

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования «Саратовский государственный  
университет имени Н.Г. Чернышевского»

*Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Феклистов В.Б., Вениг С.Б.*

# ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ, МИКРО- И НАНОСТРУКТУР НА СВЧ

САРАТОВ 2012

Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Феклистов В.Б., Вениг С.Б.  
У74 **Измерение параметров полупроводников, микро- и наноструктур на СВЧ** (учебное пособие)– Саратов: Электронное издание Саратов. ун-та, 2012. – 55 с.: ил.

Изложены результаты теоретического описания взаимодействия СВЧ-излучения с полупроводниками, положенные в основу различных СВЧ-методов измерения параметров полупроводников, микро- и наноструктур. В нем рассмотрены основные узлы, входящие в измерительные схемы. Приведены результаты анализа погрешностей измерений. Рассмотрены особенности СВЧ-методов измерения параметров полупроводников в сильных электрических полях и при наличии магнитного поля. В приложении приведено описание лабораторных работ по основам измерений параметров полупроводников, микро- и наноструктур на СВЧ. В описании лабораторных работ содержится краткое изложение теоретических положений, знание которых необходимо для понимания сущности методов измерений, приведены выводы рабочих формул, положенных в основу измерений, обсуждены основные источники погрешностей, достоинства и недостатки различных способов измерений.

Для студентов университета, обучающихся по специальностям «Нанотехнология в электронике», «Материаловедение и технология новых материалов», «Микроэлектроника и твердотельная электроника», «Микроэлектроника и полупроводниковые приборы», «Медицинская физика», «Управление качеством» и по направлению подготовки бакалавр-магистр «Электроника и наноэлектроника», а также научных сотрудников, аспирантов и инженеров, занимающихся проведением научных исследований в родственных областях науки.

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	5
1. ВОЛНОВОДНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ .....	8
1.1 Общие принципы определения параметров полупроводников волноводными методами .....	8
1.2 Система уравнений для волновода, полностью заполненного полупроводником, и её решение .....	9
1.3 Типы волн в прямоугольных волноводах.....	10
1.4 Коэффициенты отражения и прохождения волны в волноводе, содержащем полупроводниковый образец, полностью заполняющий волновод по поперечному сечению.....	14
1.5 Анализ погрешностей определения параметров полупроводников по измерениям характеристик отражения и прохождения волны в волноводе, содержащем полупроводник, полностью заполняющий его по поперечному сечению .....	19
1.6 Соотношения, связывающие характеристики волны в волноводе, частично заполненном полупроводником, с электрофизическими параметрами полупроводника и его размерами.....	21
2. ИЗМЕРЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ОТРАЖЕНИЯ И ПРОХОЖДЕНИЯ ВОЛНЫ .....	26
2.1 Узлы, входящие в измерительные СВЧ схемы .....	26
2.2 Методы измерения на СВЧ характеристик отражения и прохождения волны.....	28
3. ВОЛНОВОДНЫЕ ТРОЙНИКИ И МОСТОВЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ .....	30
4. СВЧ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВ В СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ.....	33

5. СВЧ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ ПРИ НАЛИЧИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ.....	35
6. РЕЗОНАТОРНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ .....	38
6.1 СВЧ резонаторы. Резонансная частота и добротность резонатора .....	38
6.2 Теория возмущений для резонаторов, частично заполненных полупроводником.....	42
6.3 Погрешности измерения резонаторными методами.....	44
7. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ДИОДОВ НА СВЧ .....	46
8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТРАНЗИСТОРОВ В СХЕМАХ СВЧ.....	48
Список использованных источников.....	51

## ВВЕДЕНИЕ

Прогресс в производстве полупроводниковых приборов во многом определяется уровнем развития методов измерений электрофизических параметров полупроводниковых материалов и полупроводниковых структур. В большинстве случаев измерения параметров полупроводников производятся при их включении в цепи постоянного тока, в низкочастотные, реже в высокочастотные цепи [1 - 3]. В особую группу могут быть выделены сверхвысокочастотные микроволновые методы, сравнительный анализ которых проводился авторами обзорных работ [2, 3, 4 - 6]. СВЧ методы принадлежат к классу так называемых бесконтактных методов, к которым относят также метод вихревых токов, квазиоптические, оптические и электронографические методы [6].

Измерения параметров полупроводников на постоянном токе и низких частотах производятся при наличии непосредственного контакта зонда с полупроводниковым образцом. Часто использование зондовых методов связано с разрушением исследуемого материала. Связанные с контактом инжекция носителей заряда в материал, наличие контактной разности потенциалов, возникновение термоЭДС приводят к трудноустраняемым и трудноучитываемым источникам погрешностей при измерениях. Роль указанных эффектов и их влияние могут существенным образом изменяться в зависимости от температуры, что затрудняет проведение измерений в широком интервале температур. Для уменьшения влияния контакта зонда с полупроводником на результат измерений желательно, чтобы он был невыпрямляющим «омическим». Обеспечение «омичности» контакта представляет собой достаточно сложную задачу, особенно для высокоомных материалов. Затруднительно исследование зондовыми методами поликристаллических образцов, а также образцов малой площади с произвольной геометрией. С помощью зондовых методов на одной установке у одного исследуемого образца, как правило, можно определить один неизвестный параметр. Несмотря на целый ряд достоинств – простую регистрирующую аппаратуру, простоту обработки экспериментальных данных – зондовые методы не могут в полной мере удовлетворить потребности современного производства и исследователей, вследствие невысокой производительности при их использовании и наличия существенных ограничений, связанных с погрешностями.

СВЧ методы измерения параметров полупроводников относятся к бесконтактным методам, и поэтому с их помощью можно проводить измерения, не разрушая материал и не изменяя его свойств в процессе измерений. С по-

мощью СВЧ методов измерения могут быть определены удельная проводимость и диэлектрическая проницаемость полупроводника, время жизни, подвижность, эффективная масса носителей заряда, скорость поверхностной рекомбинации, толщина полупроводниковых слоёв и другие параметры. При этом оказывается возможным проводить измерение нескольких параметров на одной установке с использованием одного образца. Отсутствие контакта и возможность вынесения измерительных приборов за пределы области температурного воздействия на полупроводник позволяет исследовать свойства полупроводников в широком интервале температур и, в частности, контролировать их параметры в процессе термообработки.

Использование СВЧ методов измерения открывает принципиально новые возможности при исследовании свойств полупроводников. С их помощью становится возможным изучение анизотропных эффектов, квантовых явлений, эффектов в сильных электрических полях и других.

Наряду с отмеченными достоинствами СВЧ методы измерения обладают рядом недостатков, сдерживающих их широкое применение в производстве и в практике научных исследований. К ним могут быть прежде всего отнесены необходимость в сложной регистрирующей аппаратуре и высококвалифицированном обслуживающем персонале и невозможность в большинстве случаев получить простые и точные соотношения, связывающие измеряемые параметры полупроводника с характеристиками СВЧ колебаний.

Несмотря на указанные недостатки, эти методы, по-видимому, являются предпочтительными при использовании исследуемых материалов и структур в приборах полупроводниковой СВЧ электроники, так как информация, полученная с помощью зондовых и низкочастотных методов, в СВЧ диапазоне может оказаться недостаточной для конструирования СВЧ устройств с заданными характеристиками. Известные достоинства полупроводниковых приборов СВЧ по сравнению с их вакуумными аналогами придают особую актуальность работам по развитию, совершенствованию и широкому внедрению СВЧ методов измерений параметров полупроводников.

В основу классификации СВЧ методов измерения параметров полупроводников могут быть положены физические эффекты, на которых основаны методы измерения [5], тип используемой схемы измерений, характер взаимного расположения образца и электродинамической системы [4].

В основу классификации СВЧ методов измерений по физическим принципам могут быть положены эффект поглощения электромагнитной энергии свободными носителями заряда, инерционность носителей в СВЧ поле, поворот плоскости поляризации волны при искривлении траектории движения носителей заряда, резонансные и другие специфические эффекты [5].

По типу используемой электродинамической системы СВЧ методы измерения могут быть разделены на волноводные, мостовые и резонаторные.

По характеру взаимного расположения исследуемого образца и электродинамической системы СВЧ методы можно классифицировать на методы

измерения «проходными» системами, когда образец помещается внутри системы, и «накладными» системами, когда образец прикладывается к открытому концу СВЧ тракта, к отверстию в резонаторе или является частью их стенок [4].

Предлагаемые лабораторные работы позволяют студентам освоить технику измерений параметров полупроводников на СВЧ волноводными, мостовыми и резонаторными методами.

В описании лабораторных работ содержится краткое изложение теоретических положений, знание которых необходимо для понимания сущности методов измерений, приведены выводы рабочих формул, положенных в основу измерений, обсуждены основные источники погрешностей, достоинства и недостатки различных способов измерений.

В результате выполнения работ студенты знакомятся с эффектом СВЧ магнитосопротивления в полупроводниках, положенным в основу метода измерения подвижности носителей заряда, волноводно-диэлектрическим резонансом, используемым в способе измерений, сочетающем достоинства, свойственные резонаторным методам, с конструктивной простотой установки и техникой измерений, характерными для волноводных методов. В одной из работ иллюстрируются возможности методов измерений, в основе которых лежит эффект автодинного детектирования в полупроводниковых СВЧ генераторах. Обсуждены возможности методов, основанных на использовании формул, описывающих взаимодействие СВЧ колебаний с полупроводником, а также методов, в основу которых положено сравнение с эталонными образцами.

# 1. ВОЛНОВОДНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ЭЛЕКТРОФИЗИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

## 1.1 Общие принципы определения параметров полупроводников волноводными методами

Одним из наиболее широко распространённых типов линий передачи энергии в диапазоне СВЧ является прямоугольный волновод, представляющий собой полую металлическую трубу с прямоугольным поперечным сечением (рис. 1.1).

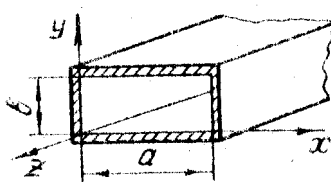


Рис. 1.1 Прямоугольный волновод

Особенности распространения волн в прямоугольных волноводах с неоднородностями в виде образцов из диэлектрических материалов и ферритов описаны в монографиях [7 - 9]. Решения задач по описанию взаимодействия СВЧ волны, распространяющейся в волноводе, содержащем полупроводник, приведены в многочисленных статьях, обзор которых проведён авторами работы [10]. Обычно волноводные методы основаны на измерении комплексного коэффициента отражения  $R$  или передачи  $T$  отрезка волновода с образцом и определении электрофизических параметров полупроводника по формулам, связывающим их с  $R$  и  $T$ . Выражения, связывающие  $R$  и  $T$  с электрофизическими параметрами полупроводника, оказываются существенно зависящими от способа размещения образца в волноводе, формы его поперечного сечения.

В зависимости от формы полупроводникового образца и его расположения в волноводе волноводные методы измерения могут быть разделены на три основные группы [10]: первая – образец полностью заполняет волновод по поперечному сечению, вторая – образец в виде пластинки помещается в



центре прямоугольного волновода параллельно узкой стенке, третья – образец в виде стержня квадратного или круглого сечения расположен в центре волновода перпендикулярно широкой стенке.

Первые исследования параметров полупроводников на СВЧ были проведены волноводными методами при использовании образцов, полностью заполняющих волновод по поперечному сечению [11].

## 1.2 Система уравнений для волновода, полностью заполненного полупроводником, и её решение

Вывод соотношений, связывающих электрофизические параметры полупроводника с характеристиками распространяющейся в волноводе волны, основан на решении системы уравнений Максвелла при соответствующих граничных условиях.

Система уравнений Максвелла в отсутствие нескомпенсированных зарядов имеет вид:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \bar{H} &= \sigma \bar{E} + \varepsilon_L \varepsilon_0 \frac{\partial \bar{E}}{\partial t}, \quad \operatorname{rot} \bar{E} = -\mu \mu_0 \frac{\partial \bar{H}}{\partial t}, \\ \operatorname{div}(\varepsilon \varepsilon_0 \bar{E}) &= 0, \quad \operatorname{div}(\mu \mu_0 \bar{H}) = 0, \end{aligned}$$

где  $\varepsilon_L$  – диэлектрическая постоянная решётки полупроводника;

$\varepsilon_0$ ,  $\mu_0$  – диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума;

$\mu$  – магнитная проницаемость полупроводника;

$\sigma$  – электропроводность полупроводника на СВЧ.

Для нахождения  $\sigma$  электронного полупроводника запишем уравнение движения электрона в переменном поле:

$$m_n \frac{\partial \bar{x}}{\partial t} = q \bar{E} - m_n \frac{\bar{x}}{\tau},$$

где  $m_n$  – эффективная масса электрона;  $\tau$  – среднее время свободного пробега.

Полагая, что электрическое и магнитное поля изменяются по гармоническому закону

$$\bar{E} = \bar{E}_m e^{j\omega t}, \quad \bar{H} = \bar{H}_m e^{j\omega t}$$

и проводя дифференцирование, получим:

$$\bar{v}_m = \frac{\mu_n}{1 + j\omega\tau} \bar{E}_m, \quad (1.1)$$

где  $\mu_n = \frac{q}{m_n} \tau$  – подвижность электронов.

Умножая обе части уравнения (1.1) на  $qn$ , где  $n$  – концентрация электронов, получим [12]:

$$\bar{E}_m \sigma = qn \bar{v}_m = (\sigma' - j\sigma'') \bar{E}_m,$$

где 
$$\sigma' = \frac{qn\mu_n}{1 + \omega^2\tau^2}; \sigma'' = \frac{qn\mu_n\omega\tau}{1 + \omega^2\tau^2}.$$

Вводя комплексную диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon^* = \varepsilon_L - j\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}$ , систему уравнений Максвелла можно записать следующим образом:

$$\text{rot } \bar{H} = j\omega\varepsilon^*\varepsilon_0\bar{E}, \quad (1.2)$$

$$\text{rot } \bar{E} = -j\omega\mu\mu_0\bar{H}, \quad (1.3)$$

$$\text{div } \bar{E} = 0, \text{ div } \bar{H} = 0. \quad (1.4)$$

Определяя  $\bar{E}$  из (1.2) и подставляя его в (1.3) с учётом (1.4), получим волновое уравнение:

$$\nabla^2\bar{H} + k^2\bar{H} = 0, \quad (1.5)$$

где  $k^2 = \omega^2\mu\mu_0\varepsilon^*\varepsilon_0$ .

Аналогичное уравнение может быть получено для  $\bar{E}$ .

Уравнение (1.5) может быть решено методом разделения переменных. Его решение имеет вид:

$$H = D_1 \cos(\xi x - \varphi) \cos(\eta y - \psi) e^{j\omega t - \gamma z} + D_2 \cos(\xi x - \varphi) \cos(\eta y - \psi) e^{j\omega t + \gamma z}, \quad (1.6)$$

где постоянные  $\xi, \eta, \gamma$  связаны соотношением

$$\xi^2 + \eta^2 - \gamma^2 = k^2.$$

Входящие в выражение для  $\bar{H}$  слагаемые характеризуют две волны, распространяющиеся в противоположных направлениях. Постоянные  $\xi$  и  $\eta$  называют поперечными волновыми числами. Действительная часть постоянной распространения  $\gamma = \alpha + j\beta$  характеризует затухание волны вдоль направления распространения и называется постоянной затухания, мнимая часть  $\beta$  характеризует изменение фазы и называется фазовой постоянной.

### 1.3 Типы волн в прямоугольных волноводах

Используя известную зависимость  $\bar{E}$  и  $\bar{H}$  от продольной координаты, из уравнений Максвелла можно выразить поперечные компоненты поля через продольные:

$$E_x = -\frac{1}{k^2 + \gamma^2} \left( j\omega\mu\mu_0 \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial y} + \gamma \frac{\partial E_z}{\partial x} \right), \quad (1.7)$$

$$E_y = \frac{1}{k^2 + \gamma^2} \left( j\omega\mu\mu_0 \frac{\partial \bar{H}_z}{\partial x} - \gamma \frac{\partial E_z}{\partial y} \right), \quad (1.8)$$

$$H_x = \frac{1}{k^2 + \gamma^2} \left( j\omega\varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial y} - \gamma \frac{\partial H_z}{\partial x} \right), \quad (1.9)$$

$$H_y = -\frac{1}{k^2 + \gamma^2} \left( j\omega \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial x} + \gamma \frac{\partial H_z}{\partial y} \right). \quad (1.10)$$

Таким образом, поле в волноводе можно представить в виде линейной комбинации двух типов волн: имеющих продольную составляющую магнитного поля  $H_z$  при  $E_z = 0$  и волн, имеющих  $E_z \neq 0$  и  $H_z = 0$ . Волны с  $H_z \neq 0$  и  $E_z = 0$  называются **поперечными электрическими волнами**, сокращённо – **волнами типа TE**. Их называют также **магнитными волнами или волнами типа H**.

Соответственно волны с  $E_z \neq 0$  и  $H_z = 0$  называются **поперечными магнитными волнами** или **волнами типа TM**, а также – **электрическими волнами или волнами типа E**.

В большинстве случаев в технике СВЧ используют волноводы, рассчитанные на распространение в них волны TE (H). Поэтому решение волнового уравнения проведём для волн TE-типа.

В соответствии с (1.6)

$$H_z = -jD(k^2 + \gamma^2) \cos(\xi x - \varphi) \cos(\eta y - \psi) e^{j\omega t - \gamma z}.$$

Подставляя выражение для  $H_z$  в (1.7) - (1.10), будем иметь:

$$\begin{aligned} E_x &= D\eta\omega\mu\mu_0 \cos(\xi x - \varphi) \sin(\eta y - \psi) e^{j\omega t - \gamma z}, \\ E_y &= -D\xi\omega\mu\mu_0 \sin(\xi x - \varphi) \cos(\eta y - \psi) e^{j\omega t - \gamma z}, \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned} H_x &= -jD\xi\gamma \sin(\xi x - \varphi) \cos(\eta y - \psi) e^{j\omega t - \gamma z}, \\ H_y &= -jD\eta\gamma \cos(\xi x - \varphi) \sin(\eta y - \psi) e^{j\omega t - \gamma z}. \end{aligned}$$

Полагая стенки волновода идеально проводящими, граничные условия можно записать в следующем виде:

$$E_x = 0 \text{ при } y = 0; b, \quad (1.12)$$

$$E_y = 0 \text{ при } x = 0; a. \quad (1.13)$$

Используя уравнение (1.11), получим

$$\sin(\eta y - \psi)|_{y=0} = 0,$$

откуда следует, что  $\psi = 0$ . Полагая  $y = b$  и учитывая, что  $\psi = 0$ , получим

$$\sin \eta b = 0, \quad \text{откуда}$$

$$\eta b = n\pi,$$

$$\eta = \frac{n\pi}{b}. \quad (1.14)$$

Используя аналогично условие (1.13), получим

$$\xi = \frac{m\pi}{a}, \quad (1.15)$$

где  $m$  и  $n$  - любые целые числа, включая нуль.

С учётом (1.14) и (1.15) система (1.11) принимает вид:

$$\begin{aligned}
E_x &= D \omega \frac{n \pi}{b} \cos\left(\frac{m \pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j \omega t - \gamma z}, \\
E_y &= -D \omega \frac{m \pi}{a} \sin\left(\frac{m \pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j \omega t - \gamma z}, \\
E_z &= 0, \\
H_x &= -j D \frac{\gamma}{\mu \mu_0} \frac{m \pi}{a} \sin\left(\frac{m \pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j \omega t - \gamma z}, \\
H_y &= -j D \frac{\gamma}{\mu \mu_0} \frac{n \pi}{b} \cos\left(\frac{m \pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j \omega t - \gamma z}, \\
H_z &= -j D \frac{\pi^2}{\mu \mu_0} \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right) \cos\left(\frac{m \pi}{a} x\right) \cos\left(\frac{n \pi}{b} y\right) e^{j \omega t - \gamma z}.
\end{aligned}$$

Таким образом, в прямоугольном волноводе могут распространяться  $TE_{mn}$  волны, характеризующиеся различными индексами  $m$  и  $n$ , а именно волны  $TE_{10}$  ( $H_{10}$ ),  $TE_{01}$  ( $H_{01}$ ),  $TE_{20}$  ( $H_{20}$ ),  $TE_{02}$  ( $H_{02}$ ),  $TE_{11}$  ( $H_{11}$ ) и т. д. Физический смысл индексов  $m$  и  $n$  состоит в том, что они определяют характер изменения поля вдоль осей  $x$  и  $y$  и соответственно равны числу вариаций поля  $m$  вдоль оси  $x$  и  $n$  вдоль оси  $y$ .

Без учёта потерь в стенках и при  $\sigma = 0$ , волна распространяется вдоль волновода без затухания, если выполняется условие

$$\gamma_0 = \sqrt{\xi^2 + \eta^2 - k^2} = j \beta_0,$$

т. е., если постоянная распространения – чисто мнимая величина. Это возможно при выполнении неравенства

$$k > \sqrt{\left(\frac{m \pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n \pi}{b}\right)^2}.$$

Критической длиной волны  $\lambda_{кр}$  называется длина волны, при которой выполняется равенство

$$\left(\frac{2\pi}{\lambda_{кр}}\right)^2 = \left(\frac{m \pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n \pi}{b}\right)^2,$$

откуда:

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}}, \quad (1.16)$$

т.е. критическая длина волны увеличивается с увеличением размеров волновода  $a$  и  $b$  и уменьшается с увеличением  $m$  и  $n$ . Полагая  $\beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda_B}$ , где  $\lambda_B$  – длина волны в волноводе, получим:

$$\lambda_B = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{2}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{m}{a}\right)^2 - \left(\frac{n}{b}\right)^2}} = \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}}\right)^2}}.$$

Наиболее широко используется для канализации энергии электромагнитного поля волна типа  $H_{10}$ , называемая основной. Как это следует из (1.16), для неё  $\lambda_{кр} = 2a$ .

Таким образом, использование основного типа волны позволяет обеспечить наименьшие габариты волновода.

Полагая  $m = 1, n = 0$ .

$$E_y = -D \frac{\omega \pi}{a} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right), \quad H_x = D \frac{\beta_0 \pi}{\mu \mu_0 a} \sin\left(\frac{\pi}{a} x\right),$$

$$H_z = -j D \frac{\pi^2}{\mu \mu_0 a^2} \cos\left(\frac{\pi}{a} x\right), \quad E_x = H_y = E_z = 0.$$

Картина поля волны  $H_{10}$  приведена на рис. 1.2.

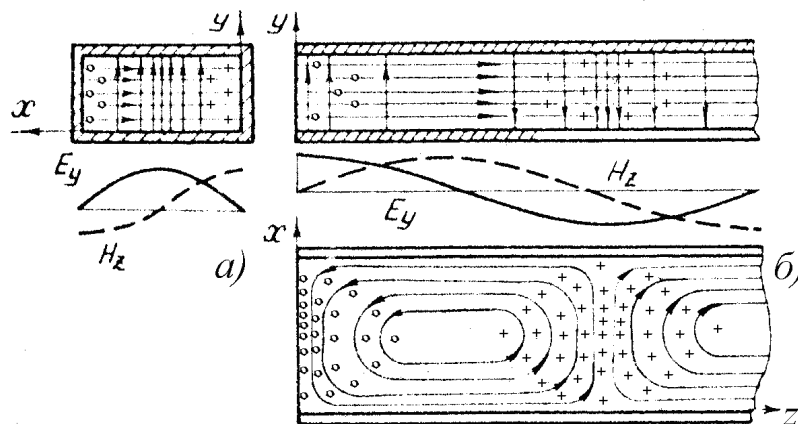


Рис. 1.2 Картина поля волны  $H_{10}$

Из вида распределения поля следует, в частности, что  $E_y$  – компонента поля – увеличивается от нуля до максимального значения по мере увеличения  $x$  от нуля до  $\frac{a}{2}$ , затем уменьшается до нуля при дальнейшем увеличении  $x$  от  $\frac{a}{2}$  до  $a$ . Если в волновод параллельно его узкой стенке поместить полупроводниковый образец в виде тонкой пластинки, то можно ожидать, что взаимодействие СВЧ волны с образцом будет максимально, когда образец расположен в плоскости, проходящей через точку  $X = \frac{a}{2}$ , где максимальна  $E_y$  – компонента. При этом максимальны вносимые образцом затухания и фазо-

вый сдвиг. Соответственно, взаимодействие волны с образцом и вносимые им затухание и фазовый сдвиг должны уменьшаться по мере его продвижения к узкой стенке.

Существует возможность рассмотрения волновода с использованием понятий теории длинных линий и цепей с сосредоточенными постоянными. Такая возможность следует из одинакового характера уравнений, описывающих эти два класса линий передачи. Действительно ток  $I$  и напряжение  $U$  в двухпроводной длинной линии без потерь описываются уравнениями

$$\begin{aligned} dU &= -j\omega L_0 dz I, \\ dI &= -j\omega C_0 dz U, \end{aligned} \quad (1.17)$$

где  $L_0$ ,  $C_0$  - погонные индуктивность и ёмкость.

Из системы (1.17) следуют уравнения для  $U$  и  $I$ :

$$\frac{d^2 U}{dz^2} + \omega^2 L_0 C_0 U = 0, \quad (1.18)$$

$$\frac{d^2 I}{dz^2} + \omega^2 L_0 C_0 I = 0,$$

которые аналогичны уравнениям для  $E$  и  $H$  (1.5).

$$\begin{aligned} U &= U_1 e^{j(\omega t - \gamma z)} + U_2 e^{j(\omega t + \gamma z)}, \\ I &= I_1 e^{j(\omega t - \gamma z)} + I_2 e^{j(\omega t + \gamma z)}, \end{aligned}$$

где  $\gamma = \omega \sqrt{L_0 C_0}$ .

Слагаемые в уравнениях для  $U$  и  $I$  представляют собой падающие и отражённые волны в двухпроводной линии.

Отношение напряжения и тока волны, бегущей от генератора к нагрузке, определяет характеристическое (волновое) сопротивление длинной линии:

$$\frac{U_1}{I_1} = Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}},$$

Пользуясь аналогией между длинными линиями и волноводами, можно в качестве характеристического сопротивления волновода рассматривать отношение напряжённостей электрического и магнитного полей. Отметим, что при описании распространения волн в волноводах с использованием понятий теории длинных линий, следующих из уравнений (1.16), из рассмотрения исключаются эффекты, связанные с возникновением волн высших типов.

#### **1.4 Коэффициенты отражения и прохождения волны в волноводе, содержащем полупроводниковый образец, полностью заполняющий волновод по поперечному сечению**

Будем считать, что длина образца равна  $l$ , а начало координат совпадает с передней плоскостью полупроводника. Тогда компоненты поля в облас-

тах до полупроводника I, в полупроводнике II и за полупроводником III при отсутствии отражений от генератора и нагрузки (рис. 1.3) имеют вид:

$$\begin{aligned} E_I &= E(x) \left( A_I e^{-\gamma_0 z} + B_I e^{\gamma_0 z} \right), \quad H_I = -\gamma_0 H(x) \left( A_I e^{-\gamma_0 z} - B_I e^{\gamma_0 z} \right), \\ E_{II} &= E(x) \left( A_{II} e^{-\gamma z} + B_{II} e^{\gamma z} \right), \quad H_{II} = -\gamma H(x) \left( A_{II} e^{-\gamma z} - B_{II} e^{\gamma z} \right), \\ E_{III} &= E(x) A_{III} e^{-\gamma_0 z}, \quad H_{III} = -\gamma_0 H(x) A_{III} e^{-\gamma_0 z}. \end{aligned}$$

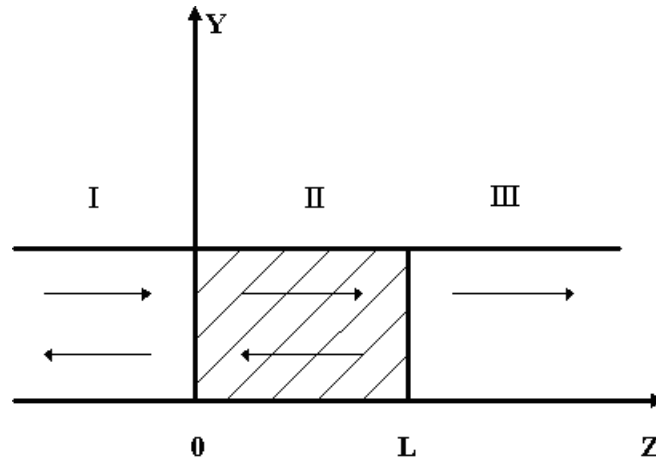


Рис. 1.3 Продольное сечение волновода, содержащего полупроводниковый образец, полностью заполняющий его по поперечному сечению

Коэффициенты отражения  $R$  и прохождения  $T$  в соответствии с определением

$$R = \frac{B_I}{A_I}, \quad T = \frac{A_{III} e^{-\gamma_0 l}}{A_I}.$$

Используя условие сшивания полей на границах при  $z = 0$  и  $z = l$ , получим систему уравнений:

$$\begin{aligned} A_I + B_I &= A_{II} + B_{II}, \\ \gamma_0 (A_I - B_I) &= \gamma (A_{II} - B_{II}), \\ A_{II} e^{-\gamma l} + B_{II} e^{\gamma l} &= A_{III} e^{-\gamma_0 l}, \\ \gamma (A_{II} e^{-\gamma l} - B_{II} e^{\gamma l}) &= A_{III} \gamma_0 e^{-\gamma_0 l} \end{aligned} \quad (1.19)$$

Выражая из системы (1.19)  $A_I$  и  $B_I$  через  $A_{III}$ , получим:

$$\begin{aligned} R &= \frac{(\gamma_0^2 - \gamma^2) \operatorname{sh} \gamma l}{(\gamma^2 + \gamma_0^2) \operatorname{sh} \gamma l + 2\gamma\gamma_0 \operatorname{ch} \gamma l}, \\ T &= \frac{2\gamma\gamma_0}{(\gamma^2 + \gamma_0^2) \operatorname{sh} \gamma l + 2\gamma\gamma_0 \operatorname{ch} \gamma l}. \end{aligned}$$

В случае, если коэффициент отражения от нагрузки  $R_H$  не равен нулю, система уравнений для компонент электромагнитного поля может быть представлена в виде [13]:

$$\begin{aligned} E_I &= A_I E(x) \left( e^{-\gamma_0 z} + R e^{\gamma_0 z} \right), \quad E_{II} = E(x) \left( A_{II} e^{-\gamma z} + B_{II} e^{\gamma z} \right), \quad A_I = 1 \\ E_{III} &= E(x) T \left[ e^{-\gamma_0(z-l)} + R_H e^{\gamma_0(z-l)} \right], \quad H_I = -H(x) \gamma_0 \left( e^{-\gamma_0 z} - R e^{\gamma_0 z} \right), \\ H_{II} &= -H(x) \gamma \left( A_{II} e^{-\gamma z} - B_{II} e^{\gamma z} \right), \quad H_{III} = -H(x) \gamma_0 T \left[ e^{-\gamma_0(z-l)} - R_H e^{\gamma_0(z-l)} \right]. \end{aligned}$$

Используя условия сшивания полей на границах, получим:

$$\begin{aligned} R &= \frac{R_H (\gamma^2 + \gamma_0^2) + (\gamma^2 - \gamma_0^2) + 2\gamma\gamma_0 R_H \operatorname{cth}(-\gamma l)}{2\gamma_0 \gamma \operatorname{cth}(-\gamma l) - R_H (\gamma^2 - \gamma_0^2) - (\gamma^2 + \gamma_0^2)}, \\ T &= \frac{(\gamma + \gamma_0) + R(\gamma - \gamma_0)}{(\gamma + \gamma_0) + R_H (\gamma - \gamma_0)} e^{-\gamma l}. \end{aligned}$$

Вводя понятие волнового сопротивления волновода соотношением

$$Z = \frac{E_{y,x}}{H_{y,x}}, \quad (1.20)$$

С учетом (1.20) выражения для  $R$  и  $T$  для случая, когда  $R_H = 0$ , могут быть записаны в следующем виде:

$$R = \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{Z}{Z_0} - \frac{Z_0}{Z} \right) \operatorname{sh} \gamma l}{\operatorname{ch} \gamma l + \frac{1}{2} \left( \frac{Z}{Z_0} + \frac{Z_0}{Z} \right) \operatorname{sh} \gamma l}, \quad (1.21)$$

$$T = \frac{1}{\operatorname{ch} \gamma l + \frac{1}{2} \left( \frac{Z}{Z_0} + \frac{Z_0}{Z} \right) \operatorname{sh} \gamma l}, \quad (1.22)$$

где  $Z$  - волновое сопротивление волновода с полупроводником;

$Z_0$  - волновое сопротивление незаполненного волновода.

Уравнения (1.21) и (1.22) относительно параметров полупроводника являются трансцендентными, и их решение в общем случае возможно только численными методами. Приближенное решение этих уравнений оказывается возможным при выборе образцов определенной толщины, например, при  $l = \frac{\lambda}{2}$ ,  $l = \frac{\lambda}{4}$ ,  $l \ll \frac{1}{\beta}$ . При этом для определенного интервала проводимостей полупроводника оказывается возможным получить линейную связь между СВЧ мощностью, прошедшей через образец, и удельной проводимостью.

С учетом того, что

$$\gamma^2 = (\alpha + \gamma \beta)^2 = \left( \frac{\pi}{a} \right)^2 - \omega^2 \varepsilon_L \varepsilon_0 \mu_0 + j \omega \mu_0 \sigma; \quad Z = X + jY$$



выражения для  $|T|^2$ ,  $\alpha$  и  $\beta$  можно записать в виде формул:

$$|T|^2 = \left[ (ch \alpha l \cos \beta l + k_1 sh \alpha l \cos \beta l - k_2 ch \alpha l \sin \beta l)^2 + (sh \alpha l \sin \beta l + k_1 ch \alpha l \sin \beta l + k_2 sh \alpha l \cos \beta l)^2 \right]^{-1},$$

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{\pi^2}{a^2} - \omega^2 \varepsilon_L \varepsilon_0 \mu_0 + \left[ \left( \omega^2 \varepsilon_L \varepsilon_0 \mu_0 - \frac{\pi^2}{a^2} \right)^2 - \omega^2 \mu_0^2 \sigma^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}},$$

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{2}} \left\{ - \left( \frac{\pi^2}{a^2} - \omega^2 \varepsilon_L \varepsilon_0 \mu_0 \right) + \left[ \left( \omega^2 \varepsilon_L \varepsilon_0 \mu_0 - \frac{\pi^2}{a^2} \right)^2 + \omega^2 \mu_0^2 \sigma^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{1}{2}},$$

$$k_1 = \frac{X (X^2 + Y^2 + Z_0^2)}{2Z_0 (X^2 + Y^2)}, \quad k_2 = \frac{Y (X^2 + Y^2 - Z_0^2)}{2Z_0 (X^2 + Y^2)}.$$

Рассмотрим случай, когда  $\sigma \ll \omega \varepsilon_L \varepsilon_0$ ,  $\omega^2 \mu_0 \varepsilon_L \varepsilon_0 \gg \frac{\pi^2}{a^2}$ .

Можно показать, что при этом:

$$\alpha = \frac{1}{2} \sigma \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_L \varepsilon_0}}, \quad \beta = \omega \sqrt{\mu_0 \varepsilon_L \varepsilon_0}, \quad \frac{\alpha}{\beta} \approx \frac{\sigma}{2 \varepsilon_L \varepsilon_0 \omega} \ll 1,$$

$$k_1 \approx \frac{1}{2} \left( \frac{Z_0}{X} + \frac{X}{Z_0} \right), \quad X \approx \frac{\omega \mu_0}{\beta} = \frac{\omega \mu_0 \lambda}{2\pi},$$

где  $\lambda$  - длина волны в полупроводнике без потерь.

Тогда выражение для  $k_1$  можно записать в следующем виде:

$$k_1 = \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda_{0B}}{\lambda} - \frac{\lambda}{\lambda_{0B}} \right),$$

где  $\lambda_{0B}$  - длина волны в пустом волноводе.

Аналогично

$$k_2 \approx \frac{\alpha}{2\beta} \left( \frac{\lambda}{\lambda_{0B}} - \frac{\lambda_{0B}}{\lambda} \right).$$

Пусть  $l = \frac{\lambda}{2}$ , при этом  $l = \frac{\pi}{\beta}$ ,  $ch \left( \frac{\alpha \pi}{\beta} \right) \approx 1$ ,  $sh \left( \frac{\alpha \pi}{\beta} \right) \approx \frac{\alpha \pi}{\beta}$  и выражение

для  $|T|^2$  принимает вид:

$$|T|^2 \approx \left\{ \left[ 1 + \frac{1}{4} \frac{\sigma \pi}{\omega \varepsilon_L \varepsilon_0} \left( \frac{\lambda_{0B}}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda_{0B}} \right) \right]^2 + \frac{\pi}{16} \left( \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_L \varepsilon_0} \right)^2 \left( \frac{\lambda}{\lambda_{0B}} - \frac{\lambda_{0B}}{\lambda} \right)^2 \right\}^{-1}.$$

Полагая  $\frac{1}{4} \frac{\sigma \pi}{\omega \varepsilon_L \varepsilon_0} \left( \frac{\lambda_{0B}}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda_{0B}} \right) \ll 1$ , получим:

$$|T|^2 \approx 1 - \frac{\pi}{2} \left( \frac{\lambda}{\lambda_{0B}} + \frac{\lambda_{0B}}{\lambda} \right) \frac{\sigma}{\omega \varepsilon_L \varepsilon_0}.$$

Полученное выражение может быть применено для полупроводников с низкой удельной проводимостью, например, для высокоомного кремния.

Рассмотрим случай, когда  $l = \frac{\lambda}{4}$ , т. е.  $\beta = \frac{\pi}{2}$ . С учетом того, что

$ch\left(\frac{\alpha \pi}{\beta}\right) \approx 1$ ,  $sh\left(\frac{\alpha \pi}{2\beta}\right) \approx \frac{\alpha \pi}{2\beta}$ , получим

$$|T|^2 \approx \left( \frac{2\lambda\lambda_{0B}}{\lambda^2 + \lambda_{0B}^2} \right)^2 \frac{1}{\left[ 1 + \frac{\pi \sigma \lambda \lambda_{0B}}{2\omega \varepsilon_L \varepsilon_0 (\lambda^2 + \lambda_{0B}^2)} \right]^2},$$

или, полагая

$$\frac{\pi \sigma \lambda \lambda_{0B}}{2\omega \varepsilon_L \varepsilon_0 (\lambda^2 + \lambda_{0B}^2)} \ll 1.$$

находим

$$|T|^2 \approx \left( \frac{2\lambda\lambda_{0B}}{\lambda^2 + \lambda_{0B}^2} \right)^2 \left( 1 - \frac{\pi \lambda \lambda_{0B}}{\omega \varepsilon_L \varepsilon_0 (\lambda^2 + \lambda_{0B}^2)} \sigma \right).$$

При использовании этой формулы линейная зависимость  $|T|^2$  от  $\sigma$  соблюдается с точностью 5% при  $\sigma = 4 (\text{Ом м})^{-1}$  и с еще более высокой при меньших  $\sigma$ .

В случае, если  $\beta l \ll 1$ , то  $\cos \beta l \approx ch \beta l \approx 1$ ,  $\sin \beta l \approx \beta l$ .

С учетом этих соотношений и при выполнении условий

$$\frac{\alpha}{\beta}(\beta l) \ll k_1, \quad k_2 \left( \frac{\alpha}{\beta} \right) \ll k_1, \quad \left( k_1 \frac{\alpha}{\beta} - k_2 \right)^2 \ll k_2,$$

$$|T|^2 \approx \frac{1}{1 + \left( \frac{\beta l}{2} \right)^2 \left( \frac{\lambda_{0B}}{\lambda} + \frac{\lambda}{\lambda_{0B}} \right)^2} \left[ 1 - \frac{2\beta l \frac{\sigma}{2\omega \varepsilon_L \varepsilon_0} \frac{\lambda_{0B}}{\lambda}}{1 + \left( \frac{\beta l}{2} \right)^2 \left( \frac{\lambda}{\lambda_{0B}} + \frac{\lambda_{0B}}{\lambda} \right)^2} \right].$$

Линейность зависимости прошедшей через образец СВЧ мощности от его проводимости была использована для определения поверхностной рекомбинации и времени жизни инжектированных светом носителей заряда в высокоомных германии и кремнии [14]. Световой импульс вызывал появление в образце избыточных носителей заряда, концентрация которых убывала вследствие рекомбинации после окончания воздействия света. Время жизни носителей заряда определялось по кривой изменения прошедшей через полупроводник мощности, наблюдаемой на экране осциллографа.

При наличии в линии передачи с волновым сопротивлением  $Z_0$  нагрузки  $Z_H$  для напряжения на нагрузке и тока через нее можно записать соотношения:

$$U_H = U_{na\partial H} \left[ 1 + \left( \frac{U_{omp}}{U_{na\partial}} \right)_H \right], \quad I_H = \frac{U_{na\partial H}}{Z_0} \left[ 1 - \left( \frac{U_{omp}}{U_{na\partial}} \right)_H \right],$$

где  $\left( \frac{U_{omp}}{U_{na\partial}} \right)_H = \Gamma_H$  - коэффициент отражения от нагрузки;

$U_{na\partial}$  - напряжение падающей волны на нагрузке;

$U_{omp}$  - напряжение отраженной волны на нагрузке;

Определяя импеданс нагрузки  $Z_H = \frac{U_H}{I_H}$  с учетом выражений для  $U_H$  и  $I_H$ , получим:

$$Z_H = Z_0 \frac{1 + R_H}{1 - R_H}.$$

Откуда

$$R_H = \frac{Z_H - Z_0}{Z_H + Z_0}.$$

Подставляя выражение для  $R_H$  в соотношения для  $R$  и  $T$ , получим:

$$R = \frac{Z(Z_H - Z_0) + (Z^2 - Z_0 Z_H) \operatorname{th} \gamma l}{Z(Z_H + Z_0) + (Z^2 + Z_0 Z_H) \operatorname{th} \gamma l},$$

$$T = \frac{Z(Z_H Z_0)}{Z(Z_H + Z_0) \operatorname{ch} \gamma l + (Z^2 + Z_0 Z_H) \operatorname{sh} \gamma l}.$$

Так как реализовать полное отсутствие отражения от конца волновода практически невозможно, то приведенные выражения для  $R$  и  $T$  позволяют оценить погрешность, связанную с отличием  $R_H$  от нуля.

## 1.5 Анализ погрешностей определения параметров полупроводников по измерениям характеристик отражения и

**прохождения волны в волноводе, содержащем полупроводник,  
полностью заполняющий его по поперечному сечению**

Результаты анализа погрешностей определения параметров полупроводников при использовании волноводных методов представлены в работах [10, 15 - 17].

Относительные погрешности в определении действительной  $\varepsilon'$  и мнимой  $\varepsilon''$  частей комплексной диэлектрической проницаемости полупроводника определяются погрешностями измерений модуля  $s_n$  и фазы  $\varphi_n$  коэффициентов отражения и прохождения, которые могут быть представлены в виде:

$$s = s_n e^{j\varphi_n}$$

Представим производную  $\frac{\partial s}{\partial \varepsilon}$  в виде

$$\frac{\partial s}{\partial \varepsilon} = a_n + j b_n. \quad (1.23)$$

Абсолютную погрешность в определении параметров полупроводников  $\delta$  можно вычислить из соотношения

$$\delta = \left( \frac{\partial s}{\partial \varepsilon} \right)^{-1} \Delta s,$$

где

$$\Delta s = \Delta s_n e^{j\varphi_n} + j s_n \Delta \varphi e^{j\varphi_n}.$$

С учетом того, что  $\frac{\partial s}{\partial \varepsilon}$  есть функция  $\varepsilon'$  и  $\varepsilon''$ , будем иметь:

$$\left( \frac{\partial s}{\partial \varepsilon} \right)^{-1} = e^{-j\varphi_n} \frac{\left( \frac{\partial s_n}{\partial \varepsilon'} + s_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial \varepsilon''} \right) - j \left( s_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial \varepsilon'} - \frac{\partial s_n}{\partial \varepsilon''} \right)}{\left( \frac{\partial s_n}{\partial \varepsilon'} + s_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial \varepsilon''} \right)^2 + \left( s_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial \varepsilon'} - \frac{\partial s_n}{\partial \varepsilon''} \right)^2}.$$

Подставляя вместо  $\frac{\partial s}{\partial \varepsilon}$  ее выражение в виде (1.23), получим:

$$\begin{aligned} \frac{\partial s_n}{\partial \varepsilon'} + s_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial \varepsilon''} &= a_n \cos \varphi_n + b_n \sin \varphi_n, \quad s_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial \varepsilon'} - \frac{\partial s_n}{\partial \varepsilon''} = b_n \cos \varphi_n - a_n \sin \varphi_n, \\ \left( \frac{\partial s_n}{\partial \varepsilon'} + s_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial \varepsilon''} \right)^2 + \left( s_n \frac{\partial \varphi_n}{\partial \varepsilon'} - \frac{\partial s_n}{\partial \varepsilon''} \right)^2 &= a_n^2 + b_n^2. \end{aligned}$$

Используя последние равенства, получим:

$$\frac{\Delta \varepsilon'}{\varepsilon'} = A_n \Delta s_n + B_n \Delta \varphi_n, \quad (1.24)$$

$$\frac{\Delta \varepsilon''}{\varepsilon''} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon''} \frac{1}{s_n} B_n \Delta s_n - \frac{\varepsilon'}{\varepsilon''} s_n A_n \Delta \varphi_n, \quad (1.25)$$

$$A_n = \frac{a_n \cos \varphi_n + b_n \sin \varphi_n}{(a_n^2 + b_n^2) \varepsilon'}, \quad B_n = s_n \frac{b_n \cos \varphi_n - a_n \sin \varphi_n}{(a_n^2 + b_n^2) \varepsilon'}$$

Использование выражений (1.24) – (1.25) позволяет установить пределы применимости различных методов измерений. Для определения величины ошибок  $\Delta s_n$  и  $\Delta \varphi$  используются паспортные данные приборов, применяемых при измерениях. При сравнительной оценке пределов применимости различных волноводных СВЧ методов измерения основным критерием является область значений  $\varepsilon'$  и  $\varepsilon''$ , при которых относительные погрешности  $\frac{\Delta \varepsilon'}{\varepsilon'}$  и  $\frac{\Delta \varepsilon''}{\varepsilon''}$  не превышают допустимых значений.

В результате проведенных расчетов показано, что при однопараметровых измерениях  $\varepsilon'$  по модулю коэффициента отражения, или передачи наибольшая область значений  $\varepsilon''$ , при которых  $\frac{\Delta \varepsilon'}{\varepsilon'} \leq 5\%$ , обеспечивается при использовании образцов толщиной  $0,5\lambda$  короткозамкнутых на конце [16]. Наиболее универсальным методом измерения  $\varepsilon''$  при комнатных температурах является метод на прохождение [17]. При этом верхний предел измеряемых значений  $\varepsilon''$  при использовании большинства методов одинаков и составляет  $\sim 600$ .

### 1.6 Соотношения, связывающие характеристики волны в волноводе, частично заполненном полупроводником, с электрофизическими параметрами полупроводника и его размерами

В случае, если полупроводниковый образец представляет собой полупроводниковую пластину или стержень, его удобно располагать параллельно узкой стенке волновода (рис. 1.4).

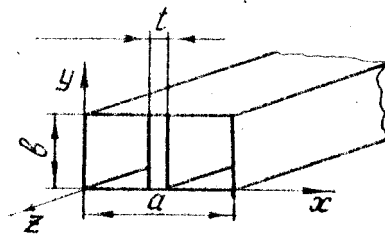


Рис. 1.4 Расположение полупроводниковой пластины в волноводе

При равенстве высоты образца  $h$  размеру узкой стенки волновода  $b$  постоянную распространения можно определить из условия сшивания решений в различных областях волновода [18]. Выберем за начало координат

$x = \frac{a}{2}$ . Тогда для области, заполненной полупроводником толщиной  $t$ , выражение для  $E_y$  будет иметь вид

$$E_y = A \cos \xi_1 x e^{-\gamma z},$$

а для области, свободной от полупроводника,

$$E_y = B \sin \xi_2 \left( \frac{a}{2} - x \right) e^{-\gamma z},$$

где

$$\xi_1^2 = \gamma^2 + k^2, \quad \xi_2^2 = \gamma^2 + k_0^2.$$

Сшивая  $y$ -компоненты электрического поля при  $x = \frac{t}{2}$ , получим:

$$A \cos \left( \frac{\xi_1 t}{2} \right) = B \sin \left[ \frac{1}{2} \xi_2 (a - t) \right]. \quad (1.26)$$

Приравнивая при  $x = \frac{t}{2}$  продольные компоненты магнитного поля с учетом

того, что  $j \omega \mu \mu_0 H_z = -\frac{\partial E_y}{\partial x}$ , получим:

$$-\xi_1 A \sin \left( \frac{1}{2} \xi_1 t \right) = -\xi_2 B \cos \left[ \frac{1}{2} \xi_2 (a - t) \right]. \quad (1.27)$$

Исключая из (1.26) и (1.27) постоянные  $A$  и  $B$ , получим уравнение относительно  $\gamma$ :

$$\left( \gamma^2 + k^2 \right)^{\frac{1}{2}} \operatorname{tg} \left[ \left( \gamma^2 + k^2 \right)^{\frac{1}{2}} \frac{t}{2} \right] = \left( \gamma^2 + k_0^2 \right) \operatorname{ctg} \left[ \left( \gamma^2 + k_0^2 \right) \frac{(a - t)}{2} \right]. \quad (1.28)$$

Уравнение (1.28) – трансцендентное, его решение возможно лишь с использованием численных методов.

В случае, если  $\frac{h}{b} < 1$ , используют приближенные методы. При помещении в волновод тонких высокоомных образцов можно считать, что поле в волноводе, содержащем полупроводник, слабо отличается от поля в пустом волноводе. При этом для нахождения постоянной распространения оказывается эффективным использование методов теории возмущений [19].

При выводе соотношений для искомой постоянной распространения с помощью теории возмущений удобно записать систему уравнений Максвелла в матричной форме:

$$\begin{pmatrix} j k_0 \varepsilon \varepsilon_0 c & \bar{\nabla} \times \mathbf{F} \\ \bar{\nabla} \times \mathbf{F} & k_0 \mu \mu_0 c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{E} \\ j \bar{H} \end{pmatrix} = 0, \quad (1.29)$$

где  $k_0 = \frac{\omega}{c}$ ;  $\mathbf{F}$  - единичная матрица.

С учетом того, что

$$\bar{E} = \bar{E}_\alpha(x, y) e^{-\gamma_\alpha z}, \quad \bar{H} = \bar{H}_\alpha(x, y) e^{-\gamma_\alpha z},$$

представим оператор  $\bar{\nabla}$  в виде  $\bar{\nabla} = \bar{\nabla}_t - \gamma_\alpha \bar{k} \times \mathbf{f}$ , где  $\bar{\nabla}_t = \bar{i} \frac{\partial}{\partial x} + \bar{j} \frac{\partial}{\partial y}$ ,  $\bar{i}$ ,  $\bar{j}$ ,  $\bar{k}$

- единичные вектора по осям  $x$ ,  $y$ ,  $z$  соответственно.

Тогда уравнение (1.29) можно записать в следующем виде:

$$\left[ \begin{pmatrix} k_0 \varepsilon \varepsilon_0 c & \bar{\nabla}_t \times \mathbf{f} \\ \bar{\nabla}_t \times \mathbf{f} & k_0 \mu \mu_0 c \end{pmatrix} - \gamma_\alpha \begin{pmatrix} 0 & \bar{k} \times \mathbf{f} \\ \bar{k} \times \mathbf{f} & 0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \bar{E}_\alpha \\ j \bar{H}_\alpha \end{pmatrix} = 0. \quad (1.30)$$

Вводя обозначения

$$\mathbf{L}^\varepsilon = \begin{pmatrix} k_0 \varepsilon \varepsilon_0 c & \bar{\nabla}_t \times \mathbf{f} \\ \bar{\nabla}_t \times \mathbf{f} & k_0 \mu \mu_0 c \end{pmatrix}, \quad \mathbf{f}_z = \begin{pmatrix} 0 & \bar{k} \times \mathbf{f} \\ \bar{k} \times \mathbf{f} & 0 \end{pmatrix}, \quad \Phi_\alpha = \begin{pmatrix} \bar{E}_\alpha \\ j \bar{H}_\alpha \end{pmatrix},$$

перепишем (1.30) в операторной форме:

$$(\mathbf{L}^\varepsilon - \gamma_\alpha \mathbf{f}_z) \Phi_\alpha = 0. \quad (1.31)$$

Оператор  $\mathbf{L}^\varepsilon$  может быть представлен в виде

$$\mathbf{L}^\varepsilon = \mathbf{L}_0^\varepsilon + \lambda \mathbf{f},$$

где

$$\mathbf{L}_0^\varepsilon = \begin{pmatrix} k_0 \varepsilon_0 c & \bar{\nabla} \times \mathbf{f} \\ \bar{\nabla} \times \mathbf{f} & k_0 \mu_0 c \end{pmatrix}; \quad \mathbf{f} = \begin{pmatrix} k_0 (\varepsilon - 1) \varepsilon_0 c & 0 \\ 0 & k_0 (\mu - 1) \mu_0 c \end{pmatrix}, \quad (1.32)$$

$\lambda$  - фиктивный параметр, который будет использован при группировке членов возмущения и в окончательных расчетах приравнен к единице;  $\mathbf{f}$  - имеет смысл оператора, характеризующего «возмущение»;  $\mathbf{L}_0^\varepsilon$  - «невозмущенный» оператор, соответствующий уравнению для пустого волновода.

Будем искать решение уравнения (1.32) в виде:

$$U_{\bar{\sigma}} = U_{\bar{\sigma}0} + \sum_{n=1} \lambda^n U_{\bar{\sigma}n}, \quad \gamma_{\bar{\sigma}} = \gamma_{\bar{\sigma}0} + \sum_{n=1} \lambda^n \gamma_{\bar{\sigma}n},$$

где  $U_{\bar{\sigma}0}$  и  $\gamma_{\bar{\sigma}0}$  - собственные функции и собственные значения оператора  $\mathbf{L}_0^\varepsilon$ .

Представим  $U_{\bar{\sigma}n}$  в виде разложения по собственным функциям «невозмущенного» оператора  $\mathbf{L}_0^\varepsilon$ :

$$U_{\bar{\sigma}n} = \sum_{\beta} A_{\alpha\beta}^{(n)} \Phi_{\beta 0} - A_{-\alpha\beta}^{(n)} \Phi_{-\beta 0}. \quad (1.33)$$

$\Phi_{\pm\beta 0}$  - собственные функции, соответствующие уравнению:

$$(\mathbf{L}_0^\varepsilon \mp \gamma_\alpha \mathbf{f}_z) \Phi_{\pm\beta 0} = 0. \quad (1.34)$$

Подставляя выражения для  $U_{\bar{\sigma}}$  и  $\gamma_{\bar{\sigma}}$  с учетом (1.33) в (1.34), умножая (1.34) на  $U_{-\bar{\sigma}0}$  слева, интегрируя по сечению волновода и группируя члены при одинаковых степенях  $\lambda$ , получим:

$$\gamma_{\alpha 1} = \int_S U_{-\bar{\sigma}0} \mathbf{f} U_{\bar{\sigma}0} ds,$$

$$\gamma_{\alpha 2} = \sum_{\beta} \frac{\left( \int_S \frac{\Psi_{(-\beta 0)} \mathcal{E} \Psi_{(\beta 0)} ds}{(\gamma_{(\alpha 0)} - \gamma_{(\beta 0)})} \right)^2}{\left( \int_S \frac{\Psi_{(\beta 0)} \mathcal{E} \Psi_{(\alpha 0)} ds}{\gamma_{(\alpha 0)} - \gamma_{(\beta 0)}} \right)^2}.$$

В случае, если волновод «запитывается» волной основного типа  $H_{10}$ , выражение для  $\gamma_{101}$  принимает вид:

$$\gamma_{101} = \int_S k_0 c (\varepsilon - 1) \varepsilon_0 E_{100y}^2 ds.$$

В случае, если геометрия образца и его расположение соответствуют приведенным на рис. 1.4,

$$\gamma_{101} = \frac{k_0^2 (\varepsilon - 1)}{a \gamma_{100}} \left( \frac{t}{2} + \frac{a}{2\pi} \sin \frac{\pi t}{a} \right). \quad (1.35)$$

Для малых  $t$ :

$$\gamma_{101} \approx \frac{k_0^2 (\varepsilon - 1) t}{a \gamma_{100}}. \quad (1.36)$$

Разрешая (1.35) относительно  $\varepsilon_L$  и  $\sigma$  и учитывая, что  $\gamma = \gamma_{100} + \gamma_{101}$ , получим:

$$\varepsilon_L - 1 = \frac{a}{2k^2 t} (\beta^2 - \alpha^2 - \beta_0^2), \quad (1.37)$$

$$\sigma = \frac{\alpha \beta \omega \varepsilon_0 a}{k_0 t}. \quad (1.38)$$

Численное решение уравнения (1.28) на ЭВМ показывает [20], что формулы (1.35), (1.38) обеспечивают точность 5%, если  $t/a \leq 0,025$ ,  $e' \sim 10 - 20$ ,  $\varepsilon'' \leq 5$ .

Из выражения для  $\gamma_{101}$  следует, что в первом приближении теории возмущений не учитывается возможность возникновения волн высших типов. Влияние волн высших типов учитывается при вычислении второй поправки  $\gamma_{102}$ , которая для рассматриваемого случая [21]

$$\gamma_{102} = -\frac{\gamma_{101}^2}{2} \left[ 1 - \frac{2a^2 \gamma_{100}^2}{\pi^2 \left( \frac{\pi t}{a} + \sin \frac{\pi t}{a} \right)^2} \sum_{m=1} \frac{\left[ \frac{1}{m} \sin \frac{\pi t}{a} - \frac{1}{m+1} \sin \frac{(m+1)\pi t}{a} \right]^2}{m(m+1)} \right]^2. \quad (1.39)$$

Выражение (1.39) обладает более широкими пределами применимости.

Таким образом, использование выведенных расчетных формул предполагает при измерении параметров образцов с высокой точностью их малую толщину.

Отметим, что с увеличением проводимости образца или его размеров, то есть с увеличением «возмущающего» действия образца, зависимость вно-



симого образцом затухания может принимать немонотонный характер [22], следовательно выражения (1.35), (1.39) не позволяют обеспечить даже качественного соответствия эксперименту.

## 2. ИЗМЕРЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ОТРАЖЕНИЯ И ПРОХОЖДЕНИЯ ВОЛНЫ

### 2.1 Узлы, входящие в измерительные СВЧ схемы

Для плавного изменения вносимого затухания от минимального до максимального значений используются устройства, называемые переменными аттенюаторами. В измерительной технике обычно используются аттенюаторы поглощающего типа. Поглощающий волноводный аттенюатор представляет собой отрезок волновода, в Е-плоскости волны основного типа которого расположена диэлектрическая пластина с нанесенным на нее поглощающим слоем, выполненная с возможностью перемещения в направлении от узких стенок к центру и наоборот (рис. 2.1). Когда пластина находится в центре волновода, где максимально электрическое поле, поглощение максимально. При нахождении пластины у узкой стенки, где электрическое поле максимально, вносимое затухание мало.

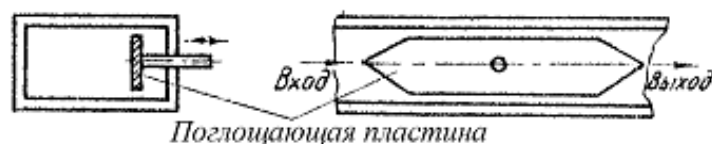


Рис. 2.1 Волноводный аттенюатор

Такие аттенюаторы позволяют обеспечить регулировку затухания в пределах  $0,5 - 40$  дБ при разрешающей способности  $0,05 - 0,1$  дБ. К их недостаткам относится изменение вносимого фазового сдвига при регулировке затухания. Независимость фазы при регулировке ослабления можно обеспечить при использовании поляризационных аттенюаторов, которые обычно используются в качестве образцовых приборов. Поляризационный аттенюатор представляет собой отрезок круглого волновода с переходами с обоих концов к прямоугольному. При этом отрезок круглого волновода выполнен с возможностью вращения, а переходы неподвижны. В круглом волноводе по диаметру установлена поглощающая пластина, в переходах поглощающие пластины установлены параллельно широким стенкам и друг другу. Если плоскости всех пластин совпадают, то, так как вектор напряженности электрического поля перпендикулярен плоскости пластины, - затухание мини-

мально, при повороте центральной секции появляется составляющая, параллельная плоскости пластины, и затухание возрастает.

Для регулировки фазы электромагнитной волны используют управляющие СВЧ устройства, называемые фазовращателями. Широко применяется фазовращатель, конструктивно представляющий собой отрезок волновода с диэлектрической пластиной, расположенной в Е-плоскости волны основного типа, с заостренными или скошенными для уменьшения отражения концами. При прохождении участка волновода с диэлектрической пластиной происходит дополнительный фазовый сдвиг по сравнению с прохождением участка такой же длины, но без пластины. Дополнительный фазовый сдвиг увеличивается по мере перемещения пластины от узкой стенки к центру волновода. Величину фазового сдвига можно также регулировать, вводя диэлектрическую пластину через продольную щель в широкой стенке волновода.

Для полного поглощения без отражения и излучения в окружающую среду энергии распространяющейся в волноводе волны используются согласованные нагрузки. Волноводные согласованные нагрузки конструктивно представляют собой отрезок волновода, внутри которого помещена поглощающая вставка, имеющая для уменьшения отражения форму клина (рис. 2.2).

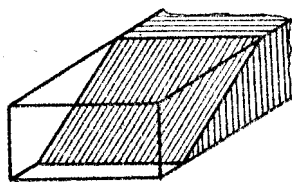


Рис. 2.2 Согласованная нагрузка

Для устранения влияния нагрузки на работу СВЧ генератора без существенных потерь энергии используются ферритовые вентили, обладающие невзаимными свойствами. Эти устройства в прямом направлении пропускают волну с малым затуханием и обеспечивают большое затухание при распространении волны в противоположном направлении.

Для направленного ответвления части проходящей СВЧ мощности служат направленные ответвители. Направленные ответвители в зависимости от способа их включения обеспечивают ответвление либо отраженной, либо падающей СВЧ мощности. Конструктивно волноводные направленные ответвители представляют собой два отрезка волновода с общей тонкой стенкой, в которой сделаны отверстия, служащие элементами связи. Свойства направленного ответвителя определяются количеством отверстий, их размерами и формой. Отношение мощности прямой волны к мощности ответвленной волны  $P_{отв.пр}$  называют переходным ослаблением. Переходное ослабление измеряют при отсутствии отражения в основном волноводе и выражают в децибелах:

$$C = 10 \lg \frac{P_{осн.пр}}{P_{отв.пр}}$$

## 2.2 Методы измерения на СВЧ характеристик отражения и прохождения волны

На СВЧ чаще всего измеряют не коэффициенты отражения и прохождения волны непосредственно, а связанные с ними величины: коэффициент стоячей волны по напряжению  $K_{cmU}$  и затухание.

При наличии в СВЧ линии неоднородности падающая и отраженная волны создают стоячую волну:

$$U = U_{nad} e^{-j\beta_0 z} + U_{omp} e^{j\beta_0 z}$$

Записывая выражение для модуля,

определим максимальное  $|U_{max}|$  и минимальное  $|U_{min}|$  значения  $|U|$ :

$$|U_{max}| = U_{nad} + U_{omp}, \quad |U_{min}| = U_{nad} - U_{omp}$$

$K_{cmU}$  по определению равен:

$$K_{cmU} = \frac{|U_{max}|}{|U_{min}|} = \frac{U_{nad} + U_{omp}}{U_{nad} - U_{omp}} = \frac{1 + \frac{U_{omp}}{U_{nad}}}{1 - \frac{U_{omp}}{U_{nad}}} = \frac{1 + |R|}{1 - |R|}$$

Таким образом, измеряя  $K_{cmU}$ , мы можем определить  $|R|$ . Для измерения  $K_{cmU}$  используются приборы, называемые измерительными линиями. Измерение  $K_{cmU}$  с помощью измерительной линии основано на исследовании картины распределения поля стоячей волны внутри передающего тракта с помощью зонда, вводимого через щель. Перемещение зонда вдоль щели позволяет определить распределение поля в линии. Схематическое изображение конструкции волноводной измерительной линии приведено на рис. 2.3.

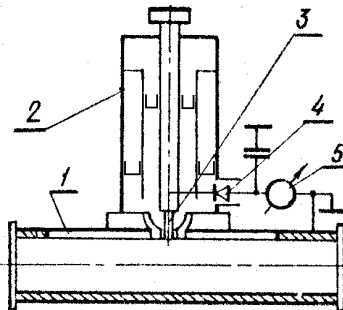


Рис. 2.3 Измерительная линия

Измерительная линия состоит из отрезка волновода с продольной щелью 1, зондовой головки, включающей в себя резонатор 2, возбуждаемый зондом 3. В резонатор помещен полупроводниковый детектор 4, подключенный к индикаторному прибору 5. Зондовая головка может перемещаться вдоль линии с помощью каретки. Когда каретку перемещают вдоль линии, ток в цепи детектора изменяется в соответствии с распределением поля. Положение зонда в линии фиксируется с помощью миллиметровой линейки. При использовании квадратичного детектора

$$K_{cmU} = \sqrt{\frac{A_{\max}}{A_{\min}}},$$

где  $A_{\max}$  и  $A_{\min}$  — максимальное и минимальное показания прибора соответственно.

Измерение фазы коэффициента отражения сводится к измерению смещения положения зонда, соответствующего  $A_{\min}$ . Фазовый сдвиг коэффициента отражения определяется по формуле [23, 24]:

$$\varphi = -\pi - \frac{2\pi(l_1 - l_2)}{\frac{\lambda}{2}}$$

где  $l_1$  - положение первого минимума при закороченном конце линии;  $l_2$  - положение первого минимума при включенной измеряемой нагрузке.

Погрешность определения фазы оценивается погрешностью измерения перемещения короткозамыкающего поршня и составляет приблизительно  $\pm 0,06 \text{ рад}$ , Длина волны определяется по расстоянию  $l$  между соседними узлами минимумами напряжения стоячей волны:

$$\lambda = 2l.$$

Большинство методов измерения затухания основано на сравнении затухания, вносимого исследуемым образцом, с затуханием, вносимым калиброванным аттенуатором. Образцовый аттенуатор включается последовательно с отрезком линии передачи с исследуемым образцом между генератором и приемником. Измерения производятся следующим образом. Вначале с помощью калиброванного аттенуатора вводят фиксированный уровень затухания  $L_1$ , которому соответствует некоторый уровень показаний индикатора на выходе приемника. Затем вводят отрезок линии передачи с образцом и уменьшают вносимое калиброванным аттенуатором затухание до достижения первоначального уровня показаний индикатора. При этом калиброванный аттенуатор вносит затухание  $L_2$ . Таким образом, вносимое исследуемым образцом затухание

$$L = L_1 - L_2.$$

Погрешность отсчета показаний аттенуатора может быть уменьшена до  $\pm 0,01 \text{ дБ}$ .

### 3. ВОЛНОВОДНЫЕ ТРОЙНИКИ И МОСТОВЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

Точность измерения параметров полупроводников можно повысить, если вместо описанных выше волноводных методов использовать при измерениях СВЧ мостовые схемы. В качестве СВЧ-мостов используются волноводные тройники (рис. 3.1). Тройники представляют собой соединения под прямым углом двух одноволновых волноводов в  $T$ -образные соединения. Различают  $T$ -образное соединение в плоскости  $E$  волны  $H_{10}$ , или  $E$ -тройник (рис. 3.1, б), и в плоскости  $H$ , или  $H$ -тройник (рис. 3.1, а).

При наличии согласования нагрузок в плечах 2 и 3, как это следует из картины распределения поля, приведенной на рис. 3.1, в  $E$ -тройнике в противоположные стороны распространяются волны с равными на равных расстояниях от разветвления по величине и противофазными поперечными электрическими компонентами и равными по величине и синфазными поперечными магнитными компонентами, а в  $H$ -тройнике – с равными и синфазными поперечными электрическими и равными и противофазными поперечными магнитными компонентами.

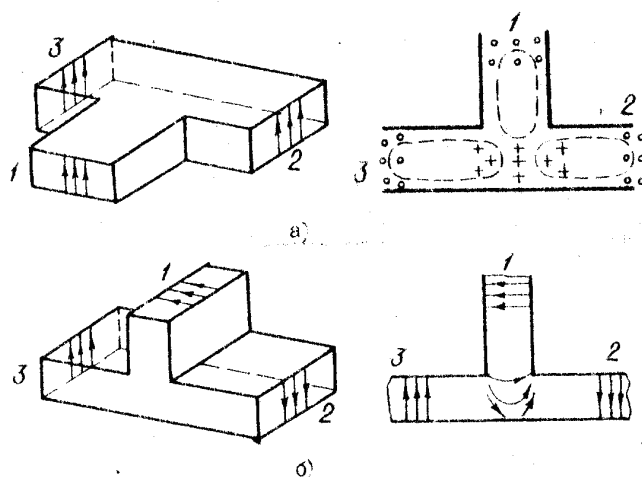


Рис. 3.1 Волноводные тройники, а –  $H$ -тройник; б –  $E$ -тройник

Соединение в одном узле  $E$ - и  $H$ -тройников называют двойным волноводным тройником (рис. 3.2).

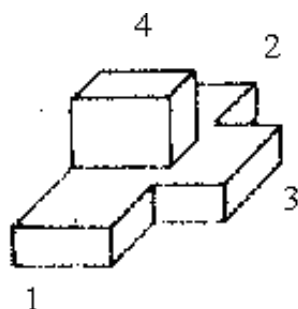


Рис. 3.2 Двойной волноводный тройник

Плечи 4 и 3 двойного тройника при наличии согласования нагрузок в плечах 1 и 2 развязаны между собой, т. е. при запитывании волной  $H_{10}$  плеча 3, волна в плечо 4 не проходит так же, как не проходит она в плечо 3 при запитывании плеча 4. Волна начинает проходить из плеча 3 в плечо 4 при наличии в плечах 1 и 2 отраженных волн с различающимися фазами.

Результаты измерений проводимости и диэлектрической проницаемости кремния *n*-типа и германия *p*-типа в интервале температур от 77 до 330 *K* на частоте 24 ГГц с помощью двойного волноводного тройника приведены в работе [25].

Схема измерений приведена на рис. 3.3.

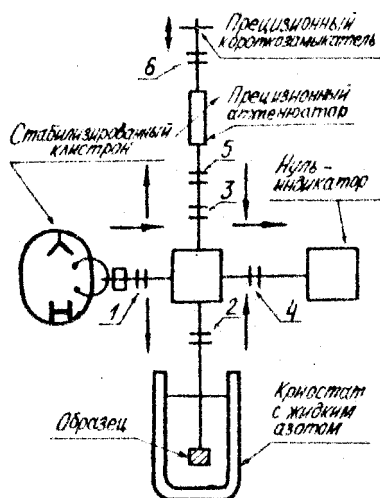


Рис. 3.3 Схема измерительной установки

Измерения производятся следующим образом. При замкнутом нижнем плече с помощью прецизионных аттенюатора и короткозамыкателя в верхнем плече схема настраивается по показаниям нуль-индикатора на отсутствие колебаний в *E*-плече тройника при их вводе в *H*-плечо. Затем опорная короткозамыкающая секция заменяется аналогичной с полупроводником, и вновь добиваются баланса. По измеренному отношению коэффициентов отражения  $R_1/R_2$  определяют постоянную затухания и фазовую постоянную отрезка волновода с полупроводником и по ним – проводимость и диэлектрическую проницаемость.

Очевидно, что коэффициент отражения  $R_1$  от опорной короткозамкнутой линии  $R_1$  можно положить  $R_1 = -1$ . Коэффициент  $R_2$  может быть определен из следующих условий

$$R_2 = \frac{B_1}{A_1} = \frac{A_2(\gamma_0 - \gamma) + B_2(\gamma_0 + \gamma)}{A_2(\gamma_0 + \gamma) + B_2(\gamma_0 - \gamma)}, \quad (3.1)$$

$$A_2 e^{-\gamma l} + B_2 e^{\gamma l} = 0, \quad (3.2)$$

где  $l$  – длина секции с образцом.

С учетом (3.1) – (3.2) имеем:

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(\gamma - \gamma_0)e^{\gamma l} + (\gamma + \gamma_0)e^{-\gamma l}}{(\gamma_0 + \gamma)e^{\gamma l} + (\gamma_0 - \gamma)e^{-\gamma l}} = -10^{-\frac{\Delta A}{10}} e^{-2j\beta_0 \Delta l},$$

где  $\Delta A$  – изменение показаний аттенюатора в децибелах;  $\Delta l$  – изменение положения короткозамыкателя при балансировке плеч.

Для устранения паразитных отражений в сочленениях 1, 2, 3, 4, 5 и 6 в качестве компенсирующей переменной реактивности используются настроечные винты. При измерениях вводится поправка на фазовый сдвиг в аттенюаторе и учитывается асимметрия тройника.

Чтобы избежать ошибок, вызываемых термическим расширением и сжатием нижнего волновода, опорное измерение проводится также во всем температурном интервале.

Представим  $\frac{R_2}{R_1}$  в виде формулы:  $\frac{R_2}{R_1} = \delta e^{j\varphi}$ .

Тогда погрешность в определении модуля  $\delta$  [16]:

$$\Delta \delta = \frac{2,306}{10} \Delta(\Delta A).$$

Она складывается из погрешности отсчета показаний аттенюатора  $\pm 0,027 \text{ дБ}$ , погрешности из-за асимметрии рассогласования некалиброванного моста  $0,02 \text{ дБ}$ , погрешностей из-за нестабильности уровня мощности и частоты источника сигнала  $0,02 \text{ дБ}$ , погрешностей из-за электрической невоспроизводимости разъемов держателей образца  $0,02 \text{ дБ}$ . Погрешность определения фазы определяется точностью измерения перемещения короткозамыкающего поршня и составляет  $\pm 0,06 \text{ дБ}$ . При использовании калиброванной мостовой схемы погрешность измерения  $\delta$  на частотах 10 и 24 ГГц может быть уменьшена до  $0,001 \text{ отн. ед.}$ , а погрешность измерения  $\varphi$  – до  $\pm 0,01 \text{ рад}$ .



## 4. СВЧ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОЛУПРОВОДНИКОВ В СИЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОЛЯХ

При исследовании эффектов разогрева носителей заряда в сильных электрических полях, подробно проанализированных в [26 - 28], важно исключить влияние изменения проводимости полупроводника вследствие контактных явлений. Одним из возможных путей уменьшения влияния инжекции на результат измерений является использование образцов специальной формы и вынесение области контакта за пределы волновода (рис. 4.1, а).

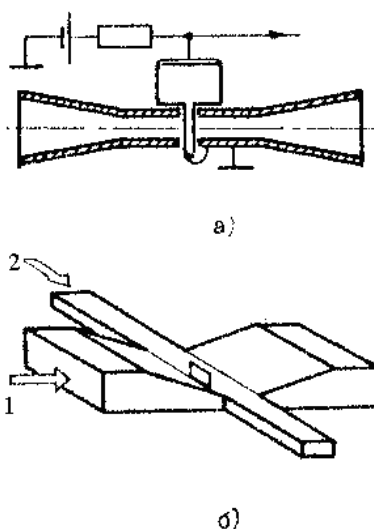


Рис. 4.1 Устройства для исследования полупроводников в сильных электрических полях

Для полного исключения влияния контактов авторами [29] предложено использовать измерительную камеру, изображенную на рис. 4.1, б. Разогрев в этом случае обеспечивается сильным СВЧ полем, поступающим на вход 1. Измерения производятся на более высокой частоте СВЧ диапазона. При этом мощность измерительного сигнала, поступающего на вход 2, мала. СВЧ проводимость и диэлектрическую проницаемость полупроводника определяют по характеристикам распространения, прошедшего через образец измерительного сигнала. При СВЧ методе нагрева измеряемой величиной обычно является средняя за период греющего поля проводимость  $\langle \sigma \rangle$ . Выражение

для плотности тока, в сильных электрических полях можно представить в виде:

$$j(E, \omega) = \sigma_0 E (1 + AE^2 + BE^4 + \dots),$$

где  $\sigma_0$  - проводимость в слабом электрическом поле; А, В – коэффициенты, характеризующие разогрев носителей заряда и зависящие от частоты  $\omega$ .

Тогда при нагреве СВЧ полем:

$$\langle \sigma \rangle = \frac{\sigma_0}{2\pi} \int_0^{2\pi} (1 + AE^2 + BE^4 + \dots) d(\omega t)$$

Полагая  $E = E_m \cos \omega t$ , получим:

$$\frac{\langle \sigma \rangle}{\sigma_0} = 1 + \frac{1}{2} AE_m^2 + \frac{3}{8} BE_m^4 + \dots$$

Следует отметить, что при использовании СВЧ нагрева оказывается различной проводимость при параллельной и перпендикулярной ориентации электрических полей.

## 5. СВЧ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ ПРИ НАЛИЧИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Уравнение движения электрона в полупроводнике при наличии постоянного магнитного поля  $\bar{B}_0$  может быть записано в виде

$$m^* \frac{d\bar{v}}{dt} + m^* \frac{\bar{v}}{\tau} = e(\bar{E} + [\bar{v} \bar{B}_0]). \quad (5.1)$$

С учетом того, что  $\bar{v}$  и  $\bar{E}$  изменяются во времени по закону  $e^{j\omega t}$ , уравнение (5.1) может быть записано в виде

$$\bar{v} = \frac{e\tau}{m^*} \frac{1}{(1 + j\omega\tau)} (\bar{E} + [\bar{v} \bar{B}_0]).$$

В технике измерений параметров полупроводников на СВЧ наиболее часто магнитное поле ориентируют вдоль направления распространения волны:

$$B_{0x} = B_{0y} = 0, \quad B_{0z} = B_0.$$

В этом случае уравнения для компонент скорости принимают вид:

$$v_x = \frac{e\tau}{m^* (1 + j\omega\tau)} (E_x + v_y B_0), \quad (5.2)$$

$$v_y = \frac{e\tau}{m^* (1 + j\omega\tau)} (E_y - v_x B_0), \quad (5.3)$$

$$v_z = \frac{e\tau}{m^* (1 + j\omega\tau)} E_z.$$

Подставим в (5.2) выражение для  $v_y$  из (5.3), в (5.3) выражение для  $v_x$  из (5.2), умножим полученные равенства на  $en$  и сравним их с выражением для плотности тока в электронном полупроводнике:

$$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}.$$

Тогда для интересующего нас случая получим:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{\perp} = \frac{\sigma_0 (1 + j\omega\tau)}{(1 + j\omega\tau)^2 + \mu^2 B_0^2}, \quad \sigma_{xy} = \sigma_x = \frac{\sigma_0 \mu_n B_0}{(1 + j\omega\tau)^2 + \mu^2 B_0^2},$$

$$\sigma_{xy} = \sigma_{yz} = \sigma_{zx} = \sigma_{zy} = 0, \quad \sigma_{yx} = -\sigma_{xy} = -\sigma_x, \quad \sigma_{zz} = \sigma_{11} = \frac{1}{1 + j\omega\tau},$$

где  $\sigma_0$  - электропроводность электронного полупроводника на постоянном токе.

Таким образом, при наличии продольного по отношению к направлению распространения электромагнитной волны поля электропроводность полупроводника будет характеризоваться тензором

$$\underline{\sigma} = \begin{vmatrix} \sigma_{\perp} & \sigma_x & 0 \\ -\sigma_x & \sigma_{\perp} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{11} \end{vmatrix}.$$

Следовательно, и комплексная диэлектрическая проницаемость полупроводника на СВЧ в продольном магнитном поле примет тензорный вид:

$$\underline{\epsilon}^* = \begin{vmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & 0 \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{zz} \end{vmatrix}.$$

При этом выражения для элементов тензора  $\underline{\epsilon}^*$  после освобождения от комплексности в знаменателях элементов  $\sigma$  могут быть представлены следующим образом:

$$\begin{aligned} \epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_L - \frac{[1 + (\omega_c^2 + \omega^2)\tau^2] \omega_p^2 \tau}{\omega \left\{ [1 + (\omega_c^2 - \omega^2)\tau^2]^2 + 4\omega^2 \tau^2 \right\}} + j \frac{[1 - (\omega_c^2 - \omega^2)\tau^2] \omega_p^2 \tau^2}{[1 + (\omega_c^2 - \omega^2)\tau^2]^2 + 4\omega^2 \tau^2}, \\ \epsilon_{xy} = -\epsilon_{yx} = -\frac{[1 + (\omega_c^2 - \omega^2)\tau^2] \omega_p^2 \omega_c \tau^2}{\omega \left\{ [1 + (\omega_c^2 - \omega^2)\tau^2]^2 + 4\omega^2 \tau^2 \right\}} + j \frac{2\omega_p^2 \omega_c \tau^3}{[1 + (\omega_c^2 - \omega^2)\tau^2]^2 + 4\omega^2 \tau^2}, \\ \epsilon_{zz} = \epsilon_L - \frac{\omega_p^2 \tau}{\omega (1 + \omega^2 \tau^2)} + j \frac{2\omega_p^2 \tau^2}{(1 + \omega^2 \tau^2)}, \end{aligned}$$

где

$$\omega_c = \frac{e B_0}{m^*}, \quad \omega_p = \frac{n e^2}{m^* \epsilon_0}.$$

Представляя линейно поляризованную бегущую волну в виде двух циркулярно поляризованных волн [30]:

$$E_{\pm} = E_x \pm jE_y,$$

получим различные значения для постоянных распространения с различной поляризацией:

$$\gamma_{\pm}^2 = -\frac{\omega^2}{c^2} (\epsilon_{xx} \pm j\epsilon_{xy}).$$

с учетом выражений для  $\varepsilon_{xx}$  и  $\varepsilon_{yy}$  соотношения для постоянных затухания и фазовых констант будут иметь вид:

$$\alpha_{\pm}^2 - \beta_{\pm}^2 = -\frac{\omega^2}{c^2} \left( \varepsilon_L - \frac{\omega_p^2 \tau \left[ 1 + (\omega_c \pm \omega)^2 \tau^2 \right]}{\omega \left\{ \left[ 1 + (\omega_c^2 - \omega^2) \tau^2 \right]^2 + 4\omega^2 \tau^2 \right\}} \right), \quad (5.4)$$

$$2\alpha_{\pm} \beta_{\pm} = \frac{\omega_p^2 \tau^2 (\omega \pm \omega_c) \left[ 1 - (\omega_c - \omega)^2 \tau^2 \right] \omega^2}{\omega \left\{ \left[ 1 + (\omega_c^2 - \omega^2) \tau^2 \right]^2 + 4\omega^2 \tau^2 \right\} c^2}.$$

Угол поворота плоскости поляризации в отсутствие поглощения будет равен половине разности фаз между право- и левовращающимися поляризованными волнами

$$\theta = \frac{\beta_- - \beta_+}{2} l, \quad (5.5)$$

где  $l$  – толщина полупроводникового образца.

Умножая числитель и знаменатель (5.5) на  $\beta_- + \beta_+$  и полагая в знаменателе  $\beta_+ + \beta_- = 2\beta_0$ , получим

$$\theta = \frac{\beta_-^2 - \beta_+^2}{4\beta_0} l. \quad (5.6)$$

Полагая  $\omega \gg \omega_c$ ,  $\omega\tau \gg 1$ ,  $\alpha^2 \ll \beta^2$ , с учетом (5.4) и (5.6) получим:

$$\theta = \frac{e^3 n B_0 l}{c^2 \varepsilon_0 m^{*2} \omega^2 \tau \beta_0},$$

т.е. в этом случае по изменению вращения плоскости поляризации можно определить  $m^*$ , если известна концентрация носителей заряда.

## 6. РЕЗОНАТОРНЫЕ МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ

### 6.1 СВЧ резонаторы. Резонансная частота и добротность резонатора

Объемным резонатором называется часть пространства, ограниченная замкнутой, хорошо проводящей поверхностью. Наибольшее применение при измерении параметров полупроводников нашли объемные резонаторы, выполненные в виде прямоугольного параллелепипеда, круглого цилиндра, отрезка коаксиального кабеля и некоторые другие. Рассмотрим прямоугольный объемный резонатор. Его можно рассматривать как закороченный с двух сторон отрезок прямоугольного волновода. Тогда поперечные электрические компоненты поля можно представить в виде суперпозиции падающей и отраженной волн:

$$E_{\perp} = E_0 e^{j\omega t} (e^{-j\beta_0 z} - e^{j\beta_0 z}) = -2j E_0 \sin \beta_0 z e^{j\omega t}. \quad (6.1)$$

Так как при  $z = 0$ ,  $E = 0$ , то магнитное поле должно быть удвоенным:

$$H_{\perp} = H_0 e^{j\omega t} (e^{j\beta_0 z} + e^{-j\beta_0 z}) = 2H_0 \cos \beta_0 z e^{j\omega t}. \quad (6.2)$$

Условие резонанса имеет вид:

$$\sin \beta_0 l = 0.$$

Откуда

$$l = \frac{q \lambda_B}{2}. \quad (6.3)$$

Подставляя в (6.3) выражения для  $\lambda_B$ , имеем для резонансной длины волны резонатора:

$$\lambda_0^2 = \frac{2}{\sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} + \frac{q^2}{l^2}}}.$$

С учетом выражений для  $E_{\perp}$  (6.1) и  $H_{\perp}$  (6.2) компоненты колебаний  $E_{mnq}$  типа имеют вид:

$$E_z = (-D) \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \sin \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \cos \frac{q\pi}{l} z,$$

$$\begin{aligned}
E_x &= (-D) \frac{m\pi}{a} \frac{q\pi}{l} \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \sin \frac{q\pi}{l} z, \\
E_y &= (-D) \frac{n\pi}{b} \frac{q\pi}{l} \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y \sin \frac{q\pi}{l} z, \\
H_x &= (Dj) \frac{n\pi}{b} \omega \varepsilon \varepsilon_0 \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y \cos \frac{q\pi}{l} z, \\
H_y &= (-D) j \frac{m\pi}{a} \varepsilon \varepsilon_0 \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \cos \frac{q\pi}{l} z.
\end{aligned}$$

Соответственно компоненты колебаний  $H_{mnq}$  типа

$$\begin{aligned}
H_z &= - \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] \frac{D}{\mu\mu_0} \cos \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y \sin \frac{q\pi}{l} z, \\
E_x &= -jD\omega \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \sin \frac{q\pi}{l} z, \\
E_y &= Dj\omega \frac{m\pi}{a} \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y \sin \frac{q\pi}{l} z, \\
H_x &= D \frac{q\pi}{l} \frac{m\pi}{a \mu\mu_0} \sin \frac{m\pi}{a} x \cos \frac{n\pi}{b} y \cos \frac{q\pi}{l} z, \\
H_y &= D \frac{q\pi}{\mu\mu_0 l} \frac{n\pi}{b} \cos \frac{m\pi}{a} x \sin \frac{n\pi}{b} y \cos \frac{q\pi}{l} z.
\end{aligned}$$

Добротностью резонатора называют умноженное на  $2\pi$  отношение запасенной энергии  $W$  к энергии потерь  $\Delta W$  за период колебаний:

$$Q = 2\pi \frac{W}{\Delta W}.$$

Потери в резонаторе складываются из потерь в неидеально проводящих стенках, потерь в среде, заполняющей резонатор, потерь связи с другими устройствами. В сантиметровом диапазоне добротность прямоугольного объемного резонатора, выполненного из меди, достигает десятков тысяч. Из теории электрических цепей известно, что вблизи резонансной частоты  $f_0$  функция ослабления параллельного LC – контура определяется выражением:

$$A = \left( 1 + Q^2 \left( \frac{f}{f_0} - \frac{f_0}{f} \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \approx \left[ 1 + Q^2 \left( \frac{2\Delta f}{f_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (6.4)$$

где  $\Delta f = f - f_0$  – расстройка контура.

Из выражения (6.4) следует, что ширина полосы пропускания на уровне половинной мощности ( $A = \sqrt{2}$ ), резонансная частота и добротность связаны соотношением

$$Q = \frac{f_0}{2\Delta f_{0,5}} \approx \frac{\lambda_0}{|\lambda_1 - \lambda_2|}, \quad (6.5)$$

где  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  – длины волн, соответствующие прохождению через резонатор половинной мощности по отношению к мощности, проходящей на резонансной длине волны.

Соотношение (6.5) лежит в основе метода измерения добротности путем осциллографического наблюдения резонансной кривой резонатора (рис. 6.1) [31], т.е., измерение  $Q$  сводится к определению по резонансной кривой величины  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2$ .

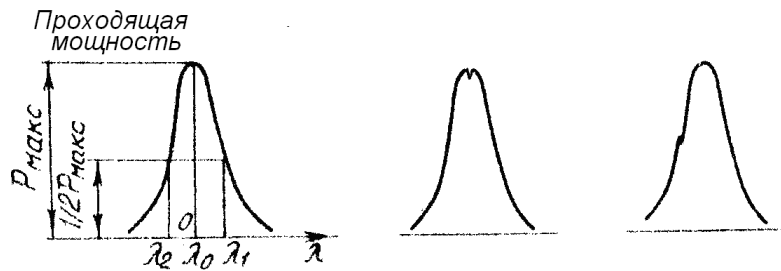


Рис. 6.1 Резонансные кривые резонатора

При исследовании параметров полупроводников резонаторными методами часто используют цилиндрические резонаторы [32, 33]. Распределение поля и резонансная длина волны цилиндрического резонатора определяются аналогично тому, как это было сделано для прямоугольного резонатора. Отличие состоит в том, что используется цилиндрическая система координат (рис. 6.2).

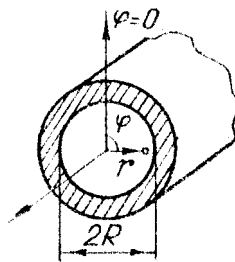


Рис. 6.2 Круглый волновод

Граничные условия в этой системе имеют вид:

$$E_\varphi = 0 \text{ при } r = R,$$

$$E_z = 0 \text{ при } r = R,$$

где  $E_\varphi$  и  $E_z$  – азимутальная и осевая электрические составляющие поля в волноводе.

Записывая выражения для  $rot \bar{E}$  и  $rot \bar{H}$  в цилиндрической системе координат, получим для компонент электромагнитного поля уравнение типа



$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial E_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + k^2 E = 0. \quad (6.6)$$

Уравнение (6.6) решается методом разделения переменных, в соответствии с которым  $E_z$  представляется в виде:

$$E_z = R(r)\Phi(\varphi)Z(z)e^{j\omega t}.$$

Подставляя выражение для  $E_z$  в (6.6), получим:

$$\frac{1}{Z} \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2} = \gamma^2, \quad (6.7)$$

$$\frac{1}{\Phi} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} = -n^2, \quad (6.8)$$

$$r^2 \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + r \frac{\partial R}{\partial r} + R[r^2(k^2 + \gamma^2) - n^2] = 0. \quad (6.9)$$

Решая уравнения (6.7) – (6.9) и учитывая, что напряженность поля в центре – конечная величина, будем иметь:

$$E_z = D_1 J_n \left( r \sqrt{k^2 + \gamma^2} \right) \cos n \varphi e^{j\omega t - \gamma z},$$

где  $J_n$  – функция Бесселя первого рода  $n$ -го порядка.

Аналогично

$$H_z = D_1 J_n \left( r \sqrt{k^2 + \gamma^2} \right) \cos n \varphi e^{j\omega t - \gamma z}.$$

Используя, аналогично тому, как это делалось для прямоугольного волновода, выражения для поперечных компонент через продольные

$$\begin{aligned} E_r &= -\frac{1}{k^2 + \gamma^2} \left( \gamma \frac{\partial E_z}{\partial r} + j \frac{\omega \mu \mu_0}{r} \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right), \\ E_\varphi &= \frac{1}{k^2 + \gamma^2} \left( -\frac{\gamma}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} + j \omega \mu \mu_0 \frac{\partial H_z}{\partial r} \right), \\ H_z &= \frac{1}{k^2 + \gamma^2} \left( \gamma \frac{\omega \varepsilon \varepsilon_0}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \varphi} - \gamma \frac{\partial H_z}{\partial r} \right), \\ H_\varphi &= -\frac{1}{k^2 + \gamma^2} \left( j \omega \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial E_z}{\partial r} + \gamma \frac{\partial H_z}{\partial \varphi} \right), \end{aligned}$$

можно получить составляющие полей  $E$ - и  $H$ -типов колебаний в резонаторе.

С учетом того, что при отсутствии потерь  $\gamma = j\beta$ , получим выражения для компонент поля колебаний  $H_{mnq}$ -типа:

$$\begin{aligned} H_z &= j D J_n(\chi r) \cos n \varphi \sin \beta z, \quad H_r = j D \frac{\beta}{\chi} J_n'(\chi r) \cos n \varphi \cos \beta z, \\ H_\varphi &= -j D \frac{\beta}{\chi^2} \frac{n}{r} J_n(\chi r) \sin n \varphi \cos \beta z, \quad E_r = -\frac{D \omega \mu \mu_0}{\chi^2} \frac{n}{r} J_n(\chi r) \sin n \varphi \sin \beta z, \end{aligned}$$

$$E_\varphi = -\frac{D\omega\mu\mu_0}{\chi} J'_n(\chi r) \cos n\varphi \sin \beta z, \text{ где } \chi = \sqrt{k^2 - \beta^2}.$$

Постоянная  $\chi$  находится из условия  $E_\varphi = E_z = 0$  при  $r = R$ . Это условие выполняется при

$$J_n\left(R\sqrt{k^2 - \beta^2}\right) = 0.$$

Обозначая через  $v_{ni}$  безразмерные корни функции Бесселя, где  $i$  – номер корня ( $i = 1, 2, 3, \dots$ ), получим

$$\left(\frac{v_{ni}}{R}\right)^2 = k^2 - \beta^2 = \chi^2.$$

Резонаторные методы измерения параметров полупроводников основаны на определении изменения резонансной частоты и добротности резонатора при внесении в него полупроводника. Количественную оценку изменений частоты и добротности резонатора производят с помощью теории возмущений.

## 6.2 Теория возмущений для резонаторов, частично заполненных полупроводником

Для описания распределения поля в резонаторе запишем систему уравнений Максвелла в матричной форме, аналогично тому, как это делалось при описании распространения волн в прямоугольном волноводе. Для «невозмущенного» резонатора операторное уравнение имеет вид:

$$\mathbf{L}_0 \Phi_0 = 0,$$

где

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} \bar{E}_0 \\ \bar{H}_0 \end{pmatrix}, \mathbf{L}_0 = \omega_0 L_0 + B, B = \begin{pmatrix} 0 & j\bar{\nabla} \times I \\ -j\bar{\nabla} \times I & 0 \end{pmatrix},$$

$$L_0 = \begin{pmatrix} \varepsilon_0 & 0 \\ 0 & \mu_0 \end{pmatrix}.$$

Аналогичное уравнение для резонатора, содержащего полупроводник, имеет вид [34]:

$$\mathbf{L} \Phi = 0,$$

где

$$\Phi = \begin{pmatrix} \bar{E} \\ \bar{H} \end{pmatrix}, \mathbf{L} = \mathbf{L}_0 + L, L = \begin{pmatrix} \omega\varepsilon\varepsilon_0 - \omega_0\varepsilon_0 & 0 \\ 0 & \mu_0(\omega - \omega_0) \end{pmatrix} = \lambda\omega L_1 + \omega L_0 - \omega_0 L_0, \quad (6.10)$$

$$L_1 = \begin{pmatrix} \varepsilon_0(\varepsilon - 1) & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Представим  $\Phi$ ,  $\omega$  в следующем виде:

$$\Phi = \Phi_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n \Phi_n, \quad (6.11)$$

$$\omega = \omega_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \lambda^n \omega_n, \quad (6.12)$$

а  $\Phi_n$  – в виде разложения в ряд по собственным функциям полей невозмущенного резонатора. Подставляя (6.11), (6.12) в (6.10), умножая полученное уравнение на  $\Phi_{\alpha 0}$ , интегрируя по объему резонатора, группируя члены при одинаковых степенях  $\lambda$ , получим:

$$\omega_1 = \omega - \omega_0 = \frac{\omega_0(\Phi_0, L_1 \Phi_0)}{(\Phi_0, L_0 \Phi_0)} = -\frac{\omega_0(\varepsilon - 1) \int_{V_1} |E_0|^2 dV}{\int_V |E_0|^2 dV + \int_V |H_0|^2 dV}, \quad (6.13)$$

где  $V_1$  – объем полупроводника;  $V$  – объем резонатора.

Числитель выражения (6.13) представляет собой дополнительную электрическую энергию, запасенную в образце, а знаменатель – полную энергию поля резонатора. Электрическая и магнитная энергия при резонансе одинаковы, поэтому

$$2 \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = -(\varepsilon - 1) \frac{\int_{V_1} |E_0|^2 dV}{\int_V |E_0|^2 dV}. \quad (6.14)$$

Обозначим: 
$$\frac{\int_{V_1} |E_0|^2 dV}{\int_V |E_0|^2 dV} = f_0^{-1}.$$

Тогда выражение (6.14) после деления его левой части на действительную и мнимую части примет вид:

$$2 \frac{\Delta \omega}{\omega_0} + 2j \frac{\Delta \omega}{\omega_0} = 2 \frac{\Delta \omega}{\omega_0} + j \Delta \left( \frac{1}{Q} \right) = -(\varepsilon - 1) f_0^{-1}. \quad (6.15)$$

Из (6.15) следует:

$$\varepsilon_L - 1 = -2 \frac{\Delta \omega}{\omega_0} f_0, \quad (6.16)$$

$$\sigma = \omega_0 \varepsilon_0 \Delta \left( \frac{1}{Q} \right) f_0, \quad (6.17)$$

Авторы работы [32] использовали при измерениях резонатор радиусом  $a$ , длиной  $l$ , рассчитанный на возбуждение колебаний  $H_{012}$ , в котором полупроводниковый образец в виде диска толщиной  $\delta$ , радиусом  $r$  помещался на расстоянии в четверть длины волны от торца резонатора. Для такого резонатора

$$E_0 = E_\varphi = D \frac{\omega \mu_0 a}{3,832} J_1 \left( 3,832 \frac{r}{a} \right) \sin \frac{2\pi z}{l}. \quad (6.18)$$

Здесь учтено, что  $J'_0 = -J_1$ .

Подставляя (6.18) в (6.14), проводя интегрирование и полагая, что  $\delta/l \ll 1$ , получим:

$$2 \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = -(\varepsilon - 1) 2 \frac{\delta}{l} \left[ f \left( \frac{r}{a} \right) \right]^{-1}, \quad (6.19)$$

где 
$$\left[ f \left( \frac{r}{a} \right) \right]^{-1} = \frac{\left( \frac{r}{a} \right)^2 \left[ J_1^2 \left( 3,832 \frac{r}{a} \right) - J_0 \left( 3,832 \frac{r}{a} \right) J_2 \left( 3,832 \frac{r}{a} \right) \right]}{J_0^2(3,832)}.$$

Из (6.16), (6.17) и (6.19) следует, что:

$$\varepsilon_L - 1 = \frac{|\Delta \omega| l}{\omega_0 \delta} f \left( \frac{r}{a} \right), \quad \sigma = \frac{\omega_0 \varepsilon_0 l}{2 \delta} f \left( \frac{r}{a} \right) \Delta \left( \frac{1}{Q} \right).$$

Отметим, что диэлектрическая проницаемость оказалась связанной только с изменением частоты, а проводимость - с изменением добротности.

Если с помощью волноводных методов можно измерять удельное сопротивление полупроводника в пределах  $5 \cdot 10^{-2} - 5 \cdot 10^3 \text{ Ом см}$ , то с помощью резонаторных — в пределах  $10^{-5} - 5 \cdot 10 \text{ Ом см}$  [5].

### 6.3 Погрешности измерения резонаторными методами

Наиболее полно проанализированы источники погрешностей измерения резонаторными методами диэлектрической проницаемости материалов [35]. К ним относятся погрешность, связанная с потерями электромагнитной энергии в стенках резонатора и обусловленным ими увеличением объема резонатора при переходе от идеально проводящих стенок к реальным:

$$\Delta V = \int_{S_k} \delta ds_0,$$

где  $S_k$  — поверхность, ограничивающая электромагнитное поле по глубине  $\delta$  его проникновения в металлические стенки резонатора;  $S_0$  — его поверхность идеально проводящих стенок.

Источником погрешности является расстройка резонатора, связанная с наличием элемента связи (отверстия или петли). К погрешности приводит наличие зазора между образцом и стенками резонатора. Используя теорию возмущений для оценки этого вида погрешности можно получить соотношение

$$(\Delta \omega) = \frac{(\varepsilon - 1) \int E^2 dV}{2\varepsilon \int_{V_0} E^2 dV},$$

где  $\Delta V$  – объем воздушного зазора.

К погрешностям ведет рассогласование генератора и нагрузки, проявление магнитных свойств материалов, неоднородность материала, неточная фиксация резонансной частоты, невоспроизводимость частоты резонатора при его сборке и разборке и некоторые другие факторы. Для уменьшения погрешности, связанной с невоспроизводимостью частоты резонатора при его сборке и разборке выбирают типы колебаний  $E_{mn0}$  [36], резонансные частоты которых не зависят от длины резонатора.

При измерении параметров полупроводников резонаторными методами возникает погрешность, связанная с приближенным характером формул для нахождения  $\varepsilon_L$  и  $\sigma$ , полученных в первом приближении теории возмущений. При использовании двух приближений теории возмущений получается выражение для сдвига частоты, из которого следует, что он определяется не только диэлектрической проницаемостью полупроводника, но и его проводимостью, точно также и величина добротности, наряду с проводимостью полупроводника, оказывается зависящей и от его диэлектрической проницаемости [34]. Для исключения этой погрешности приходится применять образцы специальной формы, для которых возможно точное решение соответствующей электродинамической задачи.

При изменении удельного сопротивления полупроводника, помещенного в резонатор, в широких пределах зависимость добротности резонатора от удельного сопротивления может иметь немонотонный характер. Физически это связано с тем, что при толщине полупроводникового образца, равной толщине «скин-слоя», токи через образец переходят из «обтекающих» в «сквозные» [37].

## 7. ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ДИОДОВ НА СВЧ

Конструирование СВЧ устройств на полупроводниковых диодах невозможно без знания их импеданса в рабочем диапазоне частот,

Приближенная эквивалентная схема полупроводникового диода приведена на рис. 7.1 [38, 39].

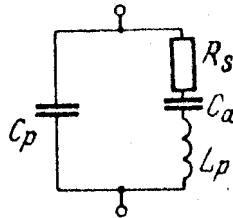


Рис. 7.1 Эквивалентная схема полупроводникового диода

Эквивалентную схему обратносмещенного диода с запирающим слоем при отсутствии лавинного пробоя можно представить в виде емкости обедненного слоя  $C_d$ , включенных последовательно с ней паразитного сопротивления  $R_s$ , диодной структуры и индуктивности вывода  $L_p$ , шунтирующей их емкости патрона  $C_p$ . В такой схеме возможно возникновение резонанса последовательного контура на частоте

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{C_d L_p}}$$

и параллельного контура на частоте

$$\omega_2 = \sqrt{\left(\frac{1}{C_p} + \frac{1}{C_d}\right) \frac{1}{L_p}}.$$

Конструкция большинства диодов такова, что  $\omega_2 \gg \omega_1$ . Для упрощения процесса измерений и обработки его результатов диод помещают в волновод с высотой, уменьшенной до размеров диода, или в коаксиальную линию с расстоянием между проводниками, в точности равным высоте диода. Отрезки волновода или коаксиальной линии уменьшенного сечения согласуют со стороны входа и выхода, например, с помощью плавных переходов

дов. В этом случае на частоте последовательного резонанса диод эквивалентен чисто активному сопротивлению  $R_s$ . Сопротивление  $R_s$  определяется по результатам измерения потерь мощности  $T$  при передаче в линии с диодом на частоте последовательного резонанса.

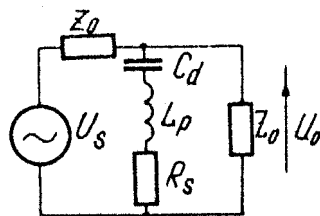


Рис. 7.2 Эквивалентная схема диода в линии передачи

Величина  $T$  равна (рис. 7.2):

$$T = \frac{1}{4} \left( \frac{U_s}{U_0} \right)^2.$$

В то же время:

$$\frac{U_s}{U_0} = \frac{R + Z_0}{R}, \quad (7.1)$$

где  $R = \frac{Z_0 R_s}{R_s + Z_0}$ .

С учетом 7.1 получим:

$$T = \left( 1 + \frac{Z_0}{2R_s} \right)^2,$$

откуда:  $R_s = \frac{Z_0}{2} (\sqrt{T} - 1)^{-1}$ .

Емкость диода определяют по результатам измерения частот  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , на которых  $T$  на 3 дБ меньше, чем на резонансной частоте, рассчитывая ее по формуле:

$$C_d = \frac{2}{Z_0} \left( \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1 \omega_2} \right) (\sqrt{T} - 1) \left( 1 - \frac{2}{T} \right)^{1/2}.$$

Суммарная емкость патрона и диода могут быть определены с помощью измерений мостовым методом на низких частотах.

## 8. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ТРАНЗИСТОРОВ В СХЕМАХ СВЧ

Измерение параметров СВЧ транзисторов является необходимым этапом при конструировании устройств на транзисторах. Широко применяется представление транзистора в качестве четырехполюсника. При этом могут быть использованы системы  $y$ ,  $z$ ,  $h$ -параметров, описывающих связь токов и напряжений на входе и выходе четырехполюсника. При измерении  $y$ ,  $z$ ,  $h$ -параметров на СВЧ возникают трудности, связанные с реализацией режимов холостого хода и короткого замыкания. Для описания работы транзистора на СВЧ и (расчета различных устройств с их использованием более удобна и широко используется система  $s$ -параметров, образующих волновую матрицу рассеяния [40 - 44].  $s$ -параметры вводятся системой уравнений

$$U_{1отрн} = s_{11}U_{1падн} + s_{12}U_{2падн}, \tag{8.1}$$

$$U_{2отрн} = s_{21}U_{1падн} + s_{22}U_{2падн},$$

где  $U_{iотрн} = \frac{U_{iотрп}}{\sqrt{Z_{0i}}}$  и  $U_{iпадн} = \frac{U_{iпад}}{\sqrt{Z_{0i}}}$ ;

$Z_{0i}$  ( $i = 1, 2$ ) – волновое сопротивление на входе и выходе линии.

Система (8.1) связывает между собой отраженные расходящиеся от четырехполюсника волны со сходящимися, т. е. падающими на него (рис. 8.1).

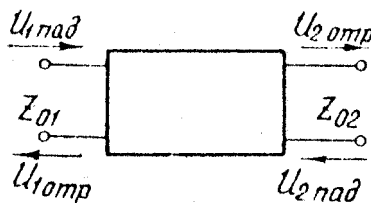


Рис. 8.1 Представление транзистора в виде четырехполюсника

В матричной форме записи система (8.1) имеет вид:

$$\begin{vmatrix} U_{1отрн} \\ U_{2отрн} \end{vmatrix} = |s| \begin{vmatrix} U_{1падн} \\ U_{2падн} \end{vmatrix},$$



где  $|s| = \begin{vmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{vmatrix}$  – волновая матрица четырехполюсника.

В этой системе параметров

$$s_{11} = \left. \frac{U_{1отпр}}{U_{2падн}} \right|_{U_{2падн}=0}$$

$$s_{22} = \left. \frac{U_{2отпр}}{U_{1падн}} \right|_{U_{1падн}=0}$$

– коэффициенты отражения от входа и выхода транзистора, соответственно при условии полного согласования его входа и выхода:

$$s_{12} = \left. \frac{U_{1отпр}}{U_{2падн}} \right|_{U_{1падн}=0}, \quad s_{21} = \left. \frac{U_{2отпр}}{U_{1падн}} \right|_{U_{2падн}=0}$$

– коэффициенты обратной и прямой передачи при условии согласования линии по противоположному входу.

Методы измерений  $s$  – параметров транзисторов можно разделить на две группы [45 - 46]:

прямые методы, основанные на использовании автоматических измерителей амплитудных и фазовых соотношений в СВЧ диапазоне;

косвенные методы, требующие расчета с использованием полученных результатов измерений.

Кроме того, методы измерения  $s$  – параметров транзисторов разделяют на методы измерения на малом сигнале, когда предполагается, что  $s$  – параметры не зависят от уровня мощности подаваемого на транзистор сигнала и в режиме большого сигнала.

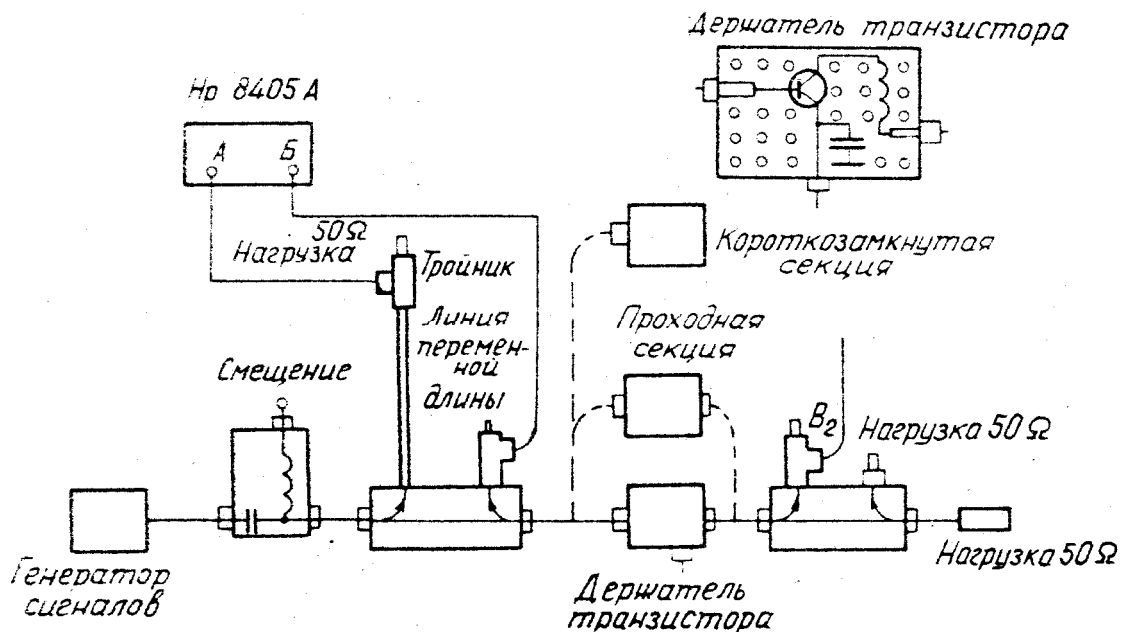


Рис. 8.2 Схема установки для измерения параметров рассеяния транзисторов в СВЧ диапазоне

На рис. 8.2 представлена типичная схема измерения параметров рассеяния с использованием векторного вольтметра [47]. При измерении  $s_{11}$  и  $s_{22}$  вход В векторного вольтметра подключается к выходу В<sub>1</sub> первого направленного ответвителя. При измерении  $s_{21}$  и  $s_{12}$  – к выходу В<sub>2</sub> второго направленного ответвителя. При измерении  $s$  – параметров равенство электрических длин каналов А и В обеспечивается применением линии переменной длины. Для достижения баланса при подключении к выходу В<sub>1</sub> используется короткозамкнутая секция, к В<sub>2</sub> – проходная. Основными источниками ошибок при измерениях являются ошибки рассогласования и ошибки, связанные с конечной величиной направленности направленных ответвителей. Так, при направленности 40 дБ ошибка в амплитудных измерениях составляет 2% и 1° по фазе. Указанные ошибки могут быть практически исключены путем соответствующей настройки на определенной частоте.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Павлов Л. П. Методы определения основных параметров полупроводниковых материалов. М., 1975.
2. Ковтонюк Н. Ф., Концевой Ю. А. Измерения параметров полупроводниковых материалов. М., 1970.
3. Блад П., Ортон Дж. В. Методы измерения электрических свойств полупроводников. - Зарубежная радиоэлектроника, 1981, ч. 1, № 1, с. 3 - 50; ч. 2, № 2, с. 3 - 49.
4. Ягудин Г. Х. Измерение электрофизических параметров полупроводников с помощью электромагнитных полей СВЧ диапазона. — Обзоры по электронной технике. Сер. Полупроводниковые приборы и микроэлектроника, 1968, вып. 21.
5. Гершензон Е. М., Литвак – Горская Л. Б., Плохова Л. А., Зарубина Т. С. Методы определения параметров полупроводников и полупроводниковых пленок на СВЧ. — В кн.: Полупроводниковые приборы и их применение /Под ред. Е. А. Федотова, М., 1970, вып. 23, с. 3 - 48.
6. Ягудин Г. Х., Шибяев А. А., Пономаренко О. Н. Бесконтактные методы неразрушающего контроля электрофизических параметров полупроводниковых структур. - Обзоры по электронной технике. Сер. Полупроводниковые приборы, 1973, вып. 4 (104).
7. Егоров Ю. В. Частично заполненные прямоугольные волноводы. М., 1967.
8. Бергер М. Н., Капилевич Б. Ю., Прямоугольные волноводы с диэлектриками. М., 1973.
9. Микаэлян А. Л. Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах. М., 1963.
10. Арапов Ю. Г., Давыдов А. Б. Волноводные методы измерения электрофизических параметров полупроводников на СВЧ. – Дефектоскопия , 1978, № 11, с. 63 - 87.
11. Benedict T. S., Shockly W. Microwave Observation of the Collision Frequency of Electrons in Germanium. – Phys. Rev., 1953, vol. 89, p. 1152 - 1153.
12. Пожела Ю. К. Плазма и токовые неустойчивости в полупроводниках М., 1977.
13. Пахомов В. В., Усанов Д. А., Морозов В. А. и др. Расчет полупроводниковых преобразователей СВЧ-мощности проходного типа. - Электронная техника. Сер. 1, Электроника СВЧ, 1976, № 5, с. 83 - 89.

14. Джекобес, Брэнд, Мэйндл и др. Новые СВЧ методы изучения поверхностной рекомбинации и времени жизни. – ТИИЭР, 1964, № 6, с. 608 - 620.
15. Биленко Д. И., Луньков А. Е., Полянская В. П. Погрешности измерения диэлектрической проницаемости СВЧ методами. - Измерительная техника, 1973, № 12, с. 54 - 55.
16. Арапов Ю. Г., Давыдов А. Б. Волноводные методы измерения комплексной диэлектрической проницаемости полупроводников на СВЧ. — Измерительная техника, 1977, № 8, с. 76 - 79.
17. Арапов Ю. Г., Давыдов А. Б., Волноводные методы измерения комплексной диэлектрической проницаемости полупроводников на СВЧ. - Измерительная техника, 1978, № 4, с. 55 - 57.
18. Gunn M. W., Brown I. Measurement of semiconductor properties in a slotted-waveguide structure. – Proc. IEEE, 1965, vol 112, № 3, p. 463 - 468.
19. Gabriel G. I., Brodwin M. E. The Solution of Guided Waves in Inhomogeneous Anisotropic Media by Perturbation and Variational Methods. – IEEE Trans., 1965, vol. MTT-13, № 5, p. 364 - 370.
20. Sheikh R. H., Gunn M. W. Wave propagation in a rectangular waveguide inhomogeneously filled with semiconductors. – IEEE Trans., 1968, vol. MTT-16, № 2, p. 117 - 121.
21. Баранов Л. И., Гаманюк В. Б., Усанов Д. А. К вопросу об определении проводимости и диэлектрической проницаемости полупроводников на СВЧ. - Радиотехника и электроника, 1972, т. 17, № 2, с. 426 - 428.
22. Усанов Д. А., Вагарин А. Ю. Немонотонная зависимость затухания волны в волноводе от проводимости и толщины помещенного в него полупроводника. - Радиотехника и электроника, 1978, т. 23, п. 3, с. 470 - 474.
23. Валитов Р. А., Сретенский В. Н. Радиоизмерения на сверхвысоких частотах. М., 1958.
24. Стариков В. Д. Методы измерения на СВЧ с применением измерительных линий. М. 1972.
25. Чэмплин К. С., Армстронг Д. Б., Гандерсон П. Д. Инерция носителей заряда в полупроводниках. – ТИИЭР, т. 52, № 6, с. 720 - 729.
26. Денис В. И. Пожела Ю. К. Горячие электроны. Вильнюс, 1971.
27. Конуэлл Э. Кинетические свойства полупроводников в сильных электрических полях. М., 1970.
28. Климов Б. Н. Взаимодействие горячих носителей заряда с коротковолновым СВЧ излучением. Саратов, 1976.
29. Канэда С., Абэ М., Хорима Х. Экспериментальное исследование характеристик арсенида галлия n-типа с горячими носителями в миллиметровом диапазоне частот бесконтактным методом. – Денси цусин гаккай ромбунси, 1971, т. 54, № 11, с. 1019 - 1026. /Перевод № Ц-5057. М., 1973/.

30. Цидильковский И. М. Электроны и дырки в полупроводниках. М., 1972.
31. Лебедев И. В. Техника и приборы СВЧ. М., 1970.
32. Ерофеичев В. Г., Курбатов Л. Н. Электропроводность и диэлектрическая проницаемость слоев сульфида свинца на частоте  $10^{10}$  Гц. – В кн.: Физика твердого тела. М., Л., 1959, ч. 1, с. 133 - 143.
33. Бродвин М. Е., Лю – Пао – Сунь. Прецизионный резонаторный метод измерений для полупроводников с низким удельным сопротивлением. – ТИИЭР, 1965, т. 53, № 11, с. 1947 - 1949.
34. Усанов Д. А., Кабанов Л. Н. Применение теории возмущений к расчету резонаторов, частично заполненных полупроводником. – Физика полупроводников и полупроводниковая электроника. Саратов, 1981, с. 93 - 96.
35. Валенкевич В. А., Вторушин Б. А., Отрошок Т. В., Потапов А. А. Погрешности измерения диэлектрической проницаемости резонаторным методом при вариации частоты и типов колебаний. – Измерительная техника, 1978, № 9, с. 73 - 76.
36. Вторушин Б. А., Гераскин В. С., Отрошок Т. В., Потапов А. А. Образцовое средство измерений параметров диэлектриков. – Измерительная техника, 1978, № 9, с. 71 - 73.
37. Наливайко Б. А., Воторопин С. Д. Резонаторный метод контроля полупроводников. – Электронная техника. Сер. 12. Управление качеством и стандартизация, 1971, вып. 4, с. 8 - 11.
38. Иванов С. Н., Пеннин Н. А., Скворцова Н. Е., Соколов Ю. Ф. Физические основы работы полупроводниковых СВЧ диодов. М., 1965.
39. Кэрролл Д. СВЧ-генераторы на горячих электронах /Пер. с англ. под ред. Б. Л. Гельмонта. – М., 1972.
40. Фельдштейн А. Л., Явич А. Р., Смирнов В. П. Справочник по элементам волноводной техники. М., 1967.
41. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р. Синтез четырехполюсников и восьмиполюсников на СВЧ. М., 1971.
42. Малорацкий Л. Г., Явич Л. Р. Проектирование и расчет СВЧ элементов на полосковых линиях. М., 1972.
43. Малорацкий Л. Г. Микроминиатюризация элементов и устройств СВЧ. М., 1976.
44. Carlin H. I. The scattering matrix in network theory. IRE Trans an Circuit Theory, 1956, vol. CT-3, № 6, p. 88 - 97.
45. Шашкина Э. В. Методы и аппаратура для измерения параметров рассеяния транзисторов. – Обзор по электронной технике, Сер. Контрольно-измерительная аппаратура, 1981, вып. 4 (263).
46. Усанов Д. А., Безменов А. А., Вагарин Ю. А., Посадский В. Н. Определение параметров транзисторов в схемах СВЧ. – Обзор по электронной технике. Сер. 1, Электроника СВЧ, 1981, вып. 9 (806).

47. Еремин Е. Г., Казарковский В. С., Нечаев Э. В. Измерение s-параметров транзисторов некоторых типов. – Вопросы радиоэлектроники. Сер. Радиоизмерительная техника, 1972, вып. 2, с. 115.
48. Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Абрамов А.В., Боголюбов А.С. Измерения толщины нанометровых слоев металла и электропроводности полупроводника в структурах металл–полупроводник по спектрам отражения и прохождения электромагнитного излучения// ЖТФ. 2006. Т. 76, вып. 5, с. 112–117.
49. Чаплыгин Ю.А., Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Абрамов А.В., Боголюбов А.С. Методика измерения электропроводности нанометровых металлических пленок в слоистых структурах по спектрам отражения электромагнитного излучения// Известия вузов. Электроника. 2006. №6. С. 27–35.
50. Усанов Д.А., Скрипаль А.В., Абрамов А.В., Боголюбов А.С. Изменение типа резонансного отражения электромагнитного излучения в структурах нанометровая металлическая пленка – диэлектрик// Письма в ЖТФ. 2007. Т. 3, вып. 2, с. 13–22.
51. Усанов Д.А., Скрипаль Ал.В., Скрипаль Ан.В. Физика полупроводниковых радиочастотных и оптических автодинов. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 2003. 312 с.
52. Усанов Д.А., Скрипаль А.В. Физика работы полупроводниковых приборов в схемах СВЧ. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1999. 376 с.
53. Усанов Д.А., Вениг С.Б., Феклистов В.Б., Скрипаль А.В. Лабораторные работы по курсу «Измерение параметров полупроводников на СВЧ». Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1997. 140 с.
54. Усанов Д.А. СВЧ-методы измерения параметров полупроводников. Саратов: Изд-во Саратов. ун-та, 1985. 55 с.
55. Афсар М. Н., Берч Дж. Р., Кларк Р. Н. Измерение характеристик материалов// ТИИЭР. 1986. Т. 74, № 1. С. 206–220.
56. Викторов В.А., Лункин Б.В., Совлуков А.С. Радиоволновые измерения параметров технологических процессов. М.: Энергоатомиздат, 1989. 208 с.
57. Завьялов А. С., Дунаевский Г. Е.. Измерения параметров материалов на сверхвысоких частотах. Томск: Изд. Томского ун-та, 1985. 214 с.
58. Конев В.А., Кулешов Е.М., Пунько И.Н. Радиоволновая эллипсометрия. Под ред. И.С. Ковалева. Минск: Наука и техника, 1985. 104 с.

Учебное пособие

Усанов Дмитрий Александрович  
Скрипаль Александр Владимирович  
Феклистов Владимир Борисович  
Вениг Сергей Борисович

**ИЗМЕРЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВ, МИКРО-  
И НАНОСТРУКТУР НА СВЧ**

для студентов факультета nano- и биомедицинских технологий

Форма издания: Электронная