода нанесения оксидного слоя. В дистилляционном методе барий возгоняется на предварительно окисленную поверхность катода, где при этом образуется слой BaO толщиной 1 — 3 μ , т. е. не меньше нескольких тысяч атомных слоев, откуда следует, что дистилляционный бариевый катод нельзя отнести к категории пленочных катодов, покрытых одноатомной пленкой Ba. Дистилляционный катод — это оксидный катод с тонким слоем оксида. Бариевый дистилляционный катод весьма экономичен и раньше часто применялся. Недостаток его состоит в том, что при возгонке барий попадает не только на катод, но и на другие электроды и понижает их работу выхода, что может привести к электронной эмиссии с этих электродов. Поэтому дистилляционный метод теперь почти не применяется.

По другому методу, теперь обычному в вакуумной технике, kern погружают в эмульсию, содержащую измельченные частицы наносимого вещества, или опрыскивают этой эмульсией. Этот процесс идет не в вакууме,

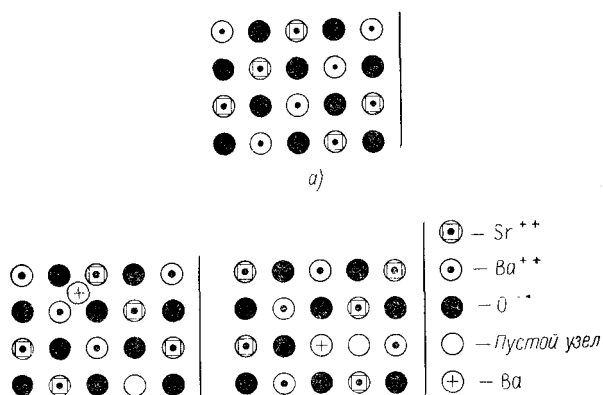
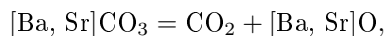


Рис. 132: Двумерная модель структуры оксида (Ba, Sr)O. *a*—неактивный оксид; *b*—оксид со свободным атомом Ba в междоузлии; *в*—активированный оксид с пустым кислородным узлом.

и поэтому нельзя наносить на керн непосредственно оксид. Исходным материалом служат соли щелочноземельных металлов, чаще всего карбонаты BaCO₃, SrCO₃, CaCO₃, стойкие при комнатной температуре, но распадающиеся с образованием оксидов при прокаливании. При этом, чтобы получить смешанный оксид, на керн наносят также смешанные карбонаты, например двойной карбонат (50 — 55% BaCO₃, 50 — 45% SrCO₃) или тройной карбонат (56% BaCO₃, 32% SrCO₃, 12% CsCO₃). В последнем случае получается оксидное покрытие с несколько худшими эмиссионными свойствами, но более прочное.

Измельченные кристаллы карбоната, смешанные со связующим веществом — биндером, наносятся на керн катода. После просушки такой катод может сохраняться долгое время. Катод монтируется в прибор, и дальнейшая его обработка ведется при непрерывной откачке в вакууме. Кратковременный сильный накал катода переводит карбонат в оксид по уравнению



освобождающаяся углекислота откачивается насосом. Смесь кристалликов BaO, SrO, получающаяся непосредственно после распада карбонатов, переходит при длительном нагревании в твердый раствор, т. е. в кристаллы, в решетке которых металлоидные узлы заняты кислородом, а металлические — ионами Ba и Sr, как это схематически изображено для смешанного оксида [Ba, Sr]O на рис. 132, *a*. В процессе обработки оксидное покрытие делается пористым, а поверхность его сильно шероховатой. Отдельные поры могут доходить до половины толщины покрытия, обычно лежащей в пределах 40 — 80 м. Кристаллики оксидного покрытия имеют размеры от 1 до 4 м.

Оксидный катод, изготовленный описанным способом, сначала практически не дает эмиссии, и его нужно активировать. Методы активирования

сначала были разработаны чисто эмпирически, и не было известно, чем отличаются неактивированные катоды от активированных; по внешнему виду те и другие совершенно одинаковы.

В настоящее время можно считать установленным, что катод активируется при появлении внутри ионной решетки оксида избыточных атомов щелочноземельного металла, т. е. при превращении оксида в электронный полупроводник. Следует заметить, что хорошим активатором, т. е. металлом, примесные атомы которого сообщают оксидному катоду высокую эмиссионную способность, является только Ва, так как оксиды без примеси Ва всегда эмиттируют плохо. Первое и притом прямое доказательство наличия свободного Ва в активированном катоде было дано в 1932 г. Т. П. Берденниковой в лаборатории завода «Светлана». Посредством химического анализа она показала, что в исследованных ею образцах было восстановлено от 0,2 до 0,5% общего числа атомов Ва. Такое количество Ва, сосредоточенное на поверхности, образовало бы пленку толщиной в несколько тысяч, атомных слоев, и поверхность эмиттировала бы как металлический Ва, работа выхода которого составляет около 2,5 эв, т. е. более чем вдвое превышает работу выхода О. К. Отсюда следует, что атомы свободного Ва распределены в толще оксида.

Появление свободного Ва в решетке ВаО (а также и в решетке смешанных оксидов) связано с образованием в решетке пустых кислородных узлов (§ 12). Вблизи пустого металлоидного узла в решетке ионного кристалла возможно закрепление электрона на локальном примесном уровне, лежащем ниже дна зоны проводимости. На рис. 132, в это положение упрощенно передано тем, что в одном из металлических узлов, соседних с пустым кислородным узлом, показан нейтральный «свободный» атом Ва.

Ионы кислорода могут вследствие теплового движения переходить в пустые кислородные узлы. Легко видеть, что такое перемещение можно себе представить как диффузию пустых кислородных узлов или, что то же самое, как диффузию свободных атомов Ва по решетке. Можно сказать, что процесс активирования сводится к частичному восстановлению Ва из ВаО и к распределению свободных атомов Ва по решетке оксида и на его поверхности. Активирование катода производится в уже смонтированном и поставленном на откачку приборе, поэтому восстановление Ва должно протекать за счет процессов внутри самого катода. Первым, широко применявшимся на практике способом активирования было электролитическое активирование. Оксидное покрытие представляет собой электронный полупроводник, но имеет также и небольшую ионную проводимость. Ионный ток, величину которого можно оценить по выделению продуктов электролиза, составляет в разных образцах от 0,005 до 0,4% [Л. 2.8] полного тока. Электролитическое активирование протекает следующим образом: катод накаливают и включают анодное напряжение; анодный ток проходит через покрытие, причем часть ионов кислорода, находящихся вблизи поверхности, удаляется в вакуум, оставляя в решетке пустые кислородные узлы (рис. 133). На них перемещаются ионы кислорода из глубины покрытия, и таким образом, пустые кислородные узлы оказываются продвинутыми в глубь решетки, а

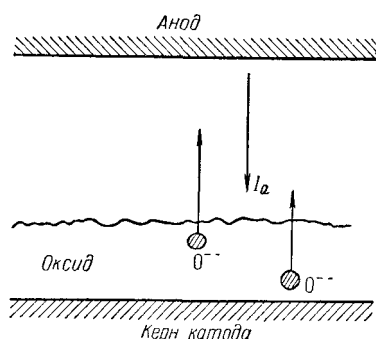


Рис. 133: Электролитическое перемещение ионов O^{2-} — при отборе анодного тока.

это, как уже указывалось, равносильно появлению свободного Ва.

Некоторое время назад считалось, что электролитическое активирование необходимо. По старой технологии изготовления оксидных катодов они нагревались на воздухе до постановки в прибор и восстанавливающие примеси, содержащиеся в керне, оказывались прочно связанными. Поэтому для таких «прокаленных» катодов электролитическое активирование было действительно необходимо. Но если в керне и отчасти в самом покрытии присутствуют примеси, способные восстанавливать Ва, и эти восстановители не окисляются в процессе подготовки катода, то электролитическое восстановление оказывается ненужным. Так обстоит дело в «непрокаленных» катодах, нагреваемых до высокой температуры только тогда, когда прибор поставлен на откачку, т. е. уже в вакууме.

Главную роль в восстановлении бария в катодах, изготавливаемых по современной технологии, играет реакция восстановления на границе между оксидом и керном, хотя некоторое значение имеет и восстановление оксида окисью углерода CO , которая образуется в небольшом количестве из углекислоты, выделяемой при распаде карбоната при высокой температуре.

Тот факт, что материал керна не безразличен для получения активированного оксида, был обнаружен уже давно. Например, платиноиридиевые керны оказались хуже кернов из никеля с добавкой кремния ($Ni+Si$). Это обстоятельство в свое время даже дало повод для выдвижения (теперь отброшенной) гипотезы образования эмиттирующего слоя на поверхности керна, играющего якобы главную роль в эмиссии оксидного катода.

В настоящее время процессы на границе керн — оксид в основном выяснены. Керн должен восстанавливать Ва, и значит, либо сам металл керна должен отнимать кислород у ВаО, либо для этого в керн должна быть добавлена подходящая примесь. В качестве примесей применяются Al, Ti и, чаще всего, Si. Кремний активно восстанавливает Ва, но после длительной работы катода на поверхности керна скапливается образующийся при реакции Va_2SiO_4 , присутствие которого ухудшает свойства катода.

Очень хорошими техническими свойствами обладает керн из вольфрама, покрытого Cu — Al-бронзой, разработанный Пархоменко и Ковальчик, где восстановление Ва происходит за счет Al. Выгодной оказывается и добавка к Ni-керну небольшого количества (4%) вольфрама, служащего восстановителем. Наконец, интерес представляет и керн из чистого Ni, где образующаяся при восстановлении окись NiO не является устойчивой, так что прослойка вовсе не образуется. К вопросу о роли прослойки в процессе эксплуатации катода мы вернемся ниже¹.

В результате восстановления Ва пустые кислородные узлы образуются вблизи поверхности керна, но ионы кислорода перемещаются на них из толщи покрытия и, таким образом, избыточный Ва распространяется по всему оксиду, вплоть до его поверхности, где, по-видимому, образуется одноатомная пленка Ва.

Итак, процесс активирования заключается в том, что слой оксида ВаО, смеси (Ва, Sr)О или смеси (Ва, Sr, Са)О превращается в примесный электронный полупроводник. При этом его электропроводность возрастает в десятки раз и обнаруживает зависимость от температуры, типичную для электронных полупроводников. Активатором во всех практически интересных случаях является Ва, т. е. повышение электропроводности и улучшение эмиссионных свойств связаны с появлением свободных атомов Ва и их распределением в толще оксида и на его поверхности. Поэтому мы не будем сначала касаться роли других щелочноземельных металлов, хотя наибольшее техническое применение имеют смешанные оксиды, в первую очередь (Ва, Sr)О.

2. Теория электронной эмиссии О. К.

Энергетический спектр ВаО, неактивированного и активированного, обладающего одним родом дефектов — донорами-атомами свободного Ва, изображен на рис. 134. В дальнейшем мы будем пользоваться обозначениями § 13.

Ширина зоны запрещенных уровней Q_0 для ВаО составляет, по данным оптических измерений, $3,8 - 4,8 \text{ эВ}^2$, так что можно считать $Q_0 \gg Q$ и не учитывать электронов, перешедших в зону проводимости из заполненной зоны. Электронный газ состоит практически только из электронов, перешедших в зону проводимости с донорных уровней, и его концентрация (формула (13.14)) равна

$$n_{\sigma} = \frac{\sqrt{2}}{h} n_0^{\frac{1}{2}} (2\pi mkT)^{\frac{3}{4}} e^{-\frac{Q}{2kT}}. \quad (18.1)$$

¹Влияние различных примесей к керну на активирование и свойства катода многократно и тщательно изучалось. Разработаны способы изготовления «активных», «нормальных» и «пассивных» материалов для кернов [Л. 2.35].

²См. [Л. 2.13, стр.525]. В литературе для Q_0 указывались и значительно большие значения [Л. 2,3, стр. 151].

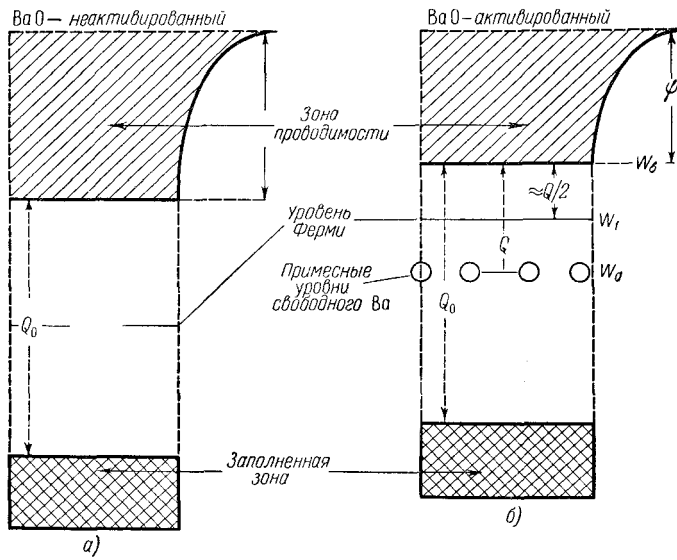


Рис. 134: Энергетический спектр неактивированного (а) и активированного (б) оксида бария; роста выхода Φ равна разности энергий электрона в вакууме и на уровне Ферми: $\Phi = \psi + (W_\sigma - W_f)$.

Эти электроны, находящиеся в невырожденном состоянии (в типичных случаях $n_\sigma = 10^{14} + 10^{15} \text{ 1/см}^3$), отделены от вакуума потенциальным барьером ψ . Теория термоэлектронной эмиссии невырожденного электронного газа через потенциальный барьер приводит (§ 14) к «старой» формуле Ричардсона, которую в обозначениях, принятых здесь, следует написать так:

$$j_\varepsilon = n_\varepsilon e \frac{k}{2\pi m} T^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{\psi}{kT}}. \quad (18.2)$$

Внося в (18.2) значение n_σ из (18.1), получим:

$$j_\varepsilon = \frac{2^{\frac{3}{4}} \pi^{\frac{1}{4}} e m^{\frac{1}{4}} k^{\frac{5}{4}}}{h^{\frac{3}{2}}} n_0^{\frac{1}{2}} T^{\frac{5}{4}} \exp \left[\frac{Q}{2} + \psi kT \right] = B n_0^{\frac{1}{2}} T^{\frac{5}{4}} \exp \left[-\frac{\frac{Q}{2} + \psi}{kT} \right], \quad (18.3)$$

$$B = \frac{2^{\frac{3}{4}} \pi^{\frac{1}{4}} e m^{\frac{1}{4}} k^{\frac{5}{4}}}{h^{\frac{3}{2}}} = 1,66 \cdot 10^{-6} \frac{a}{\text{см}^2 \cdot \text{град}^{3/5}}.$$

В формуле (18.3) не учтено отражения электронов. Учитывая отражение, нужно B заменить через $\bar{D}B$. Формула (18.3) была получена Т. П. Козляковской в 1934 г.

Уровень Ферми в электронном полупроводнике, энергетический спектр

которого изображен на рис. 134, б, вычисляется по формуле (/S/ 13)

$$W_f = \frac{W_\sigma + W_d}{2} - \frac{kT}{2} \ln \left[\frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{n_0 h^3} \right]. \quad (18.4)$$

Так как $Q = W_\sigma - W_d$, то (см. рис. 134, б)

$$\frac{Q}{2} = W_\sigma - W_f - \frac{kT}{2} \ln \left[\frac{2(2\pi mkT)^{3/2}}{n_0 h^3} \right].$$

Подставляя это выражение для $\frac{Q}{2}$ в (18.3), после алгебраических преобразований получим:

$$j_\varepsilon \frac{4\pi mk^2 e}{h^3} T^2 \exp \left[-\frac{(W_\sigma - W_f) + \psi}{kT} \right] = AT^2 e^{-\frac{\Phi}{kT}}, \quad (18.5a)$$

где

$$A = \frac{4\pi mk^2 e}{h^3} = 120 \frac{a}{\text{см}^2 \cdot \text{град}^2} \quad (18.6)$$

равно постоянной в формуле Ричардсона — Дешмана для металлов и Φ — опять-таки, как в формуле для металлов, разность энергий электрона в вакууме и на уровне Ферми в полупроводнике. Таким образом, формулу термоэлектронной эмиссии для полупроводника можно записать совершенно в том же виде, как для металлов. С поправкой на отражение электронов (18.5a) следует писать в виде

$$j_\varepsilon = \overline{D} AT^2 e^{-\frac{\Phi}{kT}}. \quad (18.5b)$$

Следует отметить, что выражения (18.5), выведенные здесь для частного случая полупроводника, спектр которого представлен на рис. 134, б, справедливы и для полупроводников с иной структурой энергетического спектра, в то время как формула (18.3) верна только для этого частного случая. Поэтому с точки зрения теории формуле (18.5) следует отдавать предпочтение. Практически же при проверке формул эмиссии оксидных катодов как зависимость $\ln I_\varepsilon/T^2$ от $1/T$, так и $\ln I_\varepsilon/T^{\frac{5}{4}}$ от $1/T$ получаются прямолинейными, и поэтому любой из этих графиков называют прямой Ричардсона (см., например, [Л. 2.8, рис. 3,15 и 19]). Это значит, что в пределах температур и токов эмиссии, доступных измерением для нормального активированного О. К., уровень Ферми заметно не смещается и остается примерно посередине между донорными уровнями и дном зоны проводимости, так что $Q/2 \approx W_\sigma - W_f$. Необходимо указать, что измерение прямых Ричардсона для О. К. сопряжено с гораздо большими трудностями, чем для металлических эмиттеров [Л.2.8; Л.2.9].

Работа выхода оксидного катода складывается из внешней работы выхода ψ и внутренней работы выхода, под которой подразумевается величина $Q/2$, если отдавать предпочтение формуле (18.3), или $(W_\sigma - W_f) = \zeta$, если

пользоваться общей формулой (18.5). Как уже указывалось, для нормального, прошедшего активирование катода разница между ζ и $Q/2$ невелика. Если же рассматривать катод, энергетический спектр которого существенно отличается от спектра, изображенного на рис. 134, б, то формула (18.3) к нему неприменима и нужно пользоваться общей формулой (18.5), подразумеваемая под работой выхода величину ζ .

Как установил Н. Д. Моргулис со своими сотрудниками и несколько позже Райт, в начале активирования энергетический спектр О. К. отличается от спектра, изображенного на рис. 134, б. Оказалось, что плохо активированный катод является дырочным полупроводником и, следовательно, обладает, наряду с донорными локальными уровнями, немногочисленными в начале активирования, также локальными акцепторными уровнями, расположенными вблизи потолка заполненной зоны. В этом состоянии внутренняя работа выхода О. К. велика, так как уровень Ферми W_f лежит между акцепторными уровнями и потолком заполненной зоны. Природа акцепторных примесей или дефектов решетки, играющих большую роль на начальной стадии активирования, пока неясна; концентрация их $n_A \approx 1,5 \cdot 10^{17} 1/\text{см}^3$. В начале активирования электроны с уровнем свободного Ва переходят не в зону проводимости, а на акцепторные уровни и только после заполнения последних, когда концентрация свободного Ва делается больше n_A , начинается заселение зоны проводимости электронами. На этой стадии активирования О. К. делается электронным полупроводником, уровень Ферми переходит в промежуток между донорными уровнями и дном проводимости, ζ резко уменьшается, и мы по существу приближаемся к упрощенной энергетической схеме О. К., изображенной на рис. 134, б, которую, таким образом, можно положить в основу теории активированного О. К., как это и было сделано выше.

Выше природа донорных уровней в О. К. связывалась со слабо связанными электронами, закрепленными вблизи пустых металлоидных (кислородных) узлов решетки. Дефекты решетки типа пустого металлоидного узла называются *F*-центрами. Недавно было высказано предположение, что избыточный Ва в О. К. может возникать не только путем образования *F*-центров. Это предположение основано на учете влияния акцепторных дефектов решетки О. К., существование которых на ранней стадии активирования доказано экспериментально [Л. 2.47].

Акцепторные дефекты, какова бы ни была их природа, захватывают электроны из заполненной зоны и заряжаются отрицательно. При высокой температуре активирования, когда ионы кислорода приобретают подвижность, они под действием электрического поля вытесняются из непосредственной близости к акцепторному дефекту и там образуется скопление атомов Ва, которое можно назвать коллоидальной частицей Ва. Этот процесс образования коллоидального Ва, протекающий относительно медленно, сходен с образованием коллоидального серебра в фотоэмульсии. Коллоидальный Ва может диффундировать в толщу оксида и на его поверхность по разрывам решетки в местах стыка микрокристалликов. Таким образом, с точки зрения гипотезы образования коллоидального Ва, в О. К.

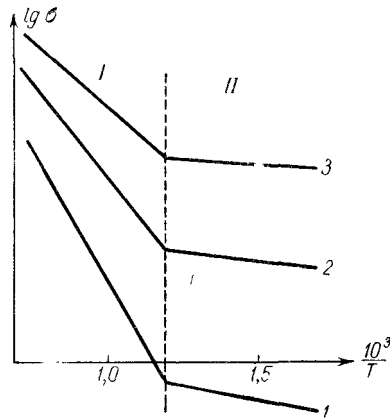


Рис. 135: Температурная зависимость электропроводности оксидного катода. Активирование улучшается от кривой 1 к 2.

есть два типа доноров: F -центры и коллоидальные частицы Ва. Теоретические расчеты авторов гипотезы показывают, что внутренняя работа для коллоидального Ва меньше. Следовательно, коллоидальный Ва должен играть главную роль в электронной эмиссии О. К., если только он составляет значительную часть избыточного Ва. Дальнейшие исследования должны показать, насколько правильна гипотеза, отводящая коллоидальному Ва главную роль в термоэлектронной эмиссии О. К.

Параллельно с уменьшением ξ и независимо от нее при активировании идет и уменьшение внешней работы выхода ψ , связанное, видимо, с образованием на поверхности О. К. одноатомной пленки Ва. На существование такой пленки указывает резкое падение эмиссии при бомбардировке катода ионами или вследствие поверхностного окисления, а также тот факт, что О. К. обладает четко выраженной эмиссионной пятнистостью, которую можно объяснить тем, что на его поверхность выходят различные грани кристалликов оксида, по-разному покрытых пленкой Ва и возможно неодинаково активированных³.

Прежде чем привести численные оценки величин ψ и ξ , следует упомянуть еще об одном обстоятельстве, не укладывающемся в рамки упрощенной теории О. К. Как известно (§ 13), для полупроводника электропроводность пропорциональна $\exp\left[-\frac{Q}{2kT}\right]$, в то время как плотность тока эмиссии расчет пропорционально $\exp\left[-\frac{Q+2\psi}{2kT}\right]$, т. е. наклон прямых $(\ln \sigma, 1/T)$ должен быть меньше наклона прямых Ричардсона $(\ln I_\epsilon/T^{\frac{5}{4}}, 1/T)$. Результаты измерений $\ln \sigma$ в зависимости от $1/T$ для О. К. в разной степени активи-

³По вопросу электроннооптического наблюдения пятнистости О. К. см. УФН, т. 59, № 2, 1956, стр. 367.

рования показаны на рис. 135. Из рисунка видно, что, во-первых, внутренняя работа выхода уменьшается с улучшением активирования и, во-вторых, можно выделить «высокотемпературную» область *I* и «низкотемпературную» область *II* с разными наклонами прямых ($\ln \sigma$, $1/T$), причем наклон прямых в области *I* такой же, как прямых Ричардсона, т. е. в этой области σ растет пропорционально $\exp \left[-\frac{Q + 2\psi}{2kT} \right]$. Наиболее вероятное объяснение этого факта основано на наличии пористой структуры. Между кристалликами оксида существуют поры, которые при накале катода заполняются эмиттированными электронами, своего рода «электронным газом», который обладает проводимостью, пропорциональной току эмиссии j_c и, значит, величине $\exp \left[-\frac{Q + 2\psi}{2kT} \right]$. Для тока в О. К. существуют два параллельных пути: по кристалликам оксида и по порам, заполненным электронным газом. При низких температурах (область *II*) проводимость пор мала и в этой области σ пропорционально $\exp \left[-\frac{Q}{2kT} \right]$, так что внутреннюю работу выхода $\xi \approx \frac{Q}{2}$ следует определить из наклона прямых в этой области. В области *I* преобладает проводимость через поры, которая, как это и получается на опыте, пропорциональна $\exp \left[-\frac{Q + \psi_i}{2kT} \right]$.

Значение работы выхода Φ для оксидного катода хорошо определяется из данных опыта. Для катодов в разных состояниях активирования для Φ и постоянной $A = (\bar{D}Bn_0^{1/2})$ получаются значения ВаО на Ni: $A = 0,087 \div 2,18$; $\Phi = 1,5 \div 1,8$ эв; (Ва, Sr)О на Ni: $A = 0,036 \div 0,16$; $\Phi = 1,06 - 1,24$ эв [Л. 2.9]. На эти цифры следует смотреть как на ориентировочные, так как они зависят от совершенства примененной технологии. Например, 30 лет назад для Φ получали 2,5 эв, в то время как в современных лампах $\Phi = 1,0 - 1,2$ эв и в будущем возможно дальнейшее понижение Φ . Что касается внутренней и внешней работы выхода, то здесь данные опыта менее определены. Пользуясь соображениями, изложенными в связи с рис. 135, находят Q в зависимости от активирования в пределах $0,2 \div 0,7$ эв, и тогда, принимая $\Phi = 1,0$ эв и $Q = 0,2$ эв, получим $\psi = 0,9$ эв. Если не исходить из представления о проводимости оксида через поры, то получается для хорошо активированного катода $\xi \approx \frac{Q}{2} = 0,3$ эв, т. е. $\psi \approx 0,7$ эв при $\Phi = 1,0$ эв. Однако возможны случаи, когда внешняя работа выхода очень мала; это имеет место, по-видимому, для ВаО, покрытого пленкой Ва [Л.2.13].

Существенное влияние на поведение оксидного катода оказывает проникновение в его толщину электрического поля. Внутри металла электрическое поле не проникает вследствие полного его экранирования поверхностными зарядами, и для металла действующая на электрон сила изображения равна $e^2/4x^2$. В случае электрона над поверхностью диэлектрика этот последний поляризуется и сила, действующая на электрон, как можно показать, будет $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} \frac{e^2}{4x^2}$, где ε — диэлектрическая проницаемость. В случае

полупроводника экранирование не будет полным и силу, действующую на электрон, можно записать в виде

$$F = a \frac{e^2}{4x^2}, \quad (18.7)$$

где $\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1} < a < 1$. Из теории эффекта Шоттки (§ 15) следует, что в случае полупроводника понижение внешней работы выхода будет

$$\Delta\psi = a^{\frac{1}{2}} e^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}. \quad (18.8)$$

Проникновение поля внутрь полупроводника вызывает уменьшение и внутренней работы выхода ξ , и в результате этого ток при наличии ускоряющего поля оказывается равным

$$I = I_\varepsilon \exp \left[\frac{\Delta\psi + \Delta\xi}{kT} \right]. \quad (18.9)$$

Увеличение тока под действием поля может быть значительно большим, чем для металлов, в результате чего переход от участка пространственного заряда к участку насыщения на вольт-амперной характеристике в лампах с оксидным катодом делается гораздо менее определенным, чем в лампах с металлическим катодом. Неровность поверхности О. К. также оказывает влияние, сглаживающее резкость перехода к участку насыщения. Поле в углублениях слабее, чем на выступах, и пространственный заряд в них исчезает при больших анодных напряжениях. В итоге электронные лампы с О. К. не имеют на характеристике почти горизонтального участка. Теория эффекта Шоттки в О. К. была разработана Н. Д. Моргулисом.

До сих пор не было ничего сказано о роли Sr и Ca в смешанных оксидах. Смешанные оксиды, во-первых, более прочны. Во-вторых, смешанный оксид (Ba, Sr)O имеет меньшую работу выхода, чем BaO. Это связано с тем, что постоянная решетки твердого раствора (Ba, Sr)O меньше, чем постоянная решетки BaO, и значит, ее энергетический спектр имеет несколько иной вид.

Теория эмиссии из О. К. требует дальнейшей разработки, так как она не учитывает некоторые особенности реальных катодов, имеющие существенное значение. Оксидное покрытие электрически неоднородно. Это было показано впервые Н. Д. Моргулисом и его сотрудниками, которые исследовали распределение потенциала в толще покрытия во время отбора анодного тока, закладывая в оксид на разной глубине тонкие ленточки — зонды и измеряя напряжение между ними. Типичные результаты измерения показаны на рис. 136. Рисунок показывает, что вблизи поверхности зерна имеется скачок потенциала $U_{\text{кн}}$ или более крутое его спадание, чем в самом оксиде. Это происходит в так называемом приконтактном запирающем слое, возникающем в прослойке между зерном и оксидом и состоящем из продуктов реакции между ними. Кроме того, в приповерхностном слое оксида напряженность поля также больше, чем в остальном покрытии. Природа этого

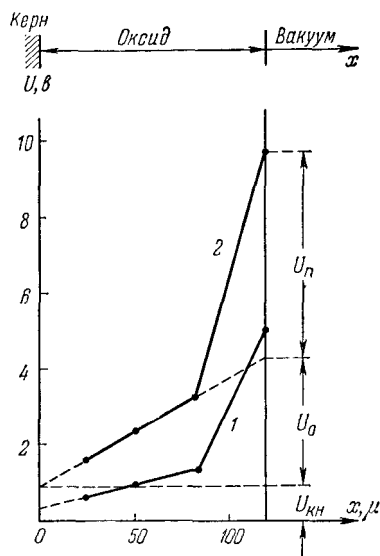


Рис. 136: Распределение потенциала в слое оксида. Для кривой 1 $I_a = 99$ ма, для кривой 2 $I_a = 180$ ма. Приконтактное падение потенциала в приповерхностном слое U_n показано для кривой 2.

приповерхностного запорного слоя пока не ясна, но несомненно, что он должен играть в эмиссии О. К. существенную роль, особенно тогда, когда в нем существует сильное электрическое поле.

3. Изменения структуры и свойств О. К. во время его работы.

Получением хорошо эмиттирующего покрытия еще не решается задача изготовления технически полноценного О. К. Катод должен сохранять свою эмиссионную способность на достаточно высоком уровне длительное время.

Опыт показывает, что в оксидном катоде в течение длительной работы всегда происходят изменения, постепенно ухудшающие эмиссионные свойства.

Экспериментально установлено, что с поверхности катода при рабочей температуре происходит испарение Ва и Sr, причем Ва испаряется значительно сильнее. В итоге во время работы лампы происходит непрерывное обеднение катода барием, захватывающее сначала приповерхностные слои покрытия, наиболее существенные для его эмиссионных свойств. На рис. 137 приведены кривые распределения SrO в толще О. К., первоначально состоявшего из смеси равных количеств ВаО и SrO.

Как видно из кривых, уже после 115 часов работы при $1150^\circ K$ верхний слой покрытия на глубину до $0,1 \mu$ на 90 и более процентов состоит

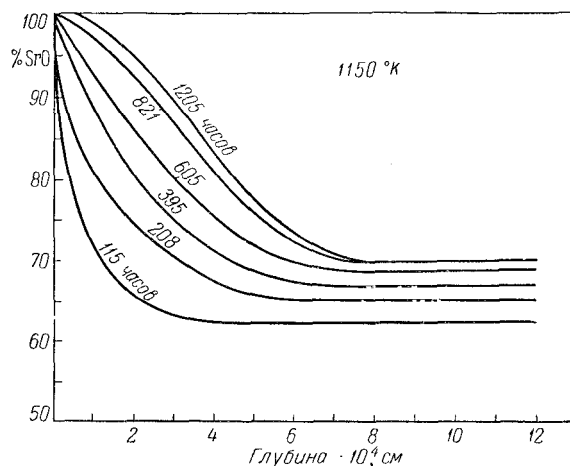


Рис. 137: Изменение состава приповерхностного слоя смешанного оксида (Ba, Sr)O во время работы.

из чистого оксида SrO, а после 1205 часов работы эта глубина возрастает до 3μ . Эти кривые, измеренные рентгенографическим способом, дают содержание SrO и BaO в основной решетке оксида, причем использовано то обстоятельство, что постоянная решетки твердого раствора (Ba, Sr)O зависит от относительного содержания обеих компонент и меняется от $5,53 \text{ \AA}$ для чистого SrO до $5,15 \text{ \AA}$ для чистого BaO. Так как активатором в О. К. служит Ba, то следует заключить, что потеря Ba является причиной уменьшения эмиссии, в конечном счете, ниже допустимого предела и, значит, срок службы катода, если не возникает каких-либо особых обстоятельств (вроде перегорания подогревателя и т. д.), определяется запасами Ba в покрытии и темпами его расходования. При этом структура катода должна оставаться такой, чтобы не возникало препятствий для образования свободного Ba и его диффузии. В катоде, изготовленном по правильной технологии, работающем в нормальных условиях, устанавливается равновесие между количеством испаряющегося и вновь появляющегося свободного Ba. Количество свободного Ba в техническом О. К. при температуре 1000°K составляет около 0,2%. Некоторую роль в восстановлении Ba во время работы катода играет электролитическое восстановление анодным током, но его действие, в общем, недостаточно и реакция восстановления между BaO и примесями к керну или его основным металлом, использованная при активировании, должна продолжаться и во время работы катода. Эта реакция, необходимая для работы катода, может влиять на свойства катода в невыгодном направлении.

Рассмотрим, например, часто применяемый О. К. на керне из кремни-

стого никеля. На поверхности керна идет реакция



Ba_2SiO_4 — полупроводник с проводимостью, на 3 — 4 порядка меньшей чем проводимость основного оксида. Он откладывается на керне и образует прослойку (приконтактный запорный слой). Существование прослойки было установлено и при других восстанавливающих примесях к керну (Al, Ti). Во время работы лампы толщина прослойки растет; например, для прослойки Ba_2SiO_4 на керне из Ni с добавкой 4% Si было найдено, что при $T = 1150^\circ \text{K}$ через 50 часов прослойка имела толщину 19μ , а через 100 часов 22μ .

Существование плохо проводящей прослойки осложняет работу лампы. В анодную цепь лампы прослойка, оксид и междуэлектродное пространство катод—анод включены последовательно, и анодное напряжение распределяется между ними пропорционально их сопротивлениям. Сопротивление оксидного покрытия невелико, и падение напряжения в нем ничтожно, но падение напряжения в прослойке при больших плотностях тока может достигать сотен вольт. Напряжение между поверхностью катода и анодом уменьшается, и вольт-амперная характеристика идет ниже, чем того требует закон трех вторых. Можно сказать, что величина анодного тока ограничивается падением напряжения в прослойке.

Другим осложнением является нагрев покрытия анодным током, который выделяет наибольшее количество тепла в высокоомной прослойке. Сопротивление оксидного слоя анодному току равно обычно несколько ом на кв. сантиметр. При плотности тока $0,1 \text{ a/cm}^2$ в оксидном покрытии будет выделяться мощность $0,1 \text{ вт/cm}^2$, если принять сопротивление 1 см^2 слоя равным даже 10 ом . Но прослойка, несмотря на ее меньшую толщину, может иметь сопротивление, в 20 — 30 раз большее, т. е. там выделится до 3 вт/cm^2 , — это уже близко к мощности, нужной для нормального накала катода. Катод в некоторых местах, особенно в тех, через которые вследствие эмиссионной пятнистости идет наиболее сильный ток, окажется перекаленным и может выйти из строя. Явление местного перегрева (один из видов искрения катода) ограничивает наибольший возможный эмиссионный ток. Прослойка может в некоторых отношениях играть положительную роль. Так, прослойка, содержащая медь, образующаяся на кернах из бронзированного вольфрама, имеет малую излучательную способность и, следовательно, повышает экономичность катода.

На керне из чистого Ni прослойка практически не образуется, так как образующаяся при активировании окись NiO оказывается малоустойчивой. Катоды с керном из чистого Ni менее активно восстанавливают Ba, но тем не менее от них удается добиться нормальной эмиссии. Сопротивление слоя оксида вследствие отсутствия запорного приконтактного слоя остается малым, и с такого катода можно снимать эмиссионный ток большой плотности. Отмеченный в литературе [Л. 2.20; Л. 2.12] О.К., дававший 19 a/cm^2 в непрерывном режиме, видимо, принадлежит к катодам, лишенным прослойки. Если бы этот катод имел прослойку с сопротивлением порядка 3

$\text{ом}/\text{см}^2$, то при токе в $19 \text{ а}/\text{см}^2$ в ней выделялась бы мощность $1 \text{ кВт}/\text{см}^2$, что в 200 раз превышает мощность, которую нужно затрачивать на накал катода. Для этого катода Н. Д. Моргулис подсчитал коэффициент полезной отдачи

$$\beta = \frac{P_e}{P_e + P_t + P_p}, \quad (18.10)$$

где $P_e = I \left(\varphi + \frac{2kT}{e} \right)$ — мощность, перешедшая к эмитированным электронам, P_t и P_p — мощности, потерянные соответственно на теплоотдачу и на излучение. Оказалось, что $\beta = 42 \%$.

Таким образом, катод на керне из чистого Ni позволяет получить высокую эмиссию. Но, с другой стороны, с такими катодами приходится работать очень осторожно, тщательно обезгаживая все металлические части лампы, во избежание отравления оксида кислородом.

Отравлением катода называют временное снижение эмиссии или окончательную ее потерю до окончания нормального срока службы, определяемого истощением запасов Ва или нарушением образования свободного Ва и его диффузии. Так как эмиссия прежде всего зависит от распределения свободного Ва внутри покрытия и на его поверхности, то бомбардировка катода атомами вещества, способного связывать Ва, вызовет падение эмиссии, т. е. отравление катода. Наиболее часто встречается «отравление» кислородом, который, во-первых, может оказаться в приборе в значительном количестве при нарушении технологии откачки и, во-вторых, выделяется из деталей прибора и из самого катода во время работы. Однако если в катоде имеется еще много Ва и не произошло ничего, что препятствовало бы образованию свободного Ва и его диффузии, то эмиссию можно восстановить повторным активированием. Но при больших количествах «отравляющего» газа восстановить эмиссию не удастся.

Помимо описанного химического отравления существует явление «самоотравления» катода или «отравления» анодным током, исчезающее само собой без повторного активирования. Явление это заключается в следующем: в течение нескольких минут после включения анодного напряжения в лампе с оксидным катодом наблюдается падение анодного тока, который в конце концов стабилизируется на более низком уровне. Величина падения может достигать 50% от начального значения. После прекращения анодного тока эмиссионная способность катода сама собой восстанавливается в течение нескольких минут.

Типичные кривые зависимости анодного тока от времени представлены на рис. 138. В левой части рисунка даны кривые спадания тока T_a при постоянном анодном напряжении; в опытах с восстановлением эмиссии (правая часть рисунка) анодное напряжение включается только на короткое время, необходимое для замера тока. Из каждой кривой спадания можно найти начальный ток I_0 и ток I_∞ , установившийся после стабилизации.

Зависимость тока I_a от времени можно выразить эмпирической форму-

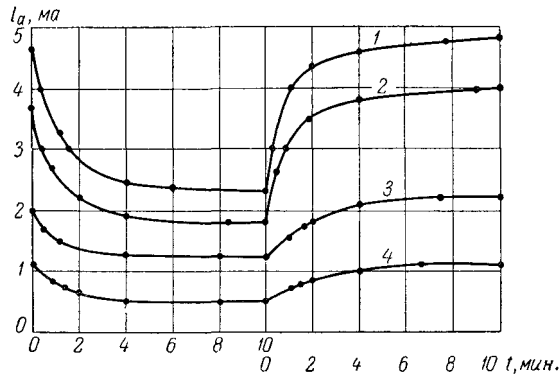


Рис. 138: Спадание и нарастание тока насыщения со временем в статическом режиме. 1— $T = 715^\circ \text{K}$; 2— $T = 700^\circ \text{K}$; 3— $T = 660^\circ \text{K}$; 4— $T = 625^\circ \text{K}$; (по С. В. Птицыну).

лой:

$$I_a = I_\infty + (I_0 - I_\infty) e^{-\alpha t}, \quad (18.11)$$

где a — коэффициент, зависящий от температуры катода. Выражение (18.11) является решением дифференциального уравнения

$$\frac{dI_a}{dt} = -aI_a + b, \quad (18.12)$$

где

$$\frac{b}{a} = I_\infty, \quad (18.13)$$

так как при $t \rightarrow \infty$ $\frac{dI_a}{dt} \rightarrow 0$, а $I_a \rightarrow I_\infty$. Уравнение (18.12) показывает, что изменение эмиссии dI_a/dt контролируется, с одной стороны, фактором $-aI_a$, уменьшающим эмиссию и пропорциональным эмиссии I_a , с другой, независимым от нее фактором b , вызывающим возрастание I_a . Первый процесс нужно понимать как связывание свободного Ва в приповерхностном слое оксида ионами кислорода, электролитически приходящими сюда из глубинных слоев. Этот процесс можно охарактеризовать как электролитический отвод свободного Ва от поверхности. Это и есть пропорциональное анодному току I_a самоотравление катода.

Явление, восстанавливающее эмиссию (член b в уравнении (18.12)), — это образование свободного Ва на границе зерна и его диффузия к поверхности. Этот процесс не зависит от тока I_a . В отсутствие анодного тока в поверхностном слое устанавливается равновесие между числом испаряющихся и приходящих изнутри атомов Ва, а при отборе анодного тока равновесное количество Ва в поверхностном слое меньше, так как к испарению присоединяется электролитический отвод Ва с поверхности. Этим и объясняется падение тока от I_0 до I_∞ .

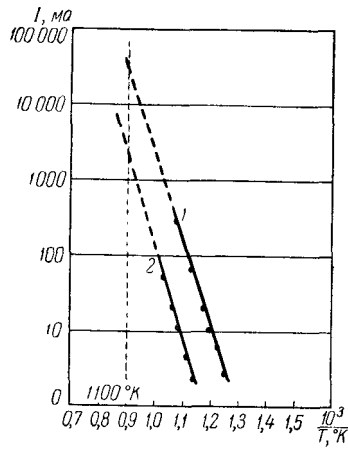


Рис. 139: Прямые Ричардсона. 1—для не отравленного оксидного катода; 2—для отравленного оксидного катода.

С. В. Птицын показал [Л. 2.8], что описанное явление медленного отравления может объясняться не одним только внутренним самоотравлением. Электроны, бомбардируя металлические части лампы, вызывают появление кислорода даже в нормально обезгаженной лампе. Например, следы окиси никеля, имеющиеся на поверхности никелевого анода, при бомбардировке электронами диссоциируют с выделением кислорода, попадающего в дальнейшем на катод. Это, своего рода внешнее отравление, однако, также пропорционально току I_a , и уравнения (18.11) и (18.12) остаются верными.

С изложенной выше точки зрения при отравлении работа выхода не должна меняться и уменьшение эмиссии происходит вследствие уменьшения n_0 (ср. (18.3)). Это подтверждается рис. 139, на котором воспроизведены две ричардсоновские прямые, измеренные для неотравленного 1 и отравленного 2 катодов. Наклон обеих прямых одинаков, чем и доказывается, что при «отравлении» Φ не меняется.

Для катода 1 (рис. 139) при вполне допустимой температуре $T = 1100^\circ K$ можно получить плотность эмиссионного тока, равную $30 \div 50 \text{ а/см}^2$.

Такие, и даже большие плотности тока (до 140 а/см^2) действительно получаются, но только в импульсном режиме. В импульсном режиме анодный ток протекает в течение короткого промежутка времени τ , после чего в течение гораздо большего времени T анодного тока нет. Отношение $\tau/\tau+T$ называется скважностью импульсного процесса; в радиолокационных устройствах τ измеряется обычно микросекундами, а $\frac{\tau}{\tau+T}$ — тысячными долями. Средняя сила тока в импульсном режиме гораздо меньше пикового значения тока; например, при токе в импульсе, равном 10 а/см^2 , и скважности $1/1000$ средний ток будет всего 10 ма/см^2 и тепло, выделяемое в покрытии катода, будет невелико. Но при попытке отобрать ток 10 а/см^2 в непре-

ривном режиме тепло, выделяемое в катоде, возрастет в 10^6 раз и катод мгновенно выйдет из строя. Тот факт, что в лампах массового производства не удается в непрерывном режиме получать токи плотности, большей $150 — 200 \text{ ма/см}^2$, объясняется прежде всего трудностями изготовления хорошо активирующегося катода с небольшим поперечным сопротивлением оксида, т. е. без высокоомной прослойки.

По установившемуся сейчас мнению природа эмиссии в импульсном режиме в основном та же, что и в непрерывном. Разница заключается прежде всего в том, что в импульсном режиме верхний предел эмиссионного тока определяется не нагреванием оксида анодным током, а иными явлениями, известными под общим названием искрения катода.

Вследствие эмиссионной пятнистости анодный ток течет главным образом через некоторые участки поверхности катода, разогревает их особенно сильно и тем самым еще более усиливает неоднородность эмиссии. В перегретых местах начинается сильное испарение и зажигается местный дуговой разряд, выжигающий кратер в катоде. Другое явление также называемое искрением, проявляется в сильных электрических полях. Сильное электрическое поле отрывает от шероховатой поверхности О. К. небольшие частицы и разрушает его. Это явление особенно опасно в импульсных магнетронах, работающих при высоких напряжениях. Оксидные катоды выдерживают воздействие сильных электрических полей хуже всех других катодов.

Хотя принципиальной разницы между импульсной и непрерывной эмиссией нет, на практике в импульсном режиме при больших плотностях тока могут обнаруживаться новые обстоятельства, оказывающие сильное влияние на поведение лампы, в особенности при наличии в катоде запорных слоев. В приповерхностный слой проникает сильное электрическое поле, которое, как уже было отмечено, влияет на эмиссию, а на вольт-амперных характеристиках вследствие большого падения напряжения на прослойке катода обнаружатся отступления от закона трех вторых.

При продолжительности импульса, превышающей несколько микросекунд, так же как и в непрерывном режиме, наблюдается падение эмиссии и ток устанавливается на новом более низком уровне через несколько десятков или даже сотен микросекунд. О природе этого «самоотравления в импульсном режиме» были высказаны различные предположения. С. В. Птицыным было указано, что падение эмиссии следует связать с охлаждением поверхности оксидного катода, происходящим вследствие быстрого «испарения» с нее большого количества электронов. По мнению других исследователей, принципиальной разницы между падением эмиссии в непрерывном и импульсном режимах нет (Эйзенштейн). Окончательного разрешения вопроса следует ждать от дальнейших исследований.

4. Другие неметаллические термоэлектронные катоды.

Технические недостатки оксидных бариевостронциевых катодов (нестойкость по отношению к отравлению и сильным электрическим полям, склонность к распылению в условиях ионной бомбардировки) послужили пово-

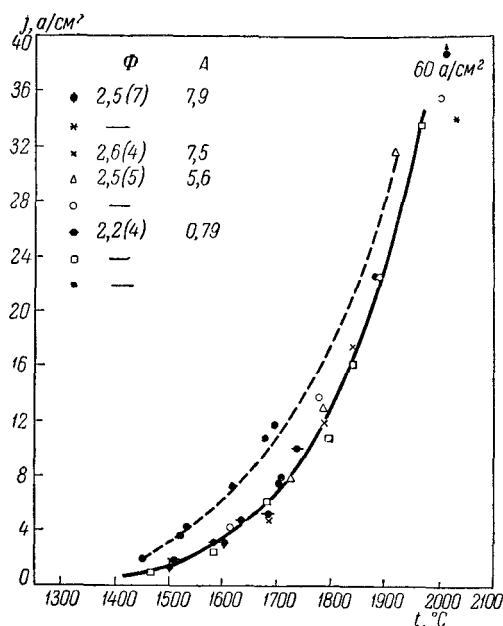


Рис. 140: Плотность эмиссионного тока с ThO_2 в зависимости от температуры по данным разных авторов. Сплошная кривая—легко достигаемая степень активирования; пунктирная кривая—трудно достигаемая степень активирования. На рисунке указаны значения постоянных эмиссий A и Φ по данным разных авторов.

дом для усиленных поисков эмиттеров, пригодных для их замены. В настоящее время еще нет технически пригодных эмиттеров с работой выхода столь же низкой, как у BaO или $(\text{Ba}, \text{Sr})\text{O}$. Пока найдены эмиттеры, значительно уступающие O.K. в отношении экономичности, хотя и превосходящие их в некоторых других отношениях.

Из них применение в промышленных электровакуумных приборах пока получил только ThO_2 [Л. 2.36].

На рис. 140 представлена плотность эмиссионного тока с ThO_2 в зависимости от температуры. ThO_2 можно наносить тонким слоем на металлическую (танталовую) ленту, подобно тому как это делают при изготовлении прямонакальных $(\text{Ba}, \text{Sr})\text{O}$ катодов. Более прочными являются катоды «керамические», изготовленные в виде полого цилиндра из ThO_2 и подвергнутые спеканию при высокой температуре. Эти катоды также прямонакальные. Работа выхода ThO_2 равна 2,5 — 2,6 эв. Рабочая температура 1600—1700° С и плотность тока при этом 3—6 a/cm^2 , безразлично в импульсном или непрерывном режиме. Высокая рабочая температура делает затруднительным изготовление на основе ThO_2 катодов с косвенным нагревом, так как температура подогревателя должна быть еще на несколько сотен гра-

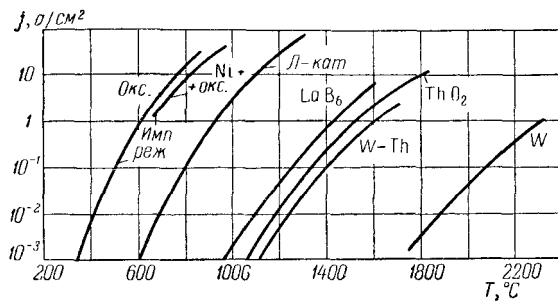


Рис. 141: Эмиссионные свойства разных термокатодов.

дусов выше. Катод на основе ThO_2 выходит из строя обычно только после разрушения слоя эмиттера. Эмиттер ThO_2 имеет полупроводниковую природу, и его необходимо активировать. Однако он активируется очень легко и для этого оказывается достаточно кратковременного прогрева до $1700\text{--}1800^\circ\text{C}$. В неактивированном состоянии работа выхода ThO_2 равна $4,3\text{ эв}$. Преимущество ThO_2 -катода: 1) большая по сравнению с $(\text{Ba}, \text{Sr})\text{O}$ стойкость к отравлению и воздействию электрических полей; 2) возможность изготовления катода не в вакууме и длительного хранения на воздухе; 3) одинаковая наибольшая плотность тока $j = 2,5\text{--}4\text{ а/см}^2$ как в импульсном, так и в непрерывном режимах. Катоды из ThO_2 , поэтому применяются в лампах, где нужна большая плотность эмиссии в непрерывном режиме и при высоком напряжении (американские телевизионные тетроды RCA8D2 и мощные лучевые тетроды GL-6019, магнетронные катоды).

Из большого числа других неметаллических эмиттеров укажем только на наилучшие: карбонат тория ThC_2 и борид лантана LaB_6 . Они пока еще недостаточно изучены. Некоторые их параметры приведены ниже в сводной таблице (см. табл. 12) основных свойств металлических, пленочных и неметаллических катодов. Зависимость плотности эмиссионного тока от температуры для различных эмиттеров представлена на рис. 141.

§ 19. Фотоэлектронная эмиссия металлов

1. Законы Столетова и Эйнштейна.

Если на поверхность какого-либо тела падает поток электромагнитного излучения, то он частью отражается и частью проникает внутрь тела и там поглощается. Следствием поглощения излучения может быть, во-первых, появление новых носителей тока — электронов в полосе проводимости и дырок в заполненной полосе (см. § 12), т. е. увеличение электропроводности. Это явление носит название фотопроводимости или внутреннего фотоэффекта. Внутренний фотоэффект совершенно незаметен в металлах, где и до облучения имеется очень много носителей тока, но в диэлектриках и

полупроводниках он может вполне ощутимо изменить электропроводность.

Во-вторых, при поглощении излучения в теле могут появиться электроны настолько большой энергии, что некоторые из них, дойдя до поверхности тела, преодолевают поверхностный барьер и оказываются эмиттированными. Это внешний фотоэффект или фотоэлектронная эмиссия. В настоящем параграфе описывается фотоэлектронная эмиссия металлов.

Фотоэлектронная эмиссия впервые была обнаружена Г. Герцем в 1887 г. при изучении воздействия ультрафиолетового излучения на электрический разряд. Однако Герц не занимался систематическим исследованием обнаруженного им явления. Фундамент наших знаний о фотоэлектронной эмиссии был создан прежде всего в работах А. Г. Столетова, а затем Эльстера и Гейтеля, Ленарда и А. Эйнштейна.

Уже на ранней стадии изучения фотоэлектронной эмиссии были экспериментально установлены два основных закона, привлечших к ней общее внимание и поставивших ее в то время, можно сказать, в особое положение. Эти законы можно сформулировать так:

1. Фотоэлектронный ток (в режиме насыщения) прямо пропорционален падающему на эмиттер потоку излучения (закон Столетова)
2. Максимальная энергия фотоэлектронов прямо пропорциональна частоте излучения и не зависит от его интенсивности (закон Эйнштейна).

Закон Столетова естественно объяснялся общепринятой тогда электромагнитной волновой теорией света. В самом деле, поскольку энергия поглощенного излучения пропорциональна энергии, падающей на эмиттер, а фотоэлектроны освобождаются за счет поглощенной эмиттером энергии, количество фотоэлектронов должно возрастать прямо пропорционально энергии потока падающего излучения.

Разобраться в физической сущности второго закона оказалось значительно труднее, и его теоретическое истолкование послужило началом пересмотра классических представлений о природе света.

Тот факт, что максимальная энергия фотоэлектронов зависит исключительно от частоты излучения, был установлен экспериментально Ленардом в 1899 г. А. Эйнштейн, введя в физику понятие о квантах света (фотонах), дал объяснение опытов Ленарда и математическую формулировку второго закона фотоэлектронной эмиссии.

Предположим, не касаясь совершенно механизма явления, что энергия потока фотонов поглощается таким образом, что энергия отдельного фотона $h\nu$ поглощается в конечном итоге одним из свободных электронов металла¹. Тогда на основании закона сохранения энергии можно написать для эмиттированного электрона

$$W + h\nu = A + \frac{mv^2}{2}, \quad (19.1)$$

¹За электронами, свободно перемещающимися внутри металла, здесь сохраняется название «свободные электроны», но они, разумеется, связаны с ионной решеткой металла и не являются в действительности вполне свободными, как электроны в вакууме.

где u — скорость электрона после эмиссии, W — энергия электрона в момент поглощения энергии $h\nu$ и A — работа, затраченная электроном при движении от места поглощения до вакуума.

Пусть температура металла $T = 0^\circ K$. Максимальной скоростью $u = u_{\max}$ после эмиссии будут обладать те электроны, которые в момент поглощения имели наибольшую возможную энергию W_f и находились в этот момент непосредственно вблизи поверхности, так что расходовали энергию только на преодоление поверхностного барьера W_a . Для этих электронов уравнение(19.1) примет вид

$$\frac{mu_{\max}^2}{2} = (W_f - W_a) + h\nu = h\nu - \Phi, \quad (19.2)$$

где Φ — работа выхода эмиттера. Это и есть закон Эйнштейна. При уменьшении ν мы приходим к граничной частоте ν_0 , при которой эмиссия прекращается, т. е. $u_{\max} = 0$. При всех частотах, меньших ν_0 , фотоэлектронная эмиссия (при $T = 0^\circ K$) отсутствует.

Граничная частота ν_0 определяется из уравнения

$$\nu_0 = \frac{\Phi}{h}, \quad (19.3a)$$

и граничная длина волны $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{ch}{\Phi}$. Если Φ выразить в электронвольтах, то

$$\lambda_0 = \frac{12\,300}{\Phi} \text{ \AA}. \quad (19.3b)$$

При $T = 0^\circ K$ в металле имеются электроны с энергиями, большими W_f . В этом случае, строго говоря, уравнения (19.2), (19.3a) и (19.3b) делаются неверными и граничной частоты ν_0 не существует. Однако в металле электронов с энергиями, большими W_f , относительно очень немного и, значит, электронов, скорости которых после эмиссии превышают u_{\max} (уравнение (19.2)), ничтожно мало. Уравнениями (19.2) и (19.3) поэтому можно пользоваться и при $T \neq 0^\circ K$, например при комнатной температуре.

Поскольку работа выхода Φ зависит от напряженности поля на катоде, частота ν_0 также должна изменяться с изменением поля. Как было показано (§ 15), при наличии на катоде поля напряженности E работа выхода равна

$$\Phi_E = \Phi - e^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}.$$

Значит, граничная частота при наличии поля будет

$$[\nu_0]_E = \frac{\Phi_E}{h} = \nu_0 - \frac{e^{\frac{3}{2}} E^{\frac{1}{2}}}{h}. \quad (19.4)$$

Формула (19.4) подтверждается на опыте для чистых металлов, но для металлов, покрытых пленками, и сложных фотокатодов наблюдаются большие отклонения от теоретической формулы. Отклонения объясняются, как в случае термоэлектронной эмиссии, неоднородностью поверхности эмиттера.

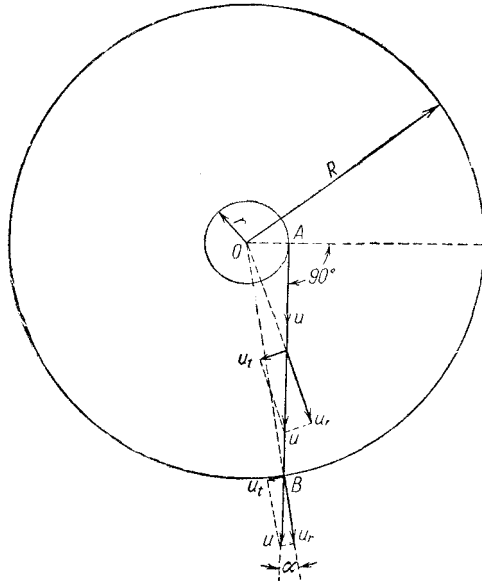


Рис. 142: К теории измерения распределения скоростей электронов в сферическом конденсаторе.

2. Экспериментальное исследование распределения энергии фотоэлектронов и проверка закона Эйнштейна.

Закон Эйнштейна, как показала экспериментальная проверка, строго выполняется для любых фотокатодов, в том числе и для сложных². Для металлов закон Эйнштейна впервые подтвердил на опыте Р. Милликен, но наибольшее точное исследование было выполнено П. И. Лукирским и С. С. Прилежаевым, которые применили метод тормозящего поля между сферическими электродами, ранее разработанный П. И. Лукирским.

Метод тормозящего поля между плоскими электродами был описан в § 14, и там было отмечено, что этим методом можно измерять распределение не полной энергии электронов, а только ее части $K_x = \frac{mu_x^2}{2}$, связанной со слагающей скорости u_x , параллельной полю. Энергии $mu_y^2/2$ и $mu_z^2/2$, связанные со слагающими u_y и u_z , перпендикулярными к полю, и не меняющиеся во время движения, в системе плоских электродов не измеряются.

Пусть в системе двух concentрических сферических электродов эмиттером служит внутренняя сфера (рис. 142). Рассмотрим электрон, вылетевший из точки A под прямым углом к радиусу OA, и предположим сначала, что напряжение между электродами отсутствует. Электрон движется

²Для сложных полупроводниковых фотокатодов, состояние электронов внутри которых отличается от состояния электронов в металлах, работа выхода имеет несколько иной смысл. Об этом ниже § 20.

с постоянной скоростью, и по мере приближения к наружному электроду радиальная составляющая скорости u_r растет, а составляющая, перпендикулярная к радиусу u_t , уменьшается, и в точке прибытия B

$$u_r = u \cos \alpha, \quad u_t = u \sin \alpha \approx u \frac{r}{R}. \quad (19.5)$$

Если между электродами приложено напряжение, то электрическое поле радиально и оно изменяет только u_r а u_t остается такой же, как в отсутствие поля. Значит, в точке прибытия тангенциального электрона энергия, связанная с составляющей u_t , равна

$$K_t = \frac{mu_t^2}{2} = \frac{mu^2}{2} \left(\frac{r}{R}\right)^2 = K \left(\frac{r}{R}\right)^2, \quad (19.6)$$

где K — полная энергия электрона. Формула (19. 6) дает часть полной энергии, которая не измеряется в методе тормозящего поля между сферическими электродами. Если $r \ll R$, то и, подавно, $K_t \ll K$, и измеряемая часть энергии равна

$$K_r = \frac{mu_r^2}{2} \approx \frac{mu^2}{2} = K, \quad (19.7)$$

т. е. при $r \ll R$ можно с большой степенью точности измерять распределения полных энергий электронов. Неизмеряемая часть энергии K_t будет наибольшей для электронов, начальная скорость которых направлена по касательной к поверхности эмиттера. Для всех других электронов ошибка будет еще меньше. Формула (19. 7) остается верной и для системы, в которой внутренняя сфера заменена несферическим электродом достаточно малого размера.

На рис. 143 сверху изображена схема опытов Лукирского и Прилежаева, а внизу на том же рисунке показаны результаты измерения вольт-амперных характеристик для меди при трех длинах волн. Из спектрально разложенного потока излучения выделяется монохроматический пучок лучей, который направляется на внутреннюю сферу. Ток (очень слабый) измеряется электрометром. Форму измеренных вольт-амперных характеристик истолковать нетрудно. Горизонтальный участок — это ток насыщения, текущий в ускоряющем поле. На рисунке масштаб выбран так, что ордината, изображающая ток насыщения для всех длин волн, одинакова. В точке, где начинается понижение кривых, происходит переход от ускоряющего поля к тормозящему, и в этой точке напряжение батареи компенсирует контактную разность потенциалов и истинное напряжение

$$U_{\text{ист}} = U_a = U_{\text{бат}} + U_{\text{кн}} = 0.$$

Для точек пересечения характеристик с осью абсцисс выполняется соотношение

$$eU_{\text{зап}} = \frac{mu_{\text{max}}^2}{2} = h\nu - \Phi_{\text{эм}}, \quad U_{\text{зап}} = \frac{h}{e}\nu - \Phi_{\text{эм}}\frac{1}{e} = \frac{h}{e}(\nu - \nu_0),$$

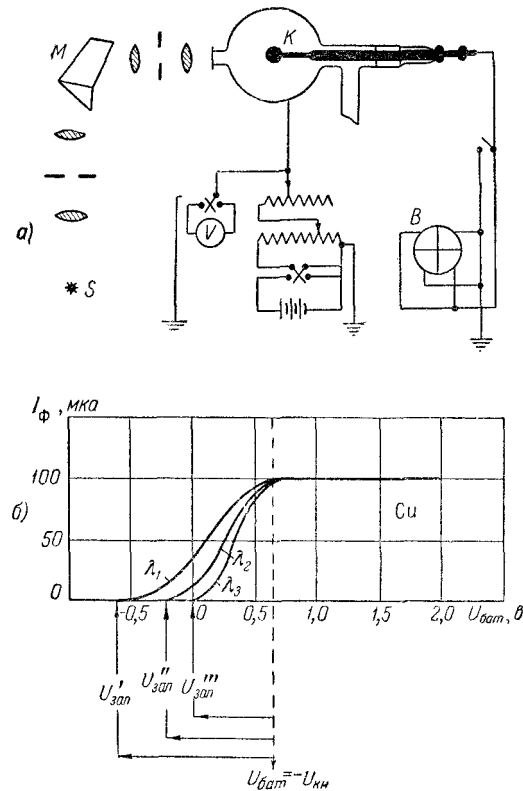


Рис. 143: *a*—измерение распределения скоростей фотоэлектронов методом сферического конденсатора (Лукирский и Прилежаев): *S*—источник света; *M*—призма монохроматора; *K*—фотокатод; *V*—вольтметр; *B*—электрометр, измеряющий фототок; *b*—результаты измерений для *Cu* и трех длин волн: I_{ϕ} —фототок; $U_{\text{бат}}$ —напряжение внешнего источника, поданное на коллектор.

где $U_{\text{зап}}$ — величина запирающего напряжения и $\Phi_{\text{эм}}$ — работа выхода эмиттера.

Таким образом, на основании закона Эйнштейна задерживающий потенциал, при котором ток прекращается, линейно зависит от частоты ν , причем по углу наклона прямой можно определить h (если e считать известным). На рис. 144 показаны прямые для *Al* и *Cu*, причем для h получается $6,61 \cdot 10^{-27}$ эрг · сек, т. е. превосходное подтверждение закона Эйнштейна.

Этот опыт доказывает также, что энергия фотона $h\nu$ в металле может переходить к одному из свободных электронов. В этом состоит особенность фотоэлектрического поглощения света в металлах.

Положение начала вольт-амперной характеристики, т. е. точка ее пересечения с осью абсцисс (рис. 143, *b*), не зависит от работы выхода металла-

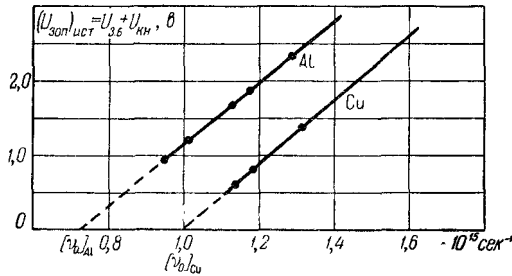


Рис. 144: Прямые $U_{\text{зат}} = \frac{h}{e}(\nu - \nu_0)$ для Al и Cu.

эмиттера. Если обозначить напряжение батареи, при котором I_a , через $U_{\text{зб}}$, то

$$(U_{\text{зат}})_{\text{ист}} = U_{\text{зб}} + U_{\text{кн}} = \frac{1}{e}h\nu - \frac{1}{e}\Phi_{\text{эм}},$$

или так как (формула (13.29))

$$U_{\text{кн}} = \frac{1}{e}(\Phi_{\text{а}} - \Phi_{\text{эм}}),$$

то

$$U_{\text{зб}} = \frac{1}{e}(h\nu - \Phi_{\text{а}}),$$

т.е. при заданной частоте ν и одном и том же металле коллектора-анода вольт-амперные характеристики для различных металлических эмиттеров начинаются из одной и той же точки на оси абсцисс.

Вольт-амперная характеристика на участке тормозящего поля представляет собой интегральную кривую распределения электронов по энергиям. В самом деле, абсциссы этой кривой в некотором масштабе равны энергии электрона, а анодный ток, отложенный по оси ординат:

$$I_a = e \int_{W_1 = eU_a}^{W_2 = W_{\text{max}} = eU_{\text{зат}}} dN_W,$$

где dN_W — число электронов с энергиями в интервале от W до $W + dW$. Анодный ток I_a , таким образом, пропорционален числу электронов, энергии которых превышают величину $W_1 = eU_a$. Кривая, выражающая связь между энергией W_1 и числом частиц, имеющих энергию, превышающую W_1 , называется интегральной кривой распределения (см. § III). Чтобы получить обычную кривую распределения, нужно продифференцировать графически интегральную кривую распределения. Это сделано на рис. 145 для интегральной кривой, измеренной при $\lambda = \lambda_1 = 2400 \text{ \AA}$ (рис. 143, б). Как видно, максимальные энергии фотоэлектронов для металла, даже при освещении ультрафиолетовым светом, только немного превышают 1 эв , а наиболее вероятная энергия, (максимум кривой), грубо говоря, вдвое меньше.

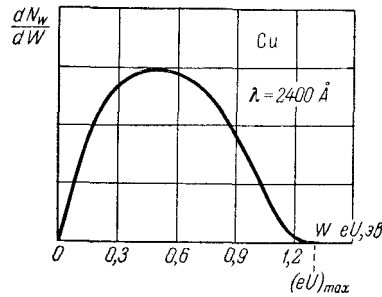


Рис. 145: Кривая распределения фотоэлектронов по энергиям для Cu при монохроматическом освещении ($\lambda = 2400 \text{ \AA}$).

3. Спектральные фотоэлектрические характеристики металлов. Влияние поляризации излучения.

Граничной частотой ν_0 определяется начало участка спектра, на протяжении которого наблюдается фотоэлектронная эмиссия. Важно также знать, как распределена фотоэлектрическая чувствительность на этом участке спектра.

Фотоэлектрической чувствительностью называется отношение фотоэлектронного тока насыщения к потоку излучения, падающему на эмиттер, или, что то же самое, отношение заряда эмиттированных фотоэлектронов к энергии излучения. Заряд можно измерять кулонами или числом электронов, а энергию — джоулями или числом квантов излучения. Значит, фотоэлектрическую чувствительность можно измерять в $\frac{\text{кулонах}}{\text{джоуль}} = \frac{\text{амперах}}{\text{ватт}}$ или $\frac{\text{электронов}}{\text{квант}}$. Чувствительность, выраженная в электронах на квант, называется квантовым выходом или квантовой чувствительностью. Если λ выразить в сантиметрах, то пересчет $\left(\frac{\text{электрон}}{\text{квант}}\right)$ можно сделать по формуле

$$1 \frac{\text{кулон}}{\text{джоуль}} = \frac{1,24 \cdot 10^{-4} \text{ электронов}}{\lambda \text{ квант}}.$$

Фотоэлектрическая чувствительность вычисляется по отношению к падающему на эмиттер излучению, что удобно для практических расчетов. Однако во многих случаях при изучении фотоэлектрических свойств вещества интересно знать чувствительность по отношению к поглощенному излучению. В этом случае должны быть известны оптические свойства исследуемого объекта.

Кривая, изображающая распределение фотоэлектрической чувствительности или квантовой чувствительности по спектру, называется спектральной характеристикой. В соотношение для перехода от кулонов/джоуль к электронам/квант входит длина волны. Поэтому форма спектральной характеристики несколько зависит от того, использована ли при ее построении

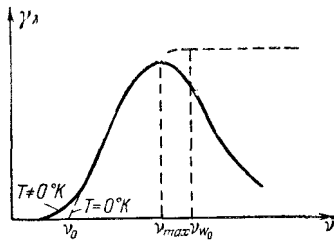


Рис. 146: К обсуждению формы спектральных характеристик металлов.

квантовая чувствительность, пропорциональная фототоку при постоянном числе фотонов, или фотоэлектрическая чувствительность, пропорциональная фототоку при постоянной энергии света. Однако характер кривых в обоих случаях одинаков. На практике при определении спектральной характеристики приходится из излучения с помощью подходящего спектрального прибора (монокроматора со щелью, набора фильтров и т. п.; см. рис. 143) выделять узкую часть с длинами волн, заключенными между λ и $\lambda + \Delta\lambda$, где $\Delta\lambda$ — малая величина.

Если при падении этого выделенного излучения на фотокатод, в данном случае металл, получается фототок ΔI , то фотоэлектрическая чувствительность для выделенной длины волны или спектральная чувствительность

$$\gamma_\lambda = \frac{\Delta I}{\Delta P} \left[\frac{a}{\text{см}} \right],$$

где ΔP — мощность выделенного потока излучения.

Рассмотрим, какой формы спектральной характеристики следует ожидать для металлов. Если $T = 0^\circ K$, то характеристика начинается при $\nu = \nu_0$, т.е. тогда, когда энергия фотона как раз достаточна для того, чтобы вырвать электрон с верхнего уровня W_f . При увеличении ν для вырывания электронов будут делаться доступными нижележащие уровни и эмиссия должна расти, но в замедляющемся темпе, так как густота уровней уменьшается по мере приближения ко дну потенциальной ямы металла и электронов на них находится меньше (§ IV). При $h\nu = W_a = h\nu_{W_a}$ для вырывания доступны уже все электроны зоны проводимости металла и, казалось бы, квантовая чувствительность должна перестать зависеть от частоты (пунктирная кривая на рис. 146). Однако в предшествовавшем рассуждении не была принята во внимание зависимость вероятности элементарного акта поглощения фотона от частоты. В квантовой физике доказывается, что эта вероятность уменьшается с частотой, откуда следует, что кривая квантовой чувствительности должна начать понижаться уже при частоте $\nu = \nu_{max}$, меньшей чем ν_{W_a} . Спектральная характеристика должна быть такой, как это показано на рис. 146. Если для эмиттера в некоторой части спектра наблюдается максимум спектральной характеристики, то говорят, что эмиттер обладает селективной (избирательной) фотоэлектронной

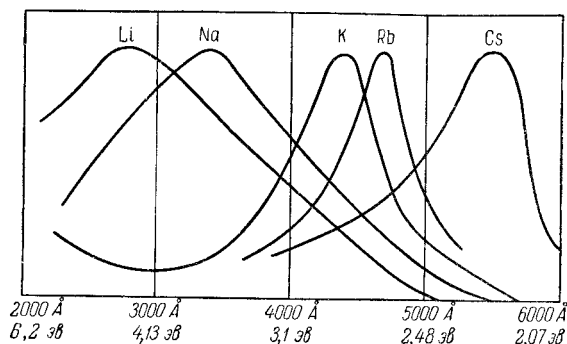


Рис. 147: Спектральные характеристики щелочных металлов. Максимальная фотоэлектрическая чувствительность для всех кривых на рисунке принята одинаковой.

Таблица 9:

Металл	$\lambda_{\max} = \frac{c}{\nu_{\max}}$ [Å]	$h\nu_{\max}$ [эВ]	$W_a = h\nu_{W_a}$ [эВ]
Li	2800	4,43	6,96
Na	3400	3,62	5,60
K	4400	2,82	4,28
Rb	4700	2,64	3,95
Cs	5500	2,26	3,41

эмиссией, а сами максимумы характеристик называют селективными максимумами. Из сказанного следует, что есть основание ожидать селективной фотоэмиссии для всех металлов.

На рис. 146 принято во внимание и влияние температуры. При частотах, много больших ν_0 влияние температуры не должно быть заметно, так как электронов с энергиями, большими W_f , гораздо меньше, чем электронов, оставшихся на прежних уровнях и доступных для вырывания излучением. Но при приближении к ν_0 количество электронов, которые могут принять участие в фотоэмиссии, делается все меньше, и электроны, переброшенные вследствие нагревания на высшие уровни, начинают играть заметную роль. Характеристика постепенно спадает при $\nu < \nu_0$, однако это касается только самого ее конца и, экстраполируя круто спадающую часть характеристики, можно с хорошей точностью найти ν_0 .

Селективные максимумы найдены уже давно Эльстером и Гейтелем для группы щелочных металлов. Положение максимумов показано на рис. 147 (величина максимума на всех кривых принята одинаковой) и в табл. 9.

Как видно, всегда $\nu_{\max} = \nu_{W_a}$ и для этой группы металлов наблюдается также совпадение в последовательности ν_{\max} и ν_{W_a} . Нижняя строка таблицы показывает, что максимум спектральной характеристики лежит в видимой части спектра только для Cs, Rb и K, а для всех других металлов

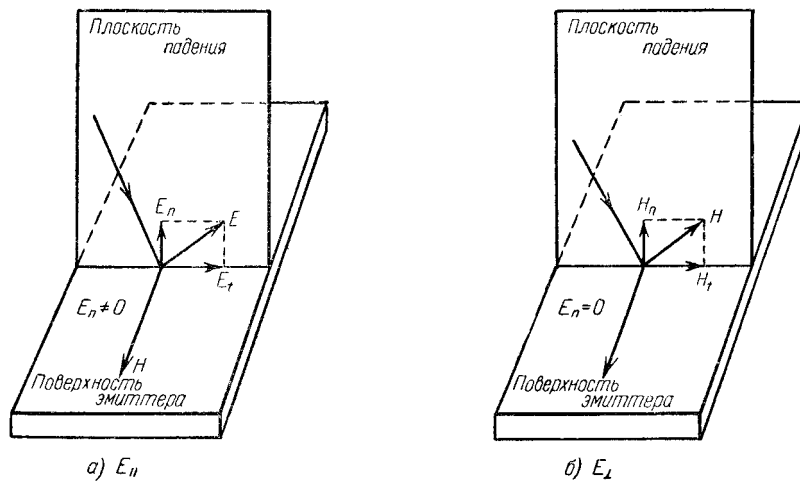


Рис. 148: Направление слагающих векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} волн, поляризованных в плоскости падения и перпендикулярно к плоскости падения.

он находится в ультрафиолетовой части спектра и для металлов с большой работой выхода максимум должен лежать даже в далеком ультрафиолете. Измерения в этой части спектра очень трудны вследствие сильного поглощения коротких ультрафиолетовых волн в воздухе, что заставляет измерения вести целиком в вакууме. Видимо, поэтому кроме щелочных металлов селективный максимум до самого последнего времени был обнаружен только у бария. Однако недавно селективный максимум был найден и у некоторых металлов с большой работой выхода (Mo, Ni, Ta, W); например, у Ni максимум лежал при $\lambda_0 = 640 \text{ \AA}$ с квантовым выходом в максимуме $1,5 \cdot 10^{-3}$ эв.

Опыт показывает, что фотоэмиссия зависит от поляризации света. Наиболее отчетливо влияние поляризации проявляется, если сравнивать спектральные характеристики, измеренные для света, наклонно падающего на вполне гладкую поверхность эмиттера в двух случаях: 1) свет поляризован так, что электрический вектор волны параллелен плоскости падения и, значит, дает слагающую, перпендикулярную к поверхности эмиттера (случай E_{\parallel} , рис. 148, а); 2) свет поляризован так, что электрический вектор перпендикулярен к плоскости падения и параллелен поверхности эмиттера (случай E_{\perp} , рис. 148, б). Спектральные характеристики в этих двух случаях, измеренные для жидкого сплава K и Na, т. е. для почти идеально гладкого эмиттера, изображены на рис. 149. Как видно, селективный максимум получается только для случая E_{\parallel} .

Экспериментальные данные относительно возможности селективной фотоэмиссии в случае E_{\perp} несколько противоречивы, но наиболее распространенным является мнение, что в этом случае ни для каких металлов селек-

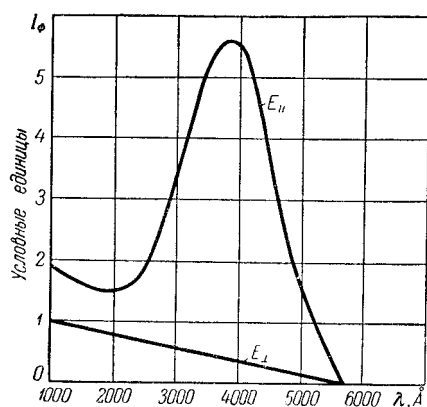


Рис. 149: Спектральные характеристики жидкого сплава Na и K. Характеристика для света E_{\parallel} показывает существование селективного максимума.

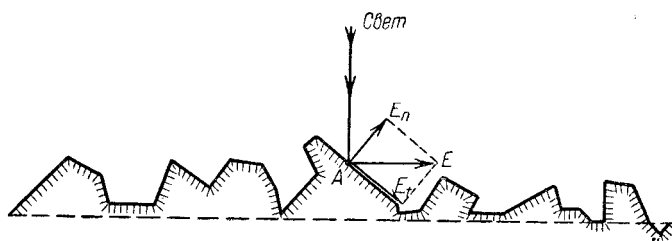


Рис. 150: К вопросу о селективной фотоэлектронной эмиссии с шероховатой поверхности.

тивная эмиссия не возникает.

Противоречивость является следствием экспериментальных трудностей. Необходимо экспериментировать с идеально гладкой поверхностью — в противном случае на эмиттере всегда найдутся места, где поле, параллельное макроскопической поверхности, дает слагающую, перпендикулярную к истинной поверхности, как это получается в точке A на рис. 150. Практически важно, что для неполяризованного света вследствие естественной шероховатости эмиттеров при всяких углах падения и даже при нормальном падении получается селективный максимум.

Заканчивая обзор экспериментальных сведений о фотоэлектронной эмиссии металлов, следует обратить внимание на то, что наиболее важная их часть была получена путем измерения фотоэлектрических токов с эмиттера, помещенного в вакуум, с внешней эдс, подключенной к промежутку эмиттер-анод. Эта схема исследования фотоэмиссии была впервые применена А. Г. Столетовым; чертеж схемы Столетова, заимствованный из его статьи «Актино-электрические исследования (описание опыта 26 февраля 1888 г.)», воспроизведен на рис. 151. Эта схема и расположение электродов,

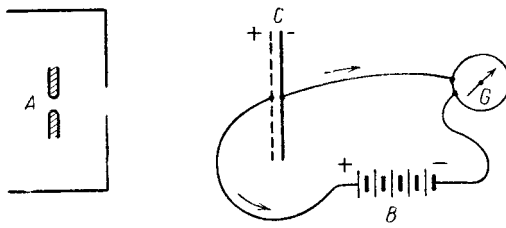


Рис. 151: Схема опыта Столетова. *A*—дуговой источник света; *C*—облучаемая поверхность с сеткой, служащей анодом; *G*—гальванометр; *B*—батарея.

при котором сетчатый анод свободно пропускает свет к эмиттеру, оказались наиболее удобными для исследования фотоэлектронной эмиссии. Спустя 70 лет после опытов Столетова эта схема выглядит весьма обыкновенной, но необходимо иметь в виду, что современные Столетову ученые изучали фотоэлектронную эмиссию, наблюдая изменение потенциала освещенных изолированных тел, находившихся в воздухе. А. Г. Столетов, применив для исследования нового тогда явления фотоэмиссии соответствующую экспериментальную методику, достиг наибольших успехов. Он установил закон, носящий его имя, и кроме этого открыл явление насыщения фототока, показал, с доступной в то время точностью, безынерционность фотоэмиссии, открыл влияние тонких пленок на поверхности эмиттера и фотоэлектрическое утомление. Наконец, экспериментируя с фотоэмиттерами в разреженных газах, он открыл газовое усиление фототоков. О значении работ А. Г. Столетова см. [Л. 2.29].

4. Теория фотоэлектронной эмиссии металлов.

В теории фотоэлектронной эмиссии можно попытаться исходить из того же упрощенного представления о металле, которое было положено в основу теории термоэлектронной эмиссии, рассматривая металл как потенциальный ящик с высотой стенок W_a , содержащий электроны, подчиняющиеся статистике Ферми. Первой задачей теории является вычисление вероятности элементарного акта поглощения фотона электроном, которая должна зависеть от частоты света, его интенсивности и поляризации, а также от энергии электрона.

Следующим шагом теории должно быть вычисление распределения скоростей электронов, измененного по сравнению с распределением Ферми вследствие поглощения фотонов частью электронов, и определение числа электронов, преодолевающих поверхностный барьер, и их распределения по скоростям и направлениям с учетом отражения от барьера. В общем случае теория встречается с большими трудностями, но для частот, близких к граничной частоте ν_0 , возможны существенные упрощения.

Если в металле до облучения существует распределение Ферми, то чис-

ло электронов, попадающих за 1 сек на 1 см² поверхности и обладающих энергией, связанной с направлением x , перпендикулярным к поверхности, от W_x до $W_x + dW_x$, равно

$$d\nu_{W_x} = \frac{4\pi mkT}{h^3} \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{W_f - W_x}{kT} \right] \right\} dW_x \quad (19.8)$$

(см. § 14).

Условие эмиссии электрона из металла имеет вид $W_x = \frac{mv_x^2}{2} \geq W_a$. Если на металл падает излучение частоты ν , то электроны, имеющие до поглощения фотона $h\nu$ энергию $W_x = W_a - h\nu$, после поглощения могут получить энергию, достаточную для эмиссии. Конечно, только немногие из электронов поглощают фотоны и для нахождения числа этих "возбужденных излучением" электронов нужно учесть вероятность поглощения фотона. Вообще вероятность поглощения зависит от частоты и энергии электрона, но если речь идет об узкой полосе частот, близких к граничной частоте (примерно в интервале $\nu_0 \div 1,5\nu_0$), то можно считать вероятность элементарного акта поглощения фотона постоянной величиной. Теория фотоэлектронной эмиссии, основанная на предположении о постоянстве вероятности поглощения вблизи $\nu = \nu_0$, была разработана Фаулером.

В теории Фаулера принимается, что для всех электронов, способных к эмиссии, коэффициент прозрачности барьера $D = 1$. Как мы видели, для формы барьера, характерной для металлов, это предположение не вносит большой ошибки. Заметим прежде всего, что так как поглощение фотона вызывает увеличение энергии электрона на $h\nu$, то в число электронов, способных преодолеть потенциальный барьер, войдут и электроны, энергия которых до поглощения фотона была равна $W_a - h\nu$, т. е. свет частоты ν как бы смещает на величину $h\nu$ граничную энергию электронов. В интервале энергий $W_x \div W_x + dW_x$ после поглощения света будет уже не $d\nu'_{W_x}$ электронов, а

$$d\nu'_{W_x} = \alpha d\nu_{W_x},$$

где коэффициент α зависит от вероятности поглощения фотонов. Для нахождения числа эмиттированных электронов нужно $d\nu'_{W_x}$ проинтегрировать от $W_x = W_a - h\nu$ до $W_x = \infty$, причем α в соответствии с основным предположением теории можно считать постоянной величиной. Следовательно,

$$N_\varepsilon = \alpha \int_{W_x=W_a-h\nu}^{W_x=\infty} d\nu_{W_x} = \alpha \frac{4\pi mkT}{h^3} \int_{W_a-h\nu}^{\infty} \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{W_f - W_x}{kT} \right] \right\} dW_x, \quad (19.9)$$

Этот интеграл отличается от интеграла, фигурирующего в теории термоэлектронной эмиссии (см. формулу (14.3)), только нижним пределом, но это делает невозможным использование примененной там замены $\ln(1+z)$ первым членом разложения в ряд. В самом деле, в теории термоэлектронной

эмиссии нижний предел был равен W_a и при $W_x = W_a$

$$\exp \left[\frac{W_f - W_a}{kT} \right] = \exp \left[-\frac{\Phi}{kT} \right] \ll 1,$$

так как $\Phi \gg kT$. Но в формуле (19.9) при $W_x = W_a - h\nu$

$$\exp \left[\frac{W_f - W_a + h\nu}{kT} \right] = \exp \left[-\frac{\Phi - h\nu}{kT} \right],$$

и так как $\Phi = h\nu_0$, то при частотах ν , близких к ν_0 , величина $(\Phi - h\nu)$ может быть даже меньше kT и, значит, $\exp \frac{W_f - W_a}{kT}$ не мало в сравнении с единицей. Следует применить другой способ вычисления. Положим

$$\frac{W_f - W_x}{kT} = y, \quad \frac{W_f - (W_a - h\nu)}{kT} = y_0$$

и сделаем подстановку

$$e^y = z, \quad e^{y_0} = z_0, \quad dW_x = -kT dy = -kT \frac{dz}{z}.$$

Тогда

$$N_\varepsilon = \alpha \frac{4\pi k^2 T^2 m}{h^3} \int_0^{z_0} \ln(1+z) \frac{dz}{z}. \quad (19.10)$$

Этот интеграл можно представить в виде ряда³. Если переменная в области интегрирования меньше единицы, то

$$\int_0^z \frac{\ln(1+z) dz}{z} = \frac{z}{1^2} - \frac{z^2}{2^2} + \frac{z^3}{3^2} - \dots \quad (19.11a)$$

Этот ряд при $z = 1$ обращается в $1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \dots = \frac{\pi^2}{12}$. Если переменная в пределах интегрирования больше единицы, то

$$\int_1^z \ln(1+z) \frac{dz}{z} = \frac{\pi^2}{12} + \frac{1}{2} (\ln z)^2 - \frac{z^{-1}}{1^2} + \frac{z^{-2}}{2^2} - \dots \quad (19.11b)$$

Таким образом, если $z_0 \leq 1$, т.е. $y_0 \leq 0$ или $h\nu \leq W_a - W_f = \Phi$, то

$$N_\varepsilon = \alpha \frac{4\pi m k^2 T^2}{h^3} \left(e^{y_0} - \frac{e^{-2y_0}}{2^2} + \frac{e^{-3y_0}}{3^2} - \dots \right). \quad (19.12)$$

Если же $z_0 \geq 1$, т.е. $y_0 \geq 0$ или $h\nu \geq W_a - W_f = \Phi$, то, разбивая интеграл на два с пределами интегрирования от 0 до 1 и от 1 до $z_0 = e^{y_0}$, получим:

$$N_\varepsilon = \alpha \frac{4\pi m k^2 T^2}{h^3} \left[\frac{y_0^2}{2} + \frac{\pi^2}{6} - \left(e^{-y_0} - \frac{e^{-2y_0}}{2^2} + \frac{e^{-3y_0}}{3^2} - \dots \right) \right]. \quad (19.13)$$

³См., например, Рыжик, Таблицы интегралов, сумм и т. д., 1948, стр. 73, формула (25).

При $y_0 = 0$ обе формулы дают, как это и должно быть, одно и то же. Обозначая выражения в скобках в (19.12), (19.13) через $\xi(y_0)$, получим для плотности фототека $j_\Phi = eN_\epsilon$:

$$j_\Phi = \alpha AT^2 \xi(y_0), \quad (19.14)$$

где

$$A = \frac{4\pi m k^2 e}{h^3} = 120 \frac{a}{\text{см}^2 \cdot \text{град}^2}$$

— та же самая универсальная постоянная, что и в выражении для термоэлектронного тока.

Пусть температура металла $T = 0^\circ K$. Тогда при $h\nu < \Phi = W_a - W_f$ получится $y_0 = -\infty$ и по (19.12) j_Φ . При $h\nu > \Phi$, когда нужно пользоваться формулой (19.13), получим, что

$$y_0 = \left[\frac{W_f - (W_a - h\nu)}{kT} \right]_{T \rightarrow 0}$$

неограниченно возрастает и в формуле (19.13) преобладает член $y_0^2/2$. Для j_Φ получается

$$j_\Phi = \alpha AT^2 \frac{y_0^2}{2} = \frac{\alpha AT^2}{2} \frac{(h\nu - \Phi)^2}{k^2 T^2} = \frac{\alpha A}{2k^2} (\nu h - \Phi)^2. \quad (19.15)$$

Следовательно, при $h\nu = h\nu_0 = \Phi$ и $T = 0^\circ K$ получается, как и из закона Эйнштейна, порог фотоэлектронной эмиссии. При $\nu > \nu_0$ ток j_Φ по формуле (19.15) квадратично зависит от ν . Но при $T \neq 0^\circ K$ из формулы (19.14) видно, что при $\nu = \nu_0$ порога нет. Вместо резкой границы получается постепенное уменьшение j_Φ при уменьшении частоты. Как уже отмечалось, это вполне соответствует опыту.

На теории Фаулера основан наиболее точный метод измерения граничной частоты ν_0 . При заданной температуре измеряется спектральная характеристика и строится экспериментальная кривая в координатах

$$x = \frac{h\nu}{kT}, \quad y = \lg \frac{j_\Phi}{T^2}$$

(кривая 2 на рис. 152). Этой кривой должна соответствовать формула

$$y = \lg \frac{j_\Phi}{T^2} = B + F \left[\frac{h\nu - h\nu_0}{kT} \right] = B + F \left[x - \frac{h\nu_0}{kT} \right], \quad (19.16)$$

где

$$B = \lg \alpha A, \quad F(y_0) = \lg[\xi(y_0)].$$

Посмотрим теперь кривую по формуле

$$y = F \left(\frac{h\nu}{kT} \right) = F(x). \quad (19.17)$$

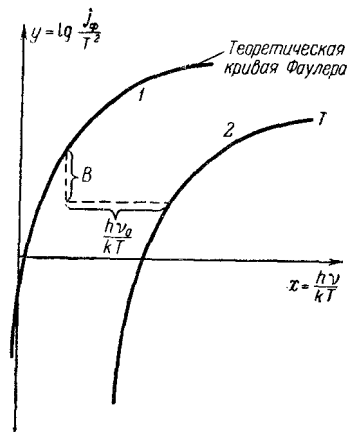


Рис. 152: Теоретическая кривая Фаулера и экспериментальная кривая в координатах $\lg j_{\phi}/T^2$ и $\frac{h\nu}{kT} = x$.

Это универсальная кривая Фаулера (рис. 152, кривая 1). Сравнение формул (19.16) и (19.17) показывает, что кривая Фаулера и экспериментальная кривая по форме одинаковы, но экспериментальная кривая сдвинута относительно кривой Фаулера на величину

$$x = \frac{h\nu_0}{kT} = \frac{\Phi}{kT}$$

по оси x и на величину B по оси y .

Измерения дали очень хорошее совпадение теории и эксперимента, и следовательно, был найден новый, очень точный способ измерения ν_0 и работы выхода Φ .

В качестве примера на рис. 153 изображена кривая Фаулера и нанесены смещенные надлежащим образом экспериментальные точки для палладия, полученные при различных температурах. На рис. 153 приведена таблица вычисленных из опыта значений Φ_0 . Близость между собой отдельных чисел таблицы говорит сама за себя. Аналогичные результаты были получены и с другими металлами.

Основы квантовомеханической теории фотоэлектронной эмиссии металлов были созданы И. Е. Таммом и С. П. Шубиным и впоследствии уточнены и дополнены Митчелом и другими исследователями. Об исходных положениях теории Тамма—Шубина—Митчела и ее результатах мы здесь скажем только очень немного⁴.

При построении теории прежде всего надо было выяснить, каким образом свободные электроны металла могут поглощать фотоны. Дело в том, что совершенно не связанный электрон не может целиком поглотить фотон,

⁴Обзор работ по теории фотоэлектронной эмиссии металлов можно найти в статье Вонсовского, Соколова и Векслера [Л.2.6].

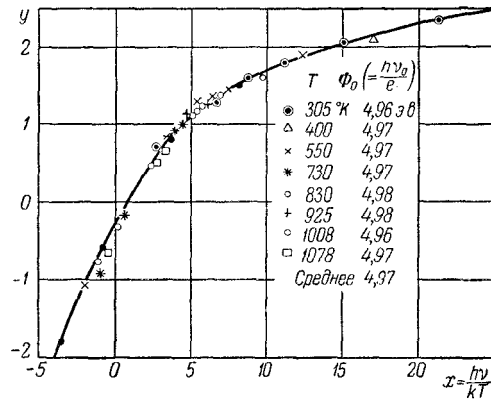


Рис. 153: Проверка теории Фаулера и вычисление работы выхода палладия (по Дюбриджу и Рэру).

так как при этом нельзя одновременно удовлетворить законам сохранения энергии и сохранения импульса. Например, для наиболее простого случая поглощения фотона покоящимся электроном эти два закона можно записать так (см. формулу (1.5)):

$$m_0 c^2 \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} - 1 \right] = h\nu,$$

$$\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{h\nu}{c},$$

где v - скорость электрона после акта поглощения. Но эти два уравнения несовместимы при любых $v < c$, откуда и следует, что фотоэлектрическое поглощение (так можно назвать случай, когда фотон поглощается целиком) фотона электроном, не связанным ни с каким третьим телом, невозможно. Это можно показать и в общем случае.

Но фотоэлектрическое поглощение возможно для электронов, связанных в атоме или кристалле. В частности, связью для свободных электронов металла служит их взаимодействие с периодическим полем внутри кристалла и с полем в поверхностном слое, т. е. с поверхностным потенциальным барьером. Соответственно этим двум видам связи фотоэлектронная эмиссия разделяется на поверхностную, возникающую в граничном слое толщиной порядка 10^{-7} см, и объемную, возникающую внутри решетки кристалла. Расчет показал, что в фотоэлектронной эмиссии металла главную роль играет поверхностная компонента, несмотря на то, что в поверхностном слое поглощается только очень небольшая доля энергии падающего света. Что

же касается объемной компоненты эмиссии, то она делается заметной только при частотах, много больших граничной.

Экспериментальное подтверждение этого результата теории можно видеть в опытах по определению глубины зарождения фотоэлектронов. Если измерять фототок с пленок металла различной толщины (толщина пленки увеличивается путем осаждения на нее новых слоев металла), то оказывается, что, начиная с толщины в 10 — 15 атомных слоев, как фототок, так и распределение скоростей фотоэлектронов перестают зависеть от толщины пленки, оставаясь такими же, как для массивного металла. В то же время свет проникает в металл гораздо глубже, так как пленки толщиной даже в 100 атомных слоев еще проницаемы для света. Это доказывает, что подавляющее большинство фотоэлектронов зарождается в поверхностном слое металла.

Теория Тамма — Шубина — Митчела позволяет вычислить фотоэлектронный ток, найти его зависимость от поляризации и определить вид спектральной характеристики, а также распределение скоростей фотоэлектронов. Качественное совпадение с экспериментом во всех отношениях получается хорошее, и в некоторых случаях можно говорить даже о количественном соответствии теории и эксперимента. Следует отметить, что оптические свойства металлов недостаточно изучены и это препятствует получению хороших количественных результатов.

§ 20. Фотоэлектронная эмиссия диэлектриков и полупроводников; технические фотоэлектронные катоды

1. Предварительные замечания.

В неметаллических кристаллах электроны, принимающие участие в фотоэлектронной эмиссии, могут находиться не только на уровнях зоны проводимости, но и на уровнях заполненной зоны и на различного рода примесных уровнях. Некоторую роль в фотоэлектронной эмиссии могут играть электроны, локализованные вблизи дефектов кристалла и на его поверхности, а также электроны, находящиеся в различного рода возбужденных состояниях. Благодаря такому разнообразию влияющих факторов количественной теории фотоэлектронной эмиссии диэлектриков и полупроводников пока не существует. Однако зонная теория позволяет составить качественное представление о фотоэлектронной эмиссии диэлектриков и полупроводников и сделать некоторые заключения о форме ее вольт-амперных и спектральных характеристик и, наоборот, по вольт-амперным и спектральным характеристикам фотоэмиссии можно иногда составить себе представление об энергетическом спектре эмиттера. Ниже мы ограничимся качественным теоретическим рассмотрением фотоэмиссии из неметаллических кристаллов с самыми простыми энергетическими спектрами (беспримесные диэлектрики

и полупроводники, полупроводники с одним родом примесей) и описанием свойств технических фотокатодов, в качестве которых всегда применяются полупроводники сложного строения. В настоящем параграфе рассматриваются также и технические вторичноэлектронные эмиттеры (диноды), которые по структуре и физическим свойствам близки к техническим фотокатодам.

2. Фотоэлектронная эмиссия собственных полупроводников и Диэлектриков.

Рассмотрим фотоэлектронную эмиссию беспримесного неметаллического кристалла и положим сначала, что $T = 0^\circ K$. Тогда зона проводимости пуста и фотоэмиссия, если предположить, что энергия фотона целиком поглощается одним из электронов заполненной зоны, будет возможна только, если

$$h\nu \geq \psi + Q_0,$$

где ψ — внешняя работа выхода и Q_0 — ширина запрещенной зоны.

Наименьшая энергия, которую нужно сообщить электрону, находящемуся на верхнем уровне заполненной зоны, для отрыва его от кристалла, называется фотоэлектрической работой выхода ($\Phi_{фэ}$). Граничная частота фотоэмиссии ν_0 определится, очевидно, из равенства

$$h\nu_0 = \Phi_{фэ} = \psi + Q_0. \quad (20.1)$$

Как было указано выше (§ 13), уровень Ферми в рассматриваемом случае лежит посередине запрещенной зоны, т. е. на $Q_0/2$ выше верхнего из заполненных электронами уровней. Термоэлектронная работа выхода $\Phi_{тэ}$ (работа выхода, входящая в формулу Ричардсона) равна (§ 14, 19) разности энергий электрона вне кристалла и электрона на уровне Ферми. Таким образом, для беспримесного неметаллического кристалла

$$\Phi_{тэ} = \psi + \frac{Q_0}{2} = \Phi_{фэ} - \frac{Q_0}{2}. \quad (20.2)$$

Для кристаллов с высокой температурой плавления $\Phi_{те}$ можно найти из измерений термоэлектронной эмиссии, а $\Phi_{фэ}$ — из измерения граничной частоты. Такого рода измерения были выполнены для кремния и оказалось, что для него $\Phi_{фэ} = 4,37$ эв, $\Phi_{тэ} \approx 3,8$ эв. Из (2.23) получается, что $Q_0 \approx 1,14$ эв в хорошем согласии со значением $Q_0 = 1,1$ эв, найденным (§ 13) по температурной зависимости электропроводности.

В металлах уровень Ферми совпадает (при $T = 0^\circ K$) с верхним из заполненных электронных уровней. Поэтому для металлов, как это было выяснено в § 14 и 19, $\Phi_{фэ}$ и $\Phi_{тэ}$ имеют одну и ту же величину. Для кристаллов с низкой температурой плавления определение $\Phi_{тэ}$ по термоэлектронному току, а значит, и вычисление Q_0 из (20.1) невозможны. Но высотой уровня Ферми определяется контактная разность потенциалов, от которой зависит положение фотоэлектрических вольт-амперных характеристик. Положение уровня Ферми можно определить, сравнивая фотоэлектрические

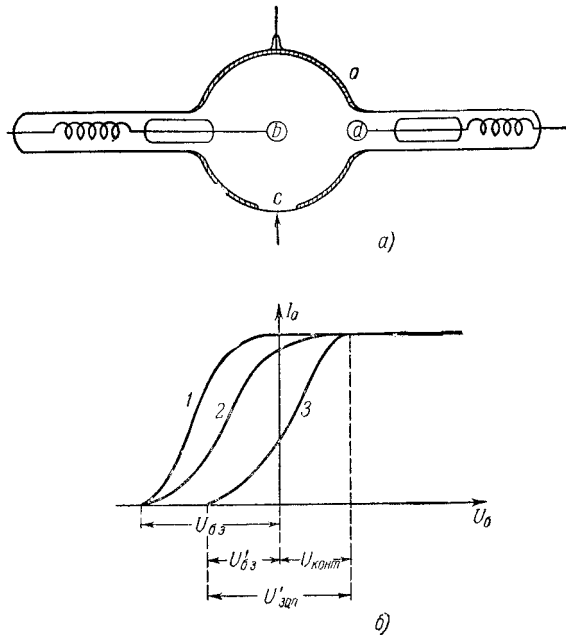


Рис. 154: *a*—прибор со сменными катодами: *a*—анод; *b, d*—катоды из металла и исследуемого полупроводника; *c*—окошко для пропускания света; *б*—вольт-амперные характеристики: *1, 2*—эмиттерами служат два различных металла; *3*—эмиттер—исследуемый проводник. Масштаб по оси ординат выбран так, что для всех кривых ток насыщения изображается одной и той же величиной.

вольт-амперные характеристики исследуемого неметаллического эмиттера и эмиттера, сделанного из любого металла, при одном и том же аноде — коллекторе фотоэлектронов. Это можно выполнить на приборе со сменными катодами, схематически изображенном на рис. 154. Оптическая и электрическая схемы измерения характеристик были приведены раньше на рис. 143. Для эмиттера-металла в § 19 было показано, что запирающее напряжение внешнего источника

$$U_{бз} = \frac{1}{e}(h\nu - \Phi_a)$$

зависит только от частоты, при которой измеряется характеристика, и работы выхода анода Φ_a . Для неметаллического эмиттера контактная разность потенциалов, определяемая из условия уравнивания уровней Ферми (см. § 13), очевидно, равна

$$U_{кн} = \frac{1}{e}(\Phi_a - \Phi_{эм}) = \frac{1}{e} \left[\Phi_a - \left(\psi + \frac{Q_0}{2} \right) \right].$$

Условие запираения тока в системе неметаллический эмиттер—анод имеет

вид (рис.154, б)

$$eU'_{\text{зап}} = e(U'_{\text{бз}} + U_{\text{кн}}) = h\nu - \Phi_{\text{фэ}},$$

или

$$eU'_{\text{бз}} = h\nu - \Phi_{\text{фэ}} - eU_{\text{кн}} = h\nu - \Phi_{\text{а}} - \frac{Q_0}{2}. \quad (20.3)$$

Из (20.2) и (20.3) следует:

$$e(U_{\text{бз}} - U'_{\text{бз}}) = \frac{Q_0}{2}.$$

Следовательно, измеряя оба запирающие напряжения $U_{\text{бз}}$ и $U'_{\text{бз}}$ в приборе со сменными катодами, можно найти Q_0 . При $T \neq 0^\circ \text{K}$, но не очень высокой все сказанное выше остается почти в точности верным не только для диэлектрика, где Q_0 — большая величина, но и для собственного полупроводника, так как концентрация электронов в зоне проводимости останется ничтожно малой. Собственные полупроводники и диэлектрики не применяются в качестве технических фотокатодов, и поэтому мы на них больше не будем задерживаться.

3. Фотоэлектронная эмиссия примесных полупроводников.

Рассмотрим теперь фотоэмиссию из примесных полупроводников с одним родом примесей, зонные схемы которых представлены на рис. 94. В случае электронного полупроводника с достаточно большой концентрацией донорных атомов и при невысокой, например комнатной, температуре значительная концентрация электронов существует только на примесных донорных уровнях и в заполненной зоне. Следовательно, граничная частота фотоэмиссии определится из равенства

$$h\nu_0 = \Phi_{\text{фэ}} = \psi + Q. \quad (20.4)$$

Уровень Ферми лежит между нижним уровнем зоны проводимости и примесными уровнями на расстоянии δ от последних, причем при низких температурах $\delta \approx Q/2$ (формула (13. 1.2)). Соотношение между $\Phi_{\text{тэ}}$ и $\Phi_{\text{фэ}}$ имеет вид

$$\Phi_{\text{тэ}} = \Phi_{\text{фэ}} - \delta. \quad (20.5a)$$

причем для низких температур

$$\Phi_{\text{тэ}} \approx \Phi_{\text{фэ}} - Q/2. \quad (20.5б)$$

Определяя (что возможно для тугоплавких кристаллов) $\Phi_{\text{тэ}}$ из прямой Ричардсона, можно по (20.5a) определить положение уровня Ферми в этих условиях. Применяя метод сравнения фотоэлектрических вольт-амперных характеристик в приборе со сменными катодами, можно, как и в случае

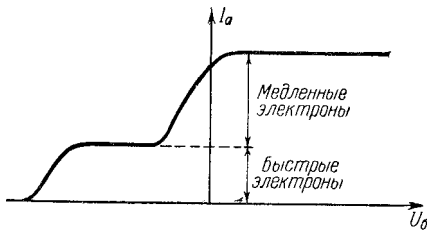


Рис. 155: Вольт-амперная характеристика для случая, когда фотоэмиссия происходит из двух энергетических зон.

беспримесных кристаллов, определить δ как величину, показывающую, насколько ниже уровня Ферми лежат верхние уровни, заполненные электронами. Эти измерения могут дать очень много для изучения примесных полупроводников, например, если, как это было отмечено для оксидного катода, положение уровня Ферми сильно изменяется в процессе обработки. Сопоставляя результаты фотоэлектрических исследований с данными, полученными из температурной зависимости электропроводности, из структуры оптических спектров поглощения и измерений термоэлектронной эмиссии часто можно получить хорошее представление о энергетическом спектре примесного полупроводника.

В дырочном полупроводнике примесные уровни в нормальном (неионизованном) состоянии не заполнены электронами и заполненные электронами уровни лежат ниже уровня Ферми на величину δ , равную с хорошей точностью $Q/2$ при невысоких температурах. Отсюда следует, что граничная частота определяется из той же формулы (20.1), что и для собственных полупроводников, а $\Phi_{T\delta}$ и $\Phi_{F\delta}$ связаны, как и для примесных электронных полупроводников, соотношением (20.5).

При достаточно большой частоте в фотоэмиссии из электронного полупроводника принимают участие как электроны с примесных уровней, так и электроны с более глубоко лежащей верхней заполненной зоны. Очевидно, что скорости электронов, вырванных с примесных уровней, будут больше скоростей, вышедших из заполненной зоны, и вольт-амперная характеристика примет ступенчатую форму (рис. 155). Наличие нескольких зон, поставляющих фотоэлектроны, должно отразиться и на форме спектральной характеристики. Например, для электронного полупроводника с одним родом донорных примесей (рис. 94), уровни которых в действительности несколько неодинаковы и занимают узкую примесную зону, фототок появится при $\nu_0 = \frac{1}{h}(\psi + Q)$ и фотоэлектрическая чувствительность, пройдя через максимум, будет уменьшаться, так как за примесной зоной следует опять полоса запрещенных уровней. После достижения частоты $\nu = \frac{1}{h}(\psi + Q_0)$ фотоэлектрическая чувствительность опять возрастает, так как сделаются доступными уровни заполненной зоны и на спектральной

характеристике появится второй максимум. На форме спектральной характеристики, таким образом, отражается структура энергетического спектра.

Существует одно обстоятельство, которое, возможно, несколько уменьшает точность формул (20.2) и (20.5а). Переходы электронов, происходящие под действием излучения, и переходы, имеющие место в кристалле при высокой температуре, осуществляются в различных условиях. В случае термоэлектронной эмиссии статистическое равновесие в кристалле не нарушается. В случае фотоэлектрических процессов переходы с одного уровня на другой, например с примесного уровня в зону проводимости, происходят настолько быстро, что непосредственно после перехода энергия решетки полупроводника не является минимальной. Только после перехода решетка относительно медленно приходит к новому состоянию равновесия, которому соответствует минимум энергии. Поэтому при фотоэлектронных переходах происходят большие изменения энергии, чем при термоэлектронных, и в формулы (20.2) и (20.5а), строго говоря, должна быть внесена поправка. Однако хорошее совпадение, которое было найдено для величины Q_0 для кремния, дает основание полагать, что указанная поправка невелика.

Обзор работ по фотоэлектронной эмиссии диэлектриков и полупроводников дан в монографии А. Н. Арсеньевой-Гейль (Л. 2.44).

4. Требование к фотоэлектронным катодам.

Чистые металлы не применяются в качестве материала для фотоэлектронных катодов (фотокатодов). Квантовый выход металлов очень мал, и фотоэлектрическая граница всех металлов, кроме щелочных, лежит в ультрафиолетовой или в крайней фиолетовой части спектра, так что металлические катоды применяются только тогда, когда нужно иметь фотокатод, чувствительный исключительно к ультрафиолетовому излучению. Преимущество металлического фотокатода — это полное постоянство его чувствительности после сколько угодно длительного и яркого освещения и практически полное отсутствие термоэлектронной эмиссии при комнатных температурах. Это последнее свойство может иметь значение для фотокатодов электронных умножителей.

Нанесение на поверхность одноатомной пленки металла, снижающей работу выхода, приводит, разумеется, к смещению фотоэлектрической границы в сторону длинных волн. Однако нет основания при этом ожидать заметного увеличения квантового выхода, так как условия передачи энергии от фотонов электронам внутри эмиттера и условия движения электронов к поверхности остаются прежними. В современных фотоэлементах металлические пленочные фотокатоды совершенно не применяются.

Граничная частота диэлектриков, имеющих очень широкую запрещенную зону, лежит всегда в далекой ультрафиолетовой области спектра, вследствие чего они непригодны для работы с наиболее важными для практики видимыми лучами. Спектральную характеристику, охватывающую видимую часть спектра, могут иметь полупроводники с примесными донорными уровнями, а также все полупроводники с небольшой шириной запрещенной

зоны.

Но положение граничной частоты — не единственное требование к техническому фотокатоду. Он должен иметь также большой квантовый выход, что достигается в таких полупроводниках, где, во-первых, значительная часть энергии поглощенного света расходуется на возбуждение фотоэлектронов, т. е. велико фотоэлектрическое поглощение. Наибольшего фотоэлектрического поглощения можно ожидать для полупроводников, у которых фотоэлектроны выходят из заполненной зоны, так как в этой зоне электронов всегда много больше, чем на примесных уровнях, хотя и с примесных уровней можно все же получать значительную фотоэмиссию.

Во-вторых, продвижение возбужденных светом электронов к поверхности полупроводника должно происходить с небольшими потерями энергии. Это условие, видимо, хорошо выполняется для всех полупроводников, так как в них всегда мала концентрация электронов проводимости, на взаимодействие с которыми главным образом теряют энергию продвигающиеся к поверхности электроны. Наконец, желательно уменьшить внешнюю работу выхода, входящую в качестве слагаемого в $\Phi_{фэ}$. Этого можно добиться с помощью одноатомного покрытия поверхности. В наилучшей степени все перечисленные требования удовлетворяются для сложных полупроводниковых фотокатодов.

5. Технические фотоэлектронные катоды.

В течение 20—30 лет было разработано и практически применялось много типов сложных фотокатодов. Структура их в общем такова: на металлическую подложку наносится определенным образом обработанный относительно толстый слой полупроводника, на поверхности которого в процессе обработки образуется тонкий (одноатомный) слой щелочного металла.

Основными характеристиками, по которым оцениваются свойства фотокатодов, служат интегральная чувствительность и кривая спектральной чувствительности — спектральная характеристика. Под интегральной чувствительностью подразумевают силу фотоэлектрического тока насыщения, отнесенную к единице светового потока, при освещении катода неразложенным белым светом от стандартного источника, в качестве которого применяется лампа накаливания, работающая при строго постоянном напряжении и сохраняющая, следовательно, постоянную температуру¹. Так как фототоки бывают обычно порядка нескольких микроампер, то удобной единицей интегральной чувствительности служит микроампер/люмен.

В таблице 10 приведены значения интегральной чувствительности некоторых фотокатодов, а для сравнения также чувствительность фотоэлемента с катодом из чистого Cs.

Структура фотокатода записывается по следующей схеме: металл-подложка — основной полупроводник — одноатомный наружный слой.

¹В СССР за стандартный источник принята лампа накаливания с истинной температурой нити 2784° K, что соответствует цветовой температуре 2848° K.

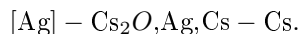
Таблица 10: Интегральная чувствительность и длинноволновая граница некоторых фотокатодов [Л.2.17]

Название фотокатода	Обозначение фотокатода	Интегральная чувствительность ¹ [мкА/лм]	Фотоэлектрическая граница [Å]
1. Цезиевый металлический	Cs	0,2	6280
2. Кислородно-цезиевый	[Ag]—Cs ₂ O, Ag, Cs—Cs	15—30	12 000
3. Кислородно-цезиевый с дополнением серебра	[Ag]—Cs ₂ O, Ag, Cs Ag—Cs	30—60	До 16 000
4. Сурьмяно-цезиевый	[Ni/стекло]—SbCs ₃ Cs—Cs	30—70	7000—7500
5. То же, обработанный кислородом	[Ni/стекло]—SbCs ₃ Cs ₂ O, Cs—Cs	80—180	До 8000
6. Висмуто-цезиевый	[Ag]—Cs ₂ O, Ag, Bi—Cs	20—25	7500

¹ При цветовой температуре источника света $T_{цв} = 2840^\circ \text{K}$.

Мы остановимся только на структуре и свойствах кислородно-цезиевых (к.-ц. катодов) и сурьмяно-цезиевых (с.-ц. катодов), так как все остальные сложные катоды потеряли практическое значение. Разработка и промышленное освоение кислородно-цезиевых фотоэлементов в СССР происходили под руководством П. В. Тимофеева. Сурьмяно-цезиевые катоды были открыты в 1935 г. Герлихом в Германии и П. И. Лукирским в СССР; в выяснении их физической структуры, широком внедрении в технику значительную роль сыграли работы Н. С. Хлебникова, С. Ю. Лукьянова, Н. Д. Моргулиса и их сотрудников.

В общих чертах процесс изготовления К. Ц. катода состоит в следующем: серебряная пластинка или слой серебра на стенках баллона окисляется с помощью разряда в кислороде (образуется Ag₂O) и затем на окисленное серебро дистиллируется Cs. Цезий восстанавливает Ag₂O, причем образуется окись цезия Cs₂O и в ней остаются вкрапленные частицы серебра; затем на поверхности адсорбируются атомы Cs, часть которых диффундирует внутрь полупроводникового слоя Cs₂O, образуя там примесные атомы Cs. В итоге структура катода принимает вид, изображенный схематически на рис. 156, а и может быть записана формулой



Контроль за обработкой катода ведется по разным признакам: по цвету его поверхности, по количеству вносимого кислорода и цезия и, наконец, на последнем этапе, когда образуется пленка цезия на поверхности и происходит диффузия атомов цезия внутрь слоя Cs₂O, по фотоэлектронной или термоэлектронной эмиссии. Надлежащим образом обработанный кислородно-

цезиевый фотокатод имеет исключительно малую работу выхода — в некоторых случаях до $0,72$ эв, что соответствует длинноволновой границе около $17\ 000$ Å. Спектральная характеристика к.-ц. фотокатода имеет избирательный максимум в инфракрасной и, по крайней мере, два максимума в ультрафиолетовой части спектра (один из них виден на рис. 157). Вид спектральной характеристики можно объяснить, если принять для к.-ц. катода схему энергетических уровней, изображенную на рис. 156, б, где численные значения Q_1 , Q_2 и ψ указаны ориентировочно. Электронов в зоне проводимости очень мало, и при $h\nu = \psi \approx 0,3$ эв эмиссия незаметна.

Длинноволновая граница получается при $h\nu = Q_1 \approx 1,1$ эв, т. е. когда электроны вырываются с примесных уровней Cs, это дает в соответствии с опытом $\lambda_{гр} = 11\ 000 - 12\ 000$ Å. С уровнями примесного Cs связан длинноволновый максимум. Первый ультрафиолетовый максимум связан с примесными уровнями серебра, а второй — с эмиссией электронов из заполненной полосы Cs₂O. Эта схема подтверждается тем, что при замене серебра другим металлом длинноволновый максимум остается на прежнем месте, а максимум ультрафиолетовой части спектра смещается, в то время как замена Cs другим щелочным металлом смещает длинноволновый максимум, не затрагивая остальных.

Установлено, что можно получить увеличение интегральной чувствительности в два—три раза, если на поверхность готового к.-ц. катода дополнительно осадить некоторое количество атомов серебра, которое проникает затем в толщу полупроводника (катод с дополнительным серебром). Одновременно несколько меняется спектральная характеристика так, что в области «провала» в видимой части спектра (рис. 157) она несколько поднимается. Заметим, что квантовый выход к.-ц. катода не превышает $0,03$ (обычно $0,003 - 0,01$).

Технология сурьмяно-цезиевого катода проще: она включает меньшее число операций и требует менее тщательной дозировки и контроля. На стенки баллона или на слой Ni наносится слой сурьмы Sb, и получается зеркальный слой с металлической проводимостью. Сурьма обрабатывается парами Cs. По мере поглощения Cs слой Sb теряет металлический блеск, делается на просвет вишнево-красным, сопротивление его растет примерно в 10^5 раз и температурный коэффициент сопротивления делается отрицательным. Получается электронный полупроводник, в котором, по-видимому, образуется соединение SbCs₃, в толщу которого вкраплены атомы Cs, покрытое адсорбированными атомами Cs. Структура катода принимает вид, схематически представленный на рис. 158, а. Сходное строение и близкие свойства имеет висмута-цезиевый катод. Подвергнув поверхность готового катода действию небольшого количества кислорода, можно увеличить его чувствительность в видимой части спектра. Эта операция называется сенсбилизацией.

Недавно было показано, что при сенсбилизации происходит уменьшение работы выхода примерно на $0,1$ эв вследствие образования на поверхности дипольного слоя молекул окиси цезия. Значение точной дозировки компонент чувствительного слоя находит свое отражение в эмпирически

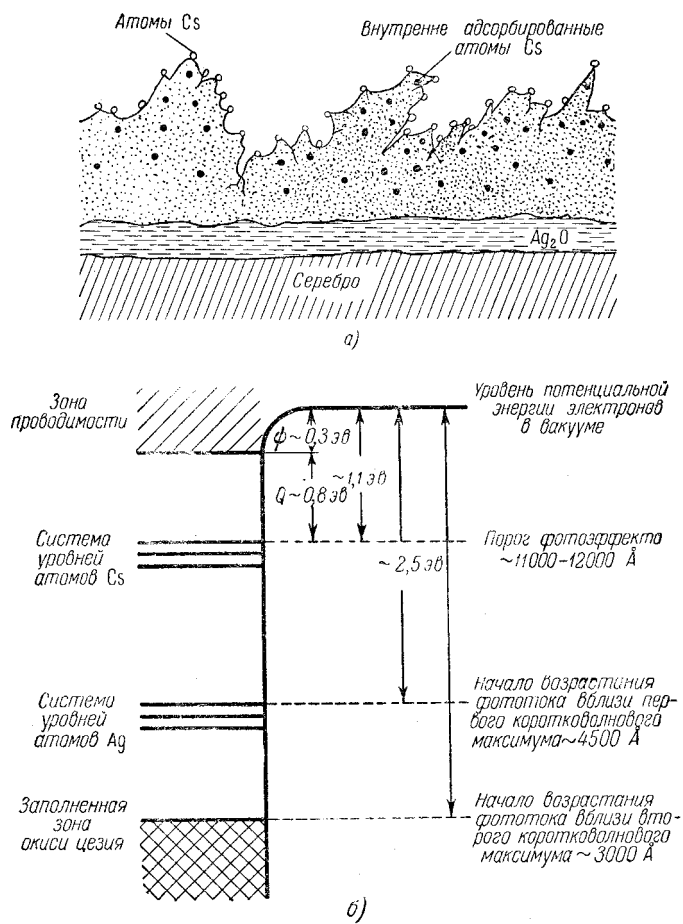


Рис. 156: Структура (а) и энергетический спектр (б) кислородно-цезиевого фотоэлектронного катода; верхний слой состоит из Cs₂O с адсорбированными атомами Cs.

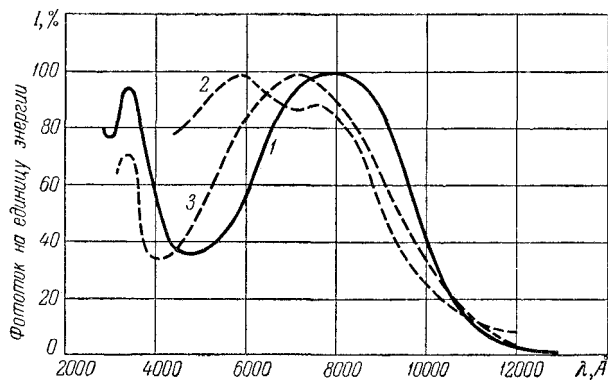


Рис. 157: Спектральные характеристики кислородно-цезиевых фотокатодов. 1—обычного; 2 и 3—двух образцов с дополнительным серебром. Во всех случаях спектральная чувствительность в максимуме принята за 100%.

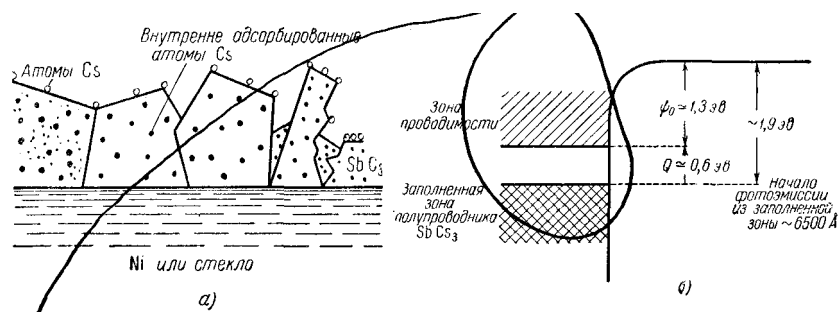


Рис. 158: Структура (а) и энергетический спектр (б) сурьмяно-цезиевого фотоэлемента.

разработанных рецептурах изготовления фотокатодов. Но физическое исследование влияния относительного содержания компонент, даже для двойной системы, каковой является Sb — Cs-катод на стекле, очень нелегко, так как для этого нужно изготовить серию фотоэлементов, отличающихся только содержанием компонент. На деле же оказывается невозможным полное устранение загрязнений, не вполне одинаковых в различных образцах серии и маскирующих влияние содержания компонент, т. е. исследуемый эффект, как это оказалось у Айвса и Стилуелла, исследовавших фотоэлементы из сплава Na и К.

Значение дозировки сурьмы и цезия для Sb — Cs-катода было выяснено в работе М. И. Меньшикова, который применил разработанный акад. С. А. Векшинским метод получения систем переменного состава на одном образце. В приборе Меньшикова сурьма, оседающая на стенку, испарялась из сферической капли и на стенке получался клинообразный слой сурьмы,

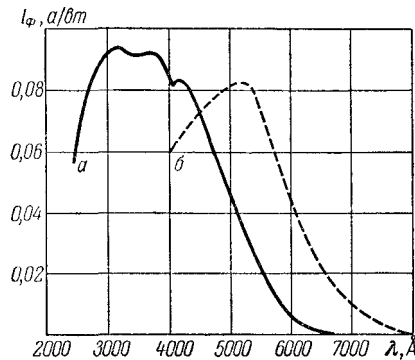


Рис. 159: Спектральные характеристики сурьмяно-цезиевого фотокатода: обычного (а) и sensibilizированного кислородом (б).

толщина которого была наибольшей в местах, наиболее близких к испаряющейся капле. С. А. Векшинским были получены формулы, позволяющие вычислить толщину слоя по геометрическим данным. Сурьмяный клин обрабатывался парами Cs; как известно, скорость осаждения Cs из пара постоянна при постоянной температуре и ее легко вычислить (см., например, § 16). Следовательно, на поверхность клина всюду осаждается одинаковое и известное количество атомов Cs в секунду, которые диффундируют в толщу сурьмы. Очевидно, вдоль клина относительное содержание компонент меняется непрерывно и тем самым оказывается возможным одним образцом заменить целую серию отдельных фотоэлементов, причем отпадает главная трудность опытов Айвса — Стилуелла. Обработанный цезием сурьмяный клин исследовался с помощью тонкого луча света («светового зонда») и в разных местах определялась светочувствительность. М. И. Меньшиков нашел, что максимальная фотоувствительность получается не только в системе, состав которой отвечает формуле Sb Cs_3 , соответствующей техническим фотоэлементам. Получаются еще два максимума: один соответствует соединению $\text{Sb}_3 \text{Cs}_7$ и другой, получающийся только при температурах, превышающих комнатные, — соединению $\text{Sb}_3 \text{Cs}_5$. Все эти соединения, покрытые одноатомным слоем Cs, могут служить основным слоем фотокатодов.

Работа выхода с.-ц. фотокатода больше, чем у кислородно-цезиевого. Она достигает 1,9 эв, и фотоэлектрическая граница лежит примерно около 6500Å . Большая чувствительность с.-ц. фотокатода связана с его чрезвычайно большим квантовым выходом, достигающим 25—30%, т. е. 1 электрон на 3 — 4 кванта. Спектральные характеристики с.-ц. фотокатодов обоих типов изображены на рис. 159. Из измерений электропроводности найдено, что для с.-ц. фотокатодов $Q_0 \approx 0,6$ эв, так что энергетический спектр можно себе представить в виде, показанном на рис. 158, b^2 , причем мак-

²Значение $Q_0 = 0,6$ эв не считается вполне надежным, и некоторые авторы счита-

симум на спектральной характеристике соответствует эмиссии электронов заполненной зоны.

Как и в случае к.-ц. фотокатода, фотоэлектронная эмиссия носит объемный характер, т. е. фотоэлектроны могут зарождаться на значительной глубине внутри полупроводника. На это указывают опыты по изучению фотоэлектронной эмиссии с фотокатодов различной толщины, показывающие, что эмиссия растет с увеличением толщины катода до величины порядка сотни (а возможно и нескольких сотен) атомных слоев. Этим полупроводниковые фотокатоды отличаются от металлов, где, как мы видели, фотоэлектроны зарождаются не глубже, чем на расстоянии 15—20 атомных слоев от поверхности, хотя свет проникает вглубь на сотни атомных слоев.

Опыт показывает, следовательно, что фотоэлектрические явления в полупроводниковых катодах носят объемный характер, и роль пленки Cs на поверхности сводится исключительно к уменьшению работы выхода, т. е. к облегчению последнего этапа процесса фотоэлектронной эмиссии. Часть поглощенной световой энергии расходуется на зарождение фотоэлектронов; при одинаковом полном поглощении это, как его называют, фотоэлектрическое поглощение может быть различным у разных катодов. Следующим, вторым этапом фотоэлектронной эмиссии является продвижение фотоэлектронов к поверхности катода и, наконец, последним этапом будет прохождение через поверхностный потенциальный барьер. Различиями в протекании трех этапов фотоэлектронной эмиссии объясняется разница фотоэлектрических свойств металлов и полупроводниковых фотокатодов.

Эксперименты, поставленные в Физическом институте АН УССР (Н. Д. Моргулис, Б. И. Дятловицкая, П. Г. Борзяк), показывают, что большой квантовый выход с.-ц. катода объясняется большим фотоэлектрическим поглощением. Было показано, что поглощение света в с.-ц. катоде в зависимости от частоты изменяется параллельно фотоэлектронной эмиссии и максимумы их совпадают. Для к. ц. фотокатода, напротив, никакого параллелизма не наблюдается. Этот результат можно истолковать так: в обоих случаях свет поглощается, конечно, главным образом атомами основной решетки, но в случае с.-ц. катода они же (см. рис 158, б) являются центрами фотоэлектронной эмиссии, в то время как в к.-ц. катоде центрами эмиссии служат примесные атомы (рис 156, б), вкрапленные кое-где в основную решетку. Поэтому в с.-ц. катоде гораздо большую долю общего поглощения составляет фотоэлектрическое поглощение.

Прямым опытом было также показано, что благоприятных условий продвижения электронов к поверхности еще недостаточно для того, чтобы получить высокий квантовый выход. Оловянно-цезиевый фотокатод, по дан-

ют вероятным несколько иной вид спектра, а именно принимают, что $Q_0 \approx 1,9 \text{ эв}$, а ψ очень мало. Если это верно, то при граничной частоте, соответствующей переходам в 1,9 эв, должны появиться фотоэмиссия фотопроводимость (внутренний фотоэффект) и оптическое поглощение. Экспериментальное изучение этих явлений, а также термической зависимости электропроводности должно показать, какая из двух зонных схем является правильной. Форма спектральной характеристики, очевидно, согласуется с обеими схемами.

ным П. Г. Борзяка, имеет такие же, как и с.-ц. катод, глубину зарождения фотоэлектронов и общее поглощение света, на его квантовый выход на три порядка ниже. Очевидно, это объясняется малой величиной фотоэлектрического поглощения в этом типе катода, во всех прочих отношениях не уступающего с.-ц. катоду. Тот факт, что квантовый выход полупроводниковых фотокатодов, например кислородно-цезиевых, много больше квантового выхода металлов, объясняется также и тем, что в металлах электроны при продвижении быстро растрачивают энергию при взаимодействии с другими свободными электронами. Об этом уже говорилось ранее.

Иначе объясняет фотоэлектрическую эффективность с.-ц. катода П. В. Тимофеев. По Тимофееву, с.-ц. катод представляет собой соединение типа $SbCs$, причем на каждую пару связанных атомов (Sb, Cs) приходится два свободных атома Cs . При облучении вследствие фотоионизации пленки на поверхности оказываются положительные заряды и в толще катода создается электрическое поле, вырывающее электроны из атомов свободного Cs . Эти электроны, проходя через катод, образуют поток эмиттированных электронов.

Стабильность фотокатодов. Фотокатод сохраняет свои свойства на длительный срок только в том случае, если он находится в вакууме, т. е. поставлен на свое рабочее место в фотоэлемент или какой-либо другой фотоэлектрический прибор. Однако и в этих условиях наблюдаются два рода медленных изменений свойств фотокатодов. К первому роду относятся обратимые изменения, наблюдающиеся при длительном освещении фотокатода и исчезающие (часто только частично и довольно медленно) после помещения фотокатода в темноту. Этот вид изменений называется утомлением или утомляемостью фотокатода. Утомление, как правило, проявляется в виде уменьшения интегральной чувствительности фотокатода и смещения его длинноволновой границы в сторону коротких волн, что указывает на увеличение работы выхода. Из двух наиболее употребительных фотокатодов особенно сильное утомление наблюдается у к.-ц. катодов, которые могут терять вследствие утомления до 75% своей чувствительности. Причину утомления к.-ц. фотокатодов можно видеть в следующем: при освещении атомы поверхностной пленки Cs ионизируются (явление фотоионизации) и электрическим полем, созданным за счет напряжения, наложенного на фотоэлемент, увлекаются в толщу полупроводникового слоя; следствием этого частичного разрушения пленки Cs является увеличение работы выхода. При перенесении фотоэлемента в темноту атомы Cs диффундируют обратно на поверхность и пленка восстанавливается. Из этого представления о механизме восстановления пленки следует в согласии с опытом, что нагревание фотокатода ускоряет восстановление. Но часть атомов Cs может оказаться химически связанной внутри катода и не возвратиться на поверхность. Это дает один из видов необратимого ухудшения свойств фотокатода. Необратимые изменения называются старением фотокатода. Другие возможные причины старения — действие газов, оставшихся при откачке и диффундирующих через стенки баллона, действие ионной бомбардировки, недостатки технологической обработки слоя. Старение наблюдается и при

хранении фотоэлементов в темноте. Сурьмяно-цезиевые катоды обнаруживают много меньшее утомление, чем кислородно-цезиевые. Количественные характеристики утомления фотокатодов будут приведены в § 34.

Можно уменьшить утомляемость фотокатода, внося в него дополнительно частички серебра или золота. При этом электропроводность увеличивается и уменьшается поле, увлекающее поверхностные ионы в глубину катода.

Сложным фотокатодам, как и полупроводниковым термоэлектронным катодам, свойственна эмиссионная пятнистость, связанная с их мелкокристаллической структурой и неоднородностью поверхностной пленки цезия. Эмиссионная пятнистость с.-ц. катодов выражена слабее, чем пятнистость к.-ц. катодов.

§ 21. Эмиссионные постоянные чистых металлов. Свойства технических термоэлектронных катодов

Методы измерения эмиссионных констант, большая часть которых основана на измерении термоэлектронных или фотоэлектронных токов, в общих чертах уже были описаны. В настоящем параграфе даны некоторые дополнения по вопросу об измерении эмиссионных констант и сводка результатов измерений чистых металлов, а также некоторые сведения о металлических и неметаллических термоэлектронных катодах, применяемых в электровакуумных приборах.

1. Методы измерений эмиссионных постоянных.

Метод прямой Ричардсона, основанный на использовании уравнения

$$I_{\varepsilon} = S_{\text{кат}} A \bar{D} e^{-\frac{\alpha}{k}} T^2 e^{-\frac{\Phi_0}{kT}}, \quad (21.1)$$

применялся для определения эмиссионных постоянных особенно часто. Для построения прямой Ричардсона

$$\ln \frac{I_{\varepsilon}}{T^2} = \ln \left\{ S_{\text{к}} \bar{D} A e^{-\frac{\alpha}{k}} \right\} - \frac{\Phi_0}{kT} \quad (21.2)$$

нужно измерить эмиссионный ток I_{ε} и температуру катода T . Принципиальная схема, в которой для измерения T применяется оптический пирометр, представлена на рис. 160. Из наклона прямой определяется работа выхода Φ_0 при $0^{\circ} K$, а из отрезка, полученного экстраполяцией прямой до пересечения с осью ординат, — произведение $S_{\text{к}} \bar{D} A e^{-\frac{\alpha}{k}}$. Множители $S_{\text{к}}$ и \bar{D} можно учесть, хотя и с некоторой ошибкой, так что прямой Ричардсона определяется $\left(A e^{-\frac{\alpha}{k}} \right) = A_{\text{эксп}}$. Выше (§ 14) было отмечено, что $D \approx 1$. Что

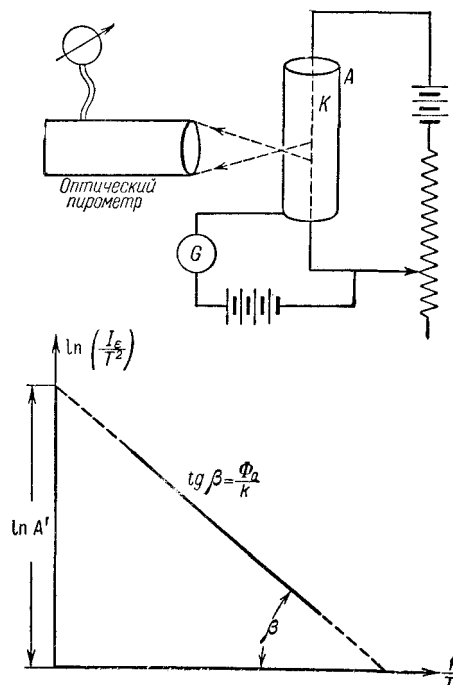


Рис. 160: Схема измерения прямой Ричардсона; $A' = S_K A \bar{D} e^{-\frac{\Phi_a}{k}}$.

же касается площади катода $S_{\text{к}}$, то ошибка в ее оценке связана с шероховатостью поверхности. Если катод — проволока круглого сечения, то при идеально гладкой поверхности площадь катода

$$S_{\text{геом}} = 2\pi r_{\text{к}} L_{\text{к}}$$

($r_{\text{к}}$, $L_{\text{к}}$ — радиус и длина катода), но истинная поверхность катода $S_{\text{к}} > S_{\text{геом}}$ и можно написать:

$$S_{\text{к}} = \rho S_{\text{геом}}, \quad (21.3)$$

где ρ — «коэффициент шероховатости». Коэффициент ρ трудно оценить точно, тем более, что в процессе исследования происходят испарение и перекристаллизация металла и ρ изменяется. Вследствие трудности определения коэффициента ρ его часто принимают равным некоторому среднему значению, а именно 1,3 [Л. 2.1, гл. 6], что, конечно, неточно. Кроме того, для надежной экстраполяции прямой Ричардсона нужно очень точно измерять температуру, так как даже небольшие ошибки в измерении T дают значительную разницу в длине отрезка на оси ординат. Все это делает получение точных значений $A_{\text{эксп}}$ трудной задачей. Вместе с тем до сих пор все значения $A_{\text{эксп}}$, которые приводятся в справочной литературе, были получены методом прямой Ричардсона¹.

На измерении термоэлектронного тока насыщения основан калориметрический метод измерения работы выхода. Если в диоде вылетевшие электроны не возвращаются на катод, то на эмиссию расходуется мощность

$$P = N_{\varepsilon} (\Phi + 2kT) = \frac{I_{\varepsilon}}{e} (\Phi + 2kT), \quad (21.4)$$

где Φ — работа выхода при температуре T , а $2kT$ — средняя энергия эмиттированных электронов.

Мощность P составляет часть мощности тока в цепи накала. Измерения можно вести следующим способом (рис. 161).

Если анодная цепь разомкнута, то все эмиттированные электроны возвращаются на катод и энергия на эмиссию не расходуется. Если замкнуть анодную цепь, то устанавливается режим насыщения и вследствие расхода энергии на эмиссию температура катода понижается. Понижение температуры можно заметить по показаниям оптического пирометра или просто по уменьшению сопротивления катода. Чтобы восстановить прежнюю температуру, а значит, и сопротивление катода, ток накала нужно увеличить от I_f до $I_f + \Delta I_f$. Отсюда следует, что на эмиссию электронов расходуется мощность

$$(I_f + \Delta I_f)^2 R - I_f^2 R \approx 2I_f \Delta I_f R = P = \frac{I_{\varepsilon}}{e} (\Phi + 2kT). \quad (21.5)$$

¹Метод прямой Ричардсона практически применим только к металлам с высокой температурой плавления. Недавно (1952/53 г.) был разработан новый метод измерения эмиссионных постоянных, применимый к легкоплавким металлам [Л. 2,13], использованный для определения постоянных Ti, V, Co, Ni, Ca, Ag и др.

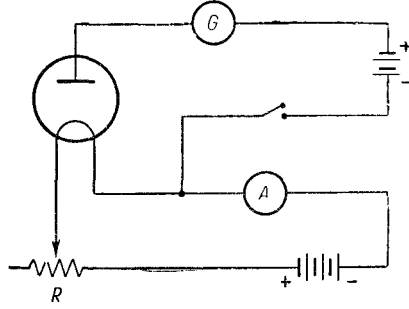


Рис. 161: Схема измерения работы выхода калориметрическим методом.

Таким образом, для определения Φ нужно измерить I_f , ΔI_f , I_e и T . Так как всегда $2kT \ll \Phi$, то при не очень точных измерениях можно $2kT$ учесть приближенно или даже отбросить. Это очень упрощает опыт, так как отпадает измерение температуры катода. В калориметрическом методе измеряется работа выхода $\Phi = \Phi_0 + \alpha T$ и, измеряя Φ при разных температурах, можно найти α .

Зависимость работы выхода от температуры можно измерить, определяя контактную разность потенциалов между исследуемым образцом, температуру которого можно менять, и другим металлом, находящимся при постоянной температуре. Так как контактная разность потенциалов

$$U_{\text{кн}} = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{1}{e}(\Phi_1 - \Phi_2),$$

где Φ_1 и Φ_2 — работы выхода обоих металлов, то, измерив $U_{\text{кн}}$ при двух температурах образца T_1 и T_2 и обозначая его работу выхода при этих температурах через Φ'_2 и Φ''_2 , получим:

$$(U_{\text{кн}})' = (U_{\text{кн}})'' = \frac{1}{e}[(\Phi_2)'' - (\Phi_2)'] = \frac{\alpha}{e}(T_2 - T_1). \quad (21.6)$$

Для измерения $U_{\text{кн}}$ можно применить один из методов, описанных в § 13 и 33.

Измерение фотоэлектронной эмиссии дает несколько методов определения граничной частоты и, следовательно, работы выхода. Эти методы были описаны в § 19. Из них особенно точные результаты дает метод смещения кривой Фаулера, с помощью которого можно измерить и коэффициент α , производя измерения смещения при разных температурах эмиттера.

2. Результаты измерений и их точность. Металлы, пригодные в качестве термоэлектронных катодов.

При сравнении результатов, полученных разными методами и различными исследователями, нужно принять во внимание еще ряд обстоятельств.

§ 21.. ЭМИССИОННЫЕ ПОСТОЯННЫЕ ЧИСТЫХ МЕТАЛЛОВ. СВОЙСТВА ТЕХНИЧЕСКИХ ТЕРМОЭЛ

Прежде всего не малое значение имеет примененная в работе техника очистки и обезгаживания поверхности эмиттера. Значение качества очистки лучше всего видно на примере платины, которая очень плохо поддается обезгаживанию. В течение почти 30 лет (с 1903 по 1936 г.) различные исследователи получали для Pt работу выхода в пределах от 5,68 до 6,6 эв и значение константы $A_{\text{эксп}}$, во много раз превосходящее теоретическое значение $120 \text{ а/см}^2 \cdot \text{град}^2$. Долгое время для Pt наиболее вероятной считалось $A_{\text{эксп}} = 17000 \text{ а/см}^2 \cdot \text{град}^2$.

Только в 1936 г. Уитней, применивший очень тщательные приемы очистки и обезгаживания, получил для платины $\Phi_0 5,32 \text{ эв}$ и $A_{\text{эксп}} = 32 \text{ а/см}^2 \cdot \text{град}^2$ — значения, которые выдержали дальнейшую проверку временем. Недостаточно высокий уровень вакуумной техники делает сомнительным результаты всех работ по измерению эмиссионных постоянных, выполненных примерно до 1930 г.

Далее, нужно иметь в виду неизбежное различие в исследуемых образцах. Термоэлектронным катодом большей частью служит протянутая проволока, а в фотоэлектрических измерениях применяют отшлифованные поверхности массивных кусков металла или слои, изготовленные, например, путем осаждения паров металла. Все это поликристаллические тела, и ориентировка микрокристаллов на их поверхности сильно зависит от способа обработки. Как известно, неодинаковость работы выхода различных кристаллических граней приводит к эмиссионной пятнистости, наблюдающейся как у термоэлектронных, так и у фотоэлектронных катодов (§ 19). Эмиссионная пятнистость наиболее резко выражена у пленочных и полупроводниковых катодов, однако она оказывает заметное влияние и на эмиссионные характеристики металлов. Очевидно, разные образцы одного и того же металла не могут быть совершенно одинаковыми и «пятна эмиссии» на них различны. Кроме того, металлы, служащие термоэлектронными катодами, рекристаллизуются и частично испаряются во время работы. Эти обстоятельства делают неизбежным некоторое расхождение в результатах отдельных исследователей и объясняют различия в таблицах эмиссионных констант, составленных в разное время и разными авторами. В основу табл. 11, в которой приведены эмиссионные постоянные некоторых металлов, положены данные таблиц, составленных Б. М. Царевым [Л.2.1] и Райтом [Л.2.19].

Работа выхода Φ_0 в таблице указана с точностью до третьей значащей цифры, однако последнюю из них в связи со сделанными выше замечаниями следует считать недостоверной.

Как уже было отмечено, металлы мало пригодны в качестве фотоэмиттеров и никогда не применяются в технических фотоэлектронных приборах. В качестве термоэлектронных катодов могли бы служить только металлы с высокой температурой плавления, занимающие первые семь строк таблицы. Некоторые из них (Re, Hf, Nb) еще недостаточно изучены. Для оценки пригодности металла в качестве термоэлектронного эмиттера может служить величина Φ_0/T_e , где T_e — температура, при которой упругость паров металла достигает $10^{-5} \text{ мм рт. ст.}$ Очевидно, что чем меньше отношение

Таблица 11: Эмиссионные постоянные некоторых металлов

№ п/п	Металл	Φ_0 [эв]	$Ae^{\alpha/k}$ [а/см ² ·град ²]	$\frac{\Phi_0}{T_e}$ [эв/град]	Темпера- тура плав- ления [° K]
1	Вольфрам	4,52	70	1,6	3650
2	Тантал	4,13	37	1,5	3300
3	Молибден	4,24	55	1,9	2850
4	Ниобий ¹ (колумбий)	3,98	37	—	2230
5	Рений ²	4,94	700	—	3450
6	Гафний ³	3,53	14	1,5	2480
7	Торий	3,35	70	1,8	2120
8	Платина	5,32	32	2,8	2046
9	Серебро	4,55	—	4,5	1233
10	Медь	4,29	—	4,4	1356
11	Никель	4,61	30	3,5	1725
12	Магний ⁴	3,68	—	6,5	
13	Барий	2,52	—	3,5	
14	Стронций	2,6	—	3,9	
15	Кальций	2,76	—	4,6	
16	Литий	2,39	—	3,2	
17	Натрий	2,35	—	5,0	
18	Калий	2,22	—	6,1	
19	Рубидий	2,17	—	6,3	
20	Цезий	1,93	—	5,9	
21	Цинк	3,74	—	—	

¹ Для ниобия [Л. 2.13] указано $\Phi = 4,01$ эв и $T_{пл} = 2770^\circ K$.

² Для Re [Л.2.13] указано $\Phi_0 = 4,74$ эв и $T_{пл} = 3710^\circ K$.

³ В литературе для $T_{пл}$ гафния указываются также цифры: $2248 \pm 25^\circ K$ и $2403 \pm 15^\circ K$, причем не отдается предпочтения ни одной из них.

⁴ Для металлов 12—20 температура плавления настолько низка, что термоэлектронная эмиссия с твердой фазы неизмеримо мала.

Φ_0/T_e , тем более подходит металл для термоэлектронного катода, так как тем дольше будет срок его службы. Для сравнения может служить обычный для катодов металл — вольфрам, для которого $\Phi_0/T_e = 1,6 \cdot 10^{-3}$ эв/град. Данные таблицы показывают, что для всех металлов, за исключением Та и Нf (для Re и Nb отношение Φ_0/T_e не измерено), эта величина больше, чем для W. Уже Mo ($\Phi_0/T_e = 1,9 \cdot 10^{-3}$) малоприспособен для термокатода, а остальные приведенные в таблице металлы для этой цели совершенно не подходят. На практике применяются только два металла: W и Та, как наиболее дешевые и имеющие вполне удовлетворительные эмиссионные и механические свойства. Интересны свойства Re. Этот тугоплавкий, плохо испаряющийся металл можно накаливать до температуры, при которой согласно формуле Ричардсона можно получить плотность эмиссионного тока до 3 а/см^2 . Такую большую плотность тока можно получить благодаря тому, что для Re $A_{\text{эксп}} = 700 \text{ а/см}^2 \cdot \text{град}^2$. Надо, однако, заметить, что аномально высокое значение $A_{\text{эксп}}$ для Re вызывает некоторые сомнения. Дело в том, что уже не раз бывало (примером может служить Pt), что найденные из опыта $A_{\text{эксп}}$, значительно превышающие теоретическое значение $A = 120 \text{ а/см}^2 \cdot \text{град}^2$, после тщательной проверки оказывались ошибочными. В настоящее время только для двух металлов указывают $A_{\text{эксп}} > 120 \text{ а/см}^2 \cdot \text{град}^2$ (кроме Re, еще для Zr, найдено $A_{\text{эксп}} \approx 300$). Во всяком случае вопрос о значении $A_{\text{эксп}}$ для Re и Zr требует дальнейшей проверки, тем более, что некоторые авторы дают для них значения $A_{\text{эксп}}$ равные 200 и $60 \text{ а/см}^2 \cdot \text{град}^2$ [см. Л. 2.23].

Отметим, что при нормальном сроке службы (не менее 1000 часов) с вольфрамового и танталового катодов нельзя получить токи с плотностью, значительно превышающей 1 а/см^2 .

3. Связь работы с другими константами металла.

Высота потенциального барьера W_a металла может быть найдена из соотношения

$$W_a = W_f + \Phi,$$

где W_f вычисляется по известной формуле

$$W_f = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}},$$

а работа выхода Φ определяется из опыта. Оказалось, что для металлов W_a может быть выражено эмпирической формулой

$$W_a = C \left(Z \frac{\delta}{M} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (21.7)$$

Здесь Z — число свободных электронов на атом, δ — плотность металла и M — его атомный вес, C — множитель, одинаковый для всех металлов. Легко видеть, что и W_f может быть выражено в зависимости от той же величины $Z\delta/M$, что и W_a .

В самом деле, концентрация электронов $n = \frac{Z\delta}{M}N_A$, где N_A — число Авогадро, и значит,

$$W_f = a \left(\frac{Z\delta}{M} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (21.8)$$

причем $a = 26,07$, если W_f выражать в электроновольтах. Связь между W_a и $Z\delta/M$, выражаемая формулой (21.7), в общем хорошо соответствует опытным данным, если принять, что $Z = 1$ для щелочных металлов и $Z = 2$ для всех остальных металлов (за исключением Ва, Sr и Са, имеющих плохую электропроводность и для которых лучшее согласие с опытом получается при $Z = 1$).

Из сказанного выше следует, что $\Phi = W_a - W_f$ также является функцией $(Z\delta/M)$. Это согласуется с теоретическими расчетами И. Е. Тамма и Д. И. Блохинцева, которые нашли для Φ приближенное выражение (Л.2, гл. VII)

$$\Phi = 15,6 \frac{Z\delta}{M} [\text{эв}]. \quad (21.9)$$

Как известно, плотность δ показывает характерную периодическую зависимость от порядкового номера элемента (рис. 162, а). Из (21.9) следует, что сходная зависимость от порядкового номера должна получиться и для Φ . Как показывает рис. 162, б, опытные данные хорошо подтверждают этот вывод, особенно если принять во внимание, что атомный вес M возрастает на рисунке слева направо. Формула (21.9) хорошо согласуется с тем, как изменяется работа выхода от элемента к элементу и дает правильный порядок величины Φ , но хорошего количественного согласия она не дает.

Вычисляя W_f по формуле (21.8) и полную работу выхода $W_a = W_f + \Phi$, где Φ — значение работы выхода, найденное из опыта, получим: а) для Ni $W_a = 12,54 + 4,61 = 16,76$ эв; б) для Ag $W_a = 9,91 + 4,55 = 14,46$ эв; в) для Zn $W_a = 10,54 + 3,74 = 14,28$ эв. Эти цифры хорошо согласуются с значениями W_a , найденными из наблюдения дифракции электронов при отражении.

4. Практические требования к термоэлектронным катодам.

Хороший и, так сказать, универсальный термоэлектронный эмиттер, вполне подходящий для катодов всевозможных электровакуумных приборов, должен удовлетворять ряду требований:

1) Эмиттер должен иметь небольшую работу выхода; тогда катод, сконструированный на его основе, будет иметь низкую рабочую температуру $T_{\text{раб}}$. Такой катод будет экономичен, т. е. отношение эмиссионного тока I_ε к мощности, расходуемой на накал P_f :

$$\frac{I_\varepsilon}{P_f} \frac{a}{\text{вт}},$$

§ 21.. ЭМИССИОННЫЕ ПОСТОЯННЫЕ ЧИСТЫХ МЕТАЛЛОВ. СВОЙСТВА ТЕХНИЧЕСКИХ ТЕРМОЭЛ

будет велико. Разумеется, экономичность $\frac{I_\varepsilon}{P_f}$ зависит от конструкции катода, в частности от того, можно ли уменьшить излучение с поверхности катода тепловыми экранами, как это возможно в газоразрядных приборах (§ 54, гл. 7, т. II). Низкая рабочая температура снижает уровень шумов прибора (см. ниже § 47), катод меньше нагревает и засвечивает соседние электроды, и тем самым уменьшается возможность появления с них заметной фото- и термоэлектронной эмиссии, почти всегда нежелательной.

2) Испаряемость активного вещества эмиттера при $T = T_{\text{раб}}$ должна быть как можно меньше. Это необходимо для получения длительного срока службы катода.

3) Эмиттер должен быть стойким по отношению к отравлению оставшимися в приборе газами (особенно опасны кислород и пары воды) и по отношению к бомбардировке ионами, которую невозможно совершенно устранить.

4) Эмиттер не должен разрушаться под действием сильных электростатических полей. При прочих равных условиях по отношению к действию электрического поля эмиттер будет тем устойчивее, чем глаже его поверхность.

5) Должна быть обеспечена возможность получения большой плотности эмиссионного тока

$$j_\varepsilon = \frac{I_\varepsilon}{S_k} \text{ ом/см}^2$$

без снижения срока службы катода.

6) Механические свойства эмиттера должны допускать изготовление прочных катодов с большой поверхностью и точно заданной толщиной, а также катодов сложной формы.

7) Обработка катода во время откачки прибора не должна быть чрезмерно сложной и длительной (легкое обезгаживание катода, быстрое активирование и т. п.).

Перечисленные выше требования — основные, но в отдельных частных случаях могут быть выдвинуты и дополнительные требования например высокий коэффициент вторичной эмиссии (с. в. ч. магнетроны), возможность проведения вне лампы всей обработки катода и т. д.

Металлические термоэлектронные катоды хорошо удовлетворяют только некоторым из поставленных требований: они стойки к отравлению газами, ионной бомбардировке и воздействию электростатического поля и легко обезгаживаются при откачке. Остальным требованиям металлы удовлетворяют плохо. Поэтому металлические катоды почти вытеснены из вакуумной техники отчасти пленочными (в частности металлогубчатыми) катодами и главным образом полупроводниковыми катодами, среди которых наибольшее значение имеет оксидный катод.

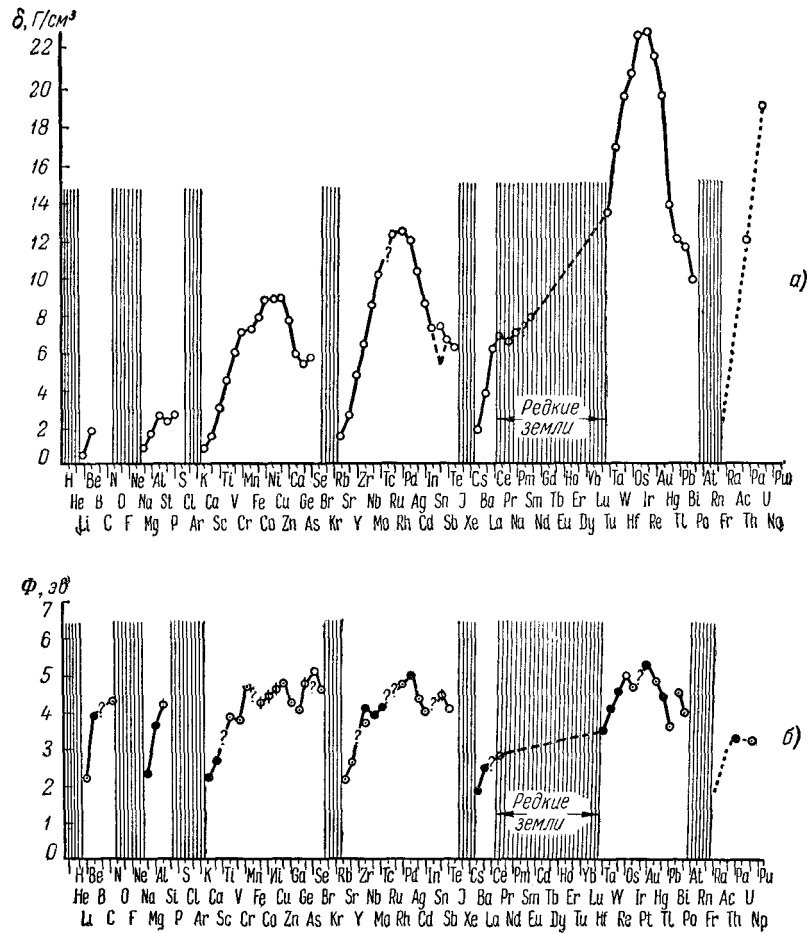


Рис. 162: Зависимость от атомного номера: *a*—плотности химического элемента; *б*—его работы выхода.

Свойства эмиттеров для термоэлектронных катодов

Эмиттер	T _{раб} [°K]	J _{тах} [$\frac{a}{cm^2}$] в режимах		Φ ₀ [эВ]	Поверхность	Стойкость по вы- сокому напряже- нию	Стойкость по нор- мой бомбардиро- вке и газозому отравлению	Примечания
		непре- рывн.	имп.					
W	2700	1	1	4,5	Очень гладкая	(1)	(1)	Оценки: (1) — очень хорошая, (2) — хорошая, (3) — удовле- творительная, (4) — плохая +) Re испаряется медленнее W
Ta	2370	1	1	4,1	То же	(1)	(1)	
Re ⁺)	2700	—	—	4,74	» »	(1)	(1)	
Nb	2300	0,5	0,5	4,0	» »	(1)	(1)	
Hf	(2350) = T _{пл}	—	—	3,5	» »	(1)	(1)	
Ba — W Th — W	1950 (карбид)	2 ⁺)	2 ⁺)	1,6 ÷ 1,5				+) Карбидированный Th — W — катоды старых ти- пов без пористого металла ++) Φ _{мин} ≈ 1,35 эВ
Cs — W				2,7				
Ba — O — W				1,5 ⁺⁺⁾ 1,3				
(BaSr)O	1100 — 1200	0,25 ⁺)	20 ⁺)	1,0 ÷ 1,2	Очень шероховатая	(4)	(4)	+) Легко достигаемое значение
ThO ₂	1950 — 2000	2	2 ÷ 5	2,5 ÷ 2,6	Шерохо- ватая	(3)	(2)	
ThC ₂	1950 — 2000	2	8	3,5	»	} Плохо изучены		
LaB ₆	1850	2	2	2,6	Гладкая			

5. Некоторые сведения о технических термоэлектронных катодах.

В настоящем пункте дан короткий обзор свойств, применяемых в технике термоэлектронных катодов — чисто металлических, пленочных и неметаллических. Некоторые сведения о конструкции катодов электронных ламп приведены также в гл. 5 (ч. II)².

Свойства различных эмиттеров, применяемых в технике и таких, применение которых представляется хотя бы возможным, сведены в табл. 12 и 13. Чисто металлические катоды всегда неэквипотенциальные и прямоугольные, так как их высокая рабочая температура практически исключает возможность косвенного подогрева. Поэтому катод всегда имеет призматиче-

²Более подробные сведения по конструкции, технологии и техническим расчетам катодов имеются в специальной литературе [например Л. 5.10 или Л. 2.23, статья Тягунова и Юдинской].

Таблица 13: Свойства металлогубчатых катодов

Металлогубчатые катоды ¹	$T_{\text{раб}} [^{\circ} K]$	$j [a/cm^2]$	$\Phi [эв]$	Пленка
МГ—W—(Ba, Sr)CO ₃	1270	3	1,6—2,0	Ba
МГ—W—(Ba, Sr)CO ₃ +Si	1170	4	1,6—2,0	Ba
МГ—W—(Ba Be) (сплав)	1170	5	1,5	Ba
МГ—Mo—(Ba Be) (сплав)	1120	5	—	Ba
МГ—W—Th	1750 ÷ 1800	3	2,7	Th

¹ Обозначения: первые две буквы МГ—тип катода (металлогубчатый), после тире—пористый металл, после второго тире—заложено в полость активное вещество, за счет которого на катоде образуется одноатомная пленка.

ческую форму (цилиндрическая проволока, лента) и изготовление катода не только сложной формы, но даже плоской затруднительно. Кроме того, с металла при нормальном сроке службы нельзя получить эмиссионный ток большой плотности. Область применения чисто металлических катодов определяется их высокой стойкостью к отравлению, ионной бомбардировке и разрушению электрическими полями. Вольфрамовые и танталовые катоды сейчас можно еще встретить в генераторных лампах, электронных микроскопах и специальных приборах, где нужно большое постоянство эмиссии. Сказанное выше относится и к пленочному карбидированному W — Th - катоду.

Эмиссионные постоянные пленочных катодов были приведены в табл. 6, а также в табл. 13. Если принять, что испаряемость металла пленки такая же, как испаряемость массивного куска того же металла, то величина Φ_0/T_e для W — Ba равна $2,35 \cdot 10^{-3}$, а для W — Th равна $1,46 \cdot 10^{-3}$ эв/град. Эти цифры преувеличены, так как в действительности испаряемость пленки меньше. Таким образом, если даже исходить из этой преувеличенной величины параметра Φ_0/T_e , то термоэлектронный W — Th-катод превосходит катод из любого чистого металла. Метод изготовления и активирования прямонакальных W — Th-катодов был описан в § 16. Но у W — Ba и особенно у W — Cs-катодов параметр Φ_0/T_e слишком велик, и эти катоды практически непригодны, если только пленка не возобновляется за счет новых атомов покрытия, непрерывно поступающих на поверхность катода.

Таковыми катодами являются пленочные металлогубчатые или металлопористые катоды (часто называемые также L-катадами).

Пленочные металлогубчатые катоды с 1954—1956 гг. начали применяться в лампах промышленных типов. Эмиссионные свойства тех из них, технология которых уже достаточно разработана, даны в табл. 13.

Физические свойства металлогубчатых пленочных катодов, а также конструкция катода с плоской эмиттирующей поверхностью были описаны в § 16. На рис. 163 схематически изображен цилиндрический металлогубчатый катод. Активное вещество 2, например BaCO₃, находится в полости между пористой оболочкой 1 и металлической стенкой 3, отделяющей полость от

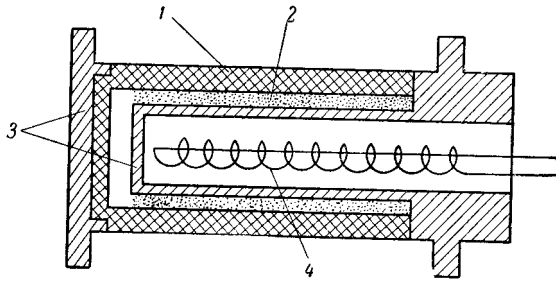


Рис. 163: Цилиндрический металлогубчатый катод. 1—пористый вольфрам; 2 (Ba, Sr) CO₃; 3—молибденовая камера; 4—подогреватель.

нагревателя 4. Пористая оболочка геометрически сварена с металлическим корпусом катода, так что при нагреве испаряющееся активное вещество может проходить только через поры оболочки 1, образуя на ней одноатомную пленку.

На рис. 163 показана цилиндрическая конструкция металлогубчатого катода, в которой температуры полости и эмиттирующей поверхности катода почти равны. В такой конструкции могут встретиться трудности в подборе наиболее выгодного температурного режима.

Как известно, атомы покрытия все время испаряются и должны заменяться атомами, диффундирующими изнутри и притом с такой скоростью, чтобы пленка все время оставалась одноатомной. Ясно, что желательно иметь возможность поддерживать температуру полости на уровне как более высоком, чем температура рабочей поверхности катода, так и на более низком, и тогда получится конструкция, пригодная для различных активирующих веществ. Этому требованию удовлетворяет конструкция, схема которой дана на рис. 164; меняя расстояние z , можно при заданном $T_{\text{раб}}$ устанавливать разные температуры полости.

Пористый вольфрам получается спеканием в водороде спрессованного порошка W. Видимо, изготовление качественного пористого вольфрама встречает технические трудности, которых можно избежать, применяя так называемый сотовый катод. Молибденовая трубка, туго заполненная проволоками из W, проковывается и разрезается на пластинки толщиной около 1 мм. Между отрезками проволоки образуются капиллярные каналы, по которым атомы покрытия проникают на поверхность. Вольфрам применяется в качестве материала для пористой стенки потому, что Ba и Th — металлы, используемые для покрытия, хорошо мигрируют по поверхности W (см. § 16), а это, очевидно, существенно для поддержания пленки. С образцами сотового катода удавалось получать в импульсе до 200 а/см^2 . Срок службы металлогубчатых катодов пока, видимо, еще сильно колеблется в зависимости от технологии изготовления и, конечно, в зависимости от режима. В режимах, указанных в табл. 13, он во всяком случае составляет несколь-

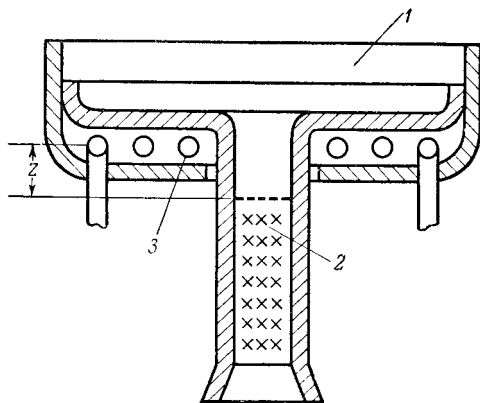


Рис. 164: Металлогубчатый катод, позволяющий получать различные температуры электронной поверхности и полости, содержащей активирующее вещество. 1—пористый вольфрам; 2—активное вещество; 3—подогреватель.

ко сотен часов. Потеря эмиссии связана с исчерпанием запасов активного вещества или с закупоркой пор. МГ-катоды обладают резко выраженной эмиссионной пятнистостью. В литературе есть сведения о применении МГ-катодов в различных с. в ч. лампах (триодах, клистродах, магнетронах).

Было предложено немало способов для смягчения недостатков оксидных катодов. Для этого нужно, во-первых, бороться с образованием высокоомной прослойки, применяя соответствующие керны, — этот вопрос уже был рассмотрен раньше. Во-вторых, нужно механически укреплять оксидный слой и улучшать его структуру с тем, чтобы диффузия Ва все время работы протекала беспрепятственно и не возникали бы местные перегревы, ведущие к искрению. Было разработано несколько способов, обеспечивающих хорошую теплопередачу от оксида к металлу-керну:

- а) К (Ва, Sr) CO_3 примешивают до 55% порошка никеля.
- б) На керн наваривают сетку из никелевых проволок и потом наносят (Ва, Sr) CO_3 . При этом не только укрепляется слой, но и улучшаются условия для активирования.
- в) На керн наносят матрицу, спеченную в водороде из порошка Ni. В этой стадии обработки эмиттирующее вещество еще отсутствует. Затем поры в матрице заполняют (Ва, Sr) CO_3 , после чего катод обрабатывается и активируется как обычный О. К.
- г) Катод изготовляют в виде футляра из Мо, заполненного приваренным к его дну никелевыми трубками; трубки заполняют (Ва, Sr) CO_3 (рис. 165), после чего футляр вместе с трубками обжимают и придают катоду нужную форму. Это так называемый трубчатый, или «парцеллированный», катод. Он имеет плоскую эмиттирующую поверхность.

Описанные приемы заметно повышают как прочность катода, так и его эмиссионные свойства. Например, катоды, изготовленные по способу б), да-

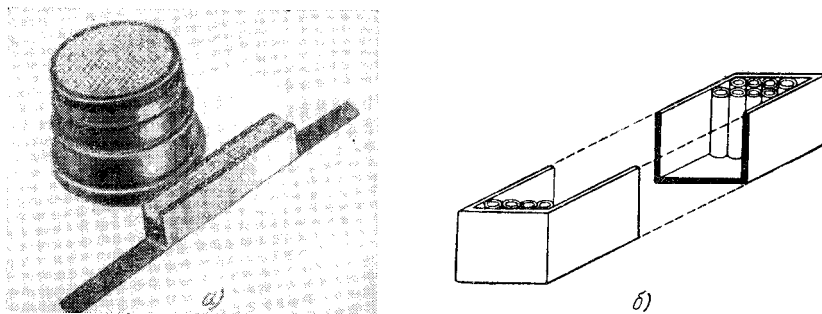


Рис. 165: Парцеллированный (трубчатый) оксидный катод. *а*—внешний вид; *б*—размещение трубок внутри футляра.

ют в непрерывном режиме, $0,35 - 0,40 \text{ а/см}^2$, а парцеллированные катоды до $0,6 \text{ а/см}^2$, в то время как обычные О. К. не более $0,2 \text{ а/см}^2$.

Интересная для практики задача — получение очень высокой плотности эмиссионного тока в непрерывном режиме, хотя бы с очень небольшой площади — решается с помощью так называемых полых катодов. Полый катод представляет собой небольшую полость, покрытую с внутренней стороны оксидом, который нагревается извне особым подогревателем (рис. 166). Катод эмиттирует через небольшое отверстие *А*. Типичные данные полого катода: диаметр полости $\sim 6 \text{ мм}$, диаметр отверстия $\sim 0,5 \text{ мм}$, плотность тока $2 - 3 \text{ а/см}^2$ при температуре 800° С и $25 - 100 \text{ а/см}^2$ при температуре 900° С . Катод весьма устойчив по отношению к ионной бомбардировке.

Электроннооптическое исследование полого катода показало, что к электронам, выходящим через отверстие из полости, добавляются электроны, выходящие из слоя оксида, расположенного кольцом вокруг отверстия на наружной стенке полости. Этот оксид возгоняется изнутри полости, а может быть, частью мигрирует сюда по стенке. В процессе работы этот слой непрерывно пополняется за счет запасов оксида в полости. При низких анодных напряжениях изнутри полости вытягивается мало электронов и главным источником является наружный слой оксида. При высоких напряжениях наружный слой попадает в режим насыщения, а эмиссия изнутри все время растет. Насыщения эмиссии из полости достичь не удается, так как для этого были бы нужны огромные напряжения. Отношение обоих токов $I_{\text{полости}}/I_{\text{краев}}$ меняется в зависимости от $T_{\text{к}}$ и $U_{\text{а}}$ в широких пределах, но в общем обе компоненты тока имеют практическое значение. Вольт-амперные характеристики полого катода сильно отступают от закона трех вторых. Это объясняется наложением двух токов $I_{\text{полости}}$ и $I_{\text{краев}}$, причем $I_{\text{краев}}$ быстро подходит к насыщению и обладает резко выраженным эффектом Шоттки. Из опыта найдено, что $I_{\text{а}}$ пропорционально $(U_{\text{а}})^n$, где $n = 1,0 \div 1,2$. Кроме того, $I_{\text{а}}$ во всех режимах заметно зависит от температуры катода. Это заставляет применять стабилизацию тока подогревателя.

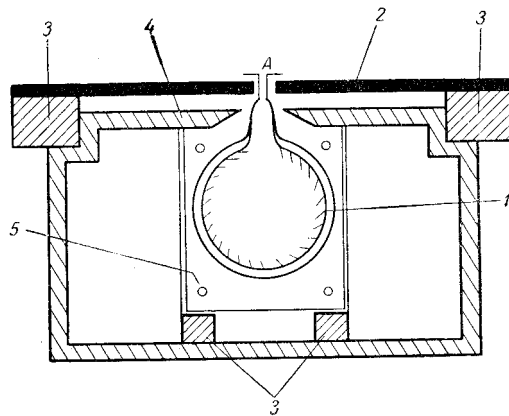


Рис. 166: Полый термоэлектронный катод. 1—слой оксида; 2—анод; 3—изоляторы; 4—молибденовая коробка—«холодный катод»; 5—подогреватель; А—отверстие катода.

§ 22. Вторичная электронная эмиссия металлов

Эмиссия вторичных электронов с поверхности металла, бомбардируемой потоком электронов, была обнаружена Остином и Штарке еще в 1902 г. [Л. 2.24], но, в то время как в изучении термоэлектронной и фотоэлектронной эмиссии были достигнуты значительные успехи и в ряде случаев эти явления использовались на практике, в изучении вторичной электронной эмиссии мало что было сделано вплоть до 20-х годов. Теоретические исследования вторичной эмиссии встретили трудности из-за большой сложности самого явления, а для практики вторичная эмиссия долгое время имела значение только как побочное и, большей частью, нежелательное явление в электронных лампах.

Повышение интереса к вторичной эмиссии было связано с разработкой и практическим применением метода каскадного усиления электронных токов с помощью вторичной эмиссии. Этот метод впервые был применен в построенном Л. Кубецким усилителе фотоэлектронных токов с магнитным полем, так называемой «трубки Кубецкого», и впоследствии в ряде фотоэлектронных умножителей других конструкций (описание их см. в гл. 4, ч. II). Вторичноэлектронное усиление используется также в электронных лампах и телевизионных передающих трубках.

В фотоэлектронных умножителях применяются исключительно сложные эмиттеры. Однако представляет практический интерес и изучение вторичной эмиссии металлов, играющей важную роль во многих электронных приборах, где она оказывает существенное влияние на токораспределение и потенциалы изолированных электродов.

1. Методы экспериментального исследования вторично-электронной эмиссии.

При изучении любого вида электронной эмиссии наибольшее значение имеют измерения эмиссионного электронного тока и распределения эмиттированных электронов по энергиям в зависимости от внешнего воздействия, вызывающего эмиссию, т. е. в данном случае от энергии и интенсивности потока первичных электронов.

Опыт показывает, что вторичные электроны эмиттируются не только со стороны входа первичных электронов (вторичная эмиссия, наблюдаемая «на отражение»), но при достаточно тонком эмиттере и большой скорости первичных электронов и со стороны их выхода (вторичная эмиссия, наблюдаемая «на прострел»). В электровакуумных приборах, электроды которых почти всегда достаточно массивны, имеет значение в основном первый случай.

Измерение распределения скоростей (энергий) вторичных электронов наиболее просто может быть произведено уже известным нам методом задерживающего поля в сферическом конденсаторе. Этим методом было выполнено очень много исследований вторичной эмиссии. Устройство прибора схематически показано на рис. 167. Тонкий пучок первичных электронов попадает на мишень-эмиттер Э и вторичные электроны собираются на коллекторе С. Измерение тока коллектора в зависимости от задерживающего напряжения дает, как было показано в § 19, интегральную кривую распределения, из которой дифференцированием получается обычная кривая распределения, т. е. кривая зависимости $\Phi(W) = \frac{dN_W}{dW}$ от W . На том же приборе, подавая на коллектор положительное относительно эмиттера напряжение, можно измерить полный вторично-электронный ток и найти отношение

$$\sigma = \frac{N_s}{N_p} = \frac{I_s}{I_p}, \quad (22.1)$$

где I_p , I_s , N_p , N_s — соответственно токи и числа первичных и вторичных электронов. Величина σ называется коэффициентом вторичной эмиссии.

Метод тормозящего поля сферическими электродами позволяет определить распределение по энергиям для всех вторичных электронов независимо от направления их вылета.

Представление о методе магнитного анализа скоростей, дающем возможность найти распределение скоростей электронов, эмиттированных по определенному направлению, дает рис. 168. Вторичные электроны, выбиваемые из эмиттера Э тонким пучком первичных электронов через щель S_1 , попадают в магнитное поле, перпендикулярное к плоскости рисунка, и отклоняются по кругу радиуса

$$R = v \frac{mc}{eH}.$$

Коллектором электронов служит фарадеев цилиндр, в котором электроны попадают через щель S_2 . При заданном поле H и фиксированных раз-

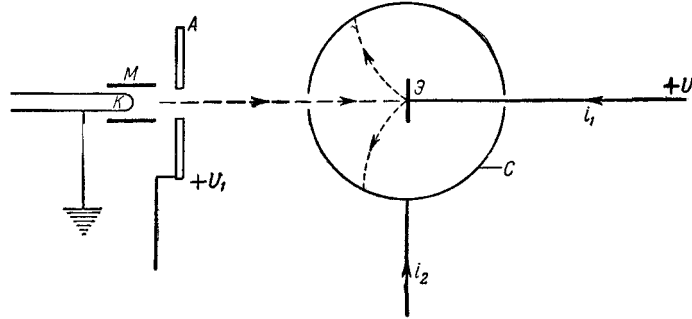


Рис. 167: Схема измерения распределения скоростей вторичных электронов методом сферического конденсатора. K, M, A —электроды прожектора; \mathcal{E} —эмиттер вторичных электронов; C —сферический коллектор.

мерах прибора электроны со скоростями, значительно отличающимися от $v = R \frac{eH}{mc}$, попадают на стенки прибора, но электроны со скоростями, немного от нее отличающимися вследствие конечной ширины щели S_2 , попадают на коллектор. Эти электроны проходят по полуокружностям, радиусы которых лежат в интервале $R \div R \pm \Delta R$, причем

$$\Delta R = \frac{mc}{eH} \Delta v = \Delta v \frac{R}{v}.$$

Число электронов со скоростями, отличающимися от v не более чем на Δv , равно $F(v)\Delta v$, где $F(v)$ — функция распределения по скоростям; тогда

$$I_{\text{ц}} = eF(v)\Delta v; \quad F(v) = A \frac{I_{\text{ц}}}{v},$$

где $I_{\text{ц}}$ — ток коллектора и A — константа прибора. Изменяя H , можно найти $F(v)$ для различных значений v , т. е. построить функцию распределения по скоростям, от которой легко перейти к функции распределения по энергиям.

Исследование вторичной эмиссии «на прострел» при больших энергиях первичных электронов (до 100 кэВ) и с большой точностью оказалось возможным на электрическом анализаторе скоростей, предложенном Молленштедтом. Этот прибор представляет собою по существу электростатический электронный микроскоп специальной формы. Он будет описан в § 32 гл. 4. Сейчас мы отметим только, что электрический анализатор скоростей позволил в потоке электронов, имеющих энергию 35 000 эВ, распознавать группы электронов, потерявших энергию порядка нескольких электронвольт, и измерять потерю энергии с точностью до 0,5 эВ. По вопросу о методах экспериментального изучения вторичной эмиссии см. [Л. 2.24; Л. 2.42].

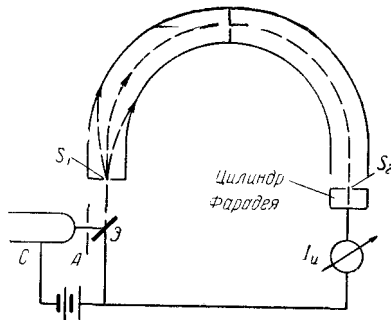


Рис. 168: Прибор для измерения распределения скоростей вторичных электронов методом магнитного анализа (схематический чертеж). A, C —электроды прожектора; \mathcal{E} —эмиттер вторичных электронов; S_1 и S_2 —входные щели анализатора и коллектора; I_u —гальванометр.

2. Результаты экспериментального исследования вторичноэлектронной эмиссии металлов. Отраженные электроны и истинные вторичные электроны.

На рис. 169 изображены типичные для металлов кривые распределения вторичных электронов по энергиям, измеренные при энергии первичных электронов, равной 150 эв . На всех кривых имеется узкий максимум R , соответствующий группе электронов, скорость которых с точностью до скоростей вылета из катода совпадает со скоростью первичных электронов. Опыт показывает, что при изменении ускоряющего напряжения первичных электронов U_p соответственно изменяется и положение максимума R . Положение максимума S , лежащего для всех металлов в области энергий, меньших 10 эв , не зависит от U_p . Небольшой по высоте максимум N , часто распадающийся на несколько отдельных максимумов, при изменении U_p перемещается вместе с максимумом R , но величина $(U_R - U_N)$ при этом остается постоянной. Напомним, что количество электронов, энергии которых лежат в интервале энергий $e\Delta U = \Delta W \text{ эв}$, пропорционально площади соответствующего участка кривой распределения.

Эти экспериментальные результаты позволяют выделить в потоке вторичных электронов три группы. Первичные электроны, отраженные без потери энергии от потенциального барьера металла, составляют группу, соответствующую максимуму R . Как известно из теории прохождения электронов через барьер, от него отражаются не только электроны, идущие из металла наружу, но и электроны, двигающиеся в обратном направлении, причем коэффициент отражения электронов, имеющих вне металла кинетическую энергию K_v и, значит, полную энергию (относительно дна потенциальной ямы металла) $K_v + W_a$, такой же, как для электронов в металле, имеющих здесь кинетическую энергию $K_m = K_v + W_a$ [Л. 2.5, гл.

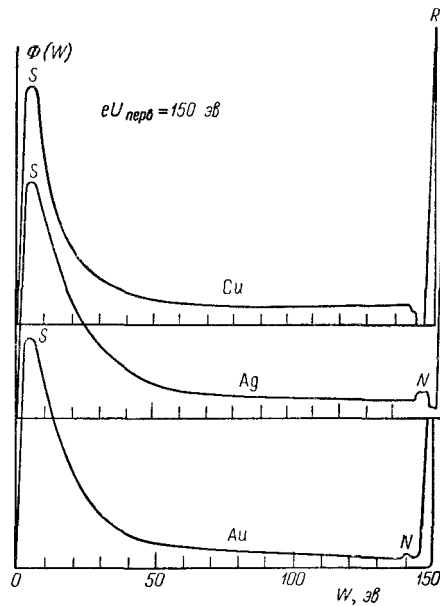


Рис. 169: Кривые распределения вторичных электронов по энергиям для Cu, Ag, Au (Рудберг, Метод магнитного анализа скоростей).

7, § 42]. В § 14 было отмечено, что для электронов, идущих из металла наружу, коэффициент отражения тем ближе к нулю, чем больше разность $(K_m - W_a) = K_v$. Следовательно, из потока быстрых электронов (K_v велико) только немногие отражаются упруго, без потери энергии. Поэтому максимум R узок; однако при уменьшении K_v относительное количество упруго рассеянных электронов возрастает.

Другая, опять-таки небольшая часть первичных электронов, соответствующая максимуму N , рассеивается с небольшой потерей энергии. Величина потерь, как было указано выше, совершенно не зависит от U_p и характерна для вещества эмиттера. Поэтому их называют характеристическими потерями.

Электроны, испытавшие характеристические потери, всегда составляют ничтожное меньшинство всех электронов, рассеянных эмиттером. Поэтому влияние их на работу приборов, использующих вторичную эмиссию, очень мало. Тем не менее изучение характеристических потерь важно для понимания характера взаимодействия между первичными электронами, с одной стороны, и кристаллической решеткой и свободными электронами металла — с другой. Этот вопрос сейчас находится в стадии изучения, и поэтому здесь мы ограничимся немногими замечаниями.

Частичные потери энергии первичного электрона при взаимодействии с атомами металла можно объяснить аналогично потерям энергии в известных опытах Франка и Герца [Л. А. 1, т. 2, гл. 23; Л. А. 2, т. 2, гл. 17], с той разницей, что в ме-

талле электрон, удаленный из атома (ионизированного), остается внутри металла, т. е. входит в число электронов проводимости и попадает на один из свободных разрешенных энергетических уровней выше уровня Ферми. Такого рода переходы электронов в зонной теории твердого тела получили название межзональных переходов. С теми же межзональными переходами из внешних оболочек атома на свободные уровни выше уровня Ферми приходится встречаться при поглощении мягких рентгеновских лучей. Поэтому должно наблюдаться совпадение или, по крайней мере, близость между величинами характеристических потерь энергии электронов и энергиями квантов рентгеновских спектров поглощения. Это в ряде случаев действительно имеет место.

Возможен и другой механизм передачи энергии первичных электронов непосредственно электронам проводимости, также дискретными частями. Первичный электрон, проникая в металл, может возбудить колебания целой группы электронов проводимости, занимающей некоторый объем. Эти колебания по аналогии с колебаниями электронов в газовом разряде (см. гл. 3, § 27) получили название плазменных. Энергию, затрачиваемую на возбуждение плазменных колебаний, можно подсчитать теоретически (см. [Л. 2.43]), причем по величине они оказываются близкими к потерям, которые должны наблюдаться при межзональных переходах. Это затрудняет решение вопроса о природе характеристических потерь, тем не менее можно думать, что оба механизма имеют место. Например характеристические потери в магнии при больших U_p , по-видимому, связаны с возбуждением плазменных колебаний (по Н. Б. Горному), в то время как для Al получается хорошее совпадение найденных из опыта характеристических потерь с потерями, которые нужно ожидать, исходя из структуры рентгеновского спектра. По вопросу о характеристических потерях (см. [Л. 2.43; Л. 2.42; Л. 2.48]).

Как упруго, так и неупруго рассеянные электроны не входят глубоко в решетку металла. Эти электроны, собственно говоря, не следует причислять к истинным вторичным электронам. Обычно считают, что все отраженные или прошедшие сквозь металл электроны, имеющие энергию больше 50 эв, принадлежат к этим двум группам.

Но часть первичных электронов проникает в металл настолько глубоко, что ни при каких условиях не может из него выйти. Эти электроны, продвигаясь внутри решетки металла, теряют энергию на возбуждение тепловых колебаний атомов, плазменных колебаний свободных электронов и на возбуждение и вторичную ионизацию ионов решетки, происходящую, как уже упоминалось, в виде межзональных переходов. В результате вторичной ионизации, а возможно и в результате поглощения в металле квантов мягкого рентгеновского излучения, возбужденного первичными электронами, внутри решетки появляются истинные вторичные электроны, обладающие начальной энергией, которая, очевидно, не зависит от энергии первичных электронов. Эти внутренние вторичные электроны теряют энергию главным образом при взаимодействиях с электронами проводимости, поле которых сравнительно медленно ($\sim 1/r^2$) убывает с расстоянием, в то время как для ионизации атомов решетки у них энергии не хватает и их столкновения с ионами носят почти всегда упругий характер. Часть вторичных электронов, взаимодействуя со свободными электронами металла, быстро

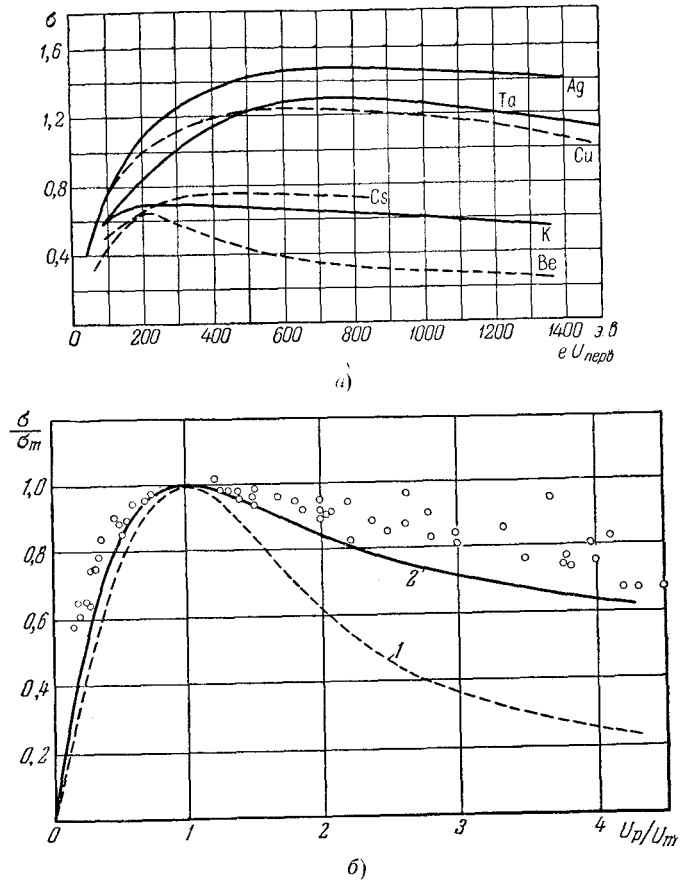


Рис. 170: *a*—кривые зависимости коэффициента вторичной эмиссии σ от энергии первичных электронов для некоторых металлов; *б*—приведенные кривые вторичной эмиссии. Экспериментальные точки взяты из измерений с металлами Cu, Ni, Li, Mo, Pt, Al, Mg, Fe, Nb, Rb и полупроводниками В, Ge, Si.

растрачивает свою энергию и не доходит до поверхности, но другая часть, из числа электронов, появившихся не слишком далеко от поверхности, достигает ее, сохранив энергию, достаточную для перехода через поверхностный потенциальный барьер, и покидает металл. Эти электроны образуют поток собственно вторичных электронов, начальные скорости которых при выходе из металла, как ясно из сказанного выше, не зависят от скорости первичных электронов и во всяком случае для главной массы вторичных электронов не должны меняться в широких пределах. На кривых рис. 169 истинным вторичным электронам соответствуют максимум S и часть кривой распределения приблизительно до 50 эв.

На рис. 170, *a* изображена зависимость коэффициента вторичной эмиссии от энергии первичных электронов для некоторых металлов. Кривые для различных металлов оказываются близкими не только по форме, но и в количественном отношении. Максимальное значение $\sigma = \sigma_{\max}$ колеблется для металлов от $\sigma_m 0,5$ (Li, Be) до $\sigma_{\max} 1,8$ (Pt); максимум σ_{\max} для всех металлов наблюдается при первичных напряжениях в несколько сотен вольт.

Максимальный коэффициент вторичной эмиссии σ_{\max} и соответствующее ему первичное напряжение U_{\max} являются величинами, характерными для металла. Сводка их значений дана в табл. 14. Следует отметить, что вследствие неизбежных различий в образцах металлов (состояние поверхности, загрязнение, различия в микрокристаллической структуре) данные различных авторов значительно расходятся. Для получения табличных данных особенно необходимо тщательное обезгаживание. Например, Н. С. Хлебников нашел, что простое пребывание пленки Be в атмосфере кислорода в течение некоторого времени вызвало увеличение σ в несколько раз. В табл. 14 приведены цифры, считающиеся наиболее надежными, но все же их точность, по оценке некоторых авторов, не превышает 10%.

В табл. 14 металлы расположены в порядке возрастания работы выхода. Легко заметить, что в общем повышение Φ сопровождается повышением σ_{\max} , хотя в ряде случаев (Al, Be) это соответствие нарушается. Все же тенденцию к увеличению σ_{\max} при переходе к металлам с большей работой выхода можно считать достаточно определенно выраженной. Это обстоятельство указывает в полном соответствии с изложенными выше представлениями о вторичной эмиссии на преобладающее значение процессов зарождения вторичных электронов и их продвижения к поверхности по сравнению с последним этапом явления — переходом через поверхностный барьер. Параллелизм между Φ и σ_{\max} металлов пока не нашел себе убедительного теоретического объяснения.

Если построить зависимость σ/σ_{\max} от U_p/U_{\max} , то, как впервые заметил Баруда, экспериментальные точки для различных металлов лежат внутри довольно резко ограниченной области, определяя тем самым универсальную кривую, характеризующую вторичную эмиссию металлов (рис. 170, *б*). Точки для собственных полупроводников Ge и Si также хорошо ложатся на ту же кривую. Мы будем называть ее приведенной кривой вторичной эмиссии.

Таблица 14: Максимальный коэффициент вторичной эмиссии σ_{\max} некоторых металлов и соответствующее ему первичное напряжение U_{\max} [по Л. 2.24]

Металл	σ_{\max}	U_{\max} [e]	Φ [эв]
Cs	0,72	400	1,93
K	0,75	200	2,2
Ba	0,83	400	2,52
Rb	0,9	350	2,57
Be	0,53	200	3,9
Ta	1,3	500	4,13
Al	1,0	300	4,2
Mo	1,25	375	4,24
Cu	1,3	600	4,29
W	1,4	700	4,5
Ag	1,5	800	4,55
Ni	1,31	550	4,61
Pt	1,8	800	5,32

Задачей теории вторичной эмиссии является теоретический расчет кривых распределения вторичных электронов по энергиям (рис. 169): зависимости σ от первичного напряжения U_p , в частности зависимости, выражаемой универсальной приведенной кривой вторичной эмиссии, и нахождение углового распределения вторичных электронов, а также зависимости σ от угла падения первичных электронов, зависимости σ от температуры и работы выхода. Эти задачи в настоящее время решены далеко не полностью.

3. Теория приведенной кривой вторичной эмиссии.

При движении внутри кристалла первичные электроны расходуют энергию главным образом на возбуждение и ионизацию атомов. Известно, что, начиная с некоторого нижнего предела, близко лежащего к энергии ионизации (или возбуждения), вероятность ионизации (или возбуждения) уменьшается с увеличением энергии электронов. Для случая движения электронов в газе этот вопрос рассматривается в § 24. Предположим, что энергия первичных электронов $W_p = eU_p$, падающих нормально на поверхность металла, изменяется внутри его по закону

$$\frac{dW_p}{dx} = -\frac{A}{W_p^{n-1}} \quad (22.2)$$

Показатель степени $(n - 1)$ будет определен позже. Можно считать, что формула (22.2) выполняется на большей части пути первичного электрона. Характер изменения W_p и dW_p/dx представлен на рис. 171, а. Естественно принять, что число вторичных электронов, созданных одним первичным электроном, пропорционально потере его энергии на единице длины пути

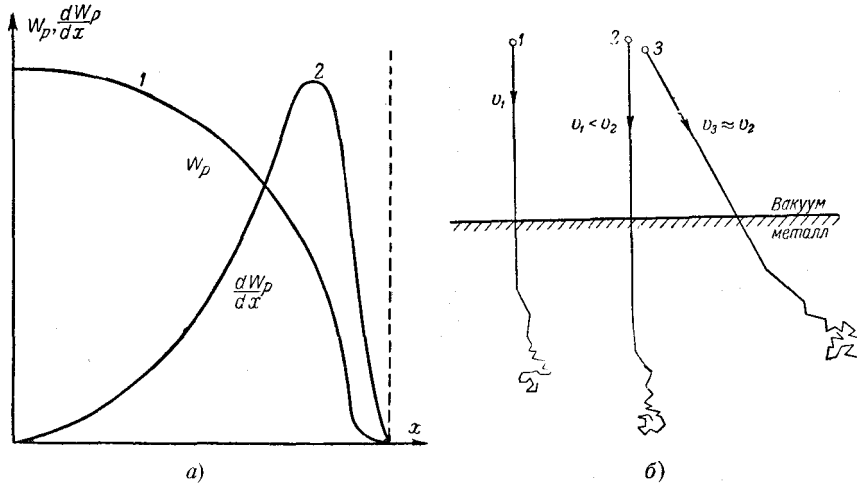


Рис. 171: К вопросу о зарождении вторичных электронов внутри металла.

dW_p/dx , т. е.

$$N(x, W_p) = -\frac{dW_p}{dx} \frac{1}{\varepsilon} \tag{22.3}$$

где $\varepsilon = \left(-\frac{dW_p}{dx}\right)_{N=1}$ — средняя энергия, затрачиваемая на создание одного первичного электрона.

Вторичные электроны, двигаясь к поверхности, теряют энергию при столкновениях со свободными электронами и ионами металла, т. е. происходит своего рода поглощение их энергии. Это обстоятельство можно учесть, принимая, что вероятность достижения ими поверхности с энергией, достаточной для преодоления поверхностного барьера, выражается формулой (сходной с обычной формулой поглощения энергии, например световой, в поглощающей среде):

$$f(x) = Be^{-\alpha x} \tag{22.4}$$

где $B = [f(x)]_{x=0} \lesssim 1$, так как некоторые вторичные электроны, появившиеся у самой поверхности, уйдут в глубину металла и не будут эмиттированы. Коэффициент вторичной эмиссии, имея в виду, что $N(x, W_p)$ — число электронов, созданных одним первичным электроном, можно записать в виде

$$\sigma = \int N(x, W_p) f(x) dx = -\frac{B}{\varepsilon} \int \frac{dW_p}{dx} e^{-\alpha x} dx. \tag{22.5}$$

Из (22.2) следует:

$$W_p^n = W_{p0}^n - Anx, \tag{22.6}$$

где W_{p0} — начальная энергия первичных электронов.

Полагая $W_p(x) = 0$, получим глубину проникновения первичных электронов

$$(x)_{W_p=0} = R = \frac{W_{p0}^n}{An}. \quad (22.7)$$

Вводя новое переменное

$$y = \sqrt[n]{\alpha(R-x)}, \quad (22.8)$$

(22.5) можно привести к виду

$$\sigma = \left(\frac{B}{\varepsilon}\right) \left(\frac{An}{\alpha}\right)^{\frac{1}{n}} \exp(-r^n) \int_0^r \exp(y^n) dy = \left(\frac{B}{\varepsilon}\right) \left(\frac{An}{\alpha}\right)^{\frac{1}{n}} F_n(r), \quad (22.9)$$

где

$$r = \sqrt[n]{\alpha R} = W_{p0} \sqrt[n]{\frac{\alpha}{An}}, \quad (22.10)$$

$$F_n(r) = \exp(-r^n) \int_0^r \exp(y^n) dy. \quad (22.11)$$

Пусть при первичной энергии W_m , т. е. при $r = r_m = W_m \sqrt[n]{\frac{\alpha}{An}}$, σ достигает максимального значения σ_{\max} . Из условия максимума функции $F_n(r)$ легко найти

$$F_n(r_m) = \frac{1}{nr_m^{n-1}},$$

откуда

$$\sigma_{\max} = \left(\frac{B}{\varepsilon}\right) \left(\frac{An}{\alpha}\right)^{\frac{1}{n}} F_n(r_m) = \left(\frac{B}{\varepsilon}\right) \left(\frac{An}{\alpha}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{1}{nr_m^{n-1}}. \quad (22.12)$$

Принимая во внимание (22.10), уравнение приведенной кривой можно записать в виде

$$\frac{\sigma}{\sigma_{\max}} = \frac{F_n(r)}{F_n(r_m)} = nr_m^{n-1} F_n\left(r_m \frac{W_{p0}}{W_m}\right). \quad (22.13)$$

Формула (22.13) универсальна, так как в нее не входят величины B , ε , A , α , характерные для вещества. Значение входящей в нее величины r_m можно найти, если задаться значением n . Если положить $n = 2$, то формула (22.2) примет наиболее простой вид

$$\frac{dW_p}{dx} = -\frac{A}{W_p}. \quad (22.2a)$$

Это так называемая формула Виддингтона, выведенная этим автором на основе классических представлений (в 1912 г.). Для $n = 2$ получается $r_m = 0,92$ и уравнение приведенной кривой вторичной эмиссии принимает вид

$$\frac{\sigma}{\sigma_m} = 1,85 F_2\left(0,92 \frac{W_{p0}}{W_m}\right), \quad (22.14)$$

где через F_2 обозначена функция F_n при $n = 2$.

Кривая 1 (рис. 170, б), построенная по уравнению (22.14), в начальной части хорошо согласуется с экспериментом, но при больших n обнаруживается значительное расхождение между теорией и опытом. Это заставляет думать, что формула Виддингтона ($n = 2$) не точна. Значение n можно определить из опыта, измеряя минимальное напряжение, при котором первичные электроны проходят через тонкую пленку известной толщины, и воспользовавшись формулой (22.7). Эта пленка может быть и не металлической, так как можно думать, что механизм потери энергии первичными электронами в металлах и неметаллах в существенных чертах одинаков. Главная трудность состоит в получении очень тонких (сотни и даже десятки ангстрем) пленок, достаточно прочных для того, чтобы они не разрушались при удалении подложки. Такие пленки из Al_2O_3 удалось изготовить, окисляя Al и удаляя затем металл травлением.

Измерения с пленками Al_2O_3 дали $n = 1,35$. Этому значению n соответствует кривая 2 на рис. 170, б; она значительно лучше согласуется с экспериментом, чем кривая 1. В изложенных выше расчетах было принято, что рассеяние первичных электронов отсутствует, т. е. что все они двигаются прямолинейно и имеют одинаковую глубину проникновения. Это, очевидно, довольно грубое упрощение и, приняв во внимание рассеяние первичных электронов, в теорию можно внести дальнейшее уточнение.

В изложенной выше теории механизм взаимодействия первичных и вторичных электронов с атомами и электронами кристалла по существу не рассматривался и основу теории составляли уравнения (22.2) — (22.4), установленные эмпирически.

Разработка физической теории, основанной на анализе взаимодействия первичных электронов с атомами и электронами кристалла, из-за сложности явления встретилась с большими трудностями, и в настоящее время, несмотря на отдельные успехи, еще далека от завершения. Заметим, что из теории А. Е. Кадышевича (1939 г.) можно получать уравнение приведенной кривой вторичной эмиссии в форме (22.14) (Л. 2.3, § 20). По вопросу о теории вторичной эмиссии (см. [Л. 2.3, § 20; Л. 2.24, гл. 5; Л. 3.19, гл. 5]).

4. Дополнительные замечания о вторичной эмиссии металлов.

Характер изменения энергии электрона в зависимости от пройденного им пути изображен на рис. 171, а кривой 1. Большинство вторичных электронов зарождается в конце пути первичного электрона вблизи максимума кривой 2 $\left(\frac{dW_p}{dx}, x\right)$. Быстрый первичный электрон создает внутри металла в общем больше вторичных электронов, чем медленный, но большинство их появляется далеко от поверхности металла и вероятность достижения ими поверхности мала. Легко понять, что этими двумя противоположно действующими факторами можно объяснить существование максимума на кривой $\sigma(U_p)$: медленные первичные электроны создают внутри металла

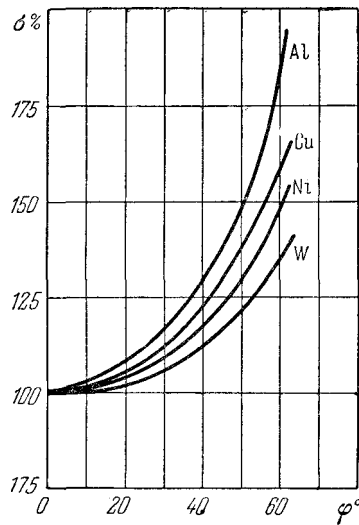


Рис. 172: Зависимость σ от угла падения первичных электронов (по Лукьянову и Бернатовичу).

мало вторичных электронов из-за своей небольшой энергии, а очень быстрые создают много вторичных электронов, но так глубоко внутри металла, что только небольшая часть из них достигает поверхности, и вторичная эмиссия опять-таки мала. Максимум вторичной эмиссии должен лежать при некоторой промежуточной скорости первичных электронов. Таким образом, хотя количество вторичных электронов будет тем больше, чем меньше при прочих равных условиях работа выхода, положение максимума на кривой $\sigma(U_p)$ не должно зависеть от состояния поверхности.

Можно предвидеть, что вторичная эмиссия усилится, если, не изменяя скорости первичных электронов, направить их пучок под углом к поверхности (рис. 171, б, электрон 3). В самом деле, совершенно очевидно, что в этом случае при прочих одинаковых условиях вторичные электроны будут зарождаться ближе к поверхности и будут эмиттироваться в большем числе, т. е. σ будет больше. Опыт это вполне подтверждает. На рис. 172 приведено несколько экспериментальных кривых зависимости σ от угла падения при постоянном U_p , причем σ , соответствующее нормальному падению, принято за единицу. Теория этого явления была дана С. Ю. Лукьяновым.

Хотя главное значение для вторичной эмиссии имеют процессы внутри металла, должно обнаруживаться все же некоторое влияние работы выхода. Тимофеев и Афанасьева, исследуя изменение вторичной эмиссии при покрытии пластины из металла тонким слоем щелочного металла, нашли, что в то время как фотоэлектронная эмиссия возрастала в несколько раз, вторичная эмиссия увеличивалась всего на 20 — 30%. Это можно истолковать как указание на то, что при очень тонких слоях щелочного

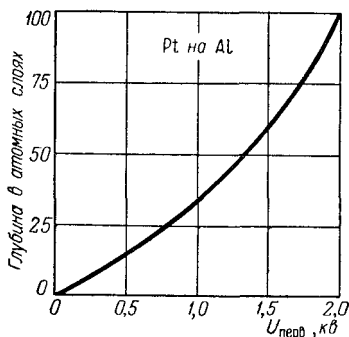


Рис. 173: Зависимость глубины зарождения вторичных электронов от скорости первичных электронов (Pt).

металла-покрытия освобождение вторичных электронов происходит в толще металла-подложки, т. е. в прежних условиях, а покрытие уменьшает работу выхода и облегчает тем самым последний этап процесса эмиссии. Одновременно авторы смогли установить, что по мере увеличения толщины покрытия коэффициент вторичной эмиссии уменьшался, приближаясь к тем значениям, которые он имеет для массивного щелочного металла. Отсюда можно оценить максимальную глубину зарождения, с которой вторичные электроны еще оказываются в состоянии дойти до поверхности. На рис. 173 показаны результаты измерений этим методом максимальной глубины зарождения вторичных электронов для платины. Как видно из кривой, глубина зарождения измеряется несколькими десятками атомных слоев.

В полном соответствии с изложенными выше представлениями о вторичной эмиссии стоит и тот факт, что при малых скоростях первичных электронов, когда глубина их проникновения невелика и затрата энергии на преодоление поверхностного барьера должна иметь существенное значение, покрытие, изменяющее работу выхода, сказывается на величине σ гораздо больше, чем при больших первичных скоростях.

Можно ожидать значительного влияния на вторичную эмиссию изменений в строении решетки металла-эмиттера, так как при этом несомненно должны меняться условия зарождения и движения вторичных электронов. При плавлении металла пространственное расположение атомов резко меняется, и это должно сказаться на вторичной эмиссии.

Но температурная зависимость вторичной эмиссии не должна быть велика, так как тепловое расширение металла не может значительно воздействовать на процессы зарождения и движения вторичных электронов, а на работу выхода нагревание также мало влияет. Оба эти вывода теории подтверждаются экспериментом.

Во времени вторичная эмиссия протекает без каких бы то ни было изменений, если первичный поток не изменяется, так как бомбардировка электронами не вызывает никаких изменений в металле. Являясь чисто элек-

тронным процессом, вторичная эмиссия практически безынерционна вплоть до самых высоких частот.

Для качественной оценки явлений, связанных с вторичной эмиссией в электронных приборах, полезно запомнить, что скорость собственно вторичных электронов, количественно составляющих главную часть всех вторичных электронов при обычных условиях, когда $20 \text{ эв} < U_p < 1000 \text{ эв}$, в среднем составляет $10 - 12 \text{ эв}$. При очень малых U_p существуют только рассеянные первичные электроны, но доля их падает до очень маленькой величины вблизи максимума кривой $\sigma(U_p)$. Однако при высоких напряжениях из-за увеличения глубины зарождения доля рассеянных первичных электронов опять растет и достигает даже $50 - 80\%$ при напряжениях в сотни киловольт.

5. Вторичноэлектронные эмиттеры (диноды).

Под действием бомбардировки поверхности полупроводника или изолятора потоком электронов возникает вторичноэлектронная эмиссия. Изложенная выше качественная теория вторичной эмиссии (§ 17) применима не только к металлам, но и к изоляторам и полупроводникам. В любом веществе процесс вторичной эмиссии будет складываться из образования вторичных электронов внутри вещества, их продвижения к поверхности и к выходу наружу после преодоления поверхностного потенциального барьера. Однако количественная разница между металлами, с одной стороны, и изоляторами, с другой, очень велика, так как в металле продвижение электронов к поверхности происходит в гораздо менее благоприятных условиях из-за наличия большого количества свободных электронов. В первую очередь по этой причине хорошие вторичноэлектронные эмиттеры, как и фотокатоды с большим квантовым выходом, приходится искать не среди металлов. Следует ожидать, что собственные полупроводники с запрещенной зоной порядка 1 эв или меньше в отношении вторичной эмиссии будут ближе к металлам, чем к изоляторам. Зарожденные в полупроводнике вторичные электроны при столкновениях с атомами решетки будут их легко ионизировать, теряя при этом много энергии, в отличие от изоляторов, в которых вторичные электроны не могут ионизировать атомы решетки и сталкиваются с ними почти всегда упруго, так как для изоляторов ширина запрещенной зоны составляет $7 \div 10 \text{ эв}$. Действительно, опыт показывает, что $\sigma_{\max} = 1,15$ для Ge и $1,1$ для Si.

Экспериментальное изучение вторичной эмиссии из плохо проводящих веществ наталкивается на специфические трудности, не встречающиеся при работе с металлами. Дело в том, что под действием бомбардировки первичными электронами поверхность заряжается и притом положительно, если коэффициент вторичной эмиссии $\sigma > 1$, и отрицательно, если $\sigma < 1$.

Это же, конечно, верно и в случае эмиттера-металла однако с металла, подключенного к источнику эдс, заряды практически мгновенно стекают и никаких трудностей в подведении к нему заданного потенциала не возникает. Но плохо проводящий эмиттер, бомбардируемый потоком первичных

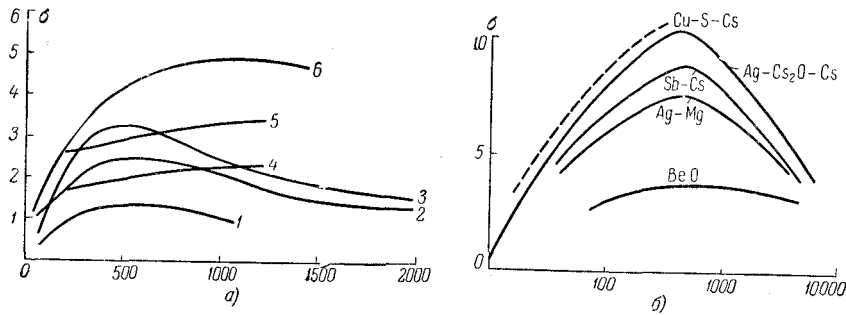


Рис. 174: Зависимость коэффициента вторичной эмиссии σ некоторых изоляторов, полупроводников и сложных эмиттеров от ускоряющего напряжения первичных электронов. 1— Cu_2O —закись меди, полупроводник; 2—слюда (изолятор); 3—стекло (изолятор); 6— KCl (изолятор); 4—оксидно-бариевый термокатод при $T = 300^\circ\text{K}$; 5—оксидно-бариевый термокатод при $T = 600^\circ\text{K}$ по Моргулису и Нагорскому; На рисунках по горизонтальной оси отложено U_p в вольтах.

электронов, заряжается до некоторого равновесного потенциала, который в наиболее интересном интервале напряжений, где $\sigma > 1$, равен потенциалу ускоряющего электрода, но только приблизительно. В интервале напряжений, где $\sigma < 1$, управлять потенциалом плохо проводящего эмиттера с уверенностью не удастся. Таким образом, трудности эксперимента связаны с тем, что нелегко поддерживать плохо проводящий эмиттер при заданном потенциале. Вопрос о потенциале вторичноэлектронного плохо проводящего эмиттера разобран в § 31.

Не останавливаясь на методах изучения вторичноэлектронной эмиссии плохих проводников (об этом см. [Л. 2.15, гл. IV; Л. 2.24, гл. I]), остановимся здесь только на результатах измерений для некоторых веществ.

Кривые распределения скоростей вторичных электронов с изоляторов и полупроводников имеют тот же вид, что и аналогичные кривые для металлов, т. е. на них выделяются максимумы, соответствующие упруго отраженным и истинным вторичным электронам. Большой практический интерес представляют кривые зависимости σ от энергии первичных электронов.

На рис. 174, а и б приведены кривые зависимости σ от энергии первичных электронов для некоторых полупроводников, изоляторов и сложных эмиттеров. Прежде всего отметим, что форма кривой $\sigma(U_p)$ та же, что и у металлов, как это следует из качественной теории. В полном согласии со сказанным выше стоит также и то, что встречаются большие значения σ , далеко превосходящие значения для металлов. На чертеже приведены кривые $\sigma(U_p)$ для ряда веществ, имеющих обширное применение в электровакуумных приборах (стекло, слюда, оксид бария). Легко понять, что попадание электронов на части прибора, сделанные из таких материалов (например, на стенки баллона), может вызвать появление заметной элек-

тризации и тем самым повлиять на режим работы прибора. С этой точки зрения интересны кривые $\sigma(U_p)$ для катодолюминофоров — веществ, которыми покрывают экраны электронно-лучевых трубок.

Среди кривых рис. 174 выделяются кривые сложных эмиттеров, таких, как применяемые в качестве фотокатодов кислородно-цезиевые и сурьмяно-цезиевые эмиттеры. Этого, конечно, и следовало ожидать, так как эти эмиттеры соединяют в себе ряд свойств, выгодных с точки зрения получения большой вторичной эмиссии: малые потери при продвижении вторичных электронов к поверхности, малая работа выхода (особенно у кислородно-цезиевого эмиттера) и — есть основание думать — более интенсивное выбивание слабо связанных электронов из атомов Ag и Cs, находящихся здесь в полупроводящей среде (где $\varepsilon > 1$). Однако низкая работа выхода может оказаться и нежелательной, так как в этом случае следует ожидать большого термоэлектронного тока, который в умножителях составляет главную часть темнового тока. Следует заметить, что процессы обработки фотокатода на максимум фотоэлектрической чувствительности и вторичноэлектронного эмиттера на максимум вторичной эмиссии несколько различны и эти максимумы получаются при различном содержании цезия. Вторичноэлектронные эмиттеры применяются в каскадных умножителях различного типа и назначения. Их описание будет дано ниже (ч. II, § 39), а сейчас отметим только, что действие этих приборов, в которых электронный поток, непрерывно усиливаясь, переходит с одного электрода на другой, часто лимитируется тем, что на последних каскадах электроды сильно нагреваются и эмиттеры портятся под действием электронной бомбардировки. Поэтому повышение устойчивости эмиттера при высоких температурах имеет важное значение. Устойчивыми в температурном отношении и одновременно обладающими высоким σ оказались серебряно-магниевоый, серно-медно-цезиевоый (предложен Л. А. Кубецким) и кислородно-магниевоый (разработан П. В. Тимофеевым и Р. М. Ароновичем) эмиттеры. Особенно устойчивым оказался последний, допускающий нагревание до красного каления без заметного снижения вторичной эмиссии.

К группе эмиттеров, не содержащих щелочного металла, относятся эмиттеры из сплавов магния с серебром, алюминием или медью и бериллия с никелем или медью, обладающие рядом ценных технических свойств. Они имеют высокое значение σ , низкий темновой ток, механически очень прочны, выдерживают большие первичные токи и не портятся на воздухе (как и кислородно-магниевоые эмиттеры). Активирование сплавных эмиттеров достигается просто окислением поверхности, что для многих конструкций умножителей удобнее обработки в парах Cs, дающего осадок на стенках баллона и электродах.

Кривые зависимости σ от U_p для сложных эмиттеров имеют максимум, и значения $\sigma = \sigma_{\max}$, $U_p = U_{\max}$ в максимуме являются постоянными, характерными для данного эмиттера. С. Ю. Лукьянов нашел, что для сложных эмиттеров зависимость $\sigma(U_p)$ хорошо выражается формулой

$$\sigma = AU_p e^{-\mu U_p},$$

где A , μ — постоянные, которые можно выразить через σ_{\max} и U_{\max} . Находя производную $\frac{d\sigma}{dU_p}$ и приравнявая ее нулю, можно получить (e — основание натуральных логарифмов):

$$\mu = \frac{1}{U_{\max}}, \quad A = \frac{\sigma_{\max}}{U_{\max}} e,$$

так что

$$\sigma = \frac{\sigma_{\max}}{U_{\max}} U_p \exp \left[\frac{U_p}{U_{\max}} - 1 \right].$$

6. Электронная эмиссия диэлектрических слоев на металле под действием сильного электрического поля (эффект Молтера)

В 1936 г. Молтер нашел, что коэффициент вторичной эмиссии с окисленной поверхности алюминия, обработанной парами цезия, т. е. с поверхности металла, покрытой тонкой плохо проводящей пленкой, достигает огромных значений ($\sigma = 100 \div 1000$). Впоследствии выяснилось, что в эффекте Молтера приходится иметь дело не с истинной вторичной эмиссией, механизм которой был рассмотрен выше, а с явлением, обусловленным положительными зарядами, накапливающимися при электронной бомбардировке на поверхности диэлектрической пленки. Это доказывается тем, что электронная эмиссия наблюдается при создании положительного заряда на пленке любым другим способом (осаждение положительных ионов из газа, облучение поверхности, просто подача положительного напряжения на пленку).

Эффект Молтера наблюдается для многих пленок ($Al_2O_3 + Cs_2O$, чистый Al_2O_3 , MgO , слюда, цапоновый лак и др.), нанесенных на различные металлы. Толщина пленки чаще всего порядка 10^{-4} см, и средняя напряженность поля достигает в ней очень больших значений ($10^6 \div 10^7$ в/см). Это дало основание самому Молтеру объяснить явление автоэлектронной эмиссией из металла.

Отметим некоторые особенности эффекта Молтера: эмиссия происходит не со всей поверхностью, а из отдельных ее мест, своего рода «эмиссионных пятен». При повышении напряжения может произойти пробой пленки.

Исследование распределения скоростей электронов показало наличие двух групп: медленных «истинно-вторичных» электронов и быстрых «молтеровских» электронов, энергии которых группируются около уровня Ферми металлической подложки, что явно указывает на туннельный механизм переходов электронов из металла в пленку. Интересно, что молтеровская эмиссия имеет свойства самостоятельного разряда, т. е. она может длительное время существовать после выключения потока первичных электронов (самоподдерживание эмиссии).

Теория, качественно объясняющая все основные особенности эффекта Молтера, была предложена Д. В. Зерновым. В отличие от старой теории, в

которой предполагалось, что автоэлектроны, вышедшие из металлов, проходят через диэлектрик, почти не взаимодействуя с атомами его решетки, в новой теории принимается, что электроны, ускоряясь в сильном поле, существующем в пленке, ионизируют и возбуждают атомы диэлектрика. Ток в пленке имеет, следовательно, сходство с самостоятельным лавинным разрядом в газе (см. гл. 3), чем и объясняется явление самоподдержания эмиссии. Условия для развития лавин в пленке существуют только в некоторых местах, где имеются легко ионизируемые примесные атомы. Этим объясняются «эмиссионные пятна».

Таким образом, по современным взглядам в молтеровской эмиссии принимают активное участие как металлическая подложка, так и пленка из диэлектрика (о теории Зернова см. [Л. 2.30]).

Техническому использованию эффекта Молтера мешает, во-первых, его нестабильность и, во-вторых, очень большая инерционность, связанная с длительностью времени формирования эмиссионного тока.

Следует отметить, что, по мнению некоторых исследователей (П. В. Тимофеев), влияние положительных поверхностных зарядов на электронную эмиссию оказывает большое влияние на свойства многих сложных полупроводниковых электродов.

§ 23. Ионная эмиссия и поверхностная ионизация

1. Метод наблюдения эмиссии ионов.

Если в высоковакуумном диоде, один из электродов которого накален, на холодный электрод подать отрицательное напряжение, достаточное для полного запираания электронного тока, то гальванометр, включенный во внешнюю цепь, обнаруживает ток положительных ионов, эмиттируемых накаленным электродом. Эмиссия положительных ионов существует и в случае анода, изготовленного из очень чистого и слабо испаряющегося металла, но она делается значительно сильнее, если анод содержит легко испаряющиеся примеси, особенно примеси щелочных металлов, или если на его поверхность нанесены соли щелочных металлов. Эмиссия положительных ионов зависит не только от физических свойств примеси или покрытия, но и от свойств металла анода.

Положительные ионы, эмиттируемые накаленной поверхностью, можно очень просто отделить от выходящих с той же поверхности электронов, подав на другой электрод (коллектор) достаточно большое отрицательное напряжение. Гораздо труднее отделить электроны от отрицательных ионов, которые, наряду с положительными ионами, эмиттируются с металлов, покрытых электролитами — солями металлов или полупроводниками типа оксидов. Для изучения эмиссии отрицательных ионов на коллектор приходится подавать положительное напряжение и ток коллектора будет состоять из

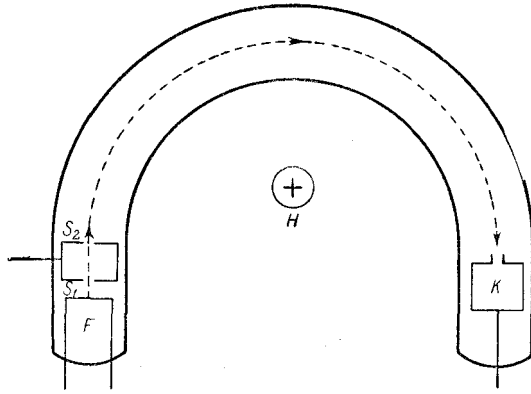


Рис. 175: Схема прибора для отделения электронов от отрицательных ионов и для определения удельного заряда ионов.

тока отрицательных ионов и гораздо большего по величине электронного тока.

Для отделения электронного потока от потока отрицательных ионов можно применить отклонение в магнитном поле. Отклоняющая сила равна $e v H / C$, и она отклоняет тяжелые и относительно медленно движущиеся ионы гораздо слабее, чем электроны. Устройство, отделяющее электроны от ионов, может одновременно быть использовано и для измерения удельного заряда ионов, т. е. для масс-спектрометрического анализа ионов, как это ? делал Н. И. Ионов, прибор которого схематически изображен на рис. 175. В приборе Ионина исследуемое вещество (соли металла) испарялось с накаливаемой нити F , причем среди испаряющихся атомов всегда был некоторый процент ионизованных. Подавая на электрод со щелями S_1 и S_2 напряжение соответствующего знака, можно ионы направить в отклоняющее магнитное поле, перпендикулярное к чертежу. Здесь и происходит разделение электронов и отрицательных ионов. Первые отклоняются, следуя по кругу очень малого радиуса, и немедленно попадают на стенки прибора, в то время как вторые описывают полукруг большого радиуса и попадают на коллектор K . Все устройство представляет собой один из вариантов масс-спектрометра типа, впервые предложенного Резерфордом для анализа β -излучения радиоактивных веществ (см. ниже § 38). На приборе Ионина можно было определять химическую природу ионов, эмиттированных с нити F .

Эмиссия ионов накаленными металлами была открыта очень давно. Можно думать, что в ранних наблюдениях за потерей заряда в воздухе накаленными металлами имели дело, по крайней мере частично, с ионной эмиссией. Однако многочисленные экспериментальные исследования ионной эмиссии в течение долгого времени давали неопределенные и часто противоречивые

результаты. Это было связано с отсутствием подходящей методики измерений: исследования велись на воздухе, и даже в работах, где электроды были помещены в вакуум, в первое время недостаточно соблюдались меры предосторожности против загрязнений и остатков газа. Только в недавнее время были выработаны подходящие приемы исследования ионной эмиссии. Существенные успехи в изучении ионной эмиссии были достигнуты тогда, когда был найден способ регулирования количества испаряющихся в единицу времени атомов. Способ этот состоит в том, что испаряющиеся атомы не вносятся заранее внутрь эмиттера или на его поверхность, а попадают на эту поверхность из граничащей с ней газообразной среды. Накаленный эмиттер вносят в баллон, заполненный парами металла, атомы которого падают на поверхность накаленного эмиттера, ненадолго ею адсорбируются и затем испаряются вновь. Часть из них испаряется в виде ионов, поэтому это явление получило название поверхностной ионизации. В предыдущем параграфе был описан опыт Ленгмюра и Тейлора, в котором явление поверхностной ионизации было использовано для определения степени покрытия зерна пленкой инородных атомов. Там было указано, как можно вычислить общее количество атомов, попадающих из области пара на поверхность эмиттера.

2. Уравнение Саха — Ленгмюра и его применение.

В случае поверхностной ионизации силу ионного тока нетрудно вычислить, если будет известно, какая доля испарившихся атомов сохраняет нейтральность и какая испаряется в виде ионов. Обозначим в расчете на единицу площади общее количество испарившихся в 1 сек частиц (атомов и ионов вместе) через N , количество атомов через N_a и количество ионов через N_i . Введем два коэффициента α и β , каждый из которых может быть использован для характеристики поверхностной ионизации:

$$\alpha = \frac{N_i}{N_a}, \quad \beta = \frac{N_i}{N} = \frac{N_i}{N_i + N_a} = \frac{\alpha}{\alpha + 1}; \quad (23.1)$$

α называют степенью ионизации, а β — коэффициентом ионизации потока испарившихся частиц. Из термодинамических соображений можно показать, что степень ионизации выражается уравнением

$$\alpha = G \exp \left[-\frac{e(U_i - \varphi)}{kT} \right] = G \exp \left[\frac{\Phi - W_i}{kT} \right], \quad (23.2)$$

где Φ — работа выхода металла-подложки и W_i — работа ионизации адсорбированных атомов, G — постоянный для данного сорта атомов коэффициент порядка единицы (точнее $G = \frac{1}{2}$ для одновалентных адсорбированных металлов и $G = 2$ для двухвалентных). Уравнение (23.2) называется уравнением Саха — Ленгмюра (вывод его см. [Л. 2.3, § 24; обзор работ по поверхностной ионизации см. [Л. 2.46]).

Уравнение (23.2) показывает, что если $\Phi > W_i$ и $(\Phi - W_i) \gg kT$, то подавляющее большинство испарившихся атомов-будет ионизовано. Как раз это и было (при небольших θ) осуществлено в опыте Ленгмюра и Тейлора, описанном в § 16, так как при небольших покрытиях работа выхода W — Cs почти равна работе выхода чистого вольфрама: 4,52 эв, в то время как для Cs работа ионизации $W_i = 3,88$ эв, и если принять температуру нити $T = 1250^\circ K$, то $\exp \left[\frac{\Phi - W_i}{kT} \right] = \exp \left[\frac{0,64}{0,106} \right] \approx 400$ и $\alpha \approx 200$, так что на каждые 200 ионов приходится всего один нейтральный атом. Этим оправдывается сделанное Ленгмюром и Тейлором предположение о том, что при малых покрытиях все испарившиеся атомы полностью ионизованы. Плотность ионного тока, текущего с поверхности эмиттера (для однозарядных ионов), равна

$$j_i = N_i e = \beta N e; \quad (23.3)$$

N зависит от плотности пара металла, в котором находится эмиттер, и при постоянной температуре баллона, в котором находится окруженный парами эмиттер, N остается постоянным. По формулам (23.1) и (23.2) можно найти зависимость β от T , которая и даст согласно (23.3) температурную зависимость тока поверхностной ионизации. В табл. 15 приведены [Л. 2.3, § 24] результаты подсчета α и β для поверхностной ионизации Cs, K и Na на вольфраме.

Цифры табл. 15 показывают, насколько важно для получения большого ионного тока применять в качестве подложки металл с большой работой выхода. Коэффициент ионизации натрия на вольфраме оказывается в десятки и сотни раз меньше коэффициента ионизации цезия на вольфраме, хотя оба эти металла (Na и Cs) принадлежат к одной и той же группе таблицы Менделеева. По формуле (23.3) ионный ток пропорционален β и, значит, в случае Cs и K на W он должен медленно падать при увеличении температуры, а в случае Na на W — возрастать. Этот вывод находится в полном согласии с опытом.

Очевидно, что безразлично, каким путем адсорбированные атомы попадают на поверхность раскаленного металла-подложки, и формула Саха — Ленгмюра (23.2) остается справедливой и тогда, когда испаряющиеся с поверхности атомы появляются на ней изнутри подложки путем диффузии. Формула (23.2) остается верной и для случая испарения чистого металла. В этом случае W_i — работа ионизации самого металла, и так как W_i всегда много больше работы выхода, то среди испаряющихся атомов будет только ничтожный процент ионов. Поэтому даже при почти неизмеримо малых примесях металлов с низкими значениями ионизационных потенциалов ионный ток будет почти целиком состоять из ионов примесей. Например, экспериментально найдено многими исследователями, что платина всегда содержит чрезвычайно малую, но практически никогда не исчезающую целиком примесь калия. При накаливании платины в вакууме калий диффундирует на ее поверхность, и так как для этой комбинации $\Phi - W_i = 5,32 - 4,32 = 1,0$ эв, то при всех достижимых температурах ис-

паряющийся калий будет практически полностью ионизован. Ионный ток с поверхности платины оказывается состоящим, как это было доказано масс-спектрометрическим измерением, в основном из ионов калия. В воздухе, в закрытых помещениях, как известно, всегда имеются следы натрия; поэтому при прокаливании платины в воздухе к ионам калия будут добавляться ионы натрия (для Na на Pt имеем $\Phi - W_i = 5,32 - 5,12 = 0,2$ эв).

Формулу Саха — Ленгмюра можно применить и к случаю эмиссии отрицательных ионов. В этом случае вопрос о том, будет ли при эмиссии атомов захвачен лишний электрон или он останется в числе электронов проводимости металла-подложки, решается в зависимости от соотношения между работой выхода Φ и энергией, освобождающейся при присоединении электрона к атому, — так называемым электронным сродством Σ , причем чем больше разность $\Phi - \Sigma$, тем больше вероятность того, что электрон останется в металле, а атом испарится в нейтральном состоянии. Поэтому формула Саха — Ленгмюра для случая эмиссии отрицательных ионов примет вид

$$\gamma = \frac{N_a}{N_i} = \frac{1}{\alpha} = F \exp \left[-\frac{\Phi - \Sigma}{kT} \right], \quad (23.4)$$

где F — опять множитель порядка единицы. Из (23.4) следует, что для получения сильной отрицательной поверхностной ионизации выгодно применять эмиттеры с малой работой выхода, меньшей, чем электронное сродство Σ . Такие эмиттеры подобрать не так легко ввиду того, что электронное сродство даже таких электроотрицательных элементов, как хлор или кислород, меньше 4 эв (3,07 эв для O и 3,75 эв для Cl), а почти все тугоплавкие металлы, пригодные в качестве раскаленной подложки, имеют работу выхода больше 4 эв.

Величину ионного тока легко вычислить, пользуясь формулой Саха — Ленгмюра только в том случае, когда общее количество испаряющихся за единицу времени атомов и ионов не зависит от температуры эмиттера, как это было в случае поверхностной ионизации. При испарении самого эмиттера и примесей, как нанесенных на поверхность подложки, так и диффундирующих на поверхность изнутри, общее количество испаряющихся частиц быстро растет с температурой вследствие того, что при этом увеличиваются скорость диффузии и скорость испарения. Эмпирически для ионного тока найдена формула

$$j_i = a f(T) e^{-\frac{b}{T}}, \quad (23.5)$$

где $f(T)$ — медленно (по сравнению с экспоненциальным множителем) возрастающая функция температуры. Коэффициенты a и b зависят от условий, в которых происходят диффузия и испарение адсорбированных атомов.

3. Изменение ионной эмиссии со временем.

Ионная эмиссия обнаруживает временную зависимость, схематически изображенную на рис. 176. Ионный ток, который в момент включения напряжения между эмиттером и коллектором может достигать величины, по по-

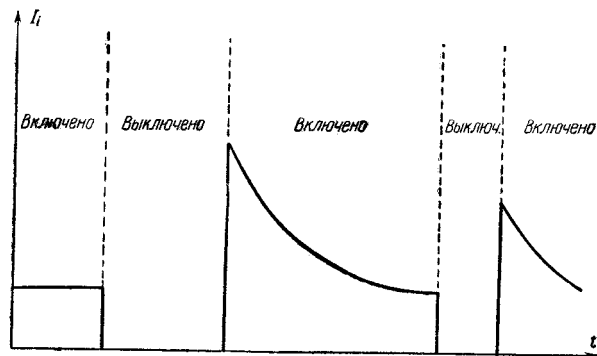


Рис. 176: Изменение силы ионного эмиссионного тока со временем.

рядку равной электронному току, постепенно спадает, приближаясь к почти постоянному значению. Время спада может быть весьма различным, от нескольких минут до нескольких часов. Снятие на некоторое время напряжения, поданного на коллектор ионов, приводит к восстановлению, полному или частичному, первоначальной эмиссии. Характеристики этих изменений могут быть весьма различными в зависимости от эмиттера, рода примеси и способа ее внесения, температуры и т. п. По-видимому, поле, удаляющее ионы от эмиттера, нарушает равновесие, существующее в отсутствие поля, и стационарное состояние в новых условиях, при наличии ионного тока, наступает не сразу, точно так же как не сразу восстанавливается на поверхности эмиттера и прежнее состояние после прекращения ионного тока.

4. Ионная эмиссия в электровакуумных приборах.

Ионная эмиссия может играть в электронных приборах заметную, хотя и не главную роль. Например, эмиссия отрицательных ионов из оксидного катода вносит некоторое осложнение в работу телевизионных электронно-лучевых трубок (так называемое «ионное пятно», см. § 36).

В качестве основного источника тока в разрядном промежутке как в газе, так и в высоком вакууме ионная эмиссия почти не используется. Можно указать только на два практически интересных примера. Ионные эмиттеры применяются в качестве источника ионов в масс-спектрографии. На поверхность нити, накаливаемой током, или в небольшой тигель, который прогревается электронной бомбардировкой, наносится соль металла, ионы которого исследуются. Нить или тигель служат подложкой для испарения ионов и, очевидно, материалом для них должен служить металл с большой работой выхода: платина, вольфрам или окисленный вольфрам. Этим способом получают постоянный и достаточно обильный источник ионов и не только легко испаряющихся, но и таких, как, например, вольфрам и гафний.

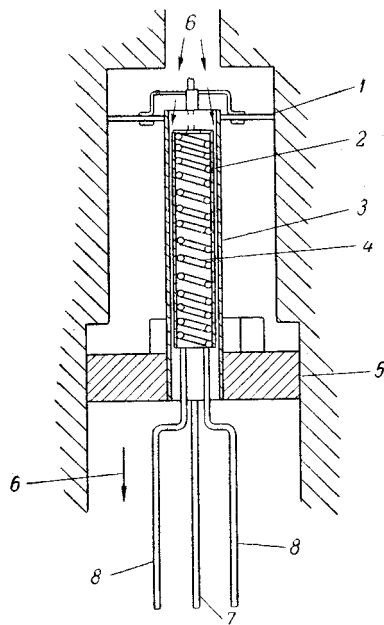


Рис. 177: Индикатор ионного (галоидного) течеискателя 1—слюдяная прокладка; 2—анод; 3—коллектор ионов; 4—нагревательная обмотка; 5—керамическое основание; 7—вывод анода; 8—выводы нагрева. Цифрой 6 отмечено направление потока воздуха..

Интересное применение нашла ионная эмиссия в «течеискателе» — приборе для отыскания течи в герметически закрытых системах, например в холодильниках, вакуумных установках и т. д. Ионный течеискатель основан на установленной экспериментально чрезвычайной чувствительности эмиссии ионов щелочных металлов к присутствию галоидов, под действием которых она резко меняется. Достаточно появления в воздухе нескольких десятичных долей галоида, чтобы эмиссия ионов калия из платины заметно изменилась¹.

Индикатор течеискателя изображен на рис. 177. Он представляет собой платиновый цилиндрический эмиттер, надетый на керамический штабик с подогревательной обмоткой. Коллектором ионов служит цилиндр, коаксиальный эмиттеру, с очень малым зазором между ними (меньше 0,1 мм). При напряжениях около 300 в этот диод с накаливаемым анодом дает в воздухе стабильный ток от 1 до 10 мка. Через междуэлектродное пространство прогоняется воздух, и если этот воздух содержит следы галоидов, то ток возрастает в несколько раз. Увеличение тока можно измерять на стрелочном приборе, применив усилитель постоянного тока, или заставить его воздействовать с помощью подходящего устройства на сигнальную лампочку или репродуктор.

Ионный течеискатель применяется для проверки систем холодильников. Холодильники заполняются фреоном — соединением, содержащим хлор, влияющий на процесс ионной эмиссии. Фреон проникает в атмосферу там, где нарушена герметичность; забирая пробы воздуха и пропуская его через индикатор, можно найти место утечки.

¹ Систематическое исследование ионной эмиссии в присутствии галоидов было выполнено Синельниковым и Берхаером (Уч. зап. Харьк. ун-та т. 44, 1955).

Глава 3

Электрический ток в газах

§ 24. Появление и исчезновение заряженных частиц в газовом разряде

Электрический ток в газе сопровождается непрерывным появлением и исчезновением носителей тока — электронов и ионов, как в объеме газа, так и на поверхностях электродов и стенок баллона, содержащего газ. Физические процессы, в результате которых появляются и исчезают носители тока, чрезвычайно многообразны. Внутри газов эти процессы обладают, однако, следующим общим свойством: в них почти всегда одновременно участвуют только две-три частицы (под частицами здесь подразумеваются электроны, ионы, нейтральные атомы и молекулы, а также фотоны). Этого рода процессы внутри газа, а также процессы взаимодействия отдельных частиц с кристаллической решеткой, которые имеют место на поверхностях электродов и стенок, называются элементарными процессами. В настоящем параграфе выясняется, какие из заряженных частиц (электроны, однозарядные и многозарядные положительные и отрицательные ионы) играют главную роль в механизме электрического тока в газах, и описываются элементарные процессы, приводящие к их появлению и исчезновению.

1. Ионизация и возбуждение при столкновениях электронов с молекулами.

Столкновение молекулы газа с электроном, ионом или нейтральной молекулой может привести к ее возбуждению или ионизации¹. На возбуждение или ионизацию требуется, как известно, затратить энергию

$$W_{r1} = eU_{r1}, \quad W_{r2} = eU_{r2}, \quad \dots, \quad W_i = eU_i, \quad (24.1)$$

¹В настоящем параграфе название «молекула газа» мы будем применять и к одноатомным газам, для которых молекула равнозначна атому. Ионизацией молекулы (или атома) называется отрыв от нее одного или нескольких электронов. Под ионизацией газа подразумевается появление в нем безразлично каким путем носителей тока.

где $U_{r1}, U_{r2}, \dots, U_{rn}$ — первый, второй и т. д. потенциалы возбуждения молекулы, а U_i — ее ионизационный потенциал. При соударении частиц энергия возбуждения или ионизации чаще всего получается за счет их кинетической, энергии, имевшейся до столкновения. Рассмотрим этот вопрос подробнее на наиболее простом примере центрального удара.

Пусть две частицы движутся по одной прямой с относительной скоростью v . Отнесем движение к системе отсчета, в которой одна из частиц до столкновения неподвижна. Эту частицу условно назовем ударяемой частицей.

Обозначая массы ударяемой и ударяющей частиц через m_1 и m_2 , будем иметь:

$$v_1 = 0, \quad v_2 = v, \quad K = \frac{m^2 v^2}{2}, \quad (24.2)$$

где K — кинетическая энергия системы до соударения. По закону сохранения количества движения и закону сохранения энергии:

$$\left. \begin{aligned} m_2 v &= m_1 v'_1 + m_2 v'_2, \\ \frac{m_2 v^2}{2} &= \frac{m_1 (v'_1)^2}{2} + \frac{m_2 (v'_2)^2}{2} + A. \end{aligned} \right\} \quad (24.3)$$

Здесь v'_1 и v'_2 — скорости частиц после столкновения и A — изменение их внутренней энергии, имеющее место при переходе одной или обеих частиц в новое квантовое состояние. Найдем максимальную энергию A_{\max} , которая при столкновении может быть затрачена на изменение квантового состояния частиц. Исключая v'_1 из (24.3), получаем:

$$m_2 v^2 = \frac{m_2^2}{m_1} (v - v'_2)^2 + m_2 (v'_2)^2 + m_2 (v'_2)^2 + 2A. \quad (24.4)$$

В зависимости от условий удара при заданной скорости v величины A и v'_2 могут быть различны. Чтобы определить A_{\max} , найдем из (24.4) производную $\frac{dA}{dv'_2}$ и приравняем ее нулю:

$$\frac{dA}{dv'_2} + \frac{m_2^2}{m_1} (v - v'_2) - m_2 v'_2 = 0,$$

откуда

$$v'_2 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} v.$$

Внося в (24.4) это значение v'_2 , получим:

$$A_{\max} = \frac{1}{2} m_2 v^2 \frac{m_1}{m_1 + m_2} = K \frac{m_1}{m_1 + m_2}. \quad (24.5)$$

Этот результат, конечно, не зависит от того, как выбрана система отсчета. Если, например, воспользоваться системой отсчета, в которой до удара неподвижна масса m_2 , то аналогичное вычисление даст

$$A_{\max} = \frac{1}{2} m_1 v^2 \frac{m_2}{m_1 + m_2},$$

т. е. прежний результат.

Заметим, что при любых столкновениях (центральных и нецентральных) доля кинетической энергии, затраченная на изменение внутренней энергии частиц, не может превосходить A_{\max} .

Если ударяющая частица — электрон, то в (24.5) $m_2 \ll m_1$ и

$$A_{\max} \approx K.$$

Следовательно, кинетическая энергия электрона почти целиком может быть израсходована на изменение внутренней энергии молекулы. Произойдет ли оно в действительности, будет, однако, зависеть от условий столкновения. Если при соударении электрона с молекулой в нормальном состоянии $K < eU_{r1}$, то переход молекулы даже на первый возбужденный уровень невозможен и всегда будет $A = 0$, т. е. удар упругий. Скорость электрона даже в слабых полях много больше скорости молекулы, а масса много меньше, и электрон отражается от молекулы почти как упругий шар от неподвижной стенки, теряя при этом очень мало энергии. Столкновение может быть упругим и тогда, когда $K > eU_{r1}$ и даже если $K > eU_i$, и условие

$$K \geq eU_{rn} \quad (24.6)$$

является только необходимым, но не достаточным условием перехода при столкновении на n -й уровень возбуждения. Иными словами, при условии соблюдения неравенства (24.6) переход на n -й уровень возбуждения имеет вероятность, меньшую единицы, и изучение зависимости этой вероятности от скорости электронов представляет большой интерес.

Для столкновений, приведших к возбуждению или ионизации, когда

$$A = eU_{r1} \text{ или } A = eU_{r2}, \dots, \text{ или } A = eU_i, \quad (24.7)$$

электрон теряет значительную долю энергии и столкновение является неупругим (неупругое столкновение 1-го рода).

Если прохождение потока электронов через газ сопровождается большим числом неупругих столкновений 1-го рода, то появляется много потерявших часть своей скорости электронов, присутствие которых можно обнаружить на опыте. Впервые это было сделано Франком и Герцем, исследования которых дали возможность измерить потенциалы возбуждения и ионизации ряда химических элементов. Опыты Франца и Герца описываются в общем курсе физики [Л. А.1, т. II, гл. 7; подробнее Л. 3.1, гл. 6]. Существенно, что исследования неупругих столкновений 1-го рода, выполненные Франком и Герцем еще до появления теории Бора, дали ясное доказательство дискретности энергетических состояний атомов.

В двухатомных и многоатомных молекулах при столкновениях возможны не только переходы электронов на высшие уровни, но и возбуждение колебательных и вращательных энергетических уровней молекул. Поэтому неупругих столкновений в них много больше, чем в одноатомных газах. При взаимодействии между молекулой и электроном, обладающим достаточной

энергией, кроме отмеченных выше возможностей (упругое столкновение, возбуждение, однократная ионизация), возможен отрыв не одного, а двух и более электронов (двукратная ионизация и т. д.). Каждый из этих процессов характеризуется некоторой вероятностью, зависящей от энергии электрона.

Следует напомнить, что взаимодействие между молекулой и электроном, поле которого убывает относительно медленно с расстоянием ($\sim \frac{1}{r^2}$), имеет место и на расстояниях, больших по сравнению с поперечными размерами молекул. Поэтому выражение «столкновение электрона с молекулой», применяемое по аналогии с выражением «столкновение молекул», привычным в теории газов, где молекулы можно представлять себе во многих случаях в виде упругих шаров, оказывается несколько неопределенным. Можно было бы для подсчета числа столкновений принять для молекулы ее газокинетический диаметр (т. е. диаметр, вычисленный по формулам кинетической теории газов; см. приложение, § III) и считать радиус электрона исчезающе малым. Ниже будет показано, когда такой подсчет числа столкновений можно до известной степени считать правильным. Однако очевидно, что газокинетическое сечение молекулы не определяет собой вероятность ионизации или возбуждения молекулы. Поэтому предпочитают вероятность ионизации молекулы оценивать через так называемое поперечное сечение ионизации молекулы — величину, удобную для теоретических расчетов и вместе с тем поддающуюся экспериментальному определению.

Предположим, что число электронов, произведших ионизацию при прохождении слоя газа известной толщины, измеряется тем или иным способом. О том, как можно практически осуществить это измерение, будет сказано немного ниже. Припишем каждой молекуле сечение σ_i и будем считать, что при прохождении электрона, радиус которого здесь принимается равным нулю в пределах сечения a , обязательно происходит ионизация. Сечение, определенное таким образом, называется поперечным сечением ионизации молекулы. Очевидно, что a σ_i зависит от скорости электронов. Например, при энергии электронов, меньшей чем eU_i , сечение $\sigma_i = 0$. Если в 1 см^3 находится n_m молекул, то их суммарное сечение ионизации

$$S_i = \sigma_i n_m. \quad (24.8)$$

Пусть поток электронов постоянной скорости движется по направлению x и через 1 см^2 сечения потока проходит при входе в газ ($x = 0$) N_0 электронов в секунду, а при $x = l$ остается еще N_l электронов, не испытавших ионизирующих столкновений. Если плотность газа невелика, то можно пренебречь перекрытием сечений молекул, сумма которых в слое площади равной 1 см^2 и толщины dx (рис. 178) равна $S_i dx$. Вероятность ионизирующего столкновения в слое dx для каждого электрона равна $S_i dx$, и уменьшение числа электронов, не испытавших ионизирующих столкновений, равно общему числу ионизации в слое:

$$dN = -N S_i dx, \quad (24.9)$$

где N — число электронов, проходящих в 1 сек через 1 см^2 слоя dx .

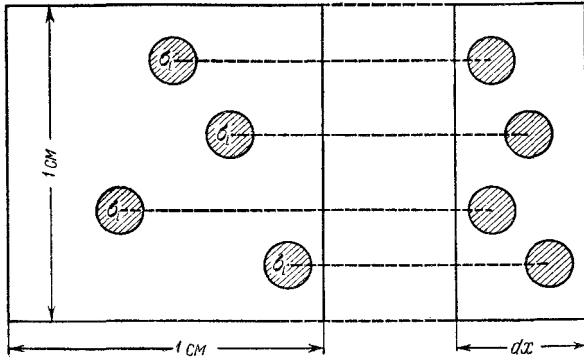


Рис. 178: К выводу формулы (24.11).

Интегрируя (24.9), получим:

$$\int_{N_0}^{N_l} \frac{dN}{N} = \int_0^l -S_i dx,$$

или

$$N_l = N_0 e^{-S_i l}. \quad (24.10)$$

Определив из опыта N_l/N_0 , по формулам (24.10) и (24.8) можно найти S_i и σ_i . Обозначая среднюю длину пути, на котором происходит одна ионизация, через $\bar{\lambda}_i$, можем написать:

$$dN = -N \frac{dx}{\bar{\lambda}_i}$$

и, значит,

$$S_i = \frac{1}{\bar{\lambda}_i}. \quad (24.11)$$

S_i , следовательно, равно числу ионизации, произведенных на пути в 1 см электроном постоянной энергии. S_i обычно относится к давлению, равному 1 мм рт. ст. Величину $\bar{\lambda}_i = 1/S_i$ можно назвать средним ионизационным пробегом электрона.

Из всего сказанного очевидно, что величина σ_i или, что то же самое, S_i и $\bar{\lambda}_i$ характеризуют только один элементарный процесс — ионизирующее столкновение электрона с молекулой. Упругие столкновения, при которых электрон меняет направления и почти не меняет скорости, и возбуждающие столкновения при этом значения не имеют. Зависимость сечения ионизации σ_i (или S_i) от энергии или скорости электронов называют функцией ионизации.

Измерение сечений ионизации, правда, не свободное от некоторых ошибок, было выполнено на приборе, схематически изображенном на рис. 179. Пучок электронов, ускоряемый напряжением на аноде A , проходит через

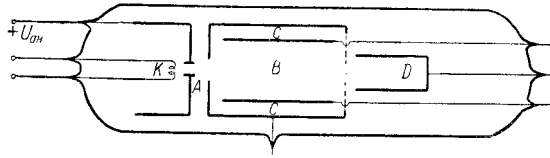


Рис. 179: Прибор для определения сечения ионизации.

камеру B и попадает в открытый с одной стороны цилиндр-ловушку D . Тонкие проволоки C , на которые подано небольшое отрицательно относительно стенок камеры напряжение, служат коллекторами ионов. Легко видеть, что, измеряя электронный ток на стенки ловушки D и ионный ток на коллекторы C , можно найти N_0 и N_s и отсюда вычислить S_i , соответствующее напряжению $U = U_a$.

Неточность измерений имеет несколько причин: разброс начальных скоростей электронов и вследствие этого неоднородность пучка электронов по скорости, фотоэлектрический ток с коллектора, освещаемого излучением газа, возможность появления кроме однократно ионизированных еще двукратно и многократно ионизированных атомов газа и т. д. Точные измерения требуют устранения этих ошибок или внесения соответствующих поправок в результаты. Обзор методики измерения сечений ионизации см. [Л. 3.4, § 20; Л. 3.8, § 18].

На рис. 180, *a* даны зависимости S_i от энергии электронов для некоторых газов, часто применяемых для наполнения газоразрядных приборов. Кривые эффективности однократной, двукратной и т. д. ионизации для Hg воспроизведены на рис. 180, *б*. Для измерения этих кривых нужен прибор иной конструкции, позволяющий разделять ионы с разными удельными зарядами [Л. 3.8]. При ускоряющих напряжениях, меньших потенциала однократной ионизации ($U_i 10,4$ в), ионизации вообще нет. При $U > 10,4$ в сечение однократной ионизации почти линейно быстро нарастает и достигает максимума при напряжении порядка $5 U_i$. После этого сечение ионизации монотонно и довольно медленно уменьшается с ростом напряжения и при больших скоростях вероятность однократной ионизации уже сравнима с вероятностью многократной ионизации. Иногда эффективность ионизации характеризуют полным числом вторичных электронов, производимых электроном на пути в 1 см, независимо от того, имеет ли место многократная ионизация, ионизация вторичными электронами, ступенчатая ионизация и другие вторичные процессы. Это число называют относительной или дифференциальной ионизацией: ее, как и S_i , обычно относят к давлению 1 мм рт. ст. Зависимость дифференциальной ионизации от энергии электронов в широком интервале напряжений дана на рис. 181. Если многократная ионизация и вторичные процессы незаметны, то дифференциальная ионизация равна S_i .

Теория ионизации электронными столкновениями не приводит к удоб-

§ 24.. ПОЯВЛЕНИЕ И ИЗЧЕЗНОВЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЧ В ГАЗОВОМ РАЗРЯДЕ 347

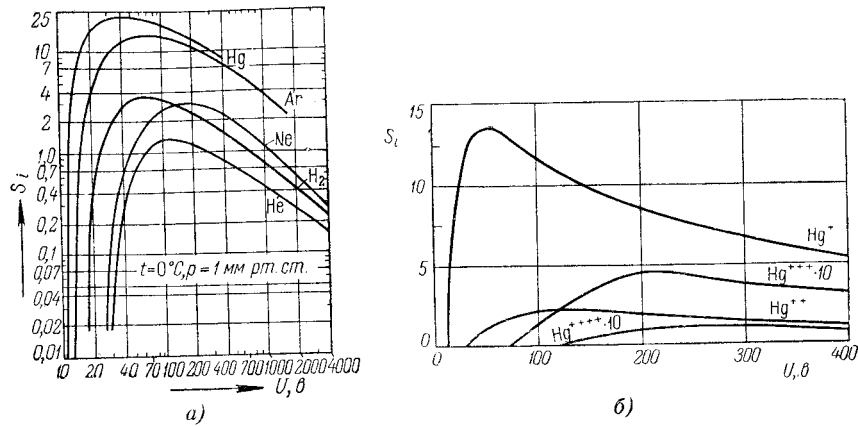


Рис. 180: *a*—функции однократной ионизации некоторых газов; *б*—функции однократной, двукратной и т.д. ионизации ртути. Масштаб по оси y Hg^{+++*} и Hg^{++++*} увеличен в 10 раз; S_i в $\text{см}^{-1} (\text{мм. рт. ст.})^{-1}$

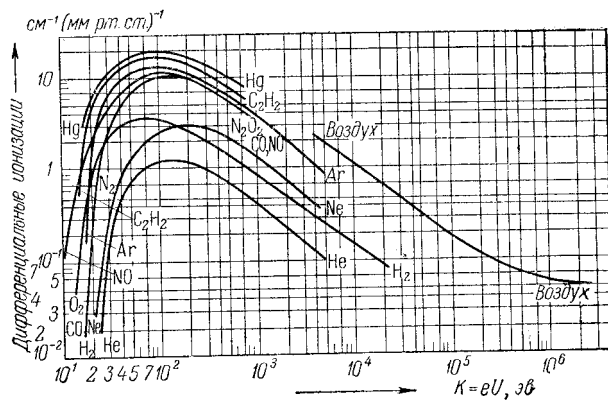


Рис. 181: Дифференциальная ионизация некоторых газов.

ным выражениям для сечения ионизации. Поэтому для расчетных целей используют эмпирические формулы. Наиболее проста, но и пригодна только для $U_i < U < 3U_i$ линейная аппроксимация

$$S_i = \sigma p_0 (U - U_i) = \beta (U - U_i), \quad (24.12)$$

где p_0 — давление газа, приведенное к 0°C . Более точно восходящая ветвь функции ионизации выражается формулой Клярфельда:

$$S_i = A \left(1 - e^{-B(U-U_i)} \right). \quad (24.13)$$

Для паров ртути $A = 20$, $B = 0,15$. Как восходящая, так и нисходящая ветви функции ионизации охватываются формулой Моргулиса, имеющей вид

$$S_i = a(U - U_i)e^{-b(U-U_i)}, \quad (24.14)$$

где a , b — постоянные, зависящие от природы газа.

Скорости, соответствующие напряжениям в сотни вольт в разрядах, достигаются редко даже при больших напряжениях на разрядной трубке, так как электроны теряют энергию при столкновениях. Поэтому главную массу положительных носителей тока составляют однозарядные ионы. Сходные результаты получаются и для других газов. При очень больших напряжениях вероятность ионизации перестает зависеть от строения молекул и делается пропорциональной общему числу электронов в молекуле.

Как известно, возбужденная молекула может спонтанно, с излучением фотона соответствующей частоты, переходить на один, но не на любой из низших энергетических уровней. Возможность перехода на низшие уровни ограничивается правилами отбора [Л. А. 2, т. III, гл. 30; Л. 3.1, гл. 11], разрешающими только некоторые из переходов.

Существуют и такие уровни, с которых запрещены спонтанные переходы с излучением фотона на все низшие уровни. Такие уровни называются метастабильными. Молекулы, находящиеся на метастабильных уровнях, могут играть в разрядах заметную роль благодаря тому, что в этом состоянии они остаются в зависимости от внешних условий относительно долго ($10^{-4} \div 10^{-2} \text{ сек}$), в то время как продолжительность жизни обычных возбужденных атомов составляет $10^{-8} \div 10^{-7} \text{ сек}$. Численные значения метастабильных уровней и уровней возбуждения приведены в § V.

Ввиду того что переходы с одного и того же начального уровня, вообще говоря, связаны с излучением нескольких спектральных линий, следует различать вероятность возбуждения уровня и вероятность возбуждения линии. Можно, совершенно так же как это было сделано выше для элементарных актов ионизации, ввести в качестве величин, характеризующих вероятность, сечение возбуждения уровня, а для каждой линии отдельно — сечение возбуждения линии. Их зависимости от энергии электронов дадут функции возбуждения уровня и функции возбуждения линий. Сумма сечений возбуждения всех уровней называется полным сечением возбуждения.

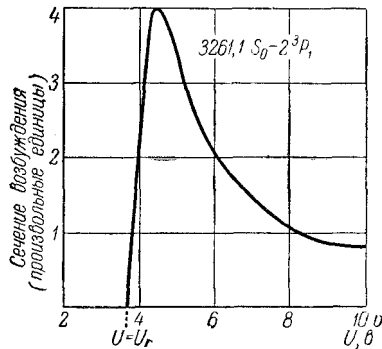


Рис. 182: Функция возбуждения линии 3261,1 Å кадмия.

Экспериментальное определение функций возбуждения встречает большие трудности, и ниже о нем будет сказано только немного.

Измеряя зависимость интенсивности спектральной линии от энергии электронов, можно достаточно хорошо определить ход функции возбуждения линии, но получение абсолютных значений сечения возбуждения оказывается затруднительным.

На рис. 182 в качестве примера приведена зависимость сечения возбуждения линии кадмия с длиной волны 3261,1 Å от энергии электронов, имеющая наиболее простую форму. На рис. 182 сечение возбуждения отложено в произвольных единицах. Как видно, возбуждение возникает при $U = U_r$ и затем быстро достигает максимума; при $U \gg U_r$ вероятность возбуждения делается очень малой. Кривая функции возбуждения линии может иметь и более сложную форму.

Сечение возбуждения уровня n равно, очевидно, сумме сечений возбуждения всех линий, излучаемых при переходах на уровни $(n-1)(n-2), \dots$ При этом нужно складывать абсолютные значения сечений возбуждения линий, и процесс построения функции возбуждения уровня оказывается очень трудным. Сечение возбуждения метастабильных уровней этим методом, конечно, определить нельзя.

В основе электрических методов измерения сечений возбуждения уровней лежит тот факт, что возбуждающие электроны теряют энергию ($W_n - W_0$), где W_n и W_0 — энергии молекулы на уровне n и на нормальном уровне. Измеряя относительное количество электронов, испытавших потери энергии (например, методом тормозящего поля), можно найти сечение возбуждения уровня. Точность электрических методов невелика, и сечения возбуждения близких уровней в этих методах не разделяются.

В связи с отмеченными выше трудностями в определении сечений возбуждения (теоретический расчет их также встречает трудности) в настоящее время имеется еще немного надежных сведений о сечениях возбуждения атомов различных элементов. Чтобы дать представление о численных

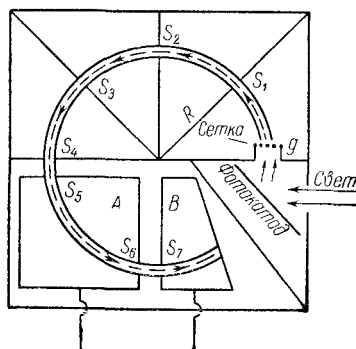


Рис. 183: Прибор рамзауэра (схема).

значениях, приведем несколько цифр:

Атом	Hg	Hg	He	Na
Длина волны [Å]	1850	4916	3889	5890 5896
Максимальное значение функции возбуждения линии [см ² /см ³]	14	0,045	0,026	110

Как видно, сечение возбуждения линий, даже для одного элемента, может быть очень разным. Тот факт, что желтая линия (дублет) Na и ультрафиолетовая линия ртути имеют очень большие сечения возбуждения и, следовательно, интенсивно возбуждаются электронными соударениями, имеет значение для газоразрядных источников света.

Функция возбуждения уровня удовлетворительно описывается эмпирической формулой, предложенной В. А. Фабрикантом:

$$S_r = S_m \frac{U - U_r}{U_m - U_r} \exp \left\{ 1 - \frac{U - U_r}{U_m - U_r} \right\}, \quad (24.15)$$

где U_r — потенциал возбуждения уровня, U_m и S_m — потенциалы и сечение возбуждения в максимуме функции возбуждения. По содержанию настоящего раздела см. [Л. 3.11, гл. V; Л. 3.8].

2. Полное сечение молекул и средний свободный пробег электрона.

Учет всех как упругих, так и возбуждающих и ионизирующих неупругих столкновений приводит к определению так называемого полного или общего сечения молекулы по отношению к электронам S_e . Если $\bar{\lambda}_e$ — средний пробег электрона, на протяжении которого происходит какое-либо, любого характера, взаимодействие электрона с молекулой, то

$$S_e = \frac{1}{\bar{\lambda}_e}.$$

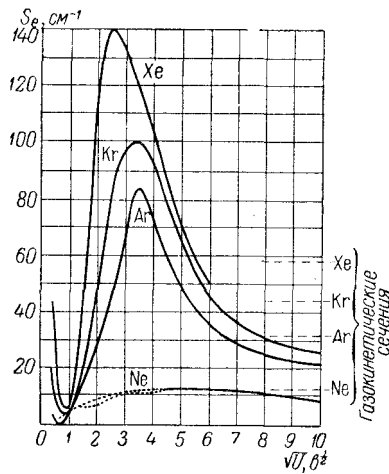


Рис. 184: Зависимость общих сечений молекул Xe, Kr, Ar, Ne от энергии электронов.

Рамзауэр разработал способ определения полного сечения молекул. Прибор Рамзауэра изображен на рис. 183. Поток электронов с фотокатода ускоряется напряжением, наложенным на сетку g , и попадает в магнитное поле, отклоняющее электроны в плоскости чертежа. Щели $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, \dots$ расположены по окружности, и в соответствии с соотношением (§ 2) $R = \frac{vc}{\eta H}$ из потока электронов выделяется монокинетический пучок электронов, т. е. только электроны скорости v . Исследуемый газ, находящийся под давлением p , заполняет камеру A . При любом изменении величины или направления скорости, т. е. при всяком упругом и неупругом столкновении, электрон выбывает из пучка и попадает на стенки камеры A . Ток I_A на стенки камеры A измеряет, следовательно, число электронов, испытавших столкновения. Остальные электроны попадают в камеру B и образуют ток I_B . Измеряя I_A и I_B и зная размеры прибора и давление газа, можно найти полное сечение молекулы по отношению к электронам.

Результаты, полученные Рамзауэром, оказались очень интересными, особенно, если принять во внимание, что они были получены в 1921 — 1923 гг., т. е. еще до появления волновой механики. Для инертных газов Ne, Ar, Kr, Xe результаты измерений изображены на рис. 184. Молекулы этих газов оказались весьма «прозрачными» для быстрых электронов: это легко было представить себе и на основе планетарной теории строения атома и представления об электроне как о частице. Но в рамки этой теории никак не укладывался минимум эффективного сечения молекул, обнаруженный для медленных электронов (у Ar, например, при $U \approx 0,7$ e). Этот «эффект Рамзауэра» удалось объяснить только много позже на основе волновой механики. Эффект Рамзауэра был одним из первых экспериментальных сви-

детельств в пользу волновой природы электрона. Графики полных сечений молекул других газов см. [Л. 3.8, гл. 5]. Отметим, что полные сечения одноатомных молекул щелочных металлов в десятки раз превосходят сечения молекул инертных газов благодаря удаленному от ядра валентному электрону².

Интересно сопоставить общее сечение молекул с так называемым газокинетическим их сечением, вычисленным по формулам кинетической теории газов хотя бы из измерений коэффициента вязкости. На рис. 184 отмечены газокинетические сечения $S_m = \frac{1}{\lambda_m}$ для Ne, Ar, Xe и Kr ($\bar{\lambda}_m$ — средний свободный пробег молекулы). Как видно из рисунка, в области средних скоростей (около 30 — 80 в) полное сечение молекул более или менее близко к газокинетическому сечению. Это дает основание в тех случаях, когда учитываются все, упругие и неупругие, соударения в соответствующем интервале скоростей, вычислять свободные пробеги электронов через газокинетическое сечение молекул, иными словами, через свободный пробег молекул $\bar{\lambda}_m$, вычисленный по формулам кинетической теории газов.

В кинетической теории газов [Л. А. 1, т. I; Л. А. 2, т. II] выводятся две формулы для вычисления свободного пробега молекулы. Если все молекулы, кроме одной, считать неподвижными, то число столкновений получается следующим образом: за единицу времени молекула в среднем проходит путь \bar{v} ; если около этого пути как около оси (считая путь «распрямленным») построить цилиндр радиуса a , где a — газокинетический диаметр молекулы, то все молекулы, центры которых окажутся внутри этого цилиндра, испытают столкновения; число столкновений в единицу времени будет, следовательно, $n\pi a^2 \bar{v}$, где n — число молекул в единице объема. Отсюда средний пробег молекулы равен

$$\bar{\lambda}'_m = \frac{\bar{v}}{n\pi a^2 \bar{v}} = \frac{1}{n\pi a^2}. \quad (24.16)$$

Учет движения всех молекул приводит к более точной формуле:

$$\bar{\lambda}_m = \frac{1}{\sqrt{2}\pi n a^2} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi a^2 p} = \frac{\bar{\lambda}'_m}{\sqrt{2}}, \quad (24.17)$$

²Выше отмечалось, что понятие «столкновение электрона с молекулой» несколько неопределенно. Определенный смысл оно приобретает, если с ним связывается доступное измерению следствие взаимодействия электрона и молекулы, например ионизация.

Все столкновения делятся тогда на две группы: столкновения, не вызывающие ионизации, и ионизирующие столкновения. Прибор Рамзауэра также делит все взаимодействия на две группы: взаимодействия настолько слабые, что электрон проходит через щели прибора, имеющие конечную ширину, вместе с неотклоненными электронами, и взаимодействия, после которых электрон выбывает из пучка. Граница между обеими группами определяется здесь, очевидно, конструкцией прибора. Следовательно, полные сечения, измеренные на разных приборах, строго говоря, принципиально различны независимо от случайных ошибок измерений. Это обстоятельство снижает ценность измерений полного сечения, однако приборы с круговой траекторией электронов типа рамзауэровского чрезвычайно чувствительны и не регистрируют только очень слабые взаимодействия. Поэтому на практике результаты измерений оказываются достаточно определенными.

где k — постоянная Больцмана, p — давление и T — температура. В слабых полях скорости ионов мало отличаются от скоростей молекул, и для этого случая нужно считать верной формулу (24.17), т. е. для ионов (если диаметры иона и молекулы считать равными)

$$\bar{\lambda}_i = \bar{\lambda}_m \quad (\text{слабые поля}). \quad (24.18)$$

Но скорости ионов в сильных полях много больше скоростей молекул и есть основание при подсчете пробега ионов молекулы считать неподвижными. Вместо (24.17) тогда получается

$$\bar{\lambda}_i = \bar{\lambda}_m \sqrt{2} \quad (\text{сильные поля}). \quad (24.19)$$

Скорость электронов и в слабых полях много больше скорости молекул, так что для них практически всегда верны соображения, приводящие к формуле (24.19). Кроме того, пользуясь для вычисления свободных пробегов представлениями кинетической теории газов, можно электрон считать точкой ($a_e \ll a_m$). Это значит, что электрон может подойти к центру молекулы на расстояние $a/2$ и объем цилиндра, о котором шла речь при выводе (24.16), будет вчетверо меньше. Учитывая все сказанное, получим для газокинетического среднего пробега электрона

$$\bar{\lambda}_e = \sqrt{2} \cdot 4\bar{\lambda}_m = 5,64\bar{\lambda}_m. \quad (24.20)$$

3. Ионизация при столкновениях молекул и столкновениях молекул и ионов. Вторичная электронная эмиссия при попадании молекул и ионов на электроды.

Тяжелые частицы, нейтральные молекулы и особенно ионы менее эффективны в отношении возбуждения и ионизации при столкновениях, чем электроны той же энергии. Если $m_1 \approx m_2$, то по (24.5) $A_{\max} \approx K/2$ и на изменение квантового состояния молекулы не может быть израсходовано более половины кинетической энергии. Далее, есть существенная разница в характере взаимодействия с молекулой иона и электрона. Электроны, даже в слабых полях, имеют большую скорость, и взаимодействие имеет характер удара. Относительно медленно движущийся ион, приближаясь к молекуле, вызывает смещение ее электронных уровней, а не переход электрона с одного уровня на другой, и после удаления иона электроны оказываются на прежних уровнях. Таким образом, вероятность ионизации зависит не столько от энергии, сколько от скорости ударяющей частицы. Оптимальные скорости как ионов, так и электронов должны быть одного порядка, а именно $10^8 - 10^9$ см/сек. Такие скорости достигаются для электронов при 10—100 эв, а для ионов при $10^4 - 10^6$ эв. Эти соображения подтверждаются на опыте.

Опыт показал, что при одинаковых скоростях удары нейтральных молекул эффективнее ударов ионов. Это объясняется тем, что электрическое поле нейтральной молекулы с расстоянием изменяется быстрее, чем поле

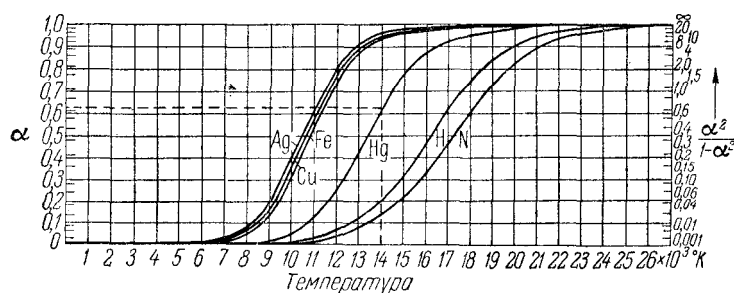


Рис. 185: Температурная зависимость степени ионизации некоторых газов и паров металлов.

иона, и взаимодействие протекает быстрее, приближаясь по характеру к удару. В согласии со сказанным оказывается, что практически заметная ионизация положительными ионами получается при ускоряющих напряжениях, не меньших нескольких десятков или даже сотен вольт. Например, ионизация Ne однозарядными ионами Li^+ возникает при 300 — 400 в, ионизация Ar ионами K^+ — при 75 — 95 в и т. д. Эти значения во много раз превосходят потенциалы ионизации Ne и Ar, равные соответственно 21,6 и 15,7 в. По вопросу ионизации ударами ионов см. [Л. 3.1, гл. 6; Л. 3.4, гл. 5],

В ионных приборах ионизация молекул газа положительными ионами играет второстепенную роль. Гораздо эффективнее медленных тяжелых ионов в связи с особенностями столкновений, отмеченными выше, действуют легкие быстрые ионы (α -частицы, протоны).

Ионизация при столкновениях нейтральных молекул (термическая ионизация) играет заметную роль только в дуговых разрядах высокого давления. Это вполне понятно, так как при комнатных температурах средняя энергия молекул измеряется сотыми долями электронвольта. Теория термической ионизации была дана индийским физиком Саха.

Формула Саха, по которой вычисляется доля ионизированных молекул, имеет вид

$$\frac{\alpha^2}{1 - \alpha^2} = 2,4 \cdot 10^{-4} \frac{T^{5/2} \exp \left\{ -\frac{11\,600 U_i}{T} \right\}}{p} \approx \alpha^2. \quad (24.21)$$

Здесь U_i выражено в вольтах, p — в мм рт. ст. и α — отношение числа ионизированных молекул к общему их числу; заменой $\alpha^2/(1 - \alpha^2)$ через α^2 можно, очевидно, пользоваться, если $\alpha^2 \ll 1$ (вывод формулы Саха см. [Л. 3.4, стр. 406—407]). Зависимость α от T для различных газов и давления $p = 1$ атм изображена на рис. 185. Из рисунка видно, что при температурах 6000—10 000° K, встречающихся в дуговых разрядах высокого давления, для паров ртути α может достигнуть 0,05. Это очень высокий процент ионизации. Но даже для дуги в азоте, а значит, и в воздухе, как можно

вычислить по формуле Саха, получаются концентрации ионизированных атомов, дающие большую проводимость. Экспериментальное исследование термической ионизации затрудняется тем, что ее трудно отделить от фотоионизации (см. ниже), вызванной излучением самого газа и стенок баллона, неизбежным при высоких температурах.

В механизме тока через газ существенное место занимают процессы на электродах и стенках разрядной трубки. Некоторые из них, а именно термоэмиссия электронов и ионов, фотоэлектронная, автоэлектронная и вызванная электронами вторичная эмиссия, были рассмотрены выше (гл. 2). Остается рассмотреть процессы на поверхности твердого тела при попадании на нее ионов и нейтральных молекул.

Ион, приближающийся к металлу, нейтрализуется, отдавая ему свой заряд. Нейтрализация положительного иона осуществляется через присоединение одного из электронов металла, а нейтрализация отрицательного иона — через передачу металлу излишнего электрона.

Схему нейтрализации положительного иона можно себе представить в следующем виде: между ионом и металлом возникает поле, изменяющееся на поверхности металла по закону $E = 2e/r^2$ или, если r выражено в ангстремах:

$$E = \frac{2,88 \cdot 10^8}{r^2} \frac{e}{\text{см}}. \quad (24.22)$$

При $r = 10 \text{ \AA} E \approx 3 \cdot 10^7 \text{ в/см}$ и возможен (см. в § 15 об автоэлектронной эмиссии) туннельный переход электрона из металла на один из разрешенных уровней иона. Существенно, что этот первый, вырванный из металла электрон не может сделаться свободным, так как это означало бы увеличение энергии электрона, чего не может быть при туннельном переходе. Электрон попадает на один из разрешенных уровней иона и нейтрализует его. На рис. 186 это может быть один из уровней a, b, c, d , причем самый низший из них — нормальный уровень. На уровень e перехода быть не может, так как электронов с такой энергией в металле нет (точнее, при $T \neq 0^\circ \text{ K}$ они есть, но их очень мало). Нейтрализация, таким образом, происходит уже на расстоянии 5—10 \AA от металла, и в результате ее получается молекула в возбужденном или нормальном состоянии, продолжающая движение к поверхности и достигающая ее (при $v \approx 10^5 \text{ см/сек}$) через промежуток времени порядка 10^{-12} сек .

Теория показывает, что все ионы не успевают нейтрализоваться, и те из них, которые сохраняют свой заряд, частично отражаются и частично адсорбируются поверхностью металла. Молекула, находящаяся в возбужденном состоянии, попадает вблизи верхнего слоя ионов решетки металла в облако электронов, не обладающих энергией, достаточной для преодоления потенциального барьера. Между возбужденной молекулой и электроном возможно особого рода взаимодействие, называемое неупругим столкновением 2-го рода. При столкновении 2-го рода молекула возвращается к нормальному состоянию, а освободившаяся энергия переходит к электрону, который, таким образом, выходит из столкновения с увеличенной энергией.

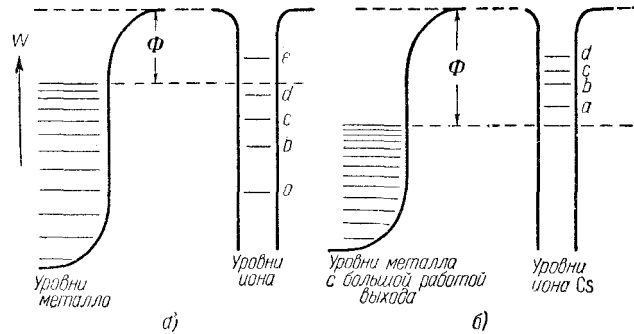


Рис. 186: *a*—схема нейтрализации положительного иона на поверхности металла; *б*—схема, показывающая невозможность потенциального выравнивания электрона из металла ионами Cs.

Столкновения 2-го рода можно наблюдать и внутри газа по появлению электронов повышенных скоростей, как это было показано Лейпунским и Латышевым. Метастабильные молекулы могут выходить из метастабильного состояния только при столкновениях 2-го рода с электронами, молекулами или с поверхностью твердого тела.

Дополнительная энергия, полученная электроном, может оказаться достаточной для преодоления потенциального барьера. Тогда за счет энергии eU_i из металла окажутся удаленными два электрона, из которых один остается в разряде свободным. Это возможно только, если (a — уровень, соответствующий невозбужденному атому)

$$eU_a = eU_i \geq 2\Phi, \quad (24.23)$$

где Φ — работа выхода металла. В самом деле, пусть при нейтрализации происходит переход электрона на уровень c , которому соответствует потенциал возбуждения U_{rc} (рис. 186, *a*). Энергия иона при нейтрализации уменьшается до величины $[eU_i - (\Phi + \Delta W)]$, где ΔW — разность между уровнем Ферми металла и энергией возбужденного атома на уровне c . Вырывание второго электрона возможно, если $eU_{rc} = eU_i - (\Phi + \Delta W) \geq \Phi$ или $eU_i \geq 2\Phi + \Delta W$. В предельном случае $\Delta W = 0$, откуда и получается условие (24.23). Условие (24.23) выполняется во многих случаях, например для инертных газов, кислорода, азота и электродов из любого металла. Существенно, что вторичная эмиссия за счет энергии ионизации молекулы или так называемое потенциальное вырывание электронов доступны для сколь угодно медленных ионов. Легко понять, что потенциальное вырывание электронов возможно и при попадании на металл метастабильных молекул, если они обладают достаточным запасом энергии (большим, чем Φ), как, например, атом Ne на метастабильном уровне c с энергией 16,57 эв, атом Ag ($W_{\text{метастаб}}$ 11,49 эв) и многие другие. Существование вторичной эмиссии, вызванной метастабильными молекулами, доказано экспери-

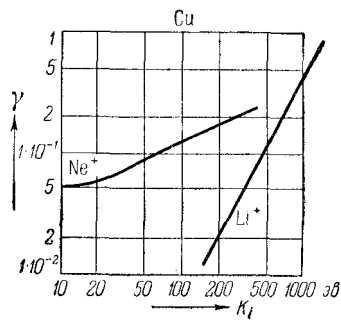


Рис. 187: Вторичная эмиссия из Cu под ударами ионов Li^+ и Ne^+ . K_i — кинетическая энергия иона.

ментально. Интересными особенностями отличается нейтрализация ионов щелочных металлов. Рис. 186, б относится к иону Cs^+ или Rb^+ , энергия ионизации которых меньше работы выхода многих металлов, как это и принято на рисунке. Нейтрализация иона путем вырывания электрона в этих случаях оказывается вообще невозможной. В других случаях (например, Na^+ на вольфраме) возможен переход только на нормальный уровень. Зато обратный процесс перехода валентного электрона от нейтрального атома Cs к металлу вполне возможен и в действительности имеет место. О нем говорилось в гл. 2 (поверхностная ионизация).

Опыт показывает, что, помимо потенциального вырывания электронов, возможна их эмиссия за счет кинетической энергии ионов (кинетическое вырывание). Это ясно видно на рис. 187, на котором изображена экспериментальная зависимость коэффициента вторичной эмиссии меди γ (γ — выход электронов в расчете на один ион) от кинетической энергии ионов K_i . Потенциал ионизации Li не удовлетворяет условию (24.23), так что ионы Li^+ не способны к потенциальному вырыванию. В согласии с этим кривая для Li^+ показывает, что для малых скоростей ионов γ стремится к нулю, но растет при увеличении скорости. Кривая для ионов Ne^+ также показывает рост при увеличении скорости, но, в отличие от ионов Li^+ , ионы Ne^+ способны вызывать эмиссию и при очень малых скоростях, очевидно, за счет своей потенциальной энергии.

Кинетическое вырывание, по гипотезе П. Л. Капицы, объясняется местным нагревом в месте удара иона или молекулы, где образуется микроочаг термоэлектронной эмиссии. Возможно настолько сильное нагревание, что в местах попадания молекул получается временное разрушение кристаллической решетки, т. е. плавление металла и даже превращение его в пар. В теории Капицы, однако, возникают затруднения в связи с тем, что на передачу энергии от иона к металлу нужно относительно много времени и трудно объяснить, как металл успевает нагреться. Общепринятой теории

кинетического вырывания электронов пока не существует³.

4. Фотоионизация и фотовозбуждение. Ступенчатые процессы.

Ионизация молекул внутри газа может быть вызвана падающим на него излучением. Очевидно, что минимальная частота, при которой возможна прямая ионизация при захвате кванта излучения молекулой (фотоионизация), определится из формулы

$$h\nu_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = eU_i, \quad (24.24a)$$

откуда $\lambda_0 = \frac{ch}{eU_i}$ или, если U_i выражено в вольтах:

$$\lambda_0 = \frac{12\,350}{U_i} \text{ \AA}. \quad (24.24b)$$

Граничная волна λ_0 для цезия, имеющего из всех элементов наинизший ионизационный потенциал, равный 3,89 в, по формуле (24.24б) равняется 3180 \AA. Таким образом, только ультрафиолетовая и даже в большей степени далекая ультрафиолетовая часть спектра способна вызвать прямую фотоионизацию. Экспериментально фотоионизацию можно исследовать, облучая исследуемый газ монохроматическим светом, интенсивность которого контролируется термоэлементом или термостолбиком, и измеряя, одновременно ионный ток или ток фотоэлектронов, выброшенных молекулами газа по всем направлениям. Зависимость фотоионизации от длины волны или паров цезия при двух температурах дана на рис. 188, где по оси ординат отложена в произвольных единицах вероятность ионизации, т. е. отношение числа актов ионизации к числу прошедших через газ фотонов частоты ν .

³Проблема вторичной электронной эмиссии под действием ионов и молекул далеко еще не вышла из стадии изучения; несмотря на большое число опубликованных работ, даже вопрос о ее природе нельзя считать решенным. В этой связи следует указать на работу В. Г. Тельковского (ДАН СССР, т. 108, № 3, 1956), который в очень тщательно поставленных опытах исследовал вторичную эмиссию из Mo, Ni и других металлов под действием как пучков ионов с разными зарядами (например, Ag^+ , Ag^{++} , Ag^{+++}), так и пучков нейтральных частиц. К сожалению, исследовались только относительно быстрые частицы с энергиями от нескольких до 120 кэв. Автор нашел, что γ совершенно не зависит от заряда, а значит, и от потенциальной энергии частиц, и ионы с различными зарядами и нейтральные частицы имеют одинаковый коэффициент γ , если только их кинетические энергии равны. Основываясь на результатах своих опытов, В. Г. Тельковский утверждает, что теория потенциального вырывания не соответствует действительности. Результатам В. Г. Тельковского следует противопоставить не только результаты более старых исследований, пример которых приведен на рис. 187, но и более новых экспериментов, например работ Хэгструма, говорящих определенно в пользу существования потенциального вырывания. О работах Хэгструма см. обзорную статью М. А. Еремеева и И. И. Петрова [Л 2.40, вып. 9].

Существенно также, что за последние годы не было достигнуто заметных успехов в теории кинетического вырывания.

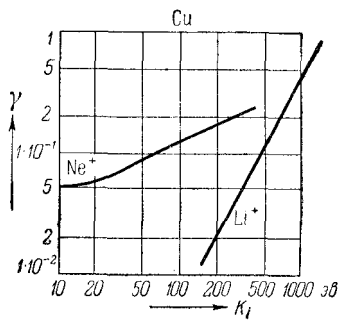


Рис. 188: Зависимость фотоионизации паров Cs от длины волны.

Максимумы кривых лежат при $\lambda = \lambda_0$, определяемой из уравнений (24.24), которое дает, таким образом, длину волны, соответствующую максимальной вероятности ионизации. Однако и при $\lambda > \lambda_0$ ($\nu < \nu_0$) фотоионизация существует и имеет ряд побочных максимумов, соответствующих, как оказывается, собственным длинам волн линейного спектра цезия. Это подсказывает следующее объяснение явления: ионизация при $\lambda > \lambda_0$ происходит в два этапа; при поглощении кванта излучения атом переходит на один из уровней возбуждения, и так как для ионизации возбужденного атома требуется меньше энергии, чем для ионизации атома в нормальном состоянии, то ионизация достигается при столкновении возбужденного атома с другими атомами. Максимумы этой ступенчатой фотоионизации должны соответствовать максимумам возбуждения излучением, совпадающими с собственными линиями спектра цезия. Это и получается в действительности. Возможен и другой механизм фотоионизации при $\lambda > \lambda_0$. При столкновении возбужденного и нормального атомов образуется двухатомная молекула Cs_2 , имеющая более низкий ионизационный потенциал, чем изолированный атом, так что энергия возбужденного атома оказывается достаточной для ионизации молекулы.

Заметим, что ступенчатая ионизация наблюдается и при столкновениях молекул с электронами и ионами. Ионизация производится следующими друг за другом двумя столкновениями, из которых первое переводит молекулу в возбужденное состояние, сохраняющееся еще в момент второго столкновения. Особенно благоприятствует ступенчатой ионизации наличие метастабильных молекул, остающихся относительно долго в возбужденном состоянии.

В электровакуумных приборах фотоионизация от внешних источников не может быть значительной хотя бы потому, что стекло, обычный материал для оболочек приборов, почти полностью поглощает ультрафиолетовое излучение. Но возможна ионизация собственным излучением разряда. Здесь надо различать два случая. Свечение может исходить от нормальных возбужденных атомов — это так называемый дуговой спектр газа, воз-

буждаемый в большинстве разрядов. Дуговой спектр создает очень слабую фотоионизацию, так как в этом случае всегда $\lambda > \lambda_0$ и остается возможность только ступенчатой ионизации. При больших скоростях электронов столкновение, кроме ионизации, может вызвать и возбуждение иона. Излучение возбужденных ионов образует искровой спектр. Потенциал возбуждения иона выше потенциала возбуждения нейтрального атома и возможны линии, для которых $\lambda < \lambda_0$, что приводит к соответствующему росту ионизации. Фотоионизация собственным излучением изучена пока недостаточно [Л. 3.4]. В прохождении тока через электровакуумные приборы она играет второстепенную роль, хотя в некоторых разрядах (например, в искровом разряде) значение ее велико.

В известных условиях в разряде вполне заметно проявляет себя возбуждение молекул под действием излучения. Элементарный акт фотовозбуждения состоит в переходе невозбужденной молекулы или атома на один из высших уровней при захвате фотона, частота которого удовлетворяет условию

$$h\nu_r = W_r - W_0,$$

где W_0 и W_r — соответственно энергии молекулы на нормальном и возбужденном уровнях. Если $W_r = W_{r1}$ — энергия на самом низшем из возбужденных уровней, то молекула через некоторое время возвращается к нормальному уровню, излучая, очевидно, фотон той же самой частоты $\nu_{r1} = \frac{W_{r1} - W_0}{h}$. Газ, облучаемый светом частоты ν_{r1} , будет излучать опять ту же частоту по всем направлениям. Это явление было открыто Р. Вудом еще до появления теории Бора и получило название резонансного излучения, так как Вуд истолковал его как излучение внутриатомных резонаторов, резонирующих на действие внешнего излучения и делающихся самостоятельными источниками волн. Например, для Na резонансной линией служит двойная желтая линия с длиной волны (5890, 5896 Å), излучаемая при возврате к нормальному состоянию с близко расположенных уровней $2p_1$ и $2p_2$, для Hg — ультрафиолетовая линия $\lambda = 2537$ Å; при поглощении излучения этих линий атомы Na и Hg переходят на низший из возбужденных уровней, также называемый резонансным.

Если W_{rn} — один из высших уровней возбуждения, то газ поглощает и свет частоты $\nu_{rn} = \frac{W_{rn} - W_0}{h}$, однако возвращение к нормальному состоянию может произойти через ряд последовательных переходов на низшие уровни, соответственно чему излучается несколько линий. Такое излучение называется нерезонансным. Возможно, однако, что переход с уровня W_{rn} на все нижележащие возбужденные уровни запрещен и разрешен только переход на нормальный уровень W_0 . В этом случае существует вторая резонансная линия; такова, например, линия $\lambda = 1850$ Å ртути.

В газовом разряде электроны почти всегда сталкиваются с невозбужденными молекулами, которых в газе значительно больше, чем возбужденных. Результатом такого столкновения часто являются переход молекулы на резонансный уровень и затем излучение резонансной линии. Излучен-

ный молекулой фотон захватывается другой молекулой и ее возбуждает, происходят новое излучение и новый захват фотона и т. д. Излучение относительно долго не выходит за пределы газа, переходя от одной молекулы к другой и оставаясь, как говорят, в состоянии «пленения». Постепенное продвижение излучения к границе объема, занятого газом, напоминает диффузию и называется диффузией резонансного излучения. Непосредственным следствием пленения резонансного излучения является увеличение концентрации возбужденных атомов в газе, которое, как уже было указано выше, может оказать ощутимое влияние на свойства разряда. Легко понять, что нерезонансное излучение, соответствующее переходам между какими-либо двумя возбужденными состояниями, не может оказаться плененным внутри газа.

5. Рекомбинация ионов и электронов. Образование отрицательных ионов.

Среди процессов, в результате которых из разряда исчезают ионы и электроны, наибольшее значение для газового разряда имеют нейтрализация электронов и ионов на электродах и их рекомбинация внутри разряда и на стенках баллона.

Нейтрализация ионов на катоде была рассмотрена выше (п. 3 настоящего параграфа). Электроны, подходящие из газа к металлической поверхности электрода (анода, сетки и т. д.), вовлекаются внутрь металла электрическим полем потенциального барьера. Явления, сопровождающие бомбардировку металла электронами (отражение, вторичная эмиссия), также были рассмотрены раньше (гл. 2).

Физически возможна нейтрализация положительных ионов при встречах с электронами или отрицательными ионами. В обоих случаях действующее между обеими частицами электрическое поле содействует нейтрализации. Эти процессы называют рекомбинацией электронов (когда в рекомбинации участвует электрон) и рекомбинацией ионов. Акт рекомбинации электрона имеет малую вероятность, так как быстро движущиеся электроны сразу выходят из сферы действия ионов. Энергия, освобождающаяся при рекомбинации, может либо излучаться с частотой

$$\nu = \frac{\frac{1}{2}mv^2 + eU_i}{h}, \quad (24.25)$$

либо передаваться третьему телу (электрону, молекуле), находящемуся вблизи в момент соударения. Излучение, сопровождающее рекомбинацию электронов, называется свечением рекомбинации. Его спектр непрерывен, так как кинетическая энергия электрона $mv^2/2$ может иметь в момент рекомбинации различную величину.

Возможна и ступенчатая рекомбинация, когда сначала образуется воз-

бужденный атом с. излучением кванта

$$h\nu_1 = \frac{1}{2}mv^2 + e(U_i - U_{rn}), \quad (24.26a)$$

который затем возвращается к нормальному состоянию, излучая квант

$$h\nu_2 = eU_{rn}. \quad (24.26b)$$

Благоприятные условия для рекомбинации электронов (большая концентрация электронов, небольшие их скорости, т. е. слабые поля) встречаются в разрядах редко. Примером, где такие благоприятные условия налично, может служить отрицательное свечение тлеющего разряда (см. ниже § 28).

Вероятность образования отрицательного иона при сближении свободного электрона с нейтральной молекулой зависит от электронного сродства молекул газа (см. § 12).

Существование отрицательных ионов доказано не только в газах, молекулы которых обладают большим электронным сродством, но даже и в парах щелочных металлов. Только в инертных газах, по-видимому, вовсе не образуется отрицательных ионов. Механизм образования отрицательного иона может быть весьма различен. Возможно прямое присоединение электрона при сближении с молекулой. В газах с двухатомными молекулами возможна диссоциация молекул с образованием иона. Обзор этого вопроса можно найти в книге Н. А. Капцова [Л. 3.1]. Способность различных газов к образованию отрицательных ионов хорошо характеризуется средним числом столкновений электронов с нейтральными молекулами, приходящимися на один акт образования отрицательного иона (коэффициент прилипания). Это число (δ) вместе с числом столкновений электронов с молекулами (z) при давлении $p = 1 \text{ атм}$, вычисленным по длине свободного пробега из формулы (24.16), и средняя продолжительность жизни свободного электрона $\tau_e = \delta/z$ приведены в табл. 16.

Таблица 16: Коэффициенты δ и τ_e , характеризующие электронное сродство (по данным Комптона и Ленгмюра)

Газ	δ	z [1/сек]	τ_e [сек]
He, Ar, Ne, N ₂	$> 10^9$ ($\rightarrow \infty$)	—	—
CO	$1,6 \cdot 10^8$	$2,2 \cdot 10^{11}$	$0,7 \cdot 10^{-3}$
Воздух	$2 \cdot 10^5$	$2,2 \cdot 10^{11}$	$0,9 \cdot 10^{-6}$
O ₂	$4 \cdot 10^4$	$2,1 \cdot 10^{11}$	$1,9 \cdot 10^{-7}$
H ₂ O	$4 \cdot 10^4$	$2,8 \cdot 10^{11}$	$1,4 \cdot 10^{-7}$
Cl ₂	$2,1 \cdot 10^3$	$4,5 \cdot 10^{11}$	$0,47 \cdot 10^{-8}$

Из данных таблицы можно сделать вывод, что при разрежениях порядка 10^{-3} атм и времени прохождения через прибор, равном 10^{-6} сек (что соответствует низкому напряжению и большим размерам прибора), даже

§ 24. ПОЯВЛЕНИЕ И ИЗЧЕЗНОВЕНИЕ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В ГАЗОВОМ РАЗРЯДЕ 363

в таком газе, как хлор, отрицательных ионов практически не будет. В самом деле, при этих условиях среднее число столкновений электрона при прохождении им всего прибора равно $4,5 \cdot 10^{11} \cdot 10^{-6} \cdot 10^{-3} = 4,5 \cdot 10^2$, в то время как один отрицательный ион хлора образуется в среднем после $2,1 \cdot 10^3$ столкновений. В электровакуумных приборах во время протекания тока отрицательные ионы почти отсутствуют.

Отрицательные ионы будут заметны, если ионизация создается хорошо проникающим ионизатором (например, рентгеновскими лучами) в большом объеме газа, при высоком давлении и в отсутствие электрического поля. В этом случае столкновений будет много, а движение ионов к стенкам будет иметь небольшое значение. В этих условиях состав газа имеет большое значение. В хлоре, кислороде и т. п. электроны будут очень быстро прилипать к молекулам газа. Понятно также, почему примеси кислорода или паров воды к инертным газам или к азоту и водороду резко меняют их проводимость. Захват электронов нейтральными молекулами может играть видную роль в процессе деионизации газа после окончания разряда.

Рассмотрим, как протекает рекомбинация в объеме газа при отсутствии влияния электрического поля и стенок (для этого чем меньше давление, тем больше должен быть объем). Изменение концентрации заряженных частиц n_+ и n_- с временем определится уравнением (предполагаем, что мы имеем только два сорта носителей заряда):

$$\frac{dn_+}{dt} = \frac{dn_-}{dt} = -rn_-n_+, \quad (24.27)$$

которое утверждает, что число рекомбинаций в единицу времени пропорционально концентрациям обоих сортов носителей. При условиях, указанных выше (большой объем, отсутствие поля), носители зарядов исчезают только вследствие рекомбинаций и все время $n_+ = n_- = n$, так что уравнение (24.27) принимает вид

$$\frac{dn}{dt} = -rn^2; \quad (24.28)$$

r называется коэффициентом рекомбинации. Пусть в газе вначале ($t = t_0$) была создана концентрация $n = n_0$. Интегрируя (24.28), получим:

$$r = \frac{1}{t - t_0} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n_0} \right). \quad (24.29)$$

На использовании уравнения (24.29) основан метод экспериментального определения r . В газе, заключенном между двумя электродами, создают начальную ионизацию n_0 включают ионизатор и через точно измеренный промежуток времени ($t - t_0$) подают на электроды напряжение настолько высокое, что все оставшиеся в газе к этому времени ионы без актов рекомбинации быстро «вытягиваются» из газа. Из общего их заряда, измеренного баллистическим гальванометром, можно найти n , а из двух таких измерений, произведенных при одинаковых начальных условиях, можно вычислить n_0

и r . По значению начальной равновесной концентрации n_0 можно найти величину ε , характеризующую ионизатор, — число ионизаций, производимых в единицу времени в единице объема. Во время действия ионизатора

$$\frac{dn}{dt} = \varepsilon - rn^2. \quad (24.30)$$

При равновесии

$$\frac{dn}{dt} = 0 \quad \text{и} \quad \varepsilon = rn_0^2. \quad (24.31)$$

Например, в воздухе вблизи земной поверхности $n_0 \approx 10^3$ $1/\text{см}^3$, и так как для воздуха $r = 1,6 \times 10^{-6}$ $\text{см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}$, то $\varepsilon \approx 1,6$, т. е. космические лучи и радиоактивность земной коры производят несколько пар ионов в секунду в 1 см^3 (полученное значение ε дает только порядок величины, так как q бывает несколько различным в разных условиях).

Оказалось, что коэффициент рекомбинации ионов r_i (при 0°C и 1 *атм*) для всех или, по крайней мере, многих газов имеет величину порядка 10^{-6} $\text{см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}$, а коэффициент рекомбинации электронов, как и следовало ожидать, много меньше и имеет порядок 10^{-8} $\text{см}^3 \cdot \text{сек}^{-1}$.

Существенными особенностями отличается нейтрализация ионов на диэлектриках, например на стеклянных стенках разрядной трубки. Диэлектрик не может мгновенно доставлять электроны, нужные для нейтрализации попавших на него ионов. Поэтому на поверхности диэлектрика, как и при бомбардировке его электронами, накапливаются заряды, препятствующие попаданию новых ионов.

Практически важен случай, когда на диэлектрическую стенку одновременно попадают ионы и электроны, диффундирующие из разряда. Накопившиеся на поверхности ионы и электроны оказываются стесненными в движении, чаще сближаются между собой, и вероятность рекомбинации их повышается. На стенках трубки происходит поэтому интенсивная рекомбинация, в результате которой выделяется много энергии, значительная часть которой передается стенке. К этому явлению, так называемой двуполярной диффузии, мы вернемся в следующем параграфе.

Подведем некоторый итог сказанному выше. Из всего многообразия элементарных процессов, приводящих к образованию и исчезновению носителей тока в газе, обзор которых, далеко неполный, был сделан, выделяются, с одной стороны, процессы образования однозарядных ионов при столкновениях электронов с молекулами и различные виды эмиссии электронов из твердых тел и, с другой стороны, процессы нейтрализации и рекомбинации ионов и электронов на электродах и стенках. Эти процессы играют главную роль в балансе носителей тока в разреженных газах, заполняющих ионные приборы, где мы имеем тело, значит, главным образом с электронами и положительными однозарядными ионами. Все остальные носители тока — отрицательные ионы, положительные многозарядные ионы и тяжелые ионы, состоящие из многих атомов, в ионных приборах составляют ничтожное меньшинство.

§ 25. Направленное движение электронов и ионов в газе

Выше (гл. 1) было рассмотрено движение электронных и ионных потоков в вакууме. Полученные там результаты применимы и к движению заряженных частиц в газах, разреженных настолько, что соударения ионов или электронов с молекулами происходят очень редко и не нарушают заметно их упорядоченного движения. Такое положение имеет место тогда, когда средний свободный пробег заряженных частиц много больше расстояний между электродами. В настоящем параграфе рассматривается движение заряженных частиц, испытывающих большое число соударений с молекулами газа.

Если концентрация частиц повсюду одинакова, то в отсутствие внешнего электрического поля частицы находятся в состоянии вполне хаотического (теплого) движения. Положение изменяется, если в газе возникает электрическое поле или разность концентраций заряженных частиц. В обоих случаях обнаруживается перенос заряженных частиц, вызванный их диффузией или полем, или обеими причинами вместе, т. е. в газе возникает электрический ток. Рассмотрим сначала ток электронов в газе, вызванный полем, считая при этом концентрацию электронов повсюду одинаковой.

1. Движение потока электронов в газе.

В потоке электронов, текущем под действием электрического поля через газ, как и в потоке электронов в металле или полупроводнике, следует различать тепловую скорость каждого электрона v и общую всем электронам направленную скорость увлечения или дрейфа вдоль по полю \bar{u} . Предположим, что после столкновения электрона с молекулой все направления движения электрона равновероятны, иными словами, примем, что электрон при столкновении полностью теряет направленную скорость, приобретенную им в предшествовавшем пробеге¹. Тогда путь, пройденный по направлению поля x за время t от столкновения до столкновения, равен

$$x = \frac{1}{2} \frac{Ee}{m} t^2. \quad (25.1)$$

При вычислении скорости дрейфа первое, самое грубое приближение можно получить, предположив, что все электроны имеют одинаковую тепловую скорость $v = v_{\text{ср}}$, гораздо большую скорости дрейфа u , и что все пробеги электронов также одинаковы и равны среднему свободному пробе-

¹Предположение о полной потере направленности заряженной частицей при ее соударении с молекулой выполняется при условии, что масса заряженной частицы много меньше массы молекулы, и притом только для не очень высокого вакуума. Следовательно, оно верно для электронов и неверно для ионов. Теоретическое обоснование см. [Л. 3.4, § 47].

гу $\bar{\lambda}$. При этих предположениях время пробега $\tau = \bar{\lambda}/v_{\text{ср}}$ и скорость дрейфа

$$\bar{u}_e = \frac{[x]_{t=\tau}}{\tau} = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \frac{\bar{\lambda}}{v_{\text{ср}}} E = b_e E, \quad (25.2a)$$

$$b_e = \frac{e\bar{\lambda}}{2mv_{\text{ср}}}. \quad (25.3)$$

Коэффициент b_e называется подвижностью электронов. Формула (25.3) дает грубо приближенное выражение для подвижности. Так как средний пробег обратно пропорционален давлению газа, то, обозначив через $\bar{\lambda}_1$ средний пробег при давлении 1 мм рт. ст., будем иметь $\bar{\lambda}_1 = p\bar{\lambda}$, и (25.2a) примет вид

$$\bar{u}_e = \frac{1}{2} \frac{e}{m} \frac{\bar{\lambda}_1}{v_{\text{ср}}} \frac{E}{p}; \quad (25.26)$$

E/p будем называть приведенной напряженностью поля. При выводе формул (25.2a), (25.3) и (25.26) не уточнялось, каким образом вычисляется средняя скорость $v_{\text{ср}}$. Очевидно, что для правильного выбора усреднения необходимо знать распределение скоростей электронов. Предположим, что электроны в газе подчиняются максвелловскому распределению. Это предположение подтверждается экспериментально для электронов в плазме самостоятельного (тлеющего и дугового) разряда, где многие столкновения неупруги (§ 26). В слабых полях, когда все столкновения упруги, распределение вообще отличается от максвелловского. Однако и в этом случае в некоторых газах (например в He) распределение близко к максвелловскому, хотя в других (тяжелые инертные газы) довольно сильно от него отличается [по этому вопросу см. Л. 3, гл. 8].

Выделим группу электронов, имеющих скорость v_e и длину свободного пробега z ; для этой группы электронов с одинаковыми скоростями и пробегами скорость дрейфа по (25.2a) будет

$$u_z = \frac{1}{2} \frac{Ee}{m} \frac{z}{v_e}. \quad (25.4)$$

Число пробегов в интервале от z до $z + dz$ из общего числа их n_v , как нетрудно показать, исходя из формулы (III.32), равно

$$dn = \frac{n_v}{\lambda} e^{-\frac{z}{\lambda}} dz. \quad (25.5)$$

Отсюда средняя скорость дрейфа для электронов, имеющих скорости v и всевозможные пробеги, будет

$$\bar{u}_v = \frac{1}{n_v} \int_{z=0}^{z=\infty} u_z dn = \frac{1}{n_v} \int_0^{\infty} \frac{Ee}{2m} \frac{z}{v_e} \frac{n_v}{\lambda} e^{-\frac{z}{\lambda}} dz = \frac{Ee}{2mv_e\lambda} \int_0^{\infty} ze^{-\frac{z}{\lambda}} dz. \quad (25.6)$$

§ 25.. НАПРАВЛЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ В ГАЗЕ 367

Последний интеграл в (25.6) равен $\bar{\lambda}^2$. Таким образом,

$$\bar{u}_v = \frac{Ee\bar{\lambda}}{2mv_e}. \quad (25.7)$$

Если бы все скорости были одинаковы и равны некоторой средней скорости v_{cp} , то формулы (25.7) и (25.3) совпали бы. Но скорости, как мы предполагаем, распределены по Максвеллу, и нужно произвести еще усреднение по всем скоростям. Так как из общего числа n_0 число электронов, имеющих скорости в интервале от v_e до $(v_e + dv_e)$, равно

$$dn_v = n_0 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{m}{kT} \right)^{\frac{3}{2}} v_e^2 e^{-\frac{mv_e^2}{2kT}} dv,$$

то скорость дрейфа

$$\bar{u}_e = \frac{1}{n_0} \int_{v_e=0}^{v_e=\infty} \bar{u}_v dn_v = \frac{1}{n_0} \int_0^{\infty} \frac{Ee\bar{\lambda}}{2mv_e} n_0 \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{m}{kT} \right)^{\frac{3}{2}} v_e^2 e^{-\frac{mv_e^2}{2kT}} dv_e = \frac{Ee\bar{\lambda}}{2m} \sqrt{\frac{2}{\pi} \frac{m}{kT}}. \quad (25.8)$$

Если воспользоваться известными соотношениями для средней квадратичной скорости \bar{v}_e и средней арифметической скорости \bar{v}_e (см. § III):

$$\frac{m\bar{v}_e}{2} = \frac{3}{2}kT; \quad \bar{v}_e = \bar{v}_e \frac{3\pi}{8},$$

то (25.8) можно привести к виду

$$\bar{u}_e = \frac{2}{\pi} \frac{e\bar{\lambda}}{m\bar{v}_e} E = 0,64 \frac{e\bar{\lambda}}{m\bar{v}_e} E = 0,64 \frac{e\bar{\lambda}_1}{m\bar{v}_e} \frac{E}{p}, \quad (25.9)$$

откуда подвижность электронов

$$b_e = \frac{\bar{u}_e}{E} = 0,64 \frac{e\bar{\lambda}}{m\bar{v}_e}. \quad (25.10)$$

Формулы (25.9) и (25.10) были впервые получены Ланжевенем. Для того чтобы ими воспользоваться, нужно найти зависимость \bar{v}_e от E . В очень слабых полях, когда скорости электронов очень мало отличаются от тепловых, можно приближенно считать, что \bar{v}_e не зависят от E и b_e , таким образом, постоянно. Это верно [Л. 3.3, т. 1, § 59] по некоторым данным для E/p , не превышающих сотых долей вольта на сантиметр на миллиметр ртутного столба, хотя в других измерениях постоянство b_e совершенно не было обнаружено.

В случае заметного действия поля каждый электрон от столкновения до столкновения накапливает энергию, а при столкновении определенную ее часть передает молекуле газа. Если накопленная к моменту столкновения кинетическая энергия равна K , то будет потеряна энергия

$$\Delta K = \delta K. \quad (25.11)$$

В первых столкновениях электроны в среднем теряют энергии меньше, чем приобретают во время пробегов, и K , а также и скорость дрейфа растут. Очевидно, через некоторое время наступит равновесие, когда электроны будут растрчивать в столкновениях всю приобретенную энергию. Этому состоянию будет соответствовать установившееся распределение электронов и температура, вообще говоря, сильно превосходящая температуру газа. Нам нужно для этого установившегося состояния найти среднюю скорость электронов \bar{u}_e .

Между смещением x в направлении поля и действительным перемещением электрона s существует соотношение

$$\frac{x}{s} = \frac{\bar{u}_e}{\bar{v}_e}. \quad (25.12)$$

Число столкновений, испытанных электроном при продвижении на расстояние x вдоль поля, равно

$$\nu = \frac{s}{\lambda} = \frac{x\bar{v}_e}{\lambda\bar{u}_e} = \frac{x\bar{v}_e}{\lambda \frac{2e\lambda E}{\pi m\bar{v}_e}} = \frac{\pi x m \bar{v}_e^2}{2e\lambda^2 E}. \quad (25.13)$$

Используя соотношения

$$\frac{m\bar{v}_e^2}{2} = \bar{K} \quad \text{и} \quad \bar{v}_e = \bar{v}_e \sqrt{\frac{8}{3\pi}},$$

где K — средняя энергия, формулу (25.13) можно привести к виду

$$\nu = \frac{8x}{3e} \frac{\bar{K}}{E\lambda^2}. \quad (25.14)$$

При продвижении на расстояние x электрон получает от поля энергию Eex и при столкновениях теряет энергию $\nu\Delta\bar{K}$, где

$$\Delta\bar{K} = \delta\bar{K} \quad (25.15)$$

— средняя потеря энергии на одно столкновение. В установившемся состоянии средняя энергия электрона не изменяется; следовательно,

$$eEx = \delta\bar{K}\nu = \delta\bar{K} \frac{8}{3} \frac{x\bar{K}}{Ee\lambda^2}.$$

Отсюда

$$\frac{m\bar{v}_e^2}{2} = \bar{K} = \sqrt{\frac{3}{8\delta}} eE\lambda. \quad (25.16)$$

Из (25.16), пользуясь соотношением между \bar{v}_e и \bar{v}_e , получим:

$$\bar{v}_e = 2\sqrt[4]{\frac{2}{3\pi^2}} \left(\frac{eE\lambda}{m\sqrt{\delta}} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (25.17)$$

§ 25.. НАПРАВЛЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ В ГАЗЕ 369

и по (25.9) и (25.10):

$$\bar{u}_e = \sqrt[4]{\frac{3}{2}} \left(\frac{eE\bar{\lambda}\sqrt{\delta}}{\pi m} \right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt[4]{\frac{3}{2}} \left(\frac{e\bar{\lambda}_1\sqrt{\delta} E}{\pi m p} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (25.18)$$

$$b_e = \frac{\bar{u}_e}{E} = \sqrt[4]{\frac{3}{2}} \left(\frac{e\bar{\lambda}\sqrt{\delta}}{\pi m E} \right)^{\frac{1}{2}} = a \left(\frac{e\bar{\lambda}\sqrt{\delta}}{mE} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad a = \sqrt[4]{\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{\pi}}. \quad (25.19)$$

Скорость дрейфа, таким образом, возрастает пропорционально \sqrt{E} , а подвижность электронов с ростом поля уменьшается.

Коэффициент средней потери энергии при столкновении δ зависит от характера столкновений. Если все столкновения упругие, то

$$\delta = 2 \frac{m}{m_M}^2, \quad (25.20)$$

где m_M — масса молекулы.

²Формула (25.20) получается следующим образом: пусть до удара масса M неподвижна в выбранной системе отсчета и масса m имеет скорость v . После удара массы m и M имеют скорости v' и u , направленные под углами φ и ε к направлению v . Законы сохранения энергии и количества движения дают:

$$mv^2 = mv'^2 + Mu^2, \quad (1)$$

$$mv = mv' \cos \varphi + Mu \cos \varepsilon, \quad (2)$$

$$0 = mv' \sin \varphi + Mu \sin \varepsilon \quad (3)$$

Исключая ε из уравнений (2) и (3), определяя из полученного уравнения u и подставляя его в уравнение (1), получим:

$$v' = v \frac{m}{m+M} [\cos \varphi + \sqrt{M^2/m^2 - \sin^2 \varphi}].$$

Отбрасывая под корнем $\sin^2 \varphi$ (так как $M^2 \gg m^2$), после преобразований получим:

$$v - v' = v \frac{m}{m+M} (1 - \cos \varphi).$$

Изменение скорости массы m при ударе будет мало вследствие того, что $M \gg m$. Полагая $(v + v') \approx 2v$ и умножая на эту величину обе части последнего равенства, получим:

$$v^2 - v'^2 = \frac{2mv^2}{m+M} (1 - \cos \varphi); \quad \frac{mv^2}{2} - \frac{mv'^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \frac{2m}{M+m} (1 - \cos \varphi)$$

или

$$\Delta K = K \cdot 2 \frac{m}{M} (1 - \cos \varphi),$$

где ΔK — изменение кинетической энергии массы m при столкновении. При усреднении $\cos \varphi$ принимает все значения от -1 до $+1$ и его среднее значение равно нулю. Таким образом, среднее изменение энергии (при $m \ll M$)

$$\Delta K = K 2 \frac{m}{M} = K \delta, \quad \delta = 2 \frac{m}{M}.$$

Из (25.16) для температуры электронов, принимая во внимание, что распределение электронов максвелловское и, значит,

$$\bar{K} = \frac{m\bar{v}_e^2}{2} = \frac{3}{2}kT,$$

получим температуру электронов T_e после достижения стационарности

$$T_e = \sqrt{\frac{1}{6\delta} \frac{eE\bar{\lambda}}{k}} = \sqrt{\frac{1}{6\delta} \frac{e\bar{\lambda}_1 E}{k p}}. \quad (25.21)$$

Приближенные формулы (25.19), (25.18), (25.21) в общем соответствуют экспериментальным данным. При упругих столкновениях по (25.20) δ остается постоянным и скорость дрейфа \bar{u} пропорциональна $(E/p)^{1/2}$. Это оправдывается, например, для электронов в H_2 до значений $(E/p) = 1$ в/см · мм рт. ст. (слабые несамостоятельные токи, низкая концентрация электронов), после чего \bar{u}_e растет пропорционально $(E/p)^{3/4}$ ³. Это отклонение от теории объясняется тем, что при больших E/p (самостоятельные токи) увеличивается число неупругих столкновений с большой потерей энергии, коэффициент δ возрастает и \bar{u}_e начинает расти быстрее, чем требует формула (25.18). Соответствует теории и тот факт, что температура T_e электронов в тяжелых инертных газах больше, чем в легких, так как для первых $\delta = 2 \frac{m}{m_m}$ имеет меньшее значение. Сравнение \bar{u}_e для различных газов при одном и том же значении E/p показывает, что они одного порядка, хотя и несколько различаются. Это опять-таки соответствует формуле (25.18), согласно которой различие в роде газа проявляется в величине $\sqrt{\bar{\lambda}_1/\delta}$, который не может отличаться для разных газов во много раз. По вопросу о движении электронов в газах см. [Л. 3.4; Л. 3.2; Л. 3.1].

Выше при обсуждении вопроса о подвижности электронов была использована без всяких пояснений величина среднего свободного пробега электрона $\bar{\lambda}$. Однако ранее (§ 24) было показано, что средний свободный пробег всегда относится к определенному элементарному процессу (ионизации, возбуждению и т. д.). Возможно также определить свободный пробег через общее сечение молекулы для столкновений с электронами, связав его, как это сделано в опыте Рамзауэра, с конкретным экспериментом. Очевидно, и в данном случае следует установить, что подразумевается под средним свободным пробегом электрона для процесса направленного движения электронов в электрическом поле. Для этого процесса существенным является потеря скорости или, что то же самое, потеря импульса электронами при столкновениях, в связи с этим в теорию следует ввести понятие среднего свободного пробега $\bar{\lambda}_t$ для передачи импульса и связанного с ним тормозящего сечения молекулы σ_t , причем

$$\bar{\lambda}_t = \frac{1}{n_m \sigma_t} = \frac{1}{S_t}.$$

³Как отмечается в [Л. 3.4, § 56], подвижность электронов в водороде, начиная с $E/p \approx 10$ в/см · мм рт. ст., делается даже почти постоянной, т. е. $\bar{u}_e \sim E$.

Таким образом, в формулах для скорости увлечения \bar{u}_e и подвижности электронов b_e следует полагать $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}_t$, причем $\bar{\lambda}_t$ принципиально отличается не только от среднего ионизирующего и среднего возбуждающего пробегов, но и от пробега $\bar{\lambda}_e$, определяемого по ослаблению электронного пучка в газе, например методом Рамзауэра. Однако, можно думать, между тормозящим сечением S_t и полным сечением S_e существует известная связь.

Метод вычисления тормозящих сечений молекул был разработан С. Д. Гвоздовером. Расчеты, в которых было принято максвелловское распределение скорости электронов и предположено, что все столкновения упругие (условия, близко подходящие к условиям в положительном столбе разряда), показали, что для He, Ag и Ne зависимости S_t и S_e от энергии электронов качественно сходны между собой. Более того, количественное расхождение между S_e и S_t , а значит, и между $\bar{\lambda}_e$ и $\bar{\lambda}_t$ относительно невелико. Аналогичный результат был получен Б. Н. Клярфельдом для Ag, He и паров K и Hg. Поэтому есть известное основание при вычислении подвижности электронов использовать вместо $\bar{\lambda}_t$ значение $\bar{\lambda}_e$, полученное из опытов по определению полного сечения молекул, и в некотором диапазоне энергии электронов использовать просто газокинетический свободный пробег электрона $\bar{\lambda}_e = 5,64\bar{\lambda}_m$ (§ 24). Нужно, конечно, помнить, что, поступая таким образом, можно получить только приближенно правильные результаты.

2. Движение потока ионов через газ.

Теория дрейфа электронов, изложенная выше, могла бы быть перенесена на ионы, если бы и в этом случае можно было сохранить предположение о полной потере направленной скорости при столкновениях. Но для ионов, масса которых m_i одного порядка с массой молекулы m_m , это допущение делается неправильным, и теория должна строиться с учетом частичного сохранения ионом направленной скорости после столкновения. Такая теория, основанная на предположении об упругих столкновениях, была дана впервые также Ланжевром, получившим для подвижности и скорости дрейфа ионов выражения

$$b_i = \frac{\bar{u}_i}{E} = a_i \frac{e\bar{\lambda}_i}{m_i\bar{v}_i} \sqrt{1 + \frac{m_i}{m_m}} = a_i \frac{e\bar{\lambda}_{i1}}{m_i\bar{v}_i} \sqrt{1 + \frac{m_i}{m_m} \frac{1}{p}}, \quad (25.22)$$

$$\bar{u}_i = a_i \frac{e\bar{\lambda}_{i1}}{m_i\bar{v}_i} \sqrt{1 + \frac{m_i}{m_m} \frac{E}{p}}, \quad (25.23)$$

где e , $\bar{\lambda}_i$, \bar{v}_i — соответственно заряд, средний свободный пробег и средняя скорость ионов, $\bar{\lambda}_{i1}$ — средний пробег при $p = 1$ мм рт. ст. и a_i — коэффициент, численное значение которого лежит между 0,5 и 1. Выражение (25.22) показывает, что если считать \bar{v}_i независимой от поля (слабые поля), то подвижность ионов остается независимой от приведенной напряженности E/p . Опыт показывает, что это соответствует действительности, вплоть

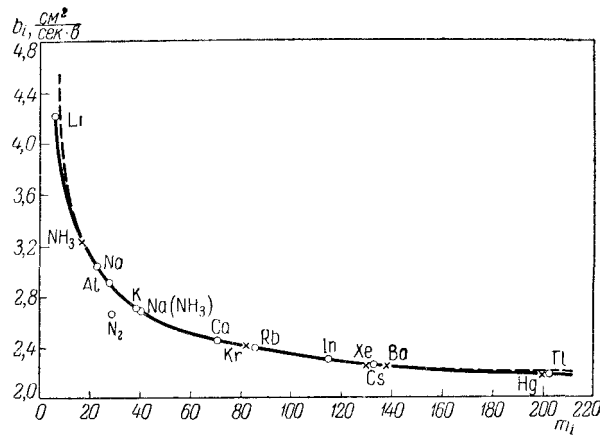


Рис. 189: Зависимость подвижности ионов в азоте b_i от массы иона. Штриховая кривая—теоретическая.

до некоторой критической напряженности, после превышения которой подвижность начинает возрастать.

Возрастание подвижности при росте E/p не находит себе объяснения в рамках теории, учитывающей взаимодействие ионов и молекул только в форме упругих столкновений.

Теоретическая зависимость b_i от массы иона m_i выражается кривой, построенной на рис. 189. На этом же рисунке нанесены экспериментальные значения подвижности, измеренные в слабых полях для ионов в азоте. Очевидно, что зависимость b_i от массы иона хорошо передается теорией. Исключение составляет подвижность собственных ионов газа (здесь ионов N_2^+), значительно меньшая теоретической. Это расхождение объясняется перезарядкой, имеющей большую вероятность возникновения при соударении ионов со своими нейтральными молекулами. Новые ионы, возникающие при перезарядке, не имеют направленной скорости и должны вновь разогнаться полем, что снижает их среднюю скорость и подвижность. По (25.22) b_i обратно пропорционально давлению и, значит, плотности газа. Этот вывод подтверждается экспериментом в широких пределах, от тысячных долей атмосферы до десятков атмосфер.

Таким образом, формула Ланжевена (25.22), выведенная в предположении об упругих столкновениях, правильно отражает многие свойства дрейфа ионов через газ. Вместе с тем она во многом и расходится с опытными данными. Численные значения b_i , найденные из (25.22), оказываются в несколько раз большими истинных. Различия, наблюдающиеся при переходе от одного газа к другому, не укладываются в рамки этой теории, игнорирующей поляризацию молекул и притяжение между ними и ионами. Теория упругих столкновений не дает также совпадающей с данными эксперимента зависимости подвижности от температуры. В дальнейшем появились тео-

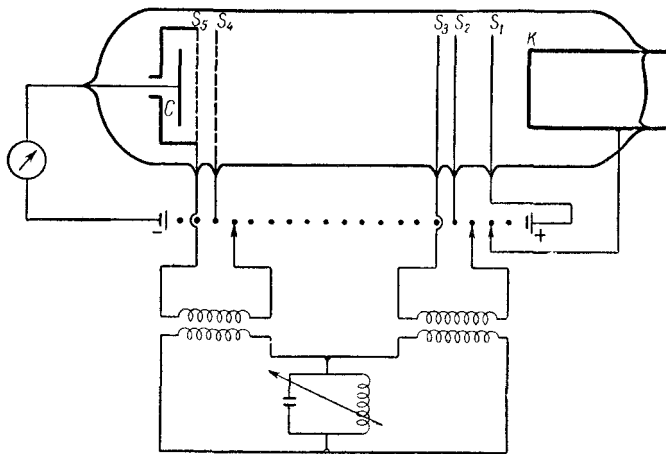


Рис. 190: Схема прибора для измерения подвижностей по «методу четырех сеток».

рия подвижности ионов, учитывающая действие сил притяжения между ионами и молекулами, основы которой были созданы также Ланжевенном, и теория подвижности ионов, в которой перезарядка рассматривается как основной процесс при дрейфе ионов в газе. Последняя теория разработана главным образом Л. А. Сена. Однако законченной теории, учитывающей все стороны вопроса, пока еще нет (обзор см. [Л. 3.1; Л. 3.2; Л. 3.4]).

3. Методы измерения подвижностей.

Несколько слов нужно сказать о методах экспериментального исследования движения электронов и ионов через газ. Этому вопросу было посвящено очень много исследований, выполненных различными методами. Ниже рассматриваются два из них, пригодные как для электронов, так и для ионов.

Схема прибора и схема для измерения скоростей дрейфа по «методу четырех сеток», иначе называемому «методом электрических затворов», изображены на рис. 190. Рисунок сделан для положительных ионов. Электроны, выходящие из катода K , ускоряются сеткой S_1 и приобретают энергию, достаточную для ионизации. Ионы, образованные в пространстве S_1S_2 , прежде чем попасть на коллектор C , проходят через две пары близко расположенных сеток S_2, S_3 и S_4, S_5 и пространство S_3S_4 , где создается постоянное поле. На каждую пару сеток, кроме постоянного тормозящего ионы напряжения, подаются еще напряжения от одного и того же высокочастотного генератора, имеющие постоянную разность фаз, равную, например, 180° . Подбирая амплитуду переменного напряжения немного большей, чем тормозящее напряжение, можно добиться, чтобы в течение каждого периода «затвор» S_2S_3 пропускал ионы только небольшую часть периода. Проник-

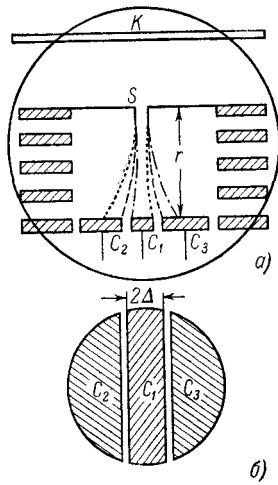


Рис. 191: Схема прибора для измерения подвижностей методом магнитного отклонения. *а)*—разрез прибора; *б)*—устройство коллектора ионов.

шие в пространство S_3S_4 порции ионов будут достигать коллектора только в том случае, если они встретят у «затвора» S_4S_5 опять ускоряющее поле. Отсюда следует, что при разности фаз, равной 180° , время дрейфа их на пути $S_3S_4 = s$ удовлетворяет условию

$$\frac{s}{\bar{u}_i} = \frac{T_k}{2}, \quad \frac{3}{2}T_k, \dots, (2n+1)\frac{T_k}{2}, \quad (25.24)$$

где T_k — период колебаний. Таким образом, из опыта находится \bar{u}_i . Вместо того чтобы применять продольное тормозящее поле, можно «запирать» поток заряженных частиц поперечным отклоняющим полем. Метод «электрических затворов» применялся для измерения скоростей дрейфа как ионов, так и электронов. Идея метода «электрических затворов» заимствована из известного оптического эксперимента Физо по определению скорости света.

Метод магнитного отклонения, разработанный Таунсендом⁴, состоит в следующем: электроны из катода K ускоряются постоянным полем к электроду со щелью S (рис. 191). Против щели расположен коллектор, разрезанный на три части: C_1 , C_2 , C_3 ; средний коллектор C_1 расположен прямо против щели. На пути от S до коллектора вследствие электростатического отталкивания и диффузии пучок расширяется и попадает на все три электрода C_1 , C_2 , C_3 . Магнитное поле, направленное перпендикулярно к чертежу, отклоняет пучок электронов вправо настолько, что ток на C_3 делается равным сумме токов на C_1 и C_2 . При этом на щель между C_1 и

⁴Д. Таунсенд — английский физик, один из основоположников современной теории электрических разрядов в газах. Ему принадлежит теория лавинных разрядов, изложенная ниже.

§ 25.. НАПРАВЛЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ И ИОНОВ В ГАЗЕ 375

C_3 приходится, очевидно, середина пучка; пучок отклонен на величину Δ ; затем меняют направление поля и добиваются, чтобы ток на C_2 был равен сумме токов на C_1 и C_3 . Тогда, если обоим опытам соответствуют поля H_1 и H_2 то поле H , создающее поперечное отклонение Δ , определяется из равенства

$$H = \frac{H_1 + H_2}{2}.$$

Кривизна траектории пучка мала, поэтому можно написать:

$$\frac{f_H}{f_E} = \frac{\frac{H}{c} e \bar{u}}{eE} = \frac{H \bar{u}}{cE} = \frac{\Delta}{r}$$

в гауссовой системе единиц. Из последней формулы, зная размеры прибора, H и E , находят u . Этот метод применялся главным образом к электронам. Для применения его к ионам, кроме изменения знака напряжений, нужно катод заменить источником ионов.

Численные значения подвижностей положительных b_+ и отрицательных b_- ионов для некоторых газов приведены в табл. 17.

Значения подвижностей, приведенные в таблице, показывают, что:

1) В одном и том же газе, вообще говоря, подвижности отрицательных ионов оказываются больше подвижностей положительных ионов. Это объясняется тем, что измеренная на опыте подвижность является средней подвижностью отрицательных ионов и электронов.

Таблица 17: Подвижность [$см^2/сек \cdot в$] однозарядных ионов при $0^\circ С$ и 760 мм рт. ст.

Газ	b_-	b_+
Воздух (сухой)	2,1	1,36
Cl_2	0,74	0,74
H_2	8,15	5,9
H_2 (очень чистый)	7900	—
He	6,3	5,09
He (очень чистый)	500	5,09
N_2	1,84	1,27
N_2 (очень чистый)	145	1,28
Ne	—	9,9
O_2	1,8	1,31

2) В газах, где электроны очень долго остаются свободными, как в очень чистых H_2 , N_2 и инертных газах, подвижности отрицательных частиц очень велики, так как здесь измеряются, по существу, подвижности свободных электронов.

4. Диффузия электронов и ионов, формула Эйнштейна.

Диффузия электронов и ионов в той или иной степени проявляется во всех видах электрических разрядов в газе. Это обстоятельство делает изучение диффузии заряженных частиц существенно важным для физики электрических разрядов в газах, хотя чисто диффузионные токи, т. е. перенос зарядов только вследствие теплового движения частиц, при наличии градиента их концентрации и без участия электрического поля на практике встречается редко. Напомним сначала вкратце формулы диффузии, известные из общего курса физики [Л. А. 2, т. 1; Л. А. 1, т. 1].

Число молекул, проходящих за единицу времени через единичную площадь, ориентированную перпендикулярно к направлению x , равно

$$N = -D \frac{dn}{dx}, \quad (25.25)$$

где n — концентрация молекул и $\frac{dn}{dx}$ — градиент концентрации. Коэффициент диффузии D , как доказывается в кинетической теории газов, можно найти по формуле

$$D = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v}. \quad (25.26)$$

Уравнение (25.25) относится к случаю, когда концентрация меняется только по одному направлению. В общем случае уравнение (25.25) следует писать в виде

$$N = -D \left(\frac{\partial n}{\partial x} + \frac{\partial n}{\partial y} + \frac{\partial n}{\partial z} \right). \quad (25.27)$$

Диффузию электронов или ионов в объеме, заполненном нейтральными молекулами, можно рассматривать как взаимную диффузию, т. е. как диффузию одного газа в другой. При этом во всех случаях газового разряда концентрация электронов n_e и концентрация ионов n_i много меньше концентрации нейтральных молекул n_m . Уравнение (25.25) остается верным и для этого случая, и коэффициенты диффузии с очень хорошим приближением будут равны

$$D_i = \frac{1}{3} \bar{\lambda}_i \bar{v}_i, \quad (25.28)$$

$$D_e = \frac{1}{3} \bar{\lambda}_e \bar{v}_e, \quad (25.29)$$

Как было отмечено в предыдущем параграфе, отрицательными частицами в газе могут быть одновременно электроны и отрицательные ионы, причем в зависимости от давления, температуры и рода газа могут преобладать как одни, так и другие. На определяемом непосредственно из опыта коэффициенте диффузии отрицательных частиц D_e отражается наличие как электронов, так и отрицательных ионов. Легко понять, что присутствие свободных электронов должно увеличивать коэффициент диффузии (совершенно так же как и подвижность) отрицательных частиц. Опыт вполне

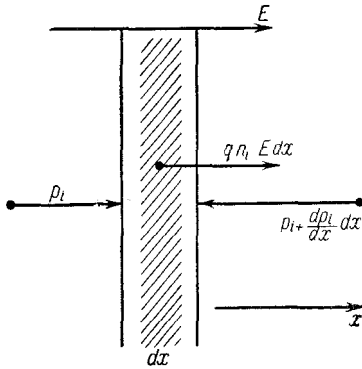


Рис. 192: К расчету дрейфа заряженных частиц при наличии градиента концентрации.

подтверждает этот вывод. Численные значения D_e можно найти по (25.29). Например, в самостоятельных разрядах в разреженных газах можно принять $\bar{v}_e \approx 10^8$ см /сек, $\bar{\lambda}_e \approx 10^{-2} \div 10$ см и $D_e = 10^6 \div 10^9$ см²/сек.

Абсолютные значения коэффициента диффузии ионов (обоих знаков) оказываются в несколько раз меньше коэффициентов диффузии нейтральных молекул в том же газе. Это можно объяснить тем, что к ионам могут прилипать нейтральные молекулы, что увеличивает массу иона и снижает коэффициент диффузии. Численные значения коэффициента диффузии ионов можно найти в книге Энгеля и Штенбека [Л. 3.3, т. 1]. Следует, однако, заметить, что достаточно надежных данных о коэффициенте диффузии ионов пока нет, и поэтому в литературе часто ограничиваются тем, что указывают только порядок их величины ($1,2 \div 2 \cdot 10$ см²/сек в водороде и $2 \div 4 \cdot 10^2$ см²/сек в других газах при 0° С и 1 атм).

Чисто диффузионный ток является следствием теплового движения заряженных частиц при наличии градиента их концентрации. Однако диффундирующие частицы обычно создают объемные заряды в газе и поверхностные заряды на стенках, так что с чисто диффузионным током приходится поэтому встречаться редко и имеет смысл рассмотреть движение, возникающее при одновременном действии поля и градиента концентрации.

Сначала рассмотрим газ, ограниченный непроводящими стенками и содержащий только один род заряженных частиц, хотя бы положительные ионы с зарядами q . Совокупность ионов можно рассматривать как «ионный газ», смешанный с основным газом и имеющий парциальное давление:

$$p_i = n_i k T_i. \quad (25.30)$$

В отсутствие поля концентрация n_i везде одинаковая; поле E (направленное по x) вызывает дрейф ионов и создает по направлению x градиент концентрации $\frac{dn_i}{dx}$ и градиент давления $\frac{dp_i}{dx}$, совершенно так же как поле

силы тяжести создает градиент плотности и давления в атмосфере. Через некоторое (небольшое, конечно) время перераспределение ионов заканчивается и ионный газ приходит в состояние равновесия. Поле E может быть создано как зарядами, находящимися вне газа, так и полем положительных зарядов, образованных ионами, осевшими на стенках.

Выделим в газе слой ионов толщины dx (рис. 192). Он находится в равновесии под действием, с одной стороны, электрической силы $qn_i E dx$ и, с другой, парциальных давлений ионного газа p_i и $p_i + \frac{dp_i}{dx} dx$, действующих с обеих сторон на слой (все силы отнесены к 1 см^2 слоя). Таким образом,

$$p_i - \left[p_i + \frac{dp_i}{dx} dx \right] + qn_i E dx = 0, \quad (25.31)$$

и, принимая во внимание, что

$$\frac{dp_i}{dx} = kT_i \frac{dn_i}{dx},$$

получим:

$$qn_i E - kT_i \frac{dn_i}{dx} = 0. \quad (25.32)$$

Следовательно,

$$\frac{dn_i}{n_i} = \frac{qE}{kT_i} dx = -\frac{qd[U(x)]}{kT_i},$$

и если при $x = 0$ $n_i = n_{i0}$, то

$$n_i = n_{i0} e^{-\frac{qU(x)}{kT_i}}. \quad (25.33)$$

Формула (25.33) показывает, что распределение ионов по координате x подчиняется закону Больцмана, как это и должно быть для частиц, следующих законам классической статистики.

Ионный ток при наличии в газе одновременно электрического поля и градиента концентрации сложится из двух частей «полевого тока» $j_E = n_i q \bar{u} = n_i q b_i E$ и «диффузионного тока» $qN = -qD_i \frac{dn_i}{dx}$. Полный ток будет

$$j = b_i E n_i q - qD_i \frac{dn_i}{dx}. \quad (25.34)$$

В установившемся состоянии в объеме, окруженном непроводящими стенками, $j = 0$ и $n_i = n_0 \exp \left[-q \frac{U(x)}{kT_i} \right]$.

Отсюда

$$\frac{dn_i}{dx} = n_0 \exp \left[-\frac{qU(x)}{kT_i} \right] \left[-\frac{q}{kT_i} \right] \frac{dU(x)}{dx} = n_i \frac{q}{kT_i} E.$$

Из (25.34) для $j = 0$

$$b_i E n_i q - qD_i n_i E \frac{q}{kT_i} = 0,$$

или

$$\frac{D_i}{b_i} = \frac{kT_i}{q}. \quad (25.35)$$

Формула (25.35), носящая название соотношения Эйнштейна, справедлива для любых носителей тока, подчиняющихся классической статистике, независимо от того, как D_i и b_i выражаются через длину пробега, температуру, массу и т. д. Поэтому соотношение Эйнштейна можно использовать в теории полупроводников, где (см. § 12 и 13, гл. 2) носители тока подчиняются классической статистике.

Для однозарядных ионов и электронов $q = e$ и формула (25.35) принимает вид

$$\frac{D_i}{b_i} = \frac{kT_i}{e} \quad (\text{однозарядные ионы}), \quad (25.36a)$$

$$\frac{D_e}{b_e} = \frac{kT_e}{e} \quad (\text{электроны}). \quad (25.36b)$$

В теоретических расчетах, изложенных выше, было принято, что потенциал U и концентрация n_i зависят только от координаты x .

Теория для случая, когда n_i и U зависят от всех координат, изложена в [Л. 4.4, гл. 9]. Формула (25.35) и для этого случая остается верной.

5. Двуполярная диффузия.

Рассмотрим теперь диффузию в газе, внутри которого непрерывно происходит ионизация, т. е. создаются в равных количествах электроны и ионы. Как уже указывалось, электроны диффундируют быстрее, чем ионы, и внутренняя область газа заряжается положительно. Если, кроме того, стенки баллона не очень удалены от области, где происходит ионизация, то в начальной стадии диффузии они зарядятся отрицательно. В газе возникнет поле, замедляющее дрейф электронов и ускоряющее дрейф ионов по направлению к стенкам. Если ионизация идет с постоянной скоростью и электроны и ионы, приходящие к стенкам, там рекомбинируют, то вскоре наступает установившееся состояние, в котором скорости дрейфа электронов \bar{u}_e и ионов \bar{u}_i одинаковы. Описанный процесс одновременной диффузии с одинаковой скоростью электронов и ионов из области ионизации называется двуполярной диффузией. Двуполярная диффузия имеет большое значение в установлении баланса заряженных частиц во всех видах разряда, особенно в разрядах, происходящих в узких трубках.

Установившемуся состоянию соответствуют одинаковые скорости дрейфа электронов и ионов и, значит, одинаковые токи. На основании (25.34) для алгебраических значений плотности токов j_i и j_e можно написать (для

электронов и однозарядных ионов):

$$\left. \begin{aligned} j_i + j_e &= 0, \\ \frac{1}{en} j_i &= b_i E - \frac{D_i}{n} \frac{dn}{dx}, \\ \frac{1}{en} j_e &= b_e E - \frac{D_e}{n} \frac{dn}{dx}, \end{aligned} \right\} \quad (25.37)$$

причем в (25.37) принято, что $n_i = n_e = n$, хотя это не вполне (но почти) правильно, так как в начальной стадии, до достижения установившегося состояния, из области ионизации ушло несколько больше электронов, чем ионов. Исключая из (25.37) E , получим:

$$j_i = -j_e = -e \frac{b_i D_e + b_e D_i}{b_i + b_e} \frac{dn}{dx} = -e D_a \frac{dn}{dx}, \quad (25.38)$$

$$D_a = \frac{b_i D_e + b_e D_i}{b_i + b_e}, \quad (25.39)$$

и поток электронов или ионов, т. е. число их, попадающих за 1 сек на 1 см² стенки, равно

$$N = N_i = N_e = \frac{j_i}{e} = -\frac{j_e}{e} = -D_a \frac{dn}{dx}. \quad (25.40)$$

Уравнение (25.40) совпадает с уравнением диффузии (25.25), причем D_a играет роль коэффициента диффузии. Поэтому D_a называют коэффициентом двуполярной диффузии.

Ввиду того что $b_e \gg b_i$, можно написать:

$$D_a = D_i + \frac{b_i}{b_e} D_e = b_i \left(\frac{D_i}{b_i} + \frac{D_e}{b_e} \right) = b_i \frac{k}{e} (T_e + T_i). \quad (25.41)$$

Забегая вперед, отметим, что для ионно-электронной плазмы разряда низкого давления (см. § 27) $T_e \gg T_i$ и для этого важного для практики случая

$$D_a \approx b_i \frac{k T_e}{e}. \quad (25.42)$$

Сравнивая (25.42) (25.36а и б), легко видеть, что $D_i \ll D_a \ll D_e$. Из (25.42) видно, что D_a падает с увеличением давления, так как b_i (см. (25.22)) пропорционально $1/p$, а T_e также уменьшается с давлением, но медленнее. Экспериментальные исследования В. Л. Грановского и С. И. Ардоновой подтвердили этот вывод теории. Численные значения D_a в интервале давлений от 10^{-2} до 1 мм рт. ст. для Hg, Kr, Ar, Ne лежали в пределах $10^2 \div 10^3$ см²/сек [Л. 3.4, гл. IX].

§ 26. Несамостоятельный разряд и зажигание самостоятельного разряда

Электрические разряды в газах можно классифицировать по различным признакам. По непосредственному зрительному впечатлению отличают тем-

ный разряд, дающий очень слабое излучение, тлеющий, свечение которого вполне заметно, и ярко светящиеся искровой и дуговой разряды. В названии разряда находит себе отражение и форма его светящейся части (кистевой, коронный разряды). Исходя из условий поддержания существования разрядов, их делят на несамостоятельные, длительно существующие только при условии образования в них заряженных частиц за счет внешних воздействий, и самостоятельные, где электроны и ионы, необходимые для поддержания разряда, производятся им самим в объеме газа и на электродах и участия внешнего ионизатора не требуется. Различают также установившиеся и неустойчивые разряды.

В настоящем параграфе рассматриваются некоторые, имеющие практический интерес примеры несамостоятельных разрядов и механизм возникновения самостоятельного разряда при повышении напряжения на разрядном промежутке. Во всех примерах разобран только самый простой случай плоских электродов.

1. Несамостоятельный разряд при небольших напряжениях и при объемной ионизации газа внешним ионизатором.

Рассмотрим газ, находящийся между плоскими электродами и подвергающийся действию ионизирующего излучения (рентгеновского, ультрафиолетового и т. п.), производящего ε ионизаций в 1 см^3 газа в 1 сек . Пусть анодное напряжение U_a мало и ионизация ударами электронов отсутствует, а катод не эмиттирует электронов, так что все носители тока в разряде создаются внешним ионизатором. Положительные и отрицательные ионы (включая свободные электроны) исчезают из разрядного промежутка вследствие рекомбинации и нейтрализации на электродах. В установившемся состоянии

$$\varepsilon = rn^2 + \frac{j}{ed}, \quad (26.1)$$

где j — плотность тока, r — коэффициент рекомбинации, d — расстояние между электродами и $n = n_+ = n_-$ — концентрация ионов обоих знаков, которую, пренебрегая диффузией, будем считать везде одинаковой. В отсутствие тока ($j = 0$) создается равновесная концентрация n_0 , причем

$$n_0 = \sqrt{\varepsilon/r}. \quad (26.2)$$

В очень слабых полях, когда $rn^2 \gg j/ed$, можно считать, что концентрация $n \approx n_0 = \sqrt{\varepsilon/r}$ остается постоянной. Если все ионы однозарядные, то сила тока равна

$$\begin{aligned} I = Qj &= Q(j_+ + j_-) = Qen_+b_+E + Qen_-b_-E = \\ &= QneE(b_+ + b_-) = \frac{Qne}{d}(b_+ + b_-)U_a = \frac{U_a}{R}, \end{aligned} \quad (26.3)$$

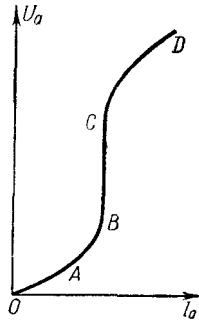


Рис. 193: Вольт-амперная характеристика несамостоятельного заряда.

где Q — площадь электродов, b_+ и b_- — подвижности заряженных частиц обоих знаков и R — определенное из соотношения

$$\frac{1}{R} = \frac{Qne}{d}(b_+ + b_-) \quad (26.4)$$

сопротивление ионизированного газа. Так как в очень слабых полях $n \approx n_0 \text{const}$, а b_+ и b_- также не зависят от U_a (если отрицательные частицы — электроны, пределы постоянства b_- очень малы; см. § 25), то сопротивление R не меняется и в слабых полях вольт-амперная характеристика линейна (участок OA на рис. 193).

С другой стороны, в полях настолько сильных, что практически все носители увлекаются на электроды и рекомбинаций почти нет:

$$\frac{j}{ed} \gg rn^2$$

$$I = jQ = \epsilon e Q d. \quad (26.5)$$

Это режим насыщения, в котором ток не зависит от напряжения (участок BC на рис. 193). Переходный участок характеристики AB соответствует режимам, когда количества носителей тока, уходящих на электроды и рекомбинирующих, по величине соизмеримы.

В качестве численного примера рассмотрим ток через атмосферный воздух, находящийся под действием излучения рентгеновской трубки средней мощности. В этом случае $\epsilon = 10^7$ ионизаций/ $\text{см}^3 \cdot \text{сек}$, $r = 1,6 \cdot 10^{-6}$ $\text{см}^3/\text{сек}$ и $n_0 = \sqrt{\epsilon/r} = 2,5 \cdot 10^6$ пар ионов/ см^3 . При $p = 760$ мм рт. ст. $b_+ = 1,36$ $\text{см}^3/\text{сек} \cdot \text{в}$, $b_- = 2,1$ $\text{см}^3/\text{сек} \cdot \text{в}$ (§ 25, табл. 17). При $E = 1$ в/см плотность тока по формуле (26.3) равна $j = 1,38 \cdot 10^{-12}$ а/ см^2 ; плотность тока насыщения при $d = 10$ см будет $j_{\text{нас}} = \epsilon ed = 1,6 \cdot 10^{-11}$ а/ см^2 . Следует заметить, что в приведенных здесь расчетах содержится ряд неточностей (пренебрегается принципиально неизбежной неоднородностью поля в связи с появлением пространственных зарядов из-за неодинаковости b_+ и b_- , градиентами концентраций и т. д.). Их влияние не превышает нескольких

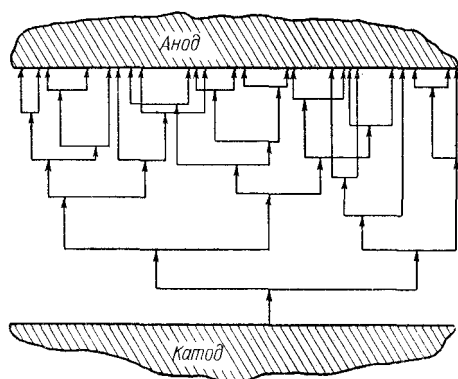


Рис. 194: Механизм нарастания электронной лавины.

процентов. Случай несамостоятельного разряда, когда носители тока появляются путем эмиссии из электродов, рассмотрен в [Л. 3.3, т. II, гл. 1].

2. Лавинный несамостоятельный разряд при объемной ионизации газа ударами электронов и электронной эмиссии катода, вызванной внешним ионизатором.

При дальнейшем повышении U_a на вольт-амперной характеристике появляется участок CD (рис. 193). Новое увеличение тока указывает на появление в режиме, соответствующем этому участку, ионизации при столкновениях электронов с молекулами.

Рассмотрим механизм тока, считая, что расстояние между электродами d много больше среднего пробега в направлении поля l , после прохождения которого электрон производит ионизацию. Электрон, появившийся у самого катода на пути к аноду, произведет ряд ионизаций, а вторичные электроны, двигаясь в том же направлении, в свою очередь будут ионизировать молекулы газа. Рис. 194 дает схему нарастания числа электронов, образующих «электронную лавину», движущуюся к аноду. Ионы, увлекаемые полем на катод, дают ионную составляющую разрядного тока, равную нулю только на аноде. Образованием электронных лавин объясняется быстрый подъем характеристики на участке CD (рис. 193). Легко видеть, что разряд, если носители тока создаются только соударениями электронов с молекулами, не может стать самостоятельным. Разделим разрядное пространство на слои толщины l и предположим, что внешний ионизатор перестал действовать. Через время $\tau \approx l/\overline{v_e}$ в первом от катода слое электронов уже не будет, через 2τ их не будет и во втором слое и т. д. Очень скоро после выключения ионизатора в разряде остаются только положительные ионы, а после прихода их на катод ток совсем прекратится.

Вычислим разрядный ток, считая, что положительные ионы не ионизируют при столкновениях молекулы газа и не вызывают вторичной эмиссии

из катода для случая, когда действие внешнего ионизатора проявляется не в форме объемной ионизации газа, а в форме фотоэлектронной эмиссии из катода. Этот вид разряда соответствует известным опытам А. Г. Столетова по газовому усилению фотоэлектрических токов.

Обозначим через N_0 число фотоэлектронов, выходящих с 1 см^2 катода за 1 сек , и через $N(x)$ — число электронов, проходящих через площадку в 1 см^2 , параллельную электродам, лежащую на расстоянии x от катода. На пути dx электрон производит αdx ионизаций, где α — число ионизаций, производимых электроном на пути в 1 см , пройденном в направлении поля; α называется коэффициентом ионизации электронными ударами или коэффициентом Таунсенда и зависит, очевидно, от рода газа, напряженности поля и давления. Коэффициент α играет важную роль в теории разряда.

В 1 см^2 слоя толщины dx , лежащего на расстоянии x от катода, входящие в него $N(x)$ электронов произведут

$$dN = \alpha N dx$$

ионизаций. Так как на катоде $x = 0$ и $N = N_0$, то

$$\int_{N_0}^N \frac{dN}{N} = \int_0^x \alpha dx. \quad (26.6)$$

В общем случае поле между электродами неоднородно (строго говоря, даже при плоских электродах из-за объемных зарядов) и из (26.6) следует:

$$N = N_0 \exp \left[\int_0^x \alpha dx \right], \quad (26.7)$$

так как α зависит от E . Но если искажение поля пространственными зарядами невелико, а электроды плоские, то $\alpha = \text{const}$ и

$$N = N_0 e^{\alpha x}. \quad (26.8)$$

Формулы (26.7) и (26.8) дают закон нарастания электронной лавины. На аноде $x = d$ и $N = N_a$ и ионная составляющая тока равна нулю, так что $[j_e]_a = j = e N_a$. Следовательно,

$$\left. \begin{aligned} N_a &= N_0 e^{\alpha d}, \\ j_a &= j = j_0 e^{\alpha d}, \end{aligned} \right\} \quad (26.9)$$

где $j_0 = e N_0$ — плотность фототока с катода. Множитель $e^{\alpha d}$ можно назвать коэффициентом газового усиления фототока.

Из (26.9) следует, как будто, что, увеличивая d и одновременно анодное напряжение с таким расчетом, чтобы E , а значит, и α оставались неизменными, можно получить сколь угодно большое усиление. В действительности

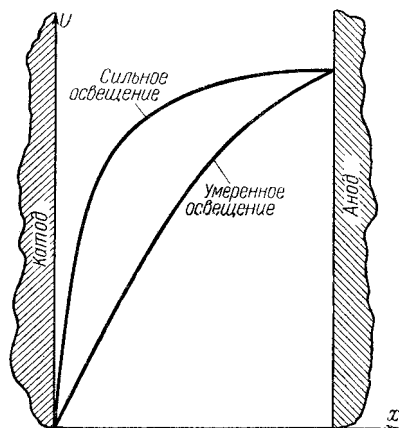


Рис. 195: Распределение напряжения в плоском фотоэлементе при сильном и умеренном освещении.

формула (26.9) верна только для небольших плотностей тока. Дело в том, что скорости положительных ионов относительно малы и у катода накапливается положительный пространственный заряд, изменяющий распределение потенциала так, как это показано на рис. 195. При сильном освещении катода к аноду примыкает область слабого поля, где ионизация почти отсутствует. При увеличении расстояния между электродами расширяется только область слабого поля и возрастания тока не получается. Формула (26.9) применима, таким образом, только к токам небольшой плотности.

3. Лавинный разряд при объемной ионизации электронами и гамма-процессах на катоде.

В лавинном разряде, описанном в предыдущем разделе, роль положительных ионов ограничивается переносом заряда. При повышении напряжения возникают новые процессы в разряде, в которых положительные ионы принимают активное участие. Таким процессом может быть, как предполагалось в первоначальной теории Таунсенда, ионизация молекул ударами ионов. Возможно также вырывание электронов из катода под действием ионной бомбардировки. Как было отмечено в § 24, ионизация молекул газа ударами ионов может иметь заметную величину только при очень большой энергии ионов и в теории разряда ее можно во внимание не принимать. Зато вторичная эмиссия электронов из катода при бомбардировке его ионами играет во многих видах разряда важную роль. Кроме того, существенное значение в механизме разряда могут иметь потенциальное вырывание электронов метастабильными атомами и фотоэлектронная эмиссия катода, вызванная излучением самого разряда. Все эти процессы на катоде, при-

водящие к эмиссии электронов из него и связанные с явлениями в самом разряде, получили название гамма-процессов. Для теории разряда удобно учитывать суммарное действие гамма-процессов с помощью коэффициента γ , численно равного числу эмиттированных катодом электронов, приходящемуся на один положительный ион, попавший на катод:

$$\gamma = \left[\frac{N_e}{N_i} \right]_{\text{к}} = \left[\frac{j_e}{j_i} \right]_{\text{к}}. \quad (26.10)$$

К числу гамма-процессов не относится термоэлектронная эмиссия от нагревания всего катода или значительной (макроскопической) части его поверхности независимо от того, вызвано ли нагревание самим разрядом или получено за счет построенного источника. Аналогично к гамма-процессам не причисляют и автоэлектронную эмиссию, если она вызвана полем, действующим на значительной (макроскопической) части поверхности катода, а не вызвана действием отдельного иона (потенциальное вырывание). Термоэлектронная эмиссия и автоэлектронная эмиссия такого рода играют роль только в дуговых разрядах (см. ниже § 28).

Найдем выражение для тока через газ, учитывая в соответствии со сказанным выше ионизацию электронами и γ -процессы и считая электроды плоскими, действие внешнего ионизатора локализованным на катоде, а поле не искаженным пространственными зарядами. Пусть x — направление, перпендикулярное к электродам. Рассмотрим слой, лежащий между плоскостями x и $x + dx$ (x отсчитывается от катода). Если в 1 см^2 слоя со стороны катода за 1 сек входит N электронов, то они производят в слое $\alpha N dx$ ионизации. При прохождении N электронов через слой их число увеличится, следовательно, на $dN = \alpha N dx$. Умножая это равенство на e и замечая, что электронная составляющая плотности тока $j_e = Ne$, получаем $dj_e = \alpha j_e dx$, откуда

$$j_e = Ae^{\alpha x}, \quad (26.11)$$

где A — постоянная интегрирования. Если ионная компонента тока на катоде равна $[j_i]_{\text{к}}$, а ток за счет действия внешнего ионизатора равен j_0 , то плотность электронного тока на катоде будет

$$[j_e]_{\text{к}} = j_0 + [j_i]_{\text{к}}\gamma. \quad (26.12)$$

Плотность полного тока одинакова во всем разрядном промежутке:

$$j = j_e + j_i = [j_e]_{\text{к}} + [j_i]_{\text{к}}; \quad (26.13)$$

исключая $[j_i]_{\text{к}}$ из (26.12) и (26.13), получим:

$$[j_e]_{\text{к}} = \frac{j_0 + \gamma j}{1 + \gamma}. \quad (26.14)$$

Полагая в (26.11) $x = 0$ и $j_e = [j_e]_{\text{к}}$, найдем:

$$A = [j_e]_{\text{к}} = \frac{j_0 + \gamma j}{1 + \gamma}. \quad (26.15)$$

На аноде $x = d$ (d — расстояние между электродами) и $|j_e|_a$, так как на аноде $|j_i|_f$. Значит,

$$j = \frac{j_0 + \gamma j}{1 + \gamma} e^{\alpha d},$$

или

$$j = j_0 \frac{e^{\alpha d}}{1 - \gamma[e^{\alpha d} - 1]}. \quad (26.16)$$

При учете как гамма-процессов на катоде, так и ионизации газа положительными ионами получается [Л. .3.1, гл. 13]:

$$j = j_0 \frac{(\alpha - \beta) \exp [(\alpha - \beta)d]}{\alpha(1 + \gamma) - (\alpha\gamma + \beta) \exp [(\alpha - \beta)d]}. \quad (26.17)$$

В формуле (26.17) через β обозначен так называемый второй коэффициент Таунсенда (α — первый коэффициент), равный числу ионизаций, производимых положительным ионом на пути в 1 см. Формула (26.17) при $\beta = 0$ переходит в (26.16).

Формула (26.16) показывает, что разрядный ток j и при наличии гамма-процессов на катоде остается пропорциональным току внешнего ионизатора j_0 . Коэффициент при j_0 в (26.16) дает коэффициент газового усиления с учетом Гамма-процессов на катоде. В газонаполненных фотоэлементах при больших напряжениях гамма-процессы должны играть заметную роль, так как работа выхода фотокатода невелика и коэффициент γ соответственно велик.

4. Коэффициенты α и γ .

Коэффициент α зависит от рода газа, давления и напряженности поля и должен выражаться через потенциал ионизации U_i , вероятность (или сечение) ионизации и число соударений электронов с молекулами. Задача о вычислении α с учетом всех особенностей столкновений электронов и молекул пока не решена, и ниже дается только очень упрощенное ее решение. Предположим, во-первых, что каждый раз после ионизирующего столкновения электрон начинает движение с очень малой начальной скоростью, и не будем учитывать изменений направления движения электронов при упругих столкновениях. В таких условиях движение электронов происходит по направлению поля. Допустим, во-вторых, что вероятность ионизации равна единице, если энергия электрона больше или равна энергии ионизации eU_i . Тогда длины пробегов L между ионизирующими столкновениями удовлетворяют условию

$$LE \geq U_i.$$

Как известно (§ III), из n_0 пробегов длины, большие или равные L , будут иметь

$$n_L = n_0 e^{-L/\bar{\lambda}_e} \quad (26.18)$$

пробегов. Формула (26.18) применима как к n_0 случайно выбранным пробегам разных электронов, так и к n_0 последовательным пробегам одного

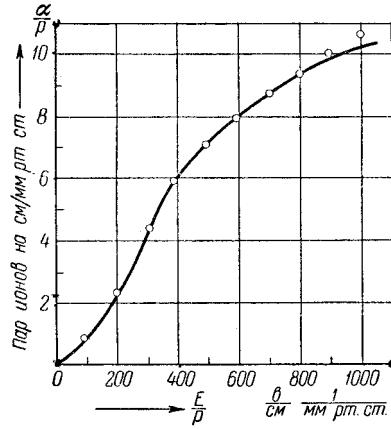


Рис. 196: Зависимость α/p от E/p для воздуха. Кресточками отмечены экспериментальные значения.

электрона. Пусть n_0 — число соударений одного электрона на пути в 1 см; тогда $n_0 = 1/\bar{\lambda}_e = \nu_0 p$, где ν_0 — число соударений на пути в 1 см при давлении 1 мм рт. ст. и p — давление в мм рт. ст.

По (26.18) число ионизирующих соударений на пути в 1 см, т. е. коэффициент Таунсенда, равно

$$\alpha = \nu_0 p e^{-L/\bar{\lambda}_e} = \nu_0 p \exp \left\{ -\frac{\nu_0 U_i p}{E} \right\},$$

откуда

$$\frac{\alpha}{p} = \nu_0 \exp \left\{ -\frac{\nu_0 U_i}{E/p} \right\} = A \exp \left\{ -\frac{B}{E/p} \right\}, \quad (26.19)$$

где

$$A = \nu_0, \quad B = \nu_0 U_i. \quad (26.20)$$

Формула (26.19), несмотря на грубые упрощения, использованные при ее выводе, удовлетворительно передает характер зависимости α/p от E/p , но для получения количественного соответствия приходится U_i приписывать значения, большие действительных. Например, для воздуха уравнение (26.19) хорошо соблюдается вплоть до $E/p = 1000$ в/см·мм рт. ст., как это видно из рис. 196, если принять $A = \nu_0 = 14,6$ и $B = 365$, откуда следует, что потенциалу ионизации приписывается во всяком случае преувеличенное значение $U_i \approx 25$ в (см. (26.20)). Преувеличенные значения U_i приходится вводить в уравнение (26.19) для получения хороших количественных результатов и для других газов. Так, для H_2 приходится брать U_1 в 1,65 раза больше действительного, для N_2 — в 1,75 раза и т. д. Получающееся все же, несмотря на грубые упрощения, соответствие формулы (26.19) опыту объясняется тем, что ошибки, вносимые упрощениями (предположения,

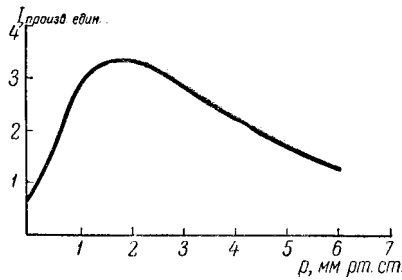


Рис. 197: Зависимость фототока от давления газа при постоянном освещении (по Столетову).

приводящие к прямолинейному движению электронов по направлению поля, равенство вероятности ионизации единице для электронов с энергиями, большими eU_i , взаимно компенсируются.

Уже указывалось, что точное выражение для α теоретически вывести не удалось. Можно, однако, видеть, что коэффициент α должен удовлетворять условию

$$\frac{\alpha}{p} = F\left(\frac{E}{p}\right). \quad (26.21)$$

В самом деле, предположим, что напряженность поля и давление увеличены от значений E_1, p_1 до E_2, p_2 , но так, что $\frac{E_1}{p_1} = \frac{E_2}{p_2}$. Свободные пробеги электронов уменьшаются при этом в отношении p_1/p_2 , но энергия, приобретенная на протяжении пробегов, остается прежней, так как она увеличивается в отношении E_2/E_1 . Вероятность ионизации зависит только от энергии в момент столкновения; значит, процент ионизирующих столкновений не меняется при пропорциональном изменении E и p . Но α пропорционально общему числу столкновений, в свою очередь пропорциональному давлению p . Следовательно, при неизменном E/p величина α меняется пропорционально p . Это приводит к формуле (26.21). Общее соотношение (26.21), частным случаем которого является (26.19), оправдывается на опыте в очень широких пределах изменений p и E . Оно имело большое значение в истории физики электрических явлений в газах еще и потому, что на его основе Таунсенд дал объяснение опытов А. Г. Столетова по прохождению фотоэлектрических токов через газы (1890 г.). Это объяснение было одним из первых успехов теории электрических разрядов в газах.

А. Г. Столетов, исследуя фотоэлектрические токи через газы при разных давлениях, нашел, что ток через газ при постоянном E проходит через максимум при изменении p (рис. 197). Это оптимальное давление связано с E соотношением

$$\left(\frac{E}{p}\right)_{j=j_{\max}} = C, \quad (26.22)$$

где C — величина, постоянная для данного газа, названная по предложению

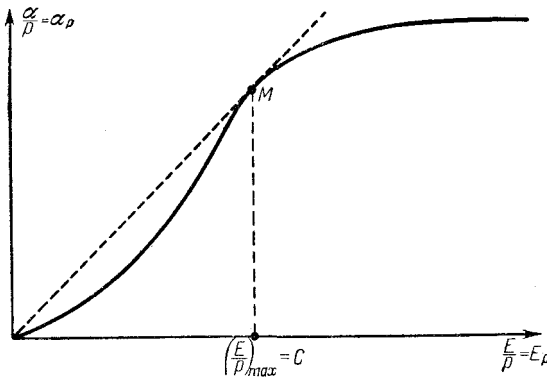


Рис. 198: Определение константы Столетова из кривой $(\alpha/p, E/p)$.

Таунсенда константой Столетова. Для воздуха, например, А. Г. Столетов нашел, что $C_{\text{возд}} = 372 \text{ в/см} \cdot \text{мм рт. ст.}$ Качественно эффект Столетова объясняется тем, что при очень больших давлениях и слабых полях (E/p мало) температура электронов низкая, средняя энергия их мала и ионизирующих столкновений почти нет, а при малых давлениях и сильных полях (E/p велико) мало число столкновений и, хотя энергия электронов велика, число ионизаций опять мало. Должно, следовательно, существовать лежащее между этими крайними случаями оптимальное значение E/p . Таунсенд объяснил эффект Столетова, исходя из формулы (26.21). Дифференцируя эту формулу, получим:

$$\frac{d\alpha}{dp} = F\left(\frac{E}{p}\right) - \frac{E}{p} F'\left(\frac{E}{p}\right) = \frac{\alpha}{p} - \frac{E}{p} F'\left(\frac{E}{p}\right) = \alpha_p - E_p F'(E_p),$$

где $\alpha_p = \alpha/p$ и $E_p = E/p$. Приравнивая для нахождения максимума $d\alpha/dp$ нулю, получим:

$$\frac{\alpha_p}{E_p} = F'(E_p). \quad (26.23)$$

Соотношение (26.23) позволяет найти максимум α_p из графика функции (α_p, E_p) . Это сделано на рис. 198. Так как $F'(E_p)$ — тангенс угла наклона касательной к кривой, то соотношение (26.23) выполняется только в точке M , где касательная к кривой проходит через начало координат. Этим определяется значение E_p , при котором α_p , а стало быть, и ток через газ имеют максимум, т. е. $(E_p)_{j=j_{\text{max}}} = C$. Это построение дало для воздуха $C = 365$, что прекрасно совпадало с величиной $C = 372$, найденной Столетовым непосредственно из опыта. Для других газов получаются следующие цифры: азот $C_{\text{эксп}} = 346$, $C_{\text{теор}} = 342$; водород $C_{\text{эксп}} = 153$, $C_{\text{теор}} = 130$; углекислота $C_{\text{эксп}} = 380$, $C_{\text{теор}} = 466$. Значения C даны в $\text{в/см} \cdot \text{мм рт. ст.}$

Прямое измерение α может быть выполнено на приборе, в котором расстояние между плоскими электродами можно изменять, не меняя давления, т. е. не нарушая герметичности прибора. Тогда, если при $p = \text{const}$

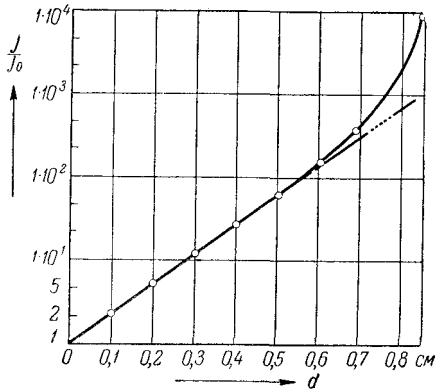


Рис. 199: Изменение относительной величины разрядного тока при увеличении длины разрядного промежутка и постоянных значениях E и p .

одновременно с расстоянием между электродами изменять и напряжение таким образом, чтобы E/p оставалось постоянным, то остается постоянным и α , и ток следует формуле (26.9) до тех пор, пока $\gamma = 0$. Из (26.9) $\ln(j/j_0) = \ln(I/I_0) = \alpha d$, так что, откладывая по осям $\ln(I/I_0)$ и d , мы должны получить прямую линию, из наклона которой можно найти α . На рис. 199 показаны результаты такого опыта для воздуха при $p = 4$ мм рт. ст. и $E = 700$ в/см. Из прямолинейной части графика можно найти, что $\alpha = 8,2$ ионизации на 1 см. Значения α/p в зависимости от E/p для ряда газов приведены на рис. 200. Для получения табличных значений требуется большая чистота, так как даже небольшие примеси посторонних газов сильно изменяют значение α .

Непрямолинейная часть графика рис. 199 хорошо следует теоретической формуле (26.22), если положить в ней $\gamma = 0,00082$. Коэффициент γ зависит от различных физических факторов, и в общем случае его не удастся теоретически вычислить. Если преобладает кинетическое вырывание электронов, то γ должен зависеть от средней энергии $e\bar{\lambda}_i E$, приобретаемой ионом на протяжении одного свободного пробега. Так как $\bar{\lambda}_i \sim 1/p$, то в этом случае

$$\gamma = \Phi(E/p). \quad (26.24)$$

Если же преобладает потенциальное вырывание электронов, то коэффициент γ должен только слабо зависеть от E/p , и можно принять, что γ остается постоянным при изменениях напряженности поля.

Кроме E/p коэффициент γ должен зависеть и от работы выхода металла катода. Это подтверждается опытом. Например, для медленных ионов аргона и катодов из К, Ва и Рт коэффициент γ оказывается соответственно равным 0,22; 0,14; 0,058, т. е. чем меньше работа выхода, тем больше γ . Загрязнение поверхности катода поэтому оказывает существенное влияние на величину γ . Это имеет большое значение при конструировании приборов с

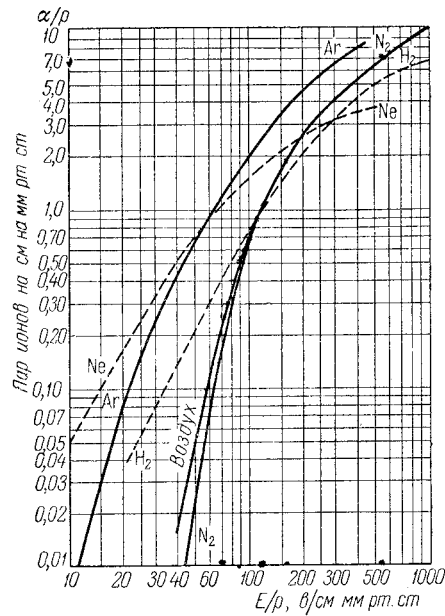


Рис. 200: Зависимость α/ρ от E/ρ для некоторых газов.

тлеющим разрядом, в которых гамма-процессы играют важную роль.

5. Зажигание самостоятельного разряда.

Займемся вопросом о границах применимости формулы (26.16). Опыт показывает, что при увеличении напряжения на разрядном промежутке наступает момент, когда ток резко возрастает и одновременно столь же резко усиливается свечение разряда и меняется его распределение по объему (если только в цепь не включено большое внешнее сопротивление). Эти резкие изменения происходят как раз тогда, когда разряд переходит в одну из форм самостоятельного разряда. Переход разряда из несамостоятельного в самостоятельный, сопровождающийся описанными выше явлениями и обычно происходящий с большой резкостью, называется электрическим пробоем газа или зажиганием самостоятельного разряда. Характер разряда, устанавливающегося после зажигания, может быть весьма различным в зависимости от давления, конфигурации электродов и внешней цепи.

Однако общим свойством всех устанавливающихся вслед за зажиганием самостоятельных разрядов является появление в разрядном промежутке значительных пространственных зарядов. Поэтому формула (26.16), выведенная без учета пространственных зарядов, к установившимся разрядам неприменима. Но в начале зажигания пространственные заряды еще не велики и можно думать, что момент начала зажигания, иными словами,

условия возникновения пробоя могут быть найдены с помощью теории Таунсенда. Но о том, какую форму будет иметь самостоятельный разряд после установления, теория Таунсенда, не учитывающая пространственных зарядов, ничего сказать не может.

Из (26.16) следует, что если знаменатель правой части $1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1)$ приближается к нулю, то ток неограниченно возрастает при $j_0 \neq 0$, т. е. если не прекращается действие внешнего ионизатора. С другой стороны, если

$$1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1) = 0, \quad (26.25)$$

то ток может оставаться конечным и при $j_0 = 0$, т. е. Б отсутствие внешней ионизации, иными словами, разряд может существовать как самостоятельный. Эти соображения наводят на мысль, что формула (26.25) дает условия зажигания самостоятельного разряда. Впервые условия пробоя сформулировал Таунсенд, правда, в форме, несколько отличной от уравнения (26.25), так как он исходил из теории, в которой принималось $\gamma = 0, \beta \neq 0$.

На опыте условие зажигания самостоятельного разряда (26.25) было проверено следующим образом: из (26.25) видно, что если при небольших d

$$1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1) > 0,$$

то, увеличивая d при постоянных p и E и, значит, неизменных α и γ , можно добиться выполнения условия (26.25), которому соответствует определенное $d = d_{\text{проб}}$. Эксперимент можно произвести на уже упоминавшемся приборе с раздвигающимися плоскими электродами. Сначала измеряется рост тока при несамостоятельном разряде и из полученной характеристики определяются коэффициенты α и γ так, как это было описано выше. Зная α и γ , можно из (26.25) найти теоретическое значение $d_{\text{проб}}$. Экспериментально $d_{\text{проб}}$ легко найти, раздвигая электроды и отмечая момент пробоя по резкому скачку тока или вспыхиванию свечения. Измерения такого рода дали результаты (Л. 3.6, гл. IX):

$d_{\text{проб}}$ [см] (теоретическое)	0,84	0,71	0,79	0,82
$d_{\text{проб}}$ [см] (экспериментальное)	0,81	0,71	0,78	0,83

Из совпадения результатов теории и эксперимента можно сделать вывод, что формула (26.25) момент зажигания самостоятельного разряда предсказывает правильно.

Рассмотрим, подробнее процесс зажигания самостоятельно разряда при увеличении напряжения между плоскими электродами, расположенными не очень близко друг от друга при давлении, лежащем в интервале от десятых долей до десятков миллиметров ртутного столба. Сначала будет существовать несамостоятельный темный разряд при токе, не превышающем нескольких микроампер. Механизм этого темного разряда был разобран выше (ш. 1, 2). Если внешнее сопротивление цепи не очень велико, то при некотором напряжении в разряде наступят резкие изменения: ток сильно возрастет (до величины порядка миллиампер) и в трубке появится определенным образом распределенное свечение. Этими изменениями отмечается переход к самостоятельному тлеющему разряду.

Выше было отмечено, что условием пробоя, т. е. перехода к самостоятельному разряду, является, по Таунсенду, равенство (26.25)

$$1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1) = 0,$$

которое, если положить

$$\gamma(e^{\alpha d} - 1) = \mu, \quad (26.26)$$

можно записать в виде

$$\mu = 1. \quad (26.27)$$

Коэффициент μ называется ионизационным нарастанием. Это равенство по первоначальной мысли Таунсенда, указывало на начало роста тока, ограниченного только условиями во внешней цепи. Рассмотрим теперь его с иной точки зрения.

Каждый электрон, вышедший из катода, как это было показано выше, на своем пути до анода создает лавину из $(e^{\alpha d} - 1)$ электронов и такого же числа ионов, попадающих в конечном счете на катод. Значит, если выделить группу из n_1 электронов, вышедших из катода, то следствием их прохождения через разряд будет попадание на катод $n_1(e^{\alpha d} - 1)$ ионов, которые в свою очередь извлекут из катода $\gamma n_1(e^{\alpha d} - 1)$ электронов. Ясно, что если $n_2 = n_1 \gamma(e^{\alpha d} - 1) = n_1 \mu < n_1$, то разряд затухает, а если $n_2 = n_1 \gamma(e^{\alpha d} - 1)$, то ток растет и разряд продолжает развиваться. Таким образом, условие $n_2 = n_1$ или $\mu = 1$ есть условие стационарности разряда. Значит, самостоятельный разряд возникает тотчас же после того, как в разрядном промежутке, еще почти не искаженном пространственными зарядами, создаются условия для его самоподдержания.

Пусть на разрядный промежуток, в котором существует некоторая, может быть, очень слабая, «остаточная» ионизация, накладывается достаточное большое напряжение. Может случиться, что в момент появления поля вблизи катода нет ни одного свободного электрона и электронно-ионная лавина, для нарастания которой нужно известное пространство, не может образоваться. Через некоторое время, подчиняясь законам случая, какой-нибудь из электронов окажется на достаточном расстоянии от анода и положит основание первой лавине. С этого момента начнется формирование разряда. Время, протекшее с момента наложения напряжения до начала формирования разряда, называется статистическим запаздыванием. Статистическое запаздывание можно сделать ничтожно малым, увеличивая концентрацию свободных электронов с помощью внешнего ионизатора, и тем самым совершенно исключить его при экспериментальном исследовании времени формирования разряда.

Первая электронная лавина за время $10^{-7} - 10^{-8}$ сек (в зависимости от напряжения и расстояния между электродами) проходит к аноду, оставляя за собой облако положительных ионов, относительно медленно продвигающееся к катоду. Уже первая лавина заметно искажает поле, и распределение потенциала воспроизводится теперь кривой OB_1A (рис. 201), обращенной выпуклостью вверх, первая лавина посредством гамма-процессов извлекает из катода вторую группу электронов. В зависимости от того, какие из

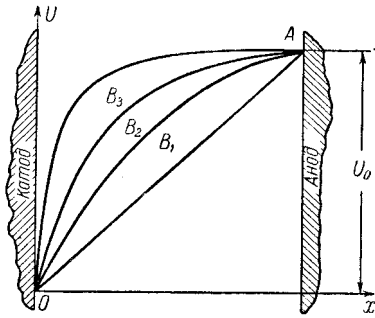


Рис. 201: Изменение распределения потенциала между плоскими электродами после прохождения первой, второй и т. д. лавин.

гамма-процессов в данном конкретном случае преобладают, время появления второй группы электронов может быть весьма различным. Например, если электроны из катода извлекаются в основном под действием излучения разряда, то электроны второй группы начнут появляться в большом числе еще до того, как электроны первой лавины достигнут катода. Если же главный из гамма-процессов — это вторичная эмиссия, вызванная ударами ионов, то основная масса электронов второй группы начнет появляться только тогда, когда до катода дойдут ионы первой лавины, образовавшиеся вблизи анода, а это будет (в обычных условиях) только через время порядка $10^{-4} \div 10^{-5}$ сек¹. После второй лавины положительный пространственный заряд вновь усилится и кривая распределения потенциала примет вид OB_2A , после третьей — вид OB_3A и т. д.: после каждой лавины все расширяется область слабого поля у анода и все возрастает поле у катода. Теоретический расчет показывает, что уже в результате немногих последовательных лавин, первая из которых начиналась с единственного электрона, поле оказывается в сильной степени «стянутым» к катоду, вблизи которого возникает большое падение потенциала. На это должно затрачиваться, таким образом, время порядка $10^{-4} \div 10^{-5}$ сек, если основную роль играет выбивание электронов ионами, и время порядка $10^{-7} \div 10^{-8}$ сек, если главную роль играет фотоэлектронная эмиссия с катода, вызванная разрядом. Возникает вопрос, будет ли стабильным разряд в поле, «стянутом» к катоду.

При стягивании поля эффективная в смысле возможности актов ионизации часть разрядного промежутка концентрируется у катода. В этой части растет приведенная сила поля E/p при одновременном уменьшении ее

¹ Пусть, например, на электроды, отстоящие на 10 см друг от друга в воздухе при давлении 5 мм рт. ст., наложено напряжение 4000 в. Учитывая, что подвижность обратно пропорциональна давлению, по данным табл. 17 получим, что для положительных ионов $b_i = 206$ см²/сек · в и скорость $\bar{u}_i = b_i \frac{U}{d} = 8,24 \cdot 10^4 \frac{с.м.}{сек}$. Отсюда время движения ионов от катода до анода получается равным $1,2 \cdot 10^{-4}$ сек.

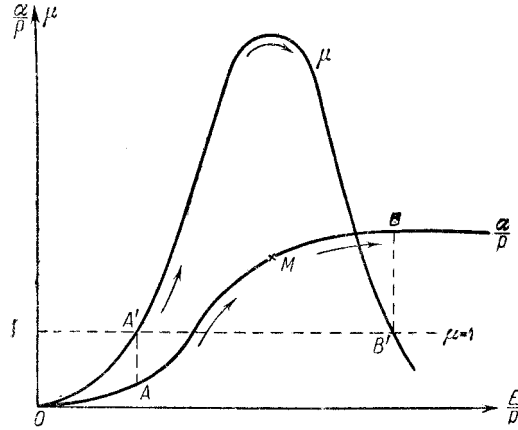


Рис. 202: К выводу условий устойчивости самостоятельного разряда.

толщины d и, следовательно, изменяются коэффициент ионизации электронными ударами α и ионизационное нарастание μ . Характер этих изменений можно видеть на рис. 202. Если E/p мало и d велико, то α мало и $\mu = \gamma(e^{\alpha d} - 1) < 1$. С другой стороны, если d очень мало, то снова $\mu < 1$. Отсюда следует, что возможны два состояния разряда, когда $\mu = 1$, — пусть это будут точки A' и B' на кривой $(\mu, E/p)$, которым на кривой зависимости α/p от E/p соответствуют точки A и B . Между точками A' и B' ионизационное нарастание $\mu > 1$.

Если на разрядный промежуток наложено достаточно большое напряжение U_a , то в нем образуются нарастающие лавины, поле стягивается и α/p и μ изменяются в соответствии с кривыми рис. 202 в направлении, отмеченном стрелками. На участке OM (M — точка перегиба кривой $(\alpha/p, E/p)$) отношение

$$\frac{y}{x} = \frac{\alpha/p}{E/p} = \frac{\alpha}{E} = \frac{\alpha d}{U_a} \sim \alpha p$$

увеличивается. Это значит, что α растет быстрее, чем уменьшается d . Из формулы (26.27) видно, что при этом растет и μ . Если в состоянии, соответствующем точкам A и A' , где $\mu = 1$, происходит случайное небольшое увеличение пространственного заряда и соответствующее ему уменьшение d , то это вызовет увеличение αd и μ и, значит, дальнейший рост лавины и уменьшение d . Равновесие в состоянии, изображаемом точками A , A' , которым соответствует небольшой пространственный заряд и поле, близкое к однородному, неустойчиво.

Отсюда следует, что если напряжение достаточно велико для того, чтобы достичь точки A' , где выполняется условие Таунсенда ($\mu = 1$), то разряд не остановится на состоянии, соответствующем этой точке, и будет развиваться в направлении дальнейшего роста пространственных зарядов и тока. В результате участок кривой между точками A' и B' оказывается быстро

пройденным и наступает состояние, соответствующее точке B' , где опять $\mu = 1$, но поле сильно стянуто к катоду. Здесь равновесие устойчиво, так как если теперь произойдет, например, флуктуационное стягивание поля, то $= \mu$ делается меньше единицы, лавина ослабевает и поле опять растягивается. Возврат к точке B' получается, как легко видеть, и при случайном растяжении поля. Таким образом, точкам B и B' соответствует устойчивый разряд с сильно стянутым полем и большим падением потенциала у катода.

В этом состоянии опять выполняется условие Таунсенда (26.25), но уже с иными значениями α и d . Однако, принимая во внимание, что поле становится неоднородным, условие (26.26) следует написать в форме

$$1 + \gamma = \gamma \exp \left[\int \alpha dx \right], \quad (26.28)$$

причем интегрирование распространяется на весь объем, где происходит ионизация электронными ударами.

Только что изложенная теория пробоя была выдвинута Роговским и развита в работах Гиппеля и Франка и Н. А. Капцова, разработавших ее и с количественной стороны. Она вскрывает смысл таунсендовского условия пробоя и показывает, каким образом разряд стабилизируется после прохождения немногих электронных лавин. Наконец, теория указывает на важную особенность самостоятельного разряда, устанавливающегося после пробоя, а именно на существование большого падения напряжения вблизи катода (рис. 201), так называемого катодного падения.

Время формирования разряда по этой теории должно быть порядка $10^{-4} \div 10^{-5}$ сек, если основное значение в эмиссии электронов имеет бомбардировка катода ионами. Определение времени формирования разряда, произведенное с помощью осциллографа, показало, что это верно для зажигания тлеющего разряда при низких давлениях. Но при давлениях, близких к атмосферному, разряд успевает сформироваться за время порядка 10^{-7} сек (или даже 10^{-8} сек). Это указывает на роль других процессов в механизме образования пространственного заряда.

Образование положительного пространственного заряда, на которое только что было указано, и другие процессы в разряде, из которых прежде всего следует указать на диффузию ионов и электронов к стенкам разрядной трубки, приводят в конце концов к сложной форме установившегося тлеющего разряда, состоящей из нескольких резко различных по виду и свойствам областей.

6. Закон Пашена.

Пусть напряжение зажигания самостоятельного разряда для плоских электродов, отстоящих друг от друга на расстоянии d , равно U_z . Так как обычно $\gamma \ll 1$, то формулу (26.25) можно записать:

$$1 + \gamma - \gamma e^{\alpha d} \approx 1 - \gamma e^{\alpha d} = 0. \quad (26.29)$$

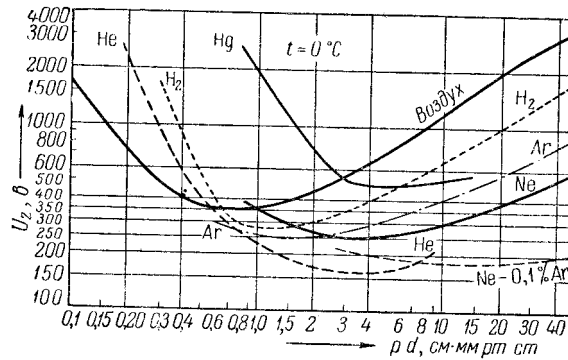


Рис. 203: Кривые Пашена для некоторых газов.

Подставляя сюда

$$\alpha = pF\left(\frac{E}{p}\right), \quad \gamma = \Phi\left(\frac{E}{p}\right), \quad E = \frac{U_z}{d}$$

получим:

$$\frac{1}{\Phi\left(\frac{U_z}{pd}\right)} = \exp\left\{pdF\left(\frac{U_z}{pd}\right)\right\}. \quad (26.30)$$

Из (26.30) следует, что для данного газа напряжение зажигания самостоятельного разряда зависит не от p и d в отдельности, а от их произведения (pd). Легко видеть, что в случае $\gamma = \text{const}$ (преобладание потенциального вырывания) U_z также будет зависеть от произведения (pd). Этот закон был найден экспериментально Пашеном еще до появления теории Таунсенда. Закон Пашена хорошо выполняется для всех газов в интервале от десятых долей миллиметров ртутного столба до нескольких атмосфер и для d от 1 мм до нескольких сантиметров. Кривые зависимости U_z от pd для нескольких чистых газов показаны на рис. 203.

Как видно, на всех кривых имеется минимум U_z , соответствующий некоторому значению $(pd)_{\min}$. Существование минимального значения U_z объяснить нетрудно. Если произведение pd меняется за счет изменения p , то, как уже было показано при истолковании эффекта Столетова, будет достигнут максимум числа ионизации, соответствующий максимуму α при некотором среднем давлении. При этом давлении будет достигаться и минимум U_z . Если же уменьшать d при $p = \text{const}$, то, с одной стороны, будет увеличиваться $E = U/d$, что вызывает рост α и уменьшение U_z , а с другой стороны, будет уменьшаться пространство, в котором развивается электронная лавина, — обстоятельство, способствующее увеличению U_z . Наличие двух противоположно действующих факторов опять приводит к тому, что оптимальное (в смысле понижения U_z) положение будет существовать при некотором среднем pd .

Напряжение зажигания самостоятельного разряда U_z имеет большое значение для работы ионных приборов. В большинстве случаев желательно понижение U_z , но возможны случаи, где нужно предупредить зажигание разряда. Поэтому большая работа была проделана по исследованию влияния на величину U_z материала катода и примесей к наполняющему газу.

Входящий в условие зажигания разряда (26.25) коэффициент γ увеличивается и с уменьшением работы выхода катода, поэтому чем меньше эта последняя, тем при меньшем E и меньшем U_z произойдет зажигание. Это обстоятельство используют на практике при изготовлении катодов в приборах, рассчитанных на низкое напряжение зажигания.

Примеси к основному наполняющему газу могут действовать как в сторону понижения, так и в сторону повышения U_z . Напряжение зажигания можно значительно понизить, если к основному газу прибавить некоторое количество газа, энергия ионизации которого eU_i меньше, чем энергия метастабильных атомов $eU_{мет}$ основного газа. Тогда при напряжениях, недостаточных для ионизации газа, но уже достаточных для появления его метастабильных атомов, при их столкновениях с атомами примеси последние будут ионизироваться и потенциал зажигания понизится. Примером может служить понижение U_z аргона при добавлении к нему паров ртути или неона при добавлении к нему аргона (см. рис. 203).

Понижение U_z может быть достигнуто при помощи внешних воздействий, способствующих электронной эмиссии из катода или создающих в газе обильную ионизацию: при подогреве катода, его облучении коротковолновым светом или при действии радиоактивного излучения. Это явление особенно хорошо заметно при низких давлениях. Например, Каниов и Афанасьева обнаружили для вольфрамового катода понижение напряжения зажигания в аргоне от 250 в (при холодном катоде) примерно до 20 в при сильном нагреве.

В заключение следует отметить, что область применимости теории зажигания самостоятельного разряда как без учета искажения поля объемными зарядами (Таунсенд), так и с учетом влияния объемных зарядов (Роговский и др.) ограничена небольшими значениями произведения pd , а именно $pd < 200 \text{ см} \cdot \text{мм}$ рт. ст. Это видно хотя бы из того, что при достаточно больших pd напряжение зажигания самостоятельного разряда перестает зависеть от материала катода (т. е. от γ), как это и должно быть по формуле (26.25). Кроме того, при высоких давлениях и электродах любой формы самостоятельный разряд имеет форму искры, резко отличающейся от однородного по объему разряда по теории Таунсенда — Роговского. О разряде при высоких значениях pd см. [Л. 3.1; Л. 3.2; Л. 3.20].

§ 27. Газоразрядная плазма

Все последующие параграфы настоящей главы посвящены описанию газовых разрядов, происходящих в объеме, частично, а иногда и почти целиком заполненном газом, содержащим электроны и ионы в очень больших и рав-

ных или почти равных между собой концентрациях. Высокоионизированный и электрически квазинейтральный газ получил название плазмы¹.

Вследствие неизбежных процессов уменьшения числа заряженных частиц (диффузия из разрядного пространства, уход на электроды, рекомбинация) плазма может существовать в стационарном состоянии только при наличии процессов, восполняющих убыль электронов и ионов. Таким процессом может быть, например, ионизация под действием излучения, благодаря которой в ионосфере существуют области, занятые плазмой.

В газовых разрядах поддержание стационарного состояния плазмы связано с наличием внешнего электрического поля, за счет которого электроны и ионы получают энергию, расходуемую в конечном счете на ионизацию газа. В этом случае плазму называют газоразрядной. Газоразрядной плазмой заполнены положительный столб и второе катодное свечение тлеющего разряда (§ 28), положительный столб дуги высокого давления (§ 29), почти все разрядное пространство дуги низкого давления с катодом постороннего нагрева (§ 29) и большие области в высокочастотных разрядах. Концентрация электронов и ионов в газоразрядных плазмах могут достигать 10^{17} $1/\text{см}^3$.

Проводимость высокоионизированной плазмы может превосходить проводимость концентрированных электролитов и даже (в дуговых разрядах) приближаться к проводимости металлов. Способность плазмы пропускать при небольших напряжениях сильные токи очень ценна для техники, например для ионных выпрямительных приборов.

Носителями тока в плазме служат электроны и ионы, однако ионная компонента тока вследствие сравнительно большой массы ионов относительно мала и ток через плазму переносится главным образом электронами, дрейфующими в направлении действия поля среди ионов, медленно меняющих свое положение. Это до некоторой степени напоминает механизм тока в металлах.

Ввиду того что с плазмой приходится иметь дело в разрядах различных типов, представляется целесообразным предварительно ознакомиться со свойствами стационарной плазмы и методами ее исследования. Это составляет содержание настоящего параграфа. Вопросы возникновения и распада плазмы, исследование которых встречает большие трудности, коротко рассматриваются в гл. 8, ч. II, содержащей описание действия газоразрядных приборов.

¹ Термин «плазма» был предложен И. Ленгмюром. В физиологии плазмой называют жидкую часть крови, в которой взвешены красные и белые кровяные шарики. Высокоионизированный газ состоит также из трех компонент: нейтральных молекул, электронов и ионов. Это сходство объясняет предложенный Ленгмюром и сейчас общепринятый термин. Вместе с тем, применяя к газообразной среде, каковой является плазма, особое наименование, мы подчеркиваем этим, что она обладает специфическими, только ей присущими, свойствами.

В исследованиях по управляемым термоядерным реакциям имеют дело с плазмой, температура которой достигает сотен миллионов градусов. Свойствами высокотемпературной плазмы и методами ее получения и исследования мы совершенно не будем заниматься.

1. Метод зондов.

Основными носителями тока в плазме являются электроны. Поэтому прежде всего нужно установить закон распределения скоростей электронов в плазме. Теоретический расчет распределения скоростей электронов сделан только для случая слабо ионизированных газов в слабом постоянном электрическом поле, а для газоразрядной плазмы строгого теоретического расчета распределения скоростей электронов пока нет. Однако существует удобный и надежный метод экспериментального определения закона распределения скоростей электронов в плазме. Это метод зондовых характеристик, разработанный Ленгмюром и Мотт-Смитом в 1924—1926 гг.

Впоследствии метод зондовых характеристик многократно применялся для исследования электрических разрядов в газах и был подвергнут тщательному анализу в отношении точности полученных результатов и границ применимости (Д. А. Рожанский, Б. Н. Кляр-фельд, В. Л. Грановский, Г. В. Спивак и др.). Очень многое из того, что сейчас известно о газоразрядной плазме, получено с помощью этого метода.

Зондом называется вспомогательный электрод, введенный в разряд с целью его изучения и по возможности не нарушающий режим разряда. Ясно, что чем меньше размеры зонда, тем лучше. Измерения потенциала, до которого заряжается в разряде изолированный зонд, производились и до работ Ленгмюра и Мотт-Смита; ниже будет выяснено, что могли дать такие измерения. Ленгмюр и Мотт-Смит предложили измерять вольт-амперную характеристику зонда

$$I_{zn} = f(U_{zn}), \quad (27.1)$$

где U_{zn} — потенциал зонда по отношению к одному из электродов, например аноду, и показали, что из этой зондовой характеристики можно получить ряд важнейших сведений о плазме.

Принципиальная схема измерения зондовой характеристики показана на рис. 204. Чаще всего применяют цилиндрические зонды (рис. 205, б); применяют также зонды сферические (рис. 205, а) и плоские (рис. 205, в и г). Для каждой из этих форм можно построить теорию зондовых измерений [Л. 3.1; Л. 3.2; Л. 3.3 и особенно Л. 3.4]; наиболее проста теория для плоского зонда, которая изложена ниже.

Пусть зонд введен в такое место плазмы, где потенциал равен U_{pl} . Если $U_{zn} < U_{pl}$, то поле вблизи поверхности зонда отталкивает от него электроны и здесь образуется слой положительного пространственного заряда (рис. 206). Поле внутри слоя ослабевает по мере удаления от зонда и обращается в нуль на граничной поверхности FF ; за плоскостью FF простирается невозмущенная плазма, на которую зонд не оказывает никакого влияния. В слое положительного пространственного заряда нет электронов, если не считать проникающих сюда ненадолго быстрых электронов, и, значит, почти нет возбуждающих столкновений. Поэтому слой положительного заряда темнее, чем остальная плазма, и виден непосредственно. Его толщину d можно измерить. Если d много меньше свободного пробега электронов и ионов, то в слое не имеет места их рассеяние и все ионы, вошедшие в слой,

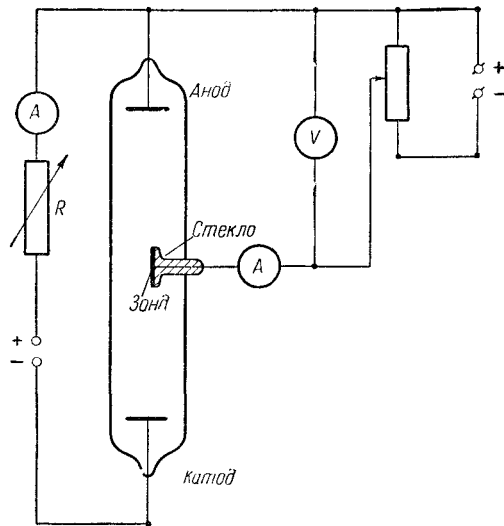


Рис. 204: Схема зондовых измерений. На рисунке размеры зонда преувеличены.

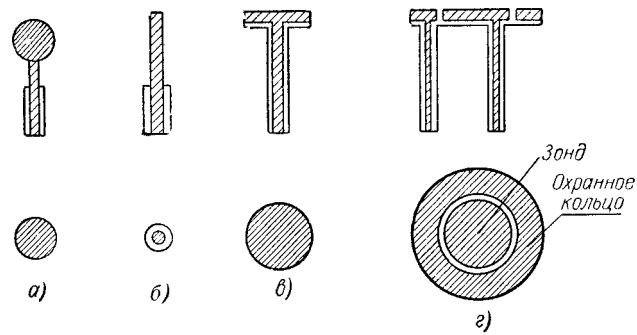


Рис. 205: Формы зондов. а—шаровой зонд; б—цилиндрический зонд; в—плоский зонд; г—плоский зонд с охранным кольцом.

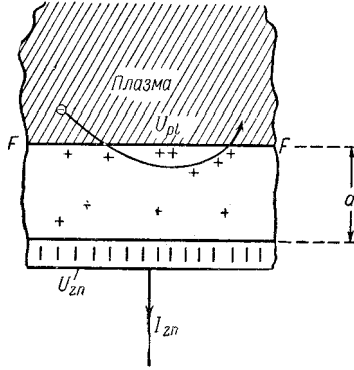


Рис. 206: Положительный слой вблизи зонда.

попадут на зонд. (Это верно только для плоского зонда и только в том случае, если можно пренебречь явлениями у краев.) Так как на плоскости FF поле равно нулю, то граничные условия задачи такие же, как в задаче о токе в плоском диоде с катодом, обладающим неограниченной эмиссией, если пренебречь, как в теории диода, начальными скоростями и считать, что разрежение высокое и столкновений с молекулами нет. Значит, можно написать для плотности тока на зонд:

$$j_{zn} = j_i = \frac{1}{9\pi} \sqrt{2 \frac{e^-}{m_i}} \frac{(U_{pl} - U_{zn})^{3/2}}{d^2}. \quad (27.2)$$

Здесь j_i — плотность «беспорядочного» ионного тока из невозмущенной плазмы на плоскость FF . В формуле (27.2) j_i при изменении U_{zn} не меняется и, значит, меняется d . Эти изменения можно наблюдать на опыте в режиме, соответствующем участку зондовой характеристики, изображенной на рис. 207. В действительности, из-за влияния краев j_i не остается вполне постоянным.

При повышении потенциала зонда U_{zn} на зонд начинают попадать электроны. Условие попадания имеет вид

$$\frac{1}{2} m v_x^2 \geq eU, \quad (27.3)$$

где $U = U_{pl} - U_{zn}$ — разность потенциалов между невозмущенной плазмой вблизи зонда и зондом. Примем, что электроны плазмы имеют максвелловское распределение скоростей с температурой T_e , средней арифметической скоростью $\bar{v} = \sqrt{8kT_e/\pi m}$ и наиболее вероятной скоростью $v_0 = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \bar{v}$ (S III). Число электронов со скоростями в интервале от v_x до $v_x + dv_x$, попадающих в 1 сек на 1 см² граничной плоскости FF , равно

$$dv_x = \frac{n_e v_x}{\sqrt{\pi} v_0} e^{-v_x^2/v_0^2} dv_x. \quad (27.4)$$

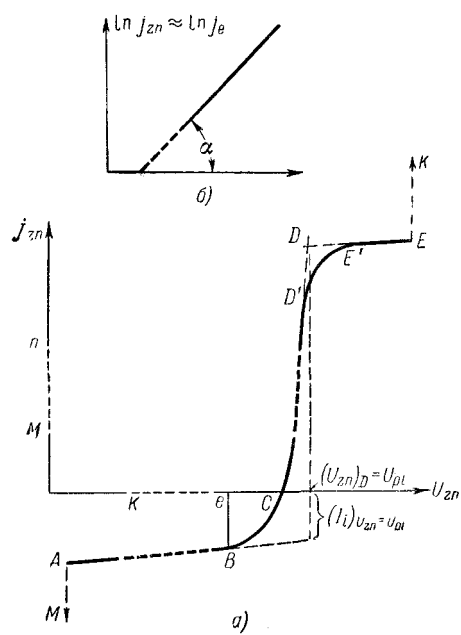


Рис. 207: Зондовая характеристика. Посередине участков AB и CD' кривой, а также на осях сделаны пропуски, показанные пунктиром для того, чтобы на одном чертеже показать все интересные участки характеристики. Наверху—участок CD' характеристики в координатах $\ln j_{zn}$, U_{zn} .

Полное число электронов, попадающих на зонд, получается интегрированием выражения (27.4) в пределах от $v_x = \sqrt{\frac{2e}{m}U}$ до $v_x = \infty$:

$$\nu_e = \int_{\sqrt{\frac{2e}{m}U}}^{\infty} \frac{n_e v_x}{\sqrt{\pi} v_0} e^{-eU/kT_e} = \frac{1}{4} n_e e \bar{v}_e e^{-eU/kT_e}, \quad (27.5)$$

Плотность электронного тока на зонд равна

$$j_e = \nu_e e = \frac{1}{4} n_e e \bar{v}_e e^{-eU/kT_e} = j_{\text{бесп}} e^{-eU/kT_e}, \quad (27.6)$$

где

$$j_{\text{бесп}} = \frac{1}{4} n_e \bar{v}_e e \quad (27.7)$$

— плотность беспорядочного (диффузионного) тока, текущего через плоскость FF в положительный слой или через любую площадку, помещенную внутри плазмы в обоих направлениях.

Логарифмируя (27.6), получим:

$$\ln j_e = \ln j_{\text{бесп}} - \frac{eU}{kT_e}. \quad (27.8)$$

Прибор в цепи зонда (рис. 204) измеряет сумму ионного и электронного токов $j_e + j_i$. В начале подъема характеристики вблизи точки B ионная слагающая сравнима по величине с электронным током j_e и ее нужно учитывать. Но с увеличением U_{zn} ток j_e растет очень быстро и на большей части участка CD характеристики $j_e \gg j_i$, так что $j_e \approx j_{zn}$ — плотности тока на зонд.

Из (27.8) следует:

$$\frac{d(\ln j_{zn})}{dU} = -\frac{e}{kT_e}, \quad (27.9)$$

или так как

$$U = U_{pl} - U_{zn}, \quad dU = -dU_{zn},$$

то

$$\frac{d(\ln j_{zn})}{dU_{zn}} = \frac{e}{kT_e} = \text{tg } \alpha, \quad (27.10)$$

где α — угол наклона восходящего участка характеристики CD , построенного в координатах $\ln j_{zn}$, U_{zn} (рис. 207, б); формулу (27.10) можно переписать в виде

$$\text{tg } \alpha = \frac{11\,600}{T_e}, \quad (27.11)$$

если U_{zn} выражать в вольтах.

2. Результаты зондовых измерений. Распределение скоростей электронов в плазме.

Сделанный выше расчет показывает, что если скорости электронов в плазме действительно распределены по Максвеллу, то на зондовой характеристике, построенной в полулогарифмических координатах $\ln j_{zn}$, U_{zn} , должен получиться прямолинейный участок. Опыт показывает, что в большинстве случаев прямолинейный участок действительно получается, и максвелловское распределение скоростей электронов плазмы можно считать экспериментально доказанным. О случаях, когда наблюдаются отклонения от прямолинейности, см. [Л. 3.4, гл. 8].

Зная наклон прямолинейного участка характеристики, можно по формуле (27.10) или (27.11) найти электронную температуру T_e . Оказывается, что во всех случаях плазмы низкого давления T_e много больше температуры самого газа, т. е. температуры нейтральных молекул. Это обстоятельство мы обсудим ниже.

После точки D' закон нарастания тока на зонд изменяется, и после переходного участка $D'E'$ начинается участок $E'E$ характеристики, соответствующий новому виду зависимости j_{zn} от U_{zn} . Значение U_{zn} на границе обоих участков характеристики следует находить, продолжая до пересечения участки CD' и EE' . Это построение дает точку D , которой соответствует потенциал зонда, при котором формула (27.8) перестает быть верной; это значит, что перестает существовать слой положительного пространственного заряда вблизи зонда и поле у его поверхности меняет направление. Точка D соответствует, следовательно, равенству потенциалов зонда и плазмы

$$(U_{zn})_D = U_{pl}. \quad (27.12)$$

В этой точке характеристики на зонд попадает весь беспорядочный электронный ток, величина которого полностью определяется плазмой и не зависит от U_{zn} . В точке D плотность тока, если пренебречь ионным током, много меньшим электронного, равна

$$(j_{zn})_D = j_{\text{бесп}} = \frac{1}{4} en_e \bar{v}_e = en_e \sqrt{\frac{kT_e}{2\pi m}}. \quad (27.13)$$

Из (27.13), зная T_e , можно найти концентрацию электронов n_e , равную ионной концентрации n_i . Таким образом, зондовая характеристика позволяет определить температуру электронов T_e , их концентрацию n_e и потенциал плазмы в том месте, куда введен зонд U_{pl} . Вводя зонд в разные места плазмы, можно получить сведения о пространственном распределении этих трех важнейших параметров.

Зная, что $n_i = n_e$, и предполагая, что ионы также имеют максвелловское распределение скоростей, можно из формул

$$j_i = \frac{1}{4} en_i \bar{v}_i, \quad \bar{v}_i = \sqrt{\frac{8kT_i}{\pi m_i}} \quad (27.14)$$

найти «температуру» ионов, так как j_i определяется по участку AB характеристики, который нужно экстраполировать до $(U_{zn})_D = U_{pl}$, когда исчезает краевой эффект. Однако зондовая характеристика не дает доказательства того, что скорости ионов распределены по Максвеллу. Казалось бы, что на участке характеристики после точки D , где $U_{zn} > U_{pl}$, ионы и электроны обменяются ролями и вблизи зонда образуется слой отрицательного пространственного заряда. Тогда по изменению ионного тока на этом участке можно было бы судить о распределении скоростей ионов. Но изменения ионного тока маскируются во много раз большим электронным током и их невозможно измерить. Вычисление по формуле (27.14) обычно дает завышенные значения T_i , сильно превышающие температуру газа T . Но ионы, масса которых близка к массе нейтральных молекул, при столкновениях с последними быстро теряют добавочную энергию, полученную ими за счет электрического поля, и состояние плазмы, в котором $T_i \gg T$, вряд ли может иметь место. Поэтому следует думать, что T_i ближе к T , чем к T_e . В плазме низкого давления, например в положительном столбе разряда в цилиндрической трубке, ионы возникают при столкновениях молекул с электронами, увлекаются электронным полем на стенки трубки и достигают их, практически не испытывая столкновений. В этом случае движение ионов носит в основном упорядоченный характер и определить T по формуле (27.14) невозможно.

В точке C зондовой характеристики электронный и ионный токи равны. Следовательно, изолированный зонд, введенный в плазму, зарядится до потенциала $(U_{zn})_C$. Как видно из рисунка, $(U_{zn})_C < (U_{zn})_D = U_{pl}$ и изолированный зонд оказывается по отношению к плазме заряженным отрицательно. Следовательно, измерения потенциала изолированного зонда не дают возможности найти потенциал плазмы U_{pl} .

Участки AM и EK , отмеченные на рис. 207 пунктиром, собственно говоря, уже не принадлежат зондовой характеристике. В точке A зонд переходит в режим катода. В режиме катода электрод эмиттирует электроны. Значит, для перехода зонда в режим катода нужно, чтобы его потенциал был много ниже потенциала плазмы (катодное падение потенциала; см. ниже § 28), и тогда попадающие на зонд ионы будут выбивать из него вторичные электроны, обеспечивая тем самым необходимую для катода эмиссию. В точке E зонд переходит в режим анода и ток на него резко возрастает. Для перехода в режим анода достаточно, чтобы U_{zn} было выше U_{pl} всего на несколько вольт (порядка U_i).

В табл. 18 приведены некоторые результаты экспериментального исследования плазмы различного происхождения. По табл. 18 следует сделать несколько замечаний. Рассмотрим столбцы, содержащие данные о давлении и температурах T_e и T . При высоких давлениях в газоразрядных плазмах температуры одинаковы в пределах точности эксперимента: такие плазмы называют изотермическими. Изотермической является и плазма ионосферы, в которой нет направленного тока. При низких давлениях в газоразрядных плазмах всегда $T_e \gg T$ (строки 1—4 таблицы). Это неизотермические плазмы. Неизотермическая газоразрядная плазма — это единственный из-

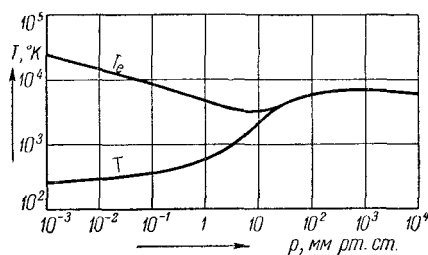


Рис. 208: Температура электронов T_e и температура газа T разряда в парах ртути в зависимости от давления.

вестный случай среды, образованной идеально перемешанными в пространстве частицами разных сортов, находящимися, несмотря на это, между собой в столь плохом «тепловом контакте», что каждый сорт характеризуется своей и притом часто очень различной температурой. Качественное объяснение этому дать нетрудно. В установившемся состоянии как электроны, так и ионы передают при столкновениях нейтральным молекулам всю энергию, получаемую ими от поля электродов, в результате чего газ несколько нагревается. Значит, в среднем при одном столкновении передается энергия, полученная от поля в течение одного свободного пробега. Масса иона почти равна массе молекулы, и передача энергии в этом случае происходит легко, так что средняя энергия ионов превышает среднюю энергию молекул на величину, примерно равную энергии, приобретенной за один свободный пробег. «Тепловой контакт» между ионами и молекулами достаточно хорош.

Для электронов равенство между получаемой от поля и передаваемой молекулам энергиями (при низких давлениях) может быть достигнуто только, если средняя энергия электронов много больше, чем средняя энергия молекул. В самом деле, если разность между энергией электронов и молекул невелика, то почти все столкновения упругие, а при упругом столкновении коэффициент потери энергии $\delta = 2 \frac{m}{m_m}$ (см. § 25) очень мал и энергия электронов должна возрастать. При увеличении энергии электронов, во-первых, увеличивается энергия, передаваемая молекулам при упругих столкновениях, и, во-вторых, некоторые столкновения происходят неупруго, с большой потерей энергии. В результате при большой разности средних энергий электронов и молекул, зависящей, очевидно, от напряженности и числа столкновений, состояние плазмы оказывается установившимся. Этому состоянию соответствует большая температура электронов. Вполне понятно, что с увеличением давления разность между T_e и T должна уменьшаться и должна обнаруживаться тенденция к понижению T_e (при условии, что поле в разряде не увеличивается сильно). Этот вывод вполне соответствует данным табл. 18. На рис. 208 дана зависимость T_e и T от давления для дугового разряда, плазма которого делается изотермической при давлении $p \approx 30$

мм рт. ст.

В последнем столбце табл. 18 приведены значения плотности беспорядочного электронного тока, зависящей от n_e и T_e . Так как эти величины в свою очередь зависят от плотности направленного тока, без которого не могла бы существовать газоразрядная плазма, то должна существовать связь между $j_{\text{напр}}$ и $j_{\text{бесп}}$. Ленгмюр нашел, что для ртутной газоразрядной плазмы $j_{\text{бесп}}/j_{\text{напр}}$ равно примерно 8 при $T_e = 12\,000^\circ\text{K}$ и падает до 1 при очень высоких значениях T_e . Обычно в разрядах $j_{\text{бесп}}$ в несколько раз больше $j_{\text{напр}}$.

В газоразрядной плазме, т. е. в высокоионизированном газе, находящемся в электрическом поле электродов, как показывает опыт, устанавливается максвелловское или во всяком случае близкое к максвелловскому распределение скоростей электронов. Можно до известной степени проследить, с какой быстротой происходит установление распределения скоростей. Газоразрядная плазма граничит с другими областями разряда, откуда в нее может поступать поток направленных электронов: таков, например, случай плазмы второго катодного свечения тлеющего разряда, куда поступают быстрые электроны из области катодного падения потенциала. Очень часто к плазме прилегает отрицательно заряженная стенка, на которую из плазмы уходят быстрые электроны, в то время как медленные от нее отражаются; то же самое будет происходить на зонде, введенном в плазму. Во всех этих случаях на границе происходит непрекращающееся нарушение распределения скоростей, и можно задать вопросом, на каком расстоянии от места нарушения максвелловское распределение оказывается восстановленным. Это расстояние называется длиной релаксации. В местах, где максвелловское распределение нарушено, зондовая характеристика оказывается искаженной. Поэтому, помещая зонд на разных расстояниях от места нарушения, можно экспериментально найти длину релаксации.

Длина релаксации, как легко понять, должна зависеть от механизма обмена энергией между частицами плазмы. Вопрос о механизме обмена энергией имеет для теории плазмы очень большое значение, и ему посвящено много исследований, однако окончательное решение пока не получено. Установлено, что, помимо столкновений электронов с молекулами и взаимодействий между двумя электронами во время их сближения (парные взаимодействия электронов), необходимо учитывать и так называемые дальние взаимодействия электронов, т. е. действие на отдельный электрон всей совокупности удаленных от него электронов, которое отнюдь не сводится к нулю, а проявляется в высокочастотных колебаниях электрического поля. Относительная роль всех перечисленных видов взаимодействий электронов друг с другом и с молекулами может меняться вместе с условиями разряда, в частности с давлением. Например, при низких давлениях и не очень слабом токе разряда важным фактором в установлении распределения являются, по-видимому, неупругие столкновения электронов с молекулами. При этих условиях, как показывает опыт, длина релаксации оказывается близкой к длине свободного пробега электрона. Это показывает, что уже первые столкновения вызывают резкие изменения скоростей электронов,

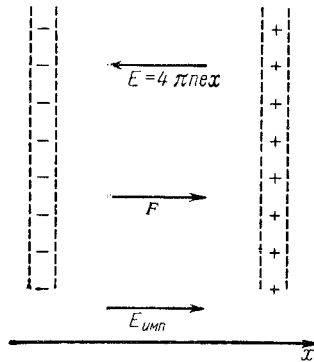


Рис. 209: К выводу формулы (27.16).

что может случиться только при неупругом их столкновении. Обзор вопроса о механизме установления распределения скоростей электронов можно найти в книгах, специально посвященных электрическим явлениям в газах.

3. Колебания в плазме.

Как уже указывалось, дальнейшие взаимодействия электронов надо понимать как возникновение в плазме высокочастотных электромагнитных полей, влияющих на движение отдельных электронов. Колебания электронов плазмы, результатом которых являются высокочастотные поля, были обнаружены на опыте. Возникновение электронных колебаний плазмы можно представить себе с помощью следующей упрощенной картины. Пусть в объеме, ограниченном двумя плоскостями и занятом однородной плазмой, возникает на очень короткий промежуток времени электрическое поле $E_{\text{имп}}$, направленное перпендикулярно к граничным плоскостями. Электроны сместятся на величину x , но тяжелые ионы почти не сдвинутся с места. На границах объема появятся заряды, расположенные так, как это показано на рис. 209. В плазме появится поле

$$E = 4\pi n e x,$$

и на каждый электрон будет действовать сила, имеющая величину

$$F = 4\pi n e^2 x.$$

Принимая во внимание направления смещения и силы, уравнение движения электрона можно написать в виде

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -4\pi n e^2 x. \quad (27.15)$$

Из этого уравнения видно, что электроны совершают колебания с круговой частотой

$$\omega = 2\pi f = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m}}, \quad (27.16)$$

откуда частота

$$f = \sqrt{\frac{n e^2}{\pi m}} \approx 9 \cdot 10^3 \sqrt{n} \text{ гц.} \quad (27.17)$$

В реальной плазме явление, конечно, протекает сложнее. Смещения электронов могут происходить не во всей плазме, а только в некоторой ее части. В области, где произошло смещение, плотность электронов и величина смещения могут быть различны в разных местах и поле, возвращающее электроны в исходное положение, будет неоднородным. Не учтены также тепловое движение электронов и связь его с затуханием колебаний. Однако частота колебаний приблизительно правильно оценивается формулами (27.17) и (27.16).

Собственные колебания электронов в плазме были обнаружены экспериментально благодаря тому, что в системе, состоящей из газоразрядной плазмы, питаемой от батареи постоянного тока, и колебательного контура, возможно при некоторых режимах самовозбуждение колебаний. Как показывает формула (27.17) при n , равном $10^{10} \div 10^{12} \text{ 1/см}^3$, собственные длины волн электронов плазмы лежат в дециметровом и сантиметровом диапазонах. Контур устраивается с таким расчетом, чтобы плазма находилась в его высокочастотном поле. Например, в первых работах по колебаниям плазмы контур представлял собой двухпроводную линию, подключенную к одному из основных электродов и к металлической пластинке, находящейся около стенки баллона, в котором происходил разряд. Между этими электродами, таким образом, находился большой объем, занятый плазмой. Оказалось, что в линии при определенных режимах разряда возникали колебания, длину волны которых было легко измерить. Эксперименты, впервые выполненные Ленгмюром и Тонксом в 1929 г., а затем и многими другими, показали, что формула (27.17) дает правильную зависимость частоты от n и приблизительно верные количественные значения. Заметим, что существование собственных колебаний электронов должно сказываться и в других случаях, например тогда, когда плазма находится в высокочастотном электрическом или магнитном поле постороннего генератора. Кроме колебаний электронов, в плазме могут существовать и ионные колебания. Частоты ионных колебаний много меньше, и экспериментальное их изучение затрудняется тем, что в том же частотном диапазоне лежат флуктуационные колебания электрического разряда. Сильные колебания, создающие помехи радиоприему, возникают в плазме разряда люминесцентных ламп.

§ 28. Тлеющий и дуговой разряды

Форма разряда, устанавливающегося после пробоя разрядного промежутка, может быть очень различной в зависимости от конфигурации электро-

дов, давления газа и внешней цепи разряда. Самостоятельный разряд в большинстве случаев состоит из нескольких, сильно отличающихся друг от друга областей. Особенно сложно строение искровых разрядов при высоких (порядка атмосферного) давлениях, для которых характерно образование разветвленных токопроводящих каналов, быстро меняющихся со временем. В связи с большим разнообразием и сложностью физических явлений достаточно полное изложение современных представлений о самостоятельных разрядах доступно только в книгах, специально посвященных физике электрических явлений в газах [Л. 3.1; Л. 3.2; Л. 3.3; Л. 3.5]. Ниже речь будет идти главным образом о тлеющем и дуговом разрядах низкого давления, чаще всего встречающихся в ионных приборах, а о других видах самостоятельного разряда — коронном разряде, искре и дуге высокого давления — будет сказано только немного (§ 30).

1. Описание тлеющего разряда.

Различные места тлеющего разряда дают резко неодинаковое свечение. Это обстоятельство послужило первой причиной разделения тлеющего разряда на отдельные области, которым, как было найдено впоследствии, соответствуют определенные различия в состоянии газа. Трудно, однако, получить фотоснимок, на котором были бы видны все светлые и темные области, встречающиеся в тлеющем разряде, тем более, что часто некоторые из них отсутствуют.

На рис. 210 показаны все области, которые могут встречаться в тлеющем разряде, а также экспериментально найденные распределения свечения, потенциала, напряженности поля и плотности пространственного заряда вдоль разряда в том виде, в каком они получаются в неслишком широких трубках.

Примыкающая к катоду так называемая катодная часть тлеющего разряда состоит из чередующихся первой и второй темных областей и первого и второго катодного свечения¹. Далее, по направлению к аноду находится третья темная область, за которой лежат светлый положительный столб и — вблизи анода — анодная темная область и анодное свечение; две последние области образуют анодную часть разряда.

Наиболее важной, жизненно необходимой для существования тлеющего разряда является его катодная часть. Это доказывается известным опытом над разрядом в трубке, один из электродов которой можно перемещать, меняя тем самым длину разряда. При сближении электродов независимо

¹В тексте здесь приведены наименования темных и светлых областей, предложенные Комитетом технической терминологии АН СССР. В книгах как зарубежных, так и советских авторов часто встречаются также наименования: астонова темная область (первая катодная темная область), катодная светящаяся пленка (первое катодное свечение), крукова или гитторфова темная область (вторая катодная темная область), отрицательное тлеющее свечение (второе катодное свечение), фарадеева темная область. В дальнейшем, наряду с обозначениями темных областей по порядку их расположения, считая от катода, будут применяться и названия: астонова, крукова, фарадеева темные области и отрицательное тлеющее свечение. Эти названия отмечены на рис. 210.

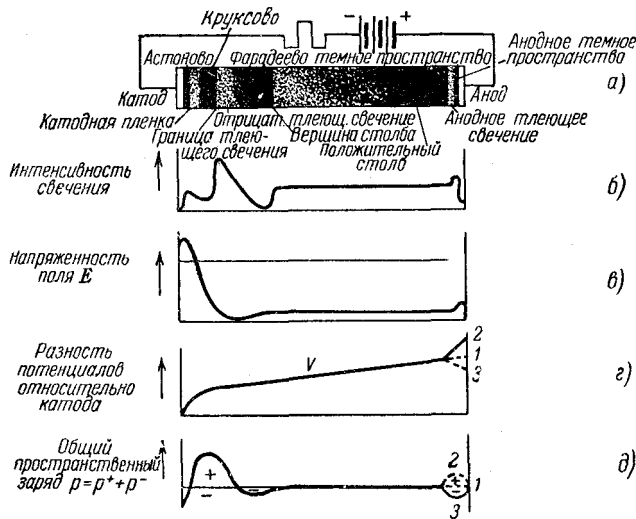


Рис. 210: Области тлеющего заряда (а) и распределения: интенсивности свечения (б), напряженности поля (в), потенциала (г), общего пространственного заряда (д).

от того, какой из них остается неподвижным, катодные и анодные части разряда остаются без изменения, но положительный столб укорачивается и (при неизменной силе тока) уменьшается напряжение между электродами на величину, равную падению напряжения в «исчезнувшей» части столба.

Разряд не нарушается при укорочении и даже полном исчезновении положительного столба, т. е. тогда, когда анод введен в фарадееву темную область, и только при аноде, введенном во второе катодное свечение, для сохранения прежней силы тока приходится повышать напряжение на трубке, что указывает на нарушение процессов, поддерживающих разряд. Этот опыт показывает, что разряд в катодной части не нуждается в существовании положительного столба.

Анодная часть разряда является переходной областью между плазмой положительного столба и металлом анода. Ее второстепенная роль в тлеющем разряде доказывается уже тем, что она может совершенно отсутствовать. Но без катодной части тлеющий разряд не может существовать. Отсюда следует сделать вывод, что в катодной части разряда имеют место все процессы, необходимые для его поддержания, а для появления положительного столба и анодной части разряда должны соблюдаться некоторые специальные условия. Следовательно, может существовать устойчивый тлеющий разряд, состоящий только из катодной части.

Характерной особенностью тлеющего разряда является большое катодное падение потенциала, простирающееся вплоть до второго катодного свечения. Положительные ионы, ускоренные этим падением потенциала, с боль-

шой скоростью бомбардируют катод, выбивая оттуда вторичные электроны. Из других гамма-процессов известное значение могут иметь вырывание электронов метастабильными атомами и фотоэлектронная эмиссия катода. Вторичные электроны имеют вблизи катода небольшую скорость и создают поэтому у самого катода небольшой отрицательный пространственный заряд (рис. 210, *д*).

Имея при выходе из катода небольшую скорость, электроны не могут ни ионизировать, ни даже возбуждать атомы газа, пока не приобретут достаточной скорости; этим объясняется возникновение тонкой первой катодной темной области. Первое катодное свечение возникает там, где энергия электронов делается достаточной для возбуждения атомов газа. Электроны, не испытавшие столкновений в те моменты, когда их энергия близка к максимуму функции возбуждения, при дальнейшем движении от катода в значительной степени теряют способность возбуждать атомы газа, так как функции возбуждения имеют резкий максимум (см. § 24). Зато вероятность ионизации сохраняет большое значение на протяжении всей второй темной катодной области, где образуется вследствие этого положительный пространственный заряд (рис. 210, *д*).

Во второй темной катодной области вероятность возбуждения мала, но не равна нулю. Поэтому она слабо излучает, но по контрасту с соседними более светлыми областями кажется темной. Электроны, образовавшиеся при ионизирующих соударениях, перемещаются вместе с первичными электронами в сторону анода, и концентрация их возрастает по мере удаления от катода. Суммарный пространственный заряд $en_i - en_e$ уменьшается, и напряженность поля делается очень малой. На некотором расстоянии от катода поле падает до нуля и может даже переменить направление, оставаясь, однако, все время малым по величине (рис. 210, *е*). Эти свойства принадлежат новой области — второму катодному свечению, характеризующемуся малой напряженностью поля, высокой концентрацией ионов и электронов и нулевой (или слабо отрицательной) суммарной плотностью пространственного заряда.

Во втором катодном свечении газ находится в состоянии плазмы. Его излучение содержит линии дугового и искрового спектров газа; последние, как известно, для своего возбуждения требуют большой энергии. Можно думать, что линии искрового спектра возбуждаются быстрыми электронами, приходящими со стороны второй темной области, в то время как линии дугового спектра возбуждаются главным образом электронами плазмы, электронная температура которой достаточно высока.

Кроме того, в спектре второго катодного свечения наблюдаются сплошные полосы спектра рекомбинации электронов. Этот процесс, как было указано (§ 24), характеризуется малой вероятностью, однако во втором катодном свечении, где поле очень слабо и концентрация ионов и электронов очень высока, условия благоприятные и рекомбинация электронов действительно имеет место. Со стороны второй (кружковой) темной области градиент поля велик, поэтому с этой стороны граница второго катодного свечения довольно определенная и движение электронов и ионов в основном опреде-

ляется действующим здесь сильным полем. Но со стороны анода градиент поля невелик и даже может на некотором протяжении менять знак. Зато градиент концентрации здесь, наоборот, очень велик и электроны и ионы переходят в фарадееву темную область главным образом путем диффузии.

Яркость в сторону анода убывает постепенно, и граница второго катодного свечения с фарадеевой темной областью оказывается размытой. Характерной особенностью второго катодного свечения является проникновение в него со стороны катода быстрых электронов, поэтому границей его со стороны анода следует считать место, где это явление перестает быть заметным.

Электроны и ионы попадают в фарадееву темную область, как уже было сказано, путем диффузии. Скорости их и градиент потенциала в этой области малы, поэтому не только ионизирующих, но и возбуждающих столкновений здесь почти нет. Некоторое количество ионизаций и возбуждений может получаться только за счет ударов второго рода с метастабильными атомами и путем фотоионизации и за счет поглощения излучения соседних областей. Температура электронов в фарадеевой области понемногу возрастает по мере приближения к аноду, и в узких трубках довольно резко наступает граница, пройдя которую электроны вновь оказываются в состоянии возбуждать и ионизировать молекулы. С этого места начинается положительный столб разряда. Но в широких трубках свечение остается слабым и границу между фарадеевой темной областью и столбом увидеть трудно. В связи с этим иногда говорят, что в широких трубках фарадеева темная область доходит до анода (Л. 3.3, т. II, стр. 79).

В положительном столбе широких трубок градиент потенциала принимает постоянное значение, зависящее только от рода газа и его давления. Это можно считать признаком, свойственным положительному столбу в широких трубках или, как его иногда называют, остову разряда. Градиент в остове разряда приблизительно пропорционален давлению и равен при 1 мм рт. ст. 0,5 в/см для Ne, 3 в/см для N₂. Все сказанное выше позволяет определить фарадееву темную область как переходную от катодной части разряда к положительному столбу. Положительный столб в узких трубках может достигать очень большой длины (десятки сантиметров и более), и на его долю приходится почти все излучение разряда. Это придает большой интерес изучению процессов в столбе.

Зондовые измерения показывают, что положительный столб — это плазма с концентрацией заряженных частиц, убывающей от оси к стенкам. Продольный градиент потенциала и сила электронного и ионного токов (в простейшем случае сплошного столба, см. ниже § 29) не меняются вдоль столба. Значит, со стороны анода выходит из столба такое же количество электронов, какое в него вошло со стороны катода; то же самое, только с переменной направленности, верно для ионов. Но, конечно, выходят из столба не те электроны и ионы, которые в него вошли. В столбе на всем его протяжении интенсивно идут образование и нейтрализация заряженных частиц обоих знаков. Причиной появления заряженных частиц служат столкновения электронов с молекулами газа, а нейтрализация электронов и ионов

происходит на стенках трубки, куда они уходят под действием радиального электрического поля и теплового движения. В стационарном состоянии оба эти процесса вполне скомпенсированы. Положительный столб ничего не прибавляет к катодной части разряда и ничего не отнимает от нее, он играет роль провода, соединяющего эту часть разряда с анодом. Поэтому изучение тлеющего разряда естественно следует начинать с его катодной части, где сосредоточены все процессы, необходимые для стабильного существования разряда.

Процессы в положительном столбе газового разряда подробнее рассматриваются ниже (§ 29 и 30).

2. Катодная область тлеющего разряда.

Короткий итог сказанному выше о катодной части тлеющего разряда можно подвести в следующем виде: из катода за счет гамма-процессов появляется столько электронов, ионизирующих молекулы газа в области катодного падения потенциала, что в установившемся режиме разряда ионизационное нарастание оказывается равным единице и в разряде обеспечивается непрерывная и полная замена носителей тока. Температура катода при этом остается настолько низкой, что термоэлектронная эмиссия незаметна. Связь катодной области с остальной частью разряда ограничивается только тем, что из нее выходит некоторое количество электронов, уходящих непосредственно на анод, если он находится на границе катодной области, или в положительный столб. Ионы не поступают со стороны анода в катодную часть разряда. Это дает возможность строить теорию катодной области разряда, не считаясь с явлениями в других его частях.

В теории катодной части тлеющего разряда можно исходить из найденного экспериментально распределения электрического поля, для измерения которого существуют различные методы. Рис. 211 дает представление о методе поперечного электронного луча. Разряд пересекается тонким электронным лучом, выходящим из пушки и оставляющим след на люминесцирующем экране. По смещению пятна можно найти напряженность поля в том месте разряда, где проходит луч, а перемещая скрепленные стержнем S электроды, между которыми происходит разряд, можно это измерение проделать для любого места разряда. Другой метод измерения поля в разряде основан на так называемом эффекте Штарка — расщеплении линий в спектре газа, находящегося в электрическом поле². Этот метод особенно ценен тем, что он не требует введения в разряд каких-либо зондов, но он хорошо применим только к сильным полям.

Типичные результаты измерения напряженности поля E в катодной части тлеющего разряда изображаются графиком рис. 212. Как видно, только на краях катодной части разряда зависимость E от расстояния сильно отличается от линейной. Примем поэтому, что в катодной части разряда поле линейно зависит от x (x — расстояние до катода) и выражается формулой

²Об эффекте Штарка см., например, [Л. А. 2, т. III, гл. 30, § 341].

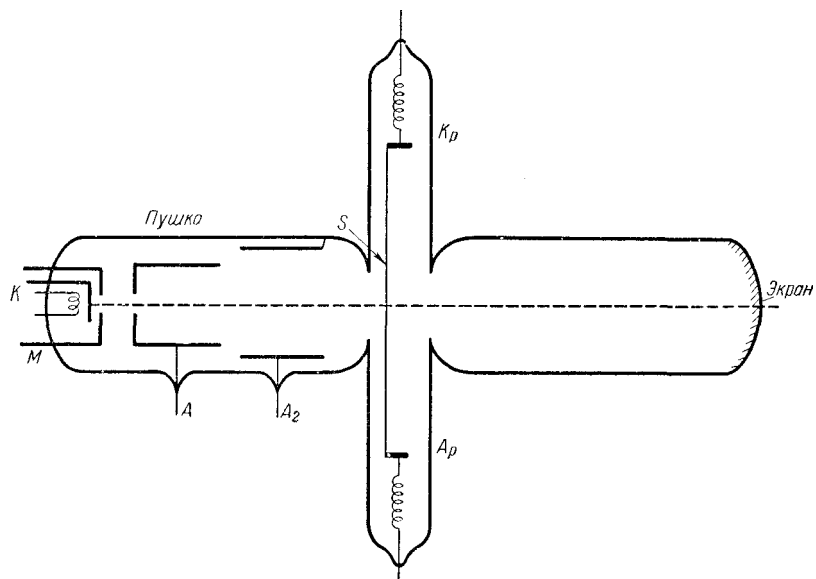


Рис. 211: Схема прибора с поперечным электронным лучом для исследования распределения поля в разряде. K_p , A_p —катод и анод разрядного промежутка; K , M , A_1 , A_2 —электроды электронной пушки.

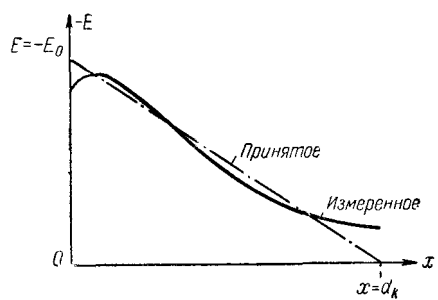


Рис. 212: Распределение поля в катодной части тлеющего разряда по экспериментальным данным и его линейная аппроксимация.

(если ось x направить от катода)

$$E(x) = E_0 \left(\frac{x}{d_k} - 1 \right). \quad (28.1)$$

Через d_k обозначено расстояние от катода, где напряженность $E(x)$ при условии точного выполнения формулы (28.1) обратилась бы в нуль.

Из уравнения Пуассона получаем плотность пространственного заряда

$$\rho = -\frac{1}{4\pi} \frac{d^2 U}{dx^2} = \frac{1}{4\pi} \frac{dE}{dx} = \frac{E_0}{4\pi d_k}. \quad (28.2)$$

Плотность ионной составляющей тока на катоде равна по величине

$$(j_i)_k = \rho \bar{u}_i = \rho b_i E_0, \quad (28.3)$$

и плотность электронной составляющей

$$(j_e)_k = \gamma (j_i)_k = \gamma \rho b_i E_0, \quad (28.4)$$

так как на каждый ион, попавший на катод, приходится γ эмиттированных катодом электронов. Полная плотность тока в разряде равна

$$j = (j)_k = (j_i)_k + (j_e)_k = (1 + \gamma) \rho b_i E_0 = \frac{E_0^2 b_i}{4\pi d_k} (1 + \gamma). \quad (28.5)$$

E_0 можно выразить через катодное падение потенциала $U_{\text{кат}}$ — величину, легко поддающуюся экспериментальному определению. При $x = d_k$ $U = U_{\text{кат}}$, а $dU = -Edx$, так что

$$U_{\text{кат}} = \int_0^{d_k} -Edx = E_0 \int_0^{d_k} \left(1 - \frac{x}{d_k} \right) dx = \frac{E_0 d_k}{2}, \quad (28.6)$$

откуда

$$j = \frac{U_{\text{кат}}^2 b_i (1 + \gamma)}{\pi d_k^3}. \quad (28.7)$$

В формулу (28.7) входит ширина области катодного падения потенциала d_k , которая сама зависит от j и $U_{\text{кат}}$. Чтобы исключить d_k , используем условие стационарности разряда, которое, принимая во внимание, что E непостоянно, нужно здесь записать в форме (26.29):

$$\ln \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right) = \int_0^{d_k} \alpha dx.$$

Если принять для α упрощенную формулу Таунсенда (§ 27)

$$\frac{\alpha}{p} = A \exp \left(-\frac{Bp}{E} \right),$$

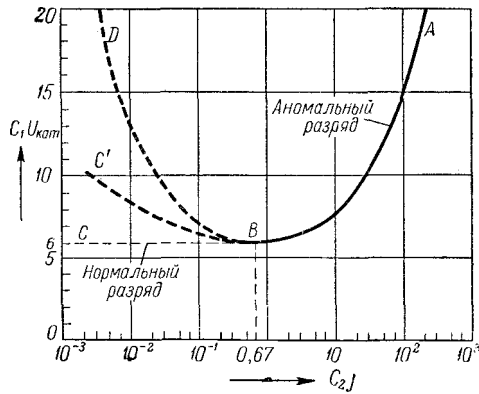


Рис. 213: Теоретический вид вольт-амперной характеристики на участке перехода к аномальному тлеющему заряду. На рисунке указаны приближенные значения координат точки B в электростатической системе единиц.

то условие стационарности разряда примет вид

$$\begin{aligned} \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) &= Ap \int_0^{d_k} \exp\left\{-\frac{Bp}{E_0\left(\frac{x}{d_k} - 1\right)}\right\} dx = \\ &= Ap \int_0^{d_k} \exp\left\{-\frac{Bp}{\frac{2U_{\text{кат}}}{d_k}\left(\frac{x}{d_k} - 1\right)}\right\} dx. \end{aligned} \quad (28.8)$$

Формула (28.8) дает еще одно соотношение между $U_{\text{кат}}$ и d_k , с помощью которого можно из (28.7) исключить d_k и получить связь между $U_{\text{кат}}$ и j , т. е. уравнение вольт-амперной характеристики. Результат этих расчетов (более подробно см. [Л. 3.3, т. II, § 29]) можно представить графиком, изображенным на рис. 213, причем постоянные C_1 и C_2 равны:

$$C_1 = \frac{2A}{B \ln(1 + 1/\gamma)}; \quad C_2 = \frac{4\pi \ln(1 + 1/\gamma)}{AB^2(p b_i)p^2(1 + \gamma)}. \quad (28.9)$$

Негрудно видеть, что произведения $C_1 U_{\text{кат}}$ и $C_2 j$ безразмерны. Кривая рис. 213, следовательно, может быть использована для всех газов и катодов, для которых известны A , B , b_i и γ , так что возможно сравнение теории с опытом.

Обратимся к сравнению теоретической вольт-амперной характеристики катодной области ABD с экспериментом. Правая ветвь кривой AB показывает, что при уменьшении силы тока через разряд jS и при неизменном сечении разряда S должно уменьшаться катодное падение потенциала $U_{\text{кат}}$.

Опыт показывает, что это так и есть, безразлично, находится ли анод на границе катодной части разряда, когда напряжение горения близко к $U_{\text{кат}}$, или вдали от нее. Уменьшение должно продолжаться до точки минимума кривой, после чего дальнейшее уменьшение плотности тока должно опять вызвать увеличение $U_{\text{кат}}$. Но уменьшение силы тока может сопровождаться не уменьшением плотности тока, а уменьшением его сечения. Как раз это и имеет место в действительности. При уменьшении силы тока разряд сначала идет через всю поверхность катода и имеет постоянное сечение. После достижения точки B характеристики начинается сокращение сечения разряда. Сокращение сечения разряда S можно непосредственно наблюдать по уменьшению площади светящейся пленки (первого катодного свечения), которая по мере уменьшения тока покрывает все меньшую часть катода. Опыт показывает, что активная площадь катода изменяется пропорционально силе тока, т. е. при этом остается $j = \text{const}$, откуда следует, что не должно меняться и $U_{\text{кат}}$. Уменьшение сечения разряда, начинающееся после достижения некоторой минимальной плотности тока, не находит себе объяснения в рамках излагаемой здесь теории, и причины этого явления пока не выяснены. Если $U_{\text{кат}}$ составляет все или почти все напряжение на трубке, то и это последнее будет оставаться постоянным, и мы получим участок BC характеристики, отличающейся от левой ветви теоретической кривой BD . Режим тлеющего разряда, при котором катодное падение потенциала и плотность тока остаются постоянными, называется нормальным. Восходящей ветки характеристики соответствует аномальный тлеющий разряд. Следует заметить, что если анод отодвинут от границы катодной части разряда и существует положительный столб, то характеристика примет вид кривой ABC' вследствие изменения градиента напряжения в столбе. Причины эти будут выяснены в следующем параграфе.

Обозначая значения $(C_1 U_{\text{кат}})$ и $(C_2 j)$ для точки B (рис. 213) соответственно через m и k , получим из (28.9):

$$(U_{\text{кат}})_{\text{min}} = U_{\text{норм}} = \frac{mB}{A} \ln \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right), \quad (28.10)$$

$$\left(\frac{j}{p^2} \right)_B = \left(\frac{j}{p^2} \right)_{\text{норм}} = \frac{k}{4\pi} \frac{AB^2(b_i p)(1 + \gamma)}{\ln \left(1 + \frac{1}{\gamma} \right)}; \quad (28.11)$$

причем одинаковые для всех газов величины $k \approx 0,67$ и $m \approx 6$, если B , b_i , j выражены в электростатических единицах. Так как $b_i \sim 1/p$, то формулы (28.10) и (28.11) показывают, что для всякой комбинации газа и материала катода существуют постоянное по величине нормальное катодное падение потенциала $U_{\text{норм}}$ и нормальное значение отношения $(j/p^2)_{\text{норм}}$. Это в общем подтверждается опытом. Пример очень хорошего постоянства $U_{\text{норм}}$ приведен в табл. 19.

В других случаях $U_{\text{норм}}$ все же меняется с давлением; например, в He в интервале давлений от 14 до 0,6 мм рт. ст. $U_{\text{норм}}$ изменяется на 7,5 %. В H₂ и N₂ катодное падение меняется еще сильнее. Значения $U_{\text{норм}}$ для различных газов и катодов даны в табл. 20.

Таблица 18: Значения $U_{\text{норм}}$ для O_2 при различных давлениях (катод из железа)

p [мм рт. ст.]	3,77	2,83	2,22	1,24	0,81	0,26	0,10
$U_{\text{норм}}$	354	352	352	352	351	346	351

Таблица 19: Нормальное катодное падение потенциала [Л. 3.13; Л. 3.3]

Катод	Газ							
	Воздух	Ar	H ₂	Hg	Ne	N ₂	O ₂	
Al	230	100	170	245	120	180	310	
Cu	375	130	214	450	220	208	—	
Fe	270	165	250	300	150	215	290	
Pt	277	130	276	340	152	216	364	
K	180	64	94	—	68	170	—	
[Cs ₂ O]; Cs	—	—	—	—	37	—	—	

Постоянство отношения $(j/p^2)_{\text{норм}}$ также соблюдается не вполне точно. Например³, для разряда в Ne с платиновым катодом при изменении давления в четыре раза отношение $(j/p^2)_{\text{норм}}$ изменяется более чем на 25 %. Значение постоянной $(j/p^2)_{\text{норм}}$ для разных газов см. [Л. 3.3, т. II, § 43; Л. 3.13, гл. 8].

Цифры табл. 20 следует рассматривать как ориентировочные. Тем не менее из них можно сделать достаточно определенные выводы. Катодное падение потенциала оказывается существенно меньшим для инертных газов, чем для таких газов, как N₂ и O₂, или паров ртути.

Количественное истолкование этого факта не так просто, так как, с одной стороны, с увеличением энергии ионизации $W_i = eU_i$ коэффициент Таунсенда α должен уменьшаться, а γ возрасти, а с другой — на величину γ должны влиять наличие метастабильных атомов и их энергия. Между работой выхода и $U_{\text{норм}}$ зато существует физически вполне понятная связь: $U_{\text{норм}}$ тем меньше, чем меньше работа выхода. Для некоторых газов между работой выхода катода и $U_{\text{норм}}$ существует даже просто линейная зависимость. Таким образом, наименьшего $U_{\text{норм}}$ следует ожидать от комбинации инертного газа с катодом из щелочного металла или со сложным катодом, имеющим малую работу выхода. Это хорошо видно из табл. 20: наименьшее $U_{\text{норм}} = 64$ в получается для разряда в Ar с катодом из K (для Ne с тем же катодом $U_{\text{норм}} = 59$ в) и для разряда в Ne с кислородно-цезиевым катодом, где $U_{\text{норм}} = 37$ в. Это имеет важное практическое значение для конструирования трубок с низким напряжением зажигания и горения, так как $U_{\text{кат}}$ составляет всегда (за исключением очень тонких и длинных трубок) большую часть напряжения между электродами.

³См. Emeleus, The conduction of Electricity through Gases, 1951, стр. 26.

Подставляя $U_{\text{норм}}$ и $j_{\text{норм}}$ из (28.10) и (28.11) в формулу (28.7), получим для длины области катодного падения нормального разряда

$$pd_{\text{норм}} = \sqrt[3]{\frac{4m^2}{k} \ln\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right)} = \text{const.} \quad (28.12)$$

Это соотношение также подтверждается на опыте. Для заданного p из (28.13) можно вычислить $d_{\text{норм}}$. Например, для катода из Al и различных газов при давлении $p = 1$ мм рт. ст. для $d_{\text{норм}}$ получаются цифры: 0,31 мм (N_2), 0,72 мм (H_2), 0,64 мм (Ne), 0,29 мм (Ar). Это означает, что на протяжении области катодного падения в N_2 укладывается 77 средних молекулярных пробегов, в H_2 — 85, в Ne — 66, в Ar — 59. Так как при изменении p как длина свободного пробега молекулы $\bar{\lambda}$, так и $d_{\text{норм}}$ изменяются пропорционально $1/p$, то эти числа остаются верными при всех давлениях. Длина катодной части тлеющего разряда составляет, таким образом, несколько десятков свободных пробегов.

Все сказанное выше позволяет утверждать, что теория катодной части разряда, несмотря на принятые в ней неточные исходные положения и пренебрежения (упрощенная формула для α , линейность функции $E(x)$ и т. д.), хоть и не полно, но в основном верно отражает свойства катодной области. Больше того, в некоторых случаях теория дает и количественное совпадение. Например, для разряда в аргоне при $p = 10$ мм рт. ст. с алюминиевым катодом теоретическое значение $U_{\text{норм}}$ оказалось равным 279 в, в то время как опыт дал 265 ± 25 в.

В режиме аномального тлеющего разряда, к которому относится правая восходящая ветвь кривой (рис. 213), можно пользоваться эмпирической формулой для вольт-амперной характеристики:

$$U_{\text{кат}} = U_{\text{норм}} + \frac{K}{p} \sqrt{j - j_{\text{норм}}}, \quad (28.13)$$

где K — эмпирическая константа, значение которой зависит от выбора единиц. Возрастание $U_{\text{кат}}$ по сравнению с нормальным разрядом объясняется тем, что при увеличении плотности тока возрастает и положительный пространственный заряд перед катодом.

3. Различные виды дуговых разрядов и некоторые их общие свойства.

При увеличении силы тока аномальный тлеющий разряд переходит в дуговой разряд (дугу); особенности этого перехода, а также и другие способы зажигания дуги мы рассмотрим позже, а сначала остановимся на различных типах дуговых разрядов и некоторых их общих свойствах, а также наметим порядок их изучения. Есть ряд особенностей дуговых разрядов, заставляющий выделить их в особую группу самостоятельных разрядов, отличную от тлеющих разрядов. Во-первых, для дуги характерны гораздо

большие, чем для тлеющего разряда, токи и меньшие напряжения горения. Во-вторых, очень часто, хотя и далеко не всегда, в дуге анод и катод, а также и газ между ними нагреваются до очень высокой температуры. В-третьих, дуговые разряды могут существовать как при низких (порядка миллиметров ртутного столба и меньше), так и при высоких давлениях, в то время как тлеющий разряд при высоком давлении можно получить только, если принять специальные меры для охлаждения катода.

Существенная разница имеется, как это выяснится в дальнейшем, и в отношении распределения потенциала, характера ионизации и т. д.

Температурные условия в дуговых разрядах могут быть очень различными. Дуги при высоком давлении ($p \approx 1$ атм и выше) отличаются высокой температурой как электродов, так и газа. В дуге низкого давления газ остается относительно холодным, но катод и анод, как правило, сильно накаляются. Разрядный промежуток дуги почти целиком заполнен плазмой, подходящей очень близко к катоду. Поэтому распределение концентрации электронов, их температуру и распределение потенциала можно изучать методом зондовых характеристик.

Применение метода зондов к дуге низкого давления не встречает трудностей. Но зондовые измерения в дуге высокого давления, помимо технических трудностей работы с сильно раскаленной средой, сопряжены с большими ошибками в связи с тем, что зонд охлаждает прилегающий к нему слой газа и тем самым изменяет состояние плазмы.

Кроме того, в теории зондовых измерений предполагается, что электроны и ионы в слое с положительным объемным зарядом, прилегающим к зонду, не испытывают соударений. Это требование также нарушается в дуге высокого давления. В литературе все же можно найти сведения по применению метода зондов к дуге при атмосферном давлении [Л. 3.1, гл. 18, § 6]. Кроме того, как и для тлеющего разряда, можно получить данные о распределении потенциала, измеряя потенциал горения дуги при разных ее длинах. Этот метод, по-видимому, достаточно надежно дает сумму катодного и анодного падений напряжения, равную потенциалу горения очень короткой дуги⁴.

Типичное для дуги распределение потенциала несколько упрощенно представлено на рис. 214. На кривой распределения напряжения можно выделить три участка. Как и в тлеющем разряде, между катодной и анодной частями расположен столб дуги с небольшим и близким к постоянству градиентом потенциала. Он заполнен плазмой и занимает почти все разрядное пространство. Катодное и анодное падения потенциала в дуге невелики. Например, в дуге с угольными электродами в воздухе при токе в пределах от 2 до 20 а $U_{\text{кат}} = 9 \div 11$ в, $U_{\text{ан}} = 11 \div 12$ в. В вакуумной дуге (как называют дуговые разряды, горящие в парах вещества электродов в отсутствие других газов) с ртутным катодом при изменении тока в пределах от 1 до

⁴Неточность количественных данных о различных параметрах высокотемпературных дуг все время следует иметь в виду в дальнейшем. Почти все численные значения температур, потенциалов и напряженности поля и т. д., приводимые ниже, следует считать лишь ориентировочными.

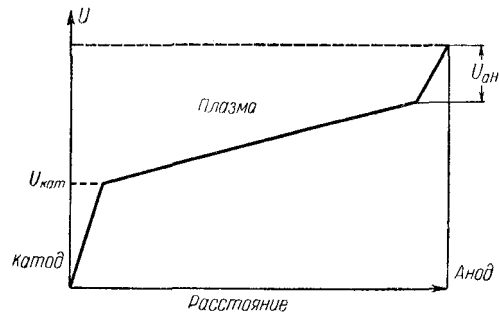


Рис. 214: Распределение потенциала в дуговом разряде.

1000 а катодное падение остается в пределах $7 \div 10$ в. Анодное падение дугового разряда в парах ртути также остается небольшим. Его величина и знак определяются условиями в анодной части разряда. Этот вопрос рассматривается в следующем параграфе.

Ширина катодной части настолько мала, что визуально ее не удастся наблюдать в отличие от хорошо заметной для глаза катодной части тлеющего разряда. Катодное падение потенциала $U_{\text{кат}}$ в дуге — величина порядка потенциала возбуждения или ионизационного потенциала газа. На этом основано распространенное определение дугового разряда: «дуга — это вид электрического разряда в газе или паре, в котором существует катодное падение потенциала порядка потенциала возбуждения или потенциала ионизации». Как видно, есть большая разница между катодными частями тлеющего и дугового разрядов и, значит, разница в механизме электронной эмиссии катода. Однако в дуге, как и в тлеющем разряде, катодная область поставляет электроны в обращенную к ней головку положительного столба и этим по существу и ограничивается связь между обеими частями разряда. Очевидно, что для процессов в положительном столбе совершенно безразлично, каким путем появляются электроны в катодной области разряда. Поэтому различия между столбом тлеющего разряда и столбом дуги связаны только с влиянием плотности тока на процессы в столбе при высоких ее значениях, так как в тлеющем разряде высоких плотностей тока получить нельзя. Но влияние плотности тока гораздо слабее влияния давления газа, от которого в наибольшей степени зависят вид столба и все процессы в нем. Целесообразно поэтому сначала изучать свойства столба и анодной области газового разряда низкого давления, безразлично дугового или тлеющего, а более сложный случай столба дугового разряда высокого давления выделить особо.

Для катодной области главное значение имеет механизм эмиссии катода, в основных чертах одинаковый в дугах высокого и низкого давлений, хотя давление газа, конечно, не безразлично для условий, создающихся на поверхности катода дуги. Но механизмы эмиссии катода дуги и катода тлеющего разряда совершенно различны.

Принимая во внимание сказанное выше, мы примем следующий порядок описания свойств дуговых разрядов: сначала мы остановимся на катодной области дуговых разрядов как при низких, так и высоких давлениях (см. следующий раздел настоящего параграфа), затем перейдем к положительному столбу и анодной области разряда низкого давления (§ 29) и, наконец, коротко опишем положительный столб дуги высокого давления (§ 30). К § 30 отнесены также вопросы питания дуги переменным током.

4. Катодная область дугового разряда.

Как известно, плазма начинается там, где в нее входят электроны с энергией, достаточной для прямой или при большой плотности тока для ступенчатой ионизации молекул. Сопоставляя это с тем фактом, что плазма дуги начинается почти у самой поверхности катода и что катодное падение $U_{\text{кат}} \approx U_i$, можно придти к правдоподобному заключению, что ширина катодной области по величине близка к свободному пробегу электрона. Выйдя из катода и получив на протяжении одного пробега энергию, не меньшую чем U_r и близкую к U_i , электроны начинают возбуждать и ионизировать молекулы, чем и определяется граница плазмы.

Эти соображения позволяют оценить приближенно величину ионного тока и поля на поверхности катода в дуге. У катода, совершенно так же как у поверхности отрицательно заряженного зонда в плазме, находится слой положительного пространственного заряда, образующий вместе с катодом и границей плазмы своего рода «диод». Коллектором ионов в «диоде» служит катод и эмиттером — граница плазмы. Значит, плотность ионного тока (m_i — масса иона)

$$j_i = \frac{1}{9\pi} \sqrt{\frac{e}{2m_i}} \frac{U_{\text{кат}}^{3/2}}{d_{\text{к}}^2} \quad (28.14)$$

и напряженность поля на катоде (см, § 9)

$$E_{\text{к}} = \frac{4U_{\text{кат}}}{3d_{\text{к}}}. \quad (28.15)$$

Положим на основании сказанного выше $U_{\text{кат}} = U_i$ и $d_{\text{к}} = \bar{\lambda}_e$ и рассмотрим численный пример. В N_2 при $p = 1 \text{ атм}$ и температуре $3000^\circ K$ (температура газа вблизи катода дуги) $d_{\text{к}} \approx \bar{\lambda}_e \approx 6 \cdot 10^{-5} \text{ см}$. Полагая для азота $U_{\text{кат}} = U_i = 15,8 \text{ в}$, получим $E_{\text{к}} = 3,5 \cdot 10^5 \text{ в/см}$. Как видно, $E_{\text{к}}$ настолько велико, что работа выхода заметно уменьшается вследствие эффекта Шоттки. Из (28.14), при $d_{\text{к}} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ см}$, $U_i = 15,8 \text{ в}$ и $m_i = 4,66 \cdot 10^{-23} \text{ г}$ получим $j_i \approx 180 \text{ а/см}^2$.

Соотношение между j_i и j_e на катоде можно найти, исходя из баланса энергии на катоде. Каждый ион приносит на катод кинетическую энергию $eU_{\text{кат}}$ и потенциальную eU_i и отбирает на свою нейтрализацию энергию $e\varphi_{\text{к}} = \Phi_{\text{к}}$ — равную работе выхода катода. Допустим, что вся энергия, отданная ионами, расходуется на эмиссию электронов. Это дает баланс мощ-

ности

$$\left. \begin{aligned} j_i(U_{\text{кат}} + U_i - \varphi_{\text{к}}) &= j_e \varphi_{\text{к}}, \\ \frac{j_e}{j_i} &= \frac{U_{\text{кат}} + U_i - \varphi_{\text{к}}}{\varphi_{\text{к}}} = \frac{2U_i - \varphi_{\text{к}}}{\varphi_{\text{к}}}. \end{aligned} \right\} \quad (28.16)$$

Для дуги в азоте с вольфрамовым электродом $U_{\text{кат}} = U_i = 15,8$ в, $\varphi_{\text{к}} = 4,5$ в и $j_e/j_i \approx 6$. Эта цифра дает преувеличенную оценку j_e , так как в действительности немалая часть энергии расходуется на излучение и теплопередачу через газ и металл, а не учтенная в формуле (28.16) энергия, приносимая на катод метастабильными и возбужденными атомами, невелика. Расчет баланса энергии, приведенный выше, заведомо очень не точен. Более, точный анализ баланса энергии на катоде дуги был сделан Комптоном. Полученный выше результат говорит, что полный ток дуги в несколько раз превосходит ионный ток, так что плотность тока в дуге должна составлять 500 — 1000 в/см², причем большая часть ее на катоде (70 — 90 %) приходится на долю электронов, эмиттированных катодом.

Как показывают измерения, температура анода дуги выше температуры катода. Этого и следовало ожидать, так как с анода нет эмиссии и вся энергия, перенесенная на анод электронами, ускоренными анодным падением потенциала, переходит в тепло. Анод, кроме того, нагревается за счет энергии, отдаваемой электронами при переходе из разряда в металл анода через потенциальный барьер. Мощность, выделяемая на аноде, поэтому равна

$$P_{\text{а}} = I \left(U_{\text{ан}} + \varphi_{\text{а}} + \frac{2kT_e}{e} \right). \quad (28.17)$$

Отсюда можно вычислить анодное падение потенциала $U_{\text{ан}}$. На катоде же выделяется меньшая мощность, так как ускоряемый катодным падением ионный ток составляет только часть полного тока I и, кроме того, за счет этой мощности катод эмиттирует электроны.

В типичной дуге ток проходит в пределах части поверхности катода. Это так называемое катодное пятно. Катодное пятно сильно накалено и благодаря излучению хорошо видно на фоне остальной более холодной поверхности катода. Площадь пятна можно определить фотографированием или по выгоревшему следу, оставленному им на катоде, и отсюда найти плотность тока в дуге. Опыт показывает, что плотность тока через пятно в довольно широких пределах не зависит от силы тока в дуге, иными словами, площадь катодного пятна пропорциональна току, как в нормальном тлеющем разряде. Приведем несколько цифр, относящихся к дугам с плохо испаряющимися катодами: в дуге с угольными электродами, горячей в воздухе при $p = 100$ мм рт. ст., $j = 100$ а/см² и при $p = 800$ мм рт. ст. $j = 440$ а/см². В дуге с вольфрамовым катодом в азоте было найдено, что $j = 570$ а/см².

Если учесть неточность количественных данных о дуговых разрядах, то можно считать, что эти цифры удовлетворительно согласуются с приведенной выше теоретической оценкой плотности тока в дуге. Не нужно, однако,

переоценивать это обстоятельство, так как теоретическая оценка была получена с помощью нескольких заведомо неточных допущений, из которых прежде всего предположение о равенстве d_k и $\bar{\lambda}_e$ никоим образом не может претендовать на точность.

Возникает вопрос, какова природа электронной эмиссии катода дуги. В дуговом разряде ионная бомбардировка не может играть заметной роли в эмиссии катода, так как катодное падение потенциала мало. Но катод дуги обычно нагревается до высокой температуры и естественно предположить, что электронная составляющая тока на катоде представляет собой термоэлектронный ток. Подсчет показывает, что в случае катодов из тугоплавких и плохо испаряющихся материалов это вполне возможно. Температуру катода в дуге с угольным катодом оценивают обычно в $3500 - 3600^\circ K$ [Л. 3.2, Л. 3.3]. Константы электронной эмиссии для угля дуги известны не очень хорошо, но, по-видимому, работа выхода равна $4,3 \div 4,5$ эв. Это дает плотность тока термоэлектронной эмиссии в пределах $500 \div 800$ а/см². Аналогичный результат получается и для дуги в азоте с вольфрамовым электродом. Отсюда следует, что электронная эмиссия в дугах с плохо испаряющимися катодами вполне может быть объяснена термоэлектронной эмиссией, особенно если учесть отмеченное выше уменьшение работы выхода. Такие дуги можно назвать термоэлектронными.

Температура вольфрамового или угольного катодов, хотя и очень высока, но все же далека от температуры кипения (углерод кипит при $4470^\circ K$, вольфрам при $6170^\circ K$). Можно поэтому думать, что испарение вещества катода большой роли не играет. Совсем иначе обстоит дело, например, в дуге с катодом из жидкой ртути (температура кипения $630^\circ K$ при $p = 1$ атм) или из Cu (температура кипения $2573^\circ K$). Для практики особенно интересна дуга в парах ртути, получаемая в баллоне, из которого удален воздух. Ртуть в области катодного пятна, которое перемещается все время по поверхности катода (со скоростью до 10 м/сек), нагревается примерно до $200^\circ C$, а медь в области пятна до $2200^\circ K$. Температура катода в этих примерах близка к температуре кипения. Катод сильно испаряется, и дуга горит либо в атмосфере паров катода, либо в воздухе с большой примесью паров катода. Плотности тока в таких дугах еще больше, чем в дугах с плохо испаряющимися катодами (для ртутной дуги в вакууме $j = 4000$ а/см², для дуги с медным катодом в воздухе до $j = 14000$ а/см²), а между тем при указанных выше температурах катода термоэлектронная эмиссия ничтожно мала и эти огромные плотности тока ею никак нельзя объяснить. Поэтому дуги этого типа были названы дугами с холодным катодом.

Было высказано предположение, ставшее теперь, по-видимому, общепринятым, что в дугах с холодным катодом имеет место автоэлектронная эмиссия из катода. Выше было найдено, что напряженность поля на катоде в термоэлектронной дуге равна $3,5 \cdot 10^5$ в/см. Вследствие испарения плотность газа вблизи сильно испаряющегося катода много больше и соответственно в несколько раз уменьшается $d_k \approx \bar{\lambda}_e$. Напряженность поля приближается к 10^6 в/см, а при таких полях уже существует автоэлектронная эмиссия, особенно если учесть увеличение поля на шероховатостях катода.

Поскольку при $T \neq 0^\circ K$ электронная эмиссия имеет смешанный термо- и авто-электронный характер (см. гл. 2), нельзя провести резкую границу между термоэлектронными и автоэлектронными дугами. Возможны дуговые разряды, в которых катод из относительно легко испаряющегося металла нагревается так сильно, что термоэлектронный ток с его поверхности велик и одновременно велика плотность паров у его поверхности. В этом случае возникает дуга смешанного типа. Такова, видимо, дуга с катодом из Al (температура кипения $2170^\circ K$), Ni, Fe, Pt и некоторых других металлов.

Несмотря на большое различие между тлеющим разрядом и дугой низкого давления в отношении явлений на катоде и вблизи него, другие части этих разрядов очень схожи. В дуге низкого давления, как и в тлеющем разряде, можно различать катодное свечение, фарадееву темную область, положительный столб и анодную часть. Процессы в них аналогичны процессам в соответствующих частях тлеющего разряда. Они будут рассмотрены в следующем параграфе.

5. Переход от тлеющего разряда к дуговому.

Рассмотрим подробнее переход аномального тлеющего разряда в дугу низкого давления. При увеличении силы тока аномального тлеющего разряда сечение его остается неизменным, а катодное падение потенциала и плотность тока возрастают. Быстро повышается, следовательно, и мощность, выделяемая в области катодного падения, большая часть которой переходит в тепло на катоде. Температура катода растет, и соответственно повышаются скорость его испарения и термоэлектронная эмиссия, а режим катода приближается к режиму катода дуги. Рост электронной эмиссии, и притом очень быстрый, вызывает соответственный рост ионного тока и температуры катода, в результате чего для поддержания разряда оказывается достаточным меньшее катодное падение, и напряжение на электродах начинает падать с увеличением тока. Таким образом начинается падающий переходный участок вольт-амперной характеристики. Все перечисленные процессы: рост температуры, увеличение испарения и электронной эмиссии и ионного тока, так сказать, «подгоняют» друг друга, и переход к дуге должен быть очень резким, скачкообразным. Обычно так и бывает, однако, подбирая внешнее сопротивление, можно задержать рост тока и получить постепенный переход к дуге. В этих условиях можно проследить стягивание разряда на катоде в катодное пятно и замерить рост температуры катода.

6. Разряд с катодом постороннего нагрева.

Главное требование, предъявляемое к катоду термоэлектронной дуги, сводится к поддержанию его температуры на уровне, достаточном для термоэлектронной эмиссии. Отсюда следует, что разряд, сходный с дуговым, может существовать, если катод накаливается током от постороннего источника. Разряд с катодом внешнего накала не принадлежит, собственно говоря, к категории самостоятельных разрядов. Этот разряд, однако, имеет большое

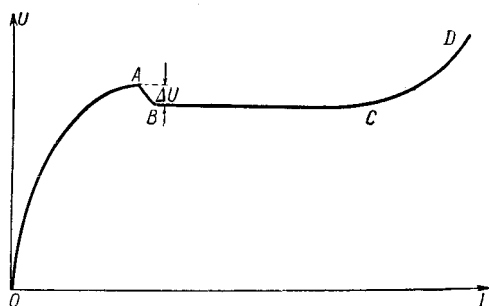


Рис. 215: Вольт-амперная характеристика разряда с катодом постороннего накала.

сходство с обычной дугой и его называют дугой с катодом постороннего нагрева.

Вольт-амперная характеристика дуги с катодом постороннего нагрева показана на рис. 215. При напряжениях, меньших первого потенциала возбуждения U_{r1} , исключается не только прямая, но и ступенчатая ионизация. В этом режиме ток ограничивается электронным пространственным зарядом у катода (участок OA). При напряжении, близком к потенциалу ионизации U_i и, возможно, даже несколько меньшем U_i , но большем U_{r1} в разряде появляются положительные ионы, эффективно нейтрализующие отрицательный заряд у катода и образуется плазма, подходящая, как и в обычной дуге, очень близко к катоду.

Разряд принимает форму, близко напоминающую обычную дугу: очень тонкая катодная область с падением потенциала, близким к U_i , но обычно несколько меньшим; плазма положительного столба, заполняющая почти весь разрядный промежуток, с очень небольшим градиентом потенциала в ней и анодная область, процессы в которой вполне аналогичны процессам в обычной дуге. Небольшое падение напряжения ΔU , наблюдающееся после начала ионизации, связано с появлением метастабильных атомов, облегчающих ступенчатую ионизацию. Участок BC характеристики соответствует компенсации отрицательного пространственного заряда у катода за счет возрастающего поступления ионов в катодную часть, и в точке C ток через разряд делается равным эмиссионному току катода. На участке BC падение напряжения во всех областях разряда меняется очень мало и характеристика практически остается параллельной оси I . Повышение тока до значений, превышающих полный ток эмиссии, возможно только при увеличении эмиссии электронов из катода за счет гамма-процессов, прежде всего за счет выбивания электронов ионами. Это приводит к новому повышению напряжения на участке CD . Режим разряда, соответствующий этому участку, называется несвободным режимом. В ионных приборах с накаливаемым катодом несвободного режима избегают, так как с повышением напряжения усиливается распыление катода.

Опыт показал, что дуга с катодом постороннего накала может гореть вполне устойчиво при напряжениях, меньших U_{r1} , когда, казалось бы, исключена возможность не только прямой, но и ступенчатой ионизации. Например, было найдено, что потенциал горения дуги в парах ртути может быть снижен до 1,7 в, в аргоне — до 3 в, а в парах К и Na — даже до 0,5 в, т. е. до значений, в несколько раз меньших соответствующих потенциалов возбуждения. Известны случаи горения разряда даже при отрицательном потенциале анода. Дуги, горящие при потенциалах, меньших первого потенциала возбуждения U_{r1} , называют низковольтными.

Механизм горения низковольтной дуги стал понятным после того, как методом зондов были измерены распределение потенциала и концентрация электронов. Результаты измерений для низковольтной дуги в аргоне ($U_{r1} = 11,5$ в), горевшей при напряжении 6 в, изображаются кривыми рис. 216. Оказалось, что вблизи катода существует падение потенциала, близкое к U_{r1} , чем и обеспечивается возможность ступенчатой ионизации. Поле между местом максимума напряжения и анодом стремится дать току направление, противоположное действительному. Рис. 216 показывает, что ток на этом участке диффузионный, он течет против действия поля благодаря большому градиенту концентрации электронов.

7. Катодное распыление.

Уже давно было замечено, что в режиме аномального разряда от катода отрываются мельчайшие частицы металла, оседающие на стенках разрядной трубки поблизости от катода. Это название получило название катодного распыления. После того как процессы в катодной части тлеющего разряда были изучены, естественно было предположить, что при бомбардировке катода ионами от него отрываются отдельные атомы, что и было подтверждено опытом. Позднее при исследовании работы термоэлектронных катодов в газовом разряде было обнаружено катодное распыление и под действием относительно медленных ионов (ускоренных полем в несколько десятков вольт).

Экспериментальное исследование распыления быстрыми ионами показало, что коэффициент распыления

$$Z = \frac{N_a}{N_i} \quad (28.18)$$

(N_i — количество попавших на катод ионов, N_a — количество распыленных атомов) не зависит от времени распыления, плотности тока и в широких пределах не зависит также от температуры катода. От давления газа Z зависит, так как некоторые из распыленных атомов, сталкиваясь с молекулами газа, отбрасываются обратно на катод. Поэтому с уменьшением давления Z возрастает вплоть до давлений 0,1 — 0,01 мм рт. ст., после чего влияние давления делается малозаметным. В общем, чем больше масса иона, тем больше и Z , однако прямой зависимости коэффициента распы-

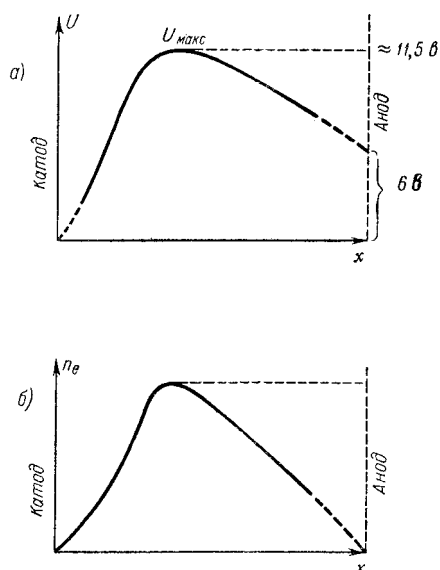


Рис. 216: Распределение потенциала (а) и концентрации электронов (б) и низковольтной дуге.

ления Z массы от массы и заряда иона и его энергии нейтрализации не найдено, так что роль природы газа остается пока неясной.

В одинаковых условиях разные металлы распыляются различно. Например, для распыления в Ar металлы в порядке уменьшения Z расположены следующим образом: Cd, Ag, Pb, Au, Sb, Sn, Bi, Cu, Pt, Ni, Fe, W, Zn, Al, Mg.

Установлено заметное влияние на распыление газов, адсорбированных металлом, и окислов на его поверхности; образование окислов уменьшает распыление, и с этим связана, видимо, плохая распыляемость Al и Mg (они плохо распыляются во всех газах), обычно покрытых прочной пленкой окисла. О количестве распыленных атомов проще всего можно судить по толщине слоя, осевшего на поверхности, расположенной вблизи катода. Измерив толщину слоев разных металлов, полученных в одинаковых условиях (род и давление газа, напряжение и сила тока и т. д.), можно, следовательно, определить относительные значения Z . Результаты такого рода измерений для распыления быстрыми ионами представлены на рис. 217. Каждая кривая состоит из примерно прямолинейной части и более пологого «хвоста». Продолжения прямолинейных частей всех кривых пересекают ось абсцисс при $U \approx 500 \div 600 \text{ в}$. Следовательно, Z можно выразить приближенной формулой

$$Z = a(U - U_0), \quad (28.19)$$

где $U_0 \approx 500 \text{ в}$ и a — постоянная, зависящая от материала катода. Метод

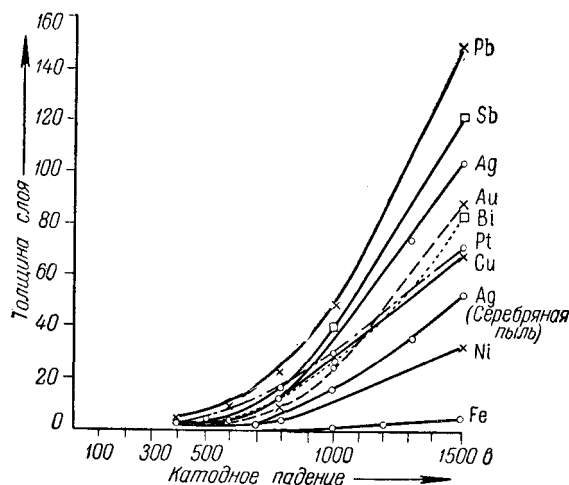


Рис. 217: Коэффициент распыления Z в зависимости от энергии электронов. По оси ординат отложена толщина слоя распыленного вещества, пропорциональная Z

измерения Z по толщине слоя применим, очевидно, только тогда, когда распыление идет интенсивно, т. е. для больших напряжений и сильных токов.

Распыление имеет место и при $U < U_0$. Назовем напряжение $U_{кр}$, ниже которого распыление вообще прекращается, критическим потенциалом распыления. Для чистых металлов $U_{кр}$ определить на опыте нелегко, так как при напряжениях, лишь немного больших $U_{кр}$, распыление идет очень медленно. Медленное распыление металлических катодов при $U \gtrsim U_{кр}$ практически не сказывается на их долговечности.

Иначе обстоит дело с катодом, для эмиссии которого решающее значение имеет состояние поверхностного слоя, таким, как оксидный или W — Th-катод. Распыление этих катодов при $U \gtrsim U_{кр}$ может иметь большое влияние на эмиссию.

Метод измерения толщины слоя распыленных атомов неприменим при исследовании медленного распыления, и приходится пользоваться другими методами. О количестве атомов, распыленных с поверхности эффективного катода, можно судить по изменению его эмиссии. Можно также, поместив вблизи исследуемого катода вольфрамовую проволоку, следить за изменением ее эмиссионных свойств или контактного потенциала, зависящего от количества осевших на вольфраме атомов. Метод измерения контактного потенциала, особенно удобный тем, что он не требует накала вольфрамовой проволоки, был предложен Н. Д. Моргулисом.

Первые опыты по изучению распыления W — Th-катода в парах Hg, Ne и Ag были поставлены Ленгмюром и Кингдоном. Они получили для распыления медленными ионами линейную зависимость от их энергии, т. е.

пришли к формуле

$$Z_{\text{медл}} = b(U - U_{\text{кр}}). \quad (28.20)$$

Ленгмюр и Кингдон нашли, что $U_{\text{кр}}$ равно: для паров Hg 55 в, для Ag 47 в, для Ne 45 в. Эти цифры оказались завышенными, как показал Хелл, работавший, в отличие от Ленгмюра и Кингдона, с мощным разрядом в газотронных выпрямителях. По Хеллу, $U_{\text{кр}}$ равно: в парах Hg 22 в, в Ag 25 в, в Ne 27 в.

Н. Д. Моргулис обратил внимание на то, что при измерении $U_{\text{кр}}$ главная трудность связана с тем, что одновременно с распылением поверхностного слоя происходит его регенерация — диффузия Th на поверхность в случае W — Th-катода и диффузия Ba в случае оксидного катода. Уменьшения эмиссии при уже начавшемся распылении поэтому может и не быть. Учитывая указанное обстоятельство, Н. Д. Моргулис с сотрудниками получил для W — Th-катода в парах ртути $U_{\text{кр}} = 13$ в и показал, что в пределах 1350 — 1750° K $U_{\text{кр}}$ не меняется. Для оксидных катодов в парах Hg распыление наблюдалось даже в режиме низковольтной дуги при напряжении около 6 в. Не исключено, что распыление оксидного катода может происходить и при еще меньших напряжениях.

Не следует думать, что эффективный катод в ионном приборе может быть долговечным только при полном отсутствии распыления. Например, неоновые тиратроны (типа ТГ 212 и ТГ 213) имеют нормальный срок службы при напряжении 30 в, заведомо большем $U_{\text{кр}}$. Это объясняется тем, что регенерация вполне компенсирует распыление и эмиссия катода не снижается, и в то же время распыление не настолько увеличивает истощение запасов активирующего вещества в катоде, чтобы срок службы последнего заметно сократился.

Природу катодного распыления пока нельзя считать вполне выясненной. Наиболее вероятной является теория, согласно которой удар иона производит местное нагревание катода до температуры, при которой возможно испарение. Удар иона создает на катоде «микрочасть» с очень высокой температурой. Энергия от места удара затем быстро передается всей решетке металла, и накалившееся «микрочасть» исчезает. Явление протекает настолько быстро, что при расчете нельзя пользоваться формулами, справедливыми в условиях температурного равновесия, что сильно затрудняет разработку теории. Возможно, что в этих особых условиях один или несколько атомов в пределах «микрочасти» получают значительно большую энергию, чем остальные, чем и объясняется распыление. Теорию, основные идеи которой были только что изложены, можно назвать импульсно-термической теорией катодного распыления.

Следует напомнить, что кинетическое вырывание электронов положительными ионами объясняют также с помощью теории локального нагрева катода в месте удара.

В пользу импульсно-термической теории говорит то, что движение распыленных атомов подчиняется тем же законам, что и движение атомов испаренных. Так, количество атомов, отрывающихся под углом к поверх-

ности, пропорционально в обоих случаях косинусу угла между перпендикуляром к поверхности и направлением движения. Скорость распыленных атомов можно измерить, так как некоторые из них заряжаются при движении через газ и к ним применимы обычные методы измерения скоростей заряженных частиц. По скорости атомов можно сделать заключение о температуре «микротяжен» в момент отрыва атома.

Большей частью, температура оказалась лежащей в пределах $1500 — 3000^\circ K$, но в отдельных случаях опыт давал более $30\,000^\circ K$.

Значение катодного распыления для срока службы термоэлектронных катодов в ионных приборах было уже отмечено. Катодное распыление применяют для очистки поверхности металлов в вакууме и для получения тонких слоев как металлов, так и диэлектриков (кварца, стекла и т. д.). Обзор вопроса см. [Л. 3.11].

§ 29. Положительный столб и анодная область газового разряда

Для работы многих ионных приборов, например газоразрядных источников света, существенно заполнение большого объема хорошо проводящим и в некоторых случаях сильно излучающим газом, что возможно только с помощью хорошо развитого положительного столба. Поэтому изучение свойств положительного столба является одной из важнейших задач физики газового разряда.

Известны два вида положительного столба: однородный и слоистый. В однородном столбе, получающемся в цилиндрической разрядной трубке, кроме полной симметрии всех свойств относительно оси, существует и полная однородность свойств вдоль большей части столба, начиная на некотором расстоянии от его головки, обращенной к катоду, до анодной части, лежащей в конце столба со стороны анода. Однородный столб наблюдается во всех газах при очень низких давлениях, а в некоторых газах, например в парах ртути, столб остается однородным вплоть до давлений в несколько тысяч миллиметров ртутного столба. В настоящее время качественная картина явлений в однородном столбе хорошо известна, а для очень низких давлений разработана и количественная теория.

Слоистый разряд в цилиндрической трубке сохраняет симметрию относительно оси, но в осевом направлении электрические свойства газа и его излучение периодически изменяются, так что столб оказывается разделенным на ряд слоев, или страт. Страты могут быть неподвижными или двигаться вдоль разряда. Слоистый столб — явление гораздо более сложное, чем однородный столб, и даже качественно характер процессов в нем не вполне выяснен. Вместе с тем слоистый столб — наиболее обычная форма существования положительного столба, встречающаяся в очень широком интервале значений плотности разрядного тока и при больших и малых давлениях.

Отправной точкой для понимания явлений в положительном столбе является теория наиболее простого случая — однородного столба при очень низких давлениях, с которой и следует начинать изучение положительного столба.

1. Однородный положительный столб при очень низких давлениях.

В положительном столбе и на его границах происходят разнообразные элементарные процессы, в большей или меньшей степени существенные для механизма разряда. В некоторых из них участвуют электроны, положительные ионы и невозбужденные молекулы; сюда нужно отнести прямые (одноступенчатые), ионизацию и возбуждение при столкновении электронов и молекул и рекомбинацию электронов и ионов на стенках и в объеме газа. В других принимают участие возбужденные молекулы — это ступенчатые ионизация и возбуждение в столкновениях 2-го рода возбужденных молекул с электронами. Очевидно, что значение процессов, в которых участвуют возбужденные молекулы, возрастает при увеличении числа столкновений, т. е. при возрастании давления газа и плотности разрядного тока. Можно думать, что при очень низких давлениях и небольших плотностях тока окажется возможным не учитывать процессы, в которых участвуют возбужденные молекулы, за исключением их излучения при возвращении к нормальному состоянию. Ниже будет установлено, в каких границах это допущение остается достаточно точным.

Основы теории плазмы низкого давления были заложены И. Ленгмюром и Л. Тонксом и затем дополнены Киллианом, Дрейвестейном и Б. Н. Клярфельдом, проводившим также сравнение теории с данными опыта и определившим границы применимости теории и источники ошибок.

Задачей теории является установление связи между электрическими и оптическими характеристиками столба, такими, как концентрация и температура электронов, продольный градиент потенциала, мощность излучения, приходящаяся на долю различных спектральных частот, с одной стороны, и атомными характеристиками газа (функции возбуждения и ионизации, массы молекул, свободные пробеги и т. д.) и внешними параметрами разряда (давление газа, сила разрядного тока, диаметр трубки), с другой. Эта задача решается с помощью системы уравнений, которым подчиняются процессы в плазме. Некоторые из них уже встречались нам раньше, другие же предстоит вывести.

Следует заранее отметить, что вследствие пренебрежения влиянием некоторых элементарных процессов и приближенности использованных законов движения заряженных частиц в газе точность теории не может быть высокой (ошибку в пределах $\pm 30\%$ следует рассматривать как подтверждение теории). При изложении теории часть математических выкладок будет опущена вследствие их громоздкости.

А. Радиальное распределение потенциала и уравнение равновесия плазмы. Более подвижные электроны при образовании столба заряжают стенки

трубки отрицательно по отношению к плазме, в результате чего в столбе, кроме продольного градиента потенциала E_z , появляется радиальный градиент E_r . Как известно, в плазме электроны имеют максвелловское распределение скоростей. Следовательно, концентрация их изменяется по закону Больцмана, и если положить на оси ($r = 0$) $U(0) = 0$ и $n_e = n_0$, то для радиального направления

$$n_e = n_0 \exp\left(\frac{eU(r)}{kT_e}\right). \quad (29.1)$$

Ионы, появляющиеся в плазме в результате столкновений молекул с электронами под действием поля E_z , увлекаются в направлении оси, образуя ионную компоненту разрядного тока, которая, однако, по крайней мере, в несколько сотен раз меньше электронной компоненты из-за различия в массах иона и электрона. Радиальное поле увлекает ионы на стенки трубки, и так как давление очень мало, то ионы проходят весь путь от места зарождения до стенки практически без столкновений. Пренебрегая тепловыми скоростями, скорость ионов в момент зарождения можно считать равной нулю. Таким образом, в отличие от электронов, движение ионов имеет направленный характер; оно подобно «свободному падению» иона на стенку трубки¹.

Пусть на расстоянии x от оси образуется в 1 сек в единице объема N_x ионов, имеющих в момент образования скорость, равную нулю. Найдем концентрацию, которую будут создавать эти ионы на произвольном расстоянии r от оси в процессе своего движения в электрическом поле.

Воспользуемся цилиндрической системой координат; пусть в объеме dV_1 (рис. 218) за $d\tau$ секунд образуется $N_x dV_1 d\tau = N_x dx S_1 d\tau$ ионов. Так как начальные скорости ионов равны нулю, то за время $d\tau$ эти ионы после перемещения на расстояние r от оси пройдут в радиальном направлении путь $dr = v_{x,r} d\tau$, где $v_{x,r}$ — скорость, приобретенная ионами во время движения в электрическом поле. Этим определяется объем dV_2 , в котором распределятся на расстоянии r от оси ионы, зародившиеся в течение времени $d\tau$ на расстоянии x от оси. Концентрация ионов n_p , созданная в объеме $dV_2 = dS_2 dr$ этими ионами, будет равна

$$dn_i = \frac{N_x dV_1 d\tau}{dV_2} = \frac{N_x dS_1 dx d\tau}{dS_2 dr} = N_x \frac{x}{r} \frac{dx}{v_{x,r}},$$

так как $\frac{dS_1}{dS_2} = \frac{x}{r}$. Суммарная концентрация ионов на расстоянии r от оси

¹ На первый взгляд, различие в движении электронов и ионов представляется непонятным, так как по величине свободные пробеги тех и других — одного порядка. Но движение ионов одностороннее, т. е. все ионы, попавшие в слой у стенки, обратно в плазму не возвращаются. Электроны же попадают вблизи стенки в тормозящее поле, и только самые быстрые попадают на стенку, где и рекомбинируют с ионами, а остальные отражаются от слоя. На каждый электрон, попавший на стенку, приходится много отражений от слоя, и максвелловское распределение электронов не нарушается.

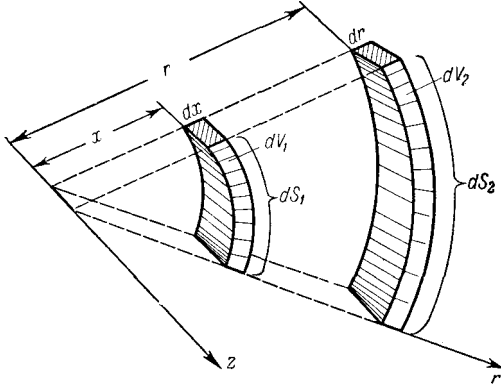


Рис. 218: К выводу формулы (29.2).

равна

$$n_i = \frac{1}{r} \int_0^r \frac{N_x x}{v_{x,r}} dx. \quad (29.2)$$

Уравнение Пуассона можно записать, исходя из (29.1) и (29.2), в виде

$$\Delta U = -4\pi e(n_i - n_e),$$

или

$$\Delta U - 4\pi e n_0 \exp\left(\frac{eU}{kT_e}\right) + \frac{4\pi e}{r} \int_0^r \frac{N_x x}{v_{x,r}} dx = 0. \quad (29.3a)$$

Уравнение (29.3a) справедливо не только для плазмы, но и для слоя с положительным объемным зарядом, который существует у отрицательно заряженной стенки, подобно тому как он существует у отрицательно заряженного зонда (§ 27).

Вводя новое переменное

$$\eta = -\frac{eU}{kT_e}, \quad (29.4)$$

можно (29.3a) привести к безразмерному виду:

$$\frac{kT_e}{4\pi e^2 n_0} \Delta \eta + e^{-\eta} - \frac{1}{n_0 r} \int_0^r \frac{N_x x}{v_{x,r}} dx = 0. \quad (29.3b)$$

Скорость ионов на расстоянии r от оси равна

$$v_{x,r} = \left[\frac{2e(U_x - U_r)}{m_i} \right]^{1/2} = \left[2kT_e \frac{\eta_r - \eta_x}{m_i} \right]^{1/2}, \quad (29.5)$$

где m_i — масса иона, а индексы x и r указывают расстояние, к которому относится соответствующая величина. Если предположить, что ионы образуются только путем прямой ионизации, то N_x будет пропорционально концентрации электронов в точке x , т. е.

$$N_x = \chi n_0 e^{-\eta_x}, \quad (29.6)$$

где χ — число ионов, образующихся в 1 сек, в расчете на один электрон, находящийся в плазме. Это коэффициент, характеризующий процесс зарождения ионов в разряде. Подставляя (29.5) и (29.6) в (29.3б), получим:

$$\frac{kT_e}{4\pi e^2 n_0} \Delta \eta + e^{-\eta} - \chi \left(\frac{m_i}{2kT_e} \right)^{1/2} \frac{1}{r} \int_0^r x e^{-\eta_x} (\eta_r - \eta_x)^{1/2} dx. \quad (27.9)$$

Уравнение (29.7) преобразуем еще раз с помощью подстановки

$$s = \beta r,$$

где s — новое переменное и

$$\beta = \chi \left(\frac{m_i}{2kT_e} \right)^{1/2}. \quad (29.8)$$

Как видно, β имеет размерность 1 см и, таким образом, s имеет смысл безразмерного параметра расстояния. Подстановка приводит к уравнению

$$\frac{m_i \chi^2}{8\pi e^2 n_0} \Delta \eta + e^{-\eta} - \frac{1}{s} \int_0^s s_x e^{-\eta_x} (\eta_r - \eta_x)^{-1/2} ds_x = 0, \quad (29.9)$$

где все производные взяты с учетом перехода к безразмерной длине s , а η , η_x и η_s зависят от s совершенно так же, как одинаково обозначенные величины, входящие в уравнение (29.7), зависят от r .

В плазме суммарный объемный заряд близок к нулю и с хорошей точностью справедливо уравнение $\Delta U = 0$, а значит, и $\Delta \eta = 0$; уравнение (29.9) для плазмы должно иметь вид

$$e^{-\eta} - \frac{1}{s} \int_0^s s_x e^{-\eta_x} (\eta_r - \eta_x)^{-1/2} ds_x = 0. \quad (29.10)$$

Решение этого уравнения довольно громоздко [Л.3.14]; поэтому мы прямо приводим его решение в виде ряда

$$s = \eta^{1/2} (1 - 0,2\eta - 0,026061\eta^2 - 0,0064894\eta^3 - \dots). \quad (29.11)$$

Оказывается, что $\frac{d\eta}{ds}$ при определенных значениях $\eta = \eta_0$, $s = s_0$ обращается в бесконечность и затем при $\eta > \eta_0$ величина s начинает убывать.

Это значит, что $\frac{d^2s}{d\eta^2}$ в точке s_0, η_0 переходит через нуль, а $\frac{d^2\eta}{ds^2}$ стремится к бесконечности при приближении к этой точке. Следовательно, первый член уравнения (29.9) при приближении к точке s_0, η_0 неограниченно возрастает и уравнение (29.10) делается неверным. Иными словами, значения переменных s_0 и η_0 — предельные значения, при которых еще верно уравнение плазмы. В случае цилиндрической трубки это значит, что при $s = s_0$ или $r = r_0 = s_0/\beta$ начинается слой объемного заряда. Большей частью этот слой настолько тонок, что можно положить $r_0 = R$ — радиусу трубки, и тогда

$$\beta = \frac{s}{r} = \frac{s_0}{R} = \chi \left(\frac{m_i}{2kT_e} \right)^{1/2}; \quad \chi = \frac{s_0}{R} \left(\frac{2kT_e}{m_i} \right)^{1/2}. \quad (29.12a)$$

По вычислениям Ленгмюра и Тонкса, предельные значения

$$s_0 = 0,7722; \quad \eta_0 = 1,155.$$

Уравнение (29.11) позволяет найти радиальное распределение потенциала. Теоретическая кривая распределения показана на рис. 219, где по осям отложено $\frac{r}{R} = \frac{s}{s_0}$ и $\eta = -\frac{eU}{kT_e}$. На чертеже нанесены экспериментальные значения, которые ложатся вполне удовлетворительно на теоретическую кривую. Для разряда в парах Hg можно, подставляя численные значения s_0 и m_i , уравнение (29.12a) записать в виде

$$\chi R = 703,1 T_e^{1/2}. \quad (29.12b)$$

Уравнение (29.12) называют уравнением равновесия плазмы, так как оно указывает, на каком уровне устанавливается температура электронов T_e , если в плазме поддерживается баланс между появлением и исчезновением электронов и ионов при заданных размерах столба R и коэффициенте χ , характеризующем процесс образования ионов.

Б. Уравнение образования ионов. Коэффициент χ можно вычислить, зная функцию ионизации газа (§ 24) и закон распределения скоростей электронов. Пусть в 1 см длины столба находится N_e электронов. Из них

$$dN_v = 4\pi N_e \left(\frac{m}{2\pi kT_e} \right)^{3/2} v^2 \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT_e} \right) dv$$

электронов имеют скорости в интервале от v до $v + dv$. Суммарное сечение ионизации

$$S_i \frac{1}{\lambda_i}$$

равно числу ионизирующих столкновений на пути в 1 см и за 1 сек на электрон, имеющий скорость v , придется $S_i v$ ионизаций. Следовательно, в 1 см длины трубки за 1 сек произойдет

$$dv_i = dN_v S_i v \quad (29.13a)$$

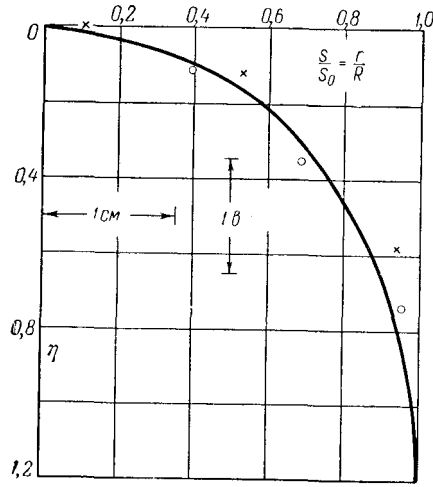


Рис. 219: Радиальное распределение потенциала в положительном однородном столбе низкого давления. Разряд в парах Hg; $R = 3,1$ см, $T_e = 38800^\circ K$; температура стенок $1,4^\circ C$, $p = 2 \cdot 10^{-4}$ мм, $\bar{\lambda}_i = 31$ см. Кружками и крестиками отмечены экспериментальные точки, полученные по разные стороны оси трубки. Сплошной линией изображена теоретическая кривая.

ионизаций, вызванных электронами со скоростью v . Заменяя v через $\left(\frac{2eU}{m}\right)^{\frac{1}{2}}$, где

$U = \frac{W}{e}$ равно энергии электрона, отнесенной к единице заряда, и принимая для S_i линейную аппроксимацию, пригодную для $U_i < U < 3U_i$ (формула (24.12)):

$$S_i = cp_0(U - U_i),$$

где p_0 — давление, приведенное к $0^\circ C$, и c — константа, зависящая от рода газа, получим:

$$d\nu_i = 8\pi N_e \left(\frac{m}{2\pi k T_e}\right)^{3/2} \frac{e^2}{m^2} cp_0 (U - U_i) U e^{-\frac{eU}{kT_e}} dU. \quad (29.136)$$

Даже при $T_e = 10^4 \div 3 \cdot 10^4^\circ K$ число электронов с энергиями, большими $3eU_i$, невелико. Поэтому полное число ионизации приближенно можно выразить формулой

$$\nu_i = 8\pi N_e \left(\frac{m}{2\pi k T_e}\right)^{3/2} \frac{e^2}{m^2} cp_0 \int_{U_i}^{\infty} (U - U_i) U e^{-\frac{eU}{kT_e}} dU.$$

Так как $\nu_i/N_e = \chi$ — числу ионизации за 1 сек в расчете на один электрон,

§ 29.. ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЙ СТОЛБ И АНОДНАЯ ОБЛАСТЬ ГАЗОВОГО РАЗРЯДА441

то отсюда, выполнив интегрирование, получим:

$$\chi = \frac{\nu_i}{N_e} = cp_0 \left(\frac{8kT_e}{\pi m} \right)^{1/2} \left(U_i + \frac{2kT_e}{e} \right) e^{-\frac{eU_i}{kT_e}}. \quad (29.14a)$$

Эта формула называется уравнением образования ионов.

Выше было показано (§ 25, см. также рис. 208), что с уменьшением давления температура электронов возрастает. Зондовые измерения показывают, что, например, для паров Hg при давлении $2 \cdot 10^{-4}$ мм рт. ст. $T_e \approx 40\,000^\circ K$, а $\frac{2kT_e}{e} \approx 7$ в, т. е. приближается к ионизационному потенциалу ртути, равному 10,4 в. Это верно и для других режимов разряда. Поэтому в расчетах, где коэффициент при экспоненциальном множителе $\exp(-eU_i/kT_e)$ не влияет сильно на точность, можно положить $2kT_e/e = U_i$, и тогда

$$\chi = cp_0 \left(\frac{8kT_e}{m} \right)^{1/2} 2U_i e^{-\frac{eU_i}{kT_e}}. \quad (29.14б)$$

Используя для S_i более точное выражение (24.13), можно получить формулу

$$\chi = ABp_0 \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m}} e^{-\frac{eU_i}{kT_e}} \left[\frac{\frac{kT_e}{e}}{\left(1 + B\frac{kT_e}{e}\right)^2} + \frac{U_i + \frac{kT_e}{e}}{\left(1 + B\frac{kT_e}{e}\right)} \right]. \quad (29.14в)$$

Для ртутных паров из опыта получено $A = 20$ и $B = 0,15$.

В. Ионный ток на стенки трубки. В § 27 было показано, как можно найти плотность ионного тока на зонд. Если поместить зонд так, чтобы он составлял небольшую часть поверхности трубки, то такое измерение дает плотность ионного тока на стенку j_i . Эту же величину можно найти теоретически. Если ионы, как мы это предположили для низких давлений, рекомбинируют только на стенках, то ионный ток на стенки будет равен суммарному заряду ионов, образующихся в 1 сек в столбе. На единицу длины трубки в 1 сек образуется $N_e \chi$ ионов, и следовательно,

$$j_i = \frac{eN_e \chi}{2\pi R}. \quad (29.15)$$

Вставляя в (29.15) значение χ ИЗ (29.12), получим:

$$j_i = \frac{s_0 e N_e}{\pi R^2} \sqrt{\frac{kT_e}{2m_i}}. \quad (29.16)$$

Г. Направленное движение электронов в плазме. Разрядный ток состоит из электронной составляющей плотности

$$j_e = en_e b_e E_z \quad (29.17)$$

и ионной составляющей, которая вследствие гораздо меньшей подвижности ионов в несколько сотен раз меньше j_e . Подвижность электронов (см, § 25, формулу Ланжевена) равна

$$b_e = a \frac{e\bar{\lambda}_e}{m\bar{v}_e},$$

где коэффициент $a = 0,64$ при условии точного выполнения предположений, лежащих в основе вывода формулы Ланжевена. Но, как уже отмечалось, эти предположения выполняются только приближенно и коэффициент a может лежать между 0,5 и 1. В теории плазмы для него принимают среднее округленное значение $a = 0,75$. Принимая это значение для a , для силы разрядного тока получим:

$$i \approx i_e = eN_e b_e E_z = \frac{0,75 N_e e^2 \bar{\lambda}_e}{\left(\frac{8kT_e}{\pi m}\right)^{\frac{1}{2}}} E_z. \quad (29.18)$$

Д. Уравнение баланса мощности. Пренебрегая очень небольшой долей энергии, получаемой ионами при их ускорении в продольном поле (ионная составляющая разрядного тока мала), можно считать, что вся энергия, отбираемая разрядом от внешнего источника, в столбе переходит непосредственно к электронам плазмы. Эта энергия расходуется сначала на возбуждение и ионизацию молекул газа, а также на повышение кинетической энергии молекул при упругих столкновениях. В конечном итоге часть энергии P_V выделяется в объеме газа в виде тепла, часть P_r переходит к излучению и, наконец, часть P_W уносится на стенки рекомбинирующими там электронами и ионами. Таким образом, уравнение баланса мощности положительного столба имеет вид

$$iE_z = P_r + P_V + P_W, \quad (29.19)$$

P_r , P_V и P_W отнесены к единице длины трубки.

При очень низких давлениях уравнение (29.19) упрощается. Величину P_V нетрудно подсчитать, так как почти все столкновения электронов с молекулами упругие. Известно, что при столкновении электрон в среднем теряет $2\frac{m}{m_m}$ (§ 25) от своей энергии; известно также, что электроны имеют максвелловское распределение скоростей. Отсюда, зная поперечное сечение молекулы для упругих соударений, можно вычислить P_V . Мы не будем, однако, проводить этот расчет, так как оказывается, что P_V при низких давлениях относительно очень мало. Например, для Hg при $p = 2,210^{-4}$ мм рт. ст. $\frac{P}{iE_z} = 4 \cdot 10^{-5}$. Поэтому слагаемым P_V в (29.19) для низких давлений можно пренебречь. Слагаемое P_r также можно отбросить, так как при очень низких давлениях температура электронов и их скорости очень велики, что благоприятно для ионизирующих, а не для возбуждающих соударений и число последних мало. Поэтому можно ограничиться только слагаемым P_W в правой части уравнения (29.19).

При каждом акте рекомбинации на стенке последняя в среднем получает энергию

$$W = eU_i + K_i + K_e, \quad (29.20)$$

где $eU_i = W_i$ — энергия, освобождающаяся при рекомбинации, K_e и K_i — средние кинетические энергии электрона и иона в момент попадания на стенку. Мощность, выделяемая на стенках в расчете на единицу длины трубки, равна

$$P_W = \frac{2\pi R j_i}{e} \{eU_i + K_i + K_e\}. \quad (29.21)$$

С подсчетом средней энергии электронов, имеющих максвелловское распределение и попадающих на стенку, нам уже неоднократно приходилось встречаться (см., например, § 14, гл. 2). Как было показано в § III (формула (III. 256)),

$$K_e = 2kT_e.$$

Правда, в положительном столбе на максвелловское распределение накладывается дрейф электронов в продольном поле E_z . Однако можно показать, что наличие дрейфа мало меняет величину K_e . Для вычисления K_i разделим ее на две части: на энергию, полученную при движении в плазме от места зарождения до границы слоя положительного объемного заряда K'_i , и на энергию, полученную ионом при движении через слой K''_i :

$$K''_i = eU_e,$$

где U_e — падение напряжения в слое, где поле ускоряет ионы и тормозит электроны. Напряжение U_e уменьшает электронный ток на стенку до величины, равной ионному току j_i , в то время как из плазмы на границу слоя попадает беспорядочный электронный ток плотности $(j_e)_{\text{бесп}} = \frac{en_e \bar{v}_e}{4}$. Отсюда следует (ср., например, формулу (27.6))

$$U_e = \frac{kT_e}{e} \ln \left[\frac{(j_e)_{\text{бесп}}}{j_i} \right]; \quad K''_i = kT_e \ln \left[\frac{(j_e)_{\text{бесп}}}{j_i} \right].$$

Ленгмюр и Тонкс показали, что

$$K'_i = 0,7kT_e.$$

Это дает сравнительно небольшую поправку. На вычислении K'_i мы останавливаться не будем [Л.3.14].

Уравнение баланса мощности в столбе для очень низких давлений с учетом всего сказанного принимает вид

$$iE_z = 2\pi R j_i \left[U_i + \left(2,7 + \ln \frac{(j_e)_{\text{бесп}}}{j_i} \right) \frac{kT_e}{e} \right]. \quad (29.22)$$

2. Совместное решение уравнений плазмы и сравнение результатов теории с опытом.

Уравнения (29.12), (29.14), (29.16), (29.18), (29.22) составляют систему пяти уравнений, с помощью которой можно решить поставленную выше задачу о вычислении характеристик плазмы. Решение можно получить в графической форме или, если воспользоваться наиболее простой формой уравнения образования ионов (29.146), в виде формул, выражающих T_e , α , N_e , j_i , E_z через внешние параметры разряда и величины, характеризующие газ. Эти выражения имеют вид [Л. 3.18]:

$$\left. \begin{aligned}
 \text{A. } T_e &= eU_i \frac{1}{k \ln \left\{ \frac{4Rcp_0 U_i}{s_0 \sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{m_i}{m}} \right\}} \\
 \text{B. } \chi &= \frac{s_0}{R} \sqrt{\frac{2kT_e}{m_i}} \\
 \text{C. } N_e &= \frac{i \sqrt{2R \sqrt{m m_i}}}{e^{3/2} \sqrt{\sqrt{\pi} 0,75 \bar{\lambda}_e s_0 \left[U_i + \left(2,7 + \ln \sqrt{\frac{m_i}{2m}} \right) \frac{kT_e}{e} \right]}} \\
 \text{D. } j_i &= \left(\frac{m}{m_i} \right)^{1/4} \frac{i \sqrt{s_0 kT_e}}{\sqrt{0,75 \pi^{5/4} R^{3/2} \sqrt{e \bar{\lambda}_e \left[U_i + \left(2,7 + \ln \sqrt{\frac{m_i}{2m}} \right) \frac{kT_e}{e} \right]}}} \\
 \text{E. } E_z &= 2 \sqrt{\frac{s_0 kT_e \left[U_i + \left(2,7 + \ln \sqrt{\frac{m_i}{2m}} \right) \frac{kT_e}{e} \right]}{0,75 e \bar{\lambda}_e R \sqrt{\pi}}}
 \end{aligned} \right\} \quad (29.23)$$

Формулы (29.23) можно проверить экспериментально, так как, кроме атомных констант (e , m и т. д.) и внешних характеристик разряда (i , R), они содержат величины, которые можно определить экспериментально из зондовых характеристик. Результаты сравнения теории с экспериментом для He и Hg для самых низких давлений сведены в табл. 21. В этих измерениях энергия, выделенная на стенках, как это было установлено специальными измерениями, составляла $0,86(iE_z)$ для Hg и около $0,9(iE_z)$ для He. Зависимость T_e от давления и от ионизационного потенциала газа U_i (29.23.A) также хорошо согласуется с опытом, как это видно из рис. 220.

Удовлетворительное согласие теоретических и экспериментальных данных убедительно свидетельствует в пользу правильности теории плазмы Ленгмюра и Тонкса. Вместе с тем выясняется, в каком направлении должна совершенствоваться теория при переходе к большим давлениям и токам. Например в уравнении баланса плазмы нужно, очевидно, в первую очередь разработать способ вычисления мощности P_r , которая очень быстро возрастает с давлением. Следует отметить, что согласие между теорией и экспериментом могло бы получиться и худшим вследствие неточности урав-

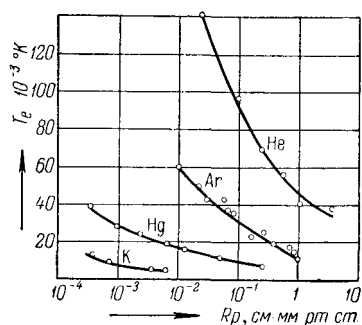


Рис. 220: Зависимость температуры электронов T_e в столбе разряда низкого давления от Rp для He, Ar, Hg, K.

нения Ланжевена и выражения для сечения ионизации, а также влияния не учтенных в теории элементарных процессов.

При выводе формул (29.23) были сделаны два упрощения, не вытекающие из основных предпосылок теории положительного столба низкого давления, а именно вместо более точной формулы (29.14в) было использовано выражение (29.14б) и, во-вторых, в уравнении баланса плазмы был отброшен член P_r — мощность излучения. Если отказаться от первого упрощения, то два уравнения (29.12) и (29.14в) опять позволяют независимо от остальных уравнений плазмы найти T_e и χ , но теперь эти уравнения сложнее и решение приходится представить в графической форме. Это сделано на рис. 221 и 222, на которых T_e и $R\chi$ для разряда в Hg представлены в зависимости от Rp_0 , где p_0 — давление, отнесенное к 0°C . На этих рисунках, кроме теоретических кривых (сплошные линии), нанесены экспериментальные значения, полученные различными авторами. Граница применимости теории плазмы низкого давления, если считать, как это было

Таблица 20: Сравнение теоретических и экспериментальных значений параметров положительного столба

Параметры	T_e [$^\circ \text{K}$]	χ	N_e	j_i [ma/cm^2]	E_z [e/cm]
Pt	1,8	800	5,32		

указано выше, допустимыми отклонения $\pm 30\%$, отмечена на рисунках вертикальной пунктирной прямой; граничное давление в трубках различных диаметров имеет порядок нескольких тысячных миллиметра ртутного столба. При больших давлениях делается заметной роль столкновений ионов с молекулами или ступенчатой ионизации. Зная T_e и χ , можно из остальных уравнений плазмы найти остальные главные параметры плазмы N_e и E_z . Рассмотрим кратко, какие уточнения следует при этом внести в вычисление. Во-первых, в уравнении подвижности нужно учесть зависимость $\bar{\lambda}_e = 1/S_e$ (S_e — сечение для передачи импульса; § 25) от скорости электро-

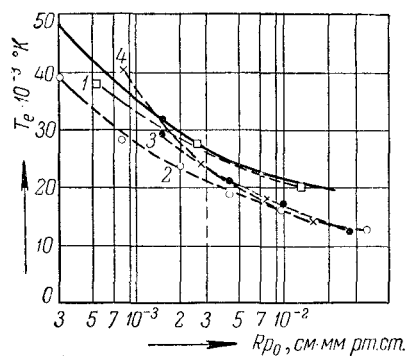


Рис. 221: Теоретическая кривая (сплошная линия) и экспериментальные данные, полученные различными авторами для зависимости T_e от Rr_0 . Экспериментальные кривые: 1— $2R = 6,2 \text{ см}$, $i = 5a$ (Киллиан); 2— $2R = 6,5 \text{ см}$, $i = 1a$ (Грановский); 3— $2R = 3,2 \text{ см}$, $i = 3a$ (Клярфельд); 4— $2R = 3,2 \text{ см}$, $i = 1a$ (Клярфельд).

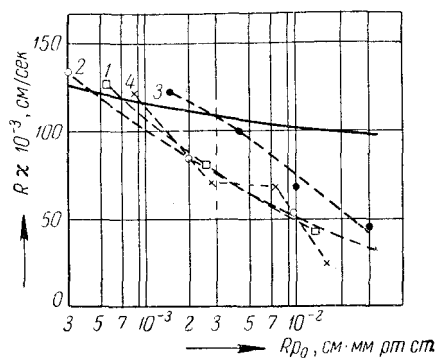


Рис. 222: Теоретическая кривая и экспериментальные данные для зависимости R_χ от Rr_0 . Обозначения экспериментальных кривых те же, что и на рис. 221.

нов, довольно сильно выраженную в случае ртути (при изменении энергии электрона от 1 до 9 эв S_e изменяется приблизительно в 4,5 раза). Во-вторых, совершенно необходимо учитывать слагаемое R_r (уравнение (29.23.Е)), так как без этого оно пригодно только для предельно низких давлений. Это очень трудная задача, так как электроны могут возбуждать различные уровни молекул, каждый из которых характеризуется своей функцией возбуждения, причем, как уже отмечалось в § 24, количественных сведений о ходе функций возбуждения часто нет. Метод расчета мощности P_r , расходуемой на возбуждение, был разработан В. А. Фабрикантом, давшим выражение функции возбуждения (§ 24, формула (24.14)). Метод Фабриканта, как оказалось, дает хорошие результаты. Так как вероятность возбуждения быстро уменьшается с порядком уровня, то для разряда в Hg оказывается достаточным учесть мощность, расходуемую на первые четыре уровня (6^3P_0 , 6^3P_1 , 6^3P_2 , 6^1P_1). Для этих уровней эмпирические постоянные, входящие в (24.14), известны. Что же касается слагаемых P_W и P_V в уравнении (29.23.Е), то относительно них сохраняет силу все сказанное выше. После внесения уточнений для параметров столба получаются выражения [Л. 3.15]

$$\left. \begin{aligned} \frac{E_z}{p_0} &= 1,28 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{\Phi}{\sqrt{T_e}}}, \\ \frac{N_e}{i} &= 1,28 \cdot 10^8 \sqrt{\frac{1}{\Phi \sqrt{T_e}}}, \end{aligned} \right\} \quad (29.24)$$

где

$$\Phi = \frac{es_0}{Rp_0} \sqrt{\frac{2kT_e}{m_i}} \left(U_i + 8,7 \frac{kT_e}{e} \right) + 5,99 \cdot 10^{22} \sqrt{T_e} \sum S_m \frac{b-1}{b^3} \left(2 + b \frac{eU_r}{kT_e} \right) eU_r e^{-\frac{eU_r}{kT_e}},$$

$$b = 1 + \frac{kT_e}{e(U_m - U_r)};$$

значения S_m , U_m взяты из формулы (24.14), а знак суммы \sum распространяется на все уровни, вероятность возбуждения которых не очень мала. Так как T_e — функция Rp_0 , то и Φ также функция Rp_0 , так что E_z/p_0 и N_e/i можно графически представить в зависимости от той же величины. Это сделано на рис. 223 в отношении E_z/p_0 . На этом рисунке, как и раньше, показаны результаты экспериментального определения градиента в столбе, полученные различными авторами. Из рисунка видно, что учет мощности излучения позволяет вычислить все основные параметры столба вплоть до давлений порядка нескольких тысячных миллиметра ртутного столба.

В заключение этого пункта отметим, что уравнения плазмы, полученные И. Ленгмюром и Л. Тонксом, ими решены не были. Решения уравнений плазмы как для наиболее простого случая $P_r = 0$ (формулы (29.23)), так и для случая $P_r \neq 0$ были даны Б. Н. Клярфельдом [Л. 3.18; Л. 3.15], которому принадлежит также и сравнение теории с экспериментом (табл. 21, рис. 221—223).

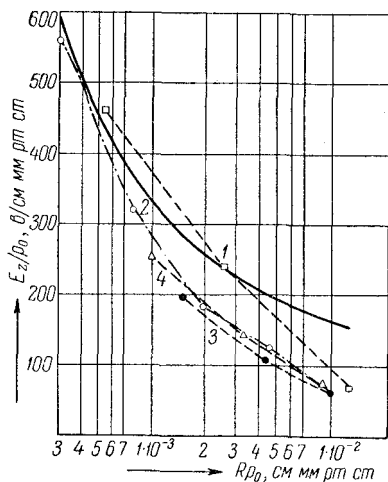


Рис. 223: Теоретическая кривая и экспериментальные данные для зависимости E_z/p_0 от Rp_0 . Обозначения экспериментальных кривых те же, что и на рис. 221.

3. Сравнение характеристик положительного столба в различных газах.

Экспериментальные данные, с которыми до сих пор сравнивались выводы теории, относились почти исключительно к разряду в парах ртути, изученному лучше, чем разряды в других газах. Можно, однако, ожидать качественного сходства в отношении зависимости основных характеристик плазмы от давления. Основанием для такого предположения служит тот факт, что уравнения теории плазмы существенно зависят от вида функций ионизации и возбуждения, а как раз эти функции для различных газов качественно сходны между собой (см., например, вид функций ионизации на рис. 180 и 181). Монотонное убывание T_e при увеличении Rp_0 (рис. 220) наблюдающееся в различных газах, подтверждает это соображение. Еще нагляднее проявляется сходство в отношении характеристик, более сложным образом зависящих от давления.

На рис. 224 для разряда в парах Hg и K приведены зависимости T_e , n_e , j_i и E_z от давления не только для низких, но и средних давлений, порядка нескольких миллиметров ртутного столба. Область теории плазмы низкого давления заканчивается вблизи линий A_1A , где все характеристики резко меняют свой характер а именно n_e и j_i начинают резко возрастать, а подъем E_z , наоборот, замедляется. Это относится в одинаковой степени к обоим газам.

Отступления от теории плазмы низкого давления дают себя знать вследствие того, что начинают играть заметную роль столкновения между молекулами газа и ионами, движущимися к стенкам. В этом можно убедиться-

ся с помощью простого подсчета хотя бы на примере разряда в Hg. При $p = 8 \cdot 10^3$ мм рт. ст., где лежит граничная линия A_1A , средний свободный пробег ионов ртути $\bar{\lambda}_i \approx 8$ мм, т. е. $\bar{\lambda}_i \approx R/2$ — среднему расстоянию места зарождения ионов от стенок трубки. Очевидно, что при этом уже многие ионы на пути от места зарождения до стенок имеют столкновения с молекулами, а это не учитывалось в теории плазмы низкого давления. Новое качественное изменение хода кривых, начинающееся вблизи линии B_1B , связывают с влиянием рекомбинации ионов и электронов в объеме газа, влияние которой при низких давлениях ничтожно.

4. Положительный столб в диффузионном режиме.

Рассмотрим положительный столб в состоянии равновесия, полагая, что давление настолько высоко, что свободный пробег ионов и электронов много меньше радиуса столба. В цилиндрической трубке, как и при меньших давлениях, будут существовать радиальная составляющая поля и равные по величине ионный и электронный токи на стенки, но перенос ионов и электронов будет подчиняться формулам дипольной диффузии (§ 25). Условие малости свободных пробегов по сравнению с радиусом трубки будет выполняться для трубок с $R \approx 1$ см, начиная с давлений порядка нескольких сотен или десятков миллиметров ртутного столба. Предположим, кроме того, что радиус столба очень близок к радиусу трубки R , температура во всем столбе одинакова и что рекомбинация происходит только на стенках трубки и притом настолько быстро, что концентрации электронов и ионов вблизи стенки равны нулю. Допустим, наконец, что ступенчатые процессы отсутствуют и что, следовательно, количество ионизаций, происходящих в 1 см^3 за 1 сек , пропорционально концентрации электронов.

Выделим в столбе цилиндрический слой с радиусами r и $r + dr$ и рассмотрим в пределах слоя баланс ионов или электронов, потоки и концентрации которых в установившемся состоянии равны.

Пусть $N(r)$ — число ионов, проходящих в радиальном направлении через 1 см^3 внутренней границы слоя за 1 сек ; тогда внутрь слоя (в расчете на 1 см длины) будет в 1 сек входить $N(r) \cdot 2\pi r$ ионов, выходить из него через наружную границу будет $N(r + dr) \cdot 2\pi(r + dr)$ ионов и, наконец, внутри слоя в 1 сек будет зарождаться $\chi n \cdot 2\pi r dr$ ионов, где χ — число ионов, образующихся в 1 сек в расчете на один электрон плазмы. В установившемся состоянии

$$2\pi r N(r) + \chi n \cdot 2\pi r dr = N(r + dr) \cdot 2\pi(r + dr). \quad (29.25)$$

Разлагая $N(r + dr)$ в ряд и ограничиваясь членом первого порядка малости, получим:

$$N(r + dr) = N(r) + \frac{dN}{dr} dr.$$

После сокращений формула (29.25) примет вид

$$\chi n r = r \frac{dN}{dr} + N. \quad (29.26)$$

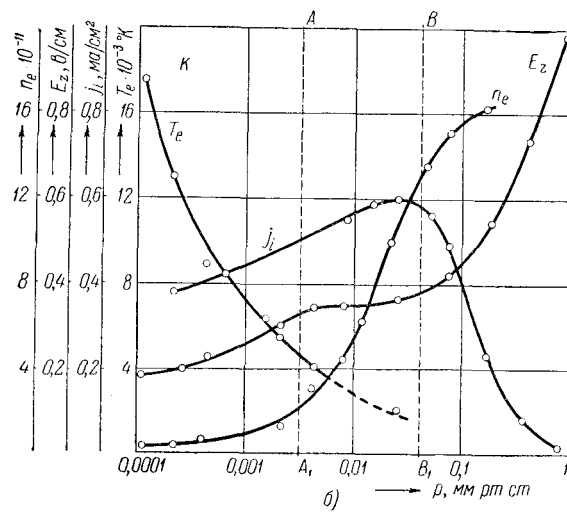
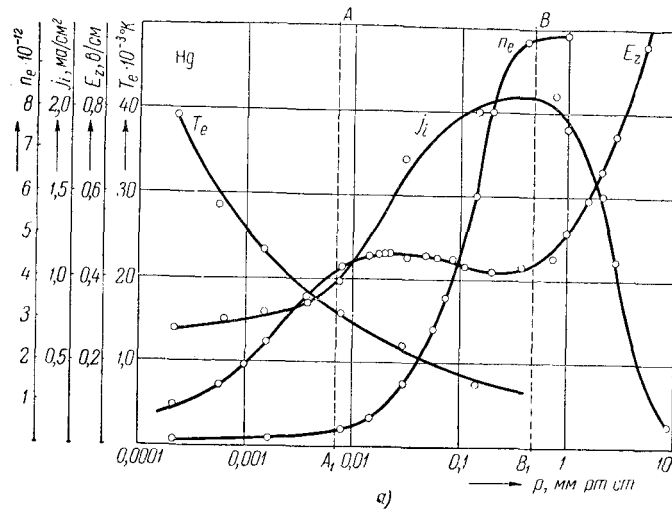


Рис. 224: а—зависимость n_e , E_z , j_i и T_e для разряда в парах Hg от давления в интервале от 10^{-4} до 10 мм рт. ст.; б—то же для разряда в парах К.

Кроме того (§ 25),

$$N = -D_a \frac{dn}{dr},$$

где D_a — коэффициент двуполярной диффузии. Уравнение (29.26) можно теперь после преобразований записать в виде

$$\frac{d^2n}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dn}{dr} + \frac{\chi}{D_a} n = 0. \quad (29.27)$$

Это уравнение Бесселя, и его решением является функция Бесселя 1-го рода нулевого порядка

$$n = n_0 J_0 \left(r \sqrt{\frac{\chi}{D_a}} \right). \quad (29.28)$$

Так как на оси при $r = 0$ будет $j_0 = 1$, то n_0 имеет смысл концентрации (или ионов) на оси. Функция J_0 при значении аргумента $r \sqrt{\frac{\chi}{D_a}} = 2,405$ обращается в нуль. Сопоставляя это с предположением, что концентрация заряженных частиц на стенках трубки падает до нуля, получим:

$$R \sqrt{\frac{\chi}{D_a}} = 2,405. \quad (29.29)$$

Пусть на ионизацию из всей подводимой мощности jE_z (в расчете на 1 см^3 плазмы) затрачивается часть, равная εjE_z , где $\varepsilon < 1$. Очевидно, что

$$\varepsilon jE_z = \chi n e U_i.$$

С другой стороны, плотность тока

$$j = en(b_e + b_i)E_z,$$

откуда

$$\chi = \frac{\varepsilon j E_z}{n e U_i} = \frac{\varepsilon (b_e + b_i)}{U_i} E_z^2, \quad (29.30)$$

и из (29.29) и (29.30) получим:

$$E_z = \frac{2,405}{R} \sqrt{\frac{D_a U_i}{\varepsilon (b_e + b_i)}} = \frac{A}{R}, \quad (29.31)$$

где A — постоянная, зависящая от рода газа.

К сожалению, из (29.31) нельзя вычислить абсолютные значения E_z , как это было сделано в теории плазмы низкого давления, так как коэффициент ε не поддается теоретическому расчету в тех сложных условиях, которые существуют в положительном столбе при давлениях, начиная с сотых долей миллиметра ртутного столба. Но формула (29.31) дает правильную зависимость E_z от радиуса трубки R . На рис. 225 представлена зависимость E_z/p от произведения Rp , имеющая вид

$$\frac{E_z}{p} = \frac{A}{Rp}. \quad (29.32)$$

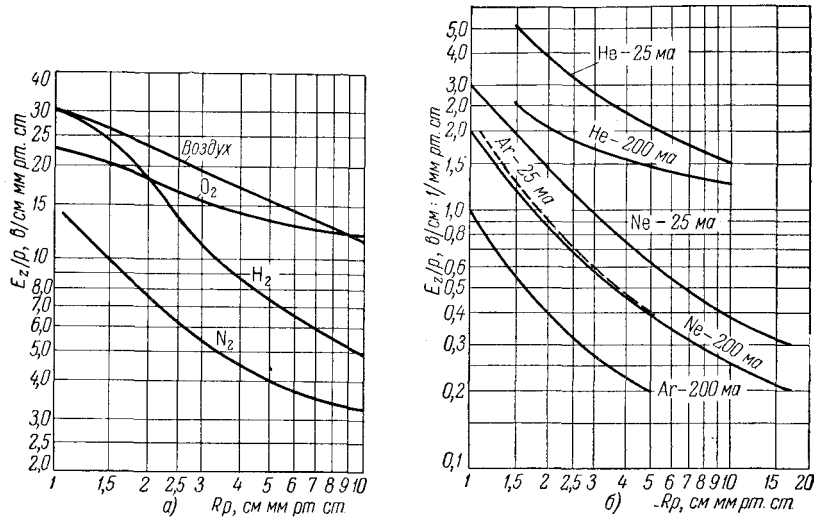


Рис. 225: Зависимость отношения E_z/p от Rp для столба в диффузионном режиме. а—для различных газов при токе 100 ма; б—для He, Ar, Ne при 25 ма и 200 ма.

Как видно из рисунка, относящегося к области средних давлений, соответствующих примерно области правее линии BB_1 на рис. 224, качественно формула (29.32) хорошо подтверждается. Из рис. 225, б видно, кроме того, что с увеличением силы тока градиент E_z уменьшается. Это можно объяснить, если принять во внимание некоторые обстоятельства, не учтенные при выводе формулы (29.31).

При увеличении плотности тока возрастает роль ступенчатых процессов и, следовательно, образование ионов в количестве, нужном для поддержания разряда, может происходить при меньшей температуре T_e и, значит, при меньшем значении градиента E_z , так как (§ 25, формула (25.21))

$$T_e = \sqrt{\frac{1}{6\delta} \frac{e\bar{\lambda}_e}{k} E_z}.$$

Положительный столб имеет, таким образом, падающую вольт-амперную характеристику, и если он имеет большую длину, то и характеристика всей трубки также делается падающей. Изложенная здесь теория положительного столба в диффузионном режиме принадлежит В. Шоттки. Кроме отмеченной уже выше ее неполноты (в отношении коэффициента ϵ), она применима в ограниченной области давлений. Со стороны низких давлений это ограничение связано с тем, что движение заряженных частиц теряет диффузионный характер при понижении давления. При повышении давления и плотности тока прежде всего делается неправильным предположение о прямом характере ионизации, так как начинает преобладать ступенча-

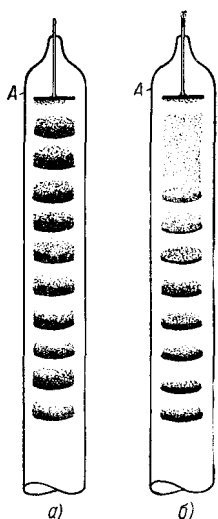


Рис. 226: Вид слоистого столба с незатухающими (а) и затухающими (б) стратами.

тая ионизация. Правда, оказывается, что это обстоятельство сравнительно слабо влияет на выводы теории. Но при дальнейшем увеличении давления и тока газ сильно нагревается и существенное значение приобретает термическая ионизация (§ 24), а сечение столба начинает уменьшаться, занимая только часть сечения трубки. Это явление называют контрагированием или отщуровкой столба. К контрагированному столбу теория Шоттки совершенно неприменима. Характерный контрагированный столб (см. § 30) получается в дуговом разряде при давлении, равном атмосферному или большем.

5. Слоистый положительный столб.

Выше было указано, что в настоящее время не только не существует законченной теории слоистого столба, но даже о самом механизме образования страт существуют различные мнения. Поэтому ниже дано только короткое описание свойств положительного столба и в заключение сформулированы важнейшие вопросы, на которые теория должна дать ответ. О теории слоистого столба см. [Л. 3.1, гл. 14; Л. 3.16].

Слоистый столб — это чаще всего встречающаяся форма положительного столба. Во многих газах слоистый столб получается в огромном интервале плотностей тока и давлений, в очень широких и в очень узких трубках. Например, в водороде слои (страты) наблюдались при давлениях от 0,1 до 10^3 мм рт. ст. и плотностях тока от 10^{-5} до 300 а/см². При очень низких давлениях страты возникают не во всех газах. В некоторых же газах, например в чистых парах Hg, страты вообще не возникают.

Каждая страта начинается с более яркой «головки», обращенной к катоду, обычно слегка выпуклой соответственно форме эквипотенциальной поверхности в разряде. По направлению к аноду яркость свечения постепенно убывает и «хвост» страты часто кажется совсем темным.

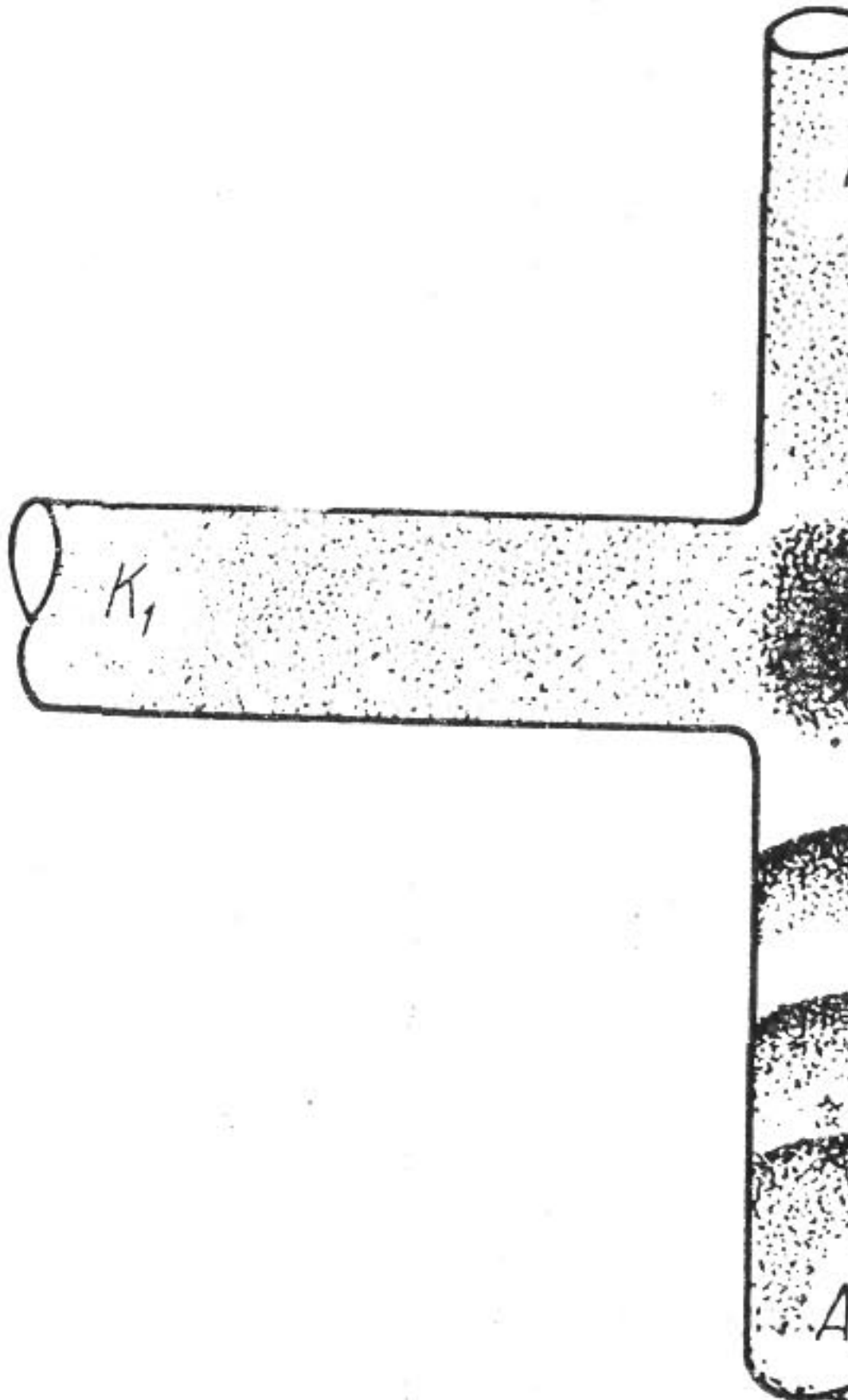
В некоторых случаях распределение свечения в первой от катода страте почти в точности повторяется в последующих стратах (незатухающие страты); в других случаях контраст между головкой и хвостом страты постепенно стирается (затухающие страты) и слоистый столб переходит в однородный. Типичное распределение свечения в обоих случаях изображено на рис. 226. Иногда страты «стоят» неподвижно, но во многих случаях они быстро перемещаются в ту или другую сторону вдоль столба (бегущие страты).

Столб с бегущими стратами представляется наблюдателю однородным, и слоистость обнаруживается с помощью стробоскопических методов наблюдения (вращающееся зеркало и т. п.). Есть убедительные доказательства того, что природа неподвижных и бегущих страт одинакова и вся разница между ними состоит в том, что в одном случае внешние причины фиксируют страты в определенном положении, а в другом лишают их устойчивости. Это доказывается, во-первых, тем, что в одном и том же разряде могут одновременно на одной части столба существовать неподвижные страты, а на другой — бегущие. Во-вторых, внешним магнитным полем, соответственно подобранным, можно лишить устойчивости неподвижные страты и привести их в движение и, наоборот, остановить бегущие страты.

Внешним воздействием можно вызвать появление страт в однородном столбе. Для этого часто достаточно создать местное возмущение в разряде, например ввести в разряд экран с узким отверстием или сузить разрядную трубку. Страты тогда появляются по анодную сторону от места возмущения. Сущность воздействия сводится к созданию местного увеличения концентрации заряженных частиц или местного перепада потенциала (или того и другого вместе). Это можно подтвердить прямым опытом.

На рис. 227, *a* показаны пересекающиеся разряды в крестообразной трубке. Если зажигать только один разряд, то он остается однородным. Но если оба разряда горят одновременно, то от места повышенной концентрации, образующейся на пересечении разрядов, начинаются страты. На рис. 227, *б* и *в* показано действие тонкой проволоки-зонда, введенной в разряд с затухающими стратами. Зонд, заряженный до потенциала плазмы (рис. 227, *в*), никакого действия не оказывает. Но зонд, заряженный до -300 в по отношению к плазме и создающий местный перепад потенциала, служит местом зарождения страт. В разряде, свободном от местных возмущений, страты появляются в самом начале столба. Естественно предположить в свете только что описанных опытов, что местом их зарождения является катодная часть разряда, где налицо крутой подъем потенциала и (в отрицательном тлеющем свечении) большая концентрация электронов и ионов.

Как и следует ожидать, периодичности в распределении свечения в слоистом столбе соответствует периодичность его электрических параметров, которые можно измерять обычными методами, применяемыми при изуче-



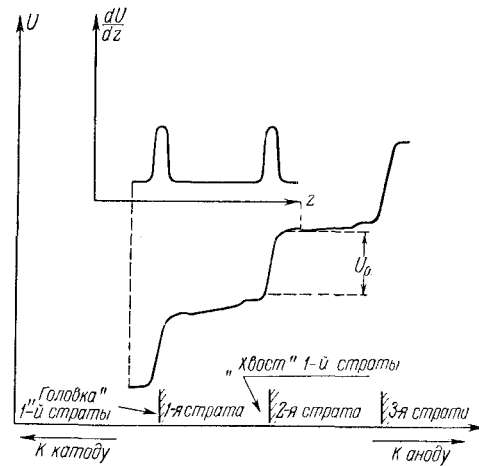


Рис. 228: Распределение потенциала U и градиента $\frac{dU}{dz}$ вдоль слоистого столба (схематический чертеж).

нии плазмы. На рис. 228 показано типичное для слоистого столба распределение потенциала. Рисунок показывает, что местный перепад потенциала, который, как мы видели, служит причиной возникновения слоистого столба, периодически повторяется на месте стыка соседних страт, где, очевидно, существует двойной электрический слой: избыток положительных зарядов в головке 2-й страты и избыток отрицательных зарядов в хвосте 1-й страты (номера страт относятся к рисунку). В промежутках между двойными слоями подъем потенциала очень невелик, и в некоторых местах он может сменяться местным падением потенциала, где, следовательно, электрическое поле меняет направление.

Измерения методом зондов показывают, что концентрация ионов и электронов изменяется на протяжении страты в несколько раз, причем наибольшей величины оно достигает в головке страты. Кроме того, зондовые характеристики показывают, что в головке страты имеется избыток быстрых электронов, уменьшающийся по направлению к хвосту страты, где существует неискаженно максвелловское распределение скоростей электронов. Эти данные позволяют получить представление о механизме тока в слоистом столбе.

В области двойного электрического слоя электроны получают большие скорости (см. рис. 228) и производят в головке усиленную ионизацию и возбуждение. По мере удаления от головки число быстрых электронов уменьшается и ионизация уже не в состоянии восполнить потери от рекомбинации на стенках и в объеме газа, вследствие чего концентрация заряженных частиц убывает. Направленное движение электронов, следовательно, обусловлено двумя причинами: градиентом потенциала и градиентом концентрации (§ 25), причем вторая причина на некоторых участках преобладает.

Электроны, достигшие начала нового перепада давления, ускоряются по направлению к следующей страте, где весь процесс повторяется.

Теория прежде всего должна объяснить: 1) почему вслед за местным скачком потенциала создается область с увеличенной концентрацией электронов и ионов — головка страты; 2) почему падение концентрации заряженных частиц вдоль страты, хорошо объясняемое недостаточной компенсацией убыли электронов и ионов вследствие их диффузии на стенки и рекомбинации, на некотором определенном расстоянии приводит к новому скачку потенциала; 3) почему в одних условиях все скачки потенциала равны между собой (незатухающие страты), а в других каждый последующий скачок меньше предыдущего (затухающие страты). Наиболее простой ответ на эти вопросы дает теория Б. Н. Клярфельда, на которой, к сожалению, мы здесь не можем останавливаться [Л. 4.16].

6. Анодная область разряда.

Анодная область разряда соединяет анод с положительным столбом. Она может отсутствовать, если анод сдвинут в область отрицательного тлеющего свечения. С внешней стороны это немного более темная (по сравнению со столбом) область, доходящая до поверхности анода. При некоторых условиях, о которых будет сказано ниже, на поверхности анода находится анодное свечение, имеющее вид тонкой светящейся пленки. При увеличении давления и тока до некоторого предела на ее поверхности образуются выпуклости («перлы»). В этих условиях явления в анодной области усложняются, и мы этот режим не будем рассматривать, так как даже в наиболее простом случае однородного столба и низкого давления явления в анодной области изучены пока недостаточно.

Зондовые измерения показывают, что постоянство градиента потенциала, характерное для однородного столба, нарушается в анодной области. Характерные примеры распределения потенциала в анодной области приведены на рис. 229—231. Рис. 229 относится к разряду с анодом, поверхность которого много меньше сечения столба. Внизу на рис. 229, так же как и на остальных, показаны эквипотенциальные и силовые линии электрического поля.

Разность ΔU_a между анодным напряжением и началом крутого подъема кривой называется анодным падением потенциала (а. п.); в данном случае а. п. положительно и в анодной области существует поле, ускоряющее электроны. Положительное а. п. может существовать и при плоском аноде, по площади равном сечению столба при не очень малых давлениях. Распределение потенциала и форма эквипотенциальных и силовых линий поля для этого случая даны на рис. 231, а. На рис. 230 показаны распределение потенциала и поле в случае цилиндрического полого анода большой площади. В анодной области существует максимум потенциала и анодное падение, определяемое здесь как разность между анодным напряжением и максимумом потенциала, отрицательно и вблизи анода устанавливается поле, тормозящее электроны. Сходное распределение потенциала существует в разряде с

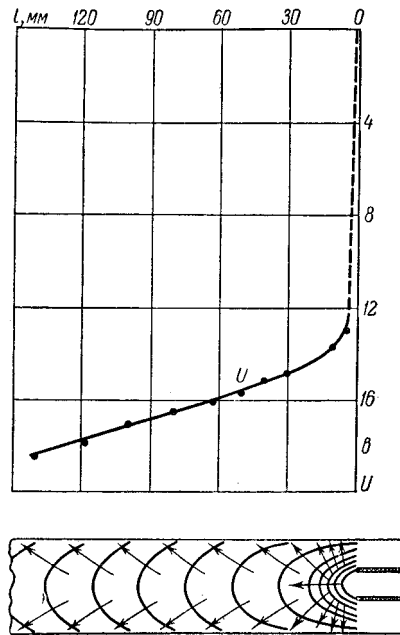


Рис. 229: Распределение потенциала и структура поля в анодной ооласти разряда с анодом малого сечения; анодное падение положительно. Разряд в Hg, $p = 3 \cdot 10^{-3}$ мм рт. ст., $i = 1a$.

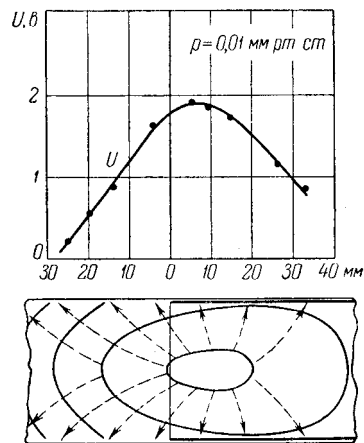


Рис. 230: То же, что и на рис. 229, для разряда с полным анодом большой площади; анодное падение отрицательно. Разряд в Hg, $p = 10^{-2}$ мм рт. ст., $i = 1a$.

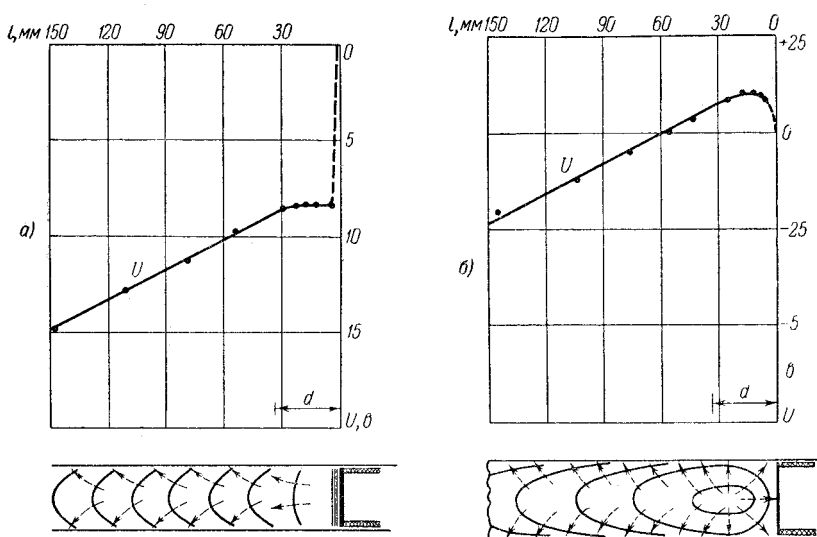


Рис. 231: То же что и на рис. 229, для разряда с плоским анодом, площадь которого равна площади сечения столба. *a*—режим с положительным анодным падением. Разряд в Hg, $p = 3 \cdot 10^{-2}$ мм рт. ст.; $i = 0,3$ а; *b*—режим с отрицательным анодным падением, разряд в Hg, $p = 2 \cdot 10^{-3}$ мм рт. ст.; $i = 1$ а.

плоским анодом при низких давлениях (рис. 231, б). Отрицательное а. п. обычно равно 2 — 4 в, в то время как положительное а. п. может достигать десятков вольт. Ширина анодной области, т. е. той области, где однородность столба нарушена при положительном а. п., — порядка диаметра столба, а при отрицательном а. п. максимум концентрации может занимать область шириной 4 — 5 диаметров. Рис. 231, *a* и *б* показывает, что в случае плоского анода изменение режима разряда сильно меняет конфигурацию поля в анодной области. Но в случае полого цилиндрического анода и анода небольшой площади (рис. 230 и 231) конфигурация поля определяется прежде всего формой и размерами электродов и стенок и гораздо слабее зависит от режима разряда. В результате оказывается, что на практике в неконтрагированном однородном разряде с анодом большой поверхности а. п. всегда отрицательно, а в разряде с анодом небольшой площади положительно. Это обстоятельство послужило главным доводом в пользу теории анодного падения Ленгмюра — Мотт-Смита, до сих пор еще пользующейся большим распространением.

В этой теории анод аналогично зонду в теории зондовой характеристики рассматривается как пассивный коллектор электронов и его действие на разряд никак не учитывается. Допустим, что невозмущенная плазма доходит до поверхности анода. Тогда ток на анод равен беспорядочному току

из плазмы, т. е.

$$i = Q(j_e)_{\text{бесп}} = Q \frac{n_e e \bar{v}}{4} = Q \frac{n_e e}{4} \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m}}, \quad (29.33)$$

где $Q = i/(j_e)_{\text{бесп}}$ — поверхность, которую должен иметь анод в этом режиме. Если поверхность анода $Q_a < i/(j_e)_{\text{бесп}}$, то анод зарядится по отношению к плазме до более высокого потенциала и вокруг него образуется слой отрицательного пространственного заряда; поверхность этого слоя равна

$$Q_{\text{слоя}} = Q = i/(j_e)_{\text{бесп}}.$$

Все электроны, попавшие на границу слоя, ускоряются и достигают анода, так что анод получает, как и должно быть, ток, равный разрядному току. Если площадь анода много больше сечения столба, то часть беспорядочного электронного тока должна возвратиться в плазму. Значит, анод должен принять по отношению к плазме отрицательный потенциал, а в слое с положительным объемным зарядом, окружающим анод, установится поле, тормозящее электроны. В первом случае а. п. должно быть положительно, а во втором — отрицательно, как это и есть в действительности.

Рис. 231 ясно показывает, что дело не только в соотношении между сечением столба и площадью анода, так как при неизменной величине этого соотношения а. п. может быть и положительным и отрицательным. Эти рисунки показывают также, что существует обратное воздействие анода на анодную область разряда. Следовательно, теория Ленгмюра — Мотт-Смита неправильна и разобраться в явлениях в анодной области можно только путем изучения образования и исчезновения положительных ионов, которые, в силу своей относительно малой подвижности, образуют, можно сказать, скелет плазмы, удерживая около себя электроны в почти равной концентрации. Для образования максимума концентрации и потенциала поэтому нужно, чтобы зарождение положительных ионов происходило интенсивно, а их исчезновение было затруднено.

Вернемся теперь к рис. 229 — 231. Так как ток на анод состоит исключительно из электронов (анод не эмиттирует ионы), то вблизи анода имеется тенденция к образованию отрицательного пространственного заряда. Для того чтобы было обеспечено поступление на анод тока, равного разрядному току, необходимо, чтобы отрицательный объемный заряд в достаточной степени был нейтрализован присутствием ионов.

Измерения температуры электронов внутри полого анода показывают, что она равна температуре в столбе и, следовательно, условия зарождения ионов здесь одинаковые со столбом. Но электрическое поле вблизи оси здесь слабее и ионы уходят из разряда медленнее, чем в столбе. Поэтому вблизи полого анода образуется максимум потенциала и концентрации ионов и электронов и устанавливается отрицательное а. п., а на анод течет диффузионный поток электронов (рис. 229). В разряде с анодом небольшой площади у анода возникает сильное электрическое поле, оттягивающее от

него ионы. При скорости образования ионов такой же, как в столбе, отрицательный объемный заряд не может быть скомпенсирован и устанавливается положительное а. п. такой величины, что ускоренные на его протяжении электроны производят дополнительную ионизацию, доставляющую необходимое количество ионов. Электроны, пробегая область положительного а. п., в определенном ее месте приобретают энергию, при которой вероятность возбуждения велика. В этом месте образуется анодная светлая пленка, которая, как это было уже отмечено, существует только при положительном а. п. В обоих случаях отрицательного и положительного а. п. соответствующее уменьшение или увеличение анодного напряжения сопровождается перераспределением напряжения между разрядной трубкой и сопротивлением, включенным во внешнюю цепь.

В разряде с плоским анодом режим образования ионов в анодной области и режим их оттока из нее сильно зависят от условий разряда. При низких давлениях а. п. отрицательно (рис. 231, а). Это объясняется тем, что при низких давлениях, как показали зондовые измерения в анодной области, относительно число ионов, образующихся на один электрон в 1 сек (определяемое формулой (29.14а)), больше, чем в столбе. Это приводит к образованию повышенной по сравнению со столбом концентрации ионов и максимума потенциала, а значит, и отрицательного а. п. Вблизи анода образуется обширная (до 4—5 анодных диаметров) область слабого поля, откуда ионы оттягиваются медленно и имеют соответственно большую продолжительность жизни. Повышение температуры анода, а следовательно, местной плотности газа перед анодом сводит на нет разницу в электронных температурах столба и анодной области. Уменьшение максимума концентрации ионов меняет и конфигурацию поля в направлении сокращения области слабого поля, вследствие чего усиливается отток ионов. В итоге максимум на кривой распределения потенциала сменяется горизонтальным участком, а дальнейшее возрастание давления приводит к дефициту ионов, который может быть скомпенсирован, как и в случае анода малых размеров, усиленной ионизацией при наличии положительного а. п.

Изложенную выше теорию образования а. п. можно проверить дополнительными опытами. Из приведенного выше рис. 231, а видно, что местное, распространяющееся только на анодную область понижение давления или T_e вызовет уменьшение x и концентрации ионов, так как при неизменной конфигурации электродов и стенок трубки изменения p и T_e только незначительно влияют на скорость оттока ионов из анодной области. Плотность газа в анодной области можно изменять, нагревая или охлаждая анод извне. В согласии с теорией оказалось, что, например, для разряда в парах Hg при давлении $p = 0,001$ мм рт. ст. и $T_a \lesssim 250^\circ$ С а. п. отрицательно, а при $T_a \gtrsim 250^\circ$ оно положительно и, увеличиваясь с ростом T_a , достигает при $T_a = 500^\circ$ С примерно +18 в. Сходные изменения были найдены и при других давлениях паров Hg, а также при разряде в He. Было также найдено, что охлаждение анода переводит положительное а. п. в отрицательное.

Температуру T_e в анодной области можно уменьшить, поместив вблизи анода вспомогательный электрод с большой поверхностью, потенциал ко-

того подобран так, что на него уходит значительно больше электронов, чем на стенки разрядной трубки. При этом если потенциал вспомогательного электрода таков, что поле тормозит электроны, то из разряда уходят самые быстрые электроны, а это равнозначно уменьшению T_e . Следовательно, ионизирующая способность электронов при этом снижается и отрицательное а. п. должно переходить в положительное. Эксперимент вполне подтвердил это следствие теории.

Изложенные в настоящем разделе теоретические соображения о явлениях в анодной области, а также приведенные в нем экспериментальные данные принадлежат Б. Н. Клярфельду и Н. А. Неретиной.

§ 30. Дуговые разряды высокого давления. Коронный и искровой разряды

Процессы, происходящие вблизи катода и на катоде дугового разряда, зависящие прежде всего от свойств самого катода, в главных своих чертах одинаковы во всех дуговых разрядах. Но процессы в положительном столбе существенно зависят от давления. При низких давлениях разряд заполняет все сечение трубки, газ остается холодным и среди ионизирующих процессов главную роль играет прямая и ступенчатая ионизация при столкновениях электронов с молекулами. При больших давлениях положительный столб образует более или менее резко ограниченную колонну или шнур, занимающий только часть сечения разрядной трубки, газ в пределах шнура нагревается до высокой температуры и главную роль в ионизации играют не столкновения электронов с молекулами, а термическая ионизация. Из дуговых разрядов высокого давления ниже коротко рассмотрены дуга в воздухе и дуга при давлении, большем атмосферного, в запаянном баллоне.

1. Дуга в воздухе.

Характерной особенностью плазмы дуги высокого давления является равенство температур электронов и молекул. Как показывает рис. 208, изотермичность плазмы наступает при давлениях, несколько меньших атмосферного. Поэтому к дуговым разрядам высокого давления относится и дуга, горящая в воздухе без баллона, открытая в 1802 г. В. В. Петровым¹. Значение дуги в атмосферном воздухе в истории технической электроники очень велико. Напомним, что первый технически пригодный электрический источник света — свеча Яблочкова — представлял собой дугу с особой кон-

¹Работы Г. Деви по дуговому разряду в открытой атмосфере были опубликованы на 8 лет позже работ В. В. Петрова. Тогда же было предложено название «вольтова дуга», хотя сам А. Вольта не принимал участия в открытии дугового разряда. Если разряд расположен горизонтально, то восходящие конвекционные потоки воздуха придают ему дугообразную форму. Отсюда произошло название «дуги». В советской технической литературе дугу в воздухе иногда называют «дугой Петрова» (см., например, Л 3.1 и 3.16).

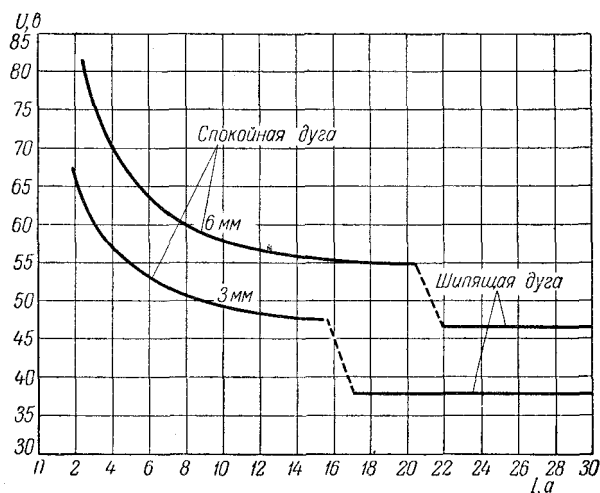


Рис. 232: Вольт-амперные характеристики дуги в воздухе при зазоре между углями 3 и 6 мм.

струкцией электродов, обеспечивающей длительное горение разряда. Методы резки и сварки металлов, изобретенные Н. Г. Славяновым и Н. И. Бенардосом, основаны на использовании высокой температуры дуги.

Строение дугового разряда в воздухе имеет некоторое сходство со строением дуги низкого давления. Вблизи катода находится светлая область — отрицательная светящаяся кисть, отделенная темной областью от примыкающего к аноду положительного пламени. Величины катодного и анодного падения напряжения для некоторых случаев были приведены выше (табл. 19).

Температура газа в средней части дуги очень высока — до 6500°K . Средняя часть дуги окружена более холодной, но также излучающей областью — так называемым ореолом. В область ореола происходит диффузия заряженных частиц из плазмы дуги. Катод и анод дуги также менее накалены, чем газ в области пламени, хотя, как это уже отмечалось, температура катода все же настолько высока, что эмиссия электронов имеет термоэлектронную природу. Для дуги с угольными электродами это было впервые доказано В. Ф. Миткевичем.

Охлаждая катод, например, проточной водой, можно и при высоком (даже большем атмосферного) давлении получить тлеющий разряд с большим катодным падением потенциала. Этот разряд легко переходит в дуговой, если прекращается охлаждение катода. Гораздо проще, однако, получить дугу в открытой атмосфере, приведя электроды в соприкосновение и затем раздвигая их. При соприкосновении происходит разогрев в месте контакта и начинается эмиссия из катода, после чего можно развести электроды. Этот способ зажигания дуги применяется чаще всего.

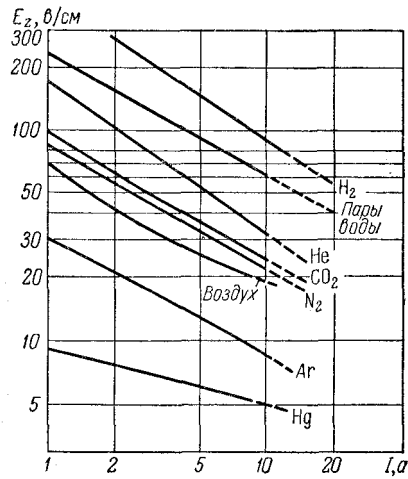


Рис. 233: Продольный градиент потенциала в дуге при давлении $p = 1$ атм в зависимости от силы тока для некоторых газов.

Вольт-амперная характеристика дуги в воздухе между угольными электродами подчиняется эмпирической формуле, найденной Г. Айртон (1902 г.):

$$U = a + bs + \frac{c + sd}{I}, \quad (30.1)$$

где s — длина дуги; a, b, c, d — эмпирические константы. Характеристика дуги разделяется на два участка: участок «спокойной» дуги, который хорошо подчиняется формуле (30.1), и участок «шипящей» дуги, к которой формула Айртона неприменима (рис. 232). Для дуг между металлическими электродами уравнение характеристики имеет вид, несколько отличный от (30.1). Численные значения констант в (30.1) см. [Л. 3.1, гл. 16].

2. Отшнурованный (контрагированный) дуговой разряд.

В закрытом баллоне или трубке можно получить дуговой разряд при давлении, много большем атмосферного. Были получены дуговые разряды при давлениях до 1000 атм (дуга сверхвысокого давления). Температура газа в дугах сверхвысокого давления может достигать до $10\,000^\circ\text{K}$.

Дуговой разряд высокого давления в длинной трубке концентрируется в виде тонкого шнура вблизи оси. Шнур дуги высокого давления оказывается окруженным холодным газом, и граница между ними настолько резка, что градиент температуры достигает около нее нескольких тысяч градусов на миллиметр. Яркость шнура может быть чрезвычайно большой.

Продольный градиент потенциала в дуге низкого давления очень невелик; например, в парах ртути в зависимости от температуры жидкого ртутного катода градиент измеряется десятками и даже сотыми долями вольт на

сантиметр. В шнуре дуги высокого давления наблюдаются гораздо большие поля. В качестве примера на рис. 233 приведена зависимость продольного градиента потенциала от силы тока для разных газов при давлении 1 атм. Наименьший градиент устанавливается в ртутных парах, а наибольший — в водороде и водяном паре. Поэтому если требуется получить через дугу большой ток при небольшом падении напряжения, то выгодно использовать дугу в ртутных парах, а если нужно погасить дугу в месте прерывания тока, то следует заполнять прерыватель водородом или водяным паром.

В дуге высокого давления большая часть разрядного пространства занята изотермической плазмой с температурой $6500 - 10\,000^\circ\text{K}$. В такой высокотемпературной плазме основную роль играет уже не ионизация ударами электронов, а термическая ионизация. Это можно показать с помощью формулы Саха (см. (24.1)). Например, для азота ($U_i = 15,8\text{ e}$) при $p = 1\text{ атм}$ и температуре плазмы $T = 6500^\circ\text{K}$ формула Саха дает $\alpha = 2,14 \cdot 10^{-5}$ и концентрацию ионизированных молекул

$$n_i = n_e = \alpha(n)_m = 2,4 \cdot 10^{13} \frac{1}{\text{см}^3},$$

т. е. концентрацию порядка наблюдаемой в действительности. Еще большая концентрация должна получаться в дугах с хорошо испаряющимися металлическими электродами, так как U_i для металлов меньше, чем для азота. Отсюда следует, что электроны и ионы отдадут энергию молекулам главным образом в очень многочисленных упругих соударениях, поддерживая тем самым высокую температуру газа. Акты ионизации непосредственно ударами электронов, имеющие столь большое значение в разрядах низкого давления, играют теперь второстепенную роль.

Механизм отщуровки можно себе представить в следующем виде: при увеличении силы тока газ нагревается сильнее всего на оси трубки; плотность газа здесь уменьшается, и термическая ионизация и ионизация ударами электронов усиливаются; плотность тока вблизи оси повышается, вызывая новое усиление ионизации, и в итоге весь ток оказывается сосредоточенным в тонком «шнуре», сильно излучающем и имеющем высокую температуру. При низких давлениях отщуровке препятствует быстрое выравнивание плотности газа по всей трубке вследствие диффузии и разрежение газа вблизи оси, необходимое для существования шнура, исчезает. Теорию столба высокого давления см. [Л. 3.1, гл. 17].

3. Вольт-амперные характеристики разряда. Условия его устойчивости.

Выше были рассмотрены все виды разрядов, от самостоятельного разряда до дуги, и описаны процессы перехода от одного вида разряда к другому. Теперь следует остановиться на вопросе об экспериментальном определении вольт-амперных характеристик разрядов. Характеристика измеряется с помощью цепи, куда кроме разрядной трубки и измерительных приборов включены эдс \mathcal{E} и внешнее омическое сопротивление R (рис. 234, а). Рис.

234, б и в воспроизводит два варианта вольт-амперной характеристики, охватывающей развитие разряда низкого давления от несамостоятельного до дугового.

На рисунке представлены наиболее типичные черты характеристик, которые в зависимости от различных условий (внешняя цепь, геометрия электродов и т. д.) могут сильно меняться. По оси абсцисс отложен $\lg I$, так как на протяжении характеристики ток I меняется от долей микроампера до нескольких ампер, т. е. на 8–9 порядков. Вольт-амперная характеристика разряда состоит из возрастающих и падающих участков. Измерение падающих участков характеристики связано с некоторыми трудностями. Построим прямую линию (линию нагрузки), подчиняющуюся уравнению

$$U = \mathcal{E} - IR. \quad (30.2)$$

На рис. 235 показаны возможные случаи пересечения линии нагрузки с падающим (рис. 235, а) и возрастающим (рис. 235, б) участками характеристики. В точках пересечения соблюдается условие (30.2) и они соответствуют установившемуся режиму. Легко видеть, что режим в точке D устойчив, а в точке C неустойчив. В самом деле, если ток в трубке случайно уменьшится (точка D''), то разность $\mathcal{E} - (IR)_{D''} - U_{D''} = \Delta U_{D''}$ и избыточное напряжение стремится увеличить ток. Если же произойдет увеличение тока (точка D'), то

$$\mathcal{E} - (IR)_{D'} - U_{D'} = \Delta U_{D'} < 0,$$

и появится напряжение, уменьшающее ток. Это и значит, что точка D соответствует устойчивому режиму разряда. Но режим, соответствующий точке C , неустойчив, как это можно показать, рассматривая случайные отклонения в точке C . Случайное уменьшение тока приводит разряд из точки C к погасанию, а случайное увеличение ведет к переходу в точку D . Поэтому при изменении характеристик на падающем участке будет получаться только нижняя из двух точек пересечения. В процессе измерения характеристики можно изменять как \mathcal{E} , так и R . В первом случае линия нагрузки смещается параллельно самой себе (рис. 236, а) и измерению доступен участок характеристики вплоть до точки M_1 , где линия нагрузки делается к ней касательной. Во втором случае (рис. 236, б) меняется угол наклона линии нагрузки и может быть измерен участок до точки M_2 . Легко видеть, что, взяв достаточно большое \mathcal{E} и меняя R в широких пределах, можно измерить всю характеристику (рис. 236, в).

Условию устойчивости разряда можно придать удобную и наглядную форму. Проведем в точках пересечения C и D (ср. рис. 235) касательные (рис. 237). Из чертежа следует, что

$$\left(\frac{dU}{dI}\right)_C = -\operatorname{tg} \beta_C; \quad \left(\frac{dU}{dI}\right)_D = -\operatorname{tg} \beta_D; \quad R = \operatorname{tg} \alpha.$$

Внутреннее сопротивление разряда $R_i = \frac{dU}{dI}$; оно отрицательно для падающих и положительно для возрастающих участков характеристики. Из рис.

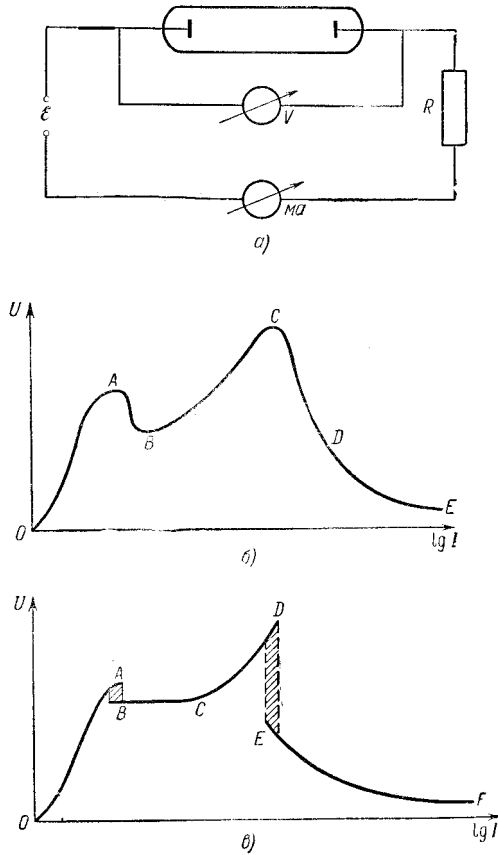


Рис. 234: Вольт-амперные характеристики в широком интервале изменений разрядного тока. *a*—схема для измерения характеристики; *б*—характеристика с плавно изменяющимися переходными участками: —несамостоятельный разряд, —переход к тлеющему разряду, нормальный тлеющий разряд, —аномальный разряд, *CD*—переходный режим, *DE*—дуговой разряд. Переходный участок типа *AB* характерен для разрядов с небольшой площадью катода и положительным столбом заметных размеров. Непрерывный переход типа *CDE* характерен для термоэлектронной дуги; *в*—характеристика со скачкообразными переходными участками: —несамостоятельный разряд, —нормальный тлеющий разряд, *CD*—аномальный тлеющий разряд, *EF*—дуговой разряд. Переход типа *в* характерен для электродов большой площади, близких друг к другу. Некоторая неопределенность момента перехода к новому режиму в *в* и *DE* отмечена штриховкой. Скачок типа *DE* всегда имеет место для разрядов с «холодным» катодом.

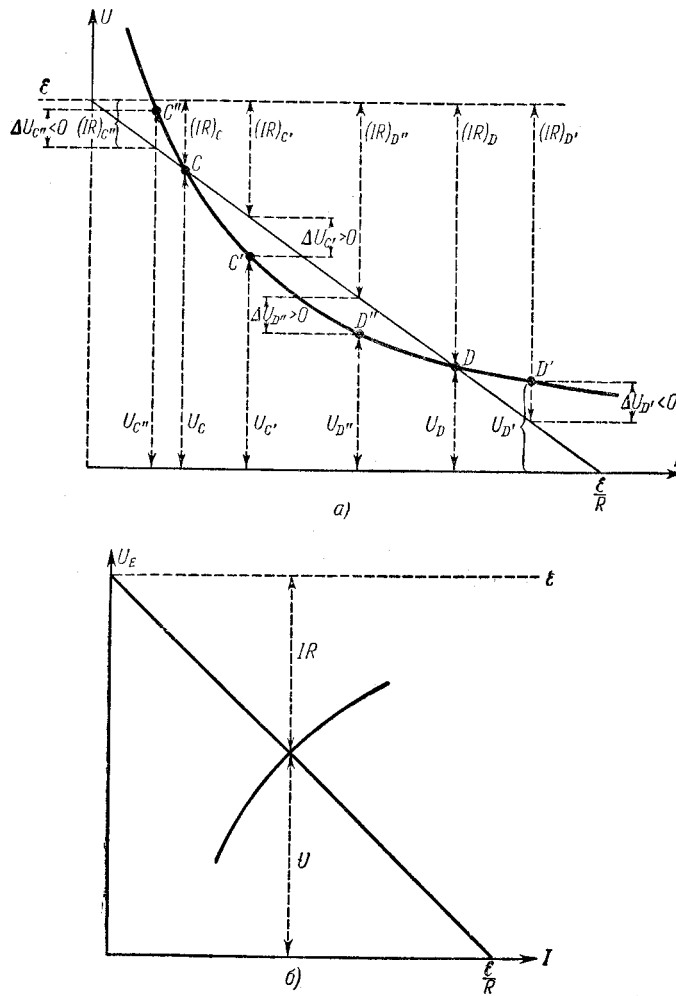


Рис. 235: К вопросу о выводе условия устойчивости разряда. *a*—устойчивая и неустойчивая точки на падающем участке характеристики; *b*—поднимающийся участок характеристики.

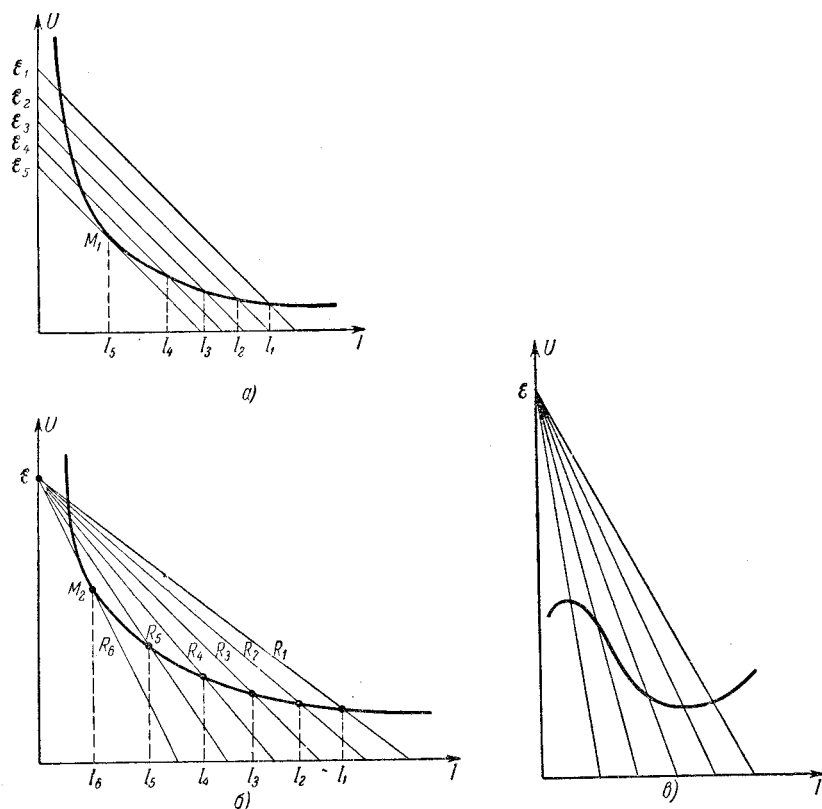


Рис. 236: Изменение положения линии нагрузки относительно характеристики. а—при изменении э.д.с. и неизменном R ; б— при изменении R и неизменной э.д.с.; в—э.д.с., достаточно большая для измерения всего падающего участка путем изменения R .

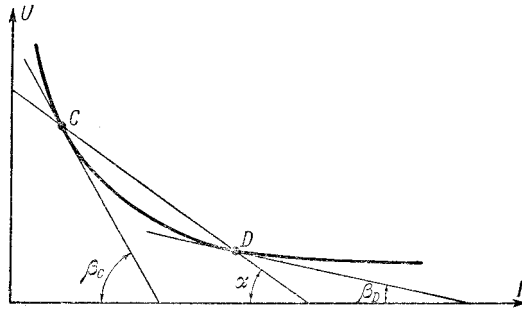


Рис. 237: Квыводу соотношения (30.3).

235, а видно, что для устойчивого режима (точка D)

$$\frac{dU}{dI} + R = R_i + R > 0 \quad (30.3a)$$

и для неустойчивого (точка C)

$$\frac{dU}{dI} + R = R_i + R < 0. \quad (30.3б)$$

Легко видеть, что критерий устойчивости разряда (30.3а) и (30.3б) применимы и к восходящим участкам характеристики, на которых разряд всегда устойчив и $R_i > 0$. Следовательно, разряд устойчив, если полное сопротивление цепи положительно, т. е. если внешнее сопротивление с избытком покрывает отрицательное сопротивление разряда, но на падающих участках характеристики разряд без сопротивления во внешней цепи устойчиво гореть не может.

4. Дуга переменного тока. Дуговой генератор.

Питание дугового разряда переменным током низкой частоты не вносит принципиальных изменений в его механизм. Рассмотрим, например, термоэлектронную дугу между одинаковыми угольными электродами, каждый из которых с одинаковым успехом может служить анодом или катодом дуги. Если \mathcal{E}_a — очень медленно меняющееся напряжение, то изменения в дуге будут следовать статической характеристике как при увеличении, так и при уменьшении тока (рис. 238, пунктирная кривая). В точке A дуга погаснет. При переходе напряжения \mathcal{E}_a через нуль электроды успеют охладиться, а междуэлектродный промежуток полностью доионизируется. В результате для зажигания дуги в отрицательном полупериоде придется вновь применить постороннее зажигание дуги, например соприкосновение углей и их разведение. После этого в отрицательном полупериоде режим дуги будет меняться в соответствии со статической характеристикой.

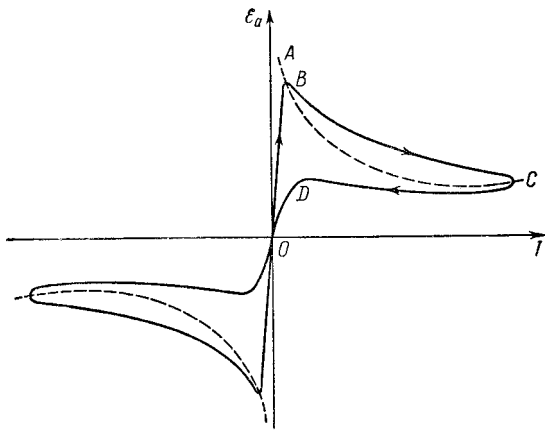


Рис. 238: Динамическая характеристика дуги при низкой частоте.

При повышении частоты хотя бы до 50 периодов в секунду будет сказываться инерционность процессов в дуге. Полной деионизации и остывания электродов в периоды перехода через нуль не будет, и к постороннему зажиганию прибегать не придется. Проследим ход явлений в дуге, начиная с перехода через нуль в положительный полупериод. На участке OB ток течет за счет эмиссии не вполне охладившегося электрода и остаточной ионизации. Катод постепенно разогревается, и в точке B вновь зажигается дуга.

В дальнейшем характеристика следует участку BC сплошной кривой, но идет несколько выше статической характеристики (штриховая кривая), так как при увеличении тока приходится от режимов с меньшей температурой катода и меньшей ионизацией переходить к режимам с большими их значениями так, что для достижения таких же значений тока нужны напряжения большие, чем в статическом режиме. Сходным образом можно объяснить, почему при уменьшении тока характеристика на переменном токе (динамическая характеристика) идет ниже статической (ветвь CD).

Динамическая характеристика имеет гистерезисный характер. Несмотря на явление гистерезиса, дугу на переменном токе низкой частоты, как это легко видеть из сказанного выше, можно рассматривать как сменяющие друг друга дуговые разряды противоположного направления. Это же верно и по отношению к низкочастотному тлеющему разряду. Конечно, если свойства обоих электродов различны, то различие будет сказываться при питании разрядного промежутка от переменного напряжения.

Подобно электронным приборам с падающей характеристикой (разрезной магнетрон, триод или тетрод в динатронном режиме) газовый разряд может быть использован для возбуждения автоколебаний. На практике для этого применяли дуговой разряд. Принципиальная схема возбуждения автоколебаний с помощью дуги приведена на рис. 239. На схеме L , C , R —

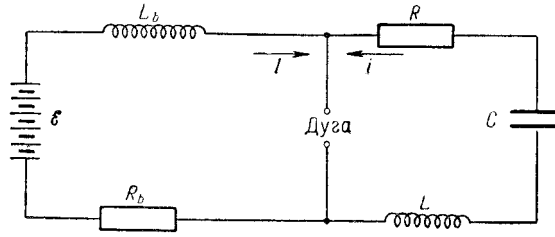


Рис. 239: Схема дугового генератора.

колебательный контур и L_b — индуктивность, настолько большая, что ток батареи I можно считать постоянным. Тогда закон Кирхгофа дает

$$L \frac{di}{dt} + R_i + \frac{1}{C} \int i dt + U = 0, \quad (30.4)$$

где U — напряжение на электродах дуги. Дифференцируя (30.4), получим:

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + R \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} + \frac{dU}{dt} = 0.$$

Так как $\frac{dU}{dt} = \frac{dU}{di} \frac{di}{dt} = R_i \frac{di}{dt}$, то

$$L \frac{d^2 i}{dt^2} + \left(R + \frac{dU}{di} \right) \frac{di}{dt} + \frac{i}{C} = 0. \quad (30.5)$$

Из (30.5) видно, что если

$$\frac{dU}{di} + R = R_i + R < 0,$$

т. е. выполняется условие неустойчивости разряда (30.3б), то колебания нарастают и имеет место самовозбуждение.

Дуговые генераторы незатухающих колебаний широко применялись до появления машин высокой частоты и ламповых генераторов и сыграли известную роль в радиотехнике как мощные генераторы незатухающих колебаний для передающих радиостанций. Для генерирования колебаний очень высокой частоты они непригодны. Кратчайшая длина волны, полученная от дугового генератора, равнялась 60 см (Н. К. Щодро, один из сотрудников П. Н. Лебедева, 1909 г.).

5. Коронный разряд.

Если хотя бы один из электродов имеет небольшой радиус кривизны (тонкая проволока, острие и т. п.) и давление достаточно высоко, то при повышении напряжения самостоятельный разряд переходит в коронный разряд.

Он может существовать как при атмосферном, так и при пониженном давлении. Коронный разряд с острия, имеющий вид светящейся кисти, иногда называют кистевым разрядом. Возникновение коронного разряда (короны) можно заметить по свечению, появившемуся у электрода, имеющего большую кривизну. При дальнейшем повышении напряжения разрядный ток быстро растет и одновременно увеличивается в объеме область свечения. В области свечения происходят интенсивная ионизация и возбуждение молекул газа; эта часть разряда называется коронирующим слоем, и электрод, к которому он примыкает, — коронирующим электродом².

Между коронирующим слоем и некоронирующим электродом лежит внешняя область короны. В разряде на постоянном токе может коронировать как положительный электрод (положительная корона), так и отрицательный (отрицательная корона). Оба электрода коронируют, если и тот и другой имеют большую кривизну. В случае переменного напряжения положительная и отрицательная короны чередуются у электродов с большой кривизной.

В технике высоких напряжений корона — нежелательное явление. Корона между проводами сетей высокого напряжения и частями высоковольтной аппаратуры приводит к увеличению потерь при передаче энергии и к разрушению поверхности изоляторов ионной бомбардировкой и химическим воздействием образующихся в разряде озона, окислов азота и (в присутствии влаги) азотной кислоты. Борьба с возникновением короны составляет важную часть высоковольтной техники. Коронный разряд находит себе и полезное применение в электрофильтрах и электросепараторах [Л. 4.1; Л. 4.7] и в некоторых типах счетчиков частиц. В счетчиках обычной конструкции коронный разряд происходит между коаксиальными цилиндрами. В дальнейшем рассматривается главным образом эта форма короны.

Рассмотрим, как можно себе представить физические процессы в отрицательной и положительной коронах. При увеличении напряжения поле вблизи электрода A (рис. 240) достигает величины, при которой начинается ионизация электронными столкновениями. По направлению к электроду B поле ослабевает и на расстоянии r_k , равном внешнему радиусу коронирующего слоя, ионизация и возбуждение прекращаются. В случае отрицательной короны явления на коронирующем электроде-катоде сходны с явлениями на катоде тлеющего разряда. Положительные ионы выбивают из него электроны, производящие в свою очередь нужное для стационарного режима число ионизаций в коронирующем слое. Во внешней области короны поле слабое и электроны, перешедшие сюда из коронирующего слоя, дрейфуют к аноду, уже не имея ионизирующих столкновений. Во внешней области отрицательной короны нет электронно-ионных лавин; здесь течет ток, состоящий из электронов и отрицательных ионов, и находится отрицательный пространственный заряд, ограничивающий ток в цепи разряда даже при отсутствии внешнего сопротивления. В коронном разряде в воз-

²Коронирующий электрод оказывается окруженным светящимся слоем. По виду это напоминает блестящую корону, надетую на темный предмет. Отсюда произошло название разряда.

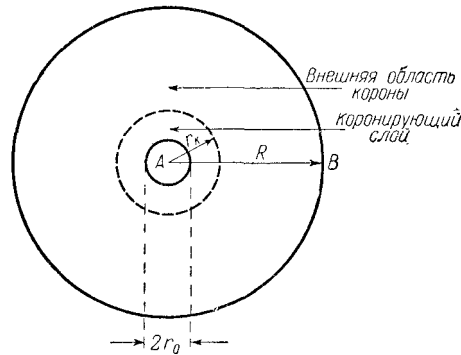


Рис. 240: К теории короны между цилиндрическими электродами.

духе наряду с электронами неизбежно участвует большое количество отрицательных ионов, образованию которых способствуют большая плотность газа и небольшая напряженность поля во внешней области. Так как режим пробоя существует только в пределах коронирующего слоя, то можно сказать, что коронный разряд представляет собой незавершенный, неполный пробой разрядного промежутка.

В положительной короне электроны, кладущие начало лавине, входят в коронирующий слой через его наружную границу. Катодом служит наружный, некоронирующий электрод, на который попадают положительные ионы после дрейфа во внешней области короны. Скорости их у катода невелики, сам катод может быть очень удален, и вряд ли можно думать, что выбиваемые ими электроны доходят до коронирующего слоя. Видимо, главную роль в своего рода гамма-процессах на внешней границе слоя играет фотоионизация газа во внешней области, вызванная излучением коронирующего слоя. Ток, текущий во внешней области, состоит из положительных ионов, и пространственный заряд здесь положителен. Очевидно, то, что было сказано о неполном пробое применительно к отрицательной короне, относится и к короне положительной. На случае двух коронирующих электродов (два тонких провода, два острия) можно особо не останавливаться. Отметим только, что во внешней области двуполярной короны, разделяющей оба коронирующих слоя, текут встречные потоки положительных и отрицательных частиц.

При увеличении напряжения растут как толщина коронирующего слоя, так и напряженность поля во внешней области короны. В конце концов электронно-ионные лавины оказываются в состоянии перекрывать весь междуэлектронный промежуток, пробой оказывается завершенным и корона переходит в другую форму разряда — искровой разряд. Напряжение полного пробоя промежутка называют потенциалом искрового перекрытия короны.

Для электротехники важно прежде всего знать, при каких условиях начинается коронный разряд. В результате изучения обширного экспери-

ментального материала Пиком была получена для случая коаксиальных цилиндрических электродов в воздухе эмпирическая формула Пика:

$$E_z = 31,0 \cdot \delta \left[1 + \frac{0,308}{\sqrt{\delta r_0}} \right] \frac{\kappa\epsilon}{\text{см}}, \quad (30.6)$$

где r_0 — радиус коронирующего цилиндра, δ — плотность воздуха, отнесенная к плотности воздуха при $p = 760$ мм рт. ст. и $t = 0^\circ \text{C}$, и E_z — начальная напряженность поля, т. е. напряженность поля на поверхности коронирующего цилиндра, при которой появляется корона.

Зная E_z и принимая во внимание, что в момент появления короны пространственного заряда практически нет, можно по известной формуле электростатики найти напряжение, при котором начинается корона.

В формулу Пика не входит радиус внешнего цилиндра. Физически это понятно, так как при больших расстояниях между электродами поле около тонкого цилиндра мало зависит от того, где находится второй электрод, и даже от того, какова его форма. Поэтому для параллельных проводов E_z вычисляется по формуле, мало отличающейся от формулы (30.6).

Выведем теперь упрощенное выражение для вольт-амперной характеристики коронного разряда, пригодное для напряжений, близких к начальному. Рассмотрим корону в воздухе и будем считать, что толщина коронирующего слоя и падения напряжения на нем малы в сравнении с толщиной и падением напряжения во внешней области. Наши выводы будут относиться как к положительной, так и к отрицательной короне. Поэтому подвижность заряженных частиц во внешней области мы обозначим через b (без индекса).

Плотность тока на единицу длины цилиндрических электродов равна

$$J = 2\pi\rho brE = 2\pi\rho bRE_R, \quad (30.7)$$

где ρ — плотность пространственного заряда. Уравнение Пуассона для длинных цилиндрических электродов имеет вид

$$-\left[\frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} \right] = \frac{dE}{dr} + \frac{E}{r} = \frac{1}{r} \frac{d(Er)}{dr} = 4\pi\rho.$$

При условии, что пространственный заряд невелик, в теории короны приближенно принимают $\rho = \text{const}$, основываясь на том, что $(\rho Er) = \text{const}$ по уравнению (30.7), а (Er) , при полном отсутствии пространственного заряда, в цилиндрическом конденсаторе не зависит от r . Поэтому, положив при интегрировании уравнения Пуассона $\rho = \text{const}$, мы допустим небольшую ошибку. Считая коронирующий слой тонким, так что $r_k \approx r_0$, получим после интегрирования и небольших преобразований:

$$Er = E_0 r_0 + 2\pi\rho(r^2 - r_0^2). \quad (30.8)$$

Подставляя в (30.8) $E = -\frac{dU}{dr}$ и интегрируя еще раз в пределах от r_0 до R , считая, что $U_{r=r_0} = 0$, $U_{r=R} = U_R = U$, найдем:

$$U = -E_0 r_0 \ln\left(\frac{R}{r_0}\right) - \pi\rho R^2 \left[1 - \frac{r_0^2}{R^2} - 2\frac{r_0^2}{R^2} \ln\left(\frac{R}{r_0}\right) \right], \quad (30.9)$$

или так как $r_0 \ll R$, то с хорошим приближением имеем:

$$U = -E_0 r_0 \ln \left(\frac{R}{r_0} \right) - \pi \rho R^2. \quad (30.10)$$

Здесь E_0 — напряженность на внутренней границе внешней области разряда. Ее можно считать равной начальной напряженности поля E_z , так как на этой границе останавливается пробой междуэлектродного пространства. Учитывая, кроме того, что пространственный заряд невелик, можно написать по формулам электростатики:

$$E_0 = E_z = -\frac{U_z}{r_0 \ln \frac{R}{r_0}}; \quad E_r = -\frac{U}{R \ln \frac{R}{r_0}}. \quad (30.11)$$

Из формул (30.7), (30.10) и (30.11) легко получить:

$$\rho = -\frac{J \ln \frac{R}{r_0}}{2\pi b U},$$

$$J = \frac{2bU(U - U_z)}{R^2 \ln \frac{R}{r_0}}. \quad (30.12)$$

Формула (30.12) хорошо согласуется с экспериментом. Если рассматривать напряжение, очень мало отличающееся от U_z , то можно написать $U = U_z + \Delta U$, где ΔU мало, и тогда формула (30.12) примет вид

$$J = \frac{2bU(U_z + \Delta U)\Delta U}{R^2 \ln \frac{R}{r_0}} \approx \frac{2bU_z(U - U_z)}{R^2 \ln \frac{R}{r_0}}. \quad (30.13)$$

Данное выше беглое описание коронного разряда неполно. В действительности в короне большей частью, а в положительной короне даже всегда ток при постоянном напряжении не остается постоянным. Осциллограмма тока показывает наличие резких и глубоких изменений. Существование прерывистых процессов в короне приводит к акустическим (шипящие звуки) и оптическим (вспышки на электродах и в коронирующем слое) эффектам.

Теория коронирующего разряда, основанная на представлениях Таунсенда — Роговского об электронно-ионных лавинах, была разработана Н. А. Кащовым. Эта теория, в общем хорошо согласующаяся с опытом, является, однако, также неполной, так как в ней не укладываются те прерывистые процессы, о которых только что было сказано. Подробнее о коронном разряде см. [Л. 3.6; Л. 3.7], где дан критический разбор вывода формулы (30.13).

6. Искровой разряд.

Выше было указано, что при небольших давлениях несамостоятельный разряд легко переходит в тлеющий разряд. При высоких давлениях для получения и поддержания тлеющего разряда требуются специальные условия (хорошее охлаждение катода). Если этих условий нет, то несамостоятельный разряд переходит в искровой или коронный разряд.

Искровой разряд (искра) возникает между плоскими или слабо закругленными электродами при больших давлениях. Чаще всего приходится иметь дело с искрой в открытой атмосфере.

Искра представляет собой прерывистый (во времени) разряд, проходящий по тонким, извилистым, ярко светящимся каналам. Прерывистость и сложное строение искрового разряда сильно затруднили разработку его теории, и она появилась только сравнительно недавно благодаря прежде всего работам Леба [Л. 3.1; Л. 3.2].

Искра часто является стадией, на которой заканчивается развитие разряда при увеличении напряжения, если давление велико (близко к атмосферному или превосходит его) и если невелика мощность источника. При большой мощности и невысоком сопротивлении цепи катод сильно разогревается и разряд может перейти в конце концов в дугу.

Появление искры между изолированными проводниками или частями высоковольтной аппаратуры обычно означает угрозу аварии. Поэтому для техники очень важно значение искрового потенциала, т. е. напряжение пробоя в воздухе при атмосферном давлении. Измерению искровых потенциалов для разных форм электродов (плоских, цилиндрических, сферических и т. д.) и разных расстояний между ними было посвящено очень много исследований. Сведения об их результатах можно найти в руководствах по технике высоких напряжений (см. также [Л. 3.1]).

7. Эрозия электродов в дуговом и искровом разрядах.

Дуговой разряд в свободной атмосфере всегда сопровождается сильным нагреванием обоих электродов, неизбежно вызывающим их плавление, испарение и часто также интенсивное окисление. Сильный нагрев всего электрода и является главной, практически единственно важной причиной эрозии.

Интенсивная эрозия электродов дуги ставит перед электротехникой вопрос о борьбе с нею в устройствах, работа которых сопровождается периодическим замыканием контактов (реле, коммутационные устройства). Борьба с эрозией ведется, во-первых, в направлении подбора наиболее эрозионноустойчивых материалов и, во-вторых, в изыскании способов быстрого гашения дуги, возникающей при разрыве контакта. Эти вопросы освещаются в соответствующих разделах электротехники и электроматериаловедения.

Есть также случаи, когда усилия конструктора направлены на то, чтобы придать эрозии правильный, так сказать, управляемый характер.

Известный пример — это проблема равномерного стгорания углей осветительной дуги, решенная в свече Яблочкова и в дифференциальном ре-

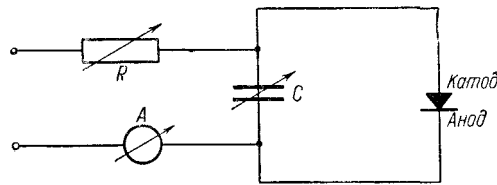


Рис. 241: Основная схема электроискровой обработки металлов.

гуляторе Чиколева. Другой известный пример управляемой эрозии — это электросварка, в которой используется стекание металла с плавящегося электрода или же перенос металла в распыленном состоянии через разряд с катода на более холодный анод. Более сложный и пока еще не до конца выясненный характер имеет эрозия электродов искрового разряда. Для практики наибольший интерес представляет эрозия электродов так называемой конденсированной искры, применяемой в электроискровой обработке металлов по методу Б. Р. и Н. И. Лазаренко.

Контур, обычно применяемый в этом методе, изображен на рис. 241. Искра проскакивает между обрабатываемым изделием (анодом) и катодом, о форме которого будет сказано ниже. Емкость (порядка 10^2 мф) заряжается от источника напряжением в несколько сотен вольт и затем разряжается через очень небольшую индуктивность и зазор между анодом и катодом. Электроды почти всегда погружают в жидкую среду (керосин, масло и т. п.) и расстояние между ними делают очень малым (10^{-2} — 10^{-1} мм). Режим разряда можно себе представить в следующем виде: при указанных выше условиях напряженность поля в зазоре при идеально гладких поверхностях была бы порядка 10^5 в/см. Это значит, что на шероховатостях напряженность легко может быть на два порядка выше и разряд начинается с автоэлектронной эмиссии, после чего быстро наступает ионизация и пробой.

Искра заполняет токопроводящий канал, в пределах которого создается очень высокая температура и плотность тока порядка 10^5 — 10^6 а/см². Конденсатор C разряжается в течение очень короткого времени через канал искры. Разряд большой емкости C через небольшую индуктивность и искру протекает в форме очень сильно затухающих колебаний или даже аperiodически. Во всяком случае в разряде преобладает первая полуволна, когда обрабатываемое изделие служит катодом. После окончания первого разрядного импульса искровой промежуток деионизируется, в течение относительно продолжительного времени происходит накопление заряда на емкости C и после достижения пробойного напряжения начинается второй разряд и т. д. Поэтому общее нагревание электродов не превышает нескольких десятков градусов.

При описанных условиях, как было впервые установлено Лазаренко, эрозия электродов принимает своеобразную форму. Область эрозии на аноде, сильно превосходящей эрозию катода, очень точно воспроизводит кон-

тур катода. На рис. 242 приведена фотография стальной шестерни, на которой одно (левое) отверстие проплавлено дуговым разрядом, а второе методом электроискровой обработки с катодом восьмигранной формы. Четкость контура второго отверстия говорит сама за себя. Электроискровой метод обработки металлов, особенно закаленных сталей, за последние годы завоевал себе прочное место в металлообработке (прорезание отверстий разной формы, заточка инструментов, изготовление штампов и т. д.).

Воспроизведение контура катода в эрозионной лунке на аноде объясняется тем, что канал искры имеет резко очерченную границу, а также характером нагревания анода в импульсном режиме искры. Резкая граница канала разряда встречается и в других экспериментах. Г. В. Спивак с сотрудниками показал, что при надлежащих условиях изображение может быть перенесено с катода на анод и на гораздо большие расстояния (до 20 см). Для этого необходимо соблюдение следующих условий: 1) быстрое прилипание электронов, выходящих из катода к молекулам газа, — в воздухе при $p = 1 \text{ атм}$ это требование выполняется; 2) преобладание направленного движения ионов вдоль поля над их тепловым движением. Это требование также можно удовлетворить на практике, так как ионы при соударениях теряют, в отличие от электронов в упругих соударениях, много энергии. Как показал Г. В. Спивак, можно, применяя подходящие электрические поля, добиться и увеличенного изображения катода, как в эмиссионном микроскопе [Л. 4.7, гл. 6].

В электроискровой установке сильная и кратковременная бомбардировка ионами участка анода создает сильное местное нагревание и в пределах очень ограниченного объема — плавление и испарение металла. Плавление металла в пределах эрозионной лунки доказано экспериментально даже для единичного импульса. Но путем простого испарения на первой стадии обработки анода удаляется относительно небольшое количество металла. Основная его масса удаляется на второй стадии, но на механизм удаления металла на этой стадии существуют разные точки зрения. Согласно первой из них (Н. Б. Золотых) на поверхность электродов действуют, с одной стороны, ударная волна, возникающая в канале искры при взрывообразном испарении металла, и с другой — электродинамические ponderomotorные силы, достигающие большой величины вследствие огромных плотностей тока в искре. Главная часть металла по этой теории удаляется с анода электродинамическими силами.

Другая точка зрения была высказана С. Л. Мандельштамом и Райским. Взрывообразное испарение металла, как они нашли, имеет форму «факелов» — светящихся потоков частиц металла, распространяющихся вдоль канала искры со скоростью, достигающей нескольких километров в секунду. В конденсированной искре, как оказалось, катодные факелы сильнее. Попадая на противоположный электрод, сильно нагретый разрядом, факелы механически его разрушают. Авторы поставили ряд экспериментов, говорящих в пользу факельной теории эрозии. Окончательного решения вопроса нужно ждать от будущих исследований. Об электроискровой обработке см. [Л. 3.12].



Рис. 242: Отверстия, изготовленные с использованием дугового (слева) и искрового (справа) разрядов.

Приложения

§ I. Поля с осевой симметрией

1. Электрическое аксиальносимметричное поле.

Будем пользоваться цилиндрическими координатами r , z , φ и напишем уравнение Лапласа для поля, в котором ось z является осью симметрии. Вследствие симметрии потенциал будет зависеть только от координат r и z , так что

$$\frac{\partial U}{\partial \varphi} = 0$$

и, следовательно,

$$\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial x} &= \frac{\partial U}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} = \frac{x}{r} \frac{\partial U}{\partial r}, \\ \frac{\partial U}{\partial y} &= \frac{\partial U}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial y} = \frac{y}{r} \frac{\partial U}{\partial r},\end{aligned}$$

так как $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Вторые производные будут:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \left(\frac{\partial r}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial U}{\partial r} \frac{\partial^2 r}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \frac{x^2}{r^2} + \frac{\partial U}{\partial r} \frac{x^2}{r^3}, \\ \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \left(\frac{\partial r}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial U}{\partial r} \frac{\partial^2 r}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \frac{y^2}{r^2} + \frac{\partial U}{\partial r} \frac{y^2}{r^3}.\end{aligned}$$

Вставляя полученные выражения в уравнение Лапласа, получим:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \left(\frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2} \right) + \frac{\partial U}{\partial r} \left(\frac{x^2}{r^3} + \frac{y^2}{r^3} \right) + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0,$$

или

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{\partial U}{\partial r} \frac{1}{r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0. \quad (\text{I.1})$$

Это уравнение Лапласа для аксиальносимметричного поля. Будем искать потенциал $U(r, z)$ вблизи оси в виде степенного ряда по r :

$$U(z, r) = \Phi(z) + rU_1(z) + r^2U_2(z) + \dots \quad (\text{I.2})$$

Однако уже по виду уравнения (I.1), которое не меняется при замене (r) через $(-r)$, можно заключить, что коэффициенты при нечетных степенях r должны быть нулями и что решение имеет вид

$$U(z, r) = \Phi(z) + r^2 U_2(z) + r^4 U_4(z) + \dots \quad (\text{I.3})$$

$\Phi(z)$ дает распределение потенциала на оси симметрии, так как из (I.3)

$$U(z, 0) = \Phi(z). \quad (\text{I.4})$$

Чтобы найти остальные функции $U_2(z)$, $U_4(z)$, найдем сначала из (I.3) величины $\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} &= 2U_2(z) + 4r^2 U_4(z) + \dots, \\ \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} &= 2U_2(z) + 12r^2 U_4(z) + \dots, \\ \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} &= \Phi''(z) + r^2 U_2''(z) + r^4 U_4''(z) + \dots \end{aligned}$$

Вставим полученные значения $\frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r}$, $\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}$ и $\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}$ в уравнение (I.1), сгруппируем члены с одинаковыми степенями r и определим искомые функции U_2 , U_4 ... так, чтобы уравнение (I.1) удовлетворялось при всех значениях r . Для этого, очевидно, нужно, чтобы коэффициенты, при r^0 , r^2 , r^4 ,... обратились в нули. Получится ряд равенств

$$\begin{aligned} \Phi''(z) + 4U_2(z) &= 0, \quad U_2(z) = -\frac{\Phi''(z)}{4}, \\ U_2''(z) + 16U_4(z) &= 0, \quad U_4(z) = -\frac{1}{16} U_2''(z) = \frac{1}{4} \frac{1}{16} \Phi^{IV}(z), \\ &\dots \end{aligned}$$

и (I.3) принимает вид

$$U(z, r) = \Phi(z) - \left(\frac{2}{r}\right)^2 \Phi''(z) - \frac{1}{2^2} \left(\frac{r}{2}\right)^4 \Phi^{IV}(z) + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n \Phi^{2n}(z)}{[n!]^2} \left(\frac{r}{2}\right)^{2n} \quad (\text{I.5})$$

Заметим, кстати, что если бы мы исходили из ряда (I.2), то пришли бы к той же формуле (I.5), а функции U_1 , U_3 ,... оказались бы нулями. Исходя из ряда (I.3), мы только упростили вычисления. Из (I.5) следует, что слагающие напряженности поля равны

$$\left. \begin{aligned} E_r &= -\frac{\partial U}{\partial r} = \frac{r}{2} \Phi'' - \frac{1}{16} r^3 \Phi^{IV} + \dots, \\ E_z &= -\frac{\partial U}{\partial z} = -\Phi' + \frac{r^2}{4} \Phi''' - \dots \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.6})$$

¹Напомним, что факториал от нуля равен единице: $\pi(0) = 1$ (см., например, Бронштейн и Семендяев, Справочник по математике, 1945, стр. 185).

Из (I.6) следует, что на оси поле чисто продольное, а вблизи оси радиальная слагающая поля пропорциональна расстоянию от нее:

$$E_r \approx \frac{r}{2} \Phi'' \quad (\text{I.7})$$

Выясним некоторые особенности аксиальносимметричных полей вблизи оси. При этом можно ограничиться исследованием поля в какой-нибудь одной плоскости, проходящей через ось (меридианной плоскости), так как во всех других меридианных плоскостях поле будет совершенно таким же вследствие осевой симметрии.

Напишем разложение $U(z, r)$ в ряд Тейлора вблизи точки (r_0, z_0) и сохраним в разложении члены не выше 2-го порядка относительно малых величин ξ и ρ (приращений z и r):

$$\begin{aligned} U(z, r) &= U(z_0 + \xi; r_0 + \rho) = \\ &= U(z, r)_0 + \left[\left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)_0 \xi + \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_0 \rho \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)_0 \xi^2 + 2\xi\rho \left(\frac{\partial^2 U}{\partial z \partial r} \right)_0 + \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right)_0 \rho^2 \right]. \quad (\text{I.8}) \end{aligned}$$

Пусть (z_0, r_0) — точка на оси. Тогда $r_0 = 0$ и $\rho = r$. В выражении (I.5) ввиду малости r можно сохранить два первых члена, так что

$$\frac{\partial U}{\partial r} = -\frac{r}{2} \Phi'', \quad \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} = -\frac{1}{2} \Phi''.$$

Выпишем отдельно члены суммы правой части формулы (I.8):

$$\begin{aligned} U(z, r)_0 &= U(z_0, 0) = \Phi(z_0) = \text{потенциалу на оси в точке } (z_0, 0), \\ \xi \left(\frac{\partial U}{\partial z} \right)_0 &= \xi U'(z_0, 0) = \xi \Phi'(z_0), \quad \rho \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right)_0 = r \left[-\frac{r}{2} \Phi'' \right]_{r=0; z=z_0} = 0, \\ \frac{1}{2} \xi^2 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \right)_0 &= \frac{1}{2} \xi^2 \Phi''(z_0), \\ \frac{1}{2} \rho^2 \left(\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} \right)_0 &= \frac{r^2}{2} \left[-\frac{1}{2} \Phi'' \right]_{r=0; z=z_0} = -\frac{1}{4} r^2 \Phi''(z_0), \\ \xi \rho \left[\frac{\partial^2 U}{\partial r \partial z} \right]_0 &= \xi r \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial U}{\partial r} \right) \right]_0 = \xi r \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{r}{2} \Phi'' \right) \right]_0 = \\ &= \xi r \left[-\frac{r}{2} \Phi'''(z) \right]_{r=0; z=z_0} = 0. \end{aligned}$$

Уравнение (I.8) примет теперь вид

$$U(r, z) = \Phi(z_0) + \xi \Phi'(z_0) + \frac{\xi^2}{2} \Phi''(z_0) - \frac{r^2}{4} \Phi''(z_0). \quad (\text{I.9})$$

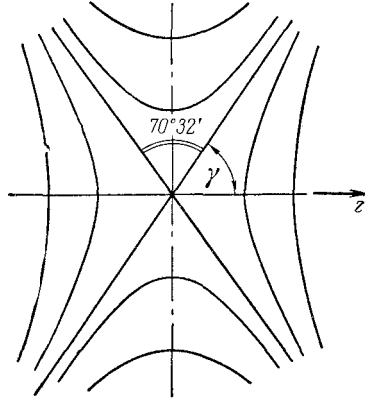


Рис. I: Эквипотенциальные линии аксиальносимметричного поля вблизи седла, построенные на основании теоретических расчетов.

Уравнение $U(r, z) = \text{const}$ есть уравнение эквипотенциальной линии в меридианной плоскости. Вращение этой линии вокруг оси дает эквипотенциальную поверхность. Для линии, проходящей через точку z_0 на оси, очевидно, будет

$$U(r, z) = \text{const} = \Phi(z_0).$$

Переменные ξ и ρ можно рассматривать как прямоугольные координаты с началом в точке z_0 на оси. В этих координатах уравнение эквипотенциальной линии вблизи оси имеет вид

$$\xi \Phi'(z_0) + \frac{\xi^2}{2} \Phi''(z_0) - \frac{r^2}{4} \Phi''(z_0) = 0. \quad (\text{I.10})$$

Различие знаков второго и третьего членов уравнения (I.10) указывает, что это уравнение гиперболы. Эквипотенциальные поверхности вблизи оси всякого аксиальносимметричного поля имеют, таким образом, форму гиперболоидов вращения.

Радиус кривизны эквипотенциальной линии, лежащей в меридианной плоскости, можно найти по формулам дифференциальной геометрии. Если уравнение линии дано в виде $F(\xi, r) = 0$, то радиус кривизны

$$R = \frac{[F'_\xi{}^2 + F'_r{}^2]^{\frac{3}{2}}}{\begin{vmatrix} F''_{\xi\xi} & F''_{\xi r} & F'_\xi \\ F''_{r\xi} & F''_{rr} & F'_r \\ F'_\xi & F'_r & 0 \end{vmatrix}}. \quad (\text{I.11})$$

Найдем R для точки на оси $\xi = 0$, $r = 0$. Вычислив из (I.10) производные $F'_\xi = \partial F / \partial \xi$, $F'_r = \partial F / \partial r$, $F''_{r\xi} = \partial^2 F / \partial r \partial \xi$ и т. д. и подставив их в (I.11),

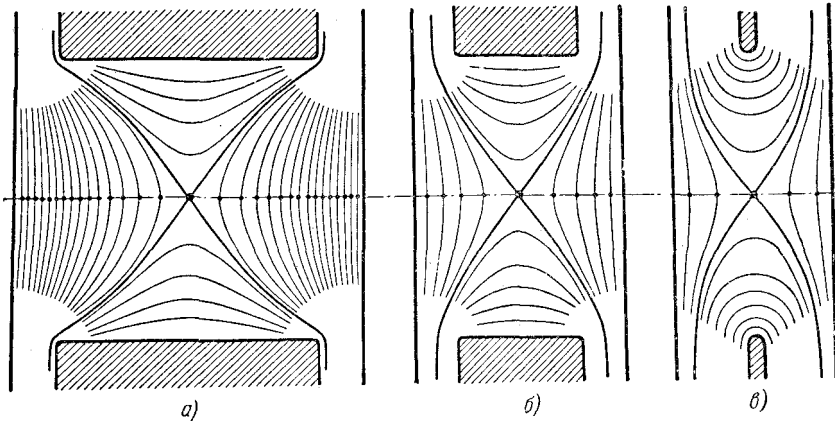


Рис. II: Эквипотенциальные линии вблизи седла, найденные экспериментально.

получим, что на оси

$$R = \frac{2\Phi'}{\Phi''}. \quad (\text{I.12})$$

Формулы (I.5), (I.10) и (I.12) показывают, что в аксиальносимметричных полях форма эквипотенциальных поверхностей вблизи оси определяется значениями Φ , Φ' и Φ'' , т. е. распределением потенциала на самой оси. Это свойство полей с осевой симметрией имеет важное значение.

В электронных линзах часто встречаются поля, в которых в некоторой точке на оси (в симметричной линзе как раз посередине ее) $R = 0$. В этой точке $\Phi' = 0$, по (I.6) $E_z = E_r = 0$ и уравнение меридианной эквипотенциальной линии принимает вид

$$\left(\xi^2 - \frac{r^2}{2}\right) = \left(\xi - \frac{r}{\sqrt{2}}\right) \left(\xi + \frac{r}{\sqrt{2}}\right) = 0. \quad (\text{I.13})$$

Из (I.13) следует, что рассматриваемая точка есть особая точка самопересечения или седло. Проходящая через нее эквипотенциальная линия состоит из двух пересекающихся прямых. Наклон их к оси определится из условия (рис. I)

$$\operatorname{tg} \gamma = \left| \frac{r}{2} \right| = \sqrt{2},$$

так что $\angle \gamma = 54^\circ 44'$. Угол пересечения линий, таким образом, равен

$$2\alpha = 2(90^\circ - 54^\circ 44') = 70^\circ 32'.$$

Угол пересечения в точке, где напряженность поля $E = 0$, всегда, независимо от формы электродов, равен $70^\circ 32'$. Этот вывод очень хорошо подтверждается опытом, как это видно из рис. II, где показан измеренный экспериментально ход эквипотенциальных линий в меридианной плоскости для трех различных форм электродов.

2. Магнитные аксиальносимметричные поля.

По определению вектора потенциала \mathbf{A} напряженность магнитного поля

$$\mathbf{H} = \text{rot } \mathbf{A}. \quad (\text{I.14})$$

Из векторного исчисления известны выражения для слагающих ротора в цилиндрических координатах². Воспользовавшись этими выражениями, для слагающих поля H_z , H_r и H_φ можно написать:

$$\left. \begin{aligned} H_r &= (\text{rot } \mathbf{A})_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} + \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial z} \right), \\ H_z &= (\text{rot } \mathbf{A})_z = \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} \right], \\ H_\varphi &= (\text{rot } \mathbf{A})_\varphi = \frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.15})$$

Из осевой симметрии поля, возбуждаемого токами, плоскость которых перпендикулярна к оси, следует:

$$H_\varphi = 0; \quad \frac{\partial A_r}{\partial \varphi} = \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} = 0, \quad \frac{\partial H_r}{\partial \varphi} = \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} = 0^3, \quad (\text{I.16})$$

и уравнения (I.15) примут вид

$$H_r = -\frac{\partial A_\varphi}{\partial z}, \quad H_z = \frac{1}{r} \frac{\partial(rA_\varphi)}{\partial r}, \quad H_\varphi = 0. \quad (\text{I.17})$$

Слагающие ротора напряженности магнитного поля на основании (I.16) равны:

$$\begin{aligned} (\text{rot } \mathbf{H})_r &= \frac{1}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = 0, \\ (\text{rot } \mathbf{H})_z &= \frac{1}{r} \left[\frac{\partial(rH_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right], \\ (\text{rot } \mathbf{H})_\varphi &= \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r}. \end{aligned}$$

Но в пространстве, свободном от токов $\text{rot}(\mathbf{H}) = 0$ и, значит,

$$\frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r} = 0. \quad (\text{I.18})$$

Вставляя в (I.18) H_r и H_z из (I.17), получим:

$$\frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial r^2} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{A_\varphi}{r} \right) = \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\varphi}{\partial r} - \frac{A_\varphi}{r^2} = 0. \quad (\text{I.19})$$

²См., например, Бронштейн и Семендяев, Справочник по математике или Тамм, Основы теории электричества.

³Для полей, создаваемых токами, имеющими только φ -компоненту, $A_z = A_r = 0$ и $A_\varphi = A$.

Аналогично тому, как это было сделано для потенциала электрического аксиальносимметричного поля, можно представить A_φ в виде степенного ряда по r . Из вида уравнения (I.19) следует, что A_φ — нечетная функция r и, значит, может быть представлена рядом

$$A_{\text{varphi}} = r f_1(z) + r^3 f_3(z) + r^5 f_5(z) + \dots \quad (\text{I.20})$$

Для нахождения f_1, f_3, \dots найдем из (I.20) $\frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial r^2}, \frac{\partial^2 A_\varphi}{\partial z^2}, \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{A_\varphi}{r} \right)$ и, вставив в уравнение (I.19), потребуем, чтобы оно удовлетворялось при всех значениях r . Это значит, что коэффициенты при одинаковых степенях r должны обращаться в нули. Приравнявая коэффициенты нулю, получим ряд равенств⁴:

$$f_3 = -\frac{f_1''}{2 \cdot 4}, \quad f_5 = \frac{f_1^{\text{IV}}}{2 \cdot 4^2 \cdot 6} \dots,$$

и (I.20) примет вид

$$A_\varphi(r, z) = r f_1(z) - \frac{r^3}{2 \cdot 4} f_1''(z) + \frac{r^5}{2 \cdot 4^2 \cdot 6} f_1^{\text{IV}}(z) - \dots \quad (\text{I.21})$$

Из (I.17) получим для H_z :

$$H_z(r, z) = \frac{1}{r} \frac{\partial(r A_\varphi)}{\partial r} = 2 f_1(z) - \frac{r^2}{2} f_1''(z) + \frac{r^4}{2 \cdot 4^2} f_1^{\text{IV}}(z) - \dots \quad (\text{I.22})$$

Из (I.22) можно выяснить физический смысл функции $f_1(z)$. На оси $r = 0$ и

$$H_z(0, r) = H_0(z) = 2 f_1(z), \quad f_1(z) = \frac{1}{2} H_0(z). \quad (\text{I.23})$$

Теперь окончательно получим:

$$\begin{aligned} A_\varphi(r, z) &= \frac{r}{2} H_0(z) - \frac{r^3}{2^2 \cdot 4} H_0''(z) + \frac{r^5}{2^4 \cdot 4 \cdot 6} H_0^{\text{IV}}(z) - \dots = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n H_0^{(2n)}(z)}{n!(n+1)!} \left(\frac{r}{2} \right)^{2n+1}, \quad (\text{I.24a}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_z(r, z) &= H_0(z) - \left(\frac{r}{2} \right)^2 H_0''(z) + \left(\frac{r}{2} \right)^4 \frac{1}{4} H_0^{\text{IV}}(z) - \dots = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n H_0^{(2n)}(z)}{[n!]^2} \left(\frac{r}{2} \right)^{2n}, \quad (\text{I.24б}) \end{aligned}$$

⁴Если бы мы стали искать решение в виде $A_\varphi = f_0(z) + r f_1(z) + \dots + r^2 f_2(z) + \dots$, то получили бы $f_0 = f_2 = f_4 = \dots = 0$, т. е. пришли бы к тому же результату.

$$\begin{aligned}
H_r(r, z) &= -\frac{r}{2}H_0'(z) + \frac{r^3}{2^2 \cdot 4}H_0'''(z) - \frac{r^5}{2^4 \cdot 4 \cdot 6}H_0^{(5)}(z) + \dots = \\
&= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}H_0^{(2n+1)}(z)}{n!(n+1)!} \left(\frac{r}{2}\right)^{2n+1}. \quad (\text{I.25})
\end{aligned}$$

Формулы (I.23) — (I.25) выражают все интересующие нас величины через $H_0(z)$ — напряженности поля на оси. $H_0(z) = H(0, z)$ — полная величина напряженности поля, так как при $r = 0$ $H_r = 0$, которую легко измерить хотя бы баллистическим методом.

§ II. Электроны в потенциальном ящике

Настоящий параграф служит дополнением к разделу волновой механики общего курса физики [Л. А. 1, т. II, гл. 25; Л. А. 2, т. III, гл. 31].

Напомним сначала физический смысл волновой функции. В наиболее простом случае параллельного пучка свободных частиц уравнение монохроматической волны, характеризующей движение, может быть записано в следующем виде:

$$\Psi(x, t) = \psi(x) e^{2\pi j \nu t} = \psi(x) e^{2\pi j \frac{W}{h} t}, \quad (\text{II.1})$$

т. е. волновая функция Ψ равна амплитуде $\psi(x)$, умноженной на синусоидально изменяющийся временной множитель $\exp(2\pi j \nu t)$. Функция Ψ определяет собой вероятность нахождения частицы в том или ином месте. Ввиду того что вероятность — величина существенно положительная, а $\psi(x)$ может принимать не только действительное, но и комплексное значение, вероятность нахождения частицы в элементе dV объема принимают пропорциональной величине $|\psi\psi^*| dV$, где ψ^* — величина, комплексно-сопряженная ψ . Произведение $|\psi\psi^*|$ положительно. Эта статистическая интерпретация волновой функции вполне оправдывается и является общепринятой.

В дальнейшем нам придется иметь дело с вычислением распределения электронов, находящихся в установившемся движении. В таком случае относительные значения $|\psi\psi^*|$ прямо дают искомое распределение, так как в совокупности, состоящей из большого числа одинаковых частиц, концентрация частиц в каком-нибудь месте будет, очевидно, пропорциональна вероятности их пребывания в этом самом месте. Таким образом, для вычисления распределения частиц нужно находить относительные значения произведения $|\psi\psi^*|$ или ψ^2 , если ψ — действительная величина.

Для вычисления ψ Шредингером было найдено уравнение для свободных частиц, имеющее вид (движение по оси x)

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2} W\psi = 0. \quad (\text{II.2})$$

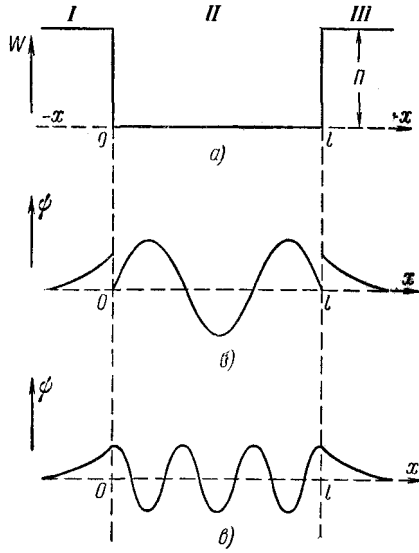


Рис. III: *a*—потенциальный ящик; *b* и *в*—ход функции ψ , не удовлетворяющий условиям на границе.

Это уравнение обобщается на случай движения частиц в силовом потенциальном поле:

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}(W - \Pi)\psi = 0, \quad (\text{II.3})$$

где W — полная и Π — потенциальная энергия частицы. Наконец, если движение не направлено по какой-нибудь из осей координат, то для движения в силовом поле

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} + \frac{d^2\psi}{dy^2} + \frac{d^2\psi}{dz^2} + \frac{8\pi^2m}{h^2}(W - \Pi)\psi = 0. \quad (\text{II.4})$$

Уравнение (II.4) называется амплитудным уравнением Шредингера; уравнения (II.2) и (II.3) — его частные случаи. Более общая форма уравнения Шредингера получается, если ψ зависит не только от координат, но и от времени. Этим более общим уравнением нам не придется пользоваться.

Напомним, что метод, которым было найдено уравнение Шредингера, а также некоторые важные следствия из него рассматриваются в общем курсе физики; за более основательными сведениями об уравнении Шредингера следует, однако, обращаться к руководствам по квантовой механике. Ниже несколько подробнее, чем это делается в общем курсе физики, рассмотрены вопросы о состоянии электронов, находящихся в потенциальном ящике, и о прохождении их через потенциальный барьер.

1. Уровни электронов в потенциальном ящике.

Нужные нам результаты можно получить, исследуя одномерные задачи, т. е. пользуясь уравнением (II.3). Пусть, например, в одномерной задаче Π зависит только от x следующим образом: от $x = -\infty$ до $x = 0$ потенциальная энергия электрона равна Π , от $x = 0$ до $x = l$ потенциальная энергия электронов равна нулю, от $x = l$ до $x = \infty$ потенциальная энергия электронов равна Π , т. е. в плоскостях $x = 0$ и $x = l$ происходит скачок потенциальной энергии на величину Π (рис. III, а). Пространство с таким распределением потенциала называют одномерным потенциальным ящиком. Смысл этого названия заключается в том, что в промежутке от $x = 0$ до $x = l$ можно «запереть» электроны, кинетическая энергия которых меньше Π . Найдем, какой вид имеет волновая функция ψ , если полная энергия электрона $W < \Pi$; как будет показано ниже, эта задача помогает подойти к вопросу о состоянии электронов внутри металла.

Общее решение уравнения (I I.3), как это можно проверить подстановкой, имеет вид

$$\psi = Ae^{-kx} + Be^{kx}, \quad (\text{II.5})$$

где

$$k = \frac{2\pi}{h} \sqrt{2m(\Pi - W)}. \quad (\text{II.6})$$

Вне ящика $\Pi > W$, K действительно и ψ изображается суммой двух экспоненциальных кривых, одной нарастающей и другой убывающей. Физически очевидно, что нарастающие кривые должны быть отброшены, так как иначе получилось бы, что вдали от ящика $|\psi\psi^*|$ — величина, пропорциональная вероятности, стремится к бесконечности. Значит, слева от ящика, где $x < 0$,

$$\psi = Be^{kx}, \quad (\text{II.7})$$

а справа, где $x > l$,

$$\psi = Ae^{-kx}. \quad (\text{II.8})$$

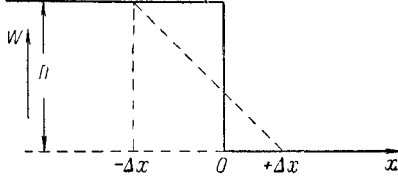
Внутри ящика уравнение (II.3) переходит в (II.2), решение которого, как легко проверить, можно представить в виде

$$\psi = C \sin \left(2\pi \frac{x}{\lambda} + \delta \right), \quad (\text{II.9})$$

где $\lambda = h/\sqrt{2mK}$ — длина волны электрона при Π , K — его кинетическая энергия.

На рис. III, б изображены графики ψ со случайно выбранными значениями A , B , C , δ и λ . Эти графики не дают физически возможного решения, так как при $x = 0$ и $x = l$ функция ψ терпит разрыв, в то время как ψ должно быть повсюду однозначно (так как вероятность, пропорциональная $|\psi\psi^*|$, однозначна). Не годится и решение, изображенное на рис. III, в, для которого при $x = 0$ и $x = l$ меняется скачком ψ/dx .

Непрерывность $d\psi/dx$ можно доказать так: заменим сначала «вертикальную стенку» ящика наклонной, т. е. предположим, что Π меняется

Рис. IV: К доказательству непрерывности $\frac{d\psi}{dx}$.

линейно на промежутке от $x = -\Delta x$ до $x = +\Delta x$ (рис. IV). Оба уравнения (II.2) и (II.3) можно записать в виде

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -k^2\psi, \quad (\text{II.10})$$

где k^2 меняется непрерывно от

$$k_2^2 = \frac{8\pi^2m}{h^2}(W - \Pi) \quad (\text{II.11a})$$

до

$$k_1^2 = \frac{8\pi^2m}{h^2}W. \quad (\text{II.11б})$$

Для области от $-\Delta x$ до $+\Delta x$ буддем иметь:

$$\int_{-\Delta x}^{+\Delta x} \frac{d^2\psi}{dx^2} dx = \left(\frac{d\psi_2}{dx}\right)_{x=+\Delta x} - \left(\frac{d\psi_1}{dx}\right)_{x=-\Delta x},$$

где через ψ_1 и ψ_2 обозначены значения ψ в областях, где потенциальная энергия равна 0 и Π .

С другой стороны, интегрируя правую часть уравнения (II.10) в тех же пределах, получим по теореме о среднем значении (среднее значение отмечено чертой сверху)

$$\int_{-\Delta x}^{+\Delta x} -k^2\psi dx = -2\Delta x \overline{(k^2\psi)},$$

откуда

$$\left(\frac{d\psi_2}{dx}\right)_{x=+\Delta x} - \left(\frac{d\psi_1}{dx}\right)_{x=-\Delta x} = -2\Delta x \overline{(k^2\psi)}.$$

Переходя к пределу при $\Delta x \rightarrow 0$, получим:

$$\left(\frac{d\psi_1}{dx}\right)_{x=0} = \left(\frac{d\psi_2}{dx}\right)_{x=0},$$

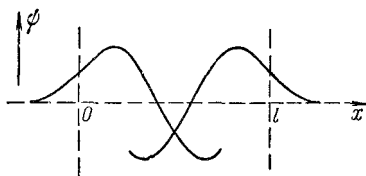


Рис. V: Ход функции ψ , не удовлетворяющий требованию однозначности внутри ящика.

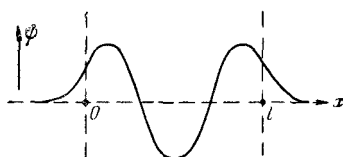


Рис. VI: Возможный ход функции ψ .

что и требовалось доказать. Получилось важное следствие: графики функции ψ при конечных значениях k^2 не должны иметь ни разрывов, ни изломов.

На рис. V показан график волновой функции для одномерного потенциального ящика, удовлетворяющий этому требованию на границах ящика. Однако и этот график надо отбросить, так как требование однозначности не соблюдается внутри ящика, где одна кривая не сливается с другой. Легко видеть, что если мы будем менять λ внутри ящика, то при некоторых λ (например, при λ , несколько меньшем, чем на рис. V) обе кривые сольются и получится физически приемлемая картина распределения ψ . Длина волны зависит от полной энергии электрона W , а наклон экспоненциальных кривых, в которые переходит периодическая кривая на границах, зависит от k , т. е. от «высоты» стенок U . Значит, для данной высоты стенок U и длины ящика l (рис. VI) возможны только некоторые определенные значения энергии электрона W , при которых синусоида, по которой меняется ψ внутри ящика, без изломов переходит в экспоненциальные кривые, изображающие ψ вне ящика.

Если какая-нибудь физическая величина может принимать только некоторые дискретные «разрешенные» значения, про нее говорят, что она квантована. Энергия электрона, запертого в потенциальном ящике, — квантованная величина. Это важное следствие уравнения Шредингера.

На рис. VII даны картины распределения ψ и ψ^2 для нескольких наибольших значений λ , что соответствует наименьшим значениям энергии. Иными словами, на рис. VII представлены картины распределения для низших энергетических уровней. Картина рис. VII, а, для которой везде $\psi < 0$, остается, несмотря на это, физически допустимой, так как здесь $\psi^2 > 0$. Вне

ящика в областях *I* и *III* будет $W < \Pi$ (рис. III, *a*). В классической физике это означало, что электрон никак не может появиться в областях *I* и *III*. Но наш расчет показал, что в этих областях $\psi^2 > 0$ и, значит, есть определенная вероятность найти электроны вне ящика. Но это вовсе не означает, что существует непрерывная утечка из ящика электронов с энергией $W < \Pi$ ¹.

Рассмотренный пример имеет много общего с задачей о поведении свободных электронов в металле. Разумеется, металлу соответствует трехмерный потенциальный ящик, однако основной вывод о квантовании энергии и о непрерывном спаде до нуля функции ψ вне ящика остается в силе.

Примем теперь, что стенки ящика бесконечно высоки, т. е. $\Pi = \infty$. Можно думать, что хотя бы для низших уровней, для которых $\Pi \gg W$, это предположение даст достаточно точные результаты. Для ящика с бесконечно высокими стенками граничные условия упрощаются. Из волнового уравнения (II.3)

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = -\frac{8\pi^2m}{h^2}(W - \Pi)\psi.$$

Внутри ящика это отношение конечно, так как там $\Pi = 0$, а снаружи оно равно ∞ , так как там $\Pi = \infty$. Очевидно, это может иметь место без разрыва непрерывности функции ψ на границе только в том случае, если $\psi = 0$ на всем протяжении от $x = -\infty$ до $x = 0$ и от $x = l$ до $x = +\infty$. На стенках ящика функция ψ имеет узлы, и возможные картины распределения ψ^2 представлены на рис. VIII.

Кривые ψ^2 показывают, что никакого «проникновения» электронов за границы ящика нет. Интересно, что электроны с самыми низкими значениями энергии маловероятно встретить вблизи стенок ящика, в то время как электроны, находящиеся на высших энергетических уровнях, которым соответствуют короткие волны $\lambda = h/\sqrt{2mW}$, могут с одинаковой вероятностью находиться практически во всем ящике. Картины распределения ψ в ящике длиной l , ввиду того что на концах ящика находятся узлы ψ , вполне сходны с распределением смещения в стоячей волне, образующейся на струне с закрепленными концами. Именно на длине l может уложиться любое целое число полуволн, т. е. имеет место соотношение $l = n\frac{\lambda}{2}$, $n = 1, 2, 3, \dots$

Обозначим уровни энергии, соответствующие $n = 1, 2, 3$, через $W_1, W_2, \dots, W_n, \dots$. Для n -го уровня $\lambda = \frac{2l}{n}$ и, с другой стороны,

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2mW_n}}.$$

¹Если электрон находится в области, где $W < \Pi$, то это как будто должно означать, что или кинетическая энергия $K = W - \Pi$ отрицательна, что не имеет смысла, или же что нарушается закон сохранения энергии. Это, конечно, не так. Мы не можем здесь останавливаться на этом вопросе и отсылаем читателя к специальным руководствам по атомной физике или квантовой механике [Л. А. 3, т. 1, гл. XI].

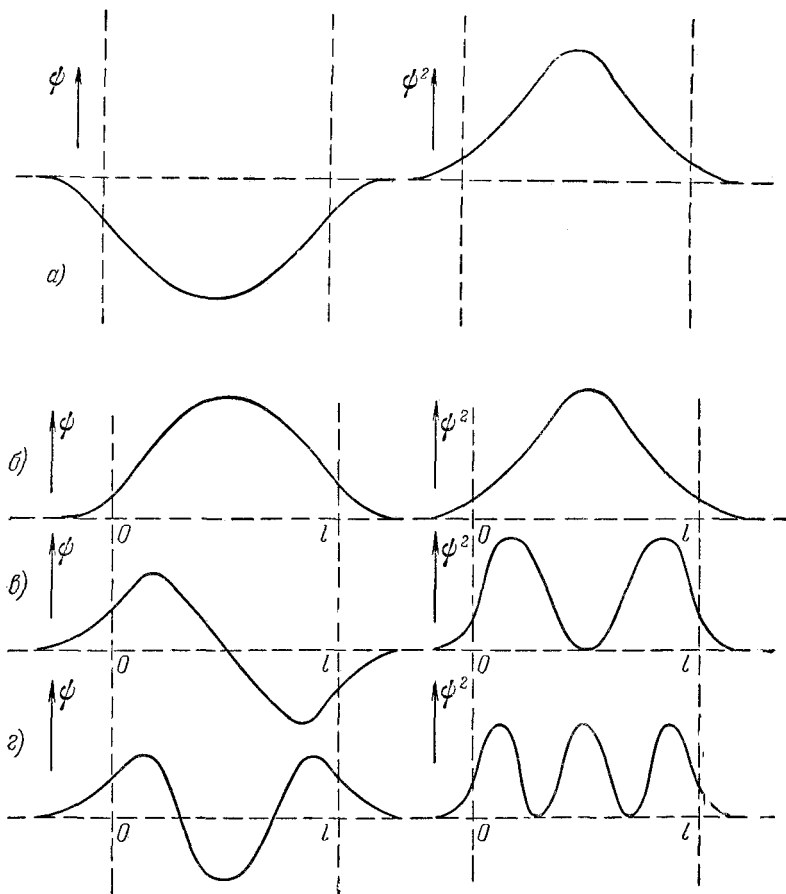
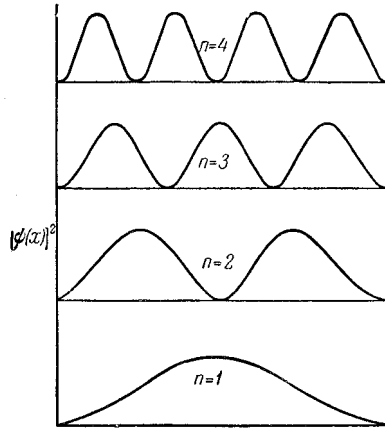


Рис. VII: Ход функций ψ и ψ^2 , соответствующий низшим энергетическим уровням.

Рис. VIII: Ход функции ψ^2 в ящике с бесконечно «высокими» стенками.

Отсюда

$$W_n = n^2 \frac{h^2}{8ml^2}, \quad (\text{II.12})$$

т. е. значение квантованной величины W_n определяется числом n , могущим принимать только целочисленные значения; n называется квантовым числом.

Из формулы (11.12) следует, что разность энергий двух соседних уровней

$$\Delta W_n = W_{n+1} - W_n = \frac{h^2}{8ml^2}(2n+1) \approx \frac{h^2}{8ml^2}2n \quad (\text{II.13})$$

существенно зависит от размеров ящика l . Например, для ящика атомных размеров $l \approx 10^{-8}$ см и $\Delta W \approx 37,5(2n+1)$ эв, в то время как для макроскопического ящика с $l = 1$ см будет $\Delta W = 3,75 \cdot 10^{-15}(2n+1)$ эв. Для атома форма потенциального ящика, разумеется, совсем иная, но порядок величины для ΔW правильный; расстояние соседних энергетических уровней там измеряется электронвольтами и десятками электронвольт; для металла же, представляющего собой потенциальный ящик макроскопических размеров, уровни расположены весьма тесно. Однако формула (II.13), согласно которой расстояние между уровнями увеличивается при увеличении n для металла, представляющего собой трехмерный потенциальный ящик со стенками конечной высоты, не будет справедлива. Вопрос о расположении уровней энергии в трехмерном ящике будет рассмотрен ниже (§ IV).

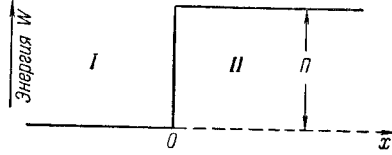


Рис. IX:

2. Прохождение электронов через потенциальный барьер.

Процесс прохождения электронов через барьер заслуживает более подробного рассмотрения, так как эмиссия электронов из твердых тел представляет по существу этот самый процесс. Нам потребуется рассмотреть как случай, когда $W < П$, так и случай, когда $W > П$. Из формул (II.5) и (II.6) видно, что в этом случае решение для ψ оказывается комплексным и требуется вычислить величину $|\psi\psi^*|$.

Рассмотрим опять одномерный случай. Пусть в пространстве I (рис. IX) находятся свободные электроны с энергией W , движущиеся по направлению оси x . Иными словами, мы имеем поток электронов одинаковых скоростей, встречающий при $x = 0$ одноступенчатый потенциальный барьер высоты $П$. Надо найти относительное число электронов, прошедших в пространство II , и электронов, отраженных от барьера.

Обозначим функции ψ для пространства слева и справа от барьера через ψ_1 и ψ_2 . Воспользовавшись обозначениями, принятыми в формуле (II.11а и б) можно написать:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2\psi_1}{dx^2} + k_1^2\psi_1 &= 0, \\ \frac{d^2\psi_2}{dx^2} + k_2^2\psi_2 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.14})$$

Общие решения уравнений (II.14), как было показано раньше, имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= A_1 e^{-jk_1x} + B_1 e^{jk_1x}, \\ \psi_2 &= A_2 e^{-jk_2x} + B_2 e^{jk_2x}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.15})$$

Легко истолковать смысл уравнений (II.15), если вспомнить, что для получения волновой функции ψ надо амплитуду $\psi(x)$ умножить на временной множитель $\exp(j2\pi\nu t)$. Возьмем, например, величину $A_1 e^{-jk_1x}$. После умножения на временной множитель получится:

$$A_1 \exp \left[2\pi j \left(\nu t - \frac{k_1}{2\pi} x \right) \right] = A_1 \exp \left[2\pi j \left(\nu t - \frac{x}{\lambda_1} \right) \right],$$

так как $\frac{k_1}{2\pi} = \frac{\sqrt{2mW}}{h} = \lambda_1$.

Значит, величина $A_1 e^{-jk_1 x}$ представляет собой амплитуду электронных волн в среде I , распространяющихся в положительном направлении оси x . Заимствуя название из оптики, мы назовем эти волны падающими. Величина $B_1 e^{jk_1 x}$ представляет собой амплитуду отраженных волн, распространяющихся в среде I в отрицательном направлении оси x . Аналогично выражения $A_2 e^{-jk_2 x}$ и $B_2 e^{jk_2 x}$ расшифровываются как амплитуды проходящей и отраженной волны в среде II . Так как среда II простирается до $x = \infty$, то в ней не может быть отраженной волны и второе из уравнений (II.15) примет вид

$$\psi_2 = A_2 e^{-jk_2 x}. \quad (\text{II.16})$$

Нам интересны относительные амплитуды отраженной волны B_1/A_1 и проходящей волны A_2/A_1 , поэтому для упрощения внешнего вида формул примем $A_1 = 1$.

Из граничных условий

$$(\psi_1)_{x=0}, \quad \left(\frac{d\psi_1}{dx} \right)_{x=0} = \left(\frac{d\psi_2}{dx} \right)_{x=0}$$

и из формул (II.15) и (II.16) получается:

$$\left. \begin{aligned} 1 + B_1 &= A_2, \\ 1 - B_1 &= \frac{k_1}{k_2} A_2, \end{aligned} \right\}$$

откуда

$$B_1 = \frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}.$$

Напомним, что

$$k_1 = \frac{2\pi}{h} \sqrt{2mW}, \quad k_2 = \frac{2\pi}{h} \sqrt{2m(W - \Pi)}$$

и что, таким образом, k_1 всегда действительно, а k_2 действительно только если $W > \Pi$. Рассмотрим сначала этот случай. Тогда B_1 также будет действительно и B_1^2 как квадрат функции $\psi(x)$ будет равен относительной плотности электронов, отраженных от барьера (так как мы положили $A_1 = 1$). Применяя опять название, заимствованное из оптики, мы назовем коэффициентом отражения электронов от потенциального барьера высоты Π величину

$$R = B_1^2 = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2 = \left[\frac{1 - \sqrt{1 - \frac{\Pi}{W}}}{1 + \sqrt{1 - \frac{\Pi}{W}}} \right]^2. \quad (\text{II.17})$$

Относительное количество электронов, прошедших через барьер в среду Π , или коэффициент прозрачности:

$$D = 1 - R = \frac{4k_1k_2}{(k_1 + k_2)} = 4 \frac{\sqrt{1 - \frac{\Pi}{W}}}{\left[1 + \sqrt{1 - \frac{\Pi}{W}}\right]^2}. \quad (\text{II.18})$$

В таблице I даны значения R и D для различных $\frac{W}{\Pi} > 1$.

Таблица I: Коэффициент отражения и прозрачности барьера для электронных волн

$\frac{W}{\Pi}$	10	2	1,25	1,11
R	0,0007	0,0296	0,1459	0,2700
D	0,9993	0,9704	0,8541	0,7300

Результаты расчета резко расходятся с тем, чего можно было бы ожидать на основании законов классической механики. При $W > \Pi$ все электроны имеют энергию, более чем достаточную для преодоления барьера и следовательно, по законам классической механики всегда было бы $R = 0$ и $D = 1$. Волновая механика говорит, что часть электронов несмотря на имеющийся у них избыток энергии, все же отражается; например, при $\frac{W}{\Pi} = 2$ отражается около 3% электронов.

Рассмотрим теперь случай $\Pi > W$. В этом случае

$$k_2 = \frac{2\pi}{h} \sqrt{2m(W - \Pi)} = j \frac{2\pi}{h} \sqrt{2m(\Pi - W)} = jk$$

чисто мнимо; по сказанному выше в этом случае надо найти квадрат модуля комплексной амплитуды, т. е. величину $B_1 B_1^*$. Получим:

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= \frac{k_1 - jk}{k_1 + jk} = \frac{k_1^2 - k^2}{k_1^2 + k^2} - j \frac{2k_1 k}{k_1^2 + k^2}, \\ B_1^* &= \frac{k_1^2 - k^2}{k_1^2 + k^2} + j \frac{2k_1 k}{k_1^2 + k^2}, \end{aligned} \right\}$$

откуда легко получить:

$$R = B_1 B_1^* = 1, \quad D = 1 - R = 0.$$

Волновая механика в этом случае дает то же, что и классическая: все электроны отражаются. Впоследствии мы увидим, что и в этом случае полной аналогии нет, и волновые свойства электронов сказываются на явлениях

вблизи границы обеих сред. Только что разобранный пример имеет непосредственный интерес для теории электронной эмиссии, где, однако, дело осложняется, во-первых, тем, что барьер имеет не прямоугольную форму, и, во-вторых, тем, что на барьер попадают электроны с различными скоростями и придется вычислять средний коэффициент прозрачности барьера (см. гл. 2).

3. Расщепление уровней в близко расположенных потенциальных ящиках.

Как было найдено выше, волновая функция ψ вне ящика со стенками конечной высоты изменяется экспоненциально по уравнению

$$\psi = Ae^{-kx} + Be^{kx},$$

где k — действительная величина (см. формулы (II.5) и (II.6)). Дальнейшие рассуждения будут поясняться чертежами картин распределения низшего энергетического уровня, когда внутри ящика кривая имеет только один максимум.

На рис. VII были показаны возможные распределения как такие, где $\psi > 0$, так и такие, где $\psi < 0$. Точно так же и в случае двух ящиков возможны $\psi > 0$ и $\psi < 0$. Но при больших расстояниях между ящиками кривая $\psi(x)$ на участке между ними будет спадать до нуля и во всех случаях (рис. X) ход кривой распределения в одном ящике никак не скажется на условиях на границах и, значит, на ходе кривой в другом ящике. Картина распределения и длина волны электрона, а значит, и энергетический уровень останутся прежними: один электрон «не знает» о присутствии по соседству другого электрона. Увеличение высоты барьера уменьшает значение ψ на границе и увеличивает скорость спада экспоненциальной кривой, поэтому чем выше барьер, тем при меньшем расстоянии между ящиками исчезает всякое влияние электронов в одном ящике на электрон в другом.

Положение изменится при низком и узком барьере между ящиками. Возьмем сначала один ящик и сравним длины волн в случае высоких и низких стенок (рис. XI).

Пусть у левой границы ящика $x = 0$. Слева от ящика уравнение экспоненциальной кривой будет (здесь $A = 0$) $\psi = Be^{kx}$ и наклон ее при $x = 0$

$$\left(\frac{d\psi}{dx}\right)_{x=0} = kB.$$

Отсюда следует что наклон в точке $x = 0$ тем больше, чем больше P , а так как крутизна синусоиды увеличивается от максимума в обе стороны и на границе не должно быть разрыва $\frac{d\psi}{dx}$, то чем больше P , тем большая часть синусоиды укладывается в ящике и тем короче волна.

На рис. XII изображены два одинаковых ящика, разделенных узким и невысоким барьером, и два возможных распределения — симметричное

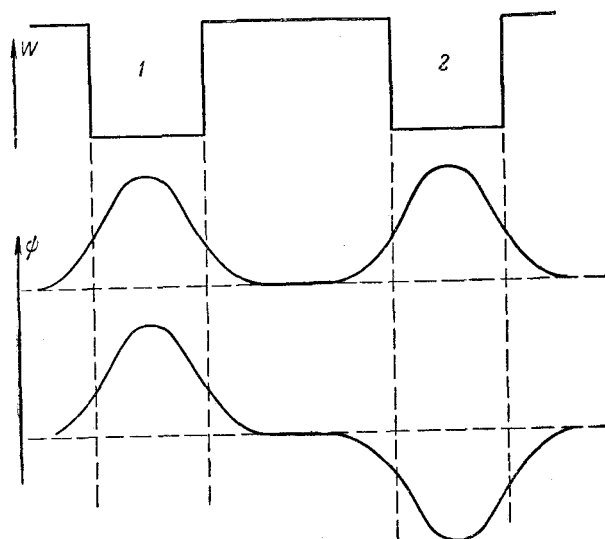


Рис. X: Ход функции ψ в двух далеко отстоящих друг от друга потенциальных ящиках.

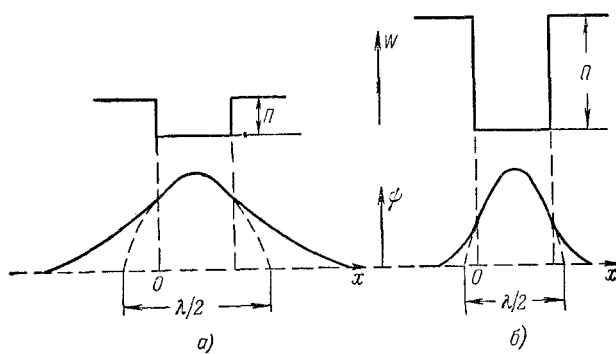


Рис. XI: Изменение длины волны в зависимости от высоты «стенок» ящика.

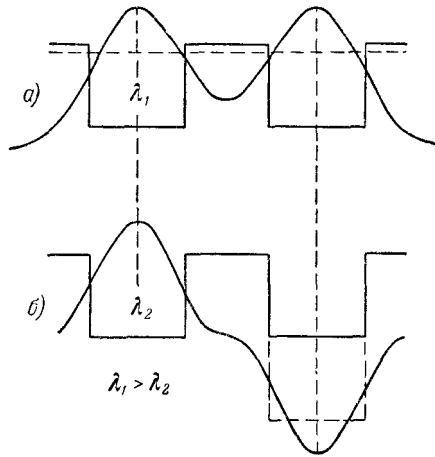


Рис. XII: Расщепление уровней в двух близких ящиках.

(рис. XII, *a*) и антисимметричное (рис. XII, *б*). В обоих случаях волновые функции на участке между ящиками перекрываются и это сказывается на высоте уровня в ящике. Возьмем, например, левый ящик. В случае симметричного распределения на границе при $x = l$ из-за наложения экспоненциальных кривых, не спадающих до нуля на участке между ящиками, наклон кривой уменьшится и вершина синусоиды внутри ящика сдвинется вправо. Отсюда следует, что внутри ящика уложится меньшая часть полуволны, чем в изолированном ящике, у обеих границ которого наклон кривой $\psi(x)$ одинаков. В случае антисимметричного распределения, наоборот, кривая в точке $x = l$ идет круче, вершина сдвигается влево и в том же самом ящике укладывается большая часть полуволны — волна делается короче и, следовательно, это распределение соответствует более высокому энергетическому уровню. Таким образом, в двух близких потенциальных ящиках уровни смещаются: происходит расщепление уровней.

§ III. Дополнительные сведения по кинетической теории газов

1.

Принимая обычное деление физики на классическую, или доквантовую, и квантовую физику, можно говорить о классической статистической физике, одним из разделов которой является кинетическая теория газов, и о квантовой статистической физике. В настоящем параграфе даются некоторые дополнения к излагаемым в общем курсе физики основам классической молекулярно-кинетической теории газов.

В общем курсе физики выводится основное уравнение кинетической теории газов

$$pV = RT = \frac{1}{3} N_A m \bar{v}^2, \quad (\text{III.1})$$

устанавливающее связь между абсолютной температурой и средней квадратичной скоростью молекул. Максвелл, установивший носящий его имя закон распределения скоростей молекул, сделал следующий важный шаг на пути развития кинетической теории газов. Ряд принципиальных и практических вопросов классической статистики, в частности вопрос об устойчивости наиболее вероятного распределения и характера отклонений от него, был выяснен немецким физиком Л. Больцманом. Поэтому часто классическую статистическую физику называют «статистикой Максвелла — Больцмана».

Задача о распределении скорости молекул ставится следующим образом: нужно вычислить число молекул, составляющих скоростей которых по какому-нибудь направлению x лежат в заданных пределах, скажем, от v_x до $(v_x + dv_x)$. Обозначим это число через dN_{v_x} , а полное число молекул через N_V . Чтобы решить задачу, нужно прежде всего найти вероятность того, что молекула имеет скорость, лежащую в заданном интервале. Эта вероятность является функцией скорости v_x , так как не все скорости встречаются одинаково часто; например, большие отклонения от средней величины встречаются очень редко.

Естественно принять, что вероятность пропорциональна dv_x — ширине интервала скоростей. Таким образом, можно написать:

$$dN_{v_x} = N_V f(v_x) dv_x, \quad (\text{III.2})$$

и решение задачи сводится к отысканию $f(v_x)$, так как если функция $f(v_x)$ известна, то число молекул со составляющими скоростей по оси x , лежащими, например, в пределах от v_{x1} до v_{x2} , определится интегралом

$$N_{1,2} = N_V \int_{v_{x1}}^{v_{x2}} f(v_x) dv_x. \quad (\text{III.3})$$

Уравнение (III.2) служит одним из исходных положений теории.

Вторым исходным положением теории является утверждение, что вследствие полной равноправности всех направлений вероятности определяющие распределение скоростей молекул по осям y и z выражаются той же функцией f , т. е. имеют вид $f(v_y) dv_y$, $f(v_z) dv_z$. Наконец, мы примем, что распределение скоростей по одной оси совершенно независимо от распределения по другим осям. Это значит, что если взять группу молекул, скорости которых по x лежат в интервале от v_x до $(v_x + dv_x)$, то распределение скоростей молекул этой группы по осям y и z будет такое же, как во всем газе, т. е. число молекул, имеющих одновременно составляющие скорости по x в интервале от v_x до $v_x + dv_x$ и по y в интервале от v_y до $v_y + dv_y$, будет

$$dN_{v_x, v_y} = dN_{v_x} f(v_y) dv_y = N_V f(v_x) dv_x f(v_y) dv_y,$$

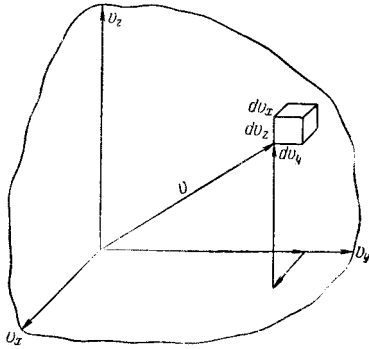


Рис. XIII: Пространство скоростей.

и, наконец, число молекул, все три слагающие скоростей которых лежат в интервалах от v_x до $v_x + dv_x$, от v_y до $v_y + dv_y$, от v_z до $v_z + dv_z$, будет

$$dN_{v_x v_y v_z} = dN_{v_x v_y} f(v_z) dv_z = N_V f(v_x) f(v_y) f(v_z) dv_x dv_y dv_z. \quad (\text{III.4})$$

Распределение скоростей можно иллюстрировать геометрически. Возьмем оси координат v_x, v_y, v_z ; пространство, связанное с этими осями, будем называть пространством скоростей. Скорость молекулы со слагающими v_x, v_y, v_z изобразится вектором, начинающимся в начале координат и кончающимся в точке (v_x, v_y, v_z) пространства скоростей. Положение конечной точки вполне определяет вектор скорости, и значит, скорость молекулы определяется положением точки — конца вектора скорости в пространстве скоростей, а распределение скоростей всей совокупности молекул — «облаком» изображающих точек пространства скоростей.

При столкновениях молекул со стенками и между собой расположение точек в пространстве скоростей меняется, но в среднем, если только не меняется температура газа, вид облака остается неизменным, и в отдельные моменты вид облака почти никогда не отличается сильно от этого среднего, можно сказать, наиболее вероятного вида, соответствующего наиболее вероятному распределению скоростей молекул, которое мы отыскиваем. В статистической физике наряду с пространством скоростей часто пользуются пространством импульсов. Молекула, движущаяся со скоростью $v[v_x, v_y, v_z]$, имеет импульс p со слагающими $p_x = mv_x, p_y = mv_y, p_z = mv_z$, который можно представить вектором \mathbf{p} в пространстве, связанном с системой координат, по осям которой отложены слагающие импульса p_x, p_y, p_z . Распределение импульсов совокупности молекул изобразится тогда «облаком» точек — концов векторов импульсов молекул.

Как пространство скоростей, так и пространство импульсов — чисто математические понятия, помогающие наглядно представить состояние совокупности молекул. В настоящем параграфе мы будем пользоваться пространством скоростей.

Выделим в пространстве скоростей параллелепипед со сторонами dv_x , dv_y , dv_z (рис. XIII), который назовем ячейкой пространства скоростей. Точки, попавшие внутрь ячейки, изображают молекулы со слагающими скоростями в интервалах от v_x до $(v_x + dv_x)$, от v_y до $(v_y + dv_y)$, от v_z до $(v_z + dv_z)$ и число их выражается формулой (III.4).

Так как $dv_x dv_y dv_z$ — объем ячейки, то множитель $[N_V f(v_x) f(v_y) f(v_z)]$ можно назвать плотностью числа точек. Если мы опишем две сферы радиусами v и $v + dv$, охватывающих ячейку, то вследствие равноправия всех направлений плотность точек будет одинаковой во всем полученном шаровом слое, т. е. эта плотность есть функция только расстояния от начала координат $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$, и можно написать, учитывая, что N_V — постоянная величина:

$$f(v_x) f(v_y) f(v_z) = F(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2). \quad (\text{III.5})$$

Здесь нужно сделать одну оговорку; плотность будет величиной, одинаковой для всех ячеек только в том случае, если их объем настолько велик, что внутри каждой ячейки находится значительное число точек. В самом деле, пусть, например, число ячеек больше числа точек. Тогда, очевидно, будут пустые ячейки, плотность точек в которых равна нулю, и ячейки, содержащие не менее одной точки, т. е. плотность точек в ячейках заведомо не будет постоянной. Таким образом, величина ячейки пространства скоростей не имеет значения, лишь бы в ней было достаточное количество изображающих точек.

Уравнению (III.5), как легко проверить подстановкой, удовлетворяют функции:

$$f(v_x) = Ae^{\alpha v_x^2}, \quad f(v_y) = Ae^{\alpha v_y^2}, \quad f(v_z) = Ae^{\alpha v_z^2}, \\ F(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) = A^3 \exp[\alpha(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)]. \quad (\text{III.6})$$

Постоянная α должна быть отрицательна, так как $f(v_x)$ должно стремиться к нулю при безгранично возрастающих значениях v_x . Введем обозначение $\alpha = -bm$, где m — масса молекулы, а b — положительная величина. Воспользовавшись формулами (III.2) и (III.6), получим, что число частиц со слагающими скорости в пределах от v_x до $v_x + dv_x$ равно

$$dN_{v_x} = N_V A e^{-bm v_x^2} dv_x. \quad (\text{III.7})$$

Интегрируя правую часть по v_x от $-\infty$ до $+\infty$, мы, очевидно, должны получить полное число частиц. Следовательно,

$$N_V = N_V A \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-bm v_x^2} dv_x = N_V A \sqrt{\frac{\pi}{bm}}^1$$

¹Значение интегралов $\int_0^{\infty} x^n e^{-kx^2} dx$, $\int_{-\infty}^{+\infty} x^n e^{-kx^2} dx$ см., например, Бронштейн и Семендяев, Справочник по математике.

и

$$A = \sqrt{\frac{bm}{\pi}}. \quad (\text{III.8})$$

Формула (III.4) примет теперь вид

$$dN_{v_x v_y v_z} = N_V F(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) dv_x dv_y dv_z = N_V \sqrt{\frac{b^3 m^3}{\pi^3}} \exp[-bm(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)] dv_x dv_y dv_z. \quad (\text{III.9})$$

Число молекул, имеющих величину скорости в пределах от v до $v + dv$ независимо от ее направления, равно числу точек в шаровом слое пространства скоростей, лежащем между сферами с радиусами v и $v + dv$. Плотность числа точек равна $N_V \sqrt{\frac{b^3 m^3}{\pi^3}} e^{-bm v^2}$. Таким образом, обозначая искомое число через dN_v , получим:

$$dN_v = N_V 4\pi v^2 dv \sqrt{\frac{b^3 m^3}{\pi^3}} e^{-bm v^2}. \quad (\text{III.10})$$

Средняя квадратичная скорость, входящая в уравнение (III.1), определяется из формулы

$$\bar{v}^2 = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v^2 N_V}{N_V} = \frac{1}{N_V} \int v^2 dN_V.$$

Здесь интегрирование распространяется на молекулы со всеми возможными скоростями от 0 до ∞ . Из формулы (III.10) следует:

$$\bar{v}^2 = \frac{1}{N_V} \int_0^{\infty} N_V 4\pi v^4 \sqrt{\frac{b^3 m^3}{\pi^3}} e^{-bm v^2} dv,$$

интеграл равен

$$\int_0^{\infty} v^4 e^{-bm v^2} dv = \frac{3}{8} \frac{\sqrt{\pi}}{(bm)^{5/2}}.$$

Отсюда

$$\bar{v}^2 = \frac{3}{2bm},$$

и из уравнения (III.1) определяется постоянная

$$b = \frac{1}{2 \frac{R}{N} T} = \frac{1}{2kT} \quad (\text{III.11})$$

и, значит,

$$A = \sqrt{\frac{bm}{\pi}} = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}, \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}. \quad (\text{III.12})$$

Средняя арифметическая скорость определяется из формулы

$$\bar{v} = \frac{1}{N_V} \int v dN_V = \frac{1}{N_V} \int_0^{\infty} N_V 4\pi v^3 \sqrt{\frac{b^3 m^3}{\pi^3}} e^{-bmv^2} dv,$$

интеграл равен $\int_0^{\infty} v^3 e^{-bmv^2} dv = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{bm} \right)^2$ и, значит,

$$\bar{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi bm}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}. \quad (\text{III.13})$$

Наконец, наиболее вероятной скоростью называется скорость, которой обладает наибольшее число молекул, т. е. скорость, при которой величина $\xi = v^2 e^{-bmv^2}$ (см. (III.10)) имеет максимум. Приравнявая нулю производную

$$\frac{d\xi}{dv} = 2ve^{-bmv^2} (1 - bmv^2),$$

получим, что максимум соответствует значению

$$v_{\text{н.в.}} = v_0 = \frac{1}{\sqrt{bm}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}, \quad (\text{III.14})$$

которое и является наиболее вероятной скоростью. Из (III.12) — (III.14) следует, что $\bar{v} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} v_0 = 1,128v_0$, $\bar{v} = \sqrt{3/2} v_0 = 1,224v_0$.

Теперь формулы (III.2), (III.9) и (III.10) можно переписать так:

$$dN_{v_x} = N_V f(v_x) dv_x = N_V \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}} dv_x = N_V \frac{1}{v_0 \sqrt{\pi}} e^{-\frac{v_x^2}{v_0^2}} dv_x, \quad (\text{III.15})$$

$$\begin{aligned} dN_{v_x, v_y, v_z} &= N_V F(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) dv_x dv_y dv_z = \\ &= N_V \sqrt{\frac{m^3}{8\pi^3 k^3 T^3}} \exp\left(-\frac{m}{2kT}(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)\right) dv_x dv_y dv_z = \\ &= \frac{N_V}{(\pi v_0^2)^{3/2}} \exp\left(-\frac{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}{v_0^2}\right) dv_x dv_y dv_z, \quad (\text{III.16}) \end{aligned}$$

$$dN_v = N_V \mathcal{F}(v) dv = \frac{4N_V}{\sqrt{\pi} v_0^3} v^2 e^{-\frac{v^2}{v_0^2}} dv. \quad (\text{III.17})$$

Кривая $\mathcal{F}(v)$ имеет максимум при $v = v_0$, и при этом значении в шаровом слое толщины dv в пространстве скоростей находится наибольшее число изображающих точек.

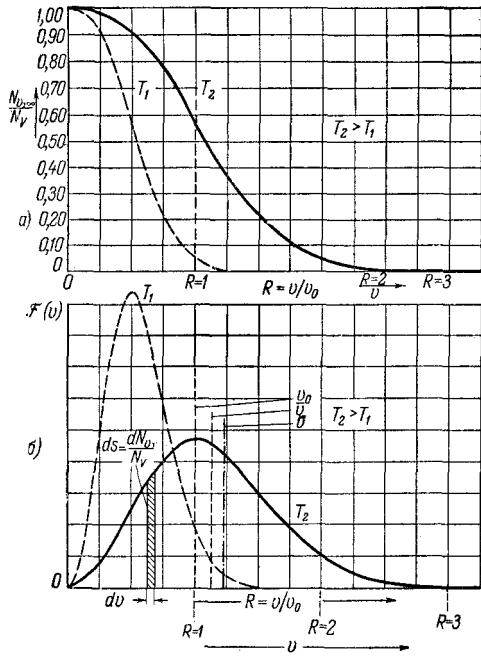


Рис. XIV: Кривые распределения при двух температурах T_1 и T_2 в классической статистике.

Из (III.17) легко получить формулу распределения энергии молекул. Полная кинетическая энергия молекулы

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = W, \quad dK = mv dv = dW.$$

Значит,

$$dN_W = N_V \Phi(W) dW = \frac{2N_V}{\sqrt{\pi}(kT)^3} W^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{W}{kT}} dW. \quad (\text{III.18})$$

Функции $f(v_x)$, $F(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$, $\mathcal{F}(v)$ и $\Phi(W)$ и называются функциями распределения. Рассмотрим график функции распределения скоростей $\mathcal{F}(v)$ (рис. XIV, a). По оси абсцисс на этом рисунке отложена полная скорость v и по оси ординат

$$\frac{1}{N_V} \frac{dN_v}{dv} = \mathcal{F}(v) = \frac{4}{\sqrt{\pi}v_0^3} v^2 e^{-\frac{v^2}{v_0^2}}.$$

На рисунке построены две кривые распределения, соответствующие разным температурам. На кривой распределения, соответствующей более высокой температуре, отмечены наиболее вероятная, средняя арифметическая и средняя квадратичная скорости v_0 , \bar{v} и $\bar{\bar{v}}$. На оси абсцисс нанесены значения безразмерной величины $R = v/v_0$.

Площадь заштрихованной полоски равна

$$dS = \mathcal{F}(v) dv = \frac{dN_v}{N_V},$$

т. е. эта площадь равна относительному числу молекул, скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$. Значит, относительное число молекул со скоростями в интервале от v_1 до v_2 равно

$$\frac{N_{1,2}}{N_V} = \int_{v_1}^{v_2} \mathcal{F}(v) dv \quad (\text{III.19})$$

и геометрически изображается площадью кривой между ординатами, проведенными из точек v_1 и v_2 . Полагая $v_1 = v$ и $v_2 = \infty$, получим для числа молекул, скорости которых превышают v :

$$\frac{N_{v,\infty}}{N_V} = \int_v^{\infty} \mathcal{F}(v) dv = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_v^{\infty} \frac{v^2}{v_0^3} e^{-\frac{v^2}{v_0^2}} dv, \quad (\text{III.20})$$

$\frac{N_{v,\infty}}{N_V}$ равно площади кривой, начиная с ординаты, проведенной в точке v , до бесконечности. Эту величину можно вычислить и аналитически.

Полагая $v/v_0 = R$, после небольших преобразований получим:

$$\frac{N_{v,\infty}}{N_V} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_R^{\infty} R^2 e^{-R^2} dR. \quad (\text{III.21})$$

Правую часть выражения (III.21) можно представить в виде ряда

$$\frac{N_{v,\infty}}{N_V} = \frac{e^{-R^2}}{R\sqrt{\pi}} \left[2R^2 + 1 - \frac{1}{2R^2} + \frac{1 \cdot 3}{(2R^2)^2} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{(2R^2)^3} + \dots \right]. \quad (\text{III.22})$$

Зависимость $\frac{N_{v,\infty}}{N_V}$ от v представлена на рис. XIV, *б* для тех же температур, для которых построены кривые распределения на рис. XIV, *а*. Ордината в любой точке v этой кривой равна относительному числу молекул, скорости которых превышают v , и равна площади кривой распределения, начиная от v до $v = \infty$. Поэтому кривые XIV, *б* называются интегральными кривыми распределения. При изучении распределения скоростей заряженных частиц из опыта легко получают интегральные кривые распределения.

От интегральной кривой распределения легко перейти к обычной кривой распределения $\mathcal{F}(v)$. При изменении скорости от v до $v + dv$ ордината интегральной кривой, очевидно, изменится на величину, равную относительному числу молекул, скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$,

т. е. на величину $\frac{dN_v}{N_V}$. Тангенс угла наклона касательной к интегральной кривой определится из формулы

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{dN_v}{N_V} = \frac{1}{N_V} \frac{dN_v}{dv} = \mathcal{F}(v).$$

Таким образом, для получения функции распределения нужно продифференцировать интегральную кривую распределения.

2.

В дальнейшем нам неоднократно придется иметь дело с вычислением количества частиц (молекул, ионов, электронов), попадающих на стенку за единицу времени.

Пусть ось x (рис. XV) перпендикулярна к площадке S , для которой мы вычисляем число попадающих частиц. Построим на основании S призму длиной v_x с ребрами, параллельными оси x . Если площадь основания такова, что за единицу времени даже частицы, имеющие наибольшие скорости по осям y и z , не выходят за пределы призмы, то можно заключить, что все частицы, имеющие скорость в пределах от v_x до $v_x + dv_x$ и заключенные внутри призмы, попадут за единицу времени на ее основание. При этом мы не учитываем столкновений молекул, но можно показать, что конечный результат от этого не изменится. Число этих частиц по формуле (III.15) равно

$$\frac{mv_x S}{\sqrt{\pi} v_0} v_x e^{-\frac{v_x^2}{v_0^2}} dv_x,$$

так как общее число частиц в призме равно nSv_x , где n — число частиц в единице объема. На единицу площади за единицу времени попадает

$$dv_{v_x} = \frac{n}{\sqrt{\pi} v_0} v_x \exp\left(-\frac{v_x^2}{v_0^2}\right) dv_x \quad (\text{III.23a})$$

частиц со скоростями от v_x до $v_x + dv_x$.

Закон распределения (III.23a) отличается от закона распределения (III.15), так как теперь мы регистрируем частицы, попадающие на стенку, перпендикулярную к направлению x , за некоторый промежуток времени, а раньше в формуле (III.15) мы регистрировали для одного и того же момента скорости частиц, занимающих некоторый объем. Если бы мы построили регистрирующий аппарат для счета частиц, то в обоих случаях он оказался бы совсем различным. Будем называть распределение, выраженное формулой (III.15), распределением в объеме, а подчиняющееся формуле (III.23a) — распределением в потоке или распределением на стенке. Легко понять, почему они неодинаковы. Вообразим себе газ, заключенный в кубический сосуд. Удары о стенку куба, перпендикулярную к x , каждая частица будет наносить через промежутки времени $v_x/2a$, где a — длина ребра куба. Ясно, что быстрые

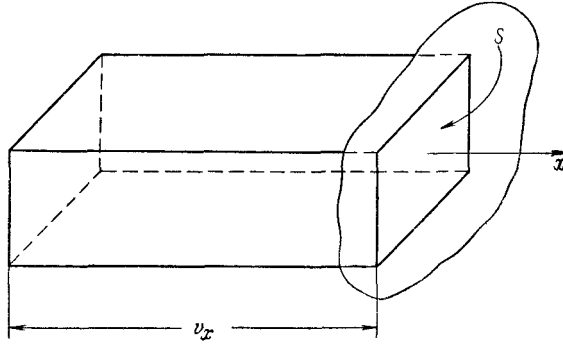


Рис. XV: К вычислению распределения в «потоке».

молекулы будут наносить удары чаще, чем медленные, и при подсчете распределения на стенке они будут иметь больший вес. Но для направлений y и z , параллельных бомбардируемой стенке, распределение в потоке будет таким же, как распределение в объеме, так как v_y и v_z не имеют никакого значения для числа ударов о стенку, перпендикулярную к x .

Найдем число частиц, скорости которых больше какой-нибудь заданной величины, например больше v_{x0} , попадающих на единицу площади за 1 сек. Это будет величина

$$\nu_{v_{x0}} = \frac{1}{S} \int_{v_{x0}}^{\infty} \frac{nS}{\sqrt{\pi}v_0} v_x e^{-\frac{v_x^2}{v_0^2}} dv_x = \frac{n}{\sqrt{\frac{2\pi kT}{m}}} \int_{v_{x0}}^{\infty} v_x e^{-\frac{v_x^2}{v_0^2}} dv_x.$$

Если положить v_{x0} , то мы получим полное число частиц, попадающих за единицу времени на единицу поверхности:

$$\nu = \frac{n}{\sqrt{\frac{2\pi kT}{m}}} \int_0^{\infty} v_x e^{-\frac{v_x^2}{v_0^2}} dv_x = n \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} = \frac{n\bar{v}}{4}, \quad (\text{III.236})$$

так как интеграл равен kT/m .

Энергия одноатомной молекулы может быть представлена суммой

$$K = K_x + K_y + K_z = W,$$

где

$$K_x = \frac{mv_x^2}{2}, \quad K_y = \frac{mv_y^2}{2}, \quad K_z = \frac{mv_z^2}{2}.$$

Средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы, вычисленная для молекул, занимающих некоторый объем, будет (например,

для слагающей x)

$$\overline{(K_x)}_{\text{объемн}} = \frac{1}{N_V} \int \frac{mv_x^2}{2} dx N_{v_x} = \frac{1}{N_V} \int_{-\infty}^{+\infty} N_V f(v_x) \frac{mv_x^2}{2} dv_x,$$

где $f(v_x)$ берется из (III.15). Пределы определяются тем соображением, что в объеме газа в данный момент, для которого производится вычисление, встречаются скорости v_x как положительные, так и отрицательные. Подставляя $f(v_x)$ из формулы (III.15), получим:

$$\overline{(K_x)}_{\text{объемн}} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(v_x) \frac{mv_x^2}{2} dv_x = \frac{m}{v_0 \sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} v_x^2 e^{-\frac{v_x^2}{v_0^2}} dv_x = \frac{m}{v_0 \sqrt{\pi}} \frac{v_0^3 \sqrt{\pi}}{4} = \frac{kT}{2}, \quad (\text{III.24})$$

т. е. получился результат, хорошо известный из общего курса физики. Для $\overline{(K_y)}_{\text{объемн}}$ и $\overline{(K_z)}_{\text{объемн}}$ получится, конечно, то же самое, так что $\overline{(K)}_{\text{объемн}} = \frac{3}{2} kT$.

Найдем теперь среднюю энергию молекул, попадающих на площадку, перпендикулярную к направлению x , за некоторый промежуток времени, например за 1 сек. Так как для слагающих y и z распределения в потоке и в объеме одинаковы, то $\overline{(K_y)}_{\text{пот}} = \overline{(K_y)}_{\text{пот}} \frac{kT}{2}$. Но для $\overline{(K_x)}_{\text{пот}}$ надо вместо dN_{v_x} подставить dv_{v_x} из (III.23а), Получим:

$$\overline{(K_x)}_{\text{пот}} = \frac{1}{S_\nu} \int \frac{mv_x^2}{2} dv_{v_x} = \frac{mS n}{S \frac{n\bar{v}}{4} 2\sqrt{\pi}v_0} \int_0^{\infty} v_x^3 e^{-\frac{v_x^2}{v_0^2}} dv_x.$$

Интегрирование здесь распространяется только на частицы с положительными скоростями, так как частицы с отрицательными скоростями удаляются от стенки. Подставляя значение интеграла и воспользовавшись формулами

$$v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m}}, \quad \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}},$$

после преобразования получим:

$$\overline{(K_x)}_{\text{пот}} = kT \quad (\text{III.25a})$$

и

$$\overline{(K)}_{\text{пот}} = \overline{(K_x)}_{\text{пот}} + \overline{(K_y)}_{\text{пот}} + \overline{(K_z)}_{\text{пот}} = 2kT. \quad (\text{III.25b})$$

3.

Рассмотрим газ, находящийся в силовом поле, имеющем потенциал, изменяющийся по какому-нибудь направлению, например по вертикальному направлению x . Тогда каждая частица будет обладать потенциальной энергией $\Pi(x)$. Нам нужно найти распределение плотности частиц по направлению x .

Пусть на уровне $x = 0$, относительно которого отсчитывается потенциальная энергия, число частиц в единице объема $n = n_0$, а при $x = h$ $n = n_h$.

Для $x = h$ для частиц, проходящих сверху вниз, формула (III.23а) дает

$$[d\nu_{v_x}]_h = \frac{n_h v_{xh}}{\sqrt{\pi} v_0} \exp \left\{ -\frac{mv_{xh}^2}{2kT} \right\} dv_{xh}.$$

В состоянии равновесия точно такое же число частиц с теми же скоростями, лежащими в интервале от v_{xh} до $v_{xh} + dv_{xh}$, должно проходить на уровне $x = h$ снизу вверх. Можно, опять-таки не принимая во внимание соударений, как и при выводе формулы (III.23а), считать, что при $x = h$ снизу вверх проходят те же частицы, которые проходят снизу вверх на уровне $x = 0$. Тогда скорости v_{xh} и v_{x0} будут связаны соотношением

$$\frac{mv_{x0}^2}{2} = \frac{mv_{xh}^2}{2} + \Pi h, \quad v_{x0} dv_{x0} = v_{xh} dv_{xh}$$

и число частиц, проходящих снизу вверх при $x = 0$ и имеющих на высоте h скорости в пределах $v_{xh} \div v_{xh} + dv_{xh}$, равно

$$[d\nu_{v_x}]_0 = \frac{n_0 v_{x0}}{\sqrt{\pi} v_0} \exp \left\{ -\frac{mv_{x0}^2}{2kT} \right\} dv_{x0} = \frac{n_0 v_{xh}}{\sqrt{\pi} v_0} \exp \left\{ -\frac{mv_{xh}^2}{2kT} \right\} \exp \left\{ -\frac{\Pi(h)}{kT} \right\} dv_{xh}.$$

Так как в состоянии равновесия $[d\nu_{v_x}]_0 = [d\nu_{v_x}]_h$, то

$$n_h = n_0 e^{-\frac{P(h)}{kT}}. \quad (\text{III.26a})$$

Если рассматриваемые частицы — молекулы газа, находящиеся в поле силы тяжести, то $\Pi(h) = mgh$, и мы получаем барометрическую формулу

$$\frac{n_h}{n_0} = \frac{\delta_h}{\delta_0} = e^{-\frac{mgh}{kT}},$$

где δ_0 и δ_h — плотности газа. Если же мы имеем дело с заряженными частицами в электрическом поле, то $\Pi(x) = \varepsilon U(x)$, где ε — заряд частицы и $U(x)$ — потенциал. Тогда

$$\frac{n_h}{n_0} = \exp \left\{ -\frac{\varepsilon U(h)}{kT} \right\}. \quad (\text{III.26б})$$

Формулу (III.26) называют формулой Больцмана. Она показывает, что на уровне с потенциальной энергией Π только тогда оказывается значительное относительное число частиц n_h/n_0 , когда kT является величиной порядка Π .

4.

Кинетическая теория газов позволяет оценить размеры молекул на основании весьма простых экспериментов. В общем курсе физики из простых

соображений выводится следующее выражение для среднего пробега молекул:

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\pi a^2 n}, \quad (\text{III.27})$$

где a — так называемый газокINETИЧЕСКИЙ диаметр молекулы, т. е. наименьшее расстояние, на которое могут сблизиться центры двух молекул без изменения скорости каждой из них. Эта формула неточна, так как при ее выводе принимается, что все молекулы, кроме той, число столкновений которой подсчитывается, неподвижны. При строгом подсчете, с учетом движения всех молекул, формула (III.27) принимает вид

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi a^2 n}. \quad (\text{III.28})$$

Зная $\bar{\lambda}$, можно найти и число столкновений за единицу времени:

$$z = \frac{\bar{v}}{\bar{\lambda}} = \bar{v}\sqrt{2}\pi a^2 n. \quad (\text{III.29})$$

Здесь через \bar{v} обозначено среднее значение пути, проходимого молекулой за 1 сек, численно равное средней арифметической скорости.

Таким образом, чтобы найти $\bar{\lambda}$, z и a , нужно одну из этих величин определить независимо от только что написанных формул. Наиболее надежно это можно сделать, измеряя коэффициент внутреннего трения (вязкости) газа. По простой теории, излагаемой также обычно в курсе общей физики [Л. А. I, т. 1], коэффициент вязкости газа η связан со средним пробегом формулой

$$\eta = \frac{1}{3}\bar{\lambda}\bar{v}\delta, \quad (\text{III.30})$$

где δ — плотность газа, \bar{v} — средняя арифметическая скорость. Более точная формула, учитывающая максвелловское распределение скоростей молекул и некоторые другие эффекты, имеет вид

$$\eta = 0,5\bar{\lambda}\bar{v}\delta. \quad (\text{III.31})$$

В табл. II дана сводка значений $\bar{\lambda}$ и a для некоторых газов, вычисленных на основании измерения коэффициента вязкости.

Таблица II: Средние свободные пробеги газокINETИЧЕСКИЙ диаметр молекул некоторых газов

Газ	H ₂	He	Ne	N ₂	O ₂	Ar	Kr	Xe	Hg ²
$\bar{\lambda} \cdot 10^6$ [см] при $p = 1$ атм	11,77	18,62	13,22	6,28	6,79	6,66	5,12	3,76	8,32
$a \cdot 10^8$ [см]	2,74	2,18	2,59	3,75	3,61	3,64	4,16	4,85	3,16

²Измерения для ртути произведены при $t = 219^\circ \text{C}$.

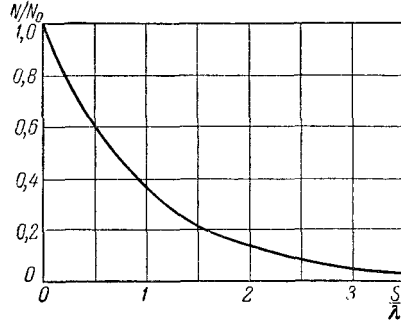


Рис. XVI: График распределения свободных пробегов.

5.

Значения $\bar{\lambda}$, приведенные в таблице, дают средние значения свободного пробега. Отдельные пробеги не равны между собой, и необходимо решить задачу о распределении свободных пробегов. Чтобы охарактеризовать распределение пробегов, вычислим относительное количество частиц, пробегающих без столкновения путь длиной s .

Пусть из N_0 молекул N еще не имели столкновения, пробежав путь s , а путь $s + ds$ без столкновений пробежали $N - dN$ молекул. Число соударений dN , равное уменьшению числа молекул, не имевших соударений, должно быть пропорционально как длине участка ds , так и числу молекул N . Таким образом,

$$dN = -gNds,$$

где g — коэффициент пропорциональности. Отсюда, так как при $s = 0$ $N = N_0$, то

$$N = N_0 e^{-gs}.$$

По определению средний пробег $\bar{\lambda}$ равен

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{N_0} \int_{s=0}^{s=\infty} s |dN|;$$

так как $|dN| = N_0 g e^{-gs} ds$, то

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{N_0} \int_0^{\infty} N_0 g s e^{-gs} ds = \frac{1}{g},$$

и таким образом,

$$N = N_0 \exp\left(-\frac{s}{\bar{\lambda}}\right). \quad (\text{III.32})$$

На рис. XVI изображен график этого уравнения. Из него видно, что около 37% молекул имеют пробег, больший среднего; только 0,67% молекул имеют пробег, больший чем $5\bar{\lambda}$.

§ IV. Статистика электронного газа

1.

Классическая статистика дала прекрасные результаты в применении к газам. Однако с течением времени пришлось убедиться, что в некоторых других областях физики, где также приходится иметь дело с совокупностью очень большого числа частиц, классическая статистика не приводит к правильным результатам. Такими областями оказались, во-первых, теория света, где была установлена сначала в связи с фотоэлектрическими явлениями, а потом и в связи с рядом других явлений необходимость подхода к электромагнитному излучению, заполняющему пространство, как к совокупности частиц — световых квантов или фотонов; во-вторых, это была физика металлов, объясняющая электрические и тепловые особенности металлов наличием в них свободных электронов, своего рода «электронного газа». Применение к «электронному газу» классической статистики в ряде случаев не приводило к согласию с опытом.

Выход из создавшегося положения был найден путем введения в статистику специфических квантовых представлений. В настоящем параграфе дается вывод формул квантовой статистики, применяемых в теории металлов и полупроводников, а также некоторые графические иллюстрации и численные примеры.

2.

Для вывода формул распределения нам придется пользоваться пространством импульсов. Однако, в отличие от классической статистики, где величина ячейки пространства импульсов оставалась неопределенной (§ III), в квантовой статистике наличие у частиц волновых свойств заставляет принимать для ячейки пространства импульсов вполне определенные размеры. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим наиболее простой для теоретического расчета случай частицы, запертой в кубическом потенциальном ящике. Раньше мы решали такую же, но одномерную задачу (§ II) и нашли, что при большом скачке потенциальной энергии на стенках ящика задача об определении функции ψ , удовлетворяющей граничным условиям, оказывается сходной с задачей о нахождении системы стоячих волн на струне с закрепленными концами. В теории волн задаче о частице, запертой в трехмерном кубическом потенциальном ящике, соответствует задача о нахождении системы стоячих волн в кубе с отражающими стенками. Эта задача рассматривается в акустике и электродинамике полых резонаторов, имеющей широкое применение в радиотехнике.

Каждый из видов стоячих волн соответствует особому типу собственных свободных колебаний. Нам нужно найти частоты собственных колебаний для геометрически простейшего случая — куба. В кубе с вполне отражающими стенками возможны установившиеся волны различных направлений, однако для всех направлений распространения на стенках куба должны ле-

жать узлы стоячих волн. Это условие выполняется, если для выбранного направления распространения волн (вектор \mathbf{N} на рис. XVII) узловые плоскости системы стоячих волн делят ребро куба на целое число отрезков¹. Для волн, распространяющихся параллельно ребрам куба, это условие приводит к такой же формуле, как для волн на струне (l — длина ребра куба):

$$l = n \frac{\lambda}{2}; \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{IV.1})$$

Для всех других направлений (рис. XVII)

$$l \cos \theta_1 = n_1 \frac{\lambda}{2}; \quad l \cos \theta_2 = n_2 \frac{\lambda}{2}; \quad l \cos \theta_3 = n_3 \frac{\lambda}{2},$$

$$n_1, n_2, n_3 = 1, 2, 3, \dots \quad (\text{IV.2})$$

Из аналитической геометрии известно, что косинусы углов $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, образованные прямой линией с прямоугольными осями координат, связаны соотношением

$$\cos^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_2 + \cos^2 \theta_3 = 1,$$

откуда следует:

$$\frac{2l}{\lambda} = \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}. \quad (\text{IV.3})$$

Таким образом, в кубе возможны установившиеся волны, распространяющиеся только в некоторых определенных направлениях, так как n_1, n_2, n_3 — целые числа и каждому направлению или, что то же самое, каждой группе чисел n_1, n_2, n_3 соответствуют своя длина волны и собственная частота колебаний. Поставим вопрос, сколько разных систем волн, длины которых лежат в интервале от λ до $\lambda + d\lambda$, может существовать в кубе. Эту задачу можно решить с помощью следующего построения.

Возьмем прямоугольные оси координат и будем откладывать на них целые положительные числа n_1, n_2, n_3 . Проведем через точки $n_1 = 0, 1, 2, 3, \dots, n_2 = 0, 1, 2, 3, \dots, n_3 = 0, 1, 2, 3, \dots$ плоскости, параллельные плоскостям координат. Эти плоскости разбивают пространство, занимающее один октант, в котором лежат положительные значения n_1, n_2, n_3 , на ряд кубических ячеек единичного объема. Их вершины определяют группы чисел (n_1, n_2, n_3) и, значит, возможные длины волн.

Величина

$$\frac{2l}{\lambda} = \sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2} = r$$

равна расстоянию точки (n_1, n_2, n_3) от начала координат. Число возможных волн в интервале от λ до $\lambda + d\lambda$ равно числу единичных ячеек в объеме между сферами с радиусами r и $r + dr$ в пределах одного октанта, т. е.

¹См., например, Ф. Морз, Колебание и звук, 1949, гл. XIII.

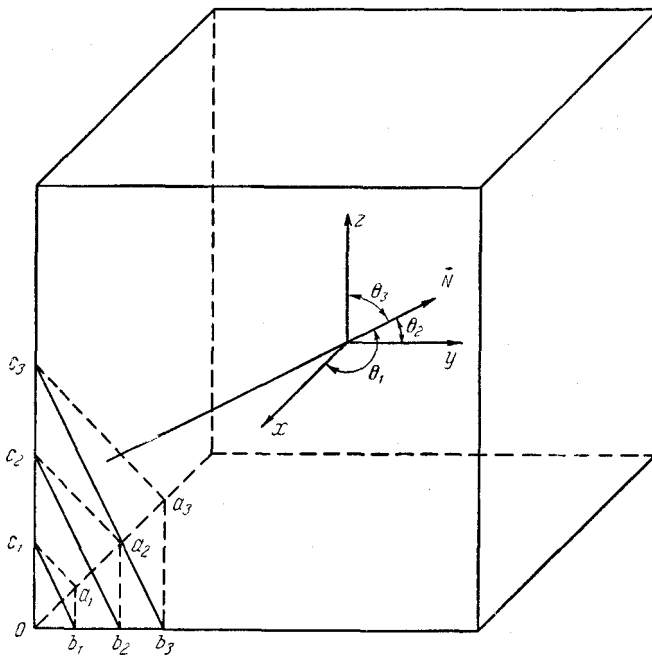


Рис. XVII: К выводу формулы (IV.3). \vec{N} —направление распространения волн. Отрезки, отсекаемые узловыми плоскостями $(a_1b_1c_1), (a_2b_2c_2), \dots$ на ребрах куба: $oa_1 = a_1a_2 = a_2a_3 = \dots = l/n_1, n_1 = 1, 2, 3, \dots; ob_1 = b_1b_2 = b_2b_3 = \dots = l/n_2, n_2 = 1, 2, 3, \dots; oc_1 = c_1c_2 = c_2c_3 = \dots = l/n_3, n_3 = 1, 2, 3, \dots$

равно объему этого слоя $\frac{1}{8} \cdot 4\pi r^2 dr$. Таким образом, искомое число волн в интервале равно

$$Q_\lambda = \frac{1}{8} 4\pi \left(\frac{2l}{\lambda}\right)^2 d\left(\frac{2l}{\lambda}\right) = 4\pi V \frac{1}{\lambda^2} d\frac{1}{\lambda}, \quad (\text{IV.4})$$

где V — объем куба. Можно показать, что формула (IV.4), выведенная здесь для куба, остается справедлива для объема любой формы, размеры которого велики по сравнению с длиной волны.

Формула (IV.4) пригодна для волн любой природы. Применим ее к волнам электронов, заключенных в потенциальном ящике с очень высокими стенками. Для электронов

$$\lambda = \frac{h}{mv}$$

и, следовательно,

$$Q_\nu = \frac{4\pi V}{h^2} m^2 v^2 d\left(\frac{mv}{h}\right) = \frac{4\pi V m^3}{h^3} v^2 dv. \quad (\text{IV.5})$$

Принимая во внимание, что в соответствии с принципом исключения Паули в совокупности электронов одинаковые импульс и скорость могут иметь два электрона, обладающих спинами разных знаков, получим для наибольшего числа электронов, скорости которых лежат в интервале от v до $v + dv$:

$$Q_v = 2 \frac{4\pi V}{h^3} v^2 dv, \quad (\text{IV.6a})$$

или, переходя к импульсам:

$$Q_p = 2 \frac{4\pi V}{h^3} p^2 dp. \quad (\text{IV.6b})$$

Из (IV.6a) легко получить число возможных энергетических состояний в интервале от W до $W + dW$. Так как

$$\frac{mv^2}{2} = W, \quad mv dv = dW,$$

то

$$Q_W = \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{\frac{3}{2}} W^{\frac{1}{2}} dW. \quad (\text{IV.6в})$$

Таким образом, возможны только некоторые дискретные частоты электронных волн, откуда следует, что электроны могут иметь только дискретные значения импульса p и энергии W . Иными словами, энергия и импульс электронов, запертых в трехмерном потенциальном ящике, — квантованные величины.

Выражение (IV.6b) можно истолковать с помощью пространства импульсов. Q_p — число возможных значений импульса, лежащих в пределах

от p до $p + dp$, а $4\pi p^2 dp$ — объем шарового слоя пространства импульсов, лежащий между сферами с радиусами p и $p + dp$. Если величину

$$d\tau = \frac{h^3}{V} \quad (\text{IV.7})$$

принять за объем ячейки пространства импульсов, то из формулы (IV.66) следует, что число возможных состояний электронов вдвое больше числа ячеек, т. е. на одну ячейку приходится два возможных состояния электрона с одинаковыми в пределах точности, определяемой размерами ячейки, импульсами.

Итак, в квантовой статистике, в отличие от статистики классической, величина ячейки пространства импульсов не остается неопределенной, а равна h^3/V для потенциального ящика объема V и h^3 для ящика единичного объема. Очевидно, что каждой ячейке пространства импульсов соответствует определенный энергетический уровень. Поэтому если в потенциальном ящике находится много электронов, то возникает вопрос об их распределении по энергетическим уровням или по ячейкам пространства импульсов.

3.

Если вероятность того, что энергетический уровень W занят электроном, равна $a(W)$, то в равновесном состоянии в интервале энергий от W до $W + dW$ будет находиться $Q_W a(W)$ электронов. Для нахождения распределения электронов по энергиям нужно, таким образом, вычислить $Aa(W)$ — вероятность того, что электрон будет иметь энергию W . Аналогичную задачу можно поставить для частиц, подчиняющихся классической статистике, формулы распределения для которых были рассмотрены в предшествовавшем параграфе. Рассмотрим сначала, как вычисляется $a(W)$ для «классических» частиц.

Предположим, что взаимодействие между частицами осуществляется в форме столкновений, и пусть две частицы до столкновения имеют энергии W_1, W_2 , а после столкновения W'_1, W'_2 . Очевидно,

$$W_1 + W_2 = W'_1 + W'_2. \quad (\text{IV.8a})$$

Если одна из частиц теряет энергию x , то другая получает такую же энергию; поэтому

$$W'_1 = W_1 - x; \quad W'_2 = W_2 + x. \quad (\text{IV.8б})$$

Обозначим среднее число столкновений за единицу времени, во время которых происходит переход от энергий W_1, W_2 к энергиям W'_1, W'_2 , через γ . Это число пропорционально как числу частиц с энергией W_1 , так и числу частиц с энергией W_2 , т. е. пропорционально произведению вероятностей $a(W_1)a(W_2)$:

$$\gamma = Ca(W_1)a(W_2). \quad (\text{IV.9a})$$

В равновесном состоянии будет такое же число γ обратных переходов от состояний W'_1, W'_2 к состояниям W_1, W_2 . Отсюда следует:

$$\gamma = Ca(W'_1)a(W'_2). \quad (\text{IV.96})$$

Из (IV.8) и (IV.9) получается для равновесного состояния уравнение

$$a(W_1)a(W_2) = a(W_1 - x)a(W_2 + x). \quad (\text{IV.10})$$

Как можно убедиться подстановкой, этому уравнению удовлетворяет функция

$$a(W) = Ae^{-\beta W}, \quad (\text{IV.11})$$

которая является его единственным решением. Показатель степени в (IV.11) должен быть отрицателен, так как при очень больших W число частиц очень мало; следовательно, $\beta > 0$.

Можно показать, что β — универсальный коэффициент. Рассмотрим столкновения между частицами двух родов, для которых вероятности иметь энергию W равны $a_1(W)$ и $a_2(W)$. Рассматривая столкновения частиц 1-го рода с энергиями W_1 с частицами 2-го рода, имеющими энергии W_2 , и рассуждая так же, как и раньше, получим:

$$a_1(W_1)a_2(W_2) = a_1(W_1 - x)a_2(W_2 + x).$$

Это уравнение удовлетворяется функциями $a_1(W) = A_1 \exp(-\beta W)$; $a_2(W) = A_2 \exp(-\beta W)$, в чем опять-таки можно убедиться подстановкой. Достаточно, следовательно, найти коэффициент β для какого-нибудь одного случая. В качестве такового можно взять рассмотренный в § III случай идеального газа, для которого было найдено, что относительное число молекул с энергиями в интервале от W до $W + dW$ равно (формула (III.18))

$$\frac{dN_W}{N_V} = \frac{2W^{\frac{1}{2}}}{\sqrt{\pi(kT)^3}} e^{-\frac{W}{kT}} dW.$$

Сравнивая это выражение с формулой

$$\frac{dN_W}{N_V} = a(W)dW + A \exp(-\beta W) dW,$$

следующей с очевидностью из определения вероятности $a(W)$, можно видеть, что

$$\beta = \frac{1}{kT}. \quad (\text{IV.12})$$

Формула

$$a(W) = A \exp\left(-\frac{W}{kT}\right), \quad (\text{IV.13})$$

где величину $\exp\left(-\frac{W}{kT}\right)$ называют множителем Больцмана, применима ко всем случаям распределения «классических» частиц по энергиям.

Обратимся теперь к вычислению вероятностей заполнения энергетических уровней частицами, подчиняющимися квантовой статистике, учитывая, что число их на каждом энергетическом уровне ограничено принципом Паули. Формулы (IV.8) остаются, очевидно, верными и в этом случае. Число столкновений, при которых происходит переход от энергий W_1, W_2 к энергиям W'_1, W'_2 , будет теперь пропорционально не только произведению вероятностей $b(W_1), b(W_2)$, но и вероятностям того, что уровни W'_1 и W'_2 не заполнены. Вероятность того, что оба эти уровня свободны, пропорциональна, как легко видеть, произведению $[1 - b(W'_1)][1 - b(W'_2)]$. Таким образом, для среднего числа переходов от состояний W_1, W_2 к состояниям W'_1, W'_2 и равному ему в равновесном состоянии числа обратных переходов можно написать:

$$\delta = Db(W_1)b(W_2)[1 - b(W'_1)][1 - b(W'_2)] = Db(W'_1)b(W'_2)[1 - b(W_1)][1 - b(W_2)]. \quad (\text{IV.14})$$

Из (IV.14), полагая $W'_1 = W_1 - x, W'_2 = W_2 + x$, получим:

$$\left[\frac{1}{b(W_1)} - 1 \right] \left[\frac{1}{b(W_2)} - 1 \right] = \left[\frac{1}{b(W_1 - x)} - 1 \right] \left[\frac{1}{b(W_2 + x)} - 1 \right]. \quad (\text{IV.15})$$

Решением этого уравнения, как можно убедиться подстановкой, является функция

$$b(W) = B[e^{\beta W} + 1]^{-1}, \quad (\text{IV.16})$$

где $\beta > 0$ и взят знак плюс в показателе степени, так как и здесь при больших W вероятность $b(W)$ должна быть мала. Для очень больших значений W ограничение числа электронов, которые могут разместиться на каждом уровне, несущественно, так как число уровней в этих энергетических интервалах гораздо больше числа электронов и почти все уровни не заполнены. Уравнение (IV.16) при $W \rightarrow \infty$ должно совпасть с уравнением (IV.11). В этом случае $B \exp(\beta W) \gg 1$ и

$$b(W) = \frac{1}{B} e^{-\beta W} = a(W) = Ae^{-\beta W}.$$

Следовательно, в формуле (IV.16) $\beta = \frac{1}{kT}$, и формула (IV.16) принимает вид

$$b(W) = \frac{1}{Be^{W/kT} + 1}. \quad (\text{IV.17})$$

От (IV.18) легко перейти к формуле распределения частиц по энергиям. Число электронов с энергиями в интервале от W до $W + dW$ равно произведению числа уровней, которые могут занимать электроны в этом энергетическом интервале (формула (IV.6в)) на вероятность $b(W)$. Это дает формулу распределения по энергиям

$$dN_W = \frac{2\pi V}{h^3} (2m)^{\frac{3}{2}} W^{\frac{1}{2}} \frac{1}{Be^{\frac{W}{kT}} + 1} dW. \quad (\text{IV.18})$$

Закон распределения (IV.18) называют распределением Ферми.

4.

Формула (IV.18) дает число электронов с энергией в пределах от W до $W + dW$. Рассмотрим случай, когда $B \gg 1$. Тогда в знаменателе (IV.27) единицей можно пренебречь, и формула примет вид

$$dN_W = \frac{1}{B} \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{\frac{3}{2}} W^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{W}{kT}} dW. \quad (\text{IV.19})$$

Для определения B интегрируем dN_W по всем возможным значениям энергии от $W = 0$ до $W = \infty$; результатом интегрирования должно быть полное число электронов N_V в объеме V :

$$N_V = \frac{4\pi V}{Bh^3} (2m)^{\frac{3}{2}} \int_0^{\infty} W^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{W}{kT}} dW = \frac{4\pi V}{Bh^3} (2m)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{2} \sqrt{\pi(kT)^3},$$

откуда

$$B = \frac{2V}{N_V h^3} (2\pi m k T)^{\frac{3}{2}} = \frac{2}{n h^3} (2\pi m k T)^{\frac{3}{2}}, \quad (\text{IV.20})$$

где $n = \frac{N_V}{V}$ — число электронов в единице объема.

Пренебрегая единицей в знаменателе формулы (IV.18) и воспользовавшись формулой (IV.20), получим:

$$dN_W = \frac{2N_V}{\sqrt{\pi(kT)^3}} W^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{W}{kT}} dW = N_V \Phi(W) dW. \quad (\text{IV.21})$$

Мы получили максвелловскую формулу распределения энергии (III.18).

Квантовая статистика в случае $B = \frac{2}{n h^3} (2\pi m k T)^{\frac{3}{2}} \gg 1$ переходит в классическую статистику. Следует, конечно, ожидать, что рассмотренный здесь случай окажется применимым к реальным газам в обычных условиях, так как для этих последних с несомненностью справедлива классическая² статистика. Возьмем, например, водород при $p = 1$ атм и $T = 300^\circ K$. Подставляя в формулу (IV.20) числа $n = \frac{6,025 \cdot 10^{23}}{22400} \frac{1}{\text{см}^3}$, $m = 3,346 \cdot 10^{-24}$ г, $k = 1,38 \cdot 10^{-16}$ эрг · град⁻¹, $h = 6,62 \cdot 10^{-27}$ эрг · сек, получим $B \approx 10^{+5}$. Так как $B \gg 1$, то квантовое распределение переходит в классическое. Для всех других газов при обычных условиях получится то же самое, так как для них m больше, чем для водорода. Существенно иные условия будут для электронного газа в металле. Возьмем, например, серебро (атомный

²Переходя к формуле (IV.21), мы должны были бы для некоторых частиц исходить не из формулы Ферми (IV.18), а из формулы статистики Бозе, которая отличается от формулы (IV.18) только тем, что в ней перед единицей в знаменателе стоит знак минус. Формула Бозе применима к фотонам и к атомам и молекулам, для которых сумма числа электронов, протонов и нейтронов выражается четным числом, в то время как формула Ферми — к электронам, протонам и нейтронам и остальным атомам и молекулам. Но для случая $B \gg 1$ обе формулы дают одно и то же.

вес 107,9; плотность 10,4) и предположим, что в серебре имеется один свободный электрон на атом. Будем иметь $n = 5,9 \cdot 10^{22}$ $1/\text{см}^3$; $m = 9,1 \cdot 10^{-28}$ г и при $T = 300^\circ \text{K}$ по формуле (IV.20) $\frac{1}{B} \approx 2300 \gg 1$. Значит, для электронов внутри металла формула (IV.21) неприменима и квантовая статистика отличается от классической статистики; как говорят, электронный газ в металле находится в состоянии вырождения.

Введем новую постоянную W_f , связанную с B формулой $B = \exp\left(-\frac{W}{kT}\right)$. Тогда

$$dN_W = \Phi_{\text{кв}}(W)dW = \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{\frac{3}{2}} \frac{W^{\frac{1}{2}}}{1 + \exp\left[\frac{W - W_f}{kT}\right]} dW.$$

Для вычисления W_f (или B) в этом случае опять-таки надо вычислить интеграл

$$\int_0^\infty \Phi_{\text{кв}}(W)dW = N_V.$$

Однако интеграл в этом случае не вычисляется для любых B . Для малых значений B было найдено разложение в ряд, причем первое приближение (первый член ряда) дает

$$\ln\left(\frac{1}{B}\right) = \frac{W_f}{kT} = \frac{h^2}{2mkT} \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}}, \quad (\text{IV.23a})$$

$$W_f = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}}, \quad (\text{IV.23б})$$

где n — число электронов в единице объема.

Физический смысл W_f можно увидеть из следующих соображений. При $T = 0^\circ \text{K}$ получим:

$$\begin{aligned} \text{если } W > W_f, \text{ то } \exp\left[\frac{W - W_f}{kT}\right] &= \infty, \quad \Phi_{\text{кв}} = 0; \\ \text{если } W < W_f, \text{ то } \exp\left[\frac{W - W_f}{kT}\right] &= 0, \quad \Phi_{\text{кв}} = \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{\frac{3}{2}} W^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}$$

Величину W_f , равную максимальной энергии частиц при $T = 0^\circ \text{K}$, называют энергетическим уровнем Ферми или просто уровнем Ферми.

Полная энергия всех N_V электронов при $T = 0^\circ \text{K}$ равна

$$W_{\text{полн}} = \frac{4\pi V}{h^3} (2m)^{\frac{3}{2}} \int_0^{W_f} W^{\frac{3}{2}} dW = \frac{3}{5} N_V W_f. \quad (\text{IV.24})$$

Например, для 1 см^3 серебра ($N_V = n = 5,9 \cdot 10^{22}$)

$$W_{\text{полн}} = 3 \cdot 10^{11} \text{ эрг/см}^3 = 3 \cdot 10^4 \text{ дж/см}^3.$$

Формула (IV.24) для уровня Ферми относится к электронному газу при абсолютном нуле. Для температуры, отличной от нуля, следующее приближение имеет вид

$$W_f = W_{f_0} \left(1 + \frac{\pi}{12} \frac{T^2}{T_c^2} \right) = W_{f_0} \left[1 - \frac{\pi}{12} \left(\frac{kT}{W_{f_0}} \right)^2 \right], \quad (\text{IV.23в})$$

где $W_{f_0} = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}}$ — уровень Ферми, определенный по формуле (IV.23б) и $T_c = \frac{W_{f_0}}{k}$. Для металлов поправка крайне незначительна и W_f можно принять равным W_{f_0} и не зависящим от температуры. Для серебра

$$W_{f_0} = 3,6 \cdot 3 \cdot 10^{-15} (5 \cdot 9 \cdot 22)^{\frac{2}{3}} = 5,1 \text{ эв};$$

$$T_c = \frac{5,1 \cdot 1,6 \cdot 10^{-12}}{1,38 \cdot 10^{-16}} \approx 59000^\circ \text{ K}$$

и даже при $T = 1000^\circ \text{ K}$

$$\frac{\pi}{12} \cdot \frac{T^2}{T_c^2} \approx \frac{1}{13300}.$$

Невырожденный газ мы определили как такой, для которого

$$\frac{2}{nh^3} (2\pi mkT)^{\frac{3}{2}} \gg 1,$$

причем для реальных газов это условие выполняется очень хорошо. С другой стороны, для электронного газа в металле оно заведомо не выполняется и электронный газ находится несомненно в состоянии вырождения. Если бы кроме этих двух случаев нам ни с какими другими встретиться бы не пришлось, то не было бы нужды в уточнении критерия вырождения. Однако в полупроводниках приходится встречаться со всевозможными концентрациями электронов, и поэтому критерий вырождения нужно уточнить.

При изменении температуры или плотности мы будем иметь непрерывный переход через ряд промежуточных состояний от невырожденных состояний при больших T и малых n к вырожденным состояниям при больших n и T , близких к абсолютному нулю. Очевидно, граница остается в известной степени условной. Мы определим ее как такое состояние, при котором температура достаточно высока, чтобы вследствие теплового движения с самых нижних уровней на уровни, близкие к W_f , перешло не слишком малое число электронов; тогда вырождение будет нарушено уже в заметной степени. При этом в формуле Больцмана (§ 4) показатель степени должен быть порядка единицы, т. е.

$$kT_{\text{выр}} = W_f = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n_{\text{выр}}}{8\pi} \right)^{\frac{2}{3}},$$

или

$$T_{\text{выр}} = \frac{h^2}{8km} \left(\frac{3}{\pi} \right)^{\frac{2}{3}} n_{\text{выр}}^{\frac{2}{3}} = 4,2 \cdot 10^{-11} n_{\text{выр}}^{\frac{2}{3}}, \quad (\text{IV.25a})$$

$$n_{\text{выр}} = 3,67 \cdot 10^{15} T_{\text{выр}}^{\frac{3}{2}}, \quad (\text{IV.25б})$$

где n выражено в 1 см^3 . Формулы (IV.12) дают условную границу вырождения.

5.

В теории электронной эмиссии используются формулы распределения по скоростям. Из формул

$$W = \frac{mv^2}{2}, \quad dW = mv dv, \quad W_f = \frac{1}{2} m v_f^2$$

и из формулы (IV.22) получим:

$$dN_v = \mathcal{F}_{\text{кв}}(v) dv = \frac{8\pi V}{h^3} m^3 \frac{v^2 dv}{1 + \exp \left[\frac{m}{2kT} (v^2 - v_f^2) \right]}. \quad (\text{IV.26})$$

dN_v дает число электронов в шаровом слое пространства скоростей, заключенном между сферами радиуса v и $v + dv$; его объем равен $4\pi v^2 dv$. Таким образом, на элемент объема в пространстве скоростей $dv_x dv_y dv_z$ придется электронов:

$$dN_{v_x v_y v_z} = \mathcal{F}_{\text{кв}}(v_x, v_y, v_z) dv_x dv_y dv_z = \frac{8\pi V}{h^3} m^3 \frac{v^2 dv}{1 + \exp \left[\frac{m}{2kT} (v^2 - v_f^2) \right]} \frac{dv_x dv_y dv_z}{4\pi v^2 dv},$$

откуда

$$\mathcal{F}_{\text{кв}}(v_x, v_y, v_z) = \frac{2}{V m^3} \frac{1}{1 + \exp \left[\frac{m}{2kT} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 - v_f^2) \right]}. \quad (\text{IV.27})$$

Объем ячейки в пространстве импульсов равен $\frac{h^3}{V}$. Значит, в пространстве скоростей, где по осям вместо p_x, p_y, p_z отложены $v_x = \frac{p_x}{m}, v_y = \frac{p_y}{m}, v_z = \frac{p_z}{m}$, объем ячейки равен $\tau_v = \frac{h^3}{V m^3}$. Для $T = 0^\circ \text{ K}$ получим:

$$\begin{aligned} \text{при } W > W_f \quad \mathcal{F}_{\text{кв}}(v_x, v_y, v_z) &= 0, \\ \text{при } W < W_f \quad \mathcal{F}_{\text{кв}}(v_x, v_y, v_z) &= \frac{2Vm^3}{h^3} = \frac{2}{\tau_v} = \text{const}, \end{aligned}$$

$$dN_{v_x v_y v_z} = 2 \frac{dv_x dv_y dv_z}{\tau_v}.$$

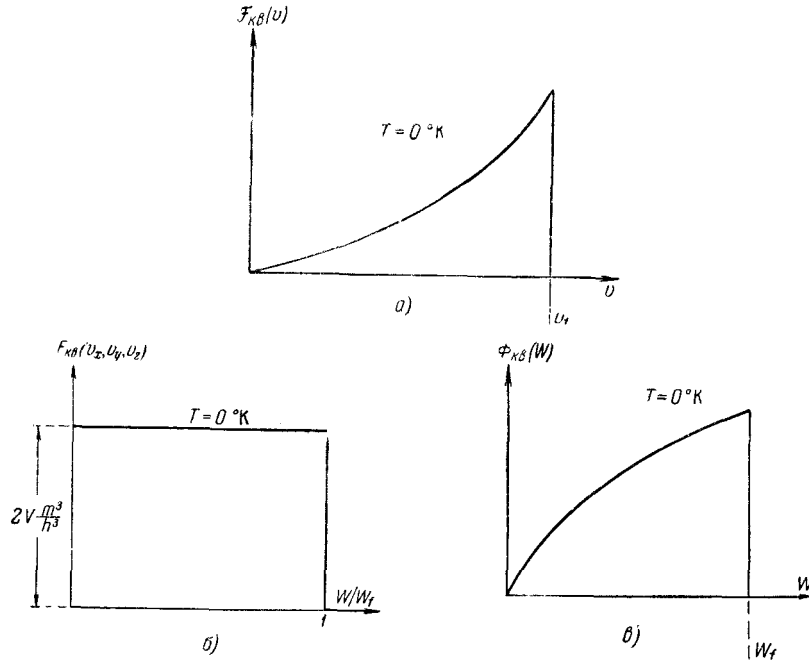


Рис. XVIII: а—вид функции $F_{кв}(v)$ при $T = 0^\circ K$; б—вид функции $F_{кв}(v_x, v_y, v_z)$ при $T = 0^\circ K$; в—вид функции $\Phi_{кв}(W)$ при $T = 0^\circ K$.

Отношение $\frac{dv_x dv_y dv_z}{T_v}$ равно числу ячеек в элементе объема пространства скоростей. Следовательно, при $T = 0^\circ K$ в каждой ячейке находится два электрона и все ячейки при $v < v_f$ заполнены.

Распределение электронов по скоростям (формула (IV.26)) при $T = 0^\circ K$ изображается параболой с вертикальной осью вплоть до $v = v_f = \sqrt{2W_f/m}$, затем кривая сливается с осью абсцисс (рис. XVIII, а). Заметим, что скоростью v_f обладает наибольшее число электронов, т. е. по определению это наиболее вероятная скорость. График для $F_{кв}$ удобно изобразить, откладывая по оси абсцисс $\frac{W}{W_f}$, как это сделано на рис. XVIII, б. На рис. XVIII, в изображено распределение по энергиям, т. е. функция $\Phi_{кв}(W)$ при $T = 0^\circ K$.

Нам будет нужно еще распределение электронов по одной компоненте скорости. Оно, очевидно, дается формулой

$$dN_{v_x} = \frac{2Vm^3}{h^3} dv_x \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dv_y dv_z}{1 + \exp \left[\frac{m}{2kT} (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 - v_f^2) \right]}.$$

Результат интегрирования таков ³:

$$dN_{v_x} = f_{\text{кв}}(v_x)dv_x = \frac{4\pi m^2 V}{h^3} kT \ln \left\{ 1 + e^{\frac{m}{2kT}(v_f^2 - v_x^2)} \right\} dv_x. \quad (\text{IV.28})$$

При $T = 0^\circ K$ и $v_x > v_f$

$$\frac{dN_{v_x}}{dv_x} = f_{\text{кв}}(v_x) = 0.$$

При $T = 0^\circ K$ и $v_x < v_f$

$$\frac{dN_{v_x}}{dv_x} = f_{\text{кв}}(v_x) \approx \frac{2\pi m^3 V}{h^3} (v_f^2 - v_x^2), \quad (\text{IV.29})$$

так как при $T \rightarrow 0^\circ K$ и $v_f > v_x$ стоящая под знаком логарифма в (IV.28) величина

$$\exp \left[\frac{m}{2kT} (v_f^2 - v_x^2) \right] \gg 1.$$

6.

Теперь нетрудно получить выражение для числа электронов, попадающих за единицу времени на площадь, равную единице, и имеющих скорость по x в пределах от v_x до $v_x + dv_x$, т. е. найти распределение в потоке. Для этого нужно только, сделав построение, подобное построению на рис. III.3, заменить в (IV.28) и (IV.29) объем V через объем призмы v_x . Для распределения в потоке, таким образом, получим:

$$d\nu_{v_x} = \frac{4\pi m^2 kT}{h^3} v_x \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{m}{2kT} (v_f^2 - v_x^2) \right] \right\} dv_x \quad \text{для } T \neq 0^\circ K, \quad (\text{IV.30a})$$

³Порядок вычисления интеграла следующий: переходим на плоскости v_y, v_z к полярным координатам φ, r . Элемент площади $dv_y dv_z$ заменяется через $rdrd\varphi$ и $(v_y^2 + v_z^2)$ через r^2 . Обозначим

$$\exp \left[\frac{m}{2kT} (v_x^2 - v_f^2) \right] = A, \quad \frac{m}{2kT} = B.$$

Пределы интегрирования по φ и r будут от 0 до 2π и от 0 до ∞ . Формула принимает вид

$$dN_{v_x} = \frac{2Vm^3}{h^3} dv_x \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\infty \frac{rdr}{1 + Ae^{Br^2}}.$$

Вводя переменные: $z = Br^2, rdr = \frac{dz}{2B}$, получим:

$$\int_0^\infty \frac{rdr}{1 + Ae^{Br^2}} = \frac{1}{2B} \int_0^\infty \frac{dz}{1 + Ae^z}.$$

Этот последний интеграл легко вычисляется:

$$\int_0^\infty \frac{dz}{1 + Ae^z} = \ln \left\{ 1 + \exp \left[\frac{m}{2kT} (v_f^2 - v_x^2) \right] \right\},$$

что и дает после выполнения интегрирования по φ и подстановки значения B формулу (IV.28).

$$d\nu_{v_x} = \frac{2\pi m^3}{h^3} v_x (v_f^2 - v_x^2) dv_x \quad \text{для } T = 0^\circ K. \quad (\text{IV.306})$$

7.

Найдем средние значения скоростей вырожденного электронного газа при $T = 0^\circ K$. Средняя арифметическая скорость найдется по формуле

$$\bar{v} = \frac{1}{N_V} \int_0^{v_f} v \mathcal{F}_{\text{кв}}(v) dv = \frac{8\pi V}{h^3 N_V} m^3 \int_0^{v_f} v^3 dv.$$

Интегрирование дает

$$\bar{v} = \frac{8\pi V}{h^3 N_V} m^3 \frac{v_f^4}{4} = \frac{3}{4} v_f. \quad (\text{IV.31})$$

Для квадрата средней квадратичной скорости можно написать:

$$\overline{v^2} = \frac{1}{N_V} \int_0^{v_f} v^2 \mathcal{F}_{\text{кв}}(v) dv = \frac{8\pi V}{h^3 N_V} m^3 \int_0^{v_f} v^4 dv = \frac{8\pi V}{h^3 N_V} m^3 \frac{v_f^5}{5} = \frac{3}{5} v_f^2. \quad (\text{IV.32})$$

Найдем еще среднее значение $\left(\frac{1}{v}\right)$:

$$\left(\frac{1}{v}\right) = \frac{1}{N_V} \int_0^{v_f} \frac{1}{v} \mathcal{F}_{\text{кв}}(v) dv = \frac{8\pi V}{h^3 N_V} m^3 \int_0^{v_f} v dv = \frac{8\pi V}{h^3 N_V} m^3 \frac{v_f^2}{2} = \frac{3}{2} \frac{1}{v_f}. \quad (\text{IV.33})$$

Как видно, $\left(\frac{1}{v}\right) \neq \frac{1}{\bar{v}}$.

8.

Рассмотрим несколько численных примеров, характеризующих состояние электронного газа в металле при температуре, отличной от $0^\circ K$. Примем, что в кристалле металлического вольфрама на каждый атом приходится по два свободных электрона. Тогда, исходя из плотности $19,3 \text{ г/см}^3$ и атомного веса 184, получим $n = 12,6 \cdot 10^{22} \text{ 1/см}^3$ и по (IV.236) $W_f = 9,1 \text{ эв}$.

Введем величины

$$R = \frac{v}{v_0},$$

$$R_f = \frac{v_f}{v_0} = \sqrt{\frac{2W_f m}{m \cdot 2kT}} = \sqrt{\frac{W_f}{kT}},$$

где $v_0 = \sqrt{\frac{2kT}{m}}$ здесь введено для сокращения записи. Формулу (IV.26) можно теперь записать в следующем виде:

$$dN_R = \mathcal{F}(r) dR = \frac{8\pi V m^3}{h^3} v_0^3 \frac{R^2 dR}{1 + \exp(R^2 - R_f^2)}.$$

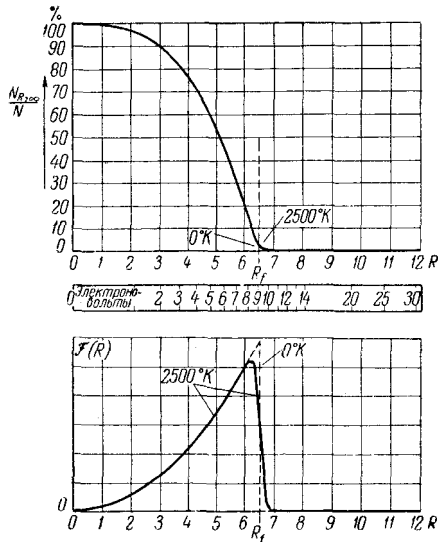


Рис. XIX: Кривые распределения скоростей при $T = 0^\circ K$ и $T = 2500^\circ K$ в квантовой статистике.

Построим кривые $\mathcal{F}(r)$ для температур $T = 0^\circ K$ и $T = 2500^\circ K$. При $T = 2500^\circ K$ $T = 0,215$ эв и $R_f \approx 6,5$. При $T = 0^\circ K$ кривая $\mathcal{F}(r)$ — парабола, кончающаяся скачкообразным переходом к оси абсцисс при $R = R_f \approx 6,5$ (рис. XIX). Чтобы построить кривую при $T = 2500^\circ K$, возьмем три точки:

1. $R = 6,0$, $\exp(6^2 - 6,5^2) = \exp(-6,3) \approx \frac{1}{600}$ по сравнению с кривой $T = 0^\circ K$ в знаменателе не единица, а $1 + 1/600$, т. е. при $R = 6,0$ кривая $\mathcal{F}(r)$ при $T = 2500^\circ K$ почти не отходит от кривой $\mathcal{F}(r)$ при $T = 0^\circ K$.

2. $R = R_f$, $\exp(R^2 - R_f^2) = 1$, $\mathcal{F}(R) = \frac{8\pi V m^3}{h^3} \frac{R^2}{2}$, а при $R = R_f$, но $T = 0^\circ K$ мы имеем на разрыве $\exp(R^2 - R_f^2) = \exp(-\infty) = 0$, $F(R) = \frac{8\pi V m^3}{h^3} R^2$, т. е. вдвое больше.

3. $R = 7,0$, $\exp(7^2 - 6,5^2) = \exp(6,7) \approx 620$, и кривая практически уже сливается с осью абсцисс.

Рис. XIX изображает графически рассмотренный пример; наверху — интегральные кривые распределения. Ясно видно, как слабо влияет нагревание даже до 2500° на распределение скоростей и как мало электронный газ отходит от вырождения даже при такой высокой температуре. Значит, для подсчета многих величин, например средних скоростей, можно пользоваться формулами для $T = 0^\circ K$ даже при самых высоких температурах.

§ V. Таблицы, справочные материалы

1. Некоторые физические константы

1. Заряд электрона $e = 4,802 \cdot 10^{-10}$ CGSE(q) = $1,601 \cdot 10^{-20}$ CGSE(q).
2. Удельный заряд электрона $e/m_0 = 5,274 \cdot 10^{-17}$ CGSE(q) \cdot $e^{-1} = 1,759 \cdot 10^7$ CGSE(q) \cdot e^{-1} .
3. Масса электрона $m = 9,106 \cdot 10^{-28}$ г.
4. Масса протона $M_p = 1,6724 \cdot 10^{-24}$ г.
5. Масса α -частицы $6,644 \cdot 10^{-24}$ г.
6. Отношение масс протона и электрона 1836,5.
7. Число Авогадро $6,023 \cdot 10^{23}$ 1/моль.
8. Постоянная Планка $h = 6,62 \cdot 10^{-27}$ эрг \cdot сек.
9. Постоянная Больцмана $k = 1,380 \cdot 10^{-16}$ эрг \cdot град $^{-1}$.
10. Скорость света в вакууме $c = 2,99776 \cdot 10^{10}$ см/сек.
11. Энергия, соответствующая 1 эв, $1,6020 \cdot 10^{-12}$ эрг.

2. Ионизационные потенциалы некоторых элементов

Таблица составлена по [Л. А. 24]. Звездочкой отмечены цифры, заимствованные из [Л. 3.4]. Значения потенциалов приводятся с точностью до третьей значащей цифры. Значком \sim отмечены ненадежные цифры.

Элемент	Ионизационные потенциалы [еВ]				
	U_{p1}	U_{p2}	U_{p3}	U_{p4}	U_{p5}
H	13,6				
H ₂	15,4*				
O	13,6	35,1	55,1	77,3	114
O ₂	12,5*				
N	14,5	29,6	47,6	77,4	97,9
N ₂	15,8 ²				
He	24,6	54,4			
Ne	21,6	41,0	63,4	96,9	126
Ar	15,7	27,6	40,7		
Kr	14,0	\sim 26,5	36,9	\sim 68	
Xe	12,1	21,2	32,1	\sim 46	\sim 76
Hg	10,4	18,8	34,5	\sim 72	\sim 82
Li	5,38	75,6	122		
Cs	3,89	32,5			
Na	5,14	47,3	71,7		
Ca	6,11	11,9	51,2	67,2	
Al	5,99	18,8	28,4	120	154
F	17,4	34,5	62,6	87,1	114
Cl	13,0	23,8	39,9	54,5	67,8
Sn	7,33	14,6	30,7	44,7	81,1
Sb	8,64	18,6	24,8	44,1	55,7
Pb	7,41	15,0	32,1	39,0	69,7

3. Некоторые потенциалы возбуждения и метастабильные потенциалы

Таблица составлена по [Л.3.1 и Л.3.13].

Элемент	Потенциалы возбуждения [eV]	Метастабильные потенциалы [eV]
He	20,86; 21,2	19,72; 20,51
Ne	16,62; 16,79	16,57; 16,66
Ar	11,56; 11,77	11,49; 11,66
Kr	9,98; 10,59	9,86; 10,51
Xe	8,39; 9,52	8,98; 9,40
H	10,2	—
H ₂	11,2; 12,2	—
N	10,2	2,4; 3,6
N ₂	6,1	6,2
O	9,1	2,0; 4,2
O ₂	~5,0	1,0; 1,8
Cl	9,2	0,1; 8,9
Cl ₂	3,6	—
Na	2,1	—
K	1,60; 1,61	—
Cs	1,38; 1,45	—
Hg	4,86; 6,67	4,66; 5,43 k

Литература

В списках литературы по отдельным главам в основном приведены учебные руководства, обзорные статьи и некоторые монографии на русском языке. В отдельных случаях указаны узкоспециальные журнальные статьи.

Литература по физике и общей электронике, справочная литература (Л. А.)

Литература к гл. 1 (Л. 1)

Литература к гл. 2 (Л. 2)

Литература к гл. 3 (Л. 3)

Предметный указатель